20 Anos SBHMat

1999 – 2019

A N A I S



Miguel Chaquiam
Coordenador Científico – XIII SNH

Ana Carolina Costa Pereira
Coordenadora Local – XIII SNHM

Fortaleza – Ceará – Brasil
2019

XIII SEMINÁRIO NACIONAL HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A N A I S

ISSN 2236-4102

Organizadores:

Miguel Chaquiam
Coordenador Científico do XIII SNHM

Ana Carolina Costa Pereira
Coordenadora Local do XIII SNHM

FORTALEZA – CEARÁ – BRASIL
2019

Copyright © 2019 SBHMat
1ª Edição

Editor Responsável: Sociedade Brasileira de Matemática - SBHMat

Coordenadores: Miguel Chaquiam e Ana Carolina Costa Pereira

Capa, Projeto Gráfico e Diagramação: Miguel Chaquiam

Revisão: Os autores

Edição revisada segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Chaquiam, M.

ANAIS XIII Seminário Nacional de História da Matemática / Miguel Chaquiam, Ana Carolina Costa Pereira – Fortaleza: SBHMat, 2019

Vários colaboradores
Bibliografia
ISSN 2236-4102

1. História – Matemática 2. História – Educação Matemática 3. Matemática – Estudo e Ensino 4. Professores – Formação Profissional I. Pereira, Ana Carolina Costa II. Título

CDD-CDD - 510.7
- 510.9

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemática: História e ensino 510.7

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora. Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei Nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998.

DIRETORIA DA SBHMat (2015 – 2019)

Presidente:	Iran Abreu Mendes (UFPA)
Vice-Presidente:	Marcos Vieira Teixeira (UNESP)
Secretário Geral:	Carlos Roberto Moraes (UNIARARAS)
1º Secretário:	Mariana Feiteiro Cavalari (UNIFEI)
Tesoureiro:	Lígia Arantes Sad (IFES)
Conselheiros:	Wagner Rodrigues Valente (UNIFESP)
	Maria Célia Leme da Silva (UNIFESP)
Conselho Fiscal:	Ana Carolina Costa Pereira (UECE)
	Miguel Chaquiam (UEPA)
	Moysés Gonçalves Siqueira Filho (UFES)

XIII SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Comissão Científica do XIII SNHM

Ana Carolina Costa Pereira (UECE)
Antonio Vicente Marafioti Garnica (UNESP)
Benadete Barbosa Morey (UFRN)
Carlos Henrique Barbosa Gonçalves (USP)
Carlos Roberto Moraes (UNIARARAS)
Circe Mary S. da Silva Dynnikov (UFPEL)
Cristiane Coppe de Oliveira (UFU-MG)
Fabio Maia Bertato (UNICAMP)
Fumikazu Saito (PUC)
Gert Schubring (UFRJ)
Iran Abreu Mendes (UFPA)
João Cláudio Brandemberg Quaresma (UFPA)
John Andrew Fossa (UEPB)
Ligia Arantes Sad (UFES)
Lucieli M. Trivizoli (UEM-PR)
Manoel de Campos Almeida (PUC-PR)
Marcos Vieira Teixeira (UNESP)
Maria Célia Leme da Silva (UNIFESP)
Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha (IFPA)
Mariana Feiteiro Cavalari (UNIFEI)
Miguel Chaquiam (UEPA) – Presidente da Comissão
Moysés Gonçalves Siqueira Filho (UFES)
Sergio Roberto Nobre (UNESP)
Tatiana Roque (UFRJ)
Ubiratan D'Ambrosio (USP)
Wagner Rodrigues Valente (UNIFESP)

APRESENTAÇÃO

20 Anos de SBHMat! A Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), fundada em 30 de março de 1999, é uma associação civil, com personalidade jurídica, sem fins lucrativos, com sede à Av. 24-A, nº 1515, Bela Vista, Rio Claro/SP. Completou 20 anos de fundação e as comemorações ocorreram durante a realização do XIII Seminário Nacional de História da Matemática (XIII SNHM), em Fortaleza (CE), evento que ocorre bianualmente, sempre em anos ímpares.

Para consecução de seus fins, a SBHMat disponibiliza em seu site (*www.sbhmat.org*) as suas publicações – Revista Brasileira de História da Matemática (RBHM), Revista de História da Matemática para Professores (RHMP) e Revista de História da Educação Matemática (HISTEMAT) – os Anais do Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM) e acesso ao *MacTutor History of Mathematics archive*, além de links de outras sociedades e periódicos, dentre eles, Historia Mathematica.

A SBHMat implantou em 2001, durante o IV SNHM, a Série de Textos de História da Matemática, posteriormente denominada de Coleção História da Matemática para Professores e, em 2019, Série História da Matemática e da Educação Matemática para o Ensino, com o intuito de dar maior significado aos minicursos, além de possibilitar acesso à alunos e professores uma diversidade de temas que representam os avanços sobre História da Matemática e da Educação Matemática nos múltiplos centros de estudos do país.

No XIII SNHM foram publicados dez textos independentes relacionados aos minicursos, na Série *História da Matemática e da Educação Matemática para o ensino*, e não são reproduções dos conteúdos limitados aos minicursos, mas obras de referências sobre as temáticas abordadas no evento que podem contribuir para o desenvolvimento da área, cujos resumos encontram-se neste livro. Os trabalhos apresentados foram divididos em dois grandes eixos, História da Matemática e História da Educação Matemática.

Neste evento foi publicado o Caderno de Resumo, onde constam os resumos das conferências, mesas, exposição comunicações orais e pôster, assim como a Programação Geral do XIII SNHM e as datas e horários de cada uma das atividades

programadas. Os textos completos e seus respectivos resumos foram publicados nos Anais do XIII SNHM.

O interesse pela temática tem crescido enormemente no âmbito da História da Matemática nos diversos estados brasileiros. Grupos de pesquisas, revistas temáticas sobre o assunto, grupos de trabalho e tantos outros indicadores mostram o quanto se justifica um evento desta natureza.

Durante o XIII SNHM foram proferidas 05 (cinco) conferências, 01 (um) painel, 04 (quatro) mesas de discussões temáticas, 01 (uma) exposição permanente. A Comissão Científica do evento aprovou 111 (cento e onze) trabalhos para serem apresentados na modalidade de comunicação científica, sendo 78 (setenta e oito) no eixo História da Matemática e 33 (trinta e três) no eixo História da Educação Matemática e 20 (vinte) trabalhos apresentados na modalidade pôster.

Neste Anais constam na íntegra os textos referentes ao painel, conferências, exposição, mesas de discussões temáticas e também os textos completos dos trabalhos apresentados nas sessões coordenadas e os respectivos resumos.

Nossos agradecimentos ao CAPES e a CNPq pela concessão de auxílio financeiro e a Universidade Estadual do Ceará (UECE) por dispor sua infraestrutura física e de suporte, sem as quais o evento estaria inviabilizado. A Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) e as demais IES públicas sediadas no Ceará pelo apoio.

Miguel Chaquiam
Coordenador Científico – XIII SNHM

Ana Carolina Costa Pereira
Coordenadora Local – XIII SNHM

SUMÁRIO

1. PROGRAMAÇÃO GERAL - XIII SNHM 21

2. PAINEL e CONFERÊNCIAS - XIII SNHM 23

SOCIEDADE BRASILEIRA DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA (SBHMat): UM BREVE RELATO DE SUA CRIAÇÃO 23
Angelica Raiz Calabria (UNIARARAS)
Sergio Roberto Nobre (UNESP)

A INSERÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICANA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES: BREVES CONSIDERAÇÕES 39
Mariana Feiteiro Cavalari (UNIFEI-MG)

O TRABALHO DE FRANCISCO GOMES TEIXEIRA (1851-1933) EM EQUAÇÕES COM DERIVADAS PARCIAIS. 53
Luis M. R. Saraiva (CIUHCT, Universidade de Lisboa)

A EPOPEIA DO NÚMERO: OS NEANDERTAIS SABIAM CONTAR? 80
Manoel de Campos Almeida (PUC-PR)

ENTRE A MODERNIDADE E O CONSERVADORISMO: A MATEMÁTICA MODERNA NOS DIÁRIOS DE LISBOA 81
José Manuel Matos (UFJF, UNL)

OS VERSOS MNEMÔNICOS DE WILLIAM OF SHERWOOD PARA O SILOGISMO. 105
John Andrew Fossa (UFPB)

3. MESAS TEMÁTICAS e EXPOSIÇÃO - XIII SNHM 131

MESA 01: *HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E A DIVERSIDADE NA PESQUISA* 131

PRÁTICA MATEMÁTICA: FONTE DE DIVERSIDADE DA PESQUISA EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA 131
Fábio Maia Bertato (UNICAMP)

MESA 02: *HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: A PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA BRASILEIRA* 132

PERIÓDICOS CIENTÍFICOS RELACIONADOS À HISTÓRIA DA MATEMÁTICA 132
Lucieli M. Trivizoli (UEM-PR)

MESA 03: *HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: APROXIMAÇÕES E DISTANCIAMENTOS* 150

MARÍLIA CHAVES PEIXOTO – UMA MATEMÁTICA BRASILEIRA À SOMBRA 150
Circe Mary S. Dynnikov (UFPEL)

SOBRE HISTÓRIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 172
Antonio Vicente Marafioti Garnica (UNESP)
A CONSTRUÇÃO DE INTERFACES ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA 174
Fumikazu Saito (PUC-SP)

MESA 04: *HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES* 175
POSSIBILIDADES DA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA A FORMAÇÃO DOS PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: CONSTITUINDO-SE UMA DISCIPLINA 175
Maria Cristina Araújo Oliveira (UFJF)
ESCOLA, MATEMÁTICA ESCOLAR E TRABALHO DOCENTE: ECOS DO PASSADO NO PRESENTE 184
Elizabete Zardo Burigo (UFRGS)

EXPOSIÇÃO: 197
PESQUISAS EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO BRASIL: FLASHES E IMAGENS DAS PRODUÇÕES EM TRÊS DÉCADAS
Iran Abreu Mendes (UFPA)

4. COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS

4.1. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA 213

270 ANOS DE PIERRE SIMON LAPLACE (1749 – 1827) 213
Ana Brandão de Souza
Alailson Silva de Lira
ABD AL-HAMID IBN TURK E SEU MÉTODO GEOMÉTRICO DE SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES 224
Jéssica Targino Muniz
Giselle Costa de Sousa
Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes

ABORDAGEM HERMENÊUTICA EM LIVROS HISTÓRICOS DE MATEMÁTICA 234
Alailson Silva de Lira
João Cláudio Brandemberg
A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS E SUA IMPORTÂNCIA PARA O ENSINO ATUAL 248
Clara Alice Ferreira Cabral
Talita Carvalho Silva de Almeida

A DISSERTAÇÃO DE DOUTORADO DE MANOEL CAETANO DE GOUVÊA JUNIOR – “O VAPOR D'AGUA CONSIDERADO MOTOR” 260
Mônica de Cássia Siqueira Martines

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS CURSOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UM MAPEAMENTO INICIAL 275
Mariana Feiteiro Cavalari
Sabrina Helena Bonfim
Angelica Raiz Calabria

A INSERÇÃO DA HISTÓRIA NA PRÁTICA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA A PARTIR DE UM EVENTO INTERNACIONAL 286
Josinalva Estacio Menezes

A MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DA CÚPULA DA CATEDRAL DE SANTA MARIA DEL FIORE 298
Orozimbo Marinho de Almeida
Elenice de Souza Lodron Zuin

APONTAMENTOS SOBRE A PERSPECTIVA SOCIOCULTURAL DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM PESQUISAS PRODUZIDAS NO BRASIL: UMA REVISÃO NO CATÁLOGO DA CAPES 314
Suélen Rita Andrade Machado
Lucieli M. Trivizoli

A RESPEITO DOS REQUERIMENTOS DE JOAQUIM GOMES DE SOUSA PARA A REALIZAÇÃO DOS EXAMES DE GENERALIDADES NA ESCOLA MILITAR 329
Rachel Mariotto

AS CONTRIBUIÇÕES DE MARYAM MIRZAKHANI PARA A MATEMÁTICA: A TRAJETÓRIA AO PRÊMIO FIELDS 344
Maria Gabriela de Figueiredo Furtado
José Edmar da Silva
Patrícia da Silva Sousa

AS POTENCIALIDADES DO USO DE UM TEXTO HISTÓRICO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA 352
José dos Santos Guimarães Filho
João Cláudio Brandemberg

A TRACTRIZ 365
Gabriel Faria Vieira

A TRIGONOMETRIA NA GRÉCIA ANTIGA: ARQUIMEDES, ERATÓSTENES, APOLÔNIO E HIPARCO DE NICÉIA 378
Jessie Heveny Saraiva Lima
Fábio José da Costa Alves

BICENTENÁRIO DE GEORGE GABRIEL STOKES (1819 – 1903) 396
Liliane Silva Nascimento Coelho
Ana Paula Nunes Felix
Natanael Freitas Cabral

CONHECIMENTO MATEMÁTICO EM TRANSFORMAÇÃO 408
Kleyton Vinicyus Godoy

CONTRIBUIÇÕES DAS GRANDES NAVEGAÇÕES PARA A ESTRUTURAÇÃO E APLICAÇÃO DA MATEMÁTICA 421
Maria Helena de Andrade
Rannyelly Rodrigues de Oliveira

CONTRIBUIÇÕES INTERNACIONAIS NOS PRIMEIROS PERIÓDICOS MATEMÁTICOS BRASILEIROS 431
Lucieli M. Trivizoli
DISCUSSÕES ACERCA DO RADIUS *ASTRONOMICUS* DE JOHANNES MÜLLER REGIOMONTANUS DESCRITO NO *SCRIPTA CLARISSIMI MATHEMATICI* (1469) 440
Antonia Dália Chagas Gomes
Francisco Jucivânio Félix de Sousa
DISCUSSÕES COM LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA SOBRE A DOCÊNCIA POR MEIO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DA TEORIA DOS GRAFOS 450
Tarcis Teles Xavier da Silva
Edson Carlos Sobral de Sousa
Marcos Vinicius Soares Tavares
ELEMENTOS INICIAIS DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DOS NÚMEROS CONTIDOS NO *TRAITÉ DE GERBERT* (1843) 365
Suziê Maria de Albuquerque
Ana Carolina Costa Pereira
ESTUDOS SOBRE A ARTICULAÇÃO ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA A PARTIR DE TEXTOS ORIGINAIS: O CRITÉRIO DA ESCOLHA DO MATERIAL 476
Isabelle Coelho da Silva
Ana Carolina Costa Pereira
FUNÇÃO: UMA RECONSTRUÇÃO HISTÓRICA DO CONCEITO 489
Edna Machado da Silva
Denis do Socorro Pinheiro Miranda
Natanael Freitas Cabral
GEOMETRIZAÇÃO DO ESPAÇO: CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA DO MODELO ASTRONÔMICO DE JOHANNES KEPLER 504
Francisco das Chagas dos Santos Moura
Ana Paula da Cruz Pereira de Moraes
Francisco Aureliano Vidal
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COM TECNOLOGIA DIGITAIS: UMA ALIANÇA POSSÍVEL PARA O ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS 514
Ivonne C. Sánchez S.
João Cláudio Brandemberg
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ETNOMATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA 526
Gabrielle Correia Silva dos Santos
Rodrigo Bastos Daude
Rosolindo Neto de Souza Vila Real
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E O ENSINO DE ÁLGEBRA: BUSCANDO POSSIBILIDADES 541
Carlos Antonio Rezende Filho
Cristiane Coppe de Oliveira
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: UM APANHADO DA ÁLGEBRA LINEAR 555
Fernando Cardoso de Matos
Demétrius Gonçalves de Araújo

HOMENAGEM À MICHELL ROLLE (1652 – 1719): O PERSONAGEM E SEU TEOREMA 571
Lucas Benjamin Barbosa Souza
Fábio José da Costa Alves

IMPRESSÕES DE FUTUROS PROFESSORES ACERCA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA 586
Élida Maiara Velozo de Castro

INSERINDO ATIVIDADES DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO COTIDIANO DAS AULAS DE MATEMÁTICA DO IFRN 602
Severino Carlos Gomes
Bernadete Morey

IVAN DE QUEIROZ BARROS E A INTRODUÇÃO DO CÁLCULO NUMÉRICO NA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO 611
Gabriel Soares Bádue

JOGOS QUE CONTAM HISTÓRIASL: OS INDÍGENAS NO ESPÍRITO SANTO 622
Claudia A. C. de Araujo Lorenzoni
Lígia Arantes Sad

JUAN CARAMUEL Y LOBKOWITZ: AS CONTRIBUIÇÕES NA MATEMÁTICA E OUTRAS CIÊNCIAS 636
Marisa Raquel de Melo Pereira
Lucieli M. Trivizoli

LEONARDO DA VINCI E A MATEMÁTICA NO PERÍODO RENASCENTISTA 649
Andreza Thalia Menezes Monteiro
Ellen Adriana Nogueira Oliveira
Fábio José da Costa Alves

“MATEMÁTICA: 101 PREGUNTAS FUNDAMENTALES”: UMA CONTRIBUIÇÃO PARA A DIVULGAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA 661
Severino Barros de Melo

MATEMÁTICA EPISTOLAR: DIFUSÃO DE SENTIMENTOS E CONHECIMENTOS 672
Maria Aparecida Roseane Ramos

NIELS HENRIK ABEL (1802 – 1829): 190 ANOS DEPOIS 688
Dayson Wesley Lima Castro
Natanael Freitas Cabral
Arilson da Conceição Rocha

O CONCEITO DE SENO EM TRATADOS DO SÉCULO XV E XVII: UMA CONVERSA ENTRE A TRIGONOMETRIA TEÓRICA E PRÁTICA 702
Verusca Batista Alves
Ana Carolina Costa Pereira

O CONTEÚDO MATEMÁTICO INSERIDO NAS EPISTOLAS TEMÁTICAS DE EULER À PRINCESA ALEMÃ: UMA ANÁLISE A PARTIR DAS CORRESPONDÊNCIAS SOBRE MECÂNICA 712
Daniele Esteves Pereira Smith
Romulo Everton de Carvalho Moia

O CRESCIMENTO DIMENSIONAL DAS REPRESENTAÇÕES FIBONACCIANAS NUMA PERSPECTIVA EPISTEMOLÓGICO-MATEMÁTICA: NÚMEROS GAUSSIANOS E HIPERCOMPLEXOS 725
Rannyelly Rodrigues de Oliveira
Maria Helena de Andrade
O DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNESP-RIO CLARO/SP E O PROGRAMA DE MESTRADO EM MATEMÁTICA, COM ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA: UMA INVESTIGAÇÃO INICIAL DE SUA CRIAÇÃO 740
Carlos Roberto de Moraes
Angelica Raiz Calabria
O ESTUDO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS INCORPORADOS NO MANUSEIO DA BALHESTILHA INSERIDA NO DOCUMENTO CHRONOGRAPHIA, REPORTORIO DOS TEMPOS...(1603) 751
Antonia Naiara de Sousa Batista
Ana Carolina Costa Pereira
O ESTUDO DE POLIEDROS NA IDADE CONTEMPORÂNEA 763
João Nazareno Pantoja Corrêa
Pedro Franco de Sá
O MÉTODO SAIAM® DE APLICAÇÕES MATEMÁTICAS: UMA TABUADA REVOLUCIONÁRIA PAR EFETUAR OPERAÇÕES E RESOLVER PROBLEMAS 779
Antonio Luiz Oliveira Batista
Josinalva Estacio Menezes
O PROBLEMA DOS 21 VASOS DE MALBA TAHAN: LEITURAS E ESCRITURAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA 789
Fabio Colins
Daniele Esteves Pereira Smith
OS ARTIGOS “CALCULO VERBAL, CALCULO GRAPHICO E CALCULO PRATICO” DE RAJA GABAGLIA 804
Juliana Martins
O TEOREMA DE PITÁGORAS: UM CASO PARTICULAR DE ALGO MAIS GERAL 813
Dulcyene Maria Ribeiro
Andréia Büttner Ciani
O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E MATEMÁTICA RECREATIVA EM SALA DE AULA 828
Maria da Conceição Alves Bezerra
Eloisa Myrela de Araújo Nunes
O USO DE FONTES HISTÓRICAS PARA O ENSINO DE CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS: UM ESTUDO DA DE DIVINA PROPORTIONE 837
Alison Sousa da Silva
Ana Carolina Costa Pereira
PEDRO NUNES E O JACENTE NO PLANO NO ÂMBITO DE PESQUISAS NACIONAIS: DESVELANDO ABORDAGENS 846
Francisco Wagner Soares Oliveira
Ana Carolina Costa Pereira
POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE BASEADA NA ÁLGEBRA DE AL-KHWARIZMI 855
Marlene Gorete de Araújo
Fabian Arley Posada Balvin

PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA- A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO OPÇÃO METOLÓGICA NO ENSINO DE GEOMETRIA 866
Denise Aparecida Enes Ribeiro
José Lamartine Barbosa

PRÁTICAS MATEMÁTICAS DE SYLVESTER REFLETIDAS NO PRIMEIRO VOLUME DO THE QUARTERLY JOURNAL OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS 877
Magno Luiz Ferreira
Gérard Emile Grimberg

PROPOSIÇÃO CINCO DO LIBER QUADRATORUM: A REGRA DE TRÊS COMO DISPOSITIVO DIDÁTICO PARA PROPORCIONALIDADE. 892
Denivaldo Pantoja da Silva
José dos Santos Guimarães Filho

RABDOLOGIA E RÉGUAS DE GENAILLE-LUCAS: UMA POSSIBILIDADE DE INSERÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA 907
Ana Caroline Frigéri Barboza
Lucieli M. Trivizoli

SERÁ QUE O PRINCÍPIO DAS GAVETAS DE DIRICHLET REALMENTE FOI DESENVOLVIDO POR DIRICHLET? CONHECENDO MELHOR DIRICHLET E SEUS TRABALHOS 923
Alison Luan Ferreira da Silva
Giselle Costa de Sousa

SOCIEDADE BRASILEIRA DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA (SBHMAT): UM BREVE RELATO DE SUA CRIAÇÃO 938
Angelica Raiz Calabria
Sergio Roberto Nobre

SRIDHARA E A EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU 951
Arielly Cecília Lima Siqueira
Paulo Ferreira da Gama
Edna Machado da Silva

TEOREMA DE CARNOT: UMA VALIDAÇÃO COM GEOMETRIA DINÂMICA 965
Giancarlo Secci de Souza Pereira
Cristiane Ruiz Gomes

TEOREMA DO ÂNGULO EXTERNO E A NECESSIDADE DO QUINTO POSTULADO DE EUCLIDES 975
José Querginaldo Bezerra
Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes
Francisco Neto Lima de Souza

THEODORO AUGUSTO RAMOS E A INTRODUÇÃO DO CÁLCULO VETORIAL NO BRASIL 988
Sabrina Helena Bonfim

TRADUÇÃO (EM ANDAMENTO) DO TRATADO ARITMÉTICO DE AL-KHWARIZMI - OBSERVAÇÕES INICIAIS 1004
Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes
Bernadete Barbosa Morey

UMA ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES DE BOÉCIO E DA OBRA DE INSTITUTIONE ARITHMETICA DE PARA A MATEMÁTICA 1015
Francisco Aureliano Vidal

UMA EXPERIÊNCIA DE TRABALHO COOPERATIVO RECORRENDO À HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E À PEDAGOGIA DO TEXTO COMO CAMINHOS PARA ENSINAR MULTIPLICAÇÃO 1024
Elisângela Pereira Barbosa
Andressa Cesana

UMA PROPOSTA DE ENSINO DE FUNÇÕES USANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PEDAGÓGICO 1038
Maria Teresa Costa Barboza

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES COM BASE EM ALGUMAS DEFINIÇÕES HISTÓRICAS 1051
Leandro André Barrada Benedito

UM BREVE ESTUDO DAS TRAJETÓRIAS CIENTÍFICAS DOS MATEMÁTICOS LEOPOLDO NACHBIN E CARLOS ALBERTO ARAGÃO DE CARVALHO POR MEIO DE SUAS RESUMIDAS 1066
Raphael Alcaires de Carvalho

UM ESTUDO BIOGRÁFICO SOBRE CHRISTIAAN HUYGENS: UMA HOMENAGEM AO ANIVERSÁRIO DE 390 ANOS 1081
Robson Emanuel Lima Monteiro
Jamylle Maravalhas de Oliveira
Elvin Matheus Sousa da Silva

UM ESTUDO PRELIMINAR SOBRE O CONCEITO DE ÂNGULO RETO EM TRATADOS DE GEOMETRIA PRÁTICA DO SÉCULO XVI 1092
Ana Carolina Costa Pereira
Fumikazu Saito

UM ESTUDO SOBRE AL-KĀSHĪ: PRIMEIRAS APROXIMAÇÕES 1108
Kaline França Andrade
Bernadete Morey

UM HISTÓRICO SEMIÓTICO DAS FUNÇÔESTRIGONOMÉTRICAS 1117
Israel Costa Lima
Dilson Martins do Nascimento
Edna Machado da Silva

UM QUADRADO DE OUTROS IGUAIS: ABU'L WAFA E AS CONTRIBUIÇÕES MATEMÁTICAS À ARTE ISLÂMICA 1132
Emanuel Vieira Martins
Midori H. Camelo

UM RECORTE NO PERCURSO HISTÓRICO DOS POLIEDROS 1143
João Nazareno Pantoja Corrêa
Benedito Junior Corrêa Tourão
Miguel Chaquiam

AS GEOMETRIAS EUCLIDIANA E NÃO EUCLIDIANAS: RECORTES HISTÓRICOS 1156
Adan Rodrigo Vale Pacheco
Fábio Barros Gonçalves
Miguel Chaquiam

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM HISTÓRIAS EM QUADRINHOS: POSSIBILIDADES E DESAFIOS NA COMPOSIÇÃO DE PARADIDÁTICOS 1171
Elvin Matheus Sousa da Silva
Robson Emanuel Lima Monteiro
Miguel Chaquiam

OS ELEMENTOS DE EUCLIDES: MUITO SE FALA, POUCO SE SABE 1186
Ellen Cristina Carvalho Rodrigues
Renan Marcelo da Costa Dias
Marcos Fabrício Ferreira Pereira

(IN)DEPENDÊNCIA LINEAR NOS LIVROS DE ÁLGEBRA LINEAR DO CIENTISTA PARAENSE GUILHERME DE LA PENHA: UM ESTUDO SOBRE A ABORDAGEM METODOLÓGICA 1202
Renan Marcelo da Costa Dias
Miguel Chaquiam

UMA INVESTIGAÇÃO DOS DIAGRAMAS DE CARROLL 1220
John A. Fossa

4.2. HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 1236

A GEOMETRIA ANALÍTICA EM DOCUMENTOS CURRICULARES PARA O ENSINO FUNDAMENTAL E ENSINO MÉDIO 1236
Gabriela Regina Vasques Oruê
Lucieli M. Trivizoli

A MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DOCENTE EM ESTUDOS ADICIONAIS NO CENTRO DE TREINAMENTO E RECURSOS HUMANOS DO PARÁ 1251
Edina Fialho Machado
Iran Abreu Mendes

A MATEMÁTICA NO PERIÓDICO KINDERBLATT: EDITADO PELA IGREJA EVANGÉLICA LUTERANA DO BRASIL NO SÉCULO XX 1267
Malcus Cassiano Kuhn

A PARTICIPAÇÃO DE REMY FREIRE NA SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA 1282
Antonio Peixoto de Araujo Neto
Lucieli M. Trivizoli

A PRODUÇÃO ACADÊMICA SOBRE A HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO PARAIBANA: O QUE DIZEM AS TESES E DISSERTAÇÕES? 1297
Antonio Araújo do Nascimento
Cristiane Borges Angelo

AS ARITMÉTICAS EDITADAS PELA IGREJA EVANGÉLICA LUTERANA DO BRASIL PARA SUAS ESCOLAS PAROQUIAIS GAÚCHAS NO SÉCULO XX 1310
Malcus Cassiano Kuhn

CLASSIFICAÇÃO DAS COMUNICAÇÕES DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS ANAIS DO ENEM (1987 – 2016) 1325
Jeová Pereira Martins
Rubens Matheus dos Santos Marques
Benjamim Cardoso da Silva Neto

CLASSIFICAÇÃO DAS PRODUÇÕES DOS ANAIS DOS SEMINÁRIOS NACIONAIS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA (1995 - 2017) 1341
Benjamim Cardoso da Silva Neto
Jeová Pereira Martins
Luiza Pereira da Silva

CLASSIFICAÇÃO DOS LIVROS DE MINICURSOS DOS SNHM ENTRE 2001-2017 1356
Lucas Silva Pires
Rubens Matheus dos Santos Marques
Luís Andrés Castillo

DESIGUALDADES E SUA APRESENTAÇÃO NO LIVRO DO MATEMÁTICO SOVIÉTICO PAVEL PETROVICH KOROVKIN 1370
Rubens Vilhena Fonseca
Rosineide de Sousa Jucá
Gilson Juarez Silva dos Santos Junior

HISTÓRIA COMO MEDIADORA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ENSINO E A APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES 1384
Jessica Alves Ribeiro
João Pedro Marques Oliveira
Luciano Feliciano de Lima

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E CULTURA: CAMINHOS PARA COMPREENSÃO DOS SABERES MATEMÁTICOS DO CAMPO 1396
Denilson Ferreira Soares
Ana Paula Cruz
Kissia Carvalho

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA: ANÁLISES E PROPOSTAS DIDÁTICAS 1406
Lília Santos Gonçalves
Iarla Antunes de Matos Arrais
Francisco Ronald Feitosa Moraes

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PRESENTE NOS LIVROS DIDÁTICOS DE UMA A EMEF DO MUNICÍPIO DE CAMETÁ/PA 1422
Romulo Everton de Carvalho Moia
Suyane Mendes Lopes
Daniele Esteves Pereira Smith

HISTÓRIA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NOS LIVROS DE MINICURSOS DO SNHM (2001 A 2017) PARA OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL 1437
Luiza Pereira da Silva
Benjamim Cardoso da Silva Neto
Luis Andrés Castillo B

LITERATURA COMO FONTE HISTÓRICA: AS ESCOLAS DE PLANOLÂNDIA E O ENSINO DE GEOMETRIA NA INGLATERRA VITORIANA 1450
Roger Minks
Rafael Montoito
Maria da Graça Teixeira Peraça

MAPEAMENTO SOBRE OS PERIÓDICOS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO BOLEMA (1985-2018) 1465
Luis Andrés Castillo B.
Luiza Pereira da Silva
Lucas Silva Pires

MEDIDAS DE CAPACIDADE NA HISTÓRIA, MEDIDAS DE CAPACIDADE NOS LIVROS DE ARITMÉTICA ESCOLAR NO BRASIL 1476
Elenice de Souza Lodron Zuin

MEMÓRIAS DA TRAJETÓRIA DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA DA UEM 1493
Raissa Araujo de Oliveira
Thalia Pequini Zampirolli
Sandra Regina D' Antonio
Lucieli M. Trivizoli

O PAPEL DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM CURSOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA 1505
Gesivaldo dos Santos Silva

OS SABERES ELEMENTARES PRESENTES NO CURSO PRIMÁRIO DE ARITMÉTICA ELEMENTAR DO AUTOR J.M. DATADO DE 1907 1517
Ana Paula Nascimento Pegado Couto

PISTAS SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DE CADERNOS DE PROVAS ESCOLARES 1535
Waléria de Jesus Barbosa Soares
Carlos André Bogéa Pereira

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ANAIS DOS ENEMS: PREÂMBULO DE UMA INVESTIGAÇÃO 1548
Tiêgo dos Santos Freitas
Tereza F. L. Cardoso

SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES NO LIVRO DE MATEMÁTICA MODERNA DE AGRÍCOLA BETHLEM (1969) 1563
Célio Moacir dos Santos

TIPOLOGIA E FUNCIONALIDADE DAS ILUSTRAÇÕES DE MANUAIS ESCOLARES DO CURSO PRIMÁRIO PRODUZIDOS NO PARÁ DURANTE A PRIMEIRA REPÚBLICA BRASILEIRA 1577
Marcos Fabrício Ferreira Pereira

TÓPICOS DE MATEMÁTICA ABORDADOS NOS LIVROS DE MINICURSOS DOS SEMINÁRIOS NACIONAIS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA 1591
Rubens Matheus dos Santos Marques
Lucas Silva Pires
Jeová Pereira Martins

UMA CONVERSA DE BASTIDORES: HISTÓRIA ORAL, NARRATIVAS, HISTÓRIA DE VIDA E BIOGRAFIA EM UMA PESQUISA EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 1607
Jean Sebastian Toillier

UMA HISTÓRIA DO PRIMEIRO CURRÍCULO DO CURSO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ: anos 1971 a 1972 1619
Suélen Rita Andrade Machado
Lucieli M. Trivizoli

UMA VISÃO DOCENTE: A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM 1635
Romulo Everton de Carvalho Moia
Idalina Caldas Moia

UM BREVE RETROSPECTO HISTÓRICO DOS NÚMEROS E O PROCESSO DE CONTAGEM 1645
Ana Mara Coelho da Silva
Marcelo Marques de Araújo

UM OLHAR PARA A HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA BRASILEIRA: CONSTITUIÇÃO DE UMA SOCIEDADE 1658
Tiêgo dos Santos Freitas
Tereza F. L. Cardoso

HISTÓRIA, EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA: AS INTERFACES DO GHEMAZ 1647
Lucas Antonio Mendes de Lima
Ana Paula Nascimento Pegado Couto
Miguel Chaquiam

5. COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS - PÔSTER 1687

ABORDAGEM HISTÓRICA DA ANÁLISE MATEMÁTICA: UM ESTUDO DE CASO REALIZADO COM ALUNOS DO CURSO DE LICENCIATURA DE MATEMÁTICA DO IFPB CAMPUS CAJAZEIRAS 1687
Maria Beatriz Marim de Moura
Kissia Carvalho
Francisco Aureliano Vidal

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: O ENSINO DE GEOMETRIA POR MEIO DAS EMBALAGENS 1699
Thayse Maria Gomes de Sousa
Emerson Batista Gomes

A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DA ÁLGEBRA MEDIADA PELO OBJETO VIRTUAL DE APRENDIZAGEM (OVA) 1710
Janaina Silveira Nascimento
Larissa Rodrigues Mendonça
Rodrigo Bastos Daude

ALAN TURING, A CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E SUAS CONTRIBUIÇÕES 1722
Ricardo de Oliveira Muniz Junior
Cristiane Coppe de Oliveira

A MATEMÁTICA NA MÚSICA 1732
Laressa Alves Pereira Prima
Amabile Jeovana Neiris Mesquita
Maria Eduarda Camelo de Moura

A PRÁTICA PEDAGÓGICA DA MATEMÁTICA: O PROJETO DE EXTENSÃO MATEMÁTICA NA ESCOLA 1744
Carlos Augusto Cardoso de Jesus
Núbia Alves Azevedo
João Pedro Marques Oliveira

BAO AFRICANO: UMA POSSIBILIDADE DE TRABALHO PARA INCORPORAÇÃO DE JOGOS E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO 1749
Francisco Wagner Soares Oliveira
Grasiany Sousa de Almeida

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: DOS RUDIMENTOS DO MÉTODO DE EXAUSTÃO GREGO ATÉ O RIGOR DA ANÁLISE MODERNA 1760
Emerson Gordiano de Almeida

CONTRIBUIÇÕES DE UMA PERSPECTIVA DIALÓGICA E IVESTIGATIVA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA 1766
Daniel Antonio Silva de Araujo
Sara Vieira Lagares
Matheus Souza Amorim

ESCOLA PITAGÓRICA NO CONTEXTO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA 1775
João Pedro Marques Oliveira
Rodrigo Bastos Daude
Gabrielle Correia Silva dos Santos
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA SEGUINDO UMA PERSPECTIVA DE ENSINO DOS NÚMEROS NATURAIS: UMA ESTRATÉGIA METODOLÓGICA NA PERCEPÇÃO DA ANSIEDADE MATEMÁTICA 1787
Geyce Magalhaes Moraes
Delliene da Silva Correa
Lucas Morais do Nascimento
HISTÓRIA DOS NÓS: SUBSÍDIOS EPISTEMOLÓGICOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA 1801
Natailson de Araújo Sampaio
Cassiano de Sousa Mota
Emerson Batista Gomes
MARGARITA PHILOSOPHICA: COMPREENSÕES A PARTIR DE DUAS GRAVURAS 1813
Igor Cardoso Tonhato
Matheus Vieira do N. Cardoso
Lucieli M. Trivizoli
PITÁGORAS E SEU LEGADO: UMA ATIVIDADE DIDÁTICA. 1835
Elaine de Sousa Teodosio
PROBLEMAS ALGÉBRICOS E ARITMÉTICOS ANTES DO SÉCULO XVII 1844
Lucas Queiroz Cordeiro de Moura
Viviane Santos Oliveira
TRIÂNGULOS ARITMÉTICOS: JIA XIAN E PASCAL 1850
Flavia do Nascimento Borges
Vinícius Murilo Fratucci
Lucieli M. Trivizoli
UMA HISTÓRIA OCULTA DOS LIVROS DIDÁTICOS: A PARTICIPAÇÃO DO NEGRO NA CONSTRUÇÃO MATEMÁTICA 1857
Clebson Carvalho de Oliveira
Emerson Batista Gomes
UM ESTUDO HISTÓRICO SOBRE MÉTODOS DE MULTIPLICAÇÃO: MÉTODOS EGÍPCIO E RUSSO 1870
Aline Vilas Boas Ribeiro de Paula
Lucieli M. Trivizoli
CONSTANTINO MENEZES DE BARROS: UM MATEMÁTICO PARAENSE NO OBSCURANTISMO 1878
Arilson da Conceição Rocha
Thallis Ginaldo Fiel Torres

6. LIVROS LANÇADOS NO XIII SNHM
Série História da Matemática e da Educação Matemática para o Ensino 1890

7**. LISTA DE AUTORES – XIII SNHM** 1899

8. XIII SNHM – ORGANIZAÇÃO, REALIZAÇÃO E PARCERIAS 1902

PROGRAMAÇÃO GERAL DO XIII SNHM

HORÁRIO	14/04/19 DOMINGO	15/04/19 SEGUNDA	16/04/19 TERÇA	17/04/19 QUARTA
08:00 - 09:00	Livre	Livre	Livre	Livre
09:00 - 10:00	Livre	Livre	Livre	**Conferência 5**
10:00 - 11:00	Livre	Livre	Livre	**Diretoria 19/23**
11:00 - 12:00	Livre	Livre	Livre	***Encerramento***
12:00 - 13:00	Livre	Livre	Livre	
13:00 - 14:00	Livre	**STO** **Comunicação Oral**	**STO** **Comunicação Oral**	
14:00 - 14:30	Credenciamento			
14:30 - 16:00	Credenciamento	**Mesa (MDT) 1** **Mesa (MDT) 2**	**Mesa (MDT) 3** **Mesa (MDT) 4**	
16:00 - 17:00	***Abertura***	**STP - Pôster** **Lanche**	**STP - Pôster** **Lanche**	
17:00 - 18:00	**PAINEL** ***20 Anos SBHMat***	**Conferência 1** **Conferência 2**	**Conferência 3** **Conferência 4**	
18:00 - 19:00	Lançamento - Livros Atividade Cultural	**Minicursos** **(MC: 01 - 10)**	**Minicursos** **(MC: 01 - 10)**	
19:00 - 20:00				

OBS: Em paralelo haverá exposições permanentes sobre acervos materiais didáticos e produtos de pesquisas relacionados à Matemática, História da Matemática e História da Educação Matemática.

- Seção Técnica – Comunicação Oral (**STO**)
- Seção Técnica – Comunicação Pôster (**STP**)
- Mesas de Discussões Temáticas (**MDT**)

***ABERTURA do XIII SNHM* (Auditório Central)**

***PAINEL – 20 Anos da SBHMat* (Auditório Central)**

- Ubiratan D'Ambrosio – Presidente de Honra da SBHMat
- Sergio R. Nobre – Coordenador do Painel
- Iran Abreu Mendes – Presidente da SBHMat
- Angélica R. Calabria – Apresentação *20 Anos da SBHMat*

***LANÇAMENTO DE LIVROS* (Hall do Auditório Central)**

APRESENTAÇÃO CULTURAL

***EXPOSIÇÃO* (Hall do Auditório Paulo Petrola / Reitoria)**

- ***PESQUISAS EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO BRASIL:***
  Flashes e imagens das produções em três décadas
  - Iran Abreu Mendes (Presidente da SBHMat / UFPA)

- ***LIVROS* (Hall do Auditório Central)**
  - Editora Livraria da Física

Conferência 01: 15/04/19 (Segunda feira – Auditório Paulo Petrola / Reitoria)

- ***A INSERÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICANA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES: BREVES CONSIDERAÇÕES.***
  Mariana Feiteiro Cavalari (UNIFEI-MG)

Conferência 02: 15/04/19 (Segunda feira – Auditório Central)

- ***O TRABALHO DE FRANCISCO GOMES TEIXEIRA (1851-1933) EM EQUAÇÕES COM DERIVADAS PARCIAIS.***
  - Luis M. R. Saraiva (CIUHCT, Universidade de Lisboa)

Conferência 03: 16/04/19 (Terça feira – Auditório Paulo Petrola / Reitoria)

- ***A EPOPEIA DO NÚMERO: OS NEANDERTAIS SABIAM CONTAR?***
  - Manoel de Campos Almeida (PUC-PR)

Conferência 04: 16/04/19 (Terça feira – Auditório Central)

- ***ENTRE A MODERNIDADE E O CONSERVADORISMO: A MATEMÁTICA MODERNA NOS DIÁRIOS DE LISBOA***
  - José Manuel Matos (UFJF, UNL)

Conferência 05: 17/04/19 (Quarta feira – Auditório Central)

- ***OS VERSOS MNEMÔNICOS DE WILLIAM OF SHERWOOD PARA O SILOGISMO.***
  - John Andrew Fossa (UFPB)

Mesa 01: 15/04/19 (Segunda feira – Auditório Paulo Petrola / Reitoria)

- ***HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E A DIVERSIDADE NA PESQUISA***
  - Marcos Vieira Teixeira (UNESP) – Coordenador
  - Fábio Maia Bertato (UNICAMP)
  - Gustavo Barbosa (UNESP)

Mesa 02: 15/04/19 (Segunda feira – Auditório Central)

- ***HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: A PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA BRASILEIRA***
  - Bernadete Morey (UFRN) – Coordenadora
  - Tatiana Roque (UFRJ)
  - Lucieli M. Trivizoli (UEM-PR)

Mesa 03: 16/04/19 (Terça feira – Auditório Paulo Petrola / Reitoria)

- ***HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: APROXIMAÇÕES E DISTANCIAMENTOS***
  - Circe Mary S. Dynnikov (UFPEL) – Coordenadora
  - Antonio Vicente Marafioti Garnica (UNESP)
  - Fumikazu Saito (PUC-SP)

Mesa 04: 16/04/19 (Terça feira – Auditório Central)

- ***HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES***
  - Iran Abreu Mendes (UFPA) – Coordenador
  - Maria Cristina Araújo Oliveira (UFJF)
  - Elizabete Zardo Burigo (UFRGS)

ISSN 2236-4102

SOCIEDADE BRASILEIRA DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA (SBHMat): um breve relato de sua criação

Angelica Raiz Calabria [1]
Sergio Roberto Nobre[2]

RESUMO

A finalidade de se constituir uma sociedade científica em História da Matemática no Brasil teve como princípio o de fortalecer e institucionalizar esta área como campo de investigação e, também, contribuir com a divulgação das pesquisas que estavam se constituindo. No entanto, a primeira sociedade brasileira científica foi a Sociedade Brasileira de Ciências (SBC - atual Academia Brasileira de Ciências – ABC – 1916). Posteriormente, surgiram outras sociedades que tinham como propósito promover e divulgar estudos nas áreas das ciências e, dentre elas, está a Matemática e seus campos afins. Com relação aos campos afins, destacaremos a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), a qual o relato de sua criação se inicia, efetivamente, no início da década de 1990, quando as pesquisas em História da Matemática no Brasil começam a surgir com o retorno do exterior de pesquisadores que realizavam seus doutorados nesta área e, também, por meio de encontros que reuniam especialistas em História da Matemática. O primeiro destes encontros foi em 1993, em Curitiba, na Universidade Federal do Paraná, e, a partir dele, surgiu a ideia de se criar os Seminários Nacionais de História da Matemática (SNHM). Após o primeiro SNHM, realizado em 1995, na Universidade Federal de Pernambuco, decidiu-se que deveriam ser realizados outros a cada dois anos. Pôde ser constatado um crescimento significativo de participantes e apresentações de trabalhos durante estes seminários. Neste sentido, o grupo de pesquisadores em História da Matemática, resolveu criar uma sociedade específica, com o objetivo de possibilitar o desenvolvimento de pesquisas que colaborassem com a disseminação da área História da Matemática no Brasil. Nesta perspectiva, em 30 de março de 1999, fundou-se a SBHMat, no III SNHM, realizado na cidade de Vitória/ES. Desde sua criação, a SBHMat, foi composta por cinco diretorias e passou a organizar os SNHM, o qual está, neste ano de 2019, em sua décima terceira edição. E dentre suas principais publicações destacamos a *Revista Brasileira de História da* Matemática, criada em 2001. Neste contexto, consideramos este breve relato como uma homenagem aos 20 anos que a SBHMat completou no dia 30 de março de 2019.

[1] Centro Universitário da Fundação Hermínio Ometto (UNIARARAS). angel_raiz@yahoo.com.br
[2] Universidade Estadual Paulista (UNESP). sernobre@rc.unesp.br.

Palavras-chave: Sociedades Científicas. Sociedades Brasileiras. História da Matemática no Brasil. Fundação.

INTRODUÇÃO

Este tema a ser apresentado no XIII Seminário Nacional de História da Matemática (XIII SNHM) está embasado no projeto de pesquisa de pós-doutorado da autora e supervisionado pelo professor doutor Sergio Roberto Nobre. Este projeto, intitulado “Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat): criação e contribuições para o desenvolvimento da área de História da Matemática no Brasil”, tem como proposta, para este seminário, descrever um breve relato da história da criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), buscando destacar a sua importância como sociedade científica para a institucionalização da área de História da Matemática no Brasil como campo de investigação e quais foram as pessoas envolvidas nesse processo.

Para tanto, faz-se necessário abordar a temática sociedades científicas, com a finalidade de expor qual a importância destas sociedades para a formação de uma cultura científica, especificamente, no Brasil. Desta forma, relataremos sobre a trajetória das sociedades científicas brasileiras e, posteriormente, as sociedades brasileiras referentes à Matemática e suas áreas afins, dentre as quais destacamos a SBHMat.

Apresentaremos, também, as contribuições da SBHMat para o desenvolvimento da área de pesquisa em História da Matemática no Brasil, das quais enfatizamos suas publicações e atividades científicas. Além disso, uma sociedade é formada por pessoas, então, da mesma maneira, destacaremos as personagens que fizeram parte do processo de instituição da SBHMat, por meio da composição de suas diretorias do período de sua existência, ou seja, de 1999 a 2019.

Nesta perspectiva, pretendemos, com esta apresentação, saudar os 20 anos da Sociedade Brasileira de História da Matemática, comemorados no dia 30 de março de 2019.

AS PRIMEIRAS SOCIEDADES CIENTÍFICAS BRASILEIRAS

Ao relatar sobre sociedades científicas, consideramos ser relevante compreender os motivos e propósitos de sua criação, principalmente relacionando esta criação como causa do progresso da ciência e, da mesma forma, por quem são compostas tais sociedades. De acordo com Trivizoli (2009, p. 156), consideramos que

> Uma sociedade científica tem a intenção de reunir um conjunto de indivíduos que se caracterizam por uma atitude comum ou institucionalizada. Considera-se a definição de sociedade como um grupo de pessoas que se submetem a um regulamento com o fim de exercer uma atividade coletiva ou defender interesses comuns; agremiação, grêmio, associação.

Assim, relacionado aos argumentos dessa autora, concluímos ser importante a criação de sociedades científicas, pelo fato de permitirem que exista o compartilhamento de informações entre seus membros e, também, por possibilitar a divulgação do que está sendo produzido por estas sociedades.

No Brasil, as primeiras sociedades científicas surgem no início do século XX, no Rio de Janeiro/RJ, com o encontro entre alguns estudiosos, no qual procuravam discutir qual o significado de se elaborar ciência e a importância dos trabalhos científicos à sociedade brasileira (SILVA, 1992). A partir desses encontros, surge a Sociedade Brasileira de Ciências (SBC), em 1916, a qual em 16 de dezembro de 1921, passa a denominar-se Academia Brasileira de Ciências (ABC) e que tem por objetivo “estimular a continuidade do trabalho científico de seus membros, o desenvolvimento da pesquisa brasileira e a difusão do conceito de ciência como fator fundamental do desenvolvimento tecnológico do país” (ABC, s/d).

Desta maneira, com a criação da ABC, o movimento científico brasileiro começa a surgir e a incentivar a constituição de outras sociedades, como são os casos da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência (SBPC), fundada em 1948 pelos membros da ABC e da Sociedade Brasileira de História da Ciência (SBHC), criada em 1983.

Estabelecemos como relevante a SBPC e a SBHC por serem sociedades que possuem uma significativa participação da comunidade brasileira de matemática. Com

relação a SBPC, em uma de suas primeiras reuniões anuais, foi constatado o comparecimento de matemáticos. Evidenciamos este fato, na 8ª reunião da SBPC, na qual o professor Chaim Samuel Hönig (1926-2018)[3], em uma de suas conferências, constatou o interesse dos participantes em tópicos sobre a "Matemática Contemporânea". Então, considerou necessário um evento específico da área da Matemática, o que resultou na elaboração dos Colóquios Brasileiros de Matemática. Assim como a SBPC, a SBHC realiza, bienalmente, os Seminários Nacionais de História da Ciência (SNHC), nos quais, também, é identificada a participação de membros da comunidade brasileira de matemática, no nosso caso, em História da Matemática e áreas afins, com apresentações e divulgações de trabalhos científicos.

E, com a expansão de pesquisas em diversos campos de investigação, começaram a surgir sociedades de áreas específicas, dentre as quais destacaremos, a seguir, as sociedades relacionadas a área de Matemática.

Sociedades Matemáticas Brasileiras

Nas décadas de 1930 e 1940, com a instituição das primeiras universidades, especificamente em São Paulo, capital, começam a surgir grupos de pesquisadores que se dedicavam a área da Matemática. Com isso, as pesquisas nesta área das ciências passam a se intensificar e estes pesquisadores veem a necessidade de se criar uma sociedade para fortalecer o campo de investigação da Matemática no Brasil. Desta forma, em 1945, foi criada a Sociedade Matemática de São Paulo (SMSP). Após a criação da SMSP, foram se constituindo outras sociedades, também, relacionadas a área de Matemática, a saber: a Sociedade de Matemática e Física do Rio Grande do Sul, criada em 1947, e a Sociedade Paranaense de Matemática (SPM), criada em 1953. A primeira teve curta duração e foi extinta. Já a segunda, encontra-se ativa.

[3] Matemático brasileiro e idealizador do Primeiro Colóquio Brasileiro de Matemática. Foi um dos fundadores da Sociedade Brasileira de Matemática e seu primeiro presidente. Contribuiu com estudos relacionadas à área de Análise Funcional.

No entanto, em 1968, houve a dissolução da SMSP e criou-se uma sociedade matemática de âmbito nacional, a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), no ano de 1969. Após a criação da SBM e, de acordo com D'Ambrosio (2011), a partir da década de 1970, tem início a fundação de sociedades brasileiras de campos afins da Matemática, dentre elas a Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC) – 1978; a Sociedade Brasileira de Lógica (SBL) – 1979; a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) – 1988 e a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) – 1999.

Neste sentido, das sociedades brasileiras de campos afins da Matemática apresentadas, destacaremos a SBHMat, objeto de nosso estudo, e realizaremos um breve histórico da sua criação e suas principais contribuições que proporcionaram a institucionalização da área de História da Matemática como campo de investigação no Brasil.

Sociedade Brasileira de História da Matemática: um breve relato de sua criação

A finalidade de se constituir uma sociedade de História da Matemática foi no sentido de criar uma instituição que houvesse a oportunidade de desenvolver suas atividades, compartilhar seus resultados e defender seus interesses comuns, além de divulgar esta área do conhecimento no âmbito nacional/internacional e reconhece-la como fundamental ao movimento científico e cultural brasileiro, tornando-a como campo de investigação.

De acordo com Nobre (2007), um dos grandes responsáveis pelo início de uma comunidade científica relacionada à área de História da Matemática no Brasil, foi o professor Ubiratan D'Ambrosio, que sempre marcou presença na comunidade internacional de historiadores da ciência e da matemática, desde a década de 1970. Em 1981, numa reunião científica no Instituto de Matemática de Oberwolfach, na Alemanha, apresentou aos presentes que era indispensável renovar a escrita da história da ciência. Para tanto, o professor Ubiratan sugeriu a constituição de uma

comunidade científica de historiadores da ciência, em especial, da área de Matemática (NOBRE, 2007).

Já no Brasil, o desenvolvimento das pesquisas relativas a História da Matemática, iniciou-se na década de 1990, com o trabalho de doutorado[4] de Clóvis Pereira da Silva, defendido na USP em 1989 e com o retorno de alguns pesquisadores[5] que estavam realizando doutorado no exterior com trabalhos referentes a área de História da Matemática, o que resultou no reconhecimento desta área como campo de investigação (NOBRE, 2007). Deste modo, em 1992, tem origem o Grupo de História da Matemática (GPHM) de Curitiba, o qual, em 1993, organizou um Seminário de História da Matemática com ênfase em História da Matemática no Brasil, proposto pelo professor Clóvis Pereira da Silva. Este seminário foi dividido em três reuniões, a primeira em março, na Universidade Federal do Paraná (UFPR), a segunda em maio na Universidade Regional de Blumenau (FURB) e a terceira em setembro, novamente, na UFPR. A partir destes encontros, o GPHM estabeleceu que este seminário deveria se transformar em um seminário de âmbito nacional, com a intenção de instituir uma comunidade científica específica em História da Matemática no Brasil (SILVA, 2019).

Nesta perspectiva, surgiram os Seminários Nacionais de História da Matemática (SNHM), com sua primeira edição no ano de 1995, realizado na Universidade Federal Rural de Pernambuco, em Recife, coordenado por Fernando Raul de Assis Neto. Os SNHM, inicialmente, eram organizados por um Comitê Brasileiro de História da Matemática, vinculado a SBHC. Para a primeira edição, este comitê foi composto pelo coordenador do I SNHM e por Clóvis Pereira da Silva, Sergio Roberto Nobre e Seiji Hariki. O grupo de pesquisadores, presentes nesta primeira edição, notou que a História da Matemática, como área de pesquisa, deveria ser ampliada. Para tanto, foi sugerido a realização de outros eventos, com a finalidade de fortalecer os outros grupos de pesquisas que estavam, da mesma forma, desenvolvendo trabalhos na área de História da Matemática no Brasil (NOBRE, 2007).

[4] Doutorado em História da Ciência, orientado por Shozo Motoyama, em 1989, pela Universidade de São Paulo (USP). Título da tese: Uma História do Desenvolvimento da Matemática Superior no Brasil, de 1810 a 1920.

[5] Destacamos dentre estes pesquisadores: Circe Mary Silva da Silva Dynnikov (doutorado - Universität Bielefeld, Alemanha – 1991); Fernando Raul de Assis Neto (doutorado - Universität Bielefeld, Alemanha – 1992) e Sergio Roberto Nobre (doutorado - Universität Leipzig, Alemanha – 1994).

Então, na Assembleia Geral desta primeira edição, ficou decidido organizar a cada dois anos, em diferentes lugares do Brasil, um Seminário Nacional de História da Matemática. Seria na Semana Santa, começando no Domingo de Ramos e terminando ao meio-dia da quarta-feira (D'AMBROSIO, 2019). Portanto, dando continuidade aos SNHM, a segunda edição foi realizada em 1997, em Águas de São Pedro/SP, coordenado por Sergio Roberto Nobre, e a terceira foi em 1999, na cidade de Vitória/ES, coordenado por Circe Mary Silva da Silva Dynnikov. Estes dois eventos ainda estavam sob a organização do Comitê Brasileiro de História da Matemática.

No II SNHM, houve um aumento significativo de participantes, o que ocasionou discussões relacionadas a possibilidade de ser criada uma sociedade científica específica de História da Matemática. Deste modo, na terceira edição do SNHM, foi fundada a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) e de acordo com a Ata de Fundação (1999, s/p)

> Às vinte horas do dia 30 de março de 1999, na sala de convenções do Hotel Vitória Palace, situado à Rua José Teixeira, n. 323, na cidade de Vitória, estado do Espírito Santo, foi fundada a Sociedade Brasileira de História da Matemática.

E estiveram presentes na reunião de fundação trinta e sete pessoas, consideradas como sócios-fundadores, dentre as quais destacamos os membros que constituíram a primeira diretoria, a saber: Presidente: Ubiratan D'Ambrosio; Vice-Presidente: Circe Mary Silva da Silva Dynnikov; Secretário Geral: Sergio Roberto Nobre; Tesoureiro: Marcos Teixeira Vieira; Primeiro Secretário: John A. Fossa; Membros Conselheiros: Antonio Miguel, Hygino Hugueros Domingues; Conselho Fiscal: Irineu Bicudo, Ligia Arantes Sad, Romélia Mara Alves Souto.

Com a constituição da SBHMat, a organização do SNHM ficou sob sua responsabilidade e os objetivos desses seminários foram ainda mais reforçados no sentido de manter o crescimento dos estudos e das pesquisas científicas relacionadas à História da Matemática e, além disso, é considerado um evento que pretende transmitir tais estudos e pesquisas aos professores de todos os níveis educacionais, alunos de graduação e pós-graduação e, também, para aqueles que se interessam pela área.

No dia da fundação já foi estabelecido seu estatuto inicial e nele estava presente os seguintes propósitos:

I - promover levantamentos, pesquisas e estudos com vistas a divulgar dados, reflexões e informações referentes à História da Matemática;

II - elaborar e executar programas de capacitação de recursos humanos;

III - prestar serviços de consultoria acadêmica e afins;

IV - elaborar e divulgar pesquisas no campo da História da Matemática;

V - promover seminários, simpósios, congressos e eventos congêneres sobre História da Matemática;

VI - editar, divulgar e permutar publicações;

VII - estabelecer convênios e intercâmbio com outras entidades congêneres e/ou semelhantes

Dentre os propósitos citados, destacaremos as principais atribuições da SBHMat, as quais estão presentes nos itens IV e VI, ou seja, elaborar e divulgar pesquisas no campo da História da Matemática e editar, divulgar e permutar publicações.

SBHMat: elaborar e divulgar pesquisas no campo da História da Matemática

Uma das principais maneiras de elaborar e divulgar pesquisas no meio científico é por meio de congressos e eventos. Como dito anteriormente, uma das responsabilidades atribuídas a SBHMat são a elaboração e divulgação de pesquisas no campo da História da Matemática, as quais são apresentadas nos eventos organizados por esta sociedade. Dentre estes eventos, destacamos os SNHM e os Encontros Luso-Brasileiros.

Outro evento de igual importância ao SNHM e, também, organizado pela SBHMat em parceria com a Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM), são os Encontros Luso-Brasileiros. O primeiro encontro foi realizado em Portugal, com o objetivo de unir os pesquisadores brasileiros e portugueses, para realizarem projetos de investigação histórica em conjunto.

Desta forma, apresentamos, nos QUADRO 1 e 2, os seminários e encontros organizados pela SBHMat:

QUADRO 1: Seminários Nacionais de História da Matemática (1995-2017)[6]

EDIÇÃO	ANO	LOCAL	Número de Participantes	ORGANIZAÇÃO
I	1995	RECIFE/PE – UFRPE	≈ 120	Comitê Brasileiro de História da Matemática
II	1997	ÁGUAS DE SÃO PEDRO/SP	≈ 150	Comitê Brasileiro de História da Matemática
III	1999	VITÓRIA/ES – UFES	356	Comitê Brasileiro de História da Matemática
IV	2001	NATAL/RN – UFRN	217	SBHMat
V	2003	RIO CLARO/SP – UNESP	316	SBHMat
VI	2005	BRASÍLIA/DF – UnB	328	SBHMat
VII	2007	GUARAPUAVA/PR – UNICENTRO	284	SBHMat
VIII	2009	BELÉM/PA – UNAMA	609	SBHMat
IX	2011	ARACAJÚ/SE – UFS	≈ 400	SBHMat
X	2013	CAMPINAS/SP – UNICAMP	≈ 200	SBHMat
XI	2015	NATAL/RN – UFRN	≈ 400	SBHMat
XII	2017	ITAJUBÁ/MG – UNIFEI	139	SBHMat

Fonte: dados da autora.

QUADRO 2: Encontros Luso-Brasileiros (1993-2018)

EDIÇÃO	ANO	LOCAL	ORGANIZAÇÃO
I	1993	Universidade de Coimbra Portugal	SPM
II	1997	ÁGUAS DE SÃO PEDRO/SP	SPM/Comitê Brasileiro de História da Matemática
III	2000	Universidade de Coimbra Portugal	SPM/SBHMat
IV	2004	NATAL/RN – UFRN	SPM/SBHMat

[6] Ressaltamos que o II SNHM foi realizado junto com o II Encontro Luso-Brasileiro; os seminários passaram a ser organizados pela SBHMat a partir do IV SNHM e no VIII SNHM foram comemorados 10 anos de SBHMat.

V	2007	CASTELO BRANCO/Portugal	SPM/SBHMat
VI	2011	SÃO JOÃO DEL REI/ MG - UFSJ	SPM/SBHMat
VII	2014	ÓBIDOS/Portugal	SPM/SBHMat
VIII	2018	FOZ DO IGUAÇÚ/PR - UNIOESTE	SPM/SBHMat

Fonte: dados da autora.

SBHMat: editar, divulgar e permutar publicações

Além da organização de congressos e eventos, a SBHMat possui outra forma de editar e divulgar pesquisas relativas à área de História da Matemática que são suas publicações. Dentre elas, destacamos:

- ANAIS – Seminários Nacionais da História da Matemática e Luso-Brasileiro: esta publicação refere-se aos trabalhos de pesquisas apresentados nos eventos que a SBHMat organiza;
- Coleção História da Matemática para Professores*:* inicialmente, era intitulada como Série Textos de História da Matemática e originou-se no IV SNHM, em 2001. A finalidade desta coleção é o de permitir o acesso ao conteúdo de História da Matemática aos professores do ensino básico e superior. Este material é resultado dos minicursos ministrados nos SNHM.
- Revista Brasileira de História da Matemática: an international jornal for the History of Mathematics (RBHM)**:** seu primeiro número foi lançado em 2001 e é uma das principais publicações da SBHMat. Tem caráter científico e internacional, na qual deverá ser apresentado trabalhos originais sobre História da Matemática em geral e sobre suas relações com outros campos como a Educação Matemática e a Filosofia Matemática. Este periódico, contribui para a divulgação dos trabalhos de autores nacionais em outros países, bem como, os pesquisadores brasileiros têm a oportunidade de conhecer a produção de História da Matemática no exterior. Sua periodicidade é semestral (outono/primavera) e, até o momento, foram publicados 34 números.
    - Editores: Sergio Roberto Nobre e Fábio Maia Bertato.

- Revista História e Educação Matemática: foram publicados apenas dois números e lançados no ano de 2001, com a finalidade de divulgar discussões acerca de diferentes formas de relacionamentos que, na época, eram estabelecidas entre História, Filosofia e Educação Matemática.
    - Editores: Antonio Miguel e Maria Ângela Miorim
- Revista História da Matemática para Professores (RHMP): o primeiro número foi publicado em 2014. Contudo, foi apresentado um número ZERO no X SNHM, no sentido de realizar uma chamada geral aos pesquisadores para publicação. Este periódico, tem por objetivo constituir um instrumento de divulgação de trabalhos relativos à articulação entre a história da matemática, relatos de experiências educacionais envolvendo a história da matemática, proposta de atividade envolvendo história da matemática para sala de aula, curiosidades e aprofundamentos em história da matemática, resenhas, jogos que envolvam a história da matemática. Sua periodicidade é duas revistas por ano, com publicações dos anos de 2014, 2015 e 2016.
    - Editores: Lígia Arantes Sad e Bernadete Morey.
- Revista de História da Educação Matemática – HISTEMAT: o primeiro número foi lançado no final de 2015 e é um periódico representativo da história da educação matemática e uma de suas finalidades são as reflexões sobre os modos de pensar o relacionamento da Educação Matemática com a História. Sua periodicidade é quadrimestral, ou seja, a publicação de três revistas por ano. Até o momento já foram publicados 10 números.
    - Editor: Wagner Rodrigues Valente.
- Boletim Informativo 1 – 6: este boletim tinha por princípio publicar notícias relativas à Sociedade de História da Matemática, de eventos e cursos a serem realizados, dissertações de mestrado e doutorado defendidas e outras atividades relativas à área. Foram publicados 6 números: número 1, maio/1999; número 2, setembro/1999; número 3, março/2000; número 4, novembro/2000; número 5, agosto/2001; número 6, novembro/2002.
    - Editor: Marcos Vieira Teixeira

- Informativo Eletrônico[7]: iniciou em março de 2014 e o seu propósito era o de apresentar, mensalmente, informações aos sócios da SBHMat sobre os acontecimentos relativos à Sociedade e à área de investigação científica em História da Matemática.
- Página da WEB da SBHMat: www.sbhmat.org

DIRETORIAS DA SBHMat (1999-2019)

Evidenciamos, também, nesta apresentação, as diretorias que pertenceram a SBHMat no período destes 20 anos de existência. A composição destas diretorias, em especial a primeira, foi constituída por renomados pesquisadores em História da Matemática, os quais sempre se importaram em institucionalizar a área de História da Matemática no Brasil como campo de investigação.

Baseados nas informações encontradas durante a pesquisa deste pós doutorado, destacamos, no QUADRO 3, as cinco diretorias da SBHMat formadas no período de 1999 a 2019.

QUADRO 3: Diretorias SBHMat – 1999 – 2019

Composição da Diretoria 1999 – 2003	**PRIMEIRA DIRETORIA**
PRESIDENTE	Ubiratan D'Ambrosio
VICE-PRESIDENTE	Circe Mary Silva da S. Dynnikov
SECRETÁRIO GERAL	Sergio Roberto Nobre
1º Secretário	John A. Fossa
Tesoureiro	Marcos Vieira Teixeira
Conselheiros	Antonio Miguel
	Hygino Hugueras Domingues
Conselho Fiscal	Irineu Bicudo
	Lígia Arantes Sad
	Romélia Mara Alves Souto

[7] Foi encontrado, no decorrer de nossa pesquisa, apenas um informativo eletrônico.

Composição da Diretoria 2003 – 2007	
PRESIDENTE	Ubiratan D'Ambrosio
VICE-PRESIDENTE	Circe Mary Silva da S. Dynnikov
SECRETÁRIO GERAL	Sergio Roberto Nobre
1º Secretário	John A. Fossa
Tesoureiro	Marcos Vieira Teixeira
Conselheiros	Antonio Miguel
	Lígia Arantes Sad
Conselho Fiscal[8]	???
	???
	???
Composição da Diretoria 2007 – 2011	
PRESIDENTE	Sergio Roberto Nobre
VICE-PRESIDENTE	Clóvis Pereira da Silva
SECRETÁRIO GERAL	John A. Fossa
1º Secretário	Lígia Arantes Sad
Tesoureiro	Iran Abreu Mendes
Conselheiros	Antonio Carlos Brolezzi
	Edilson Roberto Pacheco
Conselho Fiscal	Fernando Raul de Assis Neto
	Marcos Vieira Teixeira
	Maria Terezinha Jesus Gaspar
Composição da Diretoria 2011 – 2015	
PRESIDENTE	Sergio Roberto Nobre
VICE-PRESIDENTE	Clóvis Pereira da Silva
SECRETÁRIO GERAL	Iran Abreu Mendes
1º Secretário	Edilson Pacheco Mariana Feiteiro Cavalari (2014)
Tesoureiro	Bernadete Morey
Conselheiros	Romélia Mara Alves Souto
	Lígia Arantes Sad
Conselho Fiscal	Fábio Maia Bertato
	Carlos Roberto de Moraes
	Plínio Zornoff Táboas

[8] Nas nossas pesquisas, não foram encontradas informações referente ao Conselho Fiscal da Diretoria 2003-2007.

Composição da Diretoria 2015 – 2019	ATUAL DIRETORIA
PRESIDENTE	Iran Abreu Mendes
VICE-PRESIDENTE	Marcos Vieira Teixeira
SECRETÁRIO GERAL	Carlos Roberto de Moraes
1º Secretário	Lígia Arantes Sad
Tesoureiro	Mariana Feiteiro Cavalari
Conselheiros	Wagner Rodrigues Valente
	Maria Célia Leme da Silva
Conselho Fiscal	Ana Carolina Costa Pereira
	Miguel Chaquiam
	Moysés Gonçalves Siqueira Filho

Fonte: dados da pesquisa da autora.

E, por fim, as eleições para a nova diretoria do Quadriênio 2019-2023, já foram realizadas. A posse desta nova diretoria será no dia 17 de abril de 2019, no encerramento do XIII Seminário Nacional de História da Matemática, realizado na cidade de Fortaleza/CE.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos, brevemente, que a SBHMat, assim como as outras sociedades citadas anteriormente, tem papel fundamental para a divulgação da pesquisa científica, seja por meio de eventos científicos ou por periódicos. Nesta perspectiva, esta apresentação teve por finalidade tornar conhecida a história da criação desta sociedade e quais suas principais contribuições para a institucionalização do campo de investigação em História da Matemática no Brasil. Com os dados obtidos, até o momento, constatamos que, apesar de ser uma sociedade criada recentemente, por meio de seus propósitos e objetivos, principalmente com relação aos de editar e divulgar a área de História da Matemática, contribuiu para que houvesse um índice de crescimento de trabalhos e pesquisadores que atribuíssem a área de História da Matemática como campo de investigação. Isso também pôde ser observado pelo número de participantes e trabalhos desenvolvidos nos Seminários Nacionais de História da Matemática.

Além disso, esta apresentação também tem a intenção de homenagear tal sociedade, visto que, na décima terceira edição do Seminário Nacional de História da Matemática, no dia 30 de março de 2019, completou 20 anos de existência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABC – Academia Brasileira de Ciências. Disponível em: < http://www.abc.org.br>. Acesso em: 10 nov. 2017.

COUSIN, A. O. A. **A Sociedade Paranaense de Matemática sob um olhar da Educação Matemática**. (Tese: Doutorado). 321 f. Setor de Educação – Universidade Federal do Paraná. Curitiba: 2007.

D'AMBROSIO, U. Revistas e Sociedades Matemáticas. Revista Brasileira de História da Matemática. Campinas: SBHMat, v. 11. n. 23, p. 63 – 72. **Anais do IX Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM)**. 2011.

_____. **Projeto Pós Doc – Sociedade Brasileira de História da Matemática** [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <angel_raiz@yahoo.com.br>, em 26 de março de 2019.

NOBRE, S. R. Ubiratan D'Ambrosio e o movimento científico e institucional da História da Matemática no Brasil. In: **Ubiratan D'Ambrosio: conversas, memórias, vida acadêmica, orientandos, educação matemática, etnomatemática, história da matemática, inventário sumário do arquivo pessoal**. Wagner Rodrigues Valente (org.). São Paulo: Annablume; Brasília: CNPq, 2007.

NOBRE, S.R.; BARONI, R.L.S. A pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática. In: **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. BICUDO, M. (org). São Paulo: Editora da Unesp, 1999.

PEREIRA, D. J. R. **História do Movimento Democrático que Criou a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)**. (Tese: Doutorado). 274 f. Faculdade de Educação – UNICAMP. Campinas: 2015.

SAD, L. A.; SILVA, C. M. S. Reflexões teórico-metodológicas para investigações em História da Matemática. **Bolema**, Rio Claro, n. 30, p.27 - 46. 2008.

SANTOS, V. O. **Uma História da Sociedade Brasileira de Matemática durante o período de 1969 a 1989: criação e desenvolvimento**. (Tese: Doutorado). 254 f. Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP Campus Rio Claro. Rio Claro: 2016.

SILVA, C. P. **A Matemática no Brasil: uma história de seu desenvolvimento.** 2ª Edição. Curitiba: UFPR. 1992.

_____. **RE: Assunto: Trabalho de Pós Doc – Sociedade Brasileira de História da Matemática** [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <angel_raiz@yahoo.com.br>, em 04 de fevereiro de 2019.

TRIVIZOLI, L. M. **Sociedade de Matemática de São Paulo: um estudo histórico institucional.** (Dissertação: Mestrado). 200 f. Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP Campus Rio Claro. Rio Claro: 2008.

_____ Sinais da Organização da Comunidade Matemática Brasileira: Sociedade Matemática de São Paulo. **Revista Brasileira de História da Matemática**. Rio Claro: SBHMat, v. 9, n. 18, p. 153 – 168, outubro 2009 / março 2010. 2009.



ISSN 2236-4102

A INSERÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES: breves considerações

Mariana Feiteiro Cavalari [9]

RESUMO

A História da Matemática na formação de professores, nas últimas décadas, tem assumido importância no cenário nacional, seja pela ampliação da oferta de disciplinas que abordam a História da Matemática nos cursos de formação de professores, seja pelo aumento da produção acadêmica sobre questões relativas a esta temática no Brasil. Neste contexto, Pesquisas têm indicado que a inserção da História da Matemática nos cursos de graduação, dependendo de sua abordagem, poderá contribuir para a formação matemática e a formação pedagógica dos futuros professores. Neste sentido, nesta palestra farei considerações acerca da inserção da História da Matemática na formação inicial de professores, elaboradas com base em trabalhos que venho realizando e orientando nos últimos anos. Tais considerações visam contribuir para o debate relativo às maneiras pelas quais a História da Matemática pode ser inserida na formação inicial de professores de modo a contribuir para a formação destes futuros profissionais.

Palavras-chave: História da Matemática. Formação de Professores. Brasil.

INTRODUÇÃO

As discussões relativas a inserção da História da Matemática (HM) na formação do professor, embora não sejam recentes, passaram a ter mais destaque, no cenário nacional, no final da década de 1980 (MIGUEL & BRITO, 1996).

[9] Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI). E-mail: mfcavalari@unifei.edu.br

Nas últimas décadas a História da Matemática tem assumido importância na formação de professores no Brasil, fato que pode ser identificado tanto pela produção acadêmica sobre questões relativas a História da Matemática na formação de professores, quanto pelo aumento da oferta de disciplinas que abordam temáticas relativas à HM nos cursos que formam professores de Matemática em território nacional.

Com relação à produção acadêmica sobre as articulações entre História da Matemática e formação de professores, destaco o mapeamento de teses e dissertações realizado por Borges (2019). Esta autora identificou, por meio da palavra-chave “história da Matemática”, no Catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), 518 produções das quais foram localizados 479 resumos. Com base nestes resumos, ela identificou: 81 trabalhos que apresentam propostas didáticas voltadas para a “[...] a formação de professores (inicial e/ou continuada) de Matemática ou a Educação Básica, mas que visam contribuir e/ou apoiar o trabalho do professor de Matemática;” (BORGES, p. 57) e 20 trabalhos que tem como foco disciplinas de História da Matemática em cursos de formação de professores de matemática e/ou apresentam “[...] papel, potencialidades, utilização, como é vista, importância, contribuições, constituição, inserção, transformações e implantação) [...]” da História da Matemática em cursos de formação de professores (BORGES, p. 57). Partindo deste estudo indico que há pelo menos 100 teses e/ou dissertações relativas a esta temática que foram defendidas no Brasil e estão disponíveis no catálogo de teses e dissertações da Capes.

Já com relação a presença da História da Matemática nos cursos de formação de professores, destaco que está sendo realizada uma pesquisa intitulada “A História da Matemática na formação de inicial de professores nas universidades Federais Brasileiras”, financiada pelo CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico). Esta investigação, que conta com a participação de graduandos, mestrandos e docentes de quatro instituições de Ensino Superior no Brasil, objetiva caracterizar e analisar os aspectos da História da Matemática e as articulações entre História da Matemática e o ensino de Matemática na Educação Básica, contemplados nos cursos presenciais de Licenciatura em Matemática das Universidades Federais.

Resultados iniciais desta investigação, relativos a quase 80% dos cursos de formação de professores de Matemática ofertados por Universidades Federais localizados no sítio eletrônico do Ministério da Educação (E-MEC), indicam que pouco mais de 90% destes cursos preveem, em seu Projeto Político Pedagógico (PPP) e/ou ementário, disciplinas que apresentam alguma relação com a História da Matemática[10]. Este fato indica que a História da Matemática está, de alguma forma, presente na maioria dos cursos de Licenciaturas ofertados por Universidades Federais brasileiras.

Diante deste contexto, considerando que as relações entre a História da Matemática e a formação de professores têm sido objeto de estudos e que a História da Matemática tem sido incluída nos cursos de licenciaturas brasileiros, destaco a relevância, para a área de História da Matemática, de discutir aspectos relativos a inserção da História da Matemática nos cursos de formação de professores.

Além disto, considerando a importância para a comunidade de História da Matemática (no Brasil) da inserção das temáticas relativas à História da Matemática nos cursos de graduação, em especial, nos de licenciatura, há alguns anos tenho voltado minhas investigações e orientações para a temática relativas a História da Matemática na formação de professores.

A partir deste contexto, no presente trabalho apresento considerações acerca da inserção da História da Matemática nos cursos de formação de professores de Matemática que foram elaboradas com base em tais trabalhos.

De modo específico, apresento considerações que nos auxiliam a responder o seguinte questionamento: De quais formas a História da Matemática pode ser inserida nos cursos de graduação de modo a contribuir para a formação do futuro professor de Matemática? Ou ainda, de quais formas a História da Matemática pode ser inserida nos cursos de graduação de modo a contribuir para a formação Matemática[11] e pedagógica[12] do futuro professor de Matemática?[13].

---

[10] Maiores informações sobre estes resultados e metodologia podem ser encontradas no trabalho intitulado “A História da Matemática nos cursos de formação de professores de Matemática: um mapeamento inicial” que foi submetido para apresentação nesta edição do SNHM.

[11] O termo “formação matemática”, neste trabalho, está relacionado com o conceito de “conhecimento do conteúdo da disciplina” proposto por Shulman (1986). Este conhecimento se refere não somente ao conhecimento do conteúdo, mas também, a seus porquês, seu processo de construção e validação. Para este autor, “[...] Os professores não devem apenas serem capazes de definir para os alunos as verdades aceitas em um domínio. Eles devem ser capazes de explicar por que uma proposição particular é considerada justificada, porque vale a pena

CONSIDERAÇÕES SOBRE A INSERÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

A abordagem de temáticas relativas à História da Matemática[14], conforme já apontado, de acordo com resultados iniciais da pesquisa intitulada "A História da Matemática na formação de inicial de professores nas universidades Federais Brasileiras", está prevista nos PPP e/ou ementários da maioria dos cursos analisados. Estas temáticas são abordadas, em especial, em disciplinas que, segundo suas ementas, abordam questões relativas a: HM, HM no Brasil, HM no Ensino de Matemática, História da Educação de Matemática e a História da Matemática como uma área de pesquisa[15].

Embora exista estas diferentes temáticas relativas à HM e todas elas sejam relevantes para a formação de professores, o presente trabalho se focará nas questões relativas à HM e a HM no Ensino.

Com relação a inclusão da HM nas disciplinas dos cursos de formação de professores, Miguel & Brito (1996) indicam que seria profícuo que a HM assumisse uma participação "orgânica". Nesta forma de incluir à HM, os autores propõem que se imprima "[...] historicidade às disciplinas de conteúdo específico". (MIGUEL & BRITO, 1996, p. 49). Neste caso, a HM não seria abordada em uma disciplina específica, ela

---

conhecer e como ela se relaciona com outras proposições, tanto dentro quanto fora da disciplina, tanto na teoria quanto na prática" (SHULMAN, 1986, p. 9, tradução nossa). Além disto, para ele, é importante que o professor conheça as estruturas da disciplina, propostas por Schwab, que inclui a estrutura sintática que "[...] é o conjunto de maneiras pelos quais a verdade e a falsidade, validade ou não-validade são estabelecidas" (SHULMAN, 1986, p. 9, tradução nossa) e as estruturas substantivas que são "[...] a variedade de caminhos nos quais os conceitos e princípios básicos da disciplina são organizados para incorporar seus fatos" (SHULMAN, 1986, p. 9, tradução nossa)

[12] De maneira análoga, o termo "formação pedagógica", neste trabalho, está relacionado com o conceito de "conhecimento pedagógico do conteúdo" proposto por Shulman (1986). Este conhecimento, se refere a "[...] Entender o que faz o aprendizado de tópicos específicos ser fácil ou difícil: as concepções e preconcepções que os estudantes de diferentes idades e históricos de vida trazem consigo para o aprendizado dos tópicos e lições mais frequentemente ensinados" (SHULMAN, 1986, p. 9, tradução nossa) e também, o conhecimento de "[...] formas de representação das ideias mais uteis, as mais poderosas analogias, ilustrações, exemplos, explanações e demonstrações – em uma palavra, os caminhos de representação e de formação do conteúdo que fazem ele compreensível aos outros. Desde que não há uma forma mais poderosa de representação, o professor deve ter em mãos um verdadeiro arsenal de formas alternativas de representação, algumas das quais derivadas de pesquisa enquanto que outras originárias no conhecimento prático" (SHULMAN, 1986, p. 9, tradução nossa).

[13] Merece destaque o fato de que Araman (2011) e Moraes (2018) apresentam algumas relações entre os "conhecimentos" propostos por Shulman e a HM na formação de professores.

[14] Neste trabalho o termo "temáticas relativas à HM nos cursos de formação de professores" se refere as temáticas: HM, HM no Ensino e História da Educação Matemática.

[15] Resultados divulgados no trabalho intitulado "A História da Matemática nos cursos de formação de professores de Matemática: um mapeamento inicial", apresentado no XIII SNHM.

seria incluída nas disciplinas de Matemática como uma fonte de "[...] problematização que deveria contemplar as várias dimensões da Matemática [...] e da Educação Matemática [...]" (MIGUEL & BRITO, 1996, p. 49). Neste sentido, os autores ressaltam que não se trata de

> [...] realizar uma sobreposição de abordagens, isto é, manter a abordagem lógico axiomática tal qual usualmente se apresenta uma teoria ao futuro professor, acrescentando-lhe (antepondo ou diluindo ao longo de seu desenvolvimento) apenas algumas informações históricas de natureza estritamente factual, encaradas como meros acessórios ou ornamentos. Esse procedimento, além de sobrecarregar com novas informações factuais um currículo que já bastante sobrecarregado de informações, viria apenas reforçar aos olhos dos futuros professores a superfluidade do elemento histórico, uma vez que ele aparece como mera curiosidade que não participa de forma efetiva do processo de construção da teoria. (MIGUEL & BRITO, 1996, P. 49)

Balestri (2008) ao entrevistar renomados pesquisadores da área de História da Matemática identificou que a maioria dos entrevistados entendem que "[...] seria interessante abordar cada uma das disciplinas do curso de formação de professores sob o seu ponto de vista histórico" (BALESTRI, 2008, p. 78). Assim, a HM seria integrada as disciplinas deste curso e em tais disciplinas, "[...] a história ganharia abordagens variadas tais como: fonte de problematização para o conteúdo, fonte de informações históricas a respeito do conteúdo; ou ainda estudar o desenvolvimento histórico do conteúdo e suas implicações sociais" (BALESTRI, 2008, p. 78).

Tal abordagem para Balestri (2008), se aproxima da participação orgânica da HM proposta por Miguel e Brito (1996). Este autor, também, ressalta que de acordo com seus entrevistados esta forma de inserção da HM é difícil se ser efetivada nos cursos de formação de professores, em especial, "[...] devido à formação da maioria dos professores formadores que não estudaram a História da Matemática e não possuem formação para incorporá-la em suas aulas" (BALESTRI, 2008, p. 79).

Moraes (2018), ao realizar um mapeamento da forma como a História da Matemática tem sido incluída em disciplinas dos cursos presenciais de formação de professores ofertados por Universidades Federais localizadas no estado de Minas

Gerais, identificou que em um curso, estava previsto no PPP que a História da Matemática seria abordada em 14 disciplinas obrigatórias da área de Matemática, como por exemplo, as disciplinas de Cálculo diferencial e integral.

Esta autora identificou que nas ementas destas disciplinas, em geral, o tópico de HM se configurava como o último tópico e destacou que um docente que respondeu a seu questionário, afirmou que devido ao tempo a HM acabava sendo abordada de forma superficial. Neste sentido, a autora destacou que a disciplina de HM voltaria a ser prevista na nova matriz curricular deste curso queestava sendo elaborada.

Tal resultado nos possibilita conjecturar que a existência de uma disciplina específica de História da Matemática pode ser fundamental para que a HM seja mantida nos cursos de graduação.

De fato, há indícios de que esta tem sido a forma como os cursos brasileiros tem abordado à HM, já que os resultados iniciais da pesquisa intitulada "A História da Matemática na formação de inicial de professores nas universidades Federais Brasileiras", apresentada anteriormente, indicam que cerca de 80% dos cursos de formação de professores ofertados por Universidades Federais que foram analisados apresentam disciplinas específicas de História da Matemática ou História da Ciência. Estas disciplinas são em sua maioria ofertadas na metade final do curso[16].

Este resultado está em concordância com Chaquiam (2011) que entende que a disciplina de HM deve ser ministrada após os dois primeiros anos de curso, pois, "[...] até a metade do curso de licenciatura os alunos ainda não possuem cabedal de conhecimentos matemáticos [...]" (p. 04).

Destaco, entretanto, que existe a possibilidade da inclusão de uma disciplina introdutória de HM no início do curso. Para alguns professores que foram entrevistados por Balestri (2008), é relevante a existência de disciplinas de HM a serem ofertadas em diferentes momentos de um curso de licenciatura. Um destes professores defende a ideia de que uma disciplina de HM poderia ser ofertada no início do curso, sobretudo com o objetivo de apresentar um "panorama geral e superficial" da HM e outra no final do curso abordando temas de HM mais aprofundados.

[16] Resultados divulgados no trabalho intitulado "A História da Matemática nos cursos de formação de professores de Matemática: um mapeamento inicial", apresentado no XIII SNHM.

Com relação as disciplinas específicas de HM ofertadas pelos cursos que estão sendo analisados na investigação já mencionada, o primeiro contato com suas ementas indica que, em alguns casos, estas preveem a abordagem de elementos da HM e em outros, elas preveem que sejam lecionados elementos da HM e, também, aspectos relativos a utilização da HM em aulas de Matemática na Educação Básica.

Destaco que tem sido amplamente enfatizado pela literatura a diferença entre abordar aspectos da HM e abordar aspectos relativos à utilização da HM em sala de aula. Nesse caso, diante deste fato, apresentarei considerações relativas à HM separadamente daquelas relativas à HM no Ensino de Matemática.

A disciplina voltada especificamente para História da Matemática, pode ser um momento privilegiado para:

- Discutir questões relativas à existência de diferentes versões de uma História e a possibilidade de reescrita de uma História da Matemática[17],
- Discutir alguns episódios da História da Matemática, destacando a influência do contexto na produção do conhecimento matemático[18],
- Discutir alguns temas específicos como por exemplo, a contribuição das mulheres para a Matemática, a tradução de textos, colaboração (LINGARD, 2000) e ainda disputas na produção do conhecimento matemático,
- Conhecer "[..] alguns dos problemas 'não resolvidos' que fascinaram muitos matemáticos ao longo dos anos e que foram responsáveis pelo desenvolvimento de novas matemáticas" (LINGARD, 2000, p. 118, tradução nossa),
- Conhecer a Matemática produzida por diferentes culturas em diferentes momentos,
- Discutir questões relativas ao desenvolvimento da Matemática no Brasil.

[17] Maiores informações sobre esta temática podem ser encontradas em Nobre (2004)

[18] Para Balestri (2008, p. 83), seria importante nesta disciplina serem discutidas as seguintes questões: "Quais foram as necessidades da Humanidade que estimularam o desenvolvimento de certo conteúdo matemático? Quais problemas relacionados à notação matemática que surgiram no desenvolvimento de certo conteúdo? Quais foram/são os problemas relacionados a certas definições? [...]" e ainda, que influencias do contexto social, político, cultural e cientifico teve no desenvolvimento de determinados conteúdos?

Neste sentido, inspirada por diversos autores, tais como, Araman & Batista (2017), Balestri (2008), Mendes (2009) e Baroni, Teixeira & Nobre (2004), indico que, dependendo da abordagem, esta disciplina de HM pode:

- Contribuir para a (res)significação de alguns conceitos matemáticos,
- Possibilitar uma conexão de conceitos matemáticos de diferentes "áreas" da Matemática ou ainda entre conceitos matemáticos e de outras áreas do conhecimento,
- Possibilitar a compreensão de alguns elementos da Natureza do conhecimento matemático, seus métodos de produção e validação do conhecimento,
- Permitir o entendimento da matemática como constante construção humana,
- Compreender que em seu desenvolvimento, a Matemática não se pautou somente em questões utilitárias e que houve "[...] erros, incertezas, argumentos intuitivos, controvérsias e abordagens alternativas [...]" (BARONI, TEIXEIRA & NOBRE, 2004, p. 167),
- Possibilita o desenvolvimento de uma visão mais ampla da Matemática que "descaracteriza a falsa visão" de que a Matemática "[...] é fruto uma cultura apenas, a ocidental." (BARONI, TEIXEIRA & NOBRE, 2004, p. 167).

Neste contexto, a disciplina de HM pode contribuir para ampliar o conhecimento da Matemática e sobre Matemática do licenciando, contribuindo para a sua formação matemática.

A História da Matemática pode, também, contribuir para que os (futuros) professores percebam que "[...] que algumas dificuldades que surgem em sala de aula hoje já apareceram no passado, além de constatar que um resultado aparentemente simples pode ser fruto de uma evolução árdua e gradual" (BARONI, TEIXEIRA & NOBRE, 2004)

Assim, considero que a HM poderia, também, contribuir para a formação pedagógica do futuro professor. Entretanto, a maior contribuição da HM para a formação pedagógica do futuro professor de Matemática está relacionada com o conhecimento de formas de utilizar a HM em sala de aula.

Contudo, destaco que a abordagem somente de tópicos da HM pode não ser suficiente para preparar o futuro professor para lecionar Matemática na Educação Básica utilizando a HM[19]. Neste sentido, é relevante para a formação do licenciando que, além de tópicos de História da Matemática, devam ser abordadas questões relativas a utilização da HM em sala de aula na Educação Básica.

Para tal, pode ser pertinente que sejam realizadas, durante o curso de formação de professores, discussões relativas a potencialidades, limitações e desafios de lecionar utilizando a HM na Educação Básica, além do fornecimento de exemplos de propostas didáticas e discussões de relatos de experiências utilizando a HM na Educação Básica. Entendo, também, ser relevante a elaboração de propostas didáticas de utilização da HM em aulas de Matemática neste nível de ensino.

Destaco, contudo, que há dificuldades em abordar tal temática, em especial, devido as diferentes possibilidades de abordagem da HM para o Ensino, a dificuldade de elaboração de propostas didáticas que utilizam a HM no Ensino de Matemática e, ainda, a pouca disponibilidade de materiais voltados para a utilização da HM em sala de aula na Educação Básica. Enfatizo, entretanto, que embora não exista uma grande disponibilidade destes materiais, têm sido produzidos alguns livros e trabalhos acadêmicos nos quais são expostas possibilidades de ensinar Matemática utilizando a HM e que poderiam auxiliar o professor formador abordar tal temática. Alguns trabalhos acadêmicos desta natureza estão catalogados em Ângelo (2014), Omena (2015) e Borges (2019).

Ressalto, ainda, que foi identificado, nas análises iniciais dos PPP dos cursos de Licenciatura ofertados por Universidades Federais brasileiras, que as abordagens relativas à utilização da HM no ensino de Matemática estão menos presentes nas ementas de disciplinas que a abordagem da História da Matemática. Especificamente sobre os cursos presenciais ofertados pelas Universidades Federais localizadas no Estado de Minas Gerais, Moraes (2018) indica que embora todos estes cursos prevejam disciplinas que suas ementas abordam a História da Matemática, em menos

[19] Tal questão já foi levantada, de acordo com Miguel e Brito (1996), nos anais do Primeiro Encontro Paulista de Educação Matemática, no final dos anos 1980.

de 30% destes há nas ementas das disciplinas aspectos relativos a articulação entre História da Matemática e Ensino de Matemática.

Em que pese o fato das análises, em nível nacional, serem ainda iniciais, é perceptível que tal temática tem sido prevista em ementas de disciplinas relativas à área de Educação Matemática e/ou em disciplinas de História da Matemática, conforme mostrado anteriormente. Neste caso, destaco a relevância desta abordagem na formação do professor e, não necessariamente, da criação de uma disciplina específica desta temática.

Ressalto, entretanto, que embora tal abordagem seja relevante para a formação pedagógica do futuro professor, esta, também, pode não ser suficiente para preparar o futuro professor para lecionar utilizando a HM.

Carvalho e Cavalari (2019), ao analisar concepções de licenciandos sobre a utilização da História da Matemática na Educação Básica, identificaram que cinco dos 11 participantes que haviam cursado a disciplina de História da Matemática e outra da área de Educação Matemática que abordava, entre outras temáticas, justificativas, possibilidades e limitações da apresentação da HM nas aulas de Matemática na Educação Básica, apontaram não se sentir preparados “[...] para elaborar e/ou desenvolver atividades para o Ensino de Matemática na Educação Básica por meio de um viés histórico” (p. 24).

Esta sensação de falta de preparo, segundo as autoras, poderia estar relacionada com o pouco conhecimento dos estudantes sobre materiais que “[...] poderiam auxiliar a inserção da HM em aulas de matemática ou com a pouca oportunidade que estes(as) estudantes tiveram durante sua formação de aprender matemática por meio de um viés histórico.” (CARVALHO & CAVALARI, 2019, p. 24). Assim, é destacado que

> [...] talvez esta abordagem em duas disciplinas, ainda, não seja suficiente para preparar o futuro professor para utilizar a HM em suas aulas. Neste sentido, pode ser necessário destinar um maior espaço dentro da graduação para apresentar aspectos da HM. [...] não se trata de incluir novas disciplinas de HM. [...] pode ser relevante a presença da HM, também, em outras disciplinas do curso, por exemplo, em algumas disciplinas da área da Matemática, pois neste caso, os(as) licenciandos(as)

> poderiam, em algumas situações específicas, aprender Matemática por um viés histórico. (CARVALHO & CAVALARI, 2019, p. 24)

Enfatizo a relevância e a contribuição para a formação do futuro professor deste último aspecto, que é a possibilidade do futuro professor aprender Matemática por meio da História. Neste sentido, retomo as ideias de Miguel e Brito (1996) e dos pesquisadores entrevistados por Balestri (2008), acerca da relevância da HM estar presente também, em disciplinas de Matemática de modo que a HM não seja somente uma curiosidade ou um conteúdo a mais para ser lecionado e sim, que esta possa, de fato, contribuir para a aprendizagem Matemática e sobre Matemática do futuro professor. Neste sentido, seria profícuo que a História fosse utilizada para o ensino de determinados conceitos matemáticos em algumas disciplinas de Matemática.

A relevância desta abordagem da HM, pode ser evidenciada pelos resultados de Borges (2019) que ao analisar 22 teses e dissertações que apresentam propostas de utilização da História da Matemática para o Ensino de Matemática na formação de professores inicial de professores, identificou que o desenvolvimento de tais propostas, segundo os autores, contribuiu para: a compreensão do conteúdo matemático abordado e de questões relativas à natureza do conhecimento matemático, para motivar os participantes nos estudos matemáticos, para permitir que o futuro professor percebesse conexões conceitos matemáticos e de outras áreas do conhecimento e, ainda, possibilitou que os licenciandos "[...] refletissem sobre a futura prática docente e passassem a compreender como a HM pode ser utilizada em suas aulas [...]." (BORGES, 2019, p. 114)

É possível, então, inferir que a HM em atividades voltadas para o Ensino de Matemática na formação de professores pode contribuir para a formação matemática e pedagógica do futuro professor. Assim, entendo que tal abordagem é relevante nos cursos de licenciatura.

Enfatizo, entretanto, que há muitos desafios que envolvem incluir a HM nas disciplinas específicas de Matemática que perpassam, inclusive pelo interesse e

formação do professor formador[20]. Neste contexto, entendo que podemos, como pesquisadores da área de HM, nos dedicar a pensar em estratégias para viabilizar tal abordagem. Uma estratégia poderia ser a elaboração e divulgação de materiais que possam contribuir para que o professor formador utilize a HM em suas aulas, pois para alguns entrevistados por Balestri (2008), "[...] não necessário que o professor seja um especialista em história da Matemática para utilizá-la, podendo recorrer a pesquisas livros ou outras publicações para obter informações históricas e utilizá-las em suas aulas" (p. 82). Neste seguimento, considero que Borges (2019), por exemplo, disponibiliza, em sua dissertação, um banco de dados que permite a rápida localização de propostas de utilização de HM para o Ensino de Matemática no nível superior.

Com base nas informações apresentadas neste trabalho, sintetizo minhas considerações apontando que seria profícuo que a HM pudesse ser abordada nos cursos de formação de professores em algumas disciplinas com o objetivo de que o licenciando aprendesse Matemática por meio de um viés histórico e, em pelo menos uma disciplina específica de História da Matemática. Além disto, é relevante a abordagem de questões relativas a utilização da História de Matemática em sala de aula. Neste caso, entendo que a HM estaria contribuindo, dependendo da abordagem, para a formação matemática e pedagógica do futuro professor[21].

Algumas considerações finais

Neste trabalho apresentei algumas considerações sobre a inclusão da História da Matemática nos cursos de formação de professores que foram embasadas nas pesquisas que tenho realizado e orientados nos últimos anos. Destaco que estas considerações não são conclusivas e se configuram como ideias para continuarmos o debate acerca de formas de incluir a HM na formação de professores.

Estas considerações suscitam a necessidade da elaboração de mais trabalhos que auxiliem os professores formadores a abordarem aspectos relativos a HM nos

[20] Há a necessidade de destacar que, de acordo com alguns entrevistados por Balestri (2008), "[...] existe o risco real desta história ser incorporada nestas disciplinas em uma perspectiva que não contribua e até mesmo que seja prejudicial a formação do professor de matemática por conta do déficit na formação destes professores [...]" (p. 80)

[21] Destaco, assim como Balestri (2008), que a forma de incluir a HM nos cursos de formação de professores depende "[...] da capacitação e disponibilidade dos professores formadores que atuam em tais cursos" (p. 78).

cursos de formação de professores, como por exemplo, a produção de materiais voltados: às disciplinas de HM na graduação, ou ainda, às formas de ensinar Matemática, por meio de um viés histórico, na Educação Básica ou no Ensino Superior. Afinal, a manutenção da temática de HM em disciplinas de graduação é fundamental, não só para a nossa comunidade de História da Matemática, mas também, para a formação dos futuros professores de Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANGELO, C. B. **Cenário da produção acadêmica em história da matemática no ensino de matemática: uma análise reflexiva das teses e dissertações (1990-2010).** Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação, UFRN, 2014.

ARAMAN, E. M. O. "A formação de professores". In. _____**Contribuições da História da Matemática para a construção dos saberes do professor de Matemática**. Tese de Doutorado apresentada ao Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina, 2011.

_____, BATISTA, I. L. "O Processo de Construção de Abordagens Históricas na Formação Interdisciplinar do Professor de Matemática ". **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p. 380 - 407, abr. 2017

BALESTRI, R. D. "A participação da História da Matemática na formação inicial de professores". In. **A Participação da História da Matemática na Formação Inicial de Professores de Matemática na Ótica de professores e pesquisadores**. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, 2008.

BARONI, R. S., TEIXEIRA, M. V., NOBRE, S. R. "A Investigação Científica em História da Matemática e suas Relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática". In. BORBA, M. C; BICUDO, M. V. **Educação Matemática:** Pesquisa em Movimento. São Paulo: Editora Cortez, 2004.

BORGES, L. C. **A História da Matemática na Formação inicial de Professores de Matemática:** um estudo em teses e dissertações brasileiras. Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências da Universidade Federal de Itajubá. 2019.

CARVALHO, L. S.; CAVALARI, M. F. History of mathematics in basic education: a study of undergraduate students graduating in mathematics. **Res., Soc. Dev**. 4 (8), 2019.

CHAQUIAM, M. “História da matemática em sala de aula: uma proposta para integração aos conteúdos matemáticos”. **Anais digitais do XI Seminário Nacional de História da Matemática**. Natal: SBHMat, 2011.

LINGARD, D. 4. 3.1.3 - UK: a new dimention in educating Mathematics teachers. In. John Fauvel, Jan van Maanen (eds.), History in mathematics education: the ICMI study, Dordrecht: Kluwer 2000.

MENDES, I. A. A investigação histórica como agente da cognição Matemática na sala de aula. In: MENDES, Iran Abreu; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N.. **A história como um agente de cognição na Educação Matemática.** Porto Alegre: Sulina, 2006.

MIGUEL A.; BRITO, A. J. A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática. In: FERREIRA, E. S. (org). **Cadernos CEDES 40** (Centro de Estudos Educação e Sociedade) – História e Educação Matemática. 1ª Edição. P. 47-61. Papirus: 1996.

MORAES, S. R. A. **A história da matemática e sua articulação com a educação básica em disciplinas dos cursos de formação de professores de universidades federais localizadas no estado de Minas Gerais.** Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências UNIFEI, 2018.

NOBRE, S. R. “Leitura crítica da história: reflexões sobre a história da matemática”. **Ciência & Educação,** v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004

OMENA, B. S. S. **A História da Matemática em propostas didáticas presentes em Teses e Dissertações Brasileiras**. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências. UNIFEI, 2015.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowlegde growth in teaching”. **Education Research**, Vol. 15, No. 2. (Feb., 1986), pp. 4-14.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

O trabalho de Francisco Gomes Teixeira (1851-1933) em equações com derivadas parciais

Luis M. R. Saraiva[22]

RESUMO

Gomes Teixeira (1851-1933) é um dos mais importantes matemáticos portugueses, responsável pela dinamização em Portugal no último quartel do século XIX das actividades dos matemáticos. Graças à sua acção, e em particular à fundação do *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* em 1877, o primeiro jornal internacional de matemática em Portugal, foram criadas as condições para se possibiltar a integração da comunidade matemática portuguesa na comunidade matemática internacional. Este jornal existiu até 1905, e depois foi prolongado pelos *Annaes da Academia Polythecnica do Porto*, jornal este também dirigido por Gomes Teixeira. Neste artigo apresentaremos uma perspectiva geral sobre o trabalho de Gomes Teixeira na área de equações com derivadas parciais, começando com a sua tese de doutorado de 1875, e concluindo com o seu último artigo sobre este assunto, a nota publicada nos *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure de Paris* em 1886. Explicitaremos os conceitos de integral geral e de integral particular, dando exemplos de ambos, conceitos essenciais na época para a investigação de Gomes Teixeira, hoje já não utilizados. Daremos também em cada destes trabalhos de Gomes Teixeira uma indicação sobre os processos técnicos por ele utilizados para obter os seus resultados

Palavras-chave: Francisco Gomes Teixeira. Século XIX. Equações com derivadas parciais.

1. INTRODUÇÃO

Francisco Gomes Teixeira (1851-1933) é considerado um dos cinco matemáticos portugueses mais notáveis da história da matemática em Portugal, sendo

[22] CIUHCT, Universidade de Lisboa. lmsaraiva@fc.ul.pt

os outros quatro Pedro Nunes (1502-1580), José Anastácio da Cunha (1747-1787), António Aniceto Monteiro (1907-1980) e José Sebastião e Silva (1914-1972). Deve-se a ele a fundação em 1877 do *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*[23]. Este jornal, publicado em Coimbra, foi um instrumento essencial na revitalização e internacionalização da Matemática Portuguesa, contribuíndo de modo crucial para a modificação do seu rumo. Foi o meio que Gomes Teixeira encontrou para dinamizar a discussão de temas matemáticos entre a comunidade matemática portuguesa com a participação de distintos matemáticos de outros países, e deste modo conseguir reintroduzir Portugal na comunidade matemática internacional[24].

Gomes Teixeira igualmente contribuiu de forma crucial para a investigação em história da matemática, um assunto que o preocupou desde muito cedo. Com efeito, o primeiro artigo que escreveu neste campo foi *Prelecção sobre a origem e os princípios do cálculo infinitesimal feito aos alunos da Universidade de Coimbra*, publicado em 1881 no *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*. A sua *História das Matemáticas em Portugal,* um texto que é o resultado de décadas de uma investigação laboriosa sobre a história da Matemática Portuguesa, foi publicada postumamente (TEIXEIRA 1934). É um marco importante da historiografia da matemática em Portugal, representando uma melhoria qualitativa em relação às histórias da Matemática Portuguesa já existentes, quer no que diz respeito à análise global que aí se faz da matemática no seu desenvolvimento, quer pelo tipo de análise feito. Nela, pela primeira vez em Portugal, podemos ver a emergência do conceito moderno do que deve ser a pesquisa em história da matemática, um modo moderno de contextualizar os seus problemas, um tipo de investigação que vê a história da matemática como a história das ideias matemáticas, e as coloca no primeiro plano da sua pesquisa.

Em relação à investigação matemática, Gomes Teixeira também é uma excepção no que diz respeito ao perfil dos matemáticos portugueses da sua época: tem

[23] A partir de 1905 este jornal foi continuado pelos *Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto*, também dirigido por Gomes Teixeira. Com a transformação da Academia Politécnica em Faculdade de Ciências, o nome do jornal foi mudado em 1920, passando a chamar-se *Anais da Faculdade de Ciências do Porto*. Sobre este jornal e a sua importância para a matemática portuguesa, ver (SARAIVA 2014)

[24] Sobre o século XIX matemático em Portugal ver (SARAIVA 2000). Sobre os inícios da carreira científica de Gomes Teixeira, ver (SARAIVA 2005).

um grande número de publicações (mais de 140) em jornais internacionais de grande reputação, tais como os conhecidos por jornais de Crelle e de Liouville, isto é, respectivamente, o *Journal für die reine und angewandte Mathematik* e o *Journal de Mathématiques Pures et Apliquées*, e outros, como os *Rendiconti della Real Accademia dei Lincei*.

No começo da sua carreira os seus artigos foram principalmente sobre Análise, com uma ênfase particular na teoria das séries. Mais tarde reformulou a sua pesquisa, orientando-se principalmente para temas geométricos. Curiosamente o seu ensino orientou de algum modo a sua escolha dos temas de pesquisa: integrais definidos, funções racionais, problemas de interpolação, equações com derivadas parciais e séries funcionais. É também significativo e digno de registo que Teixeira manteve uma correspondência extensa com alguns dos mais notáveis matemáticos da sua época, como Hermite, Appel, Peano, Levi- Civitta, Mittag-Leffler, etc.

Neste artigo não vamos analisar o panorama das equações com derivadas parciais no tempo de Gomes Teixeira, isso pedia um outro artigo e uma outra investigação. Sobre isso há bastante bibliografia, ver por exemplo (ENCYCLOPEDIE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES, 1913-1916) e (LÜTZEN, 1992), ou o trabalho de autores como S. Demidov e A. Youschkevitch. Vamos centrar o nosso trabalho em Gomes Teixeira e dar uma perspectiva global sobre os seus artigos sobre equações com derivadas parciais, um dos seus primeiros campos de investigação, a começar com a sua tese de doutorado em 1875 e terminando com o seu último artigo nesta área em 1886.

Antes de começarmos esta análise global vamos clarificar as noções de integral geral e de integral particular como então eram entendidas, e que mais tarde serão utilizadas na análise de alguns dos artigos de Teixeira.

2. SOBRE OS CONCEITOS DE INTEGRAL GERAL E DE INTEGRAL PARTICULAR

Nos fins do século XIX a noção de espaço vectorial não tinha ainda sido definida, e portanto o estudo das soluções gerais e parciais das equações diferenciais tinha de ser feita de modo diferente daquele que hoje se faz. A. M. Ampère, no seu

artigo *Considérations générales sur les intégrales des équations aux derivées partielles*, publicado em 1815 no Tomo X do *Journal de l'Ecole Polytechnique*, define integral geral e integral particular:

> *Pour qu'une intégrale soit générale, il faut qu'il n'en résulte entre les variables qu'on considère et leurs derivées à l'infini, que les relations exprimées par l'équation donnée, et par les equations qu'on déduit en la différentiant […] les integrales […] particulières, en meme temps qu'elles établissent ces relations entre les variables et les derivées, en établissent d'autres étrangères à la question, et elles ne représentent par conséquent que des cas particuliers* [AMPÈRE, 1815 p. 550].

A partir da diferença das duas definições, Ampère enuncia uma condição para um integral ser geral:

> *Représentons par m l'ordre d'une equation aux différentielles ordinaires ou aux dérivées partielles, et par n un nombre quelconque plus grand que m; si l'on différencie n fois l'intégrale primitive de cette équation, et qu'il en résulte h equations, et si l'on différencie en suite elle même n-m fois, et qu'il en résulte h' equations entre les memes derivées, il faudra, d'après l'observation que nous venons de faire, pour que l'intégrale ait la meme généralité que l'équation donnée, que les h equations obtenues dans la première operation contiennent h-h' arbitraires, afin qu'après l'élimination de ces arbitraires, il ne reste pas plus de h' equations* [AMPÈRE, 1815, p. 551]

Ampère dá como exemplo a equação:

$$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=z\,, \qquad (1)$$

(m=1).

É fácil ver que z=Ax+By é um integral da equação. Vejamos que não é um integral geral:

Seja n=2. Calculando as derivadas parciais desta função, Podemos facilmente obter:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=A\,,\ \frac{\partial z}{\partial y}=B\,,\ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=0\,. \qquad (2)$$

Se derivarmos a equação em ordem a x e a y (n-m=1) , obtemos

$$\frac{\partial z}{\partial x}+x\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+y\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}=\frac{\partial z}{\partial x}\,,$$

$$x\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+\frac{\partial z}{\partial y}+y\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\frac{\partial z}{\partial y}\,,$$

Isto é,

$$x\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+y\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}=0,\quad x\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+y\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0. \qquad (3)$$

É fácil ver que as igualdades em (2) não são implicadas pelas de (3), e por consequência *z=Ax+By* é unicamente um integral particular.

Consideremos novamente a equação (1). Outro integral é $z=x\psi(\frac{y}{x})$, com ψ uma função diferenciável arbitrária. Procedendo como acima, com *n=2*, temos:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\psi(\frac{y}{x})-\frac{y}{x}\psi'(\frac{y}{x}),\ \frac{\partial z}{\partial y}=\psi'(\frac{y}{x}),\ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{y^2}{x^3}\psi''(\frac{y}{x}),$$
$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=-\frac{y}{x^2}\psi''(\frac{y}{x}),\ \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\frac{1}{x^2}\psi''(\frac{y}{x}).$$

A partir desta igualdades é óbvio que:

$$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=z,\quad x\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+y\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=0,\quad x\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+y\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0, \qquad (4)$$

Isto é, em contraste com o primeiro exemplo, a segunda função dada só permite obter igualdades dedutíveis da equação diferenciável. Isto também é válido para qualquer *n>2*. Consequentemente $z=x\psi(\frac{y}{x})$ é um integral geral da equação. De notar que se colocarmos $\psi(\frac{y}{x})=A+B\frac{y}{x}$ obtemos a primeira função.

3. A TESE DE DOUTORADO DE 1875

No fim do século XIX a inclusão e demonstração de resultados novos não era considerado ser um dos principais objectivos das teses de doutorado em matemática. A tese de Gomes Teixeira, *"Integração das equações às derivadas parciais de segunda ordem"* tem 55 páginas, divididas num prefácio e cinco capítulos, os quais totalizam 34 subcapítulos. No prefácio (TEIXEIRA 1875, pp.101-103) afirma que o seu objectivo é

apresentar resultados de Euler, Laplace, Monge, Ampère, Boole e Imschenetsky, completando isto com alguns resultados derivados da sua propria pesquisa. Em particular refere-se explicitamente a dois artigos de Ampère, "*Considérations Générales sur les Intégrales des Equations aux Différentielles Partielles"*, publicado em 1815 no *XVIIe Cahier* do *Journal de l'Ecole Polytechnique*, e o artigo de 1820, *"Mémoire contenant l'application de la théorie exposée dans le XVIIe Cahier"*. Também refere explicitamente o texto de V. G. Imschenetsky *"Etudes sur les methodes d'intégration des équations aux derivées partielles de 2e ordre d'une function de deux variables indépendantes"*, tranduzido do russo para francês por J. Houel, um Professor da Faculdade de Ciências de Bordéus. Estas referências continuarão a ser usadas nas publicações de Teixeira sobre equações com derivadas parciais.

Como Teixeira mais tarde publicou as partes originais da sua tese como artigos autónomos, vamos unicamente dar uma visão de conjunto sobre o conteúdo da sua tese, pois analisaremos os seus resultados originais no contexto dos artigos que publicou.

No Capítulo I[25], *"Theoria dos integraes das equações às derivadas parciaes"*, Teixeira enuncia o fio conductor da teoria de Ampère contida no seu artigo de 1815, generalizando-a para um número arbitrário de variáveis. Para este efeito utiliza resultados conhecidos da teoria combinatória, mencionando a edição portuguesa de 1854 do livro de Francoeur *"Cours complet de mathématiques pures"*.

No Capítulo II[26], *"Transformações das equações às derivadas parciaes"* estuda a equação $F(x,y,z,p,q,r,s,t)=0$, onde $p=\frac{\partial z}{\partial x}$, $q=\frac{\partial z}{\partial y}$, $r=\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $s=\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $t=\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$. Teixeira afirma que não há nenhum método geral para integrar esta equação, e menciona algumas mudanças de variáveis dependentes e independentes para se poder reduzir a equação a uma forma mais simples e mais fácil de integrar. Estuda unicamente o caso de duas variáveis independentes, mas afirma que os resultados obtidos são imediatamente generalizáveis a um número arbitrário de variáveis independentes.

[25] O Capítulo I tem 13 páginas [5, pp. 104-116] e está subdividido em 11 subcapítulos.
[26] O Capítulo II tem 10 páginas [5, pp. 117-126] e está dividido em 5 subcapítulos.

Neste capítulo estuda as transformadas de Euler e de Imschenetsky, e, no parágrafo 16, analisa uma transformada que tem como caso particular o método de Laplace. Para esta última procede da seguinte forma:

Consideremos a equação

$$F(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0 . \qquad (5)$$

Introduzimos uma nova variável dependente *u*

$$u = f(x, y, z, p, q) . \qquad (6)$$

Derivando em ordem a *x* e a *y*[27], obtemos, respectivamente:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial z} p + \frac{\partial f}{\partial p} r + \frac{\partial f}{\partial q} s = \varphi(x, y, z, p, q, r, s) , \qquad (7)$$

e

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z} q + \frac{\partial f}{\partial p} s + \frac{\partial f}{\partial q} t = \phi(x, y, z, p, q, s, t) . \qquad (8)$$

Considerando as equações (5), (6), (7) e (8), se tivermos condições que nos permitam, da eliminação de três das variáveis *z, p, q, r, s,* e *t*, eliminarmos as outras três, poderemos obter uma equação de primeira ordem

$$\phi(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}) = 0 .$$

Resolvendo esta equação em ordem a *u* e substituíndo o resultado em (6), obtemos uma equação de primeira ordem, a partir da qual podemos calcular *z*.

Se tivermos $z = f_1(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y})$, $p = f_2(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y})$, derivando a primeira equação em ordem a x e substituindo-o na segunda equação, obtemos: $\frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_1}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f_1}{\partial \varphi}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial f_1}{\partial \phi}\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - f_2 = 0$, o que nos permite obter *u*. Substituindo isto em $z = f_1(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y})$ obtemos *z*. Podíamos proceder de forma análoga se pudéssemos

[27] Teixeira costuma designar as derivadas parciais com os mesmos símbolos que utilisa para funções de uma só variável, quer dizer, por exemplo, utiliza $\frac{du}{dx}$ para designar $\frac{\partial u}{\partial x}$.

obter duas equações que nos dessem *z* e *q, r* e *p*, *s* e *p*, ou *t* e *q*, isto é, se pudéssemos ter duas equações tais que, derivando uma delas, obtínhamos a outra.

Para que este método possa ser usado, Teixeira formula condições suficientes. Sejam *a*, *b*, *c* e *e* quatro das variáveis *z, p, q, r, s, t*. O método pode ser utilizado se alguns dos determinantes funcionais

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial a} & \frac{\partial F}{\partial b} & \frac{\partial F}{\partial c} & \frac{\partial F}{\partial e} \\ \frac{\partial f}{\partial a} & \frac{\partial f}{\partial b} & \frac{\partial f}{\partial c} & \frac{\partial f}{\partial e} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial a} & \frac{\partial \varphi}{\partial b} & \frac{\partial \varphi}{\partial c} & \frac{\partial \varphi}{\partial e} \\ \frac{\partial \phi}{\partial a} & \frac{\partial \phi}{\partial b} & \frac{\partial \phi}{\partial c} & \frac{\partial \phi}{\partial e} \end{vmatrix}$$

são iguais a zero. Por exemplo, *r, s,* e *t* podem ser suprimidos se o determinante

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial r} & \frac{\partial F}{\partial s} & \frac{\partial F}{\partial t} \\ \frac{\partial f}{\partial p} & \frac{\partial f}{\partial q} & 0 \\ 0 & \frac{\partial f}{\partial p} & \frac{\partial f}{\partial q} \end{vmatrix}$$

for zero. Então obtemos $u = f(x, y, z, p, q)$, $f_2(x, y, z, p, q, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}) = 0$.

Se os determinantes $\begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial z} & \frac{\partial f}{\partial q} \\ \frac{\partial f_2}{\partial z} & \frac{\partial f_2}{\partial q} \end{vmatrix}$ e $\begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial p} & \frac{\partial f}{\partial q} \\ \frac{\partial f_2}{\partial p} & \frac{\partial f_2}{\partial q} \end{vmatrix}$ são zero, então z, p, e q podem ser eliminados, e obtemos uma equação diferencial de primeira ordem, que permite obter *u*.

No Capítulo III[28] a equação de Monge-Ampère é estudada:

$$Hr + 2Ks + Lt + M + N(rt - s^2) = 0, \qquad (9)$$

Esta equação foi estudada por Monge supondo que N=0 e que existe um integral intermédio. Ampère define integrais intermédios no seu artigo de 1815:

> "exprimem as relações que devem existir entre as variáveis que consideramos e as derivadas dessas mesmas variáveis de ordens inferiores à da equação dada, para que essa equação possa ter lugar"[29] [AMPÈRE 1815, pp. 549-550].

O método de Ampère não tem as restrições do de Monge. Teixeira explica ambos. Também refere métodos devidos a Jacobi e a Boole para a integração de sistemas de equações. Em relação ao método de Ampère mostra como pode ser utilizado na equação $F(Hr + 2Ks + Lt + M + N(rt - s^2), p, q, z, y, x) = 0$, supondo que esta equação não pode ser reduzida a (9). No fim do capítulo descreve o método de Laplace com a generalidade que lhe deu Imschenetsky, e utiliza-o para resolver a equação

$$Ks + Pp + M = 0,$$

em que *K, P, M* são funções de *x*, *y*, *z*, e *q.*

O Capítulo IV[30] intitula-se *"Sobre algumas equações em que as derivadas de segunda ordem entram em grau superior ao primeiro"*. Teixeira estuda a equação $F(x, y, z, p, q, s) = 0$ não assumindo que ela pode ser resolvida em ordem a *s*, utilizando o método generalizado de Laplace, estudado no Capítulo II. Para se poder aplicar este método é necessário que a equação possa ser escrita como

$$F(Gs + Hp + K, z, y, x) = 0,$$

em que *G, H* e *K* são funções de *x, y, z*, e *q*. O método aqui explicado para resolver alguns casos desta equação pode ser utilizado para integrar um grupo mais vasto de equações. Com este objectivo, estuda a equação

$$F(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0$$

---

[28] O Capítulo III tem 16 páginas [5, pp. 127-142] e está subdividido em 9 subcapítulos.

[29] *"expriment les relations qui doivent exister entre les variables que l'on considère et les derivées de ces mêmes variables d'ordres inférieurs à celui de l'équation donnée, pour que cette equation puisse avoir lieu"*

[30] O Capítulo IV tem 10 páginas [5, pp. 143-152] e está subdividido em 6 subcapítulos.

e dá condições para ela ser do mesmo tipo de $F(Hr+Ks+Lt+M, p, q, z, y, x)=0$, com *H, K, L* e *M* funções de *x, y, z, p,* e *q,* uma hipótese que o autoriza a utilizar o mesmo método de integração.

Também estuda a equação

$$F(x, y, z, p, q, r)=0,$$

e obtém duas equações como condições de solubilidade. A primeira é utilizada no caso anterior, mas a segunda permite-lhe integrar equações do tipo $F(x, y, z, p, As+Bq+C)=0$, com *A* e *B* funções de *x, y, z,* e *p*, e *C* função de *x, y, z, p*, e *r*, um grupo de equações que Teixeira pensa nunca ter sido estudado por nenhum matemático (TEIXEIRA 1875, p. 150).

Finalmente, no capítulo V[31] *"Breves reflexões sobre a integração das equações simultâneas"*, Teixeira considera um sistema de equações com *n* variáveis independentes, *a* variáveis dependentes, e de ordem *q*. Neste caso utiliza propriedades dos integrais gerais demonstradas no Capítulo I. Estuda igualmente o sistema

$$F_i(x_{1,}...x_{n,}z_1...,z_a,\frac{\partial z_1}{\partial x_1},...\frac{\partial z_a}{\partial x_n},\frac{\partial {z_i}^2}{\partial {x_1}^2},...,\frac{\partial {z_i}^2}{\partial {x_n}^2})=0,\ i=1,\ldots a.$$

Há uma restrição nestas equações: em cada equação existem derivadas de segunda ordem de uma única variável dependente. Isto permite a utilização dos métodos referidos no Capítulo I.

4. SUR LE NOMBRE DES FONCTIONS ARBITRAIRES DES INTÉGRALES DES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES (1878)

Neste artigo, publicado nas *Mémoires de la Société des Sciences Physiques de Bordeaux*, Teixeira dá resultados contidos no capítulo I da sua Tese de doutorado, parágrafo 8, onde generaliza para um número arbitrário de variáveis independents resultados obtidos por Ampère para duas variáveis. Em seguida dá um corolário destes resultados e extende a sua análise ao caso em que o integral geral de uma equação é dado por várias equações. Para este teorema central utiliza resultados da teoria

[31] O Capítulo V tem 3 páginas [5, pp. 153-155] e está subdividido em 3 subcapítulos.

combinatória[32], em particular o seguinte: o número de combinações de *n* letras em conjuntos de 1, 2,…, *p* termos é igual a ${}^{n+p}C_p - 1 = {}^{n+p}C_n - 1$; e o número de termos numa soma de *n* letras multiplicado por si próprio *p* vezes é ${}^{p+n-1}C_{n-1}$[33].

Considera a equação *F=0*, uma equação com derivadas parciais de ordem *q*, e com as variáveis independentes $x_1, ..., x_n$. Derivando um integral geral *m* vezes (*m>q*) em ordem às *n* variáveis devemos obter um sistema equivalente ao que se obtém derivando a equação *m-q* vezes.

O número de equações do primeiro sistema é ${}^{m+n}C_n$, enquanto que o segundo tem ${}^{m+n-q}C_n$ equações. Portanto, para os dois sistemas serem equivalentes é necessário que o sistema obtido obtido por derivação *m* vezes do integral geral tenha δ funções arbitrárias, com δ dado pela igualdade

$$\delta = {}^{m+n}C_n - {}^{m+n-q}C_n = {}^{m+n-1}C_{n-1} + {}^{m+n-2}C_{n-1} + ... + {}^{m+n-q}C_{n-1}, \qquad (10)$$

ou um valor maior, quando a eliminação das funções arbitrárias é feita por grupos. Utilizando este resultado prova dois teoremas neste artigo, ambos sobre integrais de uma equação dados por uma única expressão matemática. Em seguida formula o seguinte resultado

> Teorema [1][34]. *O integral [geral] de uma equação com derivadas parciais de ordem q com n variáveis independentes contém, regra geral, q funções arbitrárias distintas, contendo cada uma n-1 argumentos, e nunca pode conter menos* (TEIXEIRA 1878a, p. 161).[35]

Isto é ligeiramente diferente do resultado incluído no parágrafo 8 da sua tese. Aqui ele afirma que

---

[32] Neste artigo não menciona a sua fonte, mas na sua tese refere o livro de L. B. Francoeur *"Curso Completo de Mathematicas Puras,*, edição de 1854, traduzida para português por Francisco de Castro Freire e Rodrigo de Sousa Pinto.

[33] Não está explicitamente indicado no artigo, mas é óbvio que este número é o número total de termos depois de adicionar e subtrair termos do mesmo tipo.

[34] Gomes Teixeira não numera os teoremas. Fazemo-lo aqui para ser mais fácil referir-nos a eles..

[35] "L'intégrale [générale] d'une équation aux derivées partielles d'ordre q avec n variables indépendentes contient, en general, q fonctions arbitraires distinctes, contenant chacune n-1 arguments, et elle ne peut jamais en contenir moins"

> *O integral de uma equação ás derivadas parciaes de ordem q com n variaveis independentes contem pelo menos q funcções arbitrarias distinctas com n-1 argumentos*. (TEIXEIRA 1875, p.110)

Pelo raciocínio acima indicado sabemos que o número de funções arbitrárias quando o integral da equação é derivado *m* vezes é dado por (10). Gomes Teixeira calcula-o directamente da expressão analítica do integral geral, considerando que pode incluir três tipos de parcelas:

i) *g* funções arbitrárias, cada uma com *l* variáveis,
ii) funções obtidas por derivação de algumas funções em i),
iii) integrais indefinidos de algumas das funções consideradas em i) em ordem a algumas das suas variáveis.

Então procede do modo seguinte, em cada um dos três casos:

i) Suponhamos $\varphi(a_1,...,a_l)$ uma das funções arbitrárias e derivemo-la *m* vezes.

ii) Obtemos $\varphi(a_1,...,a_l)$, $\frac{\partial\varphi}{\partial a_1},...,\frac{\partial\varphi}{\partial a_l},\frac{\partial^2\varphi}{\partial {a_1}^2},\frac{\partial^2\varphi}{\partial a_1\partial a_2}...,\frac{\partial^2\varphi}{\partial {a_l}^2},...,\frac{\partial^m\varphi}{\partial {a_1}^m},...,\frac{\partial^m\varphi}{\partial {a_l}^m}$, um total de $1+{}^{m+l}C_l-1={}^{m+l}C_l$ funções.

iii) Suponhamos uma das funções em ii), $\frac{\partial^\theta\varphi}{\partial {a_1}^i\partial {a_2}^k...}$. As suas derivadas até à ordem $m-\theta$ foram já consideradas em i). Portanto só necessitamos de calcular o número de derivadas desta função $m-\theta$ e *m.* Utilizando a teoria combinatória[36], o número de derivadas de ordem $m-\theta+1$ é igual a ${}^{m+l-\theta}C_{l-1}$. Procedemos analogamente para as derivadas de ordem $m-\theta+2$, …, *m-1, m*.

Consequentemente, o número total de funções obtidas no segundo caso é:

$${}^{m+l-1}C_{l-1}+{}^{m+l-2}C_{l-1}+...+{}^{m+l-\theta}C_{l-1}.$$

Notamos que em cada uma das expressões combinatórias a potência de *m* é inferior a *l.*

iv) Suponhamos que uma das expressões em iii) é $\iint...\int\varphi\ da_1{}^i da_2{}^k...$ em que φ é uma função arbitrária em i), e $a_1, a_{2,...}$ são variáveis. Seja *t* o número de variáveis cujos diferenciais não estão incluídos no integral, isto é, *t<l.* Se derivarmos em ordem às outras *l-t* variáveis, obtemos ou funções em *iii)* ou em *i)*. Portanto apenas temos de calcular o número de funções obtidas por derivação do integral acima indicado em ordem às *t* variáveis, que é ${}^{m+t}C_t$, onde novamente *m* é inferior a *l.*

[36] Isto é, o segundo resultado mencionado por Teixeira.

Consequentemente, para o integral ser um integral geral é necessário que

$$\delta = {}^{m+n-1}C_{n-1} + {}^{m+n-2}C_{n-1} + \ldots + {}^{m+n-q}C_{n-1} \leq g\,{}^{m+l}C_l + g',$$

em que *g'* é o número de funções arbitrárias introduzidas por derivação nos casos *ii)* e *iii)*, isto é,

$$g' = \sum {}^{m+A}C_{l-1} + \sum {}^{m+B}C_{l-2} + \ldots$$

com *A*, *B*, …, inteiros positivos menores que *l*.

Como δ tem q parcelas, obtemos[37]

$$qm^{n-1} + \ldots \leq gm^{l}\alpha + \ldots \text{ , (11)}$$

com $\alpha = \dfrac{(n-1)!}{l!}$ e onde *n-1* e *l* são as mais elevadas potências de *m* respectivamente nos lados esquerdo e direito de (11).

Como (11) é válida para todos os números naturais *m*, concluímos que

$$l \geq n-1, \quad g\alpha \geq q. \qquad (12)$$

Da primeira desigualdade temos que $\alpha \leq 1$, e consequentemente obtemos $g \geq q$. Isto conclui a demonstração do resultado incluído na sua tese. Para completar a sua apresentação dos conteúdos deste resultado, e para justificar a afirmação extra que nele se faz (que na maioria dos casos o integral geral tem *q* funções arbitrárias com *n-1* variáveis cada). Gomes Teixeira adiciona ainda um parágrafo final com considerações gerais que não é muito convincente[38] . Adiciona um novo resultado que não está na sua tese, e que é um corolário ao teorema 1:

> Teorema [2]. *O mais pequeno número de funções arbitrárias que devem ser eliminadas quando se faz a eliminação das outras aumenta com a ordem da equação, com a ordem até à qual se diferencia o integral, e com o número das variáveis*

[37] Nem neste artigo nem no parágrafo 8 da tese de Gomes Teixeira a desigualdade seguinte inclui a constante α. Isto é uma constante que não é mencionada na demonstração deste resultado. Incluimo-la pois é mais fácil demonstrar este teorema considerando-a.

[38] Menciona que as desigualdades em (12) sao substituidas por igualdades quando a eliminação das funções arbitrárias não é feita por grupos (esta eliminação implica a existência de mais condições que as relacionam) , ou o número mínimo é eliminado para cada valor de *m*, e este é o caso geral.

> *independentes, e só é zero no caso das equações de primeira ordem*[39] (TEIXEIRA 1878a, p. 163)

Pelo teorema 1 há pelo menos *q* funções arbitrárias, cada uma com pelo menos *n-1* variáveis. Portanto, derivando-as *m* vezes, haverá pelo menos $q^{m+n-1}C_{n-1}$ funções arbitrárias.

Consequentemente, e utilizando (10), o número mínimo de funções que têm de ser eliminadas para o sistema das derivadas do integral ser equivalente ao respectivo sistema de derivadas da equação é

$$D = q^{m+n-1}C_{n-1} + g' - (^{m+n-1}C_{n-1} + ^{m+n-2}C_{n-1} + ... + ^{m+n-q}C_{n-1}),$$

com *g'* com o mesmo significado que tem no teorema 1. Utilizando os resultados da teoria combinatória, obtemos:

$$D = (q-1)^{m+n-2}C_{n-2} + (q-2)^{m+n-3}C_{n-2} + (q-3)^{m+n-4}C_{n-2} + ... + 2.^{m+n-q+1}C_{n-2} + ^{m+n-q}C_{n-2} + g'.$$ Portanto *D* aumenta com *q, m* e *n*.

Num capítulo final, Gomes Teixeira mostra que estes resultados podem ser generalizados para o caso em que o integral geral da equação *F=0* é dado por um conjunto de *k+1* equações, em que *k* das variáveis não podem ser eliminadas.

Com um método similar ao que foi utilizado no caso anterior, prova uma generalização de (10), e afirma que as demonstrações dos teoremas 1 e 2 se podem estender a este caso.

Temos $(k+1)^{m+n}C_n$ equações obtidas pela derivação do integral geral até à ordem *m.* Há $^{m+n-q}C_n$ equações obtidas pela derivação das equações até à ordem *m-q*.

Consequentemente a diferença é::

$(k+1)^{m+n}C_n - ^{m+n-q}C_n = k.^{m+n}C_n + [^{m+n-1}C_{n-1} + ^{m+n-2}C_{n-1} + ... + ^{m+n-q}C_{n-1}] = k.^{m+n}C_n + \delta$, o que generaliza (10).

[39] "Le plus petit nombre de fonctions arbitraires qui doivent disparaître, quando n fait l'élimination des autres, augmente avec l'ordre de l'équation, avec l'ordre jusqu'auquel on différencie l'intégrale, et avec le nombre des variables indépendantes, et n'est que zero que dans le cas des équations de premier ordre"

5. SOBRE A INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES ÁS DERIVADAS PARCIAES LINEARES DE SEGUNDA ORDEM (1878)

Este artigo foi publicado no *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*. A sua primeira parte apareceu quatro anos depois como primeiro capítulo de um artigo no *Bulletin de l'Académie Royale de Bélgique* com o título *Sur l'intégration d'une classe d'équations aux derivées partielles du second ordre.*

Teixeira mostra que a equação

$$F = Ar + Bs + Ct + D = 0, \qquad (13)$$

onde *A, B, C* e *D* são funções de *x, y, z, p*, e *q*, pode ser transformada numa equação de primeira ordem quando é conhecido um integral intermédio onde a função arbitrária depende unicamente de *x* e *y*:

$$\varphi(x, y) = f(x, y, z, p, q). \qquad (14)$$

Aqui utiliza o método exposto na sua tese de doutorado, parágrafo 16. Calcula as derivadas de φ:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \varphi_1(x, y, z, p, q, r, s, t),$$

$$\frac{d\varphi}{dy} = \varphi_2(x, y, z, p, q, r, s, t),$$

e mostra que somente equações da forma (13) podem ter semelhantes integrais intermédios..

Então, utilizando um teorema de Jacobi sobre determinantes funcionais, dá as condições necessárias e suficientes para a eliminação de três das variáveis *z, p, q, r, s, t*, implicando a eliminação das outras três. Consequentemente obtém uma equação de primeira ordem.

$$\psi(x, y, \varphi, \frac{d\varphi}{dx}, \frac{d\varphi}{dy}) = 0$$

a partir da qual é mais fácil obter *z.* Para esse fim utiliza as soluções Ω da equação

$$C\Omega^2 - B\Omega + A = 0. \qquad (15)$$

Aqui termina a parte do artigo (pp. 138-142) que aparece na publicação de 1882. Então, como exemplo de utilização deste método, resolve a equação $rx^2 + 2xys + y^2t = 0$.

Na parte final do artigo Gomes Teixeira discute as possíveis soluções quando A, B, e C têm mais algumas condições, nomeadamente

i) quando só dependem de *x* e *y*;

ii) Quando a equação (15) tem só uma solução;

iii) Quando A ou C são zero, ou quando duas das três funções são zero.

6. SUR L'INTÉGRATION D'UNE ÉQUATION AUX DÉRIVÉES PARTIELLES DU DEUXIÈME ORDRE (1881)

Este artigo foi publicado nos *Comptes Rendus des Scéances de l'Académie des Sciences de Paris.* Utiliza um processo descrito no Capítulo IV da sua tese, (Parágrafo 29) para uma equação de segunda ordem que não inclui *t*. Aqui ele emprega-a para a equação

$$A\frac{d^2z}{dxdy} + B\frac{dz}{dx} + \phi(\frac{d^2z}{dx^2}, \frac{dz}{dx}, x, y, z) = 0, \quad (16)$$

Com A e B funções de *x, y, z,* e $\frac{dz}{dx}$, e $p = \frac{dz}{dx}$.

Seja $u = f(x, y, z, p)$, e seja f definido pela equação

$$A\frac{df}{dz} - B\frac{df}{dp} = 0. \quad (17)$$

Consequentemente obtemos::

$$\frac{du}{dx} = \frac{df}{dx} + \frac{df}{dz}\frac{dz}{dx} + \frac{df}{dp}\frac{d^2z}{dx^2}, \quad (18)$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{df}{dy} + \frac{df}{dz}\frac{dz}{dy} + \frac{df}{dp}\frac{d^2z}{dxdy}.$$

Utilizando (18) eliminamos $\frac{d^2z}{dxdy}$ e $\frac{d^2z}{dx^2}$ em (16). Com (17) podemos igualmente eliminar $\frac{dz}{dy}$, e obtemos uma equação da forma:

$$F(x, y, z, \frac{dz}{dx}, \frac{du}{dx}, \frac{du}{dy}) = 0.$$

A partir desta equação e de $u = f(x, y, z, p)$ obtemos

$$z = \varphi(x, y, u, \frac{du}{dx}, \frac{du}{dy}), \qquad (19)$$

$$\frac{dz}{dx} = \theta(x, y, u, \frac{du}{dx}, \frac{du}{dy}).$$

Derivando a primeira destas equações e igualando-a à segunda, obtemos

$$\theta(x, y, u, \frac{du}{dx}, \frac{du}{dy}) = \frac{d\varphi}{dx} + \frac{d\varphi}{du}\frac{du}{dx} + \frac{d\varphi}{dp}\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d\varphi}{dq}\frac{d^2u}{dxdy},$$

Isto é, obtemos uma equação de segunda ordem que pode ser resolvida em ordem a *u*.

Substituindo *u* em (19) obtemos o integral da equação (16).

7. NOTE SUR L'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES DU SECOND ORDRE (1881)

Esta nota foi publicada no *Bulletin de la Société Mathématique de France*.

Suponhamos que *H, K, L, M* e *N* são funções de *x, y, z, p, q*, e onde *p, q, r, s,* e *t* têm o significado usual de primeiras e segundas derivadas de *z* em ordem a *x* e *y*. Teixeira afirma que Imschenetsky demonstrou que a equação de Monge-Ampère

$$Hr + 2Ks + Lt + M + N(rt - s^2) = 0 \qquad (20)$$

pode ser transformada numa equação linear quando um integral particular com três constantes arbitrárias é conhecido. Utilizando a teoria desenvolvida por Ampère nos dois artigos acima citados, Imschenetsky mostra que esta equação é consideravelmente simplificada se o integral verifica pelo menos um de dois sistemas de equações caractererísticas.

O objectivo de Gomes Teixeira é obter um método directo para obter os resultados de Imschenetsky, evitando utilizar a teoria de Ampere.

Na primeira parte do artigo discute o método de Imschenetsky. Utiliza o integral particular de (20) com três variáveis arbitrárias, α, β e η,

$$z = \omega(x, y, \alpha, \beta, \eta). \qquad (21)$$

Passando a considerá-las como variáveis, e substituindo em (20) a variável dependente *z* pela variável η, definida por (21), e as variáveis *x* e *y* pelas variáveis α e β, dadas pelas equações

$$\frac{d\omega}{d\alpha}+\frac{d\omega}{d\eta}\frac{d\eta}{d\alpha}=0,$$
$$\frac{d\omega}{d\beta}+\frac{d\omega}{d\eta}\frac{d\eta}{d\beta}=0.$$

Com estas mudanças, Imschenetsky obtem a equação

$$R\frac{d^2\eta}{d\alpha^2}+2S\frac{d^2\eta}{d\alpha d\beta}+T\frac{d^2\eta}{d\beta^2}+U=0\,, \qquad (22)$$

com *R, S, T*, e *U* funções de $\alpha,\beta,\eta,\frac{d\eta}{d\alpha},\frac{d\eta}{d\beta}$.

Gomes Teixeira quer obter uma equação mais simples que (22) por um método directo. Considera três casos:

i) Supõe que (21) é obtido a partir do conhecimento de um integral intermédio., que tem uma constante arbitrária. Supunhamos α= *f(x, y, z, p, q)* um integral intermédio com a constante α. Calculando as derivadas de f em relação a x e a y, e eliminando entre essas duas equações e a equação (20) duas das variáveis *r, s , t,* Teixeira obtém a equação

$$(H+Nt)(\frac{df}{dq})^2-(K-Ns)\frac{df}{dp}\frac{df}{dq}+(L+Nr)(\frac{df}{dp})^2=0 \quad (23)$$

Com mais alguma computação técnica, e usando (21), Teixeira demonstra que *R*=0, e obtem uma versão simplificada de (22).

$$2S\frac{d^2\eta}{d\alpha d\beta}+T\frac{d^2\eta}{d\beta^2}+U=0\,.$$

ii) Supõe que se conhecem dois integrais intermédios de (20) com duas constantes arbitrárias α e β,

f(x, y, z, p, q) = α,

F(x, y, z, p, q) = β,

cada um dos quais verificando um dado sistema de equações diferenciais[40]. Neste caso mostra que *R*=*T*=0, e portanto (20) reduz-se a

$$2S\frac{d^2\eta}{d\alpha d\beta}+U=0\,.$$

iii) Por ultimo suponhamos $K^2-HL+MN=0$. Derivando *f* em ordem a *α* e a *β*, e considerando *z, p* e *q* como funções de *α* e *β* determinados por (21). Obtém-se *S*=0, e portanto a equação (22) reduz-se a

$$T\frac{d^2\eta}{d\beta^2}+U=0$$

8. SUR L'INTÉGRATION D'UNE CLASSE D'ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES DU DEUXIÈME ORDRE (1882)

Este artigo foi publicado no *Bulletin de l'Académie Royale de Bélgique*. Nele é estudada novamente a integração da equação (13). Está dividido em três capítulos. Conforme se disse atrás, o primeiro (pp. 167-170) pode ser considerado a tradução francesa da primeira parte do artigo de 1878 que Gomes Teixeira publicou em português *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* com um título ligeiramente diferente, *Sobre a integração das equações ás derivadas psrciaes lineares de segunda ordem*, e que foi analizado acima.

O principal resultado do artigo do *JSMA* é válido para uma equação que tem um integral intermédio em que a função arbitrária só depende de *x* e de *y*, e é dada por (14). Gomes Teixeira supôs válida uma dada condição de modo que a eliminação de três das variáveis *z, p, q, r, s*, e *t* no sistema de três equações constituído por (14) e pelas suas derivadas parciais em relação a *x* e a *y* implique a eliminação das outras três.

Na 2ª parte Gomes Teixeira enfraquece esta condição, de modo que a eliminação no mesmo sistema de três equações diferenciais de três das variáveis *p, q, r, s,* e *t* não

[40] Gomes Teixeira diz que os sistemas podem ser um dos dois sistemas de equações diferenciais ordinárias que são obtidos pelo método de Monge, ou um dos dois sistemas de equações diferenciais com derivadas parciais que são obtidos pelo método de Boole.

implica a eliminação de *z.* Consequentemente obtém-se uma equação um pouco mais complicada que a do caso anterior:

$$f_1(x, y, z, \varphi, \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}) . \qquad (24)$$

Como anteriormente, Gomes Teixeira considera o sistema de três equações formado por (24) e pelas suas derivadas parciais em ordem a x e a y. Calcula seguidamente $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ e substitui em (24), obtendo a equação

$$f_2(x, y, z, \varphi, K\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + L\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} + M, K_1\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + L_1\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} + M_1) = 0 , \quad (25)$$

onde K, L, M, K_1, L_1, M_1 são funções $x, y, z, , \varphi, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$. Utilizando (24) é possível eliminar *z*, consequentemente obtendo uma equação diferencial com derivadas parciais de segunda ordem, com duas variáveis independentes. Nota que se formos capazes de integrar a equação (25) em ordem a φ, substituindo este valor em (24) obtemos o integral de (13).

Na terceira e última parte deste artigo, utiliza os resultados das Partes I e II para estudar casos particulares de (13).[41]

9. DESENVOLVIMENTOS EM SÉRIE DE SOLUÇÕES DE EQUAÇÔES COM DERIVADAS PARCIAIS (1885) e (1886)

Nesta secção incluímos os dois últimos artigos que Gomes Teixeira escreveu nesta série em que o tema principal são as equações diferenciais com derivadas parciais. Os seus títulos são já uma indicação de uma aproximação diferente. São bastante curtos (apenas três páginas cada um tal como se encontram nas suas *Obras*). O segundo generaliza resultados do primeiro, e o objectivo é mostrar que um dado tipo de equação diferencial limita os possíveis valores dos coeficientes das séries que exprimem as soluções daquela equação diferencial.

[41] Estuda cinco casos: A=0, B=0, A=B=0, A=C=0 e B=C=0.

Em 1885 publica *Sur le développement des fonctions satisfaisant a une équation différentielle* nos *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure de Paris.*

O principal resultado desta artigo é:

A série $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n + ...$, *onde* $a_0, a_1, a_2, ...$ *representam fracções reduzidas à expressão mais simples, não pode ser o desenvolvimento de uma função definida por uma expressão algébrica relativamente a x, y* e *y', com coeficientes inteiros, F(x, y, y')=0, tal que* $\frac{dF}{dy'}$ *seja diferente de zero se x=0, se existir um valor de n a partir do qual os denominadores de* $a_{n+1}, a_{n+2}, ...$ *contêm factores primos superiores respectivamente a à n+1, n+2, n+3, etc.*[42]

A demonstração utiliza a formula para a derivada de ordem *n* de *y:*

$$\sum \frac{(y')^{\alpha}(y'')^{\beta}(y''')^{\gamma}...(y^{(n-1)})^{\lambda}(y'')^{\alpha'}(y''')^{\beta'}...(y^{(n-1)})^{\omega'}(y^{(n)})^{\lambda'}}{\alpha!\beta!...\lambda!\alpha'!\beta'!...\lambda'!(2!)^{\beta+\beta'}(3!)^{\gamma+\gamma'}...((n-1)!)^{\lambda+\lambda'}\alpha''!} \frac{d^m F}{dx^a dy^b (dy')^c} = 0,$$

em que a soma é relativa a todas as soluções inteiras não negativas[43] de

$$\alpha + 2\beta + 3\gamma + ... + (n-1)\lambda + \alpha' + 2\beta' + 3\gamma' + ... + (n-1)\lambda' + \alpha'' = n-1,$$

com

$$\begin{aligned} &\alpha + \beta + \gamma + ... + \lambda + \alpha' + \beta' + \gamma' + ... + \lambda' + \alpha'' = m, \\ &a = \alpha'', b = \alpha + \beta + \gamma + ... + \lambda, c = \alpha' + \beta' + \gamma' + ... + \lambda'. \end{aligned} \qquad (26)$$

isto é, *a+b+c=m*.

Consequentemente:

$$\sum \frac{(y')^{\alpha}(y'')^{\beta+\alpha'}(y''')^{\gamma+\beta'}...(y^{(n-1)})^{\lambda+\omega'}(y^{(n)})^{\lambda'}}{\alpha!\beta!...\lambda!\alpha'!\beta'!...\lambda'!(2!)^{\beta+\beta'}(3!)^{\gamma+\gamma'}...((n-1)!)^{\lambda+\lambda'}\alpha''!} \frac{d^m F}{dx^a dy^b (dy')^c} = 0;$$

então colocamos na mesma fracção potências iguais das derivadas e dos factoriais:

---

[42] "*La série* $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n + ...$, *où* $a_0, a_1, a_2, ...$ *représentent des fractions réduites à leur plus simple expression, ne peut pas être le développement d'une fonction définie par une équation algébrique relativement à x, y, y', à coefficients entiers, F(x, y, y')=0, telle que* $\frac{dF}{dy'}$ *soit différente de zero, quand x=0, s'il existe une valeur de n déterminée à partir de laquelle les dénominateurs de* $a_{n+1}, a_{n+2}, ...$ *contiennent dês facteurs premiers supérieurs respectivement à n+1, n+2, n+3,…".*

[43] No artigo é dito que só soluções de inteiros positivos são consideradas, mas na realidade algumas soluções onde algumas das variáveis são zero são também utilizadas, como veremos.

$$\sum \frac{2^{\alpha'}(3!)^{\beta'}(4!)^{\gamma'}...((n-1)!)^{\omega'}(n!)^{\lambda'}(y')^{\alpha}(y''/2!)^{\beta+\alpha'}(y'''/3!)^{\gamma+\beta'}...(y^{(n-1)}/(n-1)!)^{\lambda+\omega'}(y^{(n)}/n!)^{\lambda'}}{(2!)^{\beta'}(3!)^{\gamma'}(4!)^{\theta'}...((n-1)!)^{\lambda'}\alpha!\beta!...\lambda!\alpha'!\beta'!...\lambda'!\alpha''!}$$

$$\cdot\frac{d^m F}{dx^a dy^b (dy')^c} = 0 .$$

Simplificando

$$\sum \frac{2^{\alpha'}(3)^{\beta'}(4)^{\gamma'}...(n-1)^{\omega'}(n)^{\lambda'}(y')^{\alpha}(y''/2!)^{\beta+\alpha'}(y'''/3!)^{\gamma+\beta'}...(y^{(n-1)}/(n-1)!)^{\lambda+\omega'}(y^{(n)}/n!)^{\lambda'}}{\alpha!\beta!...\lambda!\alpha'!\beta'!...\lambda'!\alpha''!}$$

$$\cdot\frac{d^m F}{dx^a dy^b (dy')^c} = 0 .$$

Há apenas um termo em $y^{(n)}$ (para λ'=1, α=β=…=λ=α'=β'=…λ'=α''=0), e para esse termo temos *a=b=o*, *c=m=1*. Isolando este termo na igualdade anterior obtemos:

$$\sum \frac{2^{\alpha'}(3)^{\beta'}(4)^{\gamma'}...(n-1)^{\omega'}(y')^{\alpha}(y''/2!)^{\beta+\alpha'}(y'''/3!)^{\gamma+\beta'}...(y^{(n-1)}/(n-1)!)^{\lambda+\omega'}}{\alpha!\beta!...\lambda!\alpha'!\beta'!...\lambda'!\alpha''!}\frac{d^m F}{dx^a dy^b (dy')^c} +$$

$$+ .n\frac{dF}{dy'}\frac{y^{(n)}}{n!} = 0 . \qquad (27)$$

Calculando as derivadas em x=0 obtemos uma igualdade relacionando $y'_0, \frac{y''_0}{2!},...,\frac{y^{(n)}{}_0}{n!}$, isto é, os coeficientes $a_0, a_1, a_2,..., a_n$ das series dadas. Utilizando (27) vemos que o denominador de $\frac{y_0{}^{(n)}}{n!}$ só pode ter fatores primos que provenham:

i) do denominador $\alpha!\beta!...\lambda!\alpha'!\beta'!...\lambda'!\alpha''!$;

ii) do denominator de $(\frac{d^m F}{dx^a dy^b (dy')^c})_{x=0}$;

iii) do numerador de $(\frac{dF}{dy'})_{x=0}$;

iv) dos denominadores de $y'_0, \frac{y''_0}{2!},...,\frac{y^{(n-1)}{}_0}{(n-1)!}$;

v) n.

Os fatores primos em iv) e v) são menores ou iguais a *n*. Nos três primeiros casos não podem aumentar indefinidamente com *n*: com efeito, como F(x, y, z) é uma

função inteira em relação a estas três variáveis, as derivadas de ordem *m* superior ao seu grau são nulas, e portanto *m* has tem um limite superior inferior a *n*. Portanto, utilizando (26), vemos que os fatores primos dos termos em i) não podem ultrapassar um dado valor. As derivadas $(\frac{d^m F}{dx^a dy^b (dy')^c})_{x=0}$ e $(\frac{dF}{dy'})_{x=0}$ são funções inteiras de y_0 e y'_0, e portanto de a_0 e de a_1, e portanto a primeira só pode ter no seu denominador fatores primos que existem nos denominadores de a_0 e a_1, e a segunda, sendo uma fracção, não pode ter no seu numerador fatores primos que aumentem arbitrariamente..
Consequentemente o resultado fica demonstrado.

No ano seguinte Gomes Teixeira publica *Deuxième note sur le développement des fonctions satisfaisant a une équation différentielle*, também nos *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure de Paris.*
Nele generaliza o resultado anterior a equações de ordem arbitrária. Demonstra o seguinte:

A série $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n + ...$, *em que* $a_0, a_1, a_2, ...$ *representam fracções reduzidas à sua mais simples expressão, não pode ser o desenvolvimento de uma função definida por uma equação algébrica relativamente a* $x, y, y', ..., y^{(i)}$, *com coeficientes inteiros, F(x, y, y'…,* $y^{(i)}$*)=0, tal que* $\frac{dF}{dy^{(i)}}$ *seja diferente de zero para x=0, se [existir um valor n a partir do qual] os denominadores de* $a_{n+1}, a_{n+2}, ...$ *contiverem fatores primos superiores respectivamente a n+1, n+2,, …*[44]

Gomes Teixeira afirma que o resultado se pode provar como o anterior, mas prefere dar uma demonstração alternativa. Utiliza a formula de Leibniz para calcular a

[44] *"La série* $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n + ...$, *où* $a_0, a_1, a_2, ...$ *représentent des fractions réduites à leur plus simple expression, ne peut pas être le développement d'une fonction définie par une équation algébrique relativement à x, y, y',...,* $y^{(i)}$, *à coefficients entiers, F(x, y, y'…,* $y^{(i)}$*)=0, telle que* $\frac{dF}{dy^{(i)}}$ *soit différente de zero, quand x=0, si les dénominateurs de* $a_{n+1}, a_{n+2}, ...$ *contiennent indéfiniment des facteurs premiers supérieurs respectivement à n+1, n+2,, …"*

derivada de ordem *n,* faz *x=0*, e isola o termo com a derivada mais elevada, $y^{(i+n)}$ .A partir daqui a demonstração é análoga à do resultado anterior.

NOTAS FINAIS

O trabalho desenvolvido nestes primeiros 11 anos da carreira de Gomes Teixeira dão-nos já algumas características do seu trabalho. Aproveitando o que tinha pesquisado para a sua tese de doutorado, publicou resultados originais nela contidos em revistas estrangeiras, mostrando aqui, tal como com a fundação do *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronómicas*, uma preocupação de divulgar os resultados de matemáticos portugueses para a comunidade matemática internacional.

Por outro lado se vê que Teixeira não é um inovador matemático neste campo, pois os seus resultados são muitas vezes apenas generalizações de outros já obtidos, ou novos resultados derivados de pequenas variações das hipóteses de partida de problemas já estudados, utilizando técnicas altamente sofisticadas.

Isto de modo algum retira mérito ao seu trabalho, mas permite-nos mais justamente contextualizá-lo. Era o único matemático português da sua época que publicava regularmente no estrangeiro e mantinha uma intensa troca epistolar com alguns dos mais importantes matemáticos da sua época, o que veio a ajudar a internacionalização do jornal que fundou.

Rodolfo Guimarães, na extensa bibliografia da Matemática Portuguesa que publicou em 1909, na categoria relativa a "*equações diferenciais e às diferenças parciais; equações funcionais; equações às diferenças finitas; sequências recorrentes*" mostra de forma clara que Gomes Teixeira foi o único matemático português do seu tempo que trabalhou de forma séria e contínua na área das equações diferenciais. Dos 15 trabalhos mencionados nessa secção, 9 são de Gomes Teixeira, um é um livro de apontamentos, possivelmente utilizado para ensino na Universidade de Coimbra, e os outros de cinco autores diferentes (António José Teixeira, Rodolfo Guiimarães, Luis Woodhouse, Bruno de Cabedo e Luis da Costa e Almeida), que escrevem os seus artigos em português e publicam em jornais portugueses. Ao contrário, e muito significativamente, dos 9 trabalhos de Gomes Teixeira que são mencionados por

Rodolfo Guimarães, 7 estão escritos em francês e foram publicados em revistas estrangeiras[45]: era clara a diferença entre Gomes Teixeira e os seus contemporâneos portugueses matemáticos, quer quanto a capacidade quer quanto a se ter uma visão de futuro.que largamente transcendia as fronteiras estreitas do seu país. Gomes Teixeira foi pioneiro também nestes seus trabalhos; foi o único matemático português da sua geração que investigou, de forma continua e detalhada, uma mportante área da matemática, então em plena evolução, as equações diferenciais com derivadas parciais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMPÈRE, A. M., Considérations générales sur les integrales des équations aux différentielles partielles. *Journal de l'École Polytechnique*, 17ème Cahier,Tome X, pp. 549-611. Paris: Imprimerie Royale, 1815.

AMPÈRE, A. M., 1820. Mémoire contenant l'application de la théorie exposée dans le 17e Cahier du Journal de l'École Polytechnique, à l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre. *Journal de l'École Royale Polytechnique*, 18ème Cahier, Tome XI, pp. 1-188. Paris: Imprimerie Royale, 1820

ENCYCLOPÉDIE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÈES (edition française), Tome II, Volume IV, *Equations aux dérivées partielles*. Paris: Gauthier-Villars, et Leipzig: B. G: Teubner, 1913-1916 (reedição: Éditions Jacques Gabay, Paris, 1991)

GUIMARÃES, R., *Les mathématiques en Portugal*, Coimbra: Imprimerie de l'Université,1909.

IMSCHENETSKY, V. G., *Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre*. Paris: Gauthier-Villars, 1869

IMSCHENETSKY, V. G., *Etude sur les méthodes d'intégration aux dérivées partielles du second ordre d'une function de deux variables indépendantes*. Paris_Gauthier-Villars, 1872. (Versão original nas *Memórias da Universidade de Kazan*, pp. 111-256, 1868)

[45] Os dois que estão em português são a sua tese de doutiorado e um artigo de 1878, mas esse artigo, como já se referiu, foi parcialmente publicado, em 1882, traduzido em francês e com poucas alterações, em revista estrangeira.

LÜTZEN, J., *Partial differential equations* in *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*, Volume 1, pp. 452-469. London: Routledge, 1992.

SARAIVA, L. M. R., A Survey of Portuguese Mathematics in the Nineteenth Century, *Centaurus*, *42*, pp. 297-318, 2000.

SARAIVA, L. M. R., O início da actividade científica de Francisco Gomes Teixeira (1851-1933), *Actas do 4º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática*, pp. 161-176. Natal: EDUFRN, 2005.

SARAIVA, L. M.R*., A decisive Journal in Portuguese Mathematics: Gomes Teixeira's Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas (1877-1905),* in *L'émergence de la presse mathématique en Europe au 19ème siècle. Formes éditoriales et études de cas*, Christian Gerini & Norbert Verdier (Eds.), pp. 67-95, Oxford : Collège Publication,2014.

TEIXEIRA, F. G*., Integração das equações às derivadas parciais de segunda ordem*. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1875. (Incluído nas *Obras sobre Matematica* **IV**, pp. 101-155)

TEIXEIRA, F. G.,Sur le nombre des fonctions arbitraries des integrales des équations aux dérivées partielles, *Mémoires de la Société de Sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux*, 2e série, **2**, 1878 (Incluído nas *Obras sobre Matemática* **IV**, pp. 159-164)

TEIXEIRA, F. G., Sobre a integração das equações às derivadas parciais lineares de segunda ordem. *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronómicas*, **II**, pp. 138-153[46], 1878.

TEIXEIRA, F. G., Sur l'intégration d'une equation aux dérivées partielles du deuxième ordre, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **XCIII**, 1881 (Incluído nas *Obras sobre Matemática* **VII**, pp. 165-166)

TEIXEIRA, F. G.,Note sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre, *Bulletin de la Société Mathématique de France* XVII, 1881 (Incluído nas *Obras sobre Matemática* VII, pp. 275-281).

TEIXEIRA, F. G.,Sur le développement des fonctions satisfaisant a une équation différentielle, *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure de Paris*, 3ème série, **2**, 1885 (Incluído nas Obras sobre Matemática **IV**, pp. 71-73)

[46] Este artigo foi publicado numa versão francesa, com pequenas diferenças, em 1852, no Bulletin de l'Académie Royale de Belgique com o título"Sur l'intégration d'une classe d«équations aux dérivées partielles du second ordre", e está incluído nas *Obras sobre Matemática* IV, pp. 167-176.

TEIXEIRA, F. G., Deuxième note sur le développement des fonctions satisfaisant a une equation différentielle, *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure de Paris*, 3ème série,**3**, 1886 (Incluído nas *Obras sobre Matemática* **IV,** pp. 74-76)

TEIXEIRA, F. G., *Obras sobre Matemática*, 7 volumes, Coimbra: Imprensa da Universidade, 1904-1915.

TEIXEIRA F. G., *História das Matemáticas em Portugal*, Lisboa : Academia das Ciências, 1934

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

A EPOPEIA DO NÚMERO: OS NEANDERTAIS SABIAM CONTAR?

Manoel de Campos Almeida (PUC-PR)

O objetivo da presente palestra é investigar se outros hominídeos, além do Homo sapiens, empregavam processos embrionários de contagem, ou seja, tinham um conhecimento rudimentar de número. Os únicos vestígios arqueológicos sobreviventes da pré-história, que provavelmente testemunhem processos de contagens, são as denominadas tallies, talhas numéricas, manufaturadas segundo a técnica de entalhes. Ver-se-á quais os mais antigos artefatos dessa espécie, quais seus prováveis criadores, os matemáticos originais, os Urmathematikers, sua pátria, a Urheimat, bem como a Urzahlung, a contagem primitiva. Atualmente a Academia vem revendo suas opiniões acerca dos Neandertais, descartando falácias antigas, que os consideravam toscos e violentos, mas poderiam eles conhecer algum tipo de processo de contagem? Até recentemente nenhum artefato arqueológico que nos permitisse pressupor isso tinha sido encontrado.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

ENTRE A MODERNIDADE E O CONSERVADORISMO. A MATEMÁTICA MODERNA NOS DIÁRIOS DE LISBOA

José Manuel Matos, UFJF, UNL

RESUMO

As propostas de renovação do ensino da matemática ocorrem em todos os graus de ensino portugueses, especialmente durante a década de 1960. As suas ideias, no entanto, exercem uma influência que vai para lá da esfera educacional e o estudo dos jornais diários de Lisboa permite-nos observar as reações de diferentes correntes de opinião. Apesar da vigilância da censura prévia em vigor na época, conseguimos descortinar nas notícias daqueles periódicos duas grandes perspectivas. Por vezes, a reforma é vista como sinónimo de modernidade, de progresso e de desenvolvimento. Noutros momentos, trata-se de uma inevitabilidade a ser adoptada com as maiores cautelas. Observamos ainda, da parte de alguns matemáticos e educadores, o gradual desencanto à medida que se vai compreendendo o desajuste das novas propostas curriculares à realidade escolar.

A imprensa periódica de grande circulação é uma importante fonte para a História da Educação. As informações reveladas pelos jornais têm um carácter único, pois tratam-se, na maioria dos casos, de reflexões bem próximas dos acontecimentos e que assentam “numa lógica de reação a realidades ou a ideias, normas legais ou a situações políticas” (Nóvoa, 1993, p. XXXII). Os seus textos revelam como decorreu o debate educativo num contexto mais alargado do que o das escolas, das academias ou dos ministérios.

O movimento da matemática moderna em Portugal, no Brasil e em outros países tem sido estudado recorrendo essencialmente a documentação oficial, a textos

publicados em revistas da especialidade, a materiais de arquivo ou a testemunhos de participantes. Este trabalho pretende alargar as fontes estudadas, integrando artigos publicados em jornais diários de grande circulação, permitindo aceder a documentação dirigida ao grande público e portanto com um olhar e uma intencionalidade diferente da dos textos académicos, redigida por pessoas, jornalistas na sua maioria, exteriores ao corpo educativo. O objetivo deste texto é pois, através do estudo de artigos sobre matemática moderna publicados em diários lisboetas, alargando o conhecimento sobre o modo como a reforma se desenvolveu. Os diários trazem-nos um ponto de vista próximo do quotidiano e da "pequena história", dão-nos a visão do exterior da comunidade educativa trazida pelos jornalistas e ocasionalmente publicam textos dos próprios atores da reforma. Como veremos, nas palavras dos jornalistas, em especial nos títulos, a reforma é associada à modernidade, ao progresso e ao desenvolvimento. Mas veremos também a preocupação dos responsáveis com mudanças demasiado radicais. Observamos ainda, da parte de alguns matemáticos e educadores, o gradual desencanto à medida que se vai compreendendo o desajuste das novas propostas curriculares à realidade escolar.

Estudando as disciplinas escolares

O movimento curricular internacional conhecido como matemática moderna, iniciado na segunda metade do século XX, visava a transformação de representações e práticas da matemática escolar. A sua especificidade — como uma reforma da matemática escolar —- e sua amplitude — quer geográfica, quer de níveis de ensino abrangidos — fornece um campo excepcional para pesquisas sobre as formas como essa reforma surgiu e como a cultura da matemática escolar foi afetada em sistemas escolares distintos. O estudo dos efeitos das políticas educativas, do desenvolvimento curricular, dos métodos de ensino, do desenvolvimento profissional docente, ou das aprendizagens dos alunos encontra pois aqui um terreno promissor.

Estas apreciações só são possíveis se assumirmos que as disciplinas escolares possuem um grau considerável de autonomia, tanto em relação a outras áreas da

escola quanto em relação a disciplinas científicas. A proposta, apresentada pela primeira vez por André Chervel (1988), desvia o foco da pesquisa, quer da consideração de escolas apenas como entidades sociais e culturais inseridas em contextos sociais mais abrangentes, quer do entendimento das disciplinas como meras vulgarizações do conhecimento científico e, centrando-a nas disciplinas escolares *per se*, permite colocar novos problemas de investigação. As disciplinas escolares são por ele entendidas como criações específicas e autónomas da cultura escolar merecendo pois um estudo próprio.

O contexto da reforma da matemática moderna em Portugal

A ideia de que se tornava necessária uma renovação no ensino da Matemática, desenvolve-se no período pós 2.ª Guerra Mundial, particularmente em diversos países europeus, nos Estados Unidos da América, na União Soviética ou na América Latina. Este movimento internacional, motivado, quer por um desenvolvimento económico e social, quer pela competição internacional promovida pela Guerra Fria, conduziu a uma reforma curricular que ocorre entre a segunda metade da década de 50 e a primeira metade da de 70 do séc. XX, é comummente designado reforma da matemática moderna. Uma descrição global do movimento pode ser encontrada em Moon (1986) e as consequências do movimento para a génese do campo de educação matemática foi feita por Furinghetti, Matos e Menghini (2013). No plano nacional, a cronologia dos eventos foi estabelecida em Matos (1989, 2014) e análises parciais podem ser encontradas em Almeida (2013), Candeias (2008) e Monteiro (2018).

No início da década de 1960, Portugal vivia em ditadura e uma parte do regime procurava um desenvolvimento económico, tecnológico e científico o que requeria uma maior qualificação da população ativa. A Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Económico vai ter um papel importante neste projeto pois estimulou a realização de encontros científicos, cursos práticos, estudos e relatórios, apoiada pelos sectores industriais que necessitava de técnicos especializados e pelos liberais do regime (Teodoro, 2001).

Entre 1948 e 1968 o sistema escolar português compreendia quatro anos de ensino primário obrigatório (destinado a alunos entre os 6 e os 9 anos) e o ensino secundário, que se iniciava aos 10 anos de idade e se separava em dois ramos: o ensino liceal e o ensino técnico. O ensino liceal dividia-se em três ciclos: 1.º ciclo (10-11 anos), 2.º ciclo (12-14 anos), 3.º ciclo (15-16 anos). No 3.º ciclo, os alunos preparavam-se para estudos universitários, visando as profissões liberais e quadros técnicos superiores. As escolas técnicas não davam acesso direto às universidades e eram destinadas à formação profissional (figura 1).

Primário	**Liceus**		**Univ.**		
(6-9 anos) (obrigatório)	**1.º ciclo (10-11 anos)**	**2.º ciclo (12-14 anos)**	**3.º ciclo (15-16 anos)**		**(17- anos)**
	Escolas técnicas	**Institutos**			
	Ciclo Preparatório (10-11 anos)	**Diversos tipos de cursos (12- anos)**			

Figura 1. Sistema escolar português, 1947.

A sociedade valorizava a formação dos liceus vista como um caminho de ascensão social e desvalorizava a das escolas técnicas que conduzia a empregos menos prestigiados socialmente. Desde o início da segunda metade do século XX, a frequência quer de uns quer de outras tinha crescido de forma assinalável.

Em 1968 esta estrutura vai ser alterada com a criação do Ciclo Preparatório do Ensino Liceal (CPES) que vai substituir o 1º ciclo dos liceus e o Ciclo Preparatório das escolas técnicas aumentando para seis anos a escolaridade básica e atrasando a separação entre técnicas e liceus para os 12 anos de idade.

A recolha dos artigos

Estabeleceu-se como baliza para a busca o período entre 1955 e 1972. A primeira data refere-se à nomeação pelo Instituto de Alta Cultura de uma sub-comissão constituída por J. Vicente Gonçalves (Faculdade de Ciências de Lisboa), José Jorge Gonçalves Calado (Liceu Pedro Nunes), José Sebastião e Silva (Instituto Superior de

Agronomia) e José Duarte da Silva Paulo (Liceu de Oeiras) que vai representar Portugal junto da Comissão Internacional do Ensino Matemático. Pela primeira vez em muitos anos o país passa a ter uma representação permanente junto daquela organização internacional. O ano de 1972 é o da morte de Sebastião e Silva, o motor da reforma em Portugal. Apesar desta amplitude de oito anos, apenas encontrámos artigos entre 1957 e 1969. Aparentemente, após esta data o entusiasmo público pela reforma esbateu-se.

Já anteriormente tínhamos identificado alguns dos textos mais longos, quer em publicações educativas, quer no espólio de professores. Para este trabalho, a busca de artigos prosseguiu a partir da informação contida no livro *A Educação nos artigos de jornal durante o Estado Novo (1945-1969)*, da autoria de Áurea Adão (2012). Esta primeira recolha[47] foi completada com a busca sistemática de textos disponíveis na internet, especialmente no *Diário de Lisboa* acessível no portal Casa Comum[48]. Mais tarde, e para recolhas mais pontuais, recorremos à Biblioteca Nacional e à Hemeroteca Municipal, ambas em Lisboa.

O nosso *corpus* documental é pois constituído por artigos relacionados com o tema da matemática moderna recolhidos em todos os jornais diários lisboetas da época: *A Capital*, *Diário de Lisboa*, *Diário de Notícias*, *Diário Popular*, *Novidades*, *O Século* e *República*. Para permitir ao leitor algum conhecimento sobre os jornais que constituem o nosso *corpus* faremos uma breve caracterização de cada um, fundamentalmente baseada em Adão (2012).

A Capital foi um título da Primeira República que renasceu no final dos anos 60. Este jornal vespertino que se publicou entre 1968 e 2005, surgiu como um jornal não ligado ao regime. Nos seus dois primeiros anos destaca-se ao nível da publicação de textos sobre Educação. Os textos publicados abordam temas atuais, sobressaindo os textos sobre os problemas existentes no ensino universitário.

O *Diário de Lisboa* publicou-se entre 1921 e 1990, e era um jornal vespertino. Tentou ser um jornal independente e sem compromissos com o poder político e económico. Não tendo um suplemento voltado para a Educação, inseria rubricas

[47] António José Almeida e Mária Almeida colaboraram na pesquisa.
[48] http://casacomum.org.

temáticas ‘Diário Escolar’, ‘Vida Universitária’, ‘Ensino’, que eram preenchidas com notícias breves sobre assuntos do quotidiano escolar. Procurava informar os seus leitores sobre acontecimentos educativos nacionais e internacionais, na medida em que a censura lho permitia. publicando um número muito elevado de notícias, de artigos de opinião e de estudos.

O *Diário de Notícias* foi fundado em 1864, e era um jornal matutino. A sua distribuição abrangia todo o Portugal continental e era líder nas tiragens, sendo um órgão oficioso do regime do Estado Novo. Relativamente aos textos sobre Educação privilegiava as notícias, os artigos de opinião e as reportagens.

O *Diário Popular* publicou-se entre 1942 e 1991, tendo sido um jornal de grande tiragem em Portugal. Foi um dos poucos jornais fundados durante o Estado Novo e era ideologicamente próximo da ditadura nas grandes questões. Não tinha rubricas temáticas de Educação.

O *Novidades* iniciou a sua publicação em 1885 e esta terminou passados 90 anos, em 1975. Este periódico era desde 1923 o órgão oficioso da Igreja católica, e revelava-se apoiante do regime. No que concerne aos temas sobre Educação, era o único jornal a publicar semanalmente um suplemento, designado ‘Acção Escolar’, dedicado aos temas relacionados com o ensino primário e a educação da criança. Além das notícias, artigos de opinião e estudos inseridos no suplemento em número muito significativo, este diário publicava também editoriais sobre temas educativos, entrevista e biografias sobretudo de pedagogos estrangeiros.

Fundado em 1911, o *República* era um jornal vespertino considerado o órgão da oposição republicana e democrática. Constituindo-se objeto privilegiado da censura, tinha uma fraca penetração junto do grande público dependendo das assinaturas de um reduzido número de leitores. Destacava-se ao nível da publicação de textos sobre Educação e dos seus colaboradores nesta área, como F. Piteira Santos, J. Dias Agudo, Maria Amália Borges, entre outros. Publicava rubricas temáticas intituladas ‘Ensino’, ‘Vida Universitária’, ‘Vida Académica’, com pequenas notícias sobre o quotidiano escolar privilegiando as notícias nacionais e internacionais, os artigos de opinião e os estudos.

Publicado entre 1880 e 1977, *O Século* era o matutino com mais noticiário da província, autodenominando-se como “o jornal de maior circulação nacional”. Ao nível das tomadas de posição editoriais, alinhava com o Governo nas questões essenciais. Em finais da década de 1960, publica regularmente a rubrica temática ‘Ensino’, onde noticia bolsas de estudo, concursos para professores e outras informações relacionadas com o quotidiano escolar. Para além das reportagens e notícias, privilegia os editoriais para tratar de questões educativas do momento.

É importante ter em conta o contexto em que estes jornais executavam a sua função. Durante a época em estudo, competia ao Governo e, muito especialmente à censura, indicar diariamente o que seria a notícia, procurando-se impedir a divulgação de temas envolvendo conflitos sociais (manifestações, greves, etc.), opiniões críticas e tudo o que pudesse de algum modo perturbar a perspetiva que o regime pretendia impor no país. No final do período estudado verificava-se uma vigilância especial sobre temas que dissessem respeito à guerra colonial. A censura exercia-se também sobre as notícias internacionais procurando que estas tivessem sempre uma tonalidade que se não chocasse com a visão da posição de Portugal no mundo que o regime pretendia divulgar. As notícias estão pois sujeitas a estes condicionalismos. No entanto, como mostrou Ginzburg (2006), mesmo em circunstâncias muito desfavoráveis, conseguimos obter indicações preciosas sobre o tema em estudo, desde que efetuemos a conveniente crítica dos documentos.

O *corpus*

Seguindo de perto a tipologia proposta por Áurea Adão (2012), classificámos os artigos encontrados em:

> *artigos de opinião*: com um estilo literário livre, muitas vezes opinativo que tem por objetivo o esclarecimento de um tema;
> *estudos*: trabalho aprofundado sobre um tema;
> *reportagens*: exposição de factos que não são estritamente notícia procurando relatar o essencial desses factos;

notícias: textos de pequena dimensão, descritivos, tendo como finalidade a comunicação de algo acontecido ou divulgado:

entrevistas: opiniões de um personagem recolhidas por um repórter;

documentação: adaptação da categoria *legislação* proposta por Adão, na qual foram incluídos exames nacionais e sua resolução.

No seu levantamento jornalístico, Adão encontrou ainda outras tipologias que não ocorrem no corpus analisado. Estão neste caso editoriais, discursos, biografias, publicações ou mesas redondas.

Encontrámos 64 textos[49] e a sua distribuição por categorias por cada diário pode ser encontrada na tabela 1.

É necessária alguma cautela na interpretação dos números da tabela 1. Embora o processo de recolha de dados tenha sido suficientemente robusto para não deixar de fora os artigos de maior dimensão, pode, no entanto, ter deixado escapar pequenas notícias, problema que afeta a pesquisa em todos jornais exceto o *Diário de Lisboa*, para o qual a consulta estava mais facilitada. Apesar desta limitação, podemos afirmar que o *Diário de Lisboa* se destaca pelo número de artigos de opinião, reportagens e documentação que publicou sobre a reforma. Apenas o *Diário Popular* com as suas sete reportagens, bem relevantes como veremos, se aproxima. São pois estes dois vespertinos que congregam os artigos mais significativos de divulgação do ideário da matemática moderna para o grande público. Dos restantes, apenas o *Diário de Notícias* apresenta números significativos. Os outros têm pouca expressão. O *Novidades* aparece centrado no ensino primário, *O Século* e *A Capital* limitam-se a pequenas notícias, e mesmo o *República* apenas publica um artigo de opinião e duas pequenas notícias.

[49] Quase todos os artigos encontrados serão publicados no livro *A matemática moderna nos jornais diários de Lisboa* de António José Almeida, José Manuel Matos, Mária Cristina Almeida e Rui Candeias (em impressão).

Tabela 1. Distribuição dos textos jornalísticos encontrados segundo a categorizarão de Adão (2012) por diário.

	Diário Popular	*Novidades*	*Diário de Lisboa*	*O Século*	*Diário de Notícias*	*A Capital*	*República*	Total
Artigo de opinião		1	10				1	11
Estudo			2					2
Reportagem	7		5		2			14
Notícia	4	2	13	4	3	1	2	29
Entrevista			1		1			2
Documentação			5					5
Total	**11**	**3**	**36**	**4**	**6**	**1**	**3**	**64**

Agrupámos os artigos em secções seguindo uma ordem simultaneamente temática e cronológica. Assim, a primeira secção, *Antes da experiência nos liceus*, contem as primeiras notícias sobre as novas ideias anteriores a 1963 bem como artigos onde as novas ideias são exploradas, embora não abordando nenhuma experiência concreta. A segunda secção é auto-explicativa, *Artigos de fundo sobre as experiências*, e constitui talvez o centro deste texto. Segue-se uma secção, a terceira, *Os "Cursos de Oeiras"* onde se apresentam os artigos referentes a estes cursos de formação de professores liceais. Os *Relatos de experiências* constituem a quarta secção. As *Visões críticas* ao movimento da matemática moderna constituem a última secção.

Antes da experiência nos liceus

O começo do movimento da matemática moderna em Portugal costuma ser colocado em 1963 com o início de uma experiência nos liceus. No entanto, os jornais diários lisboetas permitem-nos conhecer mais em detalhe o modo como as novas ideias foram gradualmente sendo integradas no panorama educativo. Tratam-se essencialmente de pequenas notícias relatando atividades dispersas e que nos dão a indicação de que "algo está a mexer".

Assume especial importância um conjunto de pequenas notícias de novembro de 1957 sobre uma conferência no Liceu Pedro Nunes pois trata-se da primeira vez que

as ideias da matemática moderna são apresentadas numa sessão pública em Portugal. A importância deste evento pode ser avaliada pelo número de artigos em revistas educativas e pequenas notícias que a ele se referem: o texto da conferência da autoria de José Jorge Gonçalves Calado (1903-1986) — professor de Matemática do Liceu de Pedro Nunes, autor de livros de texto e um dos delegados portugueses à Comissão Internacional do Ensino Matemático — foi publicado na revista do liceu, a *Palestra* (Calado, 1958). Rui Grácio (1921-1991), professor do Liceu Francês em Lisboa e membro proeminente da oposição ao regime, esteve presente e em conjunto com Rui Folha descreve o evento nas páginas de outra revista educativa, a *Labor, Revista de Ensino Liceal* (1958). José Gaspar Teixeira também noticia a sessão na *Gazeta de Matemática* (1957).

Através deste conjunto de textos, conseguimos saber que nessa sessão de 19/11/1957 estiveram presentes: o Ministro Francisco Leite Pinto (1902-2000), matemático e antigo professor liceal de Matemática, o professor Delfim Santos (1907-1966) Professor Catedrático da Secção de Pedagogia da Faculdade de Letras da Universidade de Lisboa, o matemático da Universidade de Coimbra Manuel Esparteiro (1893-1960), José Sebastião e Silva (1914-1972), matemático da Universidade de Lisboa e outro delegado à CIEM, Francisco Dias Agudo (1901-1987), Reitor do Liceu Pedro Nunes e professor de Matemática, Reitores de outros Liceus, Diretores de Escolas Técnicas e muitos professores e estagiários dos liceus e das escolas técnicas. Estavam pois presentes muitos dos personagens mais influentes no panorama educativo nacional e, em particular, no do ensino da matemática.

O *Diário Popular* dá-nos conta do aparato que rodeou a visita do Ministro:

> O prof. eng. Leite Pinto, que chegou ao Liceu às 15 horas, acompanhado pelo seu chefe de gabinete, sr. dr. José Gomes Branco, passou entre alas de filiados da M. P. [Mocidade Portuguesa] e encaminhou-se para o salão do andar nobre, depois de ter recebido os cumprimentos dos reitores dos liceus de Lisboa e de muitos professores do Pedro Nunes. (À inauguração do ciclo anual de conferências no Liceu Pedro Nunes presidiu o Ministro da Educação Nacional, 1957, p. 8)

A visita oficial do Ministro teve pois um significado simbólico especial. Leite Pinto, agora no início do seu mandato ministerial, pertencia à ala reformista do governo de Salazar, os “desenvolvimentistas”, que pretendiam um desenvolvimento económico

do país de acordo com as tendências económicas do pós-guerra. Uma das suas medidas tinha sido permitir a reabertura de estágios de formação de professores liceais, precisamente no Pedro Nunes, que tinham sido encerrados há uma década pelo ministro anterior, convidando para o cargo um Reitor que tinha sido demitido de idêntico cargo no Liceu Gil Vicente em Lisboa pelo anterior ministro em 1946. A publicação destas pequenas notícias sobre o evento nos diversos jornais é indicador de que o gabinete do Ministro terá enviado para a imprensa notas oficiosas sobre a deslocação do governante atribuindo-lhe pois uma importância acrescida. Leite Pinto decide pois visitar o Liceu, participando justamente na primeira conferência pedagógica realizada neste novo ciclo da vida da instituição e rodeando-se de toda a pompa e circunstância que as notícias detalham.

A conferência de José Calado nessa sessão, faz um historial das primeiras movimentações internacionais para renovar o ensino da matemática, solicitando ao Ministro o apoio à implementação das novas ideias em Portugal. No final o Ministro teve uma intervenção "memorável", isto é, digna de ficar na memória segundo as palavras de Folha e Grácio, este último proeminente membro da oposição ao regime e que, depois da Revolução dos Cravos em 1974, será responsável pela recomposição do sistema educativo. Nesta sessão, declarando-se mestre de engenheiros e professor de matemática e "falando com cativante bonomia (...) o Prof. Leite Pinto, antigo professor de Matemática no Pedro Nunes, deu ao que disse o tom de uma conversa entre oficiais do mesmo ofício" (Folha e Grácio, 1958, p. 214). O tom do texto de Folha e Grácio revela a esperança que um dos sectores da oposição tinha nas propostas dos desenvolvimentistas.

É natural que o Ministro se tivesse sentido assim, afinal estava na escola onde tinha iniciado a sua carreira de professor, rodeado de colegas, matemáticos e professores de Matemática, muitos deles recentemente nomeados por ele para cargos oficiais e escolhidos para servir o seu projeto desenvolvimentista. Após traçar o quadro de competição internacional entre os dois blocos, o ocidental e o de leste, prossegue num tom que, embora informal, anuncia ao que vem: apoia a modernização do ensino, em particular da matemática, e lança a ideia, que apenas será concretizada onze anos depois com outro Ministro, de alargamento da escolaridade básica.

Outras pequenas notícias deste período revelam-nos como as ideias de renovação em curso no ensino da matemática têm sequência em dois cursos para professores liceais dirigidos por Sebastião e Silva e sobre os quais apenas se possuía um conhecimento escasso (Matos, 2014). Os textos dos diários, apesar de curtos, permitem-nos conhecer os conteúdos lecionados em três das vinte sessões de um dos cursos (Curso de Atualização para professores de Matemática dos liceus, 1963; Curso para professores de Matemática, 1963; O Curso de Atualização para professores de Matemática termina esta tarde na Faculdade de Ciências, 1963). Numa sessão, o matemático Hans Jørgen Helms que veio lecionar um curso organizado pela Fundação Gulbenkian e a NATO sobre investigação operacional, realizou também uma conferência. Noutras sessões abordaram-se temas como grandezas em Matemática e em Física, produtos tensoriais, espaços vectoriais, e sistemas hipercomplexos. Confirma-se a conjectura de que, embora os cursos se proponham dirigidos aos professores, especialmente do ensino secundário, foram abordadas essencialmente as novas perspectivas matemáticas com pouca ou nenhuma discussão sobre a sua aplicação em aula.

No ensino primário, os novos métodos são divulgados a partir de 1962. As notícias dão conta dos primeiros cursos para professores que João António Nabais (1915-1990) organizou pelo país divulgando as propostas de Georges Cuisenaire e de Caleb Gattegno, e as notícias permitem-nos conhecer o forte apoio oficial.

De entre as pequenas notícias encontramos algumas que nos revelam que José Baptista Martins (1917-1997), inspetor do ensino primário e que teve um papel importante na televisão educativa e na rádio escolar, efetuou cursos destinados a docentes do ensino primário com grande procura por parte dos professores e pode pois ser considerado um dos introdutores do método Cuisenaire em Portugal. Não foi pois apenas João Nabais que trilhou este caminho, como parecia indicar a pesquisa anterior.

Não foram apenas pequenas notícias que antecipam o movimento de reforma curricular. Essencialmente publicado pelo *Diário de Lisboa*, foi também impresso um conjunto de artigos de opinião com títulos como “A Matemática em mudança” (1964) ou “Inovação no ensino das matemáticas” (1964). Estes textos discutem as novas ideias e,

embora sem grande detalhe sobre experiências concretas, referem que as mudanças decorrem em todo o mundo. Este grupo de artigos inclui também uma tradução do texto fundamental sobre a "personalidade" de Nicolas Bourbaki da autoria de André Delachet que é aqui caracterizado pela primeira vez como um "matemático policéfalo" (Delachet, 1966).

Artigos de fundo sobre as experiências

Com maior ou menor atraso, a maior parte dos diários de Lisboa compreendem a importância do movimento e vão dedicar espaço a noticiar o andamento das reformas que ocorreu desde os liceus até ao ensino primário, assumindo normalmente um tom elogioso e associando a reforma à modernidade. Termos como "mudança", "inovação", concepções "inteiramente diferentes", e mesmo "revolução" são correntemente usados.

Destaque especial merece o *Diário Popular* que, pela pena do jornalista Corregedor da Fonseca, dedica ao tema um primeiro conjunto de reportagens aprofundadas publicadas em dias sucessivos em março de 1963, ainda antes de as novas ideias terem merecido consagração oficial. O primeiro artigo discute o movimento internacional de renovação do ensino da matemática (Fonseca 1963a). O segundo (1963b) inicia-se com uma referência aos cursos de formação de professores liceais que mencionámos atrás e continua abordando a visão de Sebastião e Silva para a reforma do ensino da matemática copiando essencialmente um seu artigo (Silva, 1962), que por sua vez reproduzia o seu texto com o mesmo título publicado também nesse ano na revista italiana *Archimède*. O terceiro artigo de Corregedor da Fonseca (1963c) inicia-se com um relato da viagem de três professores (Sebastião e Silva, Jaime Leote e José Calado) a Madrid em 1957 para participar no segundo congresso da Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement de la Mathématique (CIEAEM) e continua com uma longa entrevista a Jaime Leote (1902-1988) professor metodólogo do Liceu Pedro Nunes, isto é, que tinha a responsabilidade de acompanhar durante dois anos a formação dos futuros professores. A afirmação com que começa o artigo, "Tudo começou numa viagem a Madrid" tem algo de verdade. O "tudo" refere-se evidentemente ao movimento de renovação curricular da

matemática moderna em Portugal. Embora Sebastião e Silva tenha mantido sempre contactos internacionais, e estava por isso a par das novas ideias, para os restantes, a participação no congresso da CIEAEM em Madrid foi o primeiro contacto pessoal com o movimento e os seus proponentes estrangeiros. Será na sequência desta viagem que, em novembro se realiza a sessão no Liceu Pedro Nunes que referimos e no ano seguinte Sebastião e Silva realizará um curso de lógica destinado a professores liceais. No início da década de 1960 ocorre um hiato, essencialmente devido ao início da guerra colonial e à saída no Ministro Leite Pinto e só no final de 1962, com um novo curso regido por Sebastião e Silva que referimos, as novas ideias serão colocadas em destaque. O último artigo (Fonseca 1963d) é dedicado à introdução das novas propostas no ensino primário português referindo-se aos cursos de formação de professores lecionados por João Nabais.

Corregedor da Fonseca devia estar bem informado, pois estes artigos são publicados ainda antes de se iniciar a experiência dos liceus. Será também ele que, dois anos mais tarde, numa reportagem com honras de primeira página que inclui uma fotografia de Sebastião e Silva e Corregedor da Fonseca (figura 2), faz um primeiro balanço do andamento da experiência nos liceus (Fonseca, 1965). Desta vez o jornalista volta a entrevistar Sebastião e Silva, agora com o cargo de presidente da Comissão de reforma do ensino da matemática dos liceus. O entrevistado, para além de uma exposição dos motivos para a intervenção nos programas de Matemática inserindo-a no contexto internacional, faz um ponto de situação da experiência em curso.

Figura 2. A notícia de primeira página do *Diário Poular* de 23/7/1965.



É URGENTE REMODELAR OS PROGRAMAS DE MATEMÁTICA

O NOSSO SISTEMA DE ENSINO

(PREVENDO SÓ EXAMES SOBRE A MATÉRIA DO PROGRAMA)

NÃO PERMITE DESCOBRIR NEM ENCORAJAR TALENTOS

—afirma o prof. dr. Sebastião e Silva

Época de exames, época de balanços definitivos, de tomadas de consciência: estarão os programas ministrados no ensino português a corresponder, realmente, ao avanço das técnicas, ao progresso da ciência? Haverá, ou não, necessidade de actualizar esses programas?

O problema põe-se com grande acuidade para a matemática — base de toda uma evolução — e para ele já o «Diário Popular» chamou a atenção, há mais de dois anos. Que continua a ser necessário fazer-se neste sector? Como se processa ainda o nosso ensino, nesta era maravilhosa de voos espaciais, de cibernética, de

(Continua na 19.ª pág.)

O prof. Sebastião e Silva, falando com o nosso redactor

Em 1966 o *Diário de Lisboa* publica uma série de três reportagens sobre o tema com o título genérico “Enquanto o homem caminha para a Lua…” (1963a, 1963b, 1963c). A estrutura destes artigos replica o modelo já seguido pelo *Diário Popular*: uma introdução ao tema resumindo o movimento internacional, uma entrevista a Sebastião e Silva e uma discussão da aplicação da reforma no ensino primário. O *Diário de Notícias* vai também abordar o tema em duas reportagens com dois anos de intervalo recorrendo a títulos bem aperitivos: “Às portas de um mundo novo. Amanhã a Matemática ‘comanda' a humanidade” (Alves, 1968) e “Uma revolução silenciosa. No limiar da automação. Grande êxito de Portugal no ensino da matemática moderna” (1966).

Estas 14 reportagens constituem uma fonte privilegiada de recolha de informação relativa à reforma. Para além de ajudarem a precisar detalhes, os artigos são prolixos na recolha de opiniões dos responsáveis. As outras fontes a que a investigação em história da educação matemática tem recorrido, normalmente artigos em revistas educacionais ou manuais escolares, são mais especializadas e centradas nos conteúdos matemáticos, omitindo a descrição do quotidiano da reforma, ou as intenções mais gerais dos reformadores. Posto de outro modo, não existem outras fontes que, de uma forma tão detalhada, explicitem as opiniões de, por exemplo, Sebastião e Silva e Jaime Leote. Como refere Adão (2012), a entrevista como género jornalista é muito rara nos artigos educativos, devido ao controle prévio dos conteúdos a que os jornais estavam sujeitos. No caso destas reportagens sobre matemática moderna, no entanto, quer pela arte dos jornalistas, quer pela inteligência dos entrevistados, o essencial das ideias norteadoras da reforma parece ter sido publicada recorrendo precisamente a entrevistas.

Quando observamos as palavras de Sebastião e Silva neste conjunto de artigos, ressalta uma preocupação em temperar os entusiasmos em relação à reforma. Várias vezes ele se refere à cautela, à necessidade de dar passos curtos mas certeiros, procurando evitar que as suas palavras sejam interpretadas como propondo alterações radicais do status quo. Não nos parece que esse tom seja apenas uma reação ocasional. Ele está presente no seu artigo programático que referimos (Silva, 1962), escrito um ano antes de se iniciar a reforma nos liceus.

> Acreditamos que essas inovações devem ser realizadas com extrema cautela e com o melhor tato pedagógico, se não quisermos criar nos alunos uma repulsa invencível à matemática ou levar à aquisição de um formalismo vazio. completamente esterilizante. De fato, a orientação abstrata moderna da matemática é uma espada de dois gumes, de acordo com o uso que dela se faz dela: pode tornar o ensinamento muito mais atraente e muito mais eficaz; mas, mal aplicado, também pode levar a resultados quase opostos. (Silva, 1962, p. 25)

Na sequência, defende que não era necessário alterar os programas em vigor nos cinco primeiros anos liceais, bastando apenas pequenos ajustes. As mudanças deveriam incidir sobre os dois últimos anos que davam acesso à universidade.

Os "Cursos de Oeiras"

O termo "Cursos de Oeiras" era a denominação genérica dos encontros que desde 1964 no mês de julho ou setembro, isto é, após o final do ano letivo, agrupavam no Liceu de Oeiras perto de Lisboa os professores que, ou estavam a lecionar as turmas-piloto da experiência, ou viriam a lecioná-las no ano seguinte. Eram concebidos como os momentos privilegiados de formação dos professores experimentadores. A logística era assegurada pelo Vice-Reitor e mais tarde Reitor do Liceu, José Duarte da Silva Paulo (1905-1976) e pelo Inspetor José Carneiro da Silva (1911-), professor de Matemática do Liceu Camões onde também lecionava turmas-piloto (Almeida, 2013; Matos, 2014; Monteiro, 2018).

Tem sido difícil encontrar documentação sobre estes cursos. Dos temas, dos responsáveis, e mesmo do próprio programa de atividades não temos encontrado registo. Agora, através de cinco pequenas notícias publicadas nos jornais, ficamos a conhecer alguns dos temas tratados, os critérios de seleção dos participantes e mesmo alguns dos responsáveis pela sua lecionação permitindo a triangulação com as memórias dos participantes.

Quanto aos temas, confirma-se de novo a conjectura que o centro destes cursos estava nos próprios conteúdos matemáticos. No entanto sabemos que os temas pedagógicos não estavam completamente arredados da discussão (Monteiro, 2018), embora, pelo que nos dizem estes artigos, assumissem um lugar secundário. Apesar de os proponentes da reforma da matemática moderna repetissem sempre que se

tratava de uma alteração de conteúdos e métodos, o espaço dedicado aos métodos seria escasso, observando os programas dos cursos mencionados nas notícias recolhidas. No que diz respeito aos critérios de seleção dos participantes, temos a confirmação do que era mencionado em entrevistas de formandos dos cursos: eram escolhidos os professores que estavam a leccionar as turmas piloto, ou que se esperava que viessem a leccionar no ano letivo seguinte. Os responsáveis pela leccionação dos temas seriam os membros da Comissão original (Sebastião e Silva, Jaime Leote, António Augusto Lopes) e ainda Alfredo Osório dos Anjos (1919-2002), metodólogo do Liceu Pedro Nunes em Lisboa; António de Almeida Costa (1931-), Reitor e metodólogo do Liceu D. João III em Coimbra; Mário António da Cunha Mora (1899-), Reitor do Liceu D. João de Castro; Maria Alzira Matias Santos Balcão dos Reis, professora no Liceu Filipa de Lencastre; e Maria Madalena Leite Garcia do Liceu Rainha Santa Isabel do Porto.

Relatos de experiências

Embora relatos das experiências pedagógicas estejam contidos nas reportagens que abordámos atrás, por um lado eles são genéricos, isto é, fala-se sobre o andamento da experiência como um todo, e, por outro, as descrições são suportadas pelas apenas palavras dos responsáveis. Temos poucos participantes, professores e alunos, a contarem a sua experiência. Os dois artigos que detalham casos concretos assumem por isso importância especial. O primeiro é uma reportagem com chamada de primeira página divulgando a invenção de “um aparelho que realiza operações lógicas de matemática moderna” por um dos alunos da experiência que ganhou um prémio num concurso de projetos desenvolvidos por jovens (Batista-Bastos, 1965, p. 1). O texto argumenta que este exemplo, que ocorre logo no segundo ano da experiência, mostra as virtudes da reforma.

Num segundo artigo, Carlos Espain, autor de livros de texto e colaborador ocasional do *Diário de Lisboa*, divulga, através de uma entrevista a J. Mota Costa responsável pela disciplina de Matemática, a intenção de iniciar a experiência no

Colégio Moderno em Lisboa, detalhando os procedimentos que iriam ser adotados. A censura deixou passar, embora o Colégio, fundado por João Soares (1878-1970), conhecido educador, político da 1ª República e opositor do regime, fosse pai de Mário Soares (1924-2017), futuro Presidente da República, na época um destacado membro da oposição e que estava deportado na ilha de São Tomé desde março.

Quanto ao ensino primário, existem algumas reportagens que relatam casos, normalmente de sucesso, de incorporação dos novos currículos nas aulas. Por exemplo, uma notícia dá um destaque especial a um curso sobre a utilização de materiais no ensino da matemática regido por João Nabais (Um método revolucionário no ensino da Matemática vai ser experimentado na Casa Pia, 1964). Embora deva ser semelhante a muitos outros que Nabais realizou pelo país fora, este artigo aborda com algum detalhe o conteúdo do curso.

Encontrámos finalmente um artigo da opinião que divulga as práticas numa turma feminina de uma das escolas industriais envolvidas na experiência de introdução da matemática moderna no ensino profissional pela pena de uma professora de Português e Francês (Costa, 1968). As fontes a que temos tido acesso referentes à experiência nas escolas técnicas têm sido escassas e são essencialmente artigos de revistas educativas e manuais (Matos, 2014). Por isso este relato de práticas numa turma de uma escola técnica é muito importante, apesar do tom apologético e da escassa informação fornecida pelo artigo. Podemos constatar que foram escolhidas as melhores alunas para realizar a experiência e diminuído o número de alunos na turma, opções que repetem a política seguida nos liceus e que serão contestadas num outro artigo de opinião escrito pelo matemático e historiador Luís de Albuquerque, como veremos.

As visões críticas ao movimento da matemática moderna

A partir de 1966 começam a aparecer artigos problematizando a reforma. Nesse ano, a secção Diário Escolar do *Diário de Lisboa* vai publicar em dois artigos de opinião (A favor ou contra as «matemáticas modernas», 1966a, 1966b) uma síntese de “cartas”

sobre matemática moderna incidindo essencialmente sobre a realidade francesa. É provável que se trate de epístolas, enviadas ao diário francês *Le Monde* em resposta a um artigo que publicou nesse ano e que o *Diário de Lisboa* optou por traduzir. Na síntese questiona-se a justiça de um ensino destinado a uma elite e argumenta-se com a necessidade de melhorar a qualidade das aprendizagens num contexto de competição internacional.

Ainda em 1966 o *Diário de Lisboa* publica uma reportagem proveniente dos Estados Unidos (Gould, 1966) dando voz a uma polémica entre Max Beberman, coordenador do projeto University of Illinois Committee on School Mathematics, um dos mais importantes dos Estados Unidos da América e Edward Begle (1914-1978), um dos mais respeitados educadores matemáticos da época e diretor do mais importante projeto de introdução da matemática moderna nos Estados Unidos, o School Mathematics Study Group. O texto relata um debate sobre o movimento da matemática moderna que terá ocorrido durante o encontro anual dos professores de Matemática organizado pelo National Council of Teachers of Mathematics em 1966 em Nova Iorque. Os dois projetos tinham visões distintas sobre a matemática e o seu ensino. Enquanto que o de Beberman propunha uma visão mais ligada ao concreto e centrada no aluno, e portanto aos processos de ensino, o projeto de Begle era mais formal e centrado nos conteúdos matemáticos. Segundo o artigo, Beberman terá declarado:

> Não estamos a fazer um bom trabalho no plano educativo, e no entanto era nossa intenção ensinar a milhões de crianças as noções básicas e a habilidade matemática – a habilidade de computar e manejar a aritmética. (…) Apesar das melhores intenções de quantos deram início a esta revolução, as ideias são distorcidas e o produto final tem poucas semelhanças com o que se esperava obter. (Gould, 1966, p. 10)

Begle, aparentemente defendendo o seu projeto, contrapõe a necessidade de expandir os temas abordados pela reforma incluindo a estatística e a computação. Beberman terá contestado, questionando a utilidade da teoria dos conjuntos que, segundo ele, terá levado a uma ortodoxia de linguagem com pouca vantagem do ponto de vista pedagógico.

Dois anos depois é publicado um artigo de opinião de Luís de Albuquerque (1968) que, tendo desenvolvido o essencial da sua atividade no campo da História da

Matemática e na História da Educação, toma aqui uma rara posição pública questionando a visão corrente, essencialmente otimista, de como a experiência da matemática moderna estaria a decorrer. A sua crítica incide sobre um dos artigos anteriores (Costa, 1968). Aparentemente, Albuquerque não se terá dado conta que aquele artigo incidia sobre uma turma experimental de uma escola industrial e que portanto não seguia o "texto mimeografado" de Sebastião e Silva usado nos liceus, mas antes outros textos; que não era composta de alunos do 6º e 7º anos (atuais 10º e 11º anos) mas de alunas do que seria atualmente o 7º ano de escolaridade; e que o curso não se destinava a preparar o acesso à universidade, mas era apenas um Curso de Formação Feminina que normalmente lhes daria uma formação profissional muito limitada. Apesar disso, as suas considerações são pertinentes, isto é, se se pretendia experimentar novos métodos de ensino não se deveria ter enviesado a amostra, escolhendo as alunas de melhor desempenho e diminuindo o número de alunos na turma. Estas opções — alunos escolhidos e turmas mais pequenas — eram, no entanto, usuais desde o início da experiência nos liceus, tendo-se mesmo aumentado o número de horas semanais da disciplina. A razão, não claramente explicitada para estas decisões dos responsáveis pela reformas, está no objetivo de melhorar a formação matemática de futuros cientistas e técnicos superiores. Não havia pois o propósito de desenvolver um currículo para a generalidade dos alunos.

Um último artigo de opinião de João Ilharco (1969) publicado no jornal *República* antecipa em 10 anos uma das críticas que serão feitas à matemática moderna, isto é, o recurso a uma terminologia excessivamente abstrata e afastada da linguagem corrente. A sua crítica incide sobre a linguagem usada num dos livros adoptados. No Ciclo Preparatório do Ensino Secundário a linguagem matemática criou dificuldades para os alunos que se estendem também aos próprios docentes (Matos, 2014).

Concluindo

O estudo dos artigos de jornais permitiu-nos, em primeiro lugar, compreender como as ideias da matemática moderna germinaram após 1957 e, em particular, no

início da década de 60, e como foram materializadas em cursos de “atualização de professores”. Para os professores do ensino primário estes cursos incidiam sobre o uso de materiais manipuláveis, particularmente as barras Cuisenaire e tinham pois uma ligação forte à aula. Os cursos destinados a professores do ensino secundário, pelo contrário, estavam centrados nos novos conteúdos matemáticos com escassa preocupação com a dimensão didática.

Conseguimos constatar, em segundo lugar, no meio da década de 60 o entusiasmo indisfarçável dos jornalistas pela reforma que associam à modernidade, às viagens espaciais, à ciência, etc. apesar dos esforços de Sebastião e Silva em moderar estas expectativas. O debate entre modernidade e conservadorismo está bem presente.

Finalmente, detectámos no final da década o desencanto e os questionamentos. Por um lado, a intenção de dirigir a reforma apenas para uma elite que se destina ao ensino superior é questionada, e por outro, quando as novas ideias são implementadas para a generalidade dos alunos do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário, os preciosismos de linguagem comprometem a aprendizagem dos conceitos matemáticos, quer por parte dos alunos, quer por parte dos professores.

Não podíamos deixar de registar uma aprendizagem (uma recordação?) de tipo diferente e inesperada. É que o trabalho de pesquisa sistemática das notícias foi feito passando inevitavelmente os olhos pelo resto das notícias. De fora da análise anterior ficaram pois as outras notícias, que, por incidirem sobre os acontecimentos “a quente”, são por vezes bem esclarecedoras sobre o contexto. Na época que pesquisámos, as primeiras páginas e as secções internacionais, tendo como pano de fundo a Guerra Fria, incluíam os anos de chumbo da guerra do Vietname, o início da repressão dos militares brasileiros, e as dores de parto das recentes nações africanas e asiáticas. Quanto às notícias sobre Portugal, ao lado do quotidiano do governo de Salazar, que será substituído por Marcelo Caetano em 1968, encontramos em posição de destaque uma visão desenvolvimentista de grandes projetos e obras públicas e privadas revelando tempos de crescimento económico, acompanhados, nas páginas interiores, de pequenas notícias relatando os mortos na guerra colonial, normalmente por acidentes de automóvel(!), e as sentenças dos Tribunais Plenários onde eram julgados

os presos políticos do regime. A pesquisa nos diários permitiu-nos pois, mais do qualquer texto académico, uma imersão bem forte no contexto da época.

Fontes primárias

A favor ou contra as «matemáticas modernas» — 1. Atualidade flagrante de um problema pedagógico. (1966a, 23/3/66). *Diário de Lisboa*, p. 14.

A favor ou contra as «matemáticas modernas» — 2. A promoção dos professores. (1966b, 27/3/66). *Diário de Lisboa*, p. 12.

À inauguração do ciclo anual de conferências no Liceu Pedro Nunes presidiu o Ministro da Educação Nacional. (1957, 20/11/1957). *Diário Popular*, p. 8.

A Matemática em mudança. (1964, 15/12/64). *Diário de Lisboa*, p. 27.

Albuquerque, L. (1968, 18/10/68). Reflexões sobre o ensino da Matemática «Moderna». *Diário de Lisboa*, pp. 3-4.

Batista-Bastos, A. (1965, 9/6/1965). Matemática não escolhe idade. Aos 15 anos construiu um aparelho que realiza operações de lógica. *Diário Popular*, pp. 1, 7.

Calado, J. J. G. (1958). Sobre o ensino das matemáticas elementares. *Palestra*, *1*, 89-105.

Alves, A. D. (1968, 23/1/1968). Às portas de um mundo novo. Amanhã a Matemática "comanda" a humanidade. *Diário de Notícias*, pp. 1, 5.

Costa, M. L. S. (1968, 28/8/68). Pedagogia moderna: Matemática. *Diário de Lisboa*, p. 15.

Curso de Atualização para professores de Matemática dos liceus. (1963, 19/3/63). *Diário de Lisboa*, p. 12.

Curso para professores de Matemática. (1963, 26/3/63). *Diário de Lisboa*, p. 9.

Delachet, A. (1966, 8/2/1966). A Escola Bourbaki. *Diário de Lisboa*, pp. 9, 19.

Enquanto o homem caminha para a Lua... (2). (1966a, 30/7/1966). *Diário de Lisboa*, pp. 1, 11.

Enquanto o homem caminha para a Lua... (3). (1966b, 31/7/1966). *Diário de Lisboa*, pp. 1, 22.

Enquanto o homem caminha para a Lua... (1) - As novas gerações portuguesas estão a ser preparadas para a era espacial? (1966c, 29/7/1966). *Diário de Lisboa*, pp. 1, 7.

Folha, R. e Grácio, R. (1958). Bom augúrio. *Labor, Revista de Ensino Liceal*, *22*(172), 211-218.

Fonseca, C. (1963a, 6/3/1963). Revolução no ensino — (1) Uma nova concepção da Matemática inteiramente diferente da tradicional principia a ser conhecida no nosso país. *Diário Popular*, p. 6.

Fonseca, C. (1963b, 7/3/1963). Revolução no ensino — (2) A introdução das matemáticas modernas no ensino secundário e a sua necessidade. *Diário Popular*, p. 7.

Fonseca, C. (1963c, 8/3/1963). Revolução no ensino — (3) A formação do professor de liceu (mais do que a elaboração de novos programas) é indispensável para o rejuvenescimento do ensino secundário — afirma o dr. Jaime Leote, metodólogo de Matemática. *Diário Popular*, p. 13.

Fonseca, C. (1963d, 9/3/1963). Revolução no ensino — (conclusão) É preciso que atinjam a escola primária os novos métodos didáticos da matemática. *Diário Popular*, p. 7.

Fonseca, C. (1965, 23/7/1965). É urgente remodelar os programas de Matemática. *Diário Popular*, pp. 1, 19, 29.

Gould, G. (1966, 22/8/1966). O Prof. Max Beberman levanta grandes objeções ao ensino da Nova Matemática. *Diário de Lisboa*, p. 10.

Ilharco, J. (1969, 18/1/69). Ácerca do ensino da Matemática no Ciclo Preparatório. *República*, pp. 1, 8.

Inovação no ensino das matemáticas. I- Matemáticas e mundo moderno. (1964, 20/12/64). *Diário de Lisboa*, p. 13.

O Curso de Atualização para professores de Matemática termina esta tarde na Faculdade de Ciências. (1963, 3/6/63). *Diário de Lisboa*, p. 11.

Silva, J. S. (1962). Sur l'introduction des mathématiques modernes dans l'enseignement secondaire. *Gazeta de Matemática*, *88-89*, 25-29.

Teixeira, J. G. (1957). Ciclo anual de conferências do Liceu Normal de Pedro Nunes. *Gazeta de Matemática*, *68-69*, 35.

Um método revolucionário no ensino da Matemática vai ser experimentado na Casa Pia. (1964, 4/5/1964). *Diário de Notícias*, p. 7.

Uma revolução silenciosa. No limiar da automação. Grande êxito de Portugal no ensino da matemática moderna. (1966, 22/6/1966). *Diário de Notícias*, pp. 1, 8.

Fontes secundárias

Adão, Á. (Ed.) (2012). *A Educação nos artigos de jornal durante o Estado Novo (1945-1969). Um repertório cronológico, temático e onomástico*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Almeida, M. (2013). *Um olhar sobre o ensino da Matemática, guiado por António Augusto Lopes.* Tese de Doutoramento, Universidade Nova de Lisboa.

Candeias, R. (2008). *Contributo para a história das inovações no ensino da Matemática no Primário: João António Nabais e o ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama*. Tese de mestrado, Universidade de Lisboa.

Chervel, A. (1988). L'histoire des disciplines scolaires. *Histoire de l'Éducation*, *38*, 59-119.

Furinghetti, F., Matos, J. e Menghini, M. (2013). From mathematics and education, to mathematics education. Em A. B. M. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick e F. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 273-302). Nova Iorque: Springer.

Ginzburg, C. (2006). *O queijo e os vermes. O cotidiano e as idéias de um moleiro perseguido pela inquisição*. São Paulo: Companhia das Letras.

Matos, J. (1989). *Cronologia recente do ensino da Matemática.* Lisboa: APM.

Matos, J. M. (2014). Mathematics education in Spain and Portugal. Portugal. Em A. Karp e G. Schubring (Eds.), *Handbook on the History of Mathematics Education* (pp. 291-302). Londres: Springer.

Monteiro, T. M. P. (2018). *Formação de Professores de Matemática no Liceu Normal de Pedro Nunes (1956-1969).* (Tese de Doutoramento), Universidade Nova de Lisboa.

Moon, B. (1986). The "New Maths" curriculum controversy. An international story. Londres: Falmer Press.

Nóvoa, A. (Dir.) (1993). *A imprensa de educação e ensino. Repertório analítico (séculos XIX e XX)*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Teodoro, A. (2001). Organizações internacionais e políticas educativas nacionais: A emergência de novas formas de regulação transnacional, ou uma globalização de baixa intensidade. Em S. Stoer, L. Cortesão e J. Correia (Eds.), *Transnacionalização da educação: da crise da educação à "educação da crise"* (pp. 125-161). Lisboa: Afrontamento.



ISSN 2236-4102

OS VERSOS MNEMÔNICOS DE WILLIAM OF SHERWOOD PARA O SILOGISMO

John A. Fossa[50]

RESUMO

Embora versos mnemônicos para os modos válidos do silogismo são bastante conhecidos, a interpretação deles na literatura é confusa e frequentemente superficial. Assim, o presente trabalho pretende, através de um estudo crítico da teoria do silogismo de William of Sherwood, apresentar uma interpretação contundente dos versos usados por esse autor. Concluiremos que os versos codificam uma redução de 15 formas silogísticas às quatro formas diretas da primeira figura, onde devemos entender por "redução" a procura de um modo direto da primeira figura que permite a dedução do modo codificado. A decodificação dos nomes que constituem os versos mostra, passo por passo, como a redução é feita em cada caso e, ainda, proporciona uma demonstração (sempre respeitando os pressupostos gerais da lógica medieval) de que a conclusão de cada um dos modos tratados é uma consequência necessária das suas premissas. A chave da interpretação é o reconhecimento de que as operações de conversão operam de maneiras distintas dependendo do seu uso ser com premissas, em que caso a operação é direto, ou com a conclusão, em que caso a operação é inversa.

Palavras-chave: História da Matemática. História da Lógica. O Silogismo Categórico. Nomes mnemônicos para o silogismo. William of Sherwood.

[50] UEPB. Email: jfossa@oi.com.br.

INTRODUÇÃO

Ao fazer um estudo dos nomes mnemônicos para os modos válidos do silogismo, é prudente, pelo menos como estratégia inicial, escolher um só autor e estudá-lo a fundo. A razão para isso é que autores diferentes usam mnemônicas diferentes. Embora as diferenças sejam pequenas, especialmente para autores da mesma época, podem, mesmo assim, dificultar a interpretação que já é difícil, dados os desentendimentos dos historiadores sobre o assunto. Mais ainda, os referidos nomes encerram a teoria toda do silogismo e, portanto, pequenas diferenças teóricas de autores distintos, particularmente no que tange às definições, podem engendrar confusões. Assim, escolhemos William of Sherwood, o lógico inglês em cuja obra encontramos versos mnemônicas para o silogismo publicados pela primeira vez na história. Dessa forma, acha-se, no que segue, uma descrição da teoria silogística de William e uma decodificação dos nomes mnemônicas que resolvem, esperamos, todos os grandes problemas na interpretação dos mesmos.

O PROTAGONISTA

William of Sherwood (Gulielmus de Shyreswode) é uma figura enigmática na história, pois quase toda proposição sobre seus dados biográficos[51] vem carregado com alguma palavra indicando a sua incerteza. Isto é parcialmente devido à confusão, na historiografia do período, desse lógico inglês com outros William da mesma época. Até as datas vitais de William são imprecisas, sendo dadas apenas por intervalos. Assim, provavelmente nasceu entre 1200 e 1205 (alguns dizem entre 1200 e 1210) e faleceu depois de 1266, mas antes de 1272. Logo, embora podemos dizer com relativa certeza que viveu no século XIII, o local do seu nascimento é dado apenas regionalmente. Isto é, o abençoado evento aconteceu, provavelmente, em Nottinghamshire, um condado na Inglaterra central, entre Leicester e Lincoln, que contém a Floresta de Sherwood, palco das aventuras do mais conhecido Robin Hood.

[51] Os dados biográficos de William foram retirados de Uckelman (2016).

Especula-se que William era professor de lógica na Universidade de Paris e, quando deixou esse posto, por volta de 1250, também deixou de trabalhar em lógica. Em qualquer caso, obteve um posto em Oxford em 1252 e posteriormente foi tesoureiro da catedral de Lincoln (lugar de nascimento de outro lógico importante, George Boole). Isto era uma posição muito importante, mas não incompatível com outros postos que ele ocupou na Igreja em outras partes da Inglaterra.

Há duas obras cuja autoria é (quase) certamente de William. Da primeira, há uma única cópia manuscrita, intitulada *Introductiones Magistri Guilli. de Shyreswode in logicam*. É um pequeno volume, contendo versos mnemônicos para os modos válidos do silogismo. É a primeira vez que tais versos foram publicados e o consenso entre os historiadores é que são provavelmente da autoria do próprio William, embora houvesse, na época, outras versões de versos com o mesmo propósito. Da segunda das referidas obras, há um manuscrito, intitulado *Sincategoreumata Magistri Willielmi de Sirewode*, que trata da teoria de termos sincategoremáticos, ou seja, termos que não representam categorias, mas que são usados com termos categóricos (p. ex., “todo”) para formar proposições categóricas. A teoria tem raízes no mundo antigo, mas só virou um tema importante na lógica medieval com a aparência dessa obra de Sherwood.

Há outras obras atribuídas ao William, mas com níveis muito acentuados de incerteza.

O trabalho de William foi muito influente nos séculos seguintes. Como é de esperar, influenciou mais fortemente os lógicos da Universidade de Paris – mais notavelmente seu colega Pedro da Espanha (?-1277), outro lógico medieval enigmático, embora mais afamado. Mas, a influência de William se estendeu também a tais pensadores como Alberto Magno (1200-1280) e Tomás de Aquino (1225-1274).

O PROPÓSITO DOS VERSOS MNEMÔNICOS

Antes de proceder para a *Introdução* de William, convém abordar dois assuntos controversos que têm a ver com o propósito dos versos mnemônicos. De certa forma,

parece antecipado entrar em controvérsias antes de ter conhecimento dos próprios versos, mas, de fato, será melhor colocá-las em evidência agora como pano de fundo para a discussão posterior, mesmo se só ficarão mais claras durante essa discussão posterior.

Os dois assuntos são levantados por Corcoran, Novotny e Tracy (2018). O primeiro problema, para eles, é que a discussão do silogismo medieval é viciada pela falta de atenção entre a demonstração e a dedução. Demonstração é a determinação da verdade de uma proposição, enquanto dedução é apenas a derivação de uma proposição de um conjunto de proposições. Para os nossos propósitos, a distinção não parece importante, pois lidaremos apenas com a validade de formas silogísticas e, portanto, não demonstraremos qualquer proposição concreta.

O segundo problema levantado pelos referidos autores é sobre a interpretação dos versos, pois há duas teorias sobre eles. Uma é que os versos são instruções para transformar um silogismo em outro; é a chamada tese reducionista, pois afirma que um silogismo é reduzido ao outro. A outra interpretação afirma que os versos são instruções para deduzir a conclusão de um silogismo com a ajuda de outro silogismo; é a chamada tese dedutivista.

Apesar de sugerir que as interpretações não se excluem mutuamente, os mencionados autores chegam a conclusão de que a tese reducionista é mais contundente. O resultado, no entanto, não os agradou, pois

> After two millennia it is still not clear what reduction accomplishes. Until this is known, the enormous attention devoted to reduction and the mnemonic verses could turn out to have been a useless distraction, a red herring in the development of logic. (CORCORAN, NOVOTNY e TRACY, 2018, p. 37.

Isto é, alegam que a mera redução de um silogismo a um outro – ou seja, de uma forma silogística a uma outra – não nos ajuda em determinar a validade da forma reduzida, mesmo sabendo a validade da forma a que foi reduzida.

Parece-nos, no entanto, que o referido trio jugou a questão um pouco apressado. Suponha que temos dois silogismos:

X A
Y e B
□Z □C

dos quais sabemos que o segundo é válido. Certamente, se conseguirmos mostrar que X, Y e Z são equivalentes, respetivamente, a A, B e C, então poderemos concluir que o primeiro também é válido. Para tanto, entendemos por "equivalentes" $X \Leftrightarrow A, Y \Leftrightarrow B$ e $Z \Leftrightarrow C$. Poderemos até enfraquecer a condição, pois basta que tenhamos $X \Longrightarrow A, Y \Longrightarrow B$ e $C \Longrightarrow Z$. O último condicional, porém, é crucial, porque, se tivermos apenas $Z \Longrightarrow C$, não poderemos concluir a desejada validade.

Como veremos, William of Sherwood faz suas "reduções" através de três tipos de "conversão". Assim, para avaliar o seu procedimento, precisaremos determinar as relações de implicação entre as proposições e suas conversas. Faremos isso no lugar apropriado.

O PROPÓSITO PRINCIPAL DA LÓGICA

Voltamos a nossa atenção agora na *Introductiones in logicam* – especificamente no capítulo dessa obra que trata da teoria do silogismo, que é, segundo William, "the main purpose of logic" (p 53)[52]. Ele define o silogismo da seguinte maneira:

> Est igitur sillogismus oratio, in qua quibusdam positis necesse est aliud evenire ab his et propter hoc. (p. 53)

Isto é, um silogismo é uma coleção de sentenças em que algo é posto e outra coisa surge necessariamente dele. Essa definição é muito geral e até poderia ser tomada como a definição de "argumento válido", mas William eventualmente precisa a estrutura do silogismo mais detalhadamente. Embora afirmou (p. 60) que todo

[52] Sempre que houver uma citação seguida apenas por um número de página, a referência será a WILLIAM OF SHERWOOD (1966). Isto é uma tradução para o inglês do texto de William. Não tive acesso ao texto latino, mas ocasionalmente o tradutor inclui parte do texto latino e, quando isto acontecer, citarei o original em vez da tradução.

silogismo tem pelo menos duas premissas, de fato, todos têm exatamente duas delas. São duas porque “nothing follows syllogistically (*sillogistice*) from one” (p. 60).

Devemos ter o cuidado de entender bem essa afirmação de William. Ele *não* afirmou que não há inferências válidas a partir de uma única premissa. Há. De fato, ele próprio usou alguns, como, por exemplo, a conversão simples (que será explicada no que segue). O que ele afirmou é que nada segue *silogisticamente* a partir de uma única premissa. Isto é porque o silogismo relaciona os termos (*termini*) contidos nas premissas. Especificamente, os dois termos extremos são relacionados através de um termo médio. Assim, o termo médio aparece em cada premissa, enquanto cada termo extremo aparece em uma só premissa e na conclusão.

Há, segundo William, dois tipos de silogismos, a saber, os perfeitos e os imperfeitos. Os silogismos perfeitos são os, nos quais “the cause of its necessity is evidente” (p. 58). Nos imperfeitos, a causa da sua necessidade não é evidente e, portanto, devem ser reduzidos a silogismos perfeitos. William não elabora mais sobre esse assunto. É claro, no entanto, que considera, em termos modernos, a validade de alguns (eventualmente serão apenas dois) silogismos óbvia, enquanto a validade dos outros terão de ser justificada em termos destes. É exatamente esse processo, como veremos, que é encerrado nos versos mnemônicos.

ALGUMA TERMINOLOGIA PRESSUPOSTA

Será proveitoso, para fins de completude, esclarecer aqui alguns termos que William usa sem qualquer explicação. Aproveitaremos o esclarecimento para explicitar uma convenção para a qual William só aponta no final da sua discussão do silogismo, pois a convenção é bastante conhecida e, ao explicitá-la agora, podemos usá-la no que segue para simplificar a exposição.

Vimos que as proposições componentes do silogismo contêm dois termos. Esses termos são ligados pela cópula, ou seja, o verbo “ser” declinado apropriadamente, embora nas formas silogísticas usaremos sempre a declinação padrão “é”. A referida ligação entre os dois termos de uma proposição silogística

(geralmente, mas não por William, chamada de “proposição categórica”) é feita segundo os seguintes dois descritores independentes: quantidade e qualidade.

A quantidade indica se a proposição põe (*ponit*, ver a definição dado por William do silogismo) algo universalmente ou particularmente. A qualidade, em contraste, indica se a proposição põe algo afirmativamente ou negativamente. Sendo assim, há apenas quatro tipos de proposições que podem aparecer num silogismo:

A	Universal Afirmativa	Todo X é Y.
E	Universal Negativa	Nenhum X é Y.
I	Particular Afirmativa	Algum X é Y.
O	Particular Negativa	Algum X não é Y.

A convenção de usar os vogais A, E, I e O como nomes para os diversos tipos de proposição vem das palavras latinas *AffIrmo* e *nEgO*, embora William não menciona isto no seu capítulo sobre o silogismo.

Observamos, finalmente, que os termos contidos nas proposições são concebidos como referindo a grupos, ou seja, o que nós chamaríamos hoje em dia de “conjuntos” ou “classes”. Proposições como “Sócrates é mortal” suscitaram discussões intrigantes entre os lógicos da antiguidade e da idade média, mas felizmente essas discussões serão irrelevantes para os nossos propósitos e, portanto, podemos supor o caso paradigmático em que os termos são substantivos comuns.

A ESTRUTURA DO SILOGISMO

Ao abordar o assunto da estrutura do silogismo, as suas figuras e os seus modos, teremos de ter o cuidado de seguir as definições de William com cautela, pois ele adota algumas posições bastante diferentes das adotadas pela lógica mais moderna. O cuidado, de fato, tem duas dimensões, sendo uma a de não interpretar William de forma errada e a outra a de determinar as consequências das suas posições.

Interessantemente, William faz uma analogia entre os limites (*termini*) de uma figura geométrica e os termos (*termini*) de um silogismo, pois os termos de um silogismo determinam a forma do silogismo, como os limites de uma figura geométrica determinam a forma da figura. Assim, as diferentes formas que um silogismo pode tomar são chamadas as *figuras* do silogismo. Sem desmerecer a adequação da analogia de William, observamos que a inspiração original aristotélica era com a doutrina de proporções, pois os termos extremos de um silogismo são mediados pelo termo médio da mesma forma em que acontece numa proporção.

Sendo isto como for, William continua por afirmar que os termos de um silogismo

> [...] cannot vary in more than three ways – viz., [1] the middle term is the subject in one proposition and the predicate in the other, or [2] the predicate in both, or [3] the subject in both – and so there are only three figures. (p. 60)

Assim, a posição do termo médio nas duas premissas determina a figura. Na primeira figura, o termo médio é o sujeito em uma premissa e o predicado noutra. É o predicado em todas as duas premissas na segunda figura e o sujeito em todas as duas na terceira figura. É só posteriormente que a primeira figura é decomposta em duas (a primeira e a quarta), como atesta Bocheński (1970, p. 216)

> We know of no scholastic logical text in Latin where the fourth figure in the modern sense can be found, though all logicians of the period develop the ´indirect moods of the first´.

Mesmo assim, William, bem como os lógicos da sua época distinguem entre silogismos da primeira figura que são diretos e os que são indiretos. Como veremos, os indiretos correspondam à futura quarta figura.

Os diversos silogismos dentro de uma mesma figura diferem conforme o tipo das suas proposições. Um silogismo em que a conclusão segue das premissas é um *modo* do silogismo. Assim, podemos dizer que um modo é um silogismo válido, uma vez que lembramos que a validade para a lógica tradicional é um pouco diferente da validade na lógica moderna (devido à pressuposição de que as proposições A e E afirmam, para a lógica tradicional, existência). Observamos que, de novo, isto difere do uso moderno, em que qualquer arranjo é um modo. Dessa forma, os modernos falam em modos válidos e modos inválidos, enquanto a segunda dessas expressões seria um oximoro

para William. De fato, William lista apenas 19 modos que são codificados nos seus versos mnemônicos.

Finalmente, chegamos aos conceitos de termos maiores e minores. Na lógica mais moderna, o termo maior é definido como sendo o predicado da conclusão, enquanto o termo menor é o sujeito da conclusão. Assim, a premissa maior é a que contém o termo maior e, correspondentemente, a que contém o termo menor é a premissa menor. As definições valem para todas as figuras. Mas, isto, por assim dizer, fixa a ordem dos termos na conclusão e leva naturalmente à criação da quarta figura, pois, na premissa maior, o termo maior pode ser predicado do termo médio (primeira figura) ou o termo médio pode ser predicado do termo maior (quarta figura).

William, porém, não procede assim. De fato, suas definições são relativas à figura. Na primeira figura, segundo William, o *termo maior* é o termo predicado do termo médio (nas premissas):

> Whatever is predicated of the middle term in the first figure is the major term or extremity; and whatever is the subject with respect to the middle term is the minor term. (p. 60-61)

Assim, o *termo menor* é o extremo que é o sujeito nas premissas. Na segunda figura, porém, o *termo maior* é o sujeito da primeira premissa (a que é listada primeira) e o *termo menor* é o sujeito na segunda premissa. Para a terceira figura, William não faz uma definição explicita desses termos, mas podemos concluir, por paralelismo de raciocínio, que nesta figura o *termo maior* é o predicado da primeira premissa, enquanto o *menor* é o predicado da segunda premissa. A conclusão é confirmada pelo uso subsequente desses termos por William. Para todas as figuras, a *premissa maior* é a que contém o termo maior e a *premissa menor* é a que contém o termo menor. Observamos que, segundo Bocheński (1970, p. 216n), essas definições de William era a norma para a sua época.

Segundo as definições mais modernas, o termo maior (menor) continua sendo o maior (menor) se invertemos a ordem das premissas. Para William, o mesmo acontece com os modos da primeira figura, mas não para os das outras duas figuras. Todos os modos, excetuado os últimos cinco da primeira figura (ver a ordem dada nos versos

mnemônicos), são *diretos* no sentido de que, na conclusão, o termo maior é predicado do menor. Nas cinco exceções, o termo menor é predicado do maior e, portanto, são *indiretos*.

A CONVERSÃO

Como já mencionamos, o processo da redução de um silogismo a outro é efetuado pela conversão, ou seja, pela troca, numa proposição, do sujeito pelo predicado e, vice-versa, do predicado pelo sujeito. Há, para William, apenas três tipos de conversão, a saber, conversão simples (*per se*), conversão por limitação (*per accidens*) e conversão por contraposição (*per contrapositionem*). Investigaremos agora cada um desses tipos de conversão, bem como, por assim dizer, sua força dedutiva.

A *conversão simples* é a troca de lugar do sujeito com o predicado sem mudar a quantidade, nem a qualidade, da proposição. Proposições dos tipos E e I convertem, pois “Nenhum S é P” e “Nenhum P é S” são claramente proposições equivalentes, como também acontece com “Algum S é P” e “Algum P é S”. Assim, temos E$\Leftrightarrow$(E convertida simplesmente) e I$\Leftrightarrow$(I convertida simplesmente).

A proposição A, em contraste, não converte. De fato, “Todo S é P” não implica em “Todo P é S”, pois, quando S é um subconjunto próprio de P, “Todo S é P” é verdadeira, mas “Todo P é S” é falsa. O mesmo acontece com a proposição O, pois, esta vez, quando P é um subconjunto próprio de S, “Algum S não é P” é verdadeira e “Algum P não é S” é falsa.

A *conversão por limitação* troca as posições do sujeito e o predicado, muda a quantidade e mantém a qualidade. William exemplifica com uma instância da conversão da proposição A: “Todo S é P” implica em “Algum P é S”. Observamos que isto é parecido com a relação do subalterno, em que temos “Todo S é P” implica em “Algum S é P”. A implicação, nos dois casos é garantido pela pressuposição geral da lógica medieval de que (em linguagem moderna) o sujeito de uma proposição A não seja um conjunto vazio. Observamos que as duas proposições *implicadas* são equivalentes.

William não menciona a proposição E, mas ela também converte por limitação, dado o pressuposto que esse tipo de proposição tem sujeito e predicado não vazios, embora esse pressuposto seja controverso (ver Fossa, a aparecer). Assim, temos "Nenhum S é P" implica em "Algum P não é S". A mesma proposição implica em "Algum S não é P" pela relação de subalterno. Nesse caso, porém, as duas proposições implicadas não são equivalentes. Claramente, as proposições I e O, sendo particulares, não convertem por limitação.

Sendo assim, temos A⇒(I com os termos invertidos), A⇒I (sem os termos invertidos), E⇒(O com os termos invertidos) e E⇒O (sem os termos invertidos).
William observa que um termo é *definido* se é apresentado afirmativamente (*profertur sub affirmatione*, p. 59) e *indefinido* se é apresentado negativamente, exemplificando com, respectivamente, "homem" e "não-homem". Então defina *conversão por contraposição* como a troca das posições do sujeito e o predicado, substituindo por eles seus correlatos indefinidos e mantendo a quantidade e qualidade da proposição original. Sua formulação da substituição é um pouco imprecisa, mas parece claro que ele quer dizer o que diríamos hoje da seguinte forma: trocar a ordem dos termos e substituir as referidas classes por seus complementos.

Somente a proposição A converte dessa maneira. Temos "Todo S é P" implica em "Todo não-P é não-S" e, consequentemente, A⇒(A convertida por contraposição).

REDUCÃO POR IMPOSSÍVEL

Em alguns poucos casos, a redução não é feita por conversão, mas pela redução ao impossível (*per impossible)*. Segundo William,

> To reduce *per impossible* is to take one of the premisses with the opposite of the conclusion and conclude the opposite of the other premiss. (p. 65)

Por "*opposite*", William quer dizer, como, na verdade, diz noutro lugar (p. 66), "*contradictory opposite*". Assim, o procedimento consiste em usar a negação da

conclusão com uma das premissas para concluir a negação da outra premissa. Dessa forma, o silogismo original é transformado noutro da seguinte forma:

X		X
Y	transforma em	~Z
□Z		□~Y

Usando a lógica moderna para verificar a validade do procedimento, transformamos os dois argumentos em seus condicionais correspondentes. Então, é fácil verificar que

$$[(X \wedge Y) \Rightarrow Z] \Leftrightarrow [(X \wedge \sim Z) \Rightarrow \sim Y]$$

é uma tautologia. Logo, os dois silogismos são equivalentes.

Para completar a discussão sobre a redução ao impossível, lembramos apenas que as proposições A e O são contraditórias, bem como as proposições E e I.

OS PRIMEIROS VERSOS MNEMÔNICOS

Os primeiros versos mnemônicos dados por William visam servir para nos lembrar das configurações diferentes das três figuras do silogismo. Eis eles:

Sub pre prima bis pre secunda tertia bis sub. (p. 66)

Traduzidos ao pé da letra, temos:

"Sub pre primeira duas vezes pre segunda terceira duas vezes sub".

"Sub" é abreviação de "sujeito" e "pre" de "predicado. Assim, os versos nos lembram da configuração das figuras por determinar a posição do termo médio em cada uma delas. O significado dos versos é então: o termo médio aparece como sujeito e como predicado na primeira figura, duas vezes como predicado na segunda figura e duas vezes como sujeito na terceira figura.

OS SEGUNDOS VERSOS MNEMÔNICOS

O segundo grupo de versos mnemônicos dado por William é a conhecida mnemônica para os modos do silogismo:

> The moods and their reduction, on the other hand, are retained in these verses:
>
> Barbara celarent darii ferio baralipton
> Celantes dabitis fapesmo frisesomorum
> Cesare camestres festino baroco
> Darapti felapton disamis datisi bocardo ferison. (p. 66)

Há um lado artístico desses versos, pois são elaborados como dáctilos hexâmetros, uma métrica da poesia clássica contendo seis unidades de uma sílaba comprida seguida por duas sílabas curtas. Segundo Augustus De Morgan (*apud* Uckelman, 2016), os versos são “magic words...more full of meaning than any that ever were made”. A apreciação de De Morgan certamente é devida à interrelação entre a beleza poética e o significado lógico dessas “palavras mágicas”.

Logo em seguida, William expõe a chave da interpretação dos versos:

> In these lines ‘a’ signifies a universal affirmative proposition, ‘e’ a universal negative, ‘i’ a particular affirmative, ‘o’ a particular negative, ‘s’ simple conversion, ‘p’ conversion by limitation, ‘m’ transposition of the premises, and ‘b’ and ‘r’ when they are in the same word signify reduction *per impossibile*. The first two lines are devoted to the first figure, the four words of the third line to the second figure, and all the other words to the third figure. (p. 67)

As vogais, como já vimos, significam quais tipos de proposição temos como, na ordem da sua aparência na palavra, premissa maior, premissa menor e conclusão. As consoantes *s* e *p*, seguindo uma vogal, significam que respectivamente, uma conversão simples ou uma conversão por limitação foi usada. A convenção, porém, é ambígua, mas veremos, na próxima seção, como pode ser tornado precisa, o que esclarecerá a controvérsia entre os reducionistas e os dedutivistas acima mencionada.

Quando *b* e *r* aparecem na mesma palavra, uma redução ao impossível é indicado e *m* indica a mudança na ordem das premissas.

William não indica uma letra para significar a conversão por contraposição, que, afinal, não é usada nas suas reduções. Também não explica que a primeira letra de um nome

indica ao qual modo (direto) da primeira figura o dado modo será reduzido, embora respeite essa norma.

Observamos ainda que os nomes têm variações de autor por autor e, portanto, certa cautela deve ser usada na comparação de textos de autores distintos. Isto é especialmente o caso depois do desmembramento da quarta figura da primeira, pois mudanças na redução desses modos acarretaram mudanças nos seus nomes.

A CHAVE DOS VERSOS MNEMÔNICOS

Por incrível que parece, ainda há, como já vimos, discordância sobre a interpretação dos versos mnemônicos referentes aos modos do silogismo, bem como dúvidas sobre a eficácia lógica do processo da redução. Apresentaremos agora uma interpretação dos mencionados versos que, acreditamos, resolve todos esses problemas.

A chave da decodificação dos versos é a compreensão de que um dos passos incluído neles representa o uso da técnica de demonstração matemática de “trabalhar para trás” (ver Fossa, 2009). Isto é, na procura do modo direto da primeira figura que será útil para a demonstração do novo modo, um dos passos supõe o desiderato e procura-se a proposição que implica nele. Observamos que, para William, a demonstração do novo modo é simplesmente a demonstração de que a sua conclusão é uma consequência necessária das suas premissas.

De certa forma, não se precisa fazer a mencionada procura, pois a primeira letra do novo modo indica ao qual modo este será reduzido, embora William não menciona esse fato. O problema, porém, da identificação do modo procurado pela letra inicial do nome do novo modo é que se trata apenas de uma afirmação e, portanto, na nossa análise das reduções, a referida identificação será indicada como “TESE”. A redução própria, como indicada pelos nomes mnemônicos, mostra, passo por passo, como a procura é feita. Mais ainda, uma vez feita a redução, a elaboração da dedução da conclusão a partir das premissas procede mecanicamente.

É nesse sentido que precisamos explicitar melhor *s* e *p*, respectivamente, a conversão simples e a conversão por limitação. A convenção a respeito dessas duas conversões é dupla. Em primeiro lugar, convencionamos que quando um *s* ou *p* se encontra, numa palavra mnemônica, depois de uma vogal que representa uma *premissa*, essa premissa deve *sofrer a conversão* indicada pela letra. Em segundo lugar, se *s* ou *p* se encontra depois de uma vogal que representa uma *conclusão*, essa conclusão é *o resultado da conversão* indicada pela letra.

Para a conversão simples (*s*), aplicada a proposições E e I, a distinção feita no parágrafo anterior não se importa, pois nesses casos a conversa é equivalente à proposição convertida. Para a conversão por limitação, no entanto, a distinção é crucial porque, quando aplicada à proposição A, temos, como já vimos, uma implicação e não uma equivalência. Mesmo assim, é melhor formular a regra para todas as duas conversões, não somente porque é mais simples, mas porque respeita a lógica da redução. Nessa lógica da redução aplicada à conclusão, temos o resultado e procuramos a proposição que gera o resulto; visto que isto é análogo à inversa de uma função, assinalaremos, nas nossas análises, aplicações dessa regra por *s/in* ou *p/in*. Também, usaremos frequentemente a frase *s/in* = *s* para indicar que *s/in* gera equivalências. Visto que temos

Todo X é Y $\Rightarrow$ Algum Y é X,

podemos, aproveitando da analogia com a função inversa, expressar o uso de *p/in* da seguinte forma:

p/in(I) = A (com os termos invertidos)

ou, mais explicitamente,

p/in(Algum X é Y) = Todo Y é X.

Uma vez feita a redução, podemos inverter o passo do uso de *s/in* ou *p/in* para demonstrar que a conclusão de um dado modo é uma consequência necessária das suas premissas. A dedução toma a seguinte forma geral:

1. Afirma as premissas do dado modo.
2. Deduzir novas premissas usando *s* e/ou *p*.
3. Trocar a ordem das premissas usando *m*.

4. As novas premissas serão as premissas de um modo direto da primeira figura.
5. Deduzir a conclusão do modo identificado em passo (4).
6. Deduzir uma nova conclusão usando *s* e/ou *p*. Essa nova conclusão será a conclusão do dado modo.

Fazemos ainda duas observações. A primeira é a de salientar que não é *s/in*, nem *p/in* que é usado em passo (6), mas, sim, *s* e/ou *p*. De fato, *s/in* e *p/in* são usados somente na redução, não na dedução, pois visam descobrir a proposição *de que* a conclusão poderia ser deduzida e, no caso de *p/in*, sendo uma inferência de I para A, nem temos uma inferência válida. Ao inverter os passos da redução, porém, temos em passo (6) da dedução *s* e/ou *p* e, no caso de *p*, temos uma inferência de uma proposição A para uma proposição I que é, dada a convenção geral da lógica medieval, uma inferência válida.

A segunda observação que queremos fazer é a de observar que a dedução modelo contempla todos os passos possíveis. Na prática, porém, nem todos os passos são usados em cada dedução. De fato, uma dedução comum consiste em passos (1), (2), (4) e (5). Há, obviamente, outras possibilidades.

Passaremos agora a uma investigação detalhada das reduções de William, bem como uma avaliação da validade, ou não, de cada uma delas. Para tanto, tomaremos, por enquanto, os quatro modos diretos da primeira figura como sendo válidos por suposição, pois William, de fato, afirma que a "necessity" deles é "revealed in the figure" (p. 63), embora não é inteiramente claro o que ele quer dizer com isto.

OS MODOS INDIRETOS DA PRIMEIRA FIGURA

Tem, como já sabemos, cinco modos indiretos da primeira figura. A primeira deles é *baralipton*. O *b* inicial indica que deve ser reduzido à *barbara*. Presumivelmente, as quatro últimas letras de *baralipton* não contribuem à redução. Assim, temos

1. TESE: *baralipton* reduz a *barbara*.

Temos *p* depois de *i*, sendo *i* a conclusão. Assim, como já explicamos, usamos *p/in* para determinar qual proposição de forma A, quando convertida por limitação resulta na dada conclusão. Desta forma, a redução é:

Todo M é P.		Todo M é P.
Todo S é M.		Todo S é M.
□ Algum P é S.	*p/in*	□ Todo S é P.

A redução dada no parágrafo anterior preserva a ordem correta da implicação e, portanto, a redução é correta no sentido de que mostra que *baralipton* é válido se *barbara* o é. A explicação dedutivista confirma isto:

Todo M é P.	premissa
Todo S é M.	premissa
□ Todo S é P.	por barbara
□ Algum P é S.	por *p*

Em termos do modelo genérico dado na seção anterior, a demonstração usa passos (1), (5) e (6).

As seguintes reduções serão dadas de forma sucinta, mas observações adicionais serão acrescentadas quando apropriado.

2. TESE: *celantes* reduz a *celarent*.

Trabalhando para trás:

Nenhum M é P.		Nenhum M é P.
Todo S é M.		Todo S é M.
☐ Nenhum P é S.	*s/in*	☐ Nenhum S é P.

Resultado: *s/in* = *s* = conversa simples de E é equivalente.

Válido.

3. TESE: *dabitis* reduz a *darii*.

Trabalhando para trás:

Todo M é P.		Todo M é P.
Algum S é M.		Algum S é M.
☐ Algum P é S.	*s/in*	☐ Algum S é P.

Resultado: *s/in* = *s* = conversa simples de I é equivalente.

Válido.

4. TESE: *fapesmo* reduz a *ferio*.

Trabalhando para trás:

Todo M é P.	*p*	Algum P é M.		Nenhum M é S.
Nenhum S é M.	*s*	Nenhum M é S.	*m*	Algum P é M.
☐ Algum P não é S.		☐ Algum P não é S		☐ Algum P não é S.

No silogismo resultante, S é predicado de M na primeira figura e, portanto, S é o termo maior, P o termo menor e, portanto, o silogismo resultante é um modo direto (*ferio*). Uma troca de variáveis (S por P e P por S) ressaltaria isto.

Resultado: *p* = conversa por limitação de A no sentido correto,

s = conversa simples de E é equivalente,

m = troca de premissas não afeta a validade.

Válido.

5. TESE: *frisesomorum* reduz a *ferio*.

Trabalhando para trás:

Algum M é P.	*s*	Algum P é M.		Nenhum M é S.
Nenhum S é M.	*s*	Nenhum M é S.	*m*	Algum P é M.
☐ Algum P não é S.		☐ Algum P não é S.		☐ Algum P não é S.

Presumivelmente, as últimas cinco letras de *frisesomorum* não contribuem à redução.

No silogismo resultante (*ferio*), S é o predicado e P o sujeito.

Resultado: *s* = conversa simples de I é equivalente.

s = conversa simples de E é equivalente.

m = troca de premissas não afeta a validade.

Valido.

OS MODOS DA SEGUNDA FIGURA

A segunda figura consiste em quatro modos. Os primeiros três podem ser tratados sinteticamente. O último é reduzido por impossível.

1. TESE: *cesare* reduz a *celarent*.

Trabalhando para trás:

Nenhum P é M.	*s*	Nenhum M é P.
Todo S é M.		Todo S é M.
☐ Nenhum S é P.		☐ Nenhum S é P.

Resultado: *s* = conversa simples de E é equivalente.

Válido.

2. TESE: *camestres* reduz a *celarent*.

Trabalhando para trás:

Todo P é M.		Todo P é M.		Nenhum M é S.
Nenhum S é M.	*s*	Nenhum M é S.	*m*	Todo P é M.
☐ Nenhum S é P.	*s/in*	☐ Nenhum P é S.		☐ Nenhum P é S.

No silogismo resultante (*celarent*), S é o predicado e P o sujeito.

Resultado: *s* = conversa simples de E é equivalente,

s/in = s conversa simples de E é equivalente,

m = troca de premissas não afeta a validade.

Válido.

3. TESE: *festino* reduz a *ferio*.

Trabalhando para trás:

Nenhum P é M.	*s*	Nenhum M é P.
Algum S é M.		Algum S é M.
☐ Algum S não é P.		☐ Algum S não é P.

Resultado: *s* = conversa simples de E é equivalente.

Válido.

4. TESE: *baroco* reduz a *barbara*.

Trabalhando para trás:

Todo P é M.		Todo P é M.
Algum S não é M.	*br*	Todo S é P.
☐ Algum S não é P.		☐ Todo S é M.

No silogismo resultante, P é o termo médio, M o termo maior e S o termo menor. Resultado: *br* (premissa maior e oposto da conclusão, dando o oposto da premissa menor) os silogismos são equivalentes.

Válido.

Para fazer uma dedução da conclusão de *baroco* das suas premissas usando a redução ao absurdo, procede-se assim:

1. Todo P é M.	premissa
2. Algum S não é M.	premissa
3. Todo S é P.	premissa auxiliar (negação da conclusão)
4. Todo S é M.	(1), (3) e *barbara*
5. contradição	(2) e (4)
6. Algum S não é P.	negação da premissa auxiliar

Esse procedimento, embora seja a última justificação para o que ele faz, não é o procedimento de William. Ao contrário, o que ele faz é simplesmente dar uma regra para a formulação de um novo modo (*barbara*), partindo do modo original (*baroco*). Isto corrobora fortemente nossa tese de que a redução de William não é uma dedução, mas uma procura, contendo uma espécie de trabalhar para trás, de um silogismo que poderá ser usado para deduzir o novo modo. Infelizmente, a análise de William é falha porque não justifica a validade da sua regra, mas apenas a anuncia. Não obstante, já mostramos que a regra gera um modo equivalente ao modo original e, portanto, o procedimento de William é válido.

OS MODOS DA TERCEIRA FIGURA

A terceira figura tem seis modos. Cinco deles são reduzidos por conversão e podem ser tratados sinteticamente, enquanto um é reduzido per impossível.

1. TESE: *darapti* reduz a *darii*.

Trabalhando para trás:

Todo M é P.		Todo M é P.
Todo M é S.	p	Algum S é M.
□ Algum S é P.		□ Algum S é P.

Resultado: *p* = conversa por limitação de A implica em I.

Válido.

2. TESE: *felapton* reduz a *ferio*.

Trabalhando para trás:

Nenhum M é P.		Nenhum M é P.
Todo M é S.	p	Algum S é M.
□ Algum S não é P.		□ Algum S não é P.

Resultado: *p* = conversa por limitação de A implica em I.

Válido.

3. TESE: *disamis* reduz a *darii*.

Trabalhando para trás:

Algum M é P.	s	Algum P é M.		Todo M é S.
Todo M é S.		Todo M é S.	m	Algum P é M.
□ Algum S é P.	s/in	□ Algum P é S.		□ Algum P é S

No silogismo resultante, S é o termo maior e P o termo menor.

Resultado: *s* = conversa simples de I é equivalente,

s/in = *s* = conversa simples de I é equivalente,

m = troca de premissas não afeta a validade.

Válido.

4. TESE: *datisi* reduz a *darii*.

Trabalhando para trás:

Todo M é P.		Todo M é P.
Algum M é S.	s	Algum S é M.
□ Algum S é P.		□ Algum S é P.

Resultado: *s* = conversa simples de I é equivalente.

Válido.

5. TESE: *bocardo* reduz a *barbara*.

Trabalhando para trás:

Algum M não é P.		Todo S é P.
Todo M é S.	br	Todo M é S.
□ Algum S não é P.		□ Todo M é P.

No silogismo resultante, S é o termo médio e M o termo menor.

Na aplicação de *br*, o oposto da conclusão e a premissa menor dá o oposto da maior como conclusão.

Resultado: *br* = por impossível gera silogismo equivalente.

Válido.

6. TESE: *ferison* reduz a *ferio*.

Trabalhando para trás:

Nenhum M é P.		Nenhum M é P.
Algum M é S.	s	Algum S é M.
□ Algum S não é P.		□ Algum S não é P.

Resultado: *s* = conversa simples de I é equivalente.

Válido.

RESUMO DAS REDUÇÕES

Nas quinze reduções investigadas, vemos que os nomes dos modos sempre indicam a maneira de achar um modo direto da primeira figura que pode ser usado para demonstrar o modo nomeado. Mais ainda, o procedimento também nos dá a demonstração do modo nomeado pelo artifício simples de inverter o passo da redução referente à técnica de trabalhar para trás, pois todos os passos são válidos (mesmo quando o passo da redução não o seja). Assim, o julgamento de Corcoran, Novotny e Tracy (2018) de que a redução não nos ajuda a determinar a validade dos diversos modos é errado, pois em todos os quinze casos o procedimento de William é efetivo.

Lembramos apenas que a chave da decodificação é a regra dupla que governa as letras *s* e *p*. Quando uma dessas letras segue uma vogal que é uma premissa, indica que a premissa deve sofrer uma conversão; quando segue uma vogal que é a conclusão, no entanto, indica que a conclusão é o resultado de uma conversão. Isto significa que, nas reduções, aplicações da segunda clausula da sentença anterior são exemplos da técnica matemática de trabalhar para trás e, portanto, mostra a sofisticação lógica de William (ou sua fonte original!).

OS MODOS DIRETOS DA PRIMEIRA FIGURA

Segundo William, a conclusão dos primeiros dois modos da primeira figura (*barbara* e *celarent*) segue necessariamente das suas premissas pelos princípios de, respectivamente, *dici de omni* e *dici de nullo* (mais comummente encontrado como *dictum de omni et nullo*). Basicamente, isto traduze, em termos modernos, a algo como: o que é dito sobre todos os elementos de uma classe também vale de todos os elementos de uma subclasse própria dela.

Os outros dois modos da primeira figura (*darii* e *ferio*) são reduzidos por impossível, respectivamente, a *camestres* e *cesare*. Esses dois modos, como já vimos, são reduzidos a *celarent*. Logo, *darii* e *ferio* são reduzidos a *celarent* também. Em consequência, todos os modos são reduzidos a *barbara* e *celarent*. Isto é, todos os outros modos podem ser deduzidos a partir destes.

ALGUMAS REGRAS

Mencionamos, para fins de completude, que William fecha o seu capítulo sobre o silogismo por enunciar as seguintes regras sobre os modos (onde “modo” quer dizer “silogismo válido”):

1. Modo algum tem duas premissas negativas.
2. Modo algum tem duas premissas particulares.

3. Modo direto algum da primeira figura tem premissa maior particular.
4. Modo direto algum da primeira figura tem premissa menor negativo.
5. Modo algum da segunda figura tem duas premissas afirmativas.
6. Modo algum da terceira figura tem premissa maior negativa.

Essas regras não são demonstradas e parecem ser observações empíricas.

OS MODOS SUBALTERNOS

Na lógica medieval, há 24 modos (formas silogísticas válidas) do silogismo. William, contudo, só dá 19 deles. A explicação disso não é difícil, pois os cinco modos que faltam são os modos subalternos, ou seja, modos cuja conclusão é uma consequência da relação subalterna.

A proposição particular é subalterna à proposição geral correspondente da mesma qualidade. Na lógica medieval, uma proposição geral implica na sua subalterna. Assim, temos A⇒I e E⇒O.

William só contempla os modos que são reduzidos a *barbara* e *celarent* por algum tipo de *conversão*, não os que podem ser justificados pela relação subalterna. Isto é muito comum na lógica medieval.

Para ilustrar a diferença, damos a dedução do modo *barbari* da primeira figura:

Todo M é P.	premissa
Todo S é M.	premissa
□ Todo S é P.	barbara
□ Algum S é P.	subalterna

Observe que a última linha da dedução não é uma conversão por limitação, pois a ordem dos termos S e P não são trocados, mas é uma inferência direta de “todos” para “alguns”. A diferença é pequena, mas é suficiente para distinguir, para os lógicos medievais, os modos subalternos.

Apenas registramos aqui os cinco modos subalternos: *barbari* e *celaro* da primeira figura direto, *celanto* da primeira figura indireto, e *camestro* e *cesaro* da segunda figura.[53]

[53] Não constatei os nomes *celanto* e *camestro* na literatura, mas são formados pelo mesmo processo dos outros três.

CONCLUSÃO

Interpretamos os nomes mnemônicos de William of Sherwood como uma codificação do processo de reduzir os modos silogísticos indiretos da primeira figura, bem como os modos das segunda e terceira figuras, aos modos diretos da primeira figura. A redução é considerada como contendo um exemplo da técnica matemática de "trabalhar para trás" e visa explicitar os passos que produzem uma demonstração da necessidade da conclusão do dado modo a partir do modo ao qual é reduzido. Para tanto, entendemos que a conversão simples e a conversão por limitação, quando aplicadas, na redução, a premissas, convertem essas premissas. Quando são aplicadas à conclusão, no entanto, indicam a proposição da qual a conclusão é obtida pela conversão. Quando esse passo da redução é invertido, obtém-se uma dedução válida (dadas as convenções medievais sobre existência) em todos os casos.

Apesar do seu sucesso inegável em mostrar a necessidade da conclusão das premissas nos 15 casos abordados, há, na teoria do silogismo de William, certas deselegâncias. Em primeiro lugar, os nomes *baralipton* e *frisesomorum* parecem ter, cada um, uma sílaba a mais. É possível que essas sílabas foram incluídas devido à métrica da poesia e podem ser desconsideradas quando se faz as reduções. Além disso, tanto *barbara*, quanto *baralipton*, contêm *b* e *r*, mesmo que não é feita redução alguma *per impossibile* em relação a esses dois modos. Outros lógicos medievais resolvem esse problema por afirmar que é um *c* (não-inicial) que indica a redução *per impossibile*. Finalmente, como já vimos, os versos mnemônicos de William não contemplam os cinco modos subalternas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOCHEŃSKI, I. M. *A History of Formal Logic*. Tradução de Ivo Thomas. New York: Chelsea, 1970

CORCORAN, John; NOVOTNY, Daniel; TRACY, Kevin. Deductions and Reductions Decoding Syllogistic Mnemonics. Entelekya, vol. 2, n. 1, p. 5-39. 2018.

FOSSA, John. Uma Investigação dos Diagramas de Carroll. A aparecer.

_____. *Introdução às Técnicas de Demonstração na Matemática*. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

UCKELMAN, Sara L. William of Sherwood. In: E. N. Zalta (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2016. Disponível em <https://plato.stanford.edu/archives/sum2016/entries/william-sherwood/>. Acesso em 23/10/2018.

WILLIAM OF SHERWOOD. *Introduction to Logic*. *In*: Norman Kretzmann (Ed. e Trans.). *William of Shirwood´s Introduction to Logic*. Minneapolis: University of Minnesota Press, 1966.



ISSN 2236-4102

PRÁTICA MATEMÁTICA: FONTE DE DIVERSIDADE DA PESQUISA EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Fábio Maia Bertato (UNICAMP)

O termo “prática matemática” pode ser empregado em pelo menos dois sentidos. Em sentido estrito, utilizado em filosofia da matemática, serve para distinguir entre a prática dos matemáticos profissionais (o processo de escolha de axiomas e de teoremas, insights, provas informais, seleção da sequência de resultados, etc.) e as teorias matemáticas propriamente ditas, apresentadas como produto final após tal processo. Em sentido lato, significa a prática cotidiana da matemática, empregada pelos mais variados indivíduos de um grupo, no tratamento e na resolução dos mais diversos problemas e situações. Propomos a prática da matemática, em ambas acepções, como uma quase inesgotável fonte para investigações em história da matemática. Para tanto, apresentaremos algumas considerações sobre pesquisas baseadas em práticas matemáticas diversas, das quais algumas podem ser consideradas tradicionais e outras heterodoxas.



ISSN 2236-4102

PERIÓDICOS CIENTÍFICOS RELACIONADOS À HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Lucieli M. Trivizoli [54]

RESUMO

A proposta da mesa-redonda envolve a discussão sobre a produção bibliográfica brasileira em relação a História da Matemática. Como parte integrante dessa discussão, pretende-se destacar os principais periódicos científicos relacionados à temática a partir de um levantamento realizado nas bases disponíveis eletronicamente. Embora o processo editorial no meio eletrônico ainda esteja em construção, entendemos que ele possibilita uma maior acessibilidade ao conhecimento e uma visibilidade mais ampla do que os meios impressos. Como desdobramentos, espera-se discutir o papel da SBHMat frente às necessidades desse tipo de produção bibliográfica brasileira. Espera-se, também, abrir algumas possibilidades e questionamentos associados às publicações nos meios eletrônicos na direção da maior visibilidade dos conhecimentos relacionados à História da Matemática.

Palavras-chave: História da Matemática. Produção bibliográfica. Periódicos da História da Matemática.

A proposta da mesa-redonda **História da Matemática: A produção bibliográfica brasileira** envolve a discussão sobre a produção bibliográfica brasileira em relação a História da Matemática. Neste texto, pretende-se destacar os principais periódicos científicos relacionados à temática a partir de um levantamento realizado nas bases disponíveis eletronicamente. A existência de periódicos científicos brasileiros voltados à História da Matemática e História da Educação Matemática é relativamente recente e está relacionada à consolidação do próprio campo de pesquisa em História

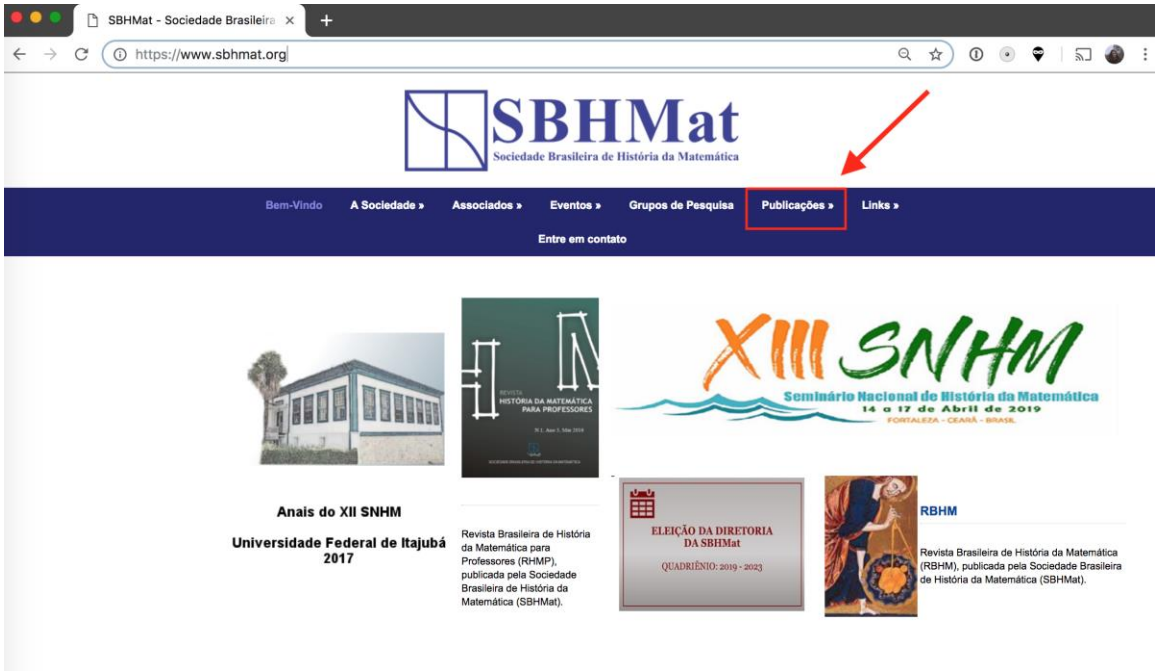
[54] Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: lmtrivizoli@uem.br

da Matemática. De todo modo, os periódicos científicos tem sido considerados um veículo importante para a comunicação de pesquisas e compartilhamento dos trabalhos realizados na área.

No Brasil, a consolidação institucional desse campo veio com o grupo de pesquisadores que desenvolviam seus estudos nessa área e com a realização do Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM), com sua primeira edição em 1995. Com a intensificação desse movimento, foi criada, em 1999, a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat). A partir de então, a organização dos SNHM passou a ser de responsabilidade da Sociedade, assim como as publicações dos periódicos Revista Brasileira de História da Matemática (RBHM) e Revista História & Educação Matemática e, posteriormente, a Revista de História da Matemática para Professores (RHMP) e a Revista de História da Educação Matemática (HISTEMAT). A SBHMat, inclusive, teve definida em sua política editorial a publicação de uma revista internacional dedicada à História da Matemática.

Três dessas quatro revistas são indicadas no website oficial da SBHMat <www.sbhmat.org>.

Figura 1: Capa do website da SBHMat.



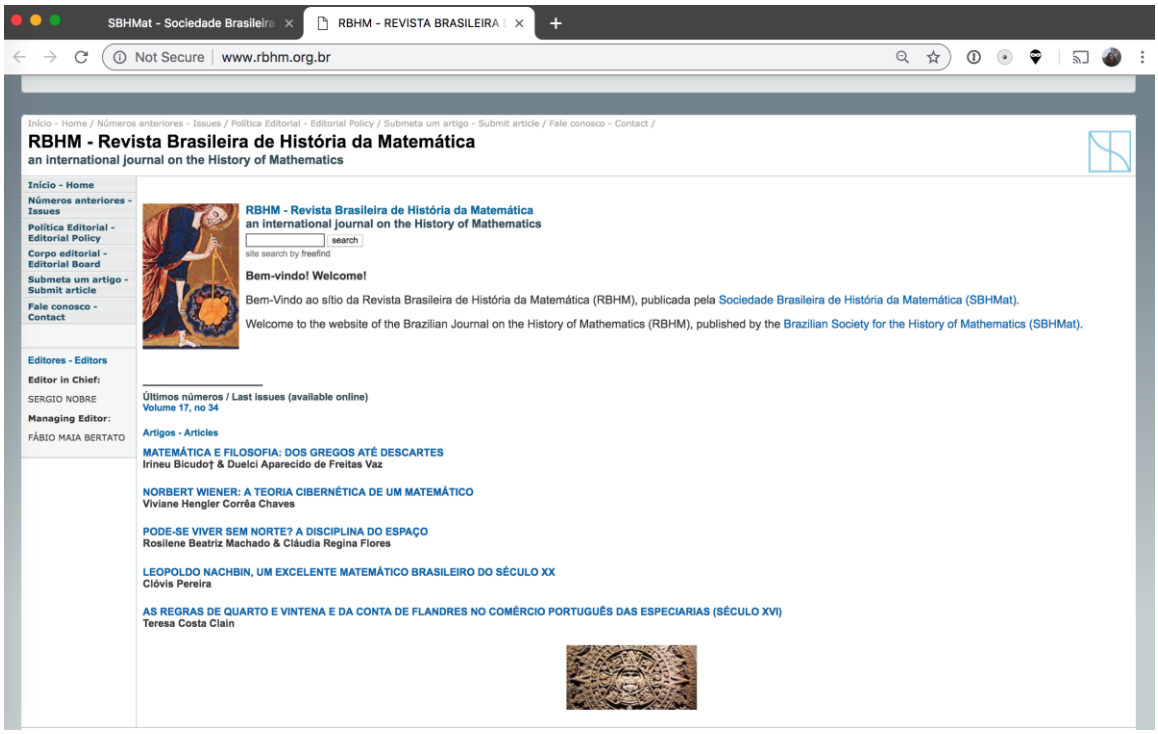
Fonte: www.sbhmat.org

Na aba “Publicações -> Periódicos”, encontram-se os links para acesso à Revista Brasileira de História da Matemática (RBHM); à Revista História da Matemática para Professores (RHMP) e à Revista de História da Educação Matemática (HISTEMAT).

Ao clicar no link relacionado à Revista Brasileira de História da Matemática somos direcionados ao website da própria revista <http://www.rbhm.org.br>, onde encontramos quase todos os números disponibilizados integralmente.

A RBHM é uma das publicações oficiais da Sociedade Brasileira de História da Matemática e se direciona a publicação de trabalhos acadêmicos originais sobre História da Matemática em geral e sobre sua relações com outros campos, como a Educação Matemática e a Filosofia da Matemática. A revista é composta de dois tipos de artigos: artigos encomendados pelos editores e artigos submetidos. Os artigos passam pela análise de consultores e devem receber parecer positivo de pelo menos dois consultores para serem publicados.

Figura 2: Capa do website da RBHM



Fonte: www.rbhm.org.br

A RBHM teve seu primeiro número publicado em 2001 e, de modo geral, tem mantido a periodicidade de publicar dois números por ano. A RBHM conta como Editor-Chefe o Prof. Sergio Nobre, papel que vem se dedicando desde a criação da Revista. Atualmente, também conta com o Prof. Fábio Maia Bertato como *Managing Editor*.

O último número disponível para acesso pela website da RBHM é referente a 2017, sendo o Número 34, Volume 17 da revista. Com exceção do Número 1, Volume 1 (2001) e de três dos cinco artigos do Número 2, Volume 1 (2001), todos os artigos estão disponíveis para acesso gratuito. Esses dois números do 1º volume encontram-se disponíveis em forma impressa em acervos de bibliotecas.

A publicação dos números 35 e 36, Volume 18, relacionados ao ano 2018, deve ser disponibilizada nos primeiros meses de 2019 e em março de 2019 pretende-se publicar o número 37, volume 19, ajustando a periodicidade da publicação da RBHM.

A classificação da RBHM na estratificação Qualis/CAPES é indicada como B1 na área de Ensino, B2 na área de Educação, B3 na interdisciplinar e B5 na área de Matemática/ Probabilidade e Estatística.

Figura 3: Links de periódicos no website da SBHMat



Fonte: www.sbhmat.org

A segunda revista indicada no website da SBHMat é a Revista História da Matemática para Professores (RHMP). Essa revista conta como Editoras Responsáveis as professoras Bernadete Morey e Ligia Arantes Sad.

Figura 4: Capa da RHMP



Fonte: Ano 1, nº 1 da RHMP

O primeiro número da revista foi publicado em março de 2014. Entretanto, no editorial do Número 1, Ano 1, é indicado que um chamado geral para publicação foi lançado por ocasião do X Seminário Nacional de História da Matemática, em março de 2013, constituindo-se, assim, o "número zero" da Revista. O primeiro número, então, foi possível devido aos autores que responderam ao chamado geral contribuindo para o início e continuidade da revista.

O link disponível do website da SBHMat direciona para o Número 3, Ano 3 (2016) da Revista. Os outros números anteriores ainda não estão disponibilizados pela Sociedade, já que a iniciativa em incluir essa publicação eletronicamente é recente.

Entretanto, é possível encontrar os dois primeiros números em outro endereço eletrônico, como é indicado a seguir:

Ano 1 – nº 1, 2014

http://www.amop.org.br/wp-content/uploads/2015/09/Revista-Hist-Prof-Mat-n1.pdf

Ano 2 – nº 2, 2015

http://www.amop.org.br/wp-content/uploads/2015/09/Revista-Hist-Prof-Mat-n2.pdf

Ano 3 – nº 3, 2016

http://www.sbhmat.org/download/download?ID_DOWNLOAD=1

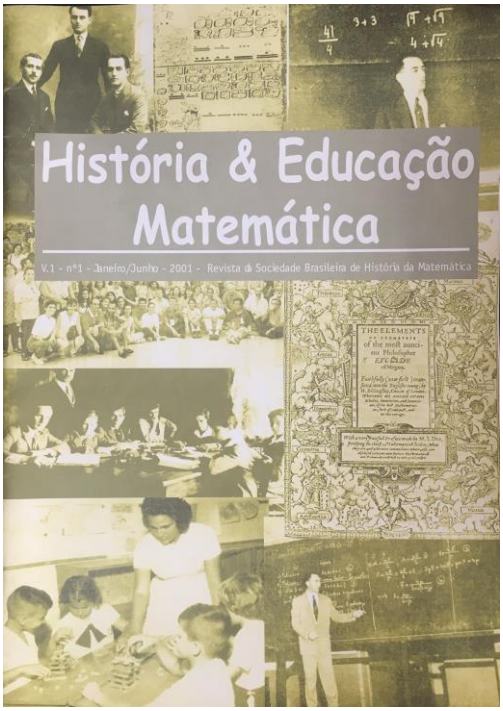
Por diversas dificuldades que serão discutidas no texto mais adiante, a RHMP não foi publicada em 2017, mas as editoras responsáveis indicam que o número relacionado ao ano 2018 deve ser disponibilizado em breve, retomando, assim a periodicidade da revista.

A classificação da RHMP na estratificação Qualis/CAPES é indicada como B4 na área de Ensino, B5 na área de Educação e B5 na área de Matemática/ Probabilidade e Estatística.

O terceiro periódico a ser considerado é a Revista História & Educação Matemática. Ela foi uma das publicações oficiais da SBHMat no início de suas atividades. Entretanto, essa revista teve duração efêmera, possuindo apenas dois números publicados e se encontram disponíveis apenas em versão impressa. Acredita-se que as produções não eram suficientes, naquele período, a ponto de se manter a continuidade da publicação. Não existem dados cadastrados para essa revista na classificação do Qualis/CAPES.

O primeiro número, do Volume 1 foi publicado no ano de 2001 (v.1, n.1, jan./jun. 2001). O número 2, Volume 2, foi publicado em 2002 e referiu-se aos semestres de jun./dez. 2001 e jan./jun. 2002. Os editores da revista foram Prof. Maria Ângela Miorim e Prof. Antonio Miguel.

Figura 5: Capa do v.1, n.1 da Revista História & Educação Matemática



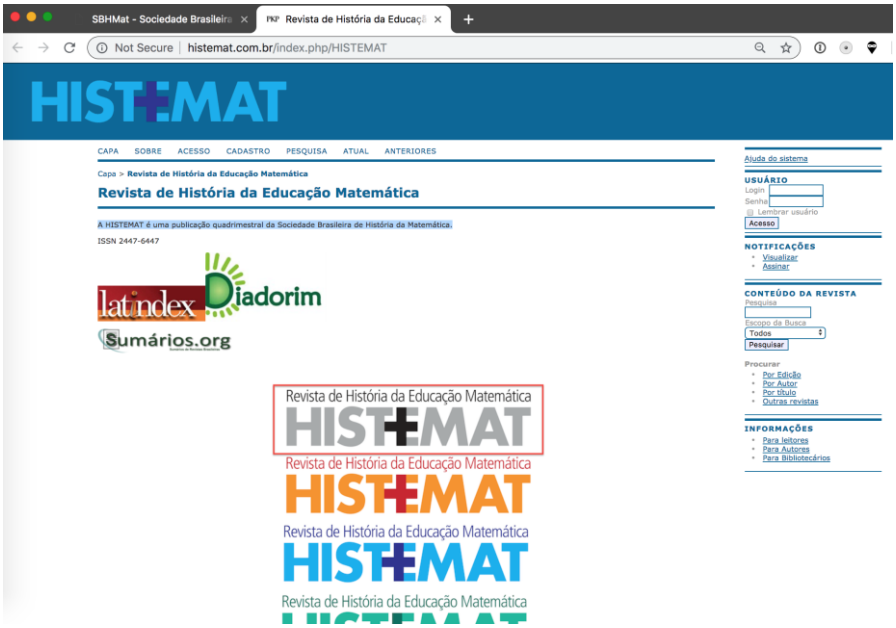
Fonte: Arquivo da autora.

De acordo com o Editorial do v.1, n.1 (2001) da Revista História & Educação Matemática, o objetivo principal da revista era o de divulgar discussões acerca das diferentes formas de relacionamento que se estabeleciam entre História, Filosofia e Educação Matemática, com foco na comunidade brasileira de professores de matemática.

Outra revista indicada pelo website da SBHMat é a Revista de História da Educação Matemática (HISTEMAT). Iniciada em 2015 é uma publicação quadrimestral que tem o objetivo de divulgar os resultados de pesquisa sobre história da educação matemática.

Ao clicar no link disponível do website da SBHMat somos direcionados a plataforma de acesso da Revista <http://histemat.com.br>. A revista contempla textos inéditos resultantes de pesquisas sobre história da educação matemática, história da matemática no ensino, história e didática da matemática e outras produções que promovam o diálogo entre história, educação e matemática. O Editor da HISTEMAT é o Prof. Wagner Rodrigues Valente.

Figura 6: Página inicial da Revista de História da Educação Matemática



Fonte: http://histemat.com.br

A HISTEMAT utiliza o *Open Journal Systems*, um sistema de código livre gratuito para a administração e a publicação de revistas, e conta com uma plataforma para a submissão de trabalhos e que permite acompanhar o processo editorial em curso.

Figura 7: Capa do v. 1, n. 1, 2015 - HISTEMAT



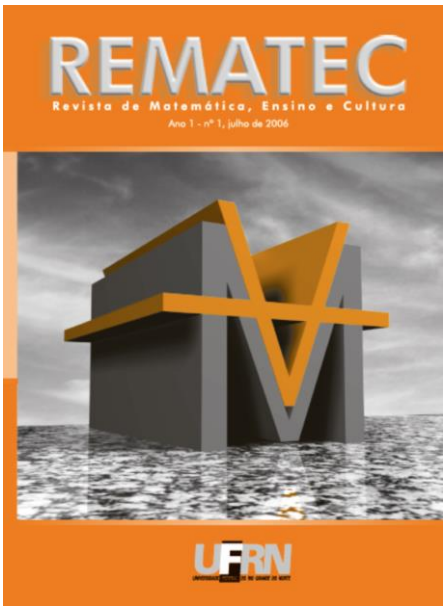
Fonte: http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/issue/view/1

Essa revista teve seu primeiro número publicado em 2015 (v. 1, n. 1, 2015) e a partir do ano 2016 tem publicado três números por ano com regularidade. A última edição disponível se refere ao Número 3, Volume 4 (2018).

A classificação da HISTEMAT no Qualis/CAPES é indicada como B4 na área de Ensino, B5 na área de Educação, B4 na área Interdisciplinar e B5 na área de Matemática/ Probabilidade e Estatística.

Além dessas revistas que são (ou foram) publicações sob responsabilidade da SBHMat, há também revistas que são vinculadas à outras instituições e que abrangem artigos relacionados à História da Matemática, mas não somente essa temática. É o caso da Revista de Matemática, Ensino e Cultura (REMATEC), inicialmente vinculada a Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), que conta com o Prof. Iran Abreu Mendes como seu editor responsável desde a sua criação. Seu primeiro número foi publicado em 2006 (Ano 1, nº 1, jul. 2006). Atualmente a revista está vinculada ao Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Cultura Matemática e suas Epistemologias na Educação Matemática e possui todas as suas versões disponíveis eletronicamente por meio do *Open Journal Systems*, no endereço <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec>.

Figura 8: Capa da edição Ano 1, nº 1, 2006 - REMATEC



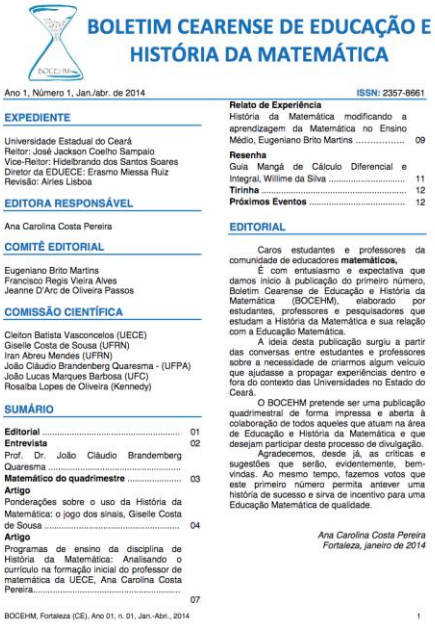
Fonte: http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/issue/view/1

De acordo com o editorial do primeiro número, pretendeu-se manter uma periodicidade semestral. De modo geral, essa regularidade foi cumprida até o ano de 2012, sendo publicados dois números por ano. A partir do ano de 2013, a revista passou a publicar números temáticos diferenciados com três números anualmente. A última edição disponível refere-se ao número 29, Ano 13, set./dez. 2018.

A REMATEC é classificada no Qualis/CAPES como B2 na área de Ensino, C na área de Educação, B4 na área Interdisciplinar, C na área de Matemática/ Probabilidade e Estatística, B5 na área de Economia e C na área de Saúde Coletiva.

Com publicação quadrimestral e vinculada ao Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM) e ao Centro de Ciência e Tecnologias da Universidade Estadual do Ceará (UECE), temos o Boletim Cearense de Educação e História da Matemática (BOCEHM). O BOCEHM tem por objetivo tornar público artigos e Relatos de experiências resultantes de estudos e pesquisas que abordem temas da Educação Matemática e/ou suas relações com a História da Matemática.

Figura 9: Capa do v. 1, n. 1, 2014 - BOCEHM



BOLETIM CEARENSE DE EDUCAÇÃO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Ano 1, Número 1, Jan./abr. de 2014 — ISSN: 2357-8661

EXPEDIENTE

Universidade Estadual do Ceará
Reitor: José Jackson Coelho Sampaio
Vice-Reitor: Hidelbrando dos Santos Soares
Diretor da EDUECE: Erasmo Miessa Ruiz
Revisão: Airles Lisboa

EDITORA RESPONSÁVEL

Ana Carolina Costa Pereira

COMITÊ EDITORIAL

Eugeniano Brito Martins
Francisco Regis Vieira Alves
Jeanne D'Arc de Oliveira Passos

COMISSÃO CIENTÍFICA

Cleiton Batista Vasconcelos (UECE)
Giselle Costa de Sousa (UFRN)
Iran Abreu Mendes (UFRN)
João Cláudio Brandenberg Quaresma - (UFPA)
João Lucas Marques Barbosa (UFC)
Rosalba Lopes de Oliveira (Kennedy)

SUMÁRIO

Editorial 01
Entrevista 02
Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma .....
Matemático do quadrimestre 03
Artigo
Ponderações sobre o uso da História da Matemática: o jogo dos sinais, Giselle Costa de Sousa 04
Artigo
Programas de ensino da disciplina de História da Matemática: Analisando o currículo na formação inicial do professor de matemática da UECE, Ana Carolina Costa Pereira.....
07
Relato de Experiência
História da Matemática modificando a aprendizagem da Matemática no Ensino Médio, Eugeniano Brito Martins 09
Resenha
Guia Mangá de Cálculo Diferencial e Integral, Willime da Silva 11
Tirinha 12
Próximos Eventos 12

EDITORIAL

Caros estudantes e professores da comunidade de educadores **matemáticos,**

É com entusiasmo e expectativa que damos início à publicação do primeiro número, Boletim Cearense de Educação e História da Matemática (BOCEHM), elaborado por estudantes, professores e pesquisadores que estudam a História da Matemática e sua relação com a Educação Matemática.

A ideia desta publicação surgiu a partir das conversas entre estudantes e professores sobre a necessidade de criarmos algum veículo que ajudasse a propagar experiências dentro e fora do contexto das Universidades no Estado do Ceará.

O BOCEHM pretende ser uma publicação quadrimestral de forma impressa e aberta à colaboração de todos aqueles que atuam na área de Educação e História da Matemática e que desejam participar deste processo de divulgação.

Agradecemos, desde já, as críticas e sugestões que serão, evidentemente, bem-vindas. Ao mesmo tempo, fazemos votos que este primeiro número permita antever uma história de sucesso e sirva de incentivo para uma Educação Matemática de qualidade.

Ana Carolina Costa Pereira
Fortaleza, janeiro de 2014

BOCEHM, Fortaleza (CE), Ano 01, n. 01, Jan.-Abr., 2014 — 1

Fonte: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/issue/view/10

Contando como editora responsável a Prof. Ana Carolina Costa Pereira, o primeiro número foi publicado em 2014 (v. 1 n. 1, 2014) e tem mantido uma periodicidade de três números por ano. A revista também utiliza o *Open Journal Systems* e as versões eletrônicas estão disponíveis na plataforma <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM>, sendo a última edição de número 15, Volume 5 (2018). O BOCEHM é classificado no Qualis/CAPES como B3 na área de Ensino e C na área de Educação.

Criada em 2016, a HIPÁTIA - Revista Brasileira de História, Educação e Matemática recebe trabalhos na área da História da Matemática, da Educação Matemática e da Matemática Pura e Aplicada.

Figura 10: Capa da plataforma de acesso da Revista Hipátia



Fonte: http://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia

Ressalta-se que há um diferencial nas orientações para as publicações nessa revista: o primeiro é de ajudar a ampliar a participação da mulher na Ciência no Brasil; e o segundo é de abrir um espaço para jovens pesquisadores (mestres, doutorandos ou doutores que tenham obtido título há, no máximo, cinco anos). O periódico é vinculado ao Instituto Federal de São Paulo (IFSP) e, atualmente, seus editores responsáveis são Prof. Sílvio César Otero-Garcia e Prof. Línlya Sachs.

Também é utilizado o *Open Journal Systems* para a disponibilização das versões eletrônicas que podem ser acessadas em <http://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia>. Com periodicidade semestral, a revista teve seu primeiro número publicado em 2016, dois números publicados em 2017 e dois números publicados em 2018. A HIPÁTIA é classificada no Qualis/CAPES como B2 na área de Ensino e B5 na área de Educação.

A Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência (SBHC), como o próprio nome indica, era vinculada à Sociedade Brasileira de História da Ciência. Foi criada em 1985 e, a partir de 2008, passou a se chamar Revista Brasileira de História da Ciência.

Figura 11: Website da SBHC e acesso à Revista



Fonte: https://www.sbhc.org.br/revistahistoria/public

Os artigos que compõem essas revistas estão disponíveis em formato pdf pelo website da SBHC que pode ser acessado em <https://www.sbhc.org.br/revistahistoria/public>. No primeiro número da Revista da SBHC, Volume 1 (1985), temos um artigo em que o Prof. Ubiratan D'Ambrosio é coautor.

A Revista da SBHC é classificada no Qualis/CAPES é como B1 na área Interdisciplinar e C na área de Ciências Biológicas. Já a nova versão nomeada Revista Brasileira de História da Ciência é classificada como B1 na área de Ensino, B1 na área Interdisciplinar, B2 na área de História, B5 na Educação, entre outras áreas.

A Revista História da Ciência e Ensino: construindo interfaces é vinculada à Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) e tem como público-alvo educadores e pesquisadores em Educação e em História da Ciência. A revista tem procurado construir interfaces entre História da Ciência e Ensino e promover o diálogo entre educadores e historiadores da ciência.

Figura 12: Página inicial da Revista História da Ciência e Ensino: construindo interfaces



Fonte: http://revistas.pucsp.br/hcensino/issue/view/254

A Revista teve seu primeiro número publicado em 2010 e tem mantido a periodicidade na publicação de dois números anualmente. Atualmente, os editores responsáveis são Maria Helena Roxo Beltran, Fumikazu Saito e Deividi Marcio Marques. Todas as edições podem ser acessadas em <http://revistas.pucsp.br/hcensino>, sendo a última edição disponível referente ao volume 18 (2018).

A classificação da Revista História da Ciência e Ensino na estratificação Qualis/CAPES é indicada como B3 na área de Educação, B4 na área de Ensino, B4 na Interdisciplinar, B4 na área de Administração Pública e de Empresas, Ciências Contábeis e Turismo, B5 na área de Filosofia, B5 na Ciências Ambientais, C na área de Matemática/ Probabilidade e Estatística, C na área de Química, C na Biodiversidade.

A revista Cadernos de História e Filosofia da Ciência, vinculada ao Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência (CLE), na UNICAMP, define seu escopo como sendo a discussão e divulgação de métodos de investigação, perspectivas, ideias originais e descobertas em história e filosofia das ciências. Publicada desde 1980, as edições estão organizadas em duas séries dos Cadernos: os números da primeira série bem como os números da nova série dos Cadernos estão disponíveis para acesso em <https://www.cle.unicamp.br/eprints/index.php/cadernos>. A revista Cadernos de História e Filosofia da Ciência é classificada como B1 na área de Filosofia no Qualis/CAPES.

Outras publicações ainda merecem ser consideradas como, por exemplo, a Revista Brasileira de História da Educação (RBHE), uma publicação oficial da Sociedade Brasileira de História da Educação (SBHE) e disponível em < http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/rbhe/index>; a revista História da Educação, vinculada à Associação Sul-Rio-Grandense de Pesquisadores em História da Educação, hospedada no endereço < https://seer.ufrgs.br/asphe>; a revista Cadernos de História da Educação disponível em <http://www.seer.ufu.br/index.php/che/>; a revista Circumscribere (*International Journal for the History of Science*), vinculada ao Centro Simão Mathias de Estudos em História da Ciência, da PUC-SP, disponível em < https://revistas.pucsp.br/circumhc>.

Ainda que não seja o foco da nossa discussão neste texto, ainda poderíamos elencar periódicos internacionais como a revista *Historia Mathematica* <https://www.journals.elsevier.com/historia-mathematica>; o BSHM *Bulletin - Journal of the British Society for the History of Mathematics* <https://www.bshm.ac.uk/journal >; o *Revue d'Histoire des mathématiques*, publicado pela *Société Mathématique de France* <https://smf.emath.fr/publications/revue-dhistoire-des-mathematiques>; o *Archive for History of Exact Sciences* <https://link.springer.com/journal/407>; a QUIPO - *Revista*

Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología <http://www.revistaquipu.com>; a *Revista Latinoamericana de Etnomatemática* <http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm>; o (já não mais editado) *International Journal for the History of Mathematics Education* <http://journals.tc-library.org/index.php/hist_math_ed/index>; etc.

O levantamento dos periódicos relacionados à História da Matemática (e suas diversas vertentes) não corresponde à totalidade dos artigos e publicações existentes, mas os títulos indicados constituem uma seleção que possibilita um ponto de partida para o acesso à essas fontes bibliográficas especializadas na área.

O que podemos indicar é que a maior parte das revistas consideradas neste texto já disponibiliza seus artigos para consulta eletrônica por meio de seus websites ou por meio de portais de repositórios e periódicos. Isso vem ao encontro do movimento de Acesso Livre conhecido como *Budapest Open Access Initiative* (BOAI), iniciado em 2001 (BAPTISTA et al, 2007).

> Quanto às estratégias para o Acesso Livre, uma é o auto-arquivamento, pelos autores ou seus representantes, dos artigos publicados nas revistas científicas em repositórios, disciplinares ou institucionais; a outra é por meio de revistas de acesso livre, que não restringem o acesso e o uso do material que publicam e não cobram assinatura nem taxas de acesso, e usam outros métodos (por exemplo, taxas de publicação, publicidade, etc.) para cobrir as suas despesas. (BAPTISTA et al, 2007, p. 5)

O crescimento do número das revistas de acesso aberto e dos repositórios tem produzido uma transformação na divulgação de resultados das pesquisas e da recepção pela comunidade científica. Entretanto, a disponibilidade dessas publicações em meio eletrônico continua a manter critérios tradicionais já estabelecidos pelas revistas em forma impressa, como o caráter científico dos artigos; o processo de revisão pelos pares; a periodicidade; estabelecimento de um conselho editorial; normalização dos artigos; etc.

Além disso, a legitimação e a posição de prestígio dos periódicos é mantida e sustentada por um sistema de avaliação baseado em vários indicadores. No Brasil, sabemos que o Fator de Impacto (FI) é o principal indicador da qualidade de uma revista científica e é o critério utilizado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de

Pessoal de Ensino Superior (CAPES) para estabelecer o índice Qualis/CAPES e é esse índice que tem um reconhecimento grande na avaliação dos programas de pós-graduação brasileiros e na avaliação da produção dos nossos pesquisadores.

Isso nos leva a considerar uma das dificuldades que nossos periódicos específicos da área da História da Matemática enfrentam: não existe Qualis em História da Matemática e as nossas revistas acabam sendo avaliadas em outras áreas como Matemática, Filosofia, Educação, Ensino. Assim temos outra dificuldade que se apresenta: devido ao fato de o Qualis das revistas não se adequar às necessidades dos autores, muitos acabam submetendo suas produções para outros periódicos com maiores indicadores.

Outra dificuldade que pode ser elencada é que a manutenção das revistas requer uma boa dose de voluntariado por parte dos editores e dos avaliadores. Essas atividades se constituem como atividades a mais para esses profissionais que são também professores e pesquisadores. Dessa forma, eles, muitas vezes, estão sobrecarregados e as atividades relacionadas às revistas geram pouco reconhecimento nas universidades. Ainda há carência de pessoal técnico, de espaço nas instituições e, quando disponíveis, não se têm funcionários permanentes, apenas bolsistas. Também deve-se considerar a dificuldade para conseguir avaliadores, dificuldade para manter os prazos, aumentando os tempos entre o recebimento dos artigos e a publicação de um número das revistas. Isso também é associado à dificuldade de conseguir pareceristas especialistas nos temas de cada artigo submetido para avaliação nos diversos campos da História da Matemática.

A situação fica mais grave quando consideramos a crise de financiamentos que as instituições de nosso país tem enfrentado:

> O problema fica mais sério porque a crise de financiamento é geral e as universidades e programas de pós-graduação também não estão recebendo os repasses ou os receberam com cortes de 75% a 85%, o que dificulta o apoio dos mesmos aos periódicos. Se essa situação se mantiver o esforço despendido, até agora, para a criação, manutenção e melhoria dos veículos de circulação de conhecimentos na área de ciências sociais no Brasil se perderá, pois as revistas terão problemas para manter a periodicidade e credibilidade, enfrentarão dificuldades com seus fornecedores e correrão o risco de serem excluídas dos indexadores e repositórios internacionais. (BAUMGARTEN, 2015, p. 49)

Assim, é indispensável mantermos espaços para discussão sobre as dificuldades e possibilidades para as publicações na nossa área. A SBHMat é um importante veículo para a disseminação dos conteúdos publicados nas nossas revistas específicas e, também, é um caminho para abrir chamadas para submissão de artigos. Além disso, os eventos específicos e os grupos de pesquisas podem ser espaços para captar novos e já consagrados pesquisadores para contribuir no processo envolvido na produção e circulação de nossas revistas.

Dificilmente conseguiremos resolver a situação de aumentar os índices de avaliação dos periódicos, já que isso envolveria outros critérios de adequação de áreas. Entretanto, não podemos deixar de considerar que publicar em revistas de menor impacto, mas que são dirigidas a uma área mais específica, como a nossa História da Matemática, pode ser uma boa estratégia de divulgação de trabalhos, já que são essas revistas específicas que circulam mais entre os pesquisadores que possuem os mesmos interesses. Assim, os artigos podem ter maior visibilidade entre os pares e receber mais citações.

Por fim, entendemos que o processo editorial no meio eletrônico ainda está em construção, mas possibilita uma maior acessibilidade à produção da área de História da Matemática e uma visibilidade mais ampla do que os meios impressos.

Agradecimentos

À todos os editores e editoras responsáveis, aos professores avaliadores e pareceristas dos artigos das revistas aqui citadas que diante de tantas adversidades tem desenvolvido com competência os trabalhos para manter as publicações. Agradecimento especial ao Prof. Fábio Maia Bertato, Prof. Lígia Arantes Sad e Prof. Sergio Nobre que contribuíram com informações atualizadas sobre as revistas que editoram para a produção deste texto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAPTISTA, A. A.; COSTA, S. M. S.;, KURAMOTO, H.; RODRIGUES, E. Comunicação científica: o papel da Open Archives Initiative no contexto do acesso livre. **Encontros Bibli: Revista Eletrônica em Ciência da Informação**, Florianópolis, n. esp., 1º sem. 2007. p. 1-17. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/eb/article/view/377/435>. Acesso em: 16 fev 2019.

BAUMGARTEN, M. Gestão de periódicos científicos em ciências sociais: uma experiência. **Pensata**, UNIFESP, v. 4, n. 2, ano 5. 2015. p. 44-52. Disponível em: < http://www2.unifesp.br/revistas/pensata/wp-content/uploads/2011/03/Maira.pdf>. Acesso em: 16 fev 2019.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

MARÍLIA CHAVES PEIXOTO – UMA MATEMÁTICA BRASILEIRA À SOMBRA

Circe Mary Silva da Silva

RESUMO

O texto discute uma possível articulação entre a História da Matemática no Brasil e a Educação Matemática, trazendo à reflexão as possíveis contribuições da inserção da História da Matemática na formação de professores. Apresenta, como exemplo, aspectos biográficos da professora e matemática brasileira Marilia Chaves Peixoto (1921-1961) que, juntamente com Mauricio Matos Peixoto, no final da década de 1950 abriu novos caminhos para as pesquisas em Sistemas Dinâmicos. Os resultados apontam que Marília Chaves Peixoto foi uma matemática produtiva e atuante no ensino da matemática mas ainda pouco investigada. Motivada pelas experiências realizadas em cursos de formação de professores em vários países e relatadas no livro *History in Mathematics Education do ICMI Study,* concordamos que há necessidade de investigações sobre a participação feminina na história da matemática e a inclusão dessa história em cursos de formação de professores.

Palavras-chave: Matemática. História da Matemática. Marília Chaves Peixoto.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos vêm ocorrendo, em âmbito internacional, discussões sobre como promover a articulação entre a História da Matemática e a Educação Matemática. Essas discussões têm sido promovidas por aqueles pesquisadores que acreditam que a História da Matemática pode desempenhar um papel valioso no ensino e aprendizagem dessa disciplina. Matemáticos, historiadores e educadores em muitos

países, já há bastante tempo, vêm incorporando, de alguma forma, a história da matemática no ensino. Sabedor disto e considerando experiências realizadas em vários continentes, um grupo de 62 pesquisadores com o apoio do ICMI[55], reunidos na França, em 1998, coordenados por John Fauvel e Jan van Maanen (2000), produziram um livro de referência intitulado *History in Mathematics Education.* As contribuições quanto ao uso da História da Matemática na formação de professores, no capítulo 4, chamam atenção para a importância do componente histórico neste âmbito. David Lingard (2000) propunha uma nova dimensão de aplicação da História da Matemática na educação de futuros professores. Entre os diferentes tópicos por ele sugeridos está a contribuição de mulheres para a história da matemática. Propôs, inclusive, que fossem levantadas e discutidas atitudes negativas ou discriminatórias tidas em relação às mulheres que atuaram na área, atitudes essas que trouxeram prejuízos à matemática. Citou Mary Somerville e Sophie Kovalevsky como exemplos de estudos de caso de mulheres matemáticas do século XIX.

Comungando com as ideias do grupo, no qual me incluo, direcionei a presente investigação para uma ampliação do conhecimento sobre a História da Matemática no Brasil, em especial para o conhecimento sobre matemáticas brasileiras, visando a incluir os resultados obtidos em cursos de formação de professores.

Os discursos produzidos na sociedade a respeito da capacidade das mulheres em aprender e produzir matemática têm sido objeto de muitas pesquisas: Ernest (2007); Walkerdine (2007); Souza e Fonseca (2008), entre tantos outros. A representação da mulher no cenário internacional da Matemática é ainda diminuto, embora tenha crescido sensivelmente nos últimos cem anos. Segundo Carolina Araujo[56], pesquisadora do IMPA, apenas em 2003, uma mulher ocupou lugar no Comitê Executivo da União Internacional de Matemática (IMU). E só em 2014, uma mulher, a iraniana Maryam Mirzakhani, recebeu a Medalha Fields, a mais alta premiação na área. Isso não significa, porém, que em um passado recente as mulheres tenham estado ausentes da Matemática, pelo contrário. Atualmente, em torno de 25% dos

[55]ICMI – International Commission on Mathematical Instruction.
[56]Disponível em: <http://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2018-07/pesquisadoras-de-todo-o-mundo-discutem-genero-e-matematica-no-rio>. Acesso em: 13 de jan. 2019.

pesquisadores em Matemática no Brasil são mulheres. Mesmo não sendo este percentual elevado, ainda é superior ao de outros países, por exemplo, nos USA 20,7% são as mulheres matemáticas. Conhecer e divulgar a participação de mulheres na Matemática e no ensino da matemática no Brasil é objetivo de pesquisas que desenvolvo atualmente. Meu olhar se deterá sobre aquela que considero uma das pioneiras em pesquisas matemáticas no País – Marília Chaves Peixoto.

As fontes que permitiram construir a presente narrativa foram predominantemente aquelas encontradas em jornais da época, no período em que Marília Chaves Peixoto viveu, aproximadamente 30 foram os artigos por mim consultados, os quais foram publicados nos seguintes periódicos: A Manhã (RJ), A Noite (RJ), Correio da Manhã (RJ), Diário de Notícias (RJ), Diário de Notícias (RS), Jornal do Comércio (RJ), Jornal do Brasil (RJ), Revista da Semana, Jornal das Moças e revista Manchete. Além destes, também serviram como fontes os Anais da Academia Brasileira de Ciências, depoimentos, o livro didático que ela escreveu e as fotografias cedidas por Alcilea Augusto.

ENGENHARIA E MATEMÁTICA: um cenário dominado pelos homens

> […] cada sociedade tem seu regime de verdade, sua política geral de verdade: isto é, os tipos de discurso que ela acolhe e faz funcionar como verdadeiros (FOUCAULT, 1979, p. 12).

O cenário acadêmico até a metade do século XX em relação à mulher matemática nada mais é do que uma herança de vários séculos de exclusão feminina, de preconceitos, injustiças e punições àquelas que ousaram transgredir os limites impostos pelos homens e dedicar-se à Matemática. Independentemente disso, ao longo dos tempos, embora raras, elas existiram e foram agentes de construção e divulgação de conhecimento.

No século XIX, as mulheres estavam excluídas da maior parte da educação científica formal. Entretanto, elas começaram a ser admitidas nas sociedades eruditas durante esse período e discretamente surgiram algumas universidades específicas

para mulheres nos EUA, Rússia e outros países. O percurso dessas matemáticas, assim como de outros matemáticos, passou algumas vezes por uma formação em engenharia, considerando que em países como o Brasil, por exemplo, inexistiram cursos de formação específica em matemática até a década de 1930. Mas, mesmo na engenharia, as mulheres eram minoria no início do século XX. A primeira engenheira geógrafa e civil foi Edwiges Maria Becker, formada em 1917, na Escola Politécnica do Rio de Janeiro (SILVA; PINHEIRO, 2010). O pequeno anúncio intitulado *Exames* (1914), no Jornal do Comércio (RJ), anunciava os nomes dos candidatos a realizar exames de admissão na Escola Politécnica e entre eles, constava um único nome feminino - Edwiges Maria Becker. Não apenas uma mulher ingressava no tradicional reduto masculino, mas, também, a única naquele ano, o que pode ser constatado nos anúncios nos jornais referentes à Escola Politécnica em 1914.

A revista feminista *Jornal das Moças* prestou uma homenagem a Edwiges Maria Becker, ao mesmo tempo em que lançou um apelo às brasileiras:

> Desejamos, que as nossas gentis patrícias, enthusiasmadas e corajosas, ponham de parte o acanhamento e modéstia que lhe são naturaes, obrigando-as assim a uma vida inactiva, para trabalhar com afinco em prol do ultimo e completo triumpho do feminismo no Brazil (CHRONICA, 1918, p. 1-2).

A imagem de Edwiges na Revista da Semana de 1918 (Figura 1) na colação de grau, ao lado de colegas e professores da Escola Politécnica do Rio de Janeiro fala por si.

FIGURA 1: PRIMEIRA ENGENHEIRA NA ESCOLA POLITÉCNICA DO RIO DE JANEIRO



Fonte: Colação de Grau na Escola Polytechnica, 1918.

Marília Chaves Peixoto, mulher foco deste trabalho, é “filha” de uma escola de engenharia (SILVA, 2006). É “fruto” do contexto em que viveu.

NASCE UMA MATEMÁTICA BRASILEIRA

Nascida Marília Magalhães Chaves em 24 de fevereiro de 1921, em Santana do Livramento, no Rio Grande do Sul, filha de Tulio Chaves e Zilah de Magalhães abriu seu caminho desafiando a sociedade preconceituosa local, que acreditava ser a educação um privilégio dos homens. Ela mesmo contou aos jornalistas da revista *Manchete* sobre esse início e seu interesse pela engenharia:

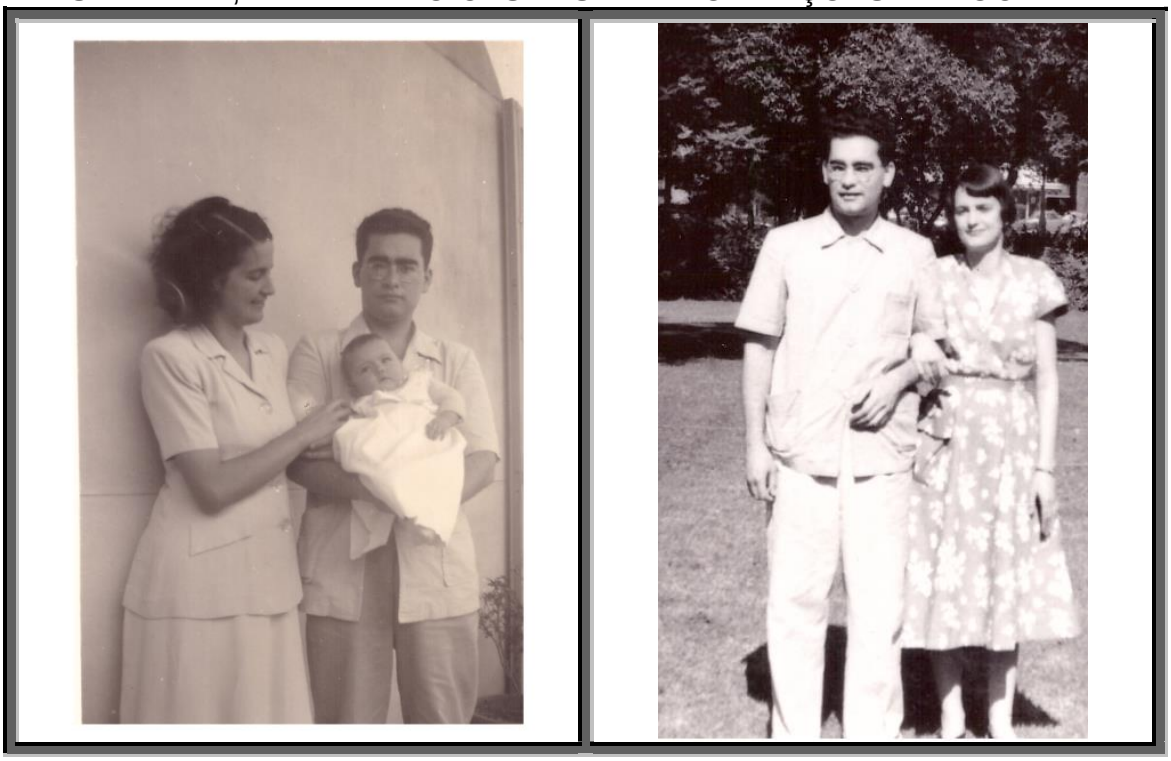
> Tive sorte, meus pais me estimularam. Tanto assim que cursei o ginásio em Santana do Livramento, onde moças não podiam estudar. Por gentileza dos padres cursei o secundário como aluna particular e pude fazer as provas com os rapazes. Depois a família me ajudou a estudar o que me interessava (JEAN; MACHADO, 1952, s.p.).

Em 1938, era aluna do curso complementar da Escola Nacional de Engenharia, pois em nota de jornal, é chamada junto com outros colegas a comparecer para retirar sua guia de transferência para a 2ª série do referido curso (ENSINO FEDERAL, 1938). A notícia do Jornal do Brasil[57] comprova que Marília estudara no Colégio Andrews, afirmando ser uma das aprovadas para ingresso na Escola Nacional de Engenharia. Efetivamente, conforme divulgado pelo Diário de Notícias (RJ), "foi habilitada para ingresso em 1939 e conseguiu o terceiro lugar entre os 73 aprovados" (ESCOLA NACIONAL DE ENGENHARIA, 1939, p. 6). As mulheres aprovadas representavam menos do que 6,8 % do total de alunos. Entre os nomes masculinos aparecem Leopoldo Nachbin e Mauricio Matos Peixoto, personagens que mais tarde se destacariam no campo brasileiro da Matemática.

Na década de 1940, Marília começou a assistir, concomitantemente, com seus estudos na Escola Nacional de Engenharia, aulas de matemática na Faculdade Nacional de Filosofia. Marcante nesse período foi seu romance com o colega Mauricio Matos Peixoto e a parceria acadêmica que iniciaram. Em 1943, concluiu sua graduação e obteve seu diploma em engenharia civil. Casou-se, em 1946, com Mauricio Matos Peixoto e teve com ele dois filhos: Marta e Ricardo.

[57] *Números que exprimem a excelência duma orientação pedagógica,* 1939.

FIGURA 2: À ESQUERDA: FOTOGRAFIA DE MARÍLIA COM MAURÍCIO E FILHA SEM DATA; À DIREITA: O CASAL SEM INFORMAÇÕES DE LOCAL DE DATA



Fonte: Acervo pessoal de Mauricio Peixoto, cedida por Alcilea Augusto.

A Escola Nacional de Engenharia, reduto masculino, à época possuía um corpo docente com espaço reduzido para as mulheres. Em 1949, ao prestar concurso para livre docente de “Cálculo Infinitesimal” nessa Escola, foi a única candidata. O Diário de Notícias anunciava que o candidato é o “engenheiro” Marília Chaves Peixoto. Num mundo acadêmico essencialmente dominado pelos homens, aqueles que, legitimamente, podiam seguir a carreira de engenharia, e, o preconceito contra as mulheres, levou os jornalistas do Diário de Notícias e Diário da Noite a noticiarem: “É único candidato inscrito, o engenheiro Marília Chaves Peixoto” (CONCURSO DA ESCOLA DE ENGENHARIA, 1949, p. 6).

Sua tese de livre docente foi uma contribuição original, assim descrita pelo físico Joaquim Costa Ribeiro, quando ela tomou posse na ABC em 1951, embora a referência ao fato de Mauricio Matos Peixoto ser seu marido parecer desnecessária.

> Sua tese de concurso para a Livre Docência constitui contribuição de pesquisa original *Sobre desigualdades diferenciais de terceira ordem*.

> Nesse trabalho conseguiu estender ao caso das desigualdades de terceira ordem teoremas que haviam sido demonstrados no caso de desigualdades diferenciais de segundo ordem, por seu marido, Mauricio Matos Peixoto, membro associado desta Academia (ACADEMIA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS, 1951, p. 8).

A vida acadêmica tem seus rituais e Marília Chaves Peixoto, ao ingressar no campo científico de matemáticos no Brasil, agia conforme as regras dessa estrutura, onde segundo Bourdieu (2004, p. 24): "[...] cada agente age sob pressão da estrutura do espaço que se impõe a ele tanto mais brutalmente quanto seu peso relativo seja mais frágil". A fragilidade, nesse caso, devia-se principalmente ao fato de se tratar de uma mulher que tinha pretensões de ingressar e atuar numa área até então dominada pelos homens.

Assim, com sua aprovação nesse concurso, Marília Chaves Peixoto entrou na vida acadêmica da Escola Nacional de Engenharia como doutora em matemática, ingressando como professora no Gabinete de Mecânica. Interessava-se não apenas pelo cálculo diferencial e integral, mas ministrava cursos sobre outros temas, como foi o caso do curso de Álgebra Moderna, por ela ministrado em 1952, no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CURSOS, 1952, p. 8).

Em 22 de outubro de 1950, nos principais jornais periódicos do Rio de Janeiro, aparece discretamente o nome de Marília Chaves Peixoto. Ela era uma das integrantes da equipe brasileira que havia regressado do Congresso Internacional de Matemática em Cambridge[58] (USA). Nesse evento, participaram Leopoldo Nachbin, Candido Dias da USP, Marília Chaves Peixoto da Escola Nacional de Engenharia (RJ), Mauricio Matos Peixoto pelo Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas e Maria Laura Mousinho pela Faculdade Nacional de Filosofia. Cabe destacar que, nos Anais do Evento, o nome de Marília aparece apenas como esposa de Mauricio Matos Peixoto.

Na década de 1950, a participação feminina em eventos científicos como os congressos internacionais de matemática, era fenômeno raro. Inclusive, esse evento realizado em Cambridge (EUA) contou com mais de 2.000 participantes, dos quais, segundo os registros, apenas 32 eram mulheres: 6, da Inglaterra; uma, da Grécia e 25, dos EUA (PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL CONGRESS OF

[58]Este foi o primeiro congresso internacional de matemática após a II Guerra Mundial.

MATHEMATICIANS, 1951). Parece não haver dúvidas, pois, acerca do fato de que as mulheres matemáticas constituíam exceção nesse universo dominado pelos homens.

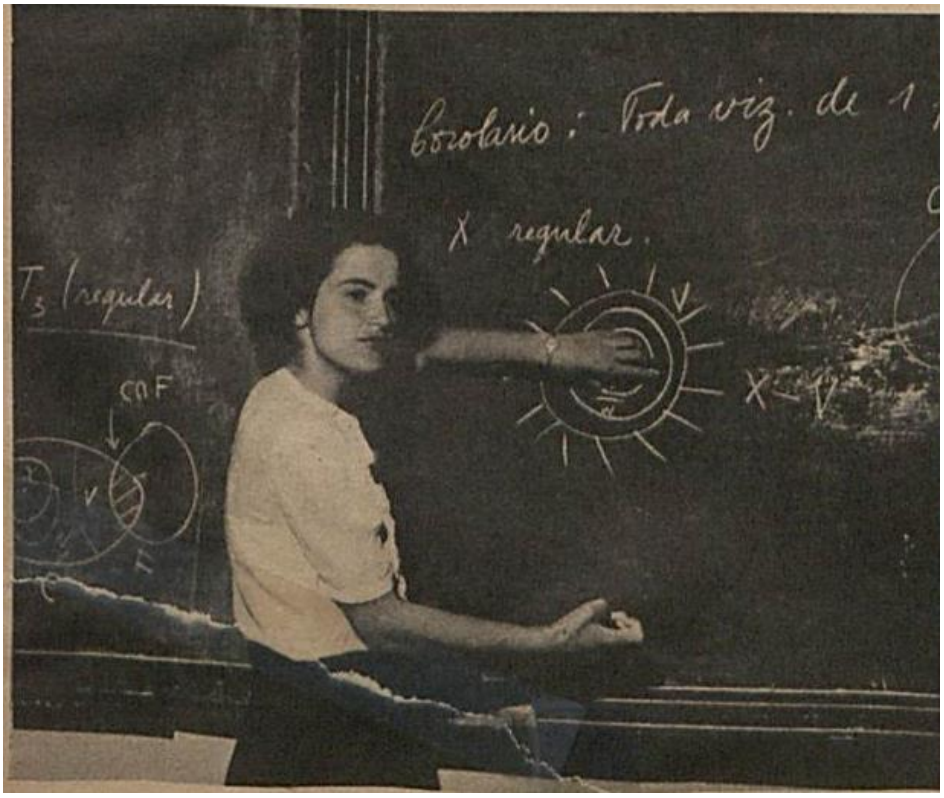
Depois de decorridos quase 70 anos do congresso acima referido, a participação de mulheres em eventos de matemática não mudou significativamente, para a matemática Carolina Behring de Araujo, a única mulher entre os 47 pesquisadores do Impa, “[...] você vai a um congresso e são menos de 10% de mulheres. Por que não estamos representadas?" (MATEMÁTICA, 2018, s.p.).

Em 1952, a revista Manchete publicou uma reportagem sobre as mulheres engenheiras no Brasil. Segundo os autores da reportagem, em torno de cem engenheiras atuavam naquela cidade em 1952. Entrevistaram as que consideraram as mais famosas do Rio de Janeiro e entre elas estava Marília Chaves Peixoto. Segundo os autores:

> Não são, como tantos imaginam ao ouvir falar em mulheres especializadas em austeros cálculos, pessoas masculinizadas, usando óculos com aros de tartaruga e sapatos de salto baixo! São mulheres como todas as mulheres. Quase todas são casadas com engenheiros com os quais compartilham interesses (JEAN; MACHADO, 1951, s.p.).

Numa tentativa de desmistificar o papel da mulher no competitivo mundo masculino da engenharia, o texto mostra claramente qual o protótipo de mulher engenheira construído pela sociedade, sinalizando as mulheres corajosas que desafiaram preconceitos e ingressaram no mundo científico e técnico da engenharia e que, como o comprovam as fotografias publicadas pela revista, também usavam salto alto. Os autores escreveram: “E assim, assistimos à aula de Marília Chaves Peixoto, professora de Cálculo e Mecânica Racional da Escola de Engenharia e de Matemática no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas”.

FIGURA 3: FOTOGRAFIA DE MARÍLIA MINISTRANDO AULA NA ESCOLA NACIONAL DE ENGENHARIA EM 1952



Fonte: Manchete, 1952, ed. 5, s.p.

Cabe destacar que Marília Chaves Peixoto, além da docência na Escola Nacional de Engenharia, atuou no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF). Segundo Costa Ribeiro, ela teve brilhante participação no Núcleo de Matemática do CBPF, onde realizou seminários sobre grupos topológicos. Em 1951, o Diário de Notícias do Rio de Janeiro noticiava a oferta de curso de *Introdução à Topologia Geral* a ser ministrado no CBPF por Marília (CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS, 1951, p. 2).

Sua participação como docente não se restringiu apenas ao Rio de Janeiro. Em 1954, o Diário de Notícias do RS anunciava que os professores Mauricio Matos Peixoto e Marília Chaves Peixoto ministrariam cursos de matemática no Centro de Pesquisas Físicas da UFRGS. Ao encargo de Marília estava o curso sobre *Teoria das Matrizes*. A reportagem[59] assinalava também: “Estes professores são dos mais destacados

[59] *Iniciam-se hoje os cursos programados pelo Centro de Pesquisas Físicas da U.F.R.G.S*, 1954, p. 6.

matemáticos da Capital carioca, tendo já realizado estudos de um a dois anos nos Estados Unidos".

São escassas as fontes sobre os estudos de Marília nos Estados Unidos no início da década de 1950. No jornal Correio da Manhã, há breve notícia de viajantes que embarcaram em 4 de janeiro de 1951 para os Estados Unidos, e nesta a referência ao nome de Marília (VIAJANTES, 1951, p. 13). O magistério e a pesquisa eram objetos de sua dedicação.

PUBLICAÇÕES DE MARÍLIA CHAVES PEIXOTO

Segundo Costa Ribeiro, a tese de livre docência intitulada *Sobre desigualdades diferenciais de terceira ordem* de Marília Chaves Peixoto:

> [...] constitui contribuição de pesquisa original [...] conseguiu estender ao caso das desigualdades de terceira ordem teoremas que haviam sido demonstrados no caso das desigualdades diferenciais de segunda ordem, por seu marido, Mauricio Matos Peixoto (ACADEMIA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS, 1951).

Em 1949, publicou nos Anais da Academia Brasileira de Ciências um artigo intitulado "On the inequalities y'''≥ G(x,y,y', y")", onde deixa claro, na introdução, que pretende no artigo estudar as curvas cujas equações y=f(x) satisfazem a desigualdade y'''≥ G(x,y,y', y") relativamente às curvas integrais y'''= G(x,y,y', y").

Marília Chaves Peixoto foi atuante e dedicada ao ensino superior no Brasil. Exerceu o magistério na Escola Nacional de Engenharia e entre as disciplinas que lecionou encontra-se o Cálculo Vetorial que, à época, era disciplina obrigatória na formação do engenheiro. Em 1955, publicou um livro voltado para o ensino desta disciplina (Peixoto, 1955). Uma segunda edição ocorreu postumamente, em 1963, com prefácio de Mauricio Matos Peixoto.

Como são raros os livros didáticos de matemática voltados para o ensino superior escritos por mulheres, faremos um breve comentário sobre o mesmo.

O livro compreende três capítulos: operações sobre vetores, elementos de análise vetorial e teoria dos vetores deslizantes. A autora comenta que o estudo do Cálculo Vetorial pode ser abordado de vários modos, explorando o ponto de vista geométrico ou o ponto de vista da álgebra abstrata ou o dos invariantes das transformações. Ela escolheu o geométrico por ser o mais intuitivo e, segundo sua opinião, o mais adequado para um estudo inicial. Percebe-se nessa opção de Marília Peixoto a preocupação didática de tornar o ensino do Cálculo Vetorial acessível aos alunos, embora não desconhecesse a existência de outras abordagens.

Comparando com o livro de J. de Monteiro Camargo, professor catedrático da USP, autor do livro Cálculo Vetorial, editado em 1946, nota-se que o livro de Marília é menos teórico e não tem a preocupação de demonstrar todos os teoremas citados, aliás, ela evita a expressão “teorema”, embora demonstre algumas propriedades. Ainda que não apresente demonstrações de todas as propriedades enunciadas, ela traz em alguns problemas demonstrações acompanhadas de representações, quando propõe, por exemplo, “Vamos demonstrar a proposição segundo a qual o quadrado da área de um triângulo é igual a soma dos quadrados das áreas das projeções desse triângulo sobre três planos ortogonais“ (PEIXOTO, 1964, p. 34).

Sua preocupação era mais didática: reside em exemplificar e mostrar possíveis aplicações do cálculo vetorial. Assim, ela traz exemplos interessantes (inexistentes na obra de Camargo) e muitos exercícios: “Um observador está sobre um trem que se move horizontalmente com velocidade v. A chuva cai verticalmente com velocidade $\vec{u}$. Qual o ângulo com a horizontal sob a qual o observador vê a chuva cair?” (PEIXOTO, 1964, p. 40). Como Mauricio Matos Peixoto observou no prefácio, o livro é “Claro, metódico, objetivo e bem elaborado ele é bem um reflexo de suas qualidades didáticas e de sua dedicação exemplar ao ensino” (PEIXOTO, 1964, s.p.).

Os conteúdos de Cálculo Vetorial presentes nos livros da época analisada não mais aparecem numa única disciplina e atualmente são ofertados em disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica e Álgebra Linear. Alguns conteúdos como círculo osculador, curvaturas, momento torsor e teorema de Varignon não são muito conhecidos dos alunos, assim como problemas aplicados à trigonometria esférica.

Em 1959, um artigo, escrito em colaboração com Mauricio Matos Peixoto e intitulado *Structural Stability in the Plane with enlarged boundary condition*s, foi publicado nos Anais da Academia Brasileira de Ciências (PEIXOTO; PEIXOTO, 1959). Nele os autores esclarecem que parte daquele artigo fora escrito enquanto eles eram bolsistas da Capes e IMPA, respectivamente, em licença na Universidade de Princeton e o restante, após o segundo autor se juntar à RIAS e assim ter sido apoiado em parte pelo *Air Office of Scientific Research* dos Estados Unidos. O artigo foi enviado para publicação em 16 de setembro de 1958 e foi publicado em 30 de junho de 1959. Nesse artigo os autores fazem uso de resultados que ainda seriam publicados em artigo de Mauricio Matos Peixoto. De fato, o artigo referido é aquele que foi publicado no *Annals of Mathematics* intitulado *On Structural Stability* em janeiro de 1959, portanto, em data anterior à publicação do artigo escrito em parceria com Marília. Entretanto, o artigo dos *Annals of Mathematics* (Peixoto, 1959) foi enviado para publicação em março de 1958, portanto em data anterior àquela em que foi enviado o artigo para os Anais da ABC. Nota-se que ambos os artigos, escritos em língua inglesa, tratam da estabilidade estrutural e têm as referências bibliográficas muito parecidas, mas apenas no artigo publicado no Brasil, aparece a parceria com Marília.

Mauricio Matos Peixoto em entrevista deixou bem claro que trabalhou no "teorema Peixoto" de 1959 a 1962 e que "[...] constitui-se de três trabalhos, um dos quais feito em colaboração com Marília Caves Peixoto" (Kaplan, 2006, p. 62).

Para entender a contribuição de Marília nesse artigo, me reportarei a seguir à fala do próprio autor – Mauricio Matos Peixoto – e incluirei alguns nomes de matemáticos que nos fornecem pistas de que tenham tido alguma influência direta na formação matemática da autora. Entretanto, resta ainda a ser realizado um estudo mais aprofundado das contribuições do artigo de Marília e Mauricio à teoria da estabilidade estrutural.

OS DIAS DOURADOS DE PRINCETON: uma parceria do casal Peixoto

> Primeiramente gostaria de assinalar que este trabalho sobre estabilidade estrutural foi realizado basicamente num certo número de artigos mencionados abaixo e que um deles foi um trabalho conjunto com minha primeira mulher, que não viveu para ver o fim dessa aventura. Foi grande, contudo, sua influência naqueles dias dourados, decisivos e já distantes, do outono de 1957 em Princeton (PEIXOTO, 1987, p. 3).

O extrato acima faz parte do discurso pronunciado por Mauricio Matos Peixoto ao receber o prêmio de Matemática da Academia de Ciências do Terceiro Mundo, na China, em 14 de setembro de 1987. O matemático fez uma homenagem merecida a sua primeira esposa, deixando claro o papel importante que sua parceira teve na criação de uma nova área de pesquisas em matemática – os sistemas dinâmicos.

As pesquisas históricas sobre Sistemas Dinâmicos fazem menção principalmente ao nome de Mauricio Matos Peixoto que, sem dúvida, foi aquele que deu continuidade e desenvolveu verdadeiramente os resultados encontrados naquele período em Princeton. Todavia, caberia aos pesquisadores que se dedicam à escrita da história dos Sistemas Dinâmicos mencionarem a parceria realizada por Marília no final da década de 1950.

A menção feita por Mauricio Matos Peixoto, trinta anos após o trabalho realizado em parceria, em Princeton, mostra o quanto Marília dedicava-se à pesquisa matemática. Ao ler essa homenagem, o matemático Laurentz Schwartz[60], que conheceu a ambos, escreveu a Mauricio Matos Peixoto:

> Let me add, since you speach about your first wife Marilia, that I knew her at the same time as yourself when I came to Rio de Janeiro, in 1952; and it was very known already at this time that you were both very good mathematicians[61] (SCHWARTZ, 1989, s.p.).

O ingresso de Marília Chaves Peixoto na Academia Brasileira de Ciências ocorreu em cerimônia realizada em 1º de julho de 1951. Nessa ocasião, o presidente, em seu

[60]Laurent Schwartz (1915-2002), matemático françês, recebeu a medalha Fields em 1950, durante o Congresso Internacional de Matemática nos EUA em que Marília participou com outros brasileiros.
[61]Uma cópia desta carta foi gentilmente fornecida por Alcileia Augusto.

discurso, enalteceu a importância da pesquisa científica dizendo: “[...] é confortador verificar o número crescente de vocações para a pesquisa em nossos meios universitários, a quantidade e qualidade dos trabalhos originais produzidos [...]”, e chamou a atenção para o fato de que a equipe de acadêmicos era formada por “[...] alguns dos mais jovens integrantes das nossas pesquisas”. Ao referir-se à acadêmica Marília Chaves Peixoto, disse: “[...] tem entre outros méritos, o de ser a primeira mulher que transpõe os austeros umbrais da Academia Brasileira de Ciências” (ACADEMIA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS, 1951, p. 7-8). Marília tinha apenas 30 anos de idade nessa ocasião. Foram empossados 8 pesquisadores, além de Marília; na Seção de Matemática tomou posse também o matemático Leopoldo Nachbin.

O reconhecimento dos pares é um capital científico que, segundo Bourdieu (2004) consiste no reconhecimento de uma competência que se obtém dentro do campo científico e que produz autoridade. Assim, o reconhecimento de competência valeu a Marília o ingresso na Academia Brasileira de Ciências, onde tomou posse em 26 de junho de 1951, na categoria de membro associado da Seção de Ciências Matemáticas. Foi a primeira mulher brasileira a integrar os quadros dessa instituição, honraria que foi precedida apenas por Marie Curie que, em 1926, ingressou na Academia; porém o fez na condição de associada estrangeira

Não foi de uma maneira solitária que Marília Chaves Peixoto tornou-se uma matemática. A rede de matemáticos com que teve contato foi seguramente muito ampla. Segundo Renate Watanabe, ela conheceu Marília em Princeton, entre 1957 e 1958, quando lá estava com seu marido Shigueo Watanabe, físico brasileiro. Marília frequentava uma disciplina com o matemático Donald Spencer, a qual a própria Renate tentou acompanhar, mas lhe faltavam os pré-requisitos. Segundo depoimento:

> Escolhi para assistir um curso de Matemática em Princeton pelo horário, isto é, numa hora em que Shigueo pudesse ficar com as crianças (Ernesto era recém nascido). Fui falar com o professor Spencer (?) para perguntar quais eram os pré requisitos necessários para acompanhar o curso. A resposta dele foi: nenhum. Fui para a primeira aula. Lá estavam Marília e Mauricio, mas eu não os conhecia. Em menos de 10 minutos percebi que eu não sabia do que ele estava falando. Tempos depois, [...] Ricardo e Shigueo Jr. se encontraram numa mesma classe do jardim de infância e assim Mauricio, Marília, Shigueo e eu nos conhecemos. Em vez de me menosprezar pela minha ignorância em Matemática, Marília começou me ensinar. Lembro que ela

> me ensinou, entre outras coisas, as primeiras noções sobre conjuntos. Foi graças a esse impulso inicial que eu comecei a frequentar alguns cursos e foi graças à Marília que eu me saí bem no curso inicial, aqui em São Paulo, que deu origem ao GEEM (WATANABE, 2019).

Ser pesquisadora numa área que ainda estava despontando na época não era o único talento de Marília, ela gostava igualmente do ensino, como revela o depoimento de Renate Watanabe.

REDE DE RELAÇÕES DE MARÍLIA CHAVES PEIXOTO

Não é tarefa simples tentar reconstruir a rede de relações que Marília teceu com matemáticos. Perseguindo esse intento, busquei indícios em relatos e em fotografias nas quais ela aparece.

FIGURA 4: FOTOGRAFIA DE MARÍLIA COM MATEMÁTICOS EM 1948, NO RIO DE JANEIRO



Rio de Janeiro, 1948. Sentados, da esquerda para a direita: António Monteiro, A. Adrian Albert, Marshall Stone, Oliveira Jr., José Abdelhay. Em pé, da esquerda para a direita: Alvércio Moreira Gomes, Maria Laura Mousinho, Leopoldo Nachbin, Marília Peixoto, Carlos Alberto Aragão Carvalho.

Fonte: Rezende; Monteiro; Amaral, 2007, p. 97

Pela posição que os personagens ocupam na fotografia da Figura 4 podemos fazer breves inferências sobre a posição científica e o capital simbólico dos matemáticos e professores. Os mais prestigiados, aqueles com reconhecimento internacional, como Monteiro, Stone[62] e Albert[63] estão mais à frente, sentados, enquanto as duas jovens professores: Marília e Maria Laura estão atrás, com menos destaque. Isso revela que o reconhecimento, traduzido por "nome, prestígio" atribuído pelo conjunto de eruditos, mostra a hierarquia no campo científico. O contato da jovem Marília com esse grupo seleto de professores brasileiros que começa a construir o campo matemático no País e os saberes obtidos que ocorrem pelas transferências culturais, com os matemáticos estrangeiros, sem dúvida fortaleceu sua formação matemática e abriu portas para os estudos que realizou no exterior.

A participação em eventos científicos fora do país, conforme já mencionado, e também no Brasil, no 1º Colóquio de Matemática, em 1957 (Figura 5), revelam que Marília Peixoto circulava pelos ambientes onde eram divulgados resultados de recentes pesquisas na área.

FIGURA 5: FOTOGRAFIA DE MARÍLIA PEIXOTO COM GRUPO NO 1º COLÓQUIO DE MATEMÁTICA, EM 1957: Na frente, da esquerda para a direita: Marília Chaves Peixoto, Carlos Benjamin Lyra, Mauricio Peixoto, Chaim Samuel Hönig, Domingos Pizanelli, Paulo Ribenboim, Ary Nunes Tietböhl, Omar Catunda, Lise Rodrigues



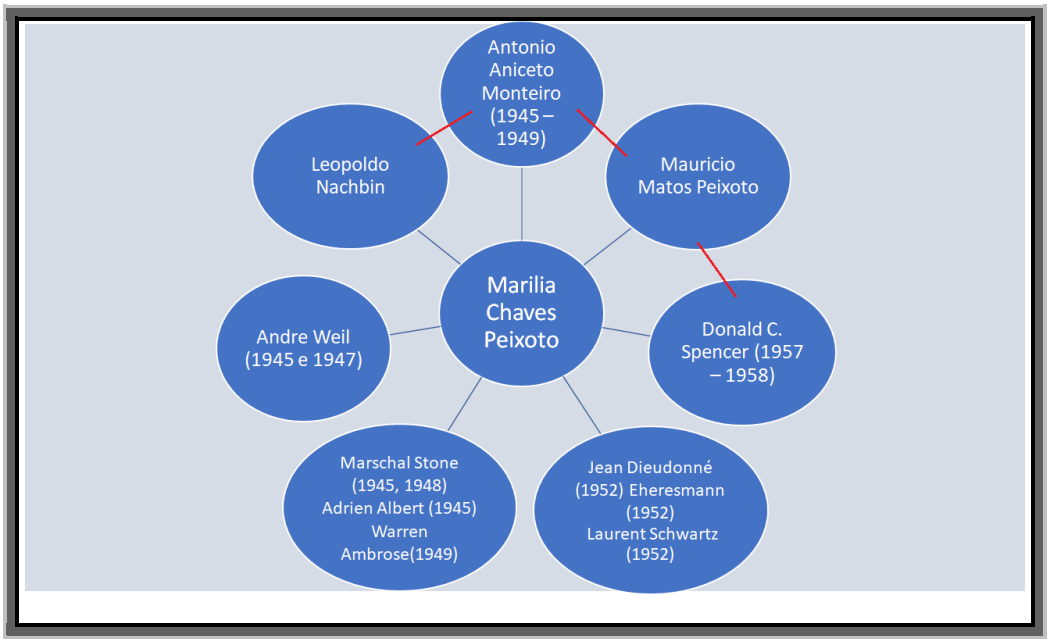
Fonte: https-//impa.br/wp-content/uploads/2016/12/2007_coloquio_foto_cbm1.

[62]Marshall Stone (1903-1989) matemático Americano, foi membro da Academia Nacional de Ciências e recebeu várias premiações.
[63]Adrien Albert (1905-1972) matemático americano de ascendência russa foi algebrista premiado.

Na Figura 5, na segunda fila, a terceira da esquerda para a direita está Elza Gomide, professora e matemática da USP. No final da década de 1950, eram raras as mulheres participantes em eventos de matemática, conforme testemunha a fotografia.

Os matemáticos que Marília provavelmente conheceu e com quem, também provavelmente, estabeleceu relações está proposto na figura 6, são aqueles que estiveram no Rio de Janeiro por algum tempo entre 1945 e 1960, exceto Spencer, que ela conheceu em Princeton, como aluna. Considerando que à época o campo científico matemático brasileiro ainda estava se formando e era diminuto, os locais onde os matemáticos citados na Figura 6 circulavam eram muito provavelmente os mesmos por onde Marília e Mauricio circulavam. Esta é a razão por que sustentamos que Marília foi direta ou indiretamente influenciada por esses pesquisadores.

FIGURA 6: REDE DE CONTATOS DE MARÍLIA



Fonte: Dados trabalhados pela autora.

Em 1952, ao ser entrevistada pela revista *Manchete* e contar sobre o estímulo recebido de seus pais, falou também sobre o parceiro e marido Mauricio Matos Peixoto: “Agora, meu marido, que trabalha no mesmo ramo, me estimula. Dou aulas de matemática e tenho uma filha. Sou feliz!” (JEAN; MACHADO, 1952, s.p.).

Ela faleceu prematuramente por problemas cardíacos com 39 anos de idade em 5 de janeiro de 1961. Após seu falecimento, o seu nome foi dado a logradouro em Livramento, sua cidade natal no Rio Grande do Sul. Seu marido, Mauricio Matos Peixoto, destinou o valor do Prêmio Santista, que recebeu em 1969, à criação de uma escola em Petrópolis. Quem conta esta história é Alcilea Augusto.

> Nos idos de 1945, Mauricio, na ocasião noivo de Marília, conheceu a região dos Contrões, nos confins do município de Petrópolis, uma região rural, onde o pai de Marília, doutor Túlio Chaves, tinha um sítio. [...] Mauricio percebeu que muitos dos moradores locais eram analfabetos, e que a escola mais próxima ficava a uns 10 km. [...] Num terreno doado pelo Dr. Túlio foi inaugurada, em 1971, a Escola Municipal Marília Chaves Peixoto. [...] Por quase 40 anos e nessa única sala, com cozinha e refeitório, fizeram o curso primário mais de 300 estudantes. [...] Mauricio comprou bicicleta para uma (professora), pagou a gasolina [...] forneceu merenda quando a prefeitura falhou. [...] No Contrões, não mais há analfabetos (AUGUSTO, texto não publicado, 27 de junho de 2018).

CONCLUSÕES

Marília Chaves Peixoto, professora da Escola Nacional de Engenharia, participou juntamente com Mauricio Matos Peixoto nas primeiras publicações sobre Estabilidade Estrutural dos Sistemas Dinâmicos, área na qual, na atualidade, o Brasil conquistou reconhecimento internacional. Portanto, adquiriu um capital simbólico que permite incluí-la como uma matemática brasileira pioneira. Embora tenha ficado esquecida por muitos anos pelos historiadores brasileiros, recentemente começou a fazer parte da lista de mulheres brasileiras pioneiras da Ciência no Brasil. Entretanto, apesar de ainda ser praticamente desconhecida, principalmente pela ausência de divulgação de sua produção, abrir um espaço - o do reconhecimento - para Marília Chaves Peixoto e sua obra é uma dívida dos historiadores da Matemática e da Educação Matemática. É preciso que se ampliem as pesquisas sobre a Matemática produzida no Brasil; é preciso, porém, que essas pesquisas contemplem também as contribuições femininas na construção do conhecimento matemático, para que se reconheça que aqui, como em outros muitos países, o conhecimento (inclusive o matemático) avançou e avança graças ao trabalho colaborativo tanto de homens quanto de mulheres. A inserção da

contribuição de Marília Peixoto em cursos de formação de professores não deve mais ser omitida. As disciplinas de história da matemática ministradas em tais cursos são ainda muito tradicionais, começando pela antiguidade e sobrando pouco tempo para abordar a matemática dos últimos 100 anos. Por que não incluir os sistemas dinâmicos como um tópico de estudo, mostrando as pesquisas desenvolvidas por Poincaré e os russos e que tem importante participação de brasileiros? Contemplar uma brasileira, pioneira numa área investigativa, que como disse seu marido, não viveu o suficiente para ver o final da história, assim como outras matemáticas estrangeiras, é ampliar a visão desta área do conhecimento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACADEMIA Brasileira de Ciências. **Jornal do Comércio**, Rio de Janeiro, 1º jul. 1951, p. 7- 8.

A COLLAÇÃO de Grao na Escola Polytechnica. **Revista da Semana**, Rio de Janeiro, 1918, ed. 12, s.p.

AUGUSTO, Alcileia. **Escola Municipal Marília Chaves Peixoto**. Texto não publicado, escrito em 27 de junho 2018 e cedido à autora em janeiro de 2019.

BOURDIEU, Pierre. **Os usos sociais da ciência**. São Paulo: Editora da Unesp, 2004.

CAMARGO, J. O. M. **Cálculo Vetorial**. São Paulo: Renascença, 1946.

CENTRO Brasileiro de Pesquisas Físicas. **Diário de Notícias**, Rio de Janeiro, 15 ago. 1951, p. 2.

CHRONICA. **Jornal das Moças**, Rio de Janeiro, 9 maio 1918, n. 151, p. 1-2.

CONCURSO na Escola de Engenharia. **Diário da Noite**, Rio de Janeiro, 8 set. 1949, p. 6.

CONCURSO para docência livre de Cálculo Infinitesimal. **Diário de Notícias**, Rio de Janeiro, 10 set. 1949, p. 4.

CURSOS. **Jornal do Comercio**, Rio de Janeiro, 23-24 junho 1952, p. 8.

ENSINO Federal. **Jornal do Brasil**, Rio de Janeiro, 30 março 1938, p. 10.

ESCOLA Nacional de Engenharia. **Diário de Notícias**, Rio de Janeiro, 19 mar. 1939, p. 6.

EXAMES. **Jornal do Comercio**, Rio de Janeiro, 26 mar. 1914, p. 5.

INICIAM-SE hoje os cursos programados pelo Centro de Pesquisas Físicas da U.F.R.G.S. **Diário de Notícias**, Rio Grande do Sul, 8 jul. 1954, p. 6.

ERNST, Paul. Questioning the gender problem in Mathematics. **Philosophy of Mathematics Education Journal**, United Kingdom, nº 20, jun. 2007, p. 1-11.

FAUVEL, John; MAANEN, Jan van. (Orgs.) **History in Mathematics Education**. Dordrecht/Boston/London: Kluwer, 2000.

FOUCAULT, Michel. **Microfísica do poder**. Organização e tradução de Roberto Machado. Rio de Janeiro: Edições Graal, 1979.

JEAN, Yvonne; MACHADO, Orlando. As mulheres no 'front' da técnica. **Manchete**, 5. ed., 24 maio 1952.

KAPLAN, Sheila. Perfil Mauricio Matos Peixoto. **Ciência Hoje** (RJ), nov. 2006, p. 58-63.

LINGARD, David. UK: a new dimension in educating mathematics teachers. In: John Fauvel; Jan van Maanen (orgs.). **History in Mathematics Education**. Dordrecht/Boston/London: Kluwer, 2000, p. 117-122.

MATEMÁTICA. **Estadão conteúdo**. 29 jul. 2018. Disponível em: <https://www.em.com.br/app/noticia/nacional/2018/07/29/interna_nacional,976452/pais-acolhe-o-universo-da-matematica.shtml>. Acesso em: 31 jan. 2019.

NÚMEROS que exprimem a excelência duma orientação pedagogica. **Jornal do Brasil**, Rio de Janeiro, 18 jun. 1939, p. 10.

PEIXOTO, Marília. On the inequalities y'''≥(x, y, y', y''). **Anais da Academia Brasileira de Ciências**. Rio de Janeiro, set. 1949, n. 3, p. 205-218.

PEIXOTO, Marília; PEIXOTO, Mauricio. Structural Stability in Plane with enlarged boundary condicions. **Anais da Academia Brasileira de Ciências**. Rio de Janeiro, junh 1959, n.2, p. 135-160.

PEIXOTO, Marília. **Cálculo Vetorial: notas de aula**. Rio de Janeiro: Diretório Acadêmico, Escola Nacional de Engenharia, 1955.

PEIXOTO, Marilia. **Cálculo Vetorial**. Rio de Janeiro: Escola Nacional de Engenharia, 1964.

PEIXOTO, Mauricio M. On Structural Stability. **Annals of Mathematics**. Princenton University, vol. 69, jan. 1959, p. 199-222.

PEIXOTO, Mauricio M. Prêmio de Matemática da Academia de Ciências do Terceiro Mundo. **Matemática Universitária**. Rio de Janeiro, n. 8, dez. 1988, p. 1-25.

PROCEEDINGS of the international congress of mathematicians Cambridge, USA, aug. 30 – 6 sept. 1950. Providence: American Mathematical Society, 1952.

SCHWARTZ, Laurent. Carta manuscrita a Mauricio Matos Peixoto em 4 de setembro de 1989.

SILVA, Circe Mary S. Politécnicos ou matemáticos? **História, Ciências, Saúde-Manguinhos**. 2006, vol.13, n.4, pp. 891-908.

SILVA, Circe Mary S.; PINHEIRO, João Eudes. **História do Ensino da Engenharia no Espírito Santo**: da Escola Politécnica ao Centro Tecnológico da UFES. Vitória: EDUFES, 2010.

SOUZA, M. C. R. F.; FONSECA, M. C.F.R. **Relações de Gênero, Educação Matemática e discurso**: enunciados sobre mulheres, homens e matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

SOUZA, Maria Celeste R. F.; FONSECA, Maria da Conceição F.R. Conceito de Gênero e Educação Matemática. **BOLEMA**, vol. 22, núm. 32, 2009, pp. 29-45.

REZENDE, J; MONTEIRO, Luiz; AMARAL, Elza. **António Aniceto Monteiro**: uma fotobiografia a várias vozes. Sociedade Portuguesa de Matemática: Lisboa, 2007.

VIAJANTES. **Correio da Manhã**, Rio de Janeiro, 4 Jan. 1951, p. 13.

WALKERDINE, Valerie. Ciência, Razão e a Mente Feminina. **Educação & Realidade**, vol. 32, n. 1, jan.jun 2007, p. 7-24.

WATABANE, Renate. Depoimento em e-mail recebido em janeiro de 2019 a autora.

.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

SOBRE HISTÓRIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Antonio Vicente Marafioti Garnica (UNESP)

A relação entre a História da Matemática (HM) e a Educação Matemática (EM), tema central dessa mesa redonda, ao contrário do que muitos podem pensar, não é nem direta, nem natural. Que no Brasil a História da Matemática tenha encontrado ressonância significativa em programas de Pós-graduação em Educação Matemática pode ser um fator do qual deriva a compreensão equivocada de que HM e EM estão natural e visceralmente articuladas. Pode-se tranquilamente produzir com qualidade nos domínios da História da Matemática sem que haja nenhuma intenção ou referência à Educação Matemática. Por outro lado, há pesquisadores que intencionalmente se dispõem a mobilizar a História (seja a História da Matemática, seja a História da Educação Matemática ou a História da Educação) como recurso para entender o campo da Educação Matemática ou como fator de motivação para o ensino. Bem provavelmente a anterioridade histórica do campo da HM em relação ao campo da História da Educação Matemática (HEM) tenha sido responsável pela presença da HM – em detrimento da HEM – em políticas públicas relativas ao ensino da Matemática, por exemplo, no PNLD ou em outras instâncias ou documentos parametrizadores da educação nacional. Deve-se também considerar que a HEM ainda não tem, entre os pontos de sua agenda, uma marcada intenção de interferir efetivamente no ensino de

Matemática. As poucas intervenções já existentes nesse sentido têm como cenário os cursos superiores de formação de professores, enquanto que a presença da História no ensino de Matemática para outros níveis ou modalidades de ensino, quando muito, se reduz a uma exposição breve, esporádica e desenraizada de tópicos relativos à HM. Deve-se ressaltar ainda que mesmo das pesquisas sobre a formação de professores que ensinam Matemática, as perspectivas historiográficas, quando muito, têm participado de modo artificial, isolado, esporádico e meramente ilustrativo. Esse é, portanto, o cenário de desalento que, segundo meu ponto de vista, temos na Educação Matemática quando se trata de explorar as potencialidades da História, seja no ensino, seja em outros campos de pesquisa da EM que não propriamente aqueles da HM e HEM. Entre os problemas a serem enfrentados para que a História possa presentificar-se mais efetivamente no ensino (e isso vale também para os domínios da pesquisa) está a ausência de uma cultura humanista (da qual nossa escola obviamente descuidou) mais plena, bem como o descuido que nós, professores e pesquisadores da EM – e mesmo os professores de História – temos tido em relação à necessidade de promover uma sensibilização em relação à História. Tomamos por certo de que o fascínio pela História está dado e não precisa ser revigorado, atualizado, questionado e revisado constantemente. São esses, em linhas gerais, os tópicos que trago para essa mesa de debates do Seminário Nacional de História da Matemática.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

A CONSTRUÇÃO DE INTERFACES ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA

Fumikazu Saito (PUC-SP)

São muitas as iniciativas que buscam aproximar a história da matemática da educação matemática. A proposta que aqui apresentamos foi delineada em discussões realizadas em seminários na PUCSP, no grupo de estudos e de pesquisa HEEMa (História e Epistemologia na Educação Matemática), e teve como ponto de partida os processos ligados à construção do conhecimento sob a perspectiva do historiador da ciência. Tendo por base a ideia de G. Canguilhem, isto é, que "a ciência atual não se confunde com essa mesma ciência no passado", orientamos nossas discussões para responder a algumas questões de ordem epistemológica implicadas no "uso" da história para o ensino de matemática. Isso nos conduziu a abordar a relação entre história e ensino criticamente de modo a avaliar o alcance epistemológico (e também didático/pedagógico) da História da Matemática orientada aos propósitos da Educação Matemática. Desse modo, direcionamos nossos esforços para elaborar uma proposta que buscasse construir interfaces entre história e ensino com objetivo de aproximar as concepções historiográficas do historiador e didáticas (e/ou pedagógicas) do educador matemático. Para tanto, procuramos delinear algumas condições que poderiam contribuir para a incorporação de questões de ordem histórica (aquelas que emergem da malha histórica, tais como questões de ordem epistemológica, axiológica, ontológica e estética) nas discussões sobre o ensino de matemática. Tendo isso em vista, neste trabalho discorremos sobre alguns pressupostos que norteiam as reflexões e iniciativas do grupo HEEMa/PUCSP nessa direção. Apresentaremos algumas considerações de ordem teórica sobre uma abordagem que, diferentemente daquela centrada em conteúdos e resultados matemáticos, procura valorizar o contexto de elaboração, transformação, transmissão e disseminação do conhecimento com foco nos processos de produção do saber matemático.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

POSSIBILIDADES DA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA A FORMAÇÃO DOS PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA constituindo-se uma disciplina

Maria Cristina Araújo de Oliveira[64]

RESUMO

Objetiva-se discutir o papel da História da educação matemática (HEM) na formação de professores que ensinam matemática. Argumenta-se pela inserção desse saber como uma disciplina em cursos de graduação e pós-graduação. Nessa direção pretende-se mostrar a relevância da exploração, em nível de ensino, dos conhecimentos já produzidos no domínio da pesquisa em história da educação matemática para a formação do professor que ensina matemática. De maneira geral pode-se dizer que a pesquisa nesse campo se orienta por questões próximas das práticas profissionais dos professores, que podem ser desnaturalizadas se examinadas do ponto de vista histórico. Tornar acessível aos professores em formação os resultados dos estudos produzidos sobre a HEM sob a forma de disciplina cria a possibilidade de imbricamento do ensino com a pesquisa de maneira a garantir um aporte diferenciado sobre a matemática escolar bem como fomentar novas questões de investigação.

Palavras-chave: História da educação matemática. Formação de professores que ensinam matemática. Disciplina acadêmica. Matemática escolar.

[64] Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Email: mcrisoliveira6@gmail.com

HISTÓRIA, MATEMÁTICA, EDUCAÇÃO: possibilidades para a formação de professores que ensinam matemática

Inicialmente buscamos discutir a especificidade da História da educação matemática em relação a outros domínios de conhecimentos que combinam História, Matemática e Educação, tais como a História da Matemática ou a História na Educação Matemática. A partir de uma breve reflexão sobre a participação da matemática escolar na formação dos professores que ensinam matemática, procuramos fundamentar a escolha de alguns temas de História da educação matemática que vêm sendo trabalhados em cursos de licenciatura.

Nesta direção pretende-se mostrar a relevância da exploração, em nível de ensino, dos conhecimentos já produzidos no domínio da pesquisa em História da educação matemática para a formação do professor que ensina matemática. Algumas questões norteadoras do texto podem ser sintetizadas em: que conhecimentos já produzidos em História da educação matemática (HEM) são relevantes para a formação inicial dos professores que ensinam Matemática? Que referências bibliográficas estão disponíveis e podem ser adotadas nesses cursos? Qual o papel dos pesquisadores em HEM na perspectiva de contribuir para o estabelecimento de espaços institucionais nos cursos de formação inicial e continuada dos professores que ensinam matemática?

De maneira geral pode-se dizer que a pesquisa nesse campo se orienta por questões próximas das práticas profissionais dos professores, que podem ser desnaturalizadas se examinadas do ponto de vista histórico. Assim, interrogações norteadoras da pesquisa em HEM são sistematizadas por Valente (2007) em: por que hoje colocamos os problemas sobre o ensino de matemática do modo como colocamos? Por que pensamos em reformas sobre esse ensino do modo como são propostas? Por que ensinamos o que ensinamos em Matemática? Por que determinados saberes matemáticos são válidos para o ensino em detrimento de outros? Tornar acessível aos professores em formação os resultados dos estudos produzidos sobre a HEM sob a forma de disciplina cria a possibilidade de imbricamento

do ensino com a pesquisa de maneira a garantir um aporte diferenciado sobre a matemática escolar e fomentar novas questões de investigação.

DIFERENTES HISTÓRIAS – DIFERENTES FINALIDADES

Atualmente, diferentes histórias – da Matemática, da educação matemática, na Educação Matemática – se fazem presentes na formação dos professores que ensinam Matemática. A que tem presença institucionalizada há mais tempo, seja por ser o campo mais antigo dentre as perspectivas de articular a história com a educação matemática ou ainda em função das Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores de matemática e dos exames que avaliam os egressos desses cursos, é a História da Matemática. Domínio de conhecimento já consolidado, seja nacionalmente, seja internacionalmente, a História da Matemática possui um estatuto de disciplina de quase a totalidade dos cursos de licenciatura em Matemática no Brasil. Com uma literatura de apoio já estabilizada em grande medida, ocupa-se em discutir a Matemática a partir de uma perspectiva histórica.

A História na Educação Matemática tem como finalidade propor atividades, questões, problemas que motivados pela História da Matemática, ou envolvendo tópicos ou processos destacados do ponto de vista histórico, permitam ensinar e aprender Matemática.

Já a História da educação matemática toma para si a análise histórica dos movimentos educacionais, materiais didáticos, livros e manuais escolares, personagens entre outros contextos, participantes da educação matemática ao longo dos tempos. A História da educação matemática vem se consolidando como um campo de investigação mas também na sua relação enquanto domínio de conhecimento importante para a formação do professor que ensina Matemática.

OS SABERES MATEMÁTICOS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Os conhecimentos, saberes, disciplinas integrantes da formação inicial do professor de matemática são frequentemente tema de debate em fóruns e congressos

da área de Educação Matemática. Moreira & David (2007) refletem sobre a formação matemática do futuro professor, tomando como eixos dois tipos de matemática, aquela que reúne conhecimentos matemáticos produzidos e da forma como os matemáticos profissionais concebem a matemática, que denominam Matemática Científica e Acadêmica; e aquela que inclui os saberes produzidos e utilizados pelos professores no trabalho docente e os resultados de investigações sobre processos de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos, denominada Matemática Escolar. Em síntese os pesquisadores defendem um redimensionamento da formação matemática na licenciatura que leve a um melhor equilíbrio entre essas Matemáticas. A constatação é que há uma predominância da Matemática Acadêmica, que não favorece o processo de formação no sentido de uma prática docente efetiva e transformadora. Pelo contrário, a hipervalorização dessa Matemática "estimula o desenvolvimento de concepções e valores distanciados da prática e da cultura escolar, podendo dificultar a comunicação do professor com os alunos e a própria gestão da matéria em sala de aula" (MOREIRA & DAVID, 2007, p. 103).

A Matemática na formação do futuro professor dessa matéria escolar cumpre função social na medida em que servirá à formação das novas gerações e que se dá num ambiente específico, a escola. Local que possui uma cultura determinada, cultura escolar (JULIA, 2001), que dialoga de maneira pacífica ou conflituosa com as demais culturas e com a sociedade de um modo geral.

Valente (2013) propõe considerar a matemática escolar como metodologia, assim os professores deveriam ser expostos a situações de aprendizagem que suscitassem discussões histórico-epistemológicas da constituição da matemática escolar.

Colocar o professorando em situações de desequilíbrio, de modo que o saber matemático tradicional das disciplinas de formação não possibilite explicar as razões da existência ou ausência de temas matemáticos no rol das atividades matemáticas presentes na prática do professor, poderá levá-lo à reconstrução dos saberes elementares em termos historicamente sustentáveis (VALENTE, 2013, p. 950).

Segundo Ball (2000 *apud* Fiorentini & Oliveira 2013) há três grandes questões que precisam ser enfrentadas na formação dos professores de matemática: a

identificação do conhecimento de conteúdo que importa para o ensino; de que forma esse conhecimento deve ser trabalhado para ser ensinado; a aprendizagem do conteúdo de forma a possibilitar não só o conhecimento, mas, também, como utilizá-los em contextos variados na sala de aula. Fiorentini & Oliveira (2013) defendem que a formação matemática dos licenciandos envolva diferentes abordagens do conhecimento matemático: "histórica, filosófica, epistemológica e didático-pedagógica relacionada ao saber matemático em diferentes contextos ou práticas sociais" (FIORENTINI & OLIVEIRA, 2013, p. 930).

Em síntese, os debates, as investigações e estudos sinalizam numa adequação do conhecimento matemática para a formação dos professores, de maneira a torna-lo mais adequado para a atuação docente, melhor preparar os licenciandos para a complexidade e a especificidade da sala de aula, do contexto e da cultura escolar.

HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: um saber para a formação do professor de Matemática

Atualmente a disciplina de História da Matemática ministrada no curso de licenciatura em Matemática da UFJF é dividida em dois momentos: o primeiro em que se estuda historicamente algumas produções da Matemática científica até o século XIX; um segundo, em que a Matemática escolar é o objeto de estudo. Aqui detalharemos o tratamento dado a esse segundo momento.

Os aspectos priorizados compreendem a forma escolar da matemática, numa perspectiva sobretudo europeia, e o processo brasileiro de escolarização desse saber; o primeiro movimento internacional de renovação do ensino de matemática e a circulação e apropriação no Brasil e o Movimento da Matemática Moderna – visto como um segundo movimento de renovação do ensino de Matemática – também na perspectiva internacional (particularmente europeia e americana) e brasileira.

A discussão sobre o processo de escolarização da matemática toma como referência o texto de Miorim (1998), por meio do qual é possível acompanhar o

processo do ensino de matemática em diferentes momentos históricos desde a antiguidade entre babilônios e egípcios, sob formas não institucionalizadas, mas por meio de práticas que intencionavam a aprendizagem de conhecimentos para a utilização da matemática na resolução de problemas. Nessa perspectiva o papiro de Ahmes cumpre função didática, um manual didático, para o ensino e a aprendizagem de matemática.

O ensino de matemática e o processo de escolarização no Brasil a partir do século XVIII são examinados apoiando-se em Valente (1999). O livro trata historicamente da configuração da matemática escolar desde os tempos de Brasil Colônia até as primeiras décadas do século XX. A obra retrata essa trajetória tomando os livros e manuais utilizados para o ensino como fonte importante para a investigação.

Evidencia-se a relação entre a matemática escolarizada no Brasil e as artes militares. A Aritmética constitui-se em curso introdutório enquanto a Geometria auxilia na realização de aulas de fortificação e artilharia, com fins de defender o território.

Pouco em pouco professores de Matemática brasileiros tornam-se autores de manuais didáticos. As obras inicialmente representam compilações de livros estrangeiros, sobretudo franceses.

Cria-se então a possibilidade dos estudantes da licenciatura examinarem alguns desses livros. Disponibilizamos para análise os manuais:

- Aritmética Progressiva – curso superior, Antonio Trajano. A edição analisada é a 55ª, o exemplar em questão não contém o ano; sendo a primeira edição da obra de 1880.
- Elementos de Aritmética compilados por Cristiano Benedito Ottoni, publicado em 1883.
- Curso de Álgebra Elementar, Coleção FTD, 1914.
- Geometria Elementar, Coleção FTD, 1925.
- Apontamentos de Geometria, Ferreira de Abreu, 1919.

Acompanhados de uma ficha que deve ser preenchida por eles, a partir da observação de uma obra específica. A análise compreende registrar os dados bibliográficos da obra, comentar o prefácio, observar a linguagem do autor, discutir a estrutura do livro – como o autor encaminha o conteúdo (definição – teoremas –

exercícios – exemplos), verificar a presença de figuras, tabelas, diagramas –, examinar e comentar um assunto específico do livro.

Na transição entre o século XIX e o século XX sobressai a preocupação com a modernização do ensino de matemática, levando-se em consideração o próprio desenvolvimento da ciência matemática mas também os avanços da Psicologia. Em vários países da Europa são implementadas reformas que tomam tais perspectivas em consideração. Esse contexto é estudado a partir de referências bibliográficas que tratam do primeiro movimento internacional de modernização do ensino de matemática (MIORIM, 1998; VALENTE, 2004).

Essas mesmas referências abordam o contexto de circulação desse movimento internacional no Brasil. Particularmente, Valente (2004) aprofunda a apropriação brasileira na perspectiva das produções e atuação do professor Euclides Roxo.

De maneira análoga, os licenciandos analisam o livro “Curso de Mathematica Elementar”, volume 1, 1929, de Euclides Roxo. Essa atividade permite que identifiquem algumas das apropriações de Roxo do ideário formulado por Klein, Poincaré e outros para a renovação do ensino de Matemática. Um aspecto a ser destacado é a percepção frente às rupturas e permanências quando se considera esse livro em relação aos já analisados anteriormente.

Outro assunto importante da disciplina é o Movimento da Matemática Moderna, que é estudado na perspectiva internacional e nacional a partir de referências tais como Matos & Valente (2007) e Oliveira *et al* (2011). São analisadas duas obras para uma compreensão de propostas efetivamente veiculadas na época. A primeira delas é “Um programa moderno de matemática para o ensino secundário”, publicação da OECD, que contém a indicação de conteúdos e atividades a serem desenvolvidas com os alunos em dois ciclos – de 11 a 15 anos, o primeiro, e de 15 a 18, o segundo. Esse livro foi traduzido pelo professor Jacy Monteiro da Universidade de São Paulo e publicado pelo GEEM , em 1965. A segunda é o livro “Matemática curso moderno”, de Osvaldo Sangiorgi, 4 volumes (para as 4 séries do curso ginasial), 1968. Essa coleção constitui-se verdadeira referência para a Matemática Moderna do ginásio (VALENTE, 2008), que correspondia ao primeiro ciclo anteriormente mencionado.

Acredita-se que essa aproximação do processo histórico do ensino de Matemática possibilite aos licenciandos uma visão e uma vivência mais crítica frente ao exercício da docência.

À GUISA DE CONCLUSÃO

Atualmente no Brasil muitas instituições públicas vêm institucionalizando a História da educação matemática como disciplina no curso de licenciatura em Matemática. Seja como disciplina obrigatória ou eletiva, é caso das universidades federais de Santa Catarina, Rio Grande do Sul, Espírito Santo, Tecnológica do Paraná, Rio Grande do Norte (na qual a disciplina existe desde 2001). Também já ocorre em universidades públicas estaduais tais como Rio de Janeiro e São Paulo.

É importante destacar que os pesquisadores da área provavelmente imprimem em seus cursos, ministrando diferentes disciplinas, marcas, contornos, formas de conduzir a atividade docente determinadas pela atuação na História da educação matemática. Assim, é possível dizer que muitas disciplinas ministradas por esses pesquisadores tem uma abordagem via História da educação matemática.

Contudo, é preciso ponderar sobre a importância da produção de textos, livros de História da educação matemática, que possam ser utilizados como bibliografia em cursos de graduação e pós-graduação de modo a possibilitar que mesmo na falta de especialista na área a disciplina ou os temas possam continuar a serem ministrados.

O campo da Educação Matemática no Brasil vive uma instabilidade, ficando sujeito a contextos locais onde os espaços estão mais garantidos em função das pessoas que os ocupam e a forma como negociam neles a continuidade do que como campo científico com características próprias que define a manutenção de tais espaços. Assim, disciplinas que tragam a marca da Educação Matemática (educação matemática) devem auxiliar na consolidação do campo dentro do ambiente acadêmico na sua relação com o ensino e não só com a pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A.T.C. C. O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 917-938, dez. 2013.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP. SBHE/Editora Autores Associados. Jan/jun, no. 1, 2001.

MATOS, J. M.; VALENTE, W. R. (orgs). **A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos.** São Paulo: Da Vinci, 2007.

MIORIM, Maria A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MOREIRA, P. C. ; DAVID, M. M. M. S.. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar.** 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2005. v. 1. 120p .

OLIVEIRA, M. C. A. *et al* (orgs). **O Movimento da Matemática Moderna – história de uma revolução curricular.** Juiz de Fora: Editora UFJF, 2011.

VALENTE, W. R. (Org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. 2. ed. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 2004. v. 1. 180 p.

VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **REVEMAT**, v.2.2, p. 28-49, UFSC, 2007.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930.** São Paulo: Editora Annablume/Fapesp, 1999.

VALENTE, Wagner Rodrigues. O Lugar da Matemática Escolar na Licenciatura em Matemática. **Bolema**. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 27, p. 939-955, 2013.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Osvaldo Sangiorgi - um professor moderno**. 1. ed. São Paulo: Annablume Editora, 2008. v. 1. 250p .



ISSN 2236-4102

ESCOLA, MATEMÁTICA ESCOLAR E TRABALHO DOCENTE: ecos do passado no presente

Elisabete Zardo Búrigo [65]

RESUMO

A legislação vigente no Brasil e as avaliações em larga escala atribuem centralidade ao ensino de Matemática na Educação Básica. Os documentos e discursos curriculares, entretanto, não convergem na atribuição de finalidades à matemática escolar. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394/96) estabelece, como uma das finalidades do Ensino Médio, o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico. Por outro lado, o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) avalia redes e estabelecimento de ensino por meio da aplicação de provas que pretendem avaliar habilidades de resolução de determinadas situações-problema utilizando conteúdos específicos. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) prescreve, ao mesmo tempo, o desenvolvimento de ideias e de extensa lista de habilidades. O trabalho docente dos professores que ensinam Matemática é, portanto, alvo de demandas múltiplas e contraditórias. A partir de um cotejamento entre as avaliações do presente e do passado, argumentamos que o estudo da História da Educação Matemática é relevante para a compreensão dos diferentes sentidos atribuídos ao ensino de Matemática e, nessa medida, é crucial para as reflexões dos docentes acerca de suas próprias práticas nas salas de aula.

Palavras-chave: História da Educação Matemática. Avaliação. Currículo.

[65] Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). E-mail: elisabete.burigo@ufrgs.br .

INTRODUÇÃO

A legislação educacional vigente no Brasil e as avaliações em larga escala atribuem centralidade ao ensino de Matemática na Educação Básica. Os documentos e políticas curriculares, entretanto, não convergem na atribuição de finalidades à matemática escolar. O trabalho docente dos professores que ensinam Matemática é, portanto, alvo de demandas múltiplas e contraditórias. Dentre elas, tem ganhado proeminência as pressões para a melhoria no desempenho nas avaliações em larga escala; há também as novas demandas estabelecidas a partir da Base Nacional Comum Curricular.

Os discursos curriculares hegemônicos silenciam sobre o passado, e apresentam um presente marcado pela disparidade entre o desempenho dos sistemas educativos, caracterizado sempre como insuficiente, e um mundo de aceleradas transformações, incessantes inovações tecnológicas, globalização econômica e cultural, em que todos são convocados a adaptar-se, aprendendo a aprender, ao longo de toda a vida. Nesse contexto, os mecanismos de controle e de padronização dos currículos escolares são apresentados como novos instrumentos, produtos desse mundo dinâmico e globalizado, capazes de induzir a necessária elevação da qualidade da educação.

Entretanto, é possível identificar, em meio aos apelos e adornos modernizantes dessas políticas, ecos do passado. A partir de considerações sobre controle e padronização curricular de outros tempos, argumentamos que o estudo da História da Educação Matemática pode auxiliar os professores a construírem reflexões críticas acerca desses discursos e das condições em que realizam suas práticas docentes no presente.

Pretendemos, assim, contribuir para um debate em curso sobre as contribuições da História da Educação Matemática para a formação de professores (VALENTE, 2010; SOUZA *et al.*, 2018; GOMES, 2018; MENDES *et al*., 2018).

A MATEMÁTICA NOS DISCURSOS CURRICULARES DO PRESENTE

A Lei de Diretrizes e Bases (LDB, Lei nº 9.394/96) inclui a matemática entre as áreas de conhecimento que devem ser contempladas nos currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio.

A versão vigente da LDB, modificada pela Lei nº 13.415/17 – conhecida como Reforma do Ensino Médio -, estabelece, ainda, a Língua Portuguesa e a Matemática como únicos componentes curriculares obrigatórios ao longo dos três anos do Ensino Médio.

A elevação do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), instituído pelo Decreto nº 6.094, de 2007, é uma das metas estabelecidas pelo Plano Nacional de Educação (PNE, Lei nº 13.005 de 2014). O IDEB é calculado a partir de medidas de fluxo ou rendimento escolar e dos resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que avalia o desempenho de estudantes em provas de Língua Portuguesa e Matemática e agrupa os resultados por escolas, municípios ou Estados. A Meta 7 do PNE, que associa a elevação do IDEB ao objetivo de “fomentar a qualidade da educação básica em todas as etapas e modalidades”, institucionaliza a ideia de que a qualidade da educação escolar oferecida pelas instituições e pelas redes pode ser medida pelo desempenho em provas de Matemática e Língua Portuguesa. Além dos exames de abrangência nacional do SAEB, muitos Estados e municípios têm criado seus próprios sistemas de avaliação, com provas específicas aplicadas nas respectivas redes.

Os discursos governamentais também estabelecem forte correlação entre o SAEB e o *Programme for International Student Assessment* (PISA), avaliação comparada promovida pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Segundo o Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais (INEP), alcançar o IDEB 6 para os anos iniciais do Ensino Fundamental, no ano 2021, corresponderia a se alcançar, no país, o “nível de qualidade educacional médio dos países membros da OCDE” (INEP, 2015). Essa correspondência seria garantida pela “compatibilização entre a distribuição das proficiências observadas no PISA e no SAEB” (INEP, 2015).

A legislação e as políticas educacionais dos governos em diferentes âmbitos, portanto, convergem na centralidade atribuída às disciplinas de Matemática e Língua Portuguesa. Mas, as demandas sobre as escolas e professores são contraditórias, pois as provas avaliam o desempenho dos estudantes em testes de múltipla escolha, associados a conteúdos e habilidades detalhados em Matrizes de Referência, enquanto a LDB estabelece, como uma das finalidades para o Ensino Médio, o "desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico" (Art. 35, inciso III).

A contradição é, eventualmente, reconhecida, em publicações oficiais, no que se refere à Língua Portuguesa:

> A Matriz de Referência do SAEB-Prova Brasil não apresenta descritores com a finalidade de avaliar o posicionamento crítico dos estudantes. [...] Considerando, ainda, o alcance nacional dessa avaliação, e o fato de que os exames de avaliação da Educação Básica, no Brasil, com frequência, são tomados como referência do que deve ser ensinado e de como deve ser ensinado, a inexistência de descritores em torno dos processos de refletir e avaliar pode sugerir uma prática escolar da leitura desvinculada do desenvolvimento da cidadania e do senso crítico. (OCDE, 2016, p. 254)

A mesma contradição é ignorada, camuflada ou dissolvida, quando se afirma que a prova de Matemática

> [...] está estruturada sobre o foco Resolução de Problemas. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado, quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução (BRASIL, 2008, p. 106).

A pretensão de avaliar a capacidade de resolução de problemas imita os enunciados dos educadores matemáticos engajados na construção das provas de *mathematical litteracy* (letramento matemático) do PISA. Segundo Stacey e Turner (2015), essas provas pretendem avaliar a capacidade dos estudantes de usar matemática na resolução de problemas que emergem de problemas autênticos da vida real; os itens das provas envolveriam a criação, o uso ou a interpretação de um modelo matemático para um problema da vida real ou de pensamento matemático.

Por motivos de espaço, não desenvolverei aqui o argumento de que é impossível, por meio de testes de múltipla escolha, avaliar a capacidade de os

estudantes resolverem problemas da vida real. Apenas registro, resumidamente, que: por meio desses testes, não é possível ter acesso às estratégias de resolução usadas pelos estudantes, avaliar a criatividade, validade e complexidade dessas estratégias, e os eventuais erros envolvidos na sua elaboração ou aplicação; os enunciados dos itens, eventualmente, evocam situações da vida real, mas em versões bastante simplificadas, nas quais muitas variáveis são desconsideradas, para que as questões possam ser formuladas em algumas linhas e resolvidas em um curto intervalo de tempo.

No caso do PISA, há itens que solicitam alguma argumentação ou desenvolvimento por parte do estudante e, portanto, permitiriam – se a correção tivesse esse objetivo – conhecer algo do seu modo de pensar, mas essa qualidade da prova é contrarrestada pelos contextos das questões, nos quais predominam as referências ao mundo urbano dos países da OCDE (BÚRIGO, no prelo).

Todas as limitações das provas e das Matrizes em que estão ancoradas são ignoradas quando da divulgação dos resultados. Como observa Antonio Miguel:

> Quase ninguém se interroga, porém, acerca dos jogos normativamente regrados de linguagem que orientam não só a produção das matrizes de avaliação do desempenho, com base nas quais se elaboram as questões das provas, mas que orientam também, os próprios pressupostos relativos ao conhecimento, à matemática e à aprendizagem, com base nos quais essas próprias matrizes são construídas (MIGUEL, 2016, p. 338).

Os índices gerados pelos exames ranqueiam os desempenhos de instituições e redes, e também são comparados com desempenhos anteriores ou metas pré-estabelecidas. O ordenamento e a dispersão dos resultados – efeitos do modo como as provas e índices são construídos – são tomados como evidência de que há instituições, redes e países a serem tomados como exemplos pelos demais.

Sistematizando resultados de pesquisas desenvolvidas em vários países da OCDE, Mons (2009) avalia que as avaliações padronizadas determinam os conteúdos de ensino entendidos como prioritários pelos agentes do sistema educativo.

Ivo e Hypolito (2013, 2015), a partir de estudo realizado em Santa Maria, Rio Grande do Sul, mostram que a obsessão pelos resultados das avaliações tem

provocado a competição entre escolas e afetado especialmente os professores de Língua Portuguesa e Matemática, a quem as equipes gestoras e até mesmo os colegas culpabilizam e responsabilizam pelos resultados. O aumento da carga horária dessas disciplinas é um dos efeitos visíveis da pressão exercida pelas avaliações. Reunindo resultados de pesquisas realizadas em diferentes Estados, Hypolito, Vieira e Pizzi (2009) apontam também uma tendência à intensificação do trabalho docente, que pode ser dissimulada, em alguns contextos, pela auto-intensificação, isto é, pela iniciativa dos próprios professores em moldarem seu trabalho no esforço de alcançar as metas de elevação do IDEB.

PROVAS DO PASSADO E NO PRESENTE

O ranqueamento não é um fenômeno recente na educação escolar. Existe, pelo menos, desde o final do século XVIII, como mecanismo de seleção para o ingresso em instituições com número limitado de vagas, como no caso da *École Polytechnique*, na França. A classificação baseada no desempenho em provas orais e escritas dissemina-se, na Europa, como padrão republicano de acesso ao ensino secundário e superior, por oposição aos critérios baseados na hereditariedade, pertencimento a castas, propriedades e/ou renda. No Brasil, o acesso ao ensino secundário foi, até o início dos anos 1970, regulado pelo exame de admissão, no qual a prova de Matemática também era um componente importante. A classificação pelo exame legitimava o acesso de uma pequena parcela à continuidade de estudos, quando a imensa maioria era dirigida para o ingresso no mercado de trabalho, durante o curso primário ou ao final dele, por fracasso no exame ou desistência prévia. Em 1960, as matrículas no ensino médio correspondiam a 11,5% da população com 12 a 18 anos de idade (GOUVEIA; HAVIGHURST, 1969).

O papel regulador dos exames sobre os currículos praticados tampouco é um elemento novo. Referindo-se ao ensino secundário francês dos séculos XIX e XX, Chervel observa que as provas de concurso de ingresso ou de exame final

“concentram em torno delas a atenção e o interesse do mestre e dos alunos, influindo mesmo, no total, sobre as classes anteriores” (CHERVEL, 1990, p. 207).

Uma diferença importante do moderno ranqueamento em relação aos antigos é o anonimato: no caso das avaliações em larga escala, não se pretende atribuir uma nota a cada estudante – a unidade de avaliação é a instituição, a rede, ou um estrato da população avaliada, segundo um filtro determinado.

As avaliações modernas tampouco pretendem excluir do sistema escolar aqueles que ocupam os últimos lugares dos *rankings* - pois uma de suas funções é, precisamente, gerir as desigualdades no interior dos sistemas, minimizando gastos e atribuindo aos atores locais – gestores, professores, estudantes – a responsabilidade pelos resultados atuais e futuros. Sendo que a meta almejada, segundo os discursos oficiais, é a da educação de qualidade para todos.

Considerando essa função de “gestão das desigualdades”, podemos pensar que as avaliações em larga escala do presente se aproximam, em vários aspectos, de avaliações padronizadas aplicadas no curso primário, no período de sua expansão em direção à universalização.

ALUNOS FRACOS, MÉDIOS E FORTES

Monarcha (2009) situa os primórdios dos testes de inteligência no final do século XIX e destaca o papel cumprido pelo francês Alfred Binet na sua legitimação e disseminação. Em 1904, Binet foi designado para integrar uma comissão “incumbida de diagnosticar os estados de desenvolvimento mental de escolares, para posterior criação de classes especiais e aplicação de programas de ensino adequados aos níveis de inteligência apurados” (MONARCHA, 2009, p. 186). A gênese dos testes de inteligência estaria, portanto, estreitamente associada às preocupações de gestão do ensino primário, de frequência obrigatória desde os anos 1870, na França.

Nas primeiras décadas do século XX, o ideário e a prática de testes chegaram ao Brasil por diversas vias, sobretudo por viajantes vindos da França ou dos Estados Unidos. Nos anos 1930, Lourenço Filho empreendeu a padronização e a

institucionalização dos testes ABC, que pretendiam detectar níveis de “maturidade psicológica” em crianças analfabetas para extração de rendimento individual, estipulado em “mínimo”, “ótimo” e “máximo”. A ideia de constituição de classes homogêneas segundo o desenvolvimento mental dos alunos foi, em vários lugares, estendida a todos os anos do curso primário.

No Rio Grande do Sul, os percursos escolares dos alunos do curso primário foram, de 1943 a 1965, regulados por provas padronizadas, elaboradas pelo Centro de Pesquisas e Orientação Educacionais (CPOE) da Secretaria de Educação e Cultura (QUADROS, 2006). As provas chegavam às escolas lacradas e eram aplicadas sem que os professores tivessem conhecimento prévio das questões; o professor ou a professora de cada turma tampouco podia participar da correção, e era consultado apenas quando havia discrepâncias ou divergências de avaliação entre os corretores designados (BÚRIGO; PEIXOTO, 2018).

Os resultados das provas definiam se cada aluno seria ou não promovido para a série seguinte e, permitiam, também o agrupamento dos alunos, nos anos subsequentes, em “classes homogêneas, segundo o teor do aproveitamento evidenciado nas diferentes disciplinas” (CPOE, 1949, p. 103), isto é, em turmas de alunos considerados “fracos, médios e fortes” (CPOE, 1956, p. 16). Os resultados também incidiam sobre a carreira dos professores, pois os percentuais de aprovação e reprovação nas respectivas turmas eram considerados na pontuação para as promoções, com efeitos sobre a remuneração e as possibilidades de escolha do local de trabalho.

Roberto Moreira (1955), baseado em entrevistas e observações de sala de aula, observou que as provas finais determinavam, largamente, a ação das professoras da rede estadual de ensino. Embora fossem instadas, pelas revistas pedagógicas e documentos oficiais, à adoção dos métodos ativos, as professoras orientavam o ensino, sobretudo, para a aprovação dos alunos nos exames, enfatizando a memorização da tabuada, a repetição de procedimentos e a rotinização de soluções. Havia, ainda, um expressivo contingente de alunos reprovados por antecipação, os “inabilitados”, avaliados pelas professoras como incapazes de obter aprovação nos exames.

A aplicação das provas padronizadas redundava em elevado percentual de reprovações. Em 1946, os percentuais de aprovação para os alunos do primeiro, segundo, terceiro, quarto e quinto ano do curso primário foram, respectivamente, de 45%, 63%, 63%, 65% e 55% (CPOE, 1947). Os índices eram inferiores aos de 1945, e a redução assim foi explicada pelos chamados especialistas do CPOE:

> [...] aumenta-se, cada ano, em extensão e profundidade, o alcance das medidas dos resultados da aprendizagem, abrangendo não só outros aspectos educativos de real interesse para a formação do educando, mas ainda verificando os processos de ensino adotados e como influem na evolução das funções psíquicas (CPOE, 1947, p. 70-71).

Embora os especialistas do CPOE reconhecessem que os instrumentos de avaliação fossem passíveis de crítica ou revisão, argumentavam que os maus resultados não deveriam levar à redução das exigências:

> Para os que conhecem o ambiente educacional, uma alta percentagem anual de promoções nem sempre revela ótimas condições de aprendizagem. [...] Aspirando elevar progressiva-mente a percentagem anual de aprovações, empenha-se, no entanto, este órgão em não comprometer a validade do processo de medida e o prestígio da escola primária. (CPOE, 1947, p. 71).

Em publicação dirigida, sobretudo, aos diretores e supervisores das escolas, o CPOE explicava que “as questões empregadas na prova têm a sua objetividade assegurada através de uma experiência prévia” (CPOE, 1949, p. 104). Todo um aparato estatístico, envolvendo uma distribuição de questões estimadas como fáceis, médias e difíceis, e uma verificação posterior dos percentuais de acertos de cada questão, garantiria a cientificidade do instrumento.

ECOS DO PASSADO NO PRESENTE

É possível identificar, nessa aura de cientificidade atribuída às provas padronizadas, prenúncios dos discursos que hoje envolvem as provas do SAEB e o próprio PISA. O tratamento estatístico corrente é mais sofisticado, com o aumento das populações escolares e a adoção da Teoria de Resposta ao Item (TRI), mas mantém-

se a opacidade do processo. Assim como nos idos anos 1940, os organismos que preparam e aplicam as provas não são sujeitos a nenhum tipo de auditoria que permita verificar se os preceitos metodológicos anunciados são cumpridos, e como (MEYER, 2014).

No presente como no passado, professores e estudantes são pressionados a elevar seu desempenho para atingir metas cuja exequibilidade não pode ser aferida nem questionada.

Finalmente, um traço que aproxima as avaliações do passado e do presente é a alegação de que tudo se faz em nome da qualidade do ensino. Assim se manifestava o CPOE em 1947: “Não nos interessa, apenas, o aspecto quantitativo do aproveitamento escolar, mas a qualidade do ensino e sua contribuição ao desenvolvimento da personalidade do aluno.” (CPOE, 1947, p. 71). Moreira (1955), referindo-se a conversas com a então Diretora do órgão, revela ainda que

> [...] o exame de Estado, como o são as provas organizadas pelo CPOE, estabelecem um mínimo de obrigações para o professor: o cumprimento do currículo escolar e a medida, indireta, de sua eficiência profissional. Temem os responsáveis pela educação do Rio Grande do Sul que, sem isso, os níveis de ensino baixem a padrões vis [...]. (MOREIRA, 1955, p. 47).

Fischer (2000), a partir de depoimentos de professoras de Novo Hamburgo, explica que o discurso da qualidade era internalizado e assumido pelas professoras, que se sentiam empoderadas por atuarem em uma rede cujo prestígio era associado aos mecanismos de controle implementados, e dos quais as escolas municipais e privadas estavam dispensadas. Pode-se estabelecer analogias com o prestígio de que se sentem investidos, hoje, os professores e gestores das escolas e redes com IDEB mais elevado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No passado como no presente, podemos observar que a padronização das avaliações, sem a intenção declarada de excluir, legitimava e legitima as desigualdades

no interior do sistema, responsabilizando uns pelo fracasso e premiando aqueles que, ao se aproximarem das metas estabelecidas de desempenho, viabilizam a manutenção da lógica classificatória. Padronização e classificação caminham juntas, pois é o pressuposto e o reconhecimento de uma “medida comum” que permite comparar os diferentes.

As provas atuais se pretendem inovadoras, ao avaliarem a capacidade de resolução de problemas. Mas, no curso primário dos anos 1940 e 1950, também se pretendia que os alunos exibissem a capacidade de resolução de problemas.

As provas padronizadas foram extintas em 1965, no Rio Grande do Sul, em um contexto de expansão do ensino primário e de políticas de melhoria do fluxo escolar. Será possível pensar em um futuro em que as escolas não sejam mais etiquetadas pelo IDEB, mas compreendidas a partir do currículo planejado e praticado pelas comunidades?

Uma das contribuições da História da Educação Matemática para a formação de professores é possibilitar perceber que, em meio às repetições e recorrências, também há mudanças. Mudanças que ressoam transformações culturais na sociedade, que resultam de decisões políticas, legislativas, mas também de transformações operadas no cotidiano das salas de aula. Compreender que a matemática escolar é mutável, porque é construída e praticada por pessoas, com diferentes saberes, interesses e atuando em condições também diversas, é uma dimensão relevante e necessária da formação de professores que ensinam Matemática.

.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação. *Prova Brasil*: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC/INEP, 2008. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/ prova%20brasil_matriz2.pdf>. Acesso em: 30 set. 2018.

BÚRIGO, E. Z. Matemática para resolver problemas? Interrogações sobre a compatibilidade entre o SAEB e o PISA. In: COLÓQUIO LUSO-AFRO-BRASILEIRO DE QUESTÕES CURRICULARES, IV, Lisboa, 2018. *Actas*. No prelo.

BÚRIGO, E. Z.; PEIXOTO, F. A. B. Aprender a ensinar: memórias de professoras normalistas. *Educação Matemática em Revista-RS*, v.2, n. 19, p. 21-33, 2018.

CENTRO DE PESQUISAS E ORIENTAÇÃO EDUCACIONAIS (CPOE). As provas finais e o rendimento escolar. *Boletim do CPOE*, n. 1, p. 53-71, 1947. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/133652>. Acesso em: 15 fev. 2019.

CENTRO DE PESQUISAS E ORIENTAÇÃO EDUCACIONAIS (CPOE) Comentário sobre as provas objetivas. *Boletim do CPOE*, n. 2, p. 103-113, 1949. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/133995>. Acesso em: 15 fev. 2019.

CENTRO DE PESQUISAS E ORIENTAÇÃO EDUCACIONAIS (CPOE). Comunicado nº 2. *Boletim do CPOE*, n. 6, p. 13-18, 1957. Retrieved August 18, 2015, from https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/134148 .

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, n. 2, p. 177-229, 1990.

FISCHER, B. D. O poder que assujeita é o mesmo que se faz desejar. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 23, Caxambu, 2000. *Anais...* Caxambu: 2000. Disponível em: <http://23reuniao.anped.org.br/textos/0204t.PDF>. Acesso em: 30 set. 2018.

GOMES, M. L. M. O problema da História da Educação Matemática na formação de professores e seus antecedentes no ENAPHEM. Texto apresentado no IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação Matemática – ENAPHEM, realizado em Campo Grande, novembro de 2018. Não publicado.

GOUVEIA, A. J.; HAVIGHURST, R. J. *Ensino médio e desenvolvimento*. São Paulo: Melhoramentos/USP, 1969.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS PEDAGÓGICOS (INEP). *O Pisa e o Ideb*. Brasília: INEP, 2015. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/pisa-e-o-ideb>. Acesso em: 30 set. 2018.

HYPOLITO, Á. M.; IVO, A. A. Políticas curriculares e sistemas de avaliação: efeitos sobre o currículo. *Revista e-Curriculum*, São Paulo, Programa de Pós-Graduação Educação: Currículo da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, v. 2, n. 11, p. 376-392, ago. 2013.

IVO, A. A.; HYPOLITO, Á. M. Políticas gerenciais em educação: efeitos sobre o trabalho docente. *Currículo sem Fronteiras*, v. 15, n. 2, p. 365-379, maio/ago. 2015.

MENDES, I. A.; OLIVEIRA, M. C. A.; BÚRIGO, E. Z.; COSTA, D. A. A disciplina história da educação matemática na formação de professores: experiências praticadas ou em andamento. In: DASSIE, B. A.; COSTA, D. A. (Orgs.). *História da Educação Matemática e formação de professores*. São Paulo: Livraria da Física, 2018. p. 85-120.

MEYER, H. D. The OECD as pivot of the emerging global educational accountability regime: How accountable are the accountants? *Teachers College Record*, v. 9, n. 116, p. 1–20, 2014.

MIGUEL, A. Entre jogos de luzes e de sombras: uma agenda contemporânea para a educação matemática brasileira. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 9, n. 20, p. 323-365, 2016.

MONARCHA, C. *Brasil Arcaico, Escola Nova*. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

MOREIRA, J. R. *A escola elementar e a formação do professor primário no Rio Grande do Sul*. Rio de Janeiro: MEC/Inep, 1955.
MONS, N. Effets théoriques et réels des politiques d'évaluation standardisée. *Revue française de pédagogie*, v.169, p. 99-140, oct.- déc. 2009.

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). *Brasil no PISA 2015*: análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros. Brasília: INEP, 2016. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf>. Acesso em: 30 set. 2018.

QUADROS, Claudemir de. *Reforma, ciência e profissionalização da educação*: o Centro de Pesquisas e Orientação Educacionais do Rio Grande do Sul. 429f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

SOUZA, L. A.; RIOS; D. F.; SILVA, H. O que pode a História da Educação Matemática em espaços não disciplinares? In: DASSIE, B. A.; COSTA, D. A. (Orgs.). *História da Educação Matemática e formação de professores*. São Paulo: Livraria da Física, 2018. p. 121-150.

STACEY, K.; TURNER, R. The evolution and key concepts of the PISA mathematics frameworks. In: STACEY, K.; TURNER, R. (Eds.) *Assessing Mathematical Literacy*. The PISA Experience. Cham: Springer, 2015. p. 5-33.

VALENTE, W. R. História da educação matemática: considerações sobre suas potencialidades na formação do professor de matemática. *Bolema*, Rio Claro, v. 23, n. 35A, p. 123-136, abr. 2010.



ISSN 2236-4102

PESQUISAS EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO BRASIL:

Flashes e imagens das produções em três décadas

Iran Abreu Mendes[66]

RESUMO

Este artigo descreve como o cenário histórico, epistemológico, pedagógico e patrimonial da área de História da Matemática foi configurado pelas pesquisas realizadas no Brasil desde o início da década de 1990, seguido pela criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (1999) e pela organização de grupos de pesquisas em torno dessa temática, de modo a direcionar estudos e pesquisas para a formação de profissionais nesta área, de acordo, em suas dimensões epistemológicas, pedagógicas e patrimoniais, a fim de realizar um investimento maior na formação em pesquisa referente à história da Matemática e suas implicações para o ensino da Matemática. Para alcançar os objetivos pretendidos fizemos um mapeamento da produção da área de história da Matemática nessas três últimas (1990-2018), em termos de anais de eventos, livros de minicursos, dissertações, teses, livros e capítulos de livros, vídeos, softwares, aplicativos e materiais didáticos diversos, etc, para caracterizar e analisar a produção acadêmica gerada nas pesquisas em história da Matemática, a fim de mostrar como estão organizadas essas produções em três dimensões: epistemológicas, pedagógicas e patrimoniais. Apresentamos, também, diversas reflexões de alguns pesquisadores que lideraram esse movimento no Brasil desde 1990.

Palavras-chave: História da Matemática. Pesquisa Histórica. História da Educação Matemática. História para o ensino da Matemática.

[66] Universidade Federal do Pará (UFPA). iamendes1@gmail.com.

INTRODUÇÃO

Após 25 anos de estudos voltados investigação das relações entre História da Matemática e Ensino da Matemática, em seus aspectos epistemológicos, didáticos e socioculturais, desde 2008 desenvolvo uma pesquisa cujo objeto central é a produção científica na área de História da Matemática no Brasil em suas dimensões epistemológicas, pedagógicas e patrimoniais. Minha intenção inicial com a pesquisa foi traçar um panorama dos processos investigativos implementados na produção de conhecimento nessa área e seus desdobramentos formativos para os cursos de licenciatura em Matemática e Pedagogia, e ainda sobre suas implicações na preservação do patrimônio da Matemática e da Educação Matemática brasileira.

Neste sentido, investiguei os resultados de pesquisas contidos nas publicações dos Anais dos Seminários Nacionais de História da Matemática, classificando as produções da pesquisa nessa área, em três dimensões (MENDES, 2008), bem como as pesquisas referentes às dissertações e teses relativas à história da Matemática, História para o ensino da Matemática e história da Educação Matemática, produzidas nos programas de pós-graduação *stritu senso* do Brasil desde 1990 (MENDES, 2013)[67], cujos resultados apontaram um número expressivo de trabalhos relacionados à história e epistemologia da Matemática. Entretanto, o que se destacou na pesquisa foi a identificação do aparecimento dos primeiros trabalhos sobre história para o ensino de Matemática e o crescimento das abordagens sobre vida e obra de matemáticos e professores de Matemática, a história das instituições acadêmicas e escolares relacionadas à Matemática, a história das disciplinas escolares relacionadas à Matemática, dentre outros aspectos sociais e culturais concernentes à Matemática e sua história, com destaque maior para o aumento dos trabalhos na área de história da Educação Matemática.

Das produções pesquisadas identifiquei que a origem da diversidade de métodos de pesquisa historiográfica advém de áreas correlatas como a história, a

[67] Relatório de pesquisa intitulado *Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010*; financiado pelo CNPq na modalidade de Bolsa Produtividade em Pesquisa, com vigência entre 2011 e 2013.

antropologia e a sociologia, caracterizando-se pela construção de múltiplas histórias sociais da Educação Matemática e histórias de práticas matemáticas no contexto da sociedade e da cultura, bem como de seus desdobramentos na produção de propostas pedagógicas e materiais didáticos para a inserção de uma abordagem didática para o ensino de Matemática escolar, adquirindo características próprias e seguindo qualitativamente em direção a uma exploração dos aspectos epistemológicos da Matemática nas abordagens didáticas para a sala de aula, centrando o foco do ensino de Matemática, nos aspectos conceituais e didáticos para e pelos professores, baseados nas informações identificadas no desenvolvimento histórico da Matemática, adaptadas para o ensino dos conteúdos matemáticos escolares.

Em continuidade às pesquisas e fundamentado nas relações entre genealogia e história da Matemática e da Educação Matemática[68], na intenção de compreender as origens, transformações e disseminações das teorias e práticas formativas e das experiências vividas nos grupos de pesquisas do Brasil (registrados no diretório dos grupos do CNPq), que pesquisam sobre história da Matemática, história da Educação Matemática e história para o ensino da Matemática, a fim de caracterizar suas origens, seu crescimento, suas dimensões, seus desmembramentos e ramificações teórico-práticas em pesquisa, bem como a identificação de redes de conexões entre pesquisadores, estudantes de mestrado e doutorado, suas respectivas linhas de pesquisas e produções geradas durante a pós-graduação e após a sua inclusão no sistema de pesquisa na área de história da Matemática no Brasil.

Os resultados da pesquisa apontaram o avanço na produção de uma epistemologia sobre história da Matemática e história da Educação Matemática em uma ramificação potencializada nos grupos de pesquisa dessas áreas no Brasil. Entretanto, a respeito das relações teórico-práticas que impliquem nas ações didáticas do professor de Matemática em sala de aula, percebi que ainda há necessidade de muitos esclarecimentos acerca do processo de introdução efetiva na dimensão pedagógica da história da Matemática na formação licenciada e nas práticas dos

68 Projeto de pesquisa intitulado *Grupos de Pesquisas em História da Educação Matemática do Brasil: Genealogias, Conexões e Difusões*; financiado pelo CNPq na modalidade de Bolsa Produtividade em Pesquisa, com vigência entre 2014 e 2017.

professores em relação às produções advindas das pesquisas realizadas no Brasil. Todavia, a pesquisa apontou que há uma produção em crescimento significativo nessa área, que é estimulada pelos mestrados profissionais em Educação Matemática, Ensino de Ciências e Matemática e pela Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), mas que precisam de maiores informações sistematizadas, bem como da criação de um espaço ampliado de disseminação e interação profissional para contribuir na formação inicial e continuada dos professores de Matemática.

Daí a necessidade de se apresentar os resultados do levantamento ampliado da produção da área de história da Matemática nas últimas três décadas (1990-2018), concernentes aos trabalhos publicados em anais de eventos, em livros de minicursos, em dissertações e teses, em livros e capítulos de livros, em vídeos, softwares, aplicativos e em outros materiais didáticos diversos, etc, como uma base para a compreensão do que representa essa produção gerada nas pesquisas em história da Matemática, e as possibilidades de usos dessa produção na formação de professores de Matemática. Neste sentido, em nossa exposição a ser apresentada no XIII Seminário Nacional de História da Matemática caracterizará os níveis de abrangência dessas pesquisas e a diversidade de propostas pedagógicas para o ensino de Matemática apoiadas nas informações históricas que são estabelecidas na produção brasileira no período pesquisado.

É importante destacar que a pesquisa por nós realizada, mostrou como o cenário histórico, epistemológico, pedagógico e patrimonial da área de História da Matemática configurado pelos resultados da organização dos grupos e das pesquisas realizadas no país desde o início da década de 1990 e como direcionou os estudos e pesquisas para a formação de profissionais nesta área, na promoção dos seminários nacionais de história da Matemática e de história da Educação Matemática, na inserção do Brasil em eventos realizados em outros países, com o propósito de realizar um investimento maior na formação em pesquisa referente à história da Matemática e suas implicações para o ensino da Matemática, visando a melhoria do desenvolvimento conceitual e didático do professor em formação.

Para alcançar nossos objetivos fizemos um levantamento da produção gerada nas pesquisas em história da Matemática no Brasil (trabalhos de anais, livros de

minicursos, dissertações, teses, livros e capítulos de livros, vídeos, softwares, aplicativos e materiais didáticos diversos, etc) que possam constituir-se em possibilidades de usos conceitual e didático na formação e ação de professores de Matemática do Ensino Superior e da Educação Básica**.**

Nossa intenção foi descrever como o cenário histórico, epistemológico, pedagógico e patrimonial da área de História da Matemática foi configurado pelas pesquisas realizadas no país desde o início da década de 1990, e pela organização de grupos de pesquisas em torno dessa temática, de modo a direcionar estudos e pesquisas para a formação de profissionais nesta área, de acordo, em suas dimensões epistemológicas, pedagógicas e patrimoniais, a fim de realizar um investimento maior na formação em pesquisa referente à história da Matemática e suas implicações para o ensino da Matemática. Assim, se tornou possível dimensionar quantitativa e qualitativamente a produção da área de história da Matemática nas últimas três décadas, com vistas a apontar possibilidades de usos dessa produção na docência, propor meios de disseminação dessas contribuições para a formação e ação de professores de Matemática.

Princípios teóricos sustentadores da pesquisa

Nos meios acadêmicos relacionados à área de Educação Matemática, muito se tem discutido acerca das tendências híbridas nas quais a pesquisa em História da Matemática tem se constituído nas últimas cinco décadas do século XX e início do século XXI. Nos últimos vinte e cinco anos, meus estudos e pesquisas focaram na pesquisa em história da Matemática em suas dimensões epistemológicas, pedagógicas e patrimoniais. Em consequência dessa busca, um modelo didático investigatório para a Matemática escolar emergiu de meus estudos, evidenciando a possibilidade de exercitar um ensino de Matemática que utilize a história da Matemática como um agente de cognição no ensino e aprendizagem da Matemática escolar, ou como um mediador didático e conceitual nas aulas dessa disciplina.

O sentido atribuído, tanto ao termo agente de cognição quanto ao termo mediador didático e conceitual, diz respeito à necessidade de se tomar a história como uma possibilidade de dar aos estudantes uma oportunidade de se desafiarem para exercitares estratégias de pensamento que lhe conduzam ao estabelecimento de um processo de criatividade Matemática na sua aprendizagem diária durante o processo educativo mediado pelo professor (MENDES, 2006, 2009, 2015).

A respeito dessa construção epistemológica, aprofundei minhas reflexões acerca da dimensão histórica a ser incluída nas atividades didáticas voltadas à Matemática escolar. Esbocei, testei e reformulei atividades, apontei teorias sobre essa temática com base nas minhas reflexões e exercícios dinâmicos de reorganização e reinvenção, que se ampliaram com a inclusão de princípios relacionados às epistemologias defendidas por autores, como Ludwik Fleck (2010); Mauro Condé (2012); Michel Serres (2008); Alan Bishop (1999); Bruno Latour (1994; 2000); Claude Lévi-Strauss (2002); Emmánuel Lizcano (2009), Peter Burke (2016), dentre outros que influenciaram meus focos de olhar para o processo de estabelecimento de uma dimensão sociocultural e histórica para a Matemática escolar por mim abordada.

Tomando a pesquisa como o primeiro eixo de composição da história da Matemática, como um dos fundamentos da Matemática, que contempla a busca de explicações para o contexto sociopolítico, cultural e econômico, no qual a Matemática foi e é produzida, ou seja, de onde essas ideias são geradas, porque e como foram ou são geradas. Esse é um dos contextos que caracteriza a epistemologia da Matemática construída pela sociedade humana ao longo dos tempos e que atualmente se constitui em objeto de pesquisa, na tentativa de reconstituir o processo de criação Matemática com vistas a retomá-lo como veículo de ensino.

Os resultados obtidos nesse processo aparecem diretamente organizados nas informações apresentadas e discutidas em disciplinas específicas relacionadas à história da Matemática, nos cursos de licenciatura em Matemática ou nas atividades didáticas desenvolvidas em sala de aula na formação de professores de Matemática. Trata-se de uma disciplina cujo objeto é o conhecimento produzido e registrado em fontes documentais, que podem servir de suporte para a formação conceitual e didática do professor em formação na licenciatura em Matemática, e que pode ser organizada

sob três enfoques: história dos tópicos matemáticos; história da Matemática a ser usada em sala de aula; história da Educação Matemática.

Trata-se de uma perspectiva de formação do professor de Matemática e do estudante da Educação Básica, fundamentada no uso da história da Matemática como um mediador didático e conceitual. Isso porque, se o professor de Matemática tem uma formação didática e conceitual fundada nos fundamentos epistemológicos da Matemática, ele possivelmente poderá desdobrar essa construção de conhecimento com os seus estudantes em sala de aula de um modo em que a mediação ocorrerá didaticamente por meio do desenvolvimento conceitual da Matemática estabelecido no tempo e no espaço, conforme a exploração das mais diversas informações históricas fornecidas. Essa é uma justificativa matriz para o uso da investigação histórica no ensino da Matemática, que pode se constituir na diretriz das metodologias ativas a serem utilizadas no ensino de Matemática, baseadas na epistemologia da Matemática e seu uso didático.

A história de tópicos matemáticos certamente se constituirá em elementos que gerarão a história da Matemática a ser usada na sala de aula. Daí surge uma questão: essa prática implica em ministrar aulas de história da Matemática na Educação Básica? Nesse caso (Educação Básica), o propósito é apoiar-se nas informações conceituais advindas da história dos tópicos matemáticos para desenvolver uma abordagem didática da Matemática escolar com os subsídios epistemológicos que a história traz (MENDES, 2012; 2015).

Outra possibilidade didática é recorrer à história dos tópicos matemáticos na reconstrução de práticas que podem ser viáveis para que, na atualidade, o estudante aprenda Matemática conectada às necessidades e exigências da contemporaneidade, por meio de contextualização, problematização, interdisciplinaridade e transversalidade. É importante que o pesquisador ou o professor reorganizem as informações de modo a adaptar as informações históricas da Matemática ao tema a ser abordado nas aulas de Matemática. Trata-se de uma reconstituição epistemológica do modelo didático adotado pelo professor para que o aluno se aproprie das ideias que foram estabelecidas em épocas anteriores à nossa.

Dessa maneira, Mendes (2006; 2009) assegura que a investigação em história da Matemática pode ser tomada como um reorganizador didático, no sentido de oferecer subsídios epistemológicos para que o professor organize de forma mais esclarecedora as suas atividades docentes quando colocadas em prática na Educação Básica. Nesse caso, a investigação é tomada como um mediador didático e conceitual que poderá conduzir o professor e os estudantes a um processo mais criativo, desafiador e produtivo na sala de aula. A história é, portanto, tomada como um objeto exploratório, ou seja, a história oferecerá as informações necessárias para: 1) a compreensão da realidade da vida cotidiana e sua interação social; 2) a compreensão da linguagem e do conhecimento cotidiano estabelecido nos períodos em que os tópicos matemáticos se desenvolveram e se formalizaram da maneira como os conhecemos atualmente.

Há, entretanto, uma ampla variedade de temas e métodos que poderão surgir durante o exercício da pesquisa histórica em sala de aula. O professor deve ficar atento para perceber algumas possibilidades de exploração da criatividade dos estudantes, mesmo que em determinadas vezes seja necessário reformular alguns dos temas apresentados por eles. Para que essa prática se torne possível, é preciso utilizar-se das mais diversas modalidades de investigação histórica na sala de aula, como, por exemplo: 1) atividades manipulativas extraídas diretamente da história da Matemática; 2) atividades manipulativas adaptadas da história da Matemática; 3) desenvolvimento de projetos de investigação temática; 4) investigação de problemas históricos; 5) estudos de textos históricos adaptados de fontes primárias; 6) estudos de textos históricos extraídos de fontes primárias; 7) elaboração e uso de vídeos didáticos baseados em textos históricos de fontes primárias ou secundárias, dentre outras (MENDES, 2015).

Cada uma dessas modalidades de investigação histórica propostas como abordagem para as aulas de Matemática, serão chaves de identificação das produções pesquisadas na intenção de oferecer ao professor um pouco de conhecimento do nível de aprofundamento que poderá realizar sobre como se constituem essas modalidades didáticas e de que modo e em que momentos cada uma delas poderá ser utilizada nas aulas de Matemática. Entretanto, é necessário que explicitar que cada modalidade

didática deve estar relacionada diretamente aos objetivos, procedimentos e discussões a serem realizadas em sala de aula, para que o professor possa conduzir suas ações com os estudantes em sala de aula. Tais diretrizes buscam conduzir diretivamente a utilização das informações históricas, como veículo de mediação das ações docente junto aos estudantes na construção dos aspectos conceituais relevantes da Matemática, avançando significativamente na organização conceitual do conteúdo previsto pelo professor.

Igualmente, em uma reflexão realizada com base em estudos recentes, Mendes (2018), reconhece que as pesquisas em história da Educação Matemática, realizadas no Brasil, envolvem fortemente conceitos referentes ao que se compreende por coletivo de pensamento, a noção de genealogias em suas conexões com a institucionalização de uma comunidade de pesquisa como na área de História da Educação Matemática e a produção de conhecimento concernentes a memória da educação brasileira em seus aspectos conceituais, didáticos, epistemológicos, socioculturais e políticos. Assim, com base nos estudos realizados e nas reflexões estabelecidas, asseveramos que o processo de produção de conhecimento deve levar em consideração o sujeito, o objeto e o estilo de pensamento compartilhado pelo coletivo de pensamento. O estilo de pensamento é o direcionador do modo de pensar e de agir de um grupo de pesquisadores (educadores) de uma determinada área do conhecimento. O coletivo de pensamento compreende uma comunidade de indivíduos que compartilham práticas, concepções, tradições e normas, no qual a maneira própria de ver o objeto do conhecimento (o ver formativo), e de interagir com o mesmo, determina o estilo de pensamento, conforme nos enfatiza Ludwik Fleck (2010).

Na estrutura geral do coletivo de pensamento, Fleck distingue os círculos esotérico e exotérico. O primeiro seria formado pelos especialistas, enquanto o outro representaria os leigos e leigos formados. As pessoas poderiam pertencer a vários coletivos simultaneamente, atuando como veículos na transmissão de ideias entre os coletivos. Entre os círculos exotérico e esotérico estabelecem-se relações dinâmicas que contribuem para a ampliação da área de conhecimento, denominadas de circulação intracoletiva e circulação intercoletiva. Através da circulação intracoletiva de ideias, que ocorre no interior do coletivo de pensamento, o sujeito individual se insere

no coletivo de pensamento e precisa aprender e compartilhar os conhecimentos e práticas do estilo de pensamento vigente.

Assim, a epistemologia de Fleck possibilita identificar o caráter sócio-histórico-cultural da produção do conhecimento de modo que se possa compreender a interação dos coletivos de cientistas e de professores entre si e com outros grupos sociais, explicitando o caráter sociológico da produção e disseminação do conhecimento científico. Deste modo, as categorias circulação intra e intercoletiva de ideias possibilitam caracterizar os processos de constituição, disseminação e modificação do conhecimento, bem como conhecer o pensamento e as práticas pedagógicas dos professores.

Neste sentido, a pesquisa em história da Matemática, história da Educação Matemática, e história para o ensino da Matemática contribuem para se praticar o processo coletivo da produção do conhecimento, pois possibilita compreender que a maneira de um professor realizar a sua prática pedagógica está ligada ao seu processo de formação. Igualmente, permite identificar as condições para a instauração de um estilo de pensamento ligado à Educação Matemática e propicia compreender a importância da comunicação intra e intercoletiva no estabelecimento e transformação de um estilo de pensamento. Além disso, estimula a inserção da história da ciência (da Matemática) nos currículos da graduação visando a formação de professores e incita uma reflexão sobre a prática pedagógica dos professores e contribui para analisarmos o impacto da formação do professor para o ingresso em um estilo de pensamento e na constituição da área de Educação Matemática na ação docente.

Entretanto, para falar dessas características de coletivos de pensamento e das potencialidades epistemológicas advindas das ações dos grupos de pesquisa em história da Matemática, história da Educação Matemática, e história para o ensino da Matemática, buscamos fundamentação nas contribuições teóricas presentes na epistemologia de Ludwik Fleck (1896-1961), tomando-as como referências para enfocar aspectos teóricos metodológicos concernentes à formação de pesquisadores nessa área de estudos, o foco da nossa pesquisa centrou-se inicialmente na identificação e compreensão dos fundamentos teóricos-metodológicos dos estudos

realizados no Brasil nessa área temática e suas contribuições para a ampliação do patrimônio epistemológico, didático e memorial do conhecimento produzido.

Fundamentos e procedimento da pesquisa

A pesquisa realizada foi fundamentada em princípios e métodos propostos por Silvio Sanchez Gamboa (2012), acerca das *pesquisas sobre pesquisas* em Educação no Brasil, quando o autor considera que não se deve limitar apenas a uma mera aplicação técnica de instrumentos, experimentações e procedimentos, para facilitar a sistematização das informações, mas ficar atendo às subjetividades presentes nas informações levantadas, sistematizadas e analisadas conforme os objetivos estabelecidos previamente. Assim, foi necessário tomarmos uma diretriz metodológica que possibilitasse a interpretação e compreensão dos direcionamentos dados pelos autores nas dissertações, teses, artigos, materiais didáticos e outros textos produzidos, de modo a que se pudesse compreender as finalidades epistemológicas, pedagógicas e patrimoniais presentes nas produções originadas das pesquisas analisadas.

Para a fase de seleção, organização e análise das informações, e posterior escrita neste artigo estabelecermos algumas *Matrizes Paradigmáticas*, que na proposição de Sanchez Gamboa (2012), se constituem em matrizes ou esquemas que se compõem como um conjunto de princípios e instrumentos construídos pelo pesquisador, entendendo-o como uma forma de materialização lógica da maneira pensada para praticar a busca de informações que, após serem organizadas e analisadas, constituir-se-ão no conhecimento produzido na pesquisa.

Neste sentido, a perspectiva qualitativa da pesquisa realizada apoiou-se em documentos elaborados pelos diversos pesquisadores e grupos de pesquisas em História da Matemática, que produziram materiais relacionados à história da Matemática em suas dimensões epistemológicas, pedagógicas e patrimoniais, e outros voltados à Educação Básica e à formação de professores de Matemática.

No caso da nossa pesquisa, no momento da escolha das informações para a elaboração da matriz paradigmática levamos em conta a possibilidade aberta para que se

pudesse experimentar a organização e análise das informações e dos materiais produzidos. Todavia, não desconsideramos a necessidade e a importância de reformulações dos procedimentos operacionalizados na pesquisa, caso surgissem outras informações que assim o exigissem.

Para análise do material pesquisado foram elaborados alguns instrumentos de pesquisa que constituíram os critérios extraídos dos fundamentos teóricos da pesquisa mencionados anteriormente, que abrangem as características a serem analisadas nos materiais pesquisados, tais como relevância, validade, repercussão, objetividade/subjetividade, originalidade, rigor e precisão, prognóstico, reprodutibilidade, contextualização, e cada uma destas características foram orientadas por questões respondidas durante a pesquisa.

Materialmente, foi a partir de um estudo realizado no diretório dos grupos de pesquisas do Brasil, na Plataforma Lattes, do CNPq e no portal da CAPES, fizemos a primeira caracterização da produção de cada grupo de pesquisa, para em seguida fazer uma caracterização mais ampliada, baseada no foco central da pesquisa que são os estudos sobre história da Matemática para o ensino, realizados por cada grupo, de modo a analisar e classificar essa produção em relação aos níveis de ensino a qual se destinam, os assuntos tratados, as modalidades de abordagem, os princípios teóricos de ensino e aprendizagem relacionados a cada material elaborado e a constatação de processos de validação indicados em cada material produzido, assim como as relações entre os fundamentos epistemológicos e metodológicos adotados nos grupos de pesquisa e os que estão presentes ou evidenciados nos materiais produzidos.

Com base no estudo inicial fizemos uma primeira categorização das linhas de estudos em história da Matemática, história da Educação Matemática e história para o ensino da Matemática, de acordo com a categorização da área. Em seguida reagruparemos essas linhas a partir dos seus fundamentos teórico-metodológicos visando melhor descrever os direcionamentos teóricos e práticos dos grupos investigados, de modo a inserir tais informações em nossas matrizes paradigmáticas de pesquisa.

O levantamento de outros trabalhos produzidos sobre história da Matemática, pelos diversos grupos de pesquisa do Brasil foi realizado no diretório dos grupos

registrados no CNPq e operacionalizada nos arquivos dos grupos (artigos, livros, capítulos, projetos e relatórios de pesquisa, ou outros produtos), bem como nas bibliotecas dos diversos Programas de Pós-Graduação em Educação, Educação em Ciências e Matemática, Educação Matemática e áreas afins, de modo a poder alcançar o máximo de trabalhos possíveis. Conforme o período adotado para o estudo (1990-2018).

A catalogação e análise das produções relacionadas à História para o ensino da Matemática, materializadas nos livros de minicursos propostos nos seminários nacionais de história da Matemática (SNHM) entre 2001 e 2017 e catalogação dessa produção, de modo a identificar como os grupos de pesquisas registrados no diretório do CNPq, estão envolvidos nessa produção. Esclareço que o ano de 2001, foi o ano em que se iniciou a publicação dos livros de minicursos dos SNHM, pela SBHMat.

A catalogação e análise dos trabalhos sobre história da Matemática, publicados nos Encontros Nacionais de Educação Matemática, e outros eventos correlatos, no período investigado, referentes às temáticas relativas à história da Matemática, de modo a analisar essas produções publicados nos anais dos eventos por cada grupo de pesquisa envolvidos, e daí verificar em que termos e sentidos as produções publicadas estão relacionadas com as propostas didáticas para a formação de professores de Matemática e para a Educação Básica, quer em termos de propostas como em termos de experiências realizadas.

O Levantamento e catalogação dos artigos relacionados à História da Matemática, História da Educação Matemática e História para o ensino da Matemática, produzidos e publicados nos números da Revista Brasileira de História da Matemática, publicados no período pesquisado[69], de modo a identificar os grupos de pesquisas envolvidos nessa produção, com vistas a poder identificar reflexos dos princípios e diretrizes teóricas dos grupos nas produções em uma revista principal da área de estudos.

[69] O primeiro número da Revista Brasileira de História da Matemática foi publicado em 2001.

COINSIDERAÇÕES FINAIS

Com base no material pesquisado organizamos uma exposição itinerante em instituições de formação de professores que ensinam Matemática com a finalidade de mostrar as contribuições da pesquisa e as possibilidades que os materiais produzidos têm para a formação de professores e para o fomento a novos estudos por parte dos professores formadores de professores.

As informações foram obtidas com participação de meus orientandos de mestrado e doutorado cujas dissertações e teses envolvem subprojetos da pesquisa maior aqui relatada, cujos objetos centraram-se nas pesquisas em história da Matemática, história para o ensino da Matemática e história da Educação Matemática. Todo o material pesquisado faz parte do acervo de informações descritivas e analíticas sobre os produtos gerados nas pesquisas em História da Matemática no Brasil e comporão um espaço virtual disponibilizado na web, à comunidade acadêmica (estudantes, professores e pesquisadores).

O referido espaço foi denominado como o *Centro Brasileiro de Referência em Pesquisa sobre História da Matemática* (CREPHIMat); um espaço virtual que ofereça informações aos professores de Matemática do ensino fundamental, médio e superior, bem como aos estudantes de graduação e pós-graduação das áreas de Matemática e ensino de Matemática. Nesse local da web prevê-se, também, a criação de um repositório digital tal como foi criado pelo GHEMAT no portal da Universidade Federal de Santa Catarina para disponibilizar fontes de pesquisa em História da Educação Matemática. Assim, serão disponibilizados arquivos digitais para professores, pesquisadores e interessados sobre o tema, em um site na internet, conectado à home page da SBHMat.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BISHOP, A. J. Enculturación Matemática. La educación Matemática desde una perspectiva cultural. Tradução por Genís Sánchez Barberán. Barcelona, Espanha: Paidós, 1999. (Colección Temas de Educación).

BURKE, Peter. O que é história do conhecimento? Tradução Cláudia Freire. São Paulo:Editora da UNESP, 2016.

CONDÉ, Mauro Lúcio Leitão. Ludwik Fleck. Estilos de pensamento na Ciência. Belo Horizonte: Fino Traço Editora, 2012.

FLECK, Ludwik. Gênese e Desenvolvimento de u fato científico. Belo Horizonte: Fabrefactum Editora, 2010.

LATOUR, Bruno. Ciência em ação. Como seguir cientistas e engenheiros sociedade afora. Tradução Ivone C. Benedetti. São Paulo: Editora da UNESP, 2000. (Coleção Biblioteca Central).

LATOUR, Bruno. Jamais Fomos Modernos. Ensaio de antropologia simétrica. Tradução Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: Editora 34, 1994.

LÉVI-STRAUSS, C. O pensamento selvagem. 3. ed. Tradução Tânia Pellegrini. Campinas: Papirus, 2002.

LIZCANO, Emmánuel. Imaginario colectivo y creación Matemática. La construcción social del número, el espacio y lo imposible en China y en Grecia. Barcelona: Gedisa Editorial, 2009.

MENDES, Iran Abreu. A investigação histórica como agente da cognição Matemática na sala de aula. In: MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John A.; VALDÉS, Juan E. Nápoles. A história como um agente de cognição na Educação Matemática. Porto Alegre: Ed. Sulina, 2006.

MENDES, Iran Abreu. A formação de professores de Matemática a partir da história da Matemática. Relatório Técnico de Pesquisa apresentado ao CNPq. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2007 (Impresso).

MENDES, Iran Abreu. Uma radiografia dos textos publicados nos Anais dos SNHM. In: Anais. 11º Seminário Nacional de História da Ciência e Tecnologia. Niterói: SBHC, 2008. p. 1-11.

MENDES Iran Abreu. Investigação histórica no ensino da Matemática. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MENDES, Iran Abreu. Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010. Projeto de Pesquisa submetido ao CNPq. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2010 (Impresso).

MENDES, Iran Abreu. História na Educação Matemática no Brasil: uma caracterização dos seminários nacionais. In: Actas do I Congresso Brasileiro de História da Educação Matemática. Covilhã: Universidade Beira Interior, 2011. p. 364-373.

MENDES, Iran Abreu. Investigações históricas de práticas sociais: outras histórias da Matemática na formação de professores. Relatório de pesquisa apresentado ao CNPq. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2012 (Impresso).

MENDES, Iran Abreu. Grupos de pesquisas em história da Educação Matemática do brasil: genealogias, conexões e difusões. Projeto de Pesquisa. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2013 (Impresso).

MENDES, Iran Abreu. Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010. Relatório de Pesquisa apresentado ao CNPq. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2014 (Impresso).

MENDES, Iran Abreu. História da Matemática no Ensino: entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

MENDES, Iran Abreu. Grupos de pesquisas em história da educação Matemática do brasil: genealogias, conexões e difusões. Relatório de Pesquisa. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2018 (Impresso).

SANCHEZ GAMBOA, Silvio. Pesquisa em educação: métodos e epistemologias. 2. ed. Chapecó/SC: Argos, 2012.
SERRES, Michel. Ramos. Tradução Edgard de Assis Carvalho e Mariza Perassi Bosco. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2008.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

270 ANOS DE PIERRE SIMON LAPLACE (1749 – 1827)

Ana Brandão de Souza [70]
Alailson Silva de Lira [71]

RESUMO

Este trabalho tem o objetivo de apresentar recortes a respeito da vida e obra de Pierre Simon Laplace, com ênfase em sua atuação na Matemática, especialmente nos conteúdos matemáticos da educação básica, de modo a contribuir com a formação inicial e continuada de professores de Matemática. A partir de uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico, trilhamos caminhos que nos levaram a constituição dos traços biográficos de Laplace, suas interações acadêmicas e políticas, e sua produção científica. Os trabalhos deste cientista resultaram em importantes contribuições técnicas para as ciências exatas. Suas três principais áreas de interesse foram à astronomia, à física e à matemática. Nesta última, formulou teoremas e demonstrações, sendo o Teorema de Laplace um dos mais aplicados à Teoria dos Determinantes no ensino básico. A biografia de Laplace é uma importante contribuição para a História, especialmente para a História da Matemática, uma vez que pode ser fonte de contextualização, criatividade e humanização dos conteúdos matemáticos, bem como despertar o interesse de alunos pela Matemática.

Palavras-chave: História da Matemática. Pierre Simon Laplace. Teorema de Laplace.

INTRODUÇÃO

A História da Matemática nos dá acesso às origens e descobertas de tudo aquilo que hoje se conhece a respeito da Matemática. Por meio da História, é possível

[70] Universidade do Estado do Pará (UEPA). anabransou@gmail.com
[71] Universidade do Estado do Pará (UEPA). alailson@outlook.com.

traçar os caminhos que remetem à constituição dos alicerces desta Ciência, desde as antigas civilizações, até os dias atuais. Isto denota a importância do estudo da História da Matemática (HM) para a compreensão e a construção do conhecimento matemático. No dizer de Chaquiam (2017), o crescente desenvolvimento das pesquisas relacionadas à HM, observado nos últimos anos, nos permite compreender as origens das ideias que deram forma à nossa cultura, observar os diversos aspectos de seu desenvolvimento e perceber que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultaram de desafios enfrentados com grandes esforços e, por vezes, numa ordem bem diferente daquela apresentada após a formalização.

No que diz respeito ao Ensino da Matemática, a HM tem o potencial de tornar a matemática mais contextualizada, mais criativa e humanizada. De acordo com Mendes e Chaquiam (2016) a indicação do uso didático ou pedagógico das informações históricas nas atividades de ensino de matemática, se justifica dentre outros motivos, pelo fato de contribuir para a ampliação da compreensão dos estudantes acerca das dimensões conceituais da matemática, além, de contribuir também didaticamente para o trabalho do professor e de fortalecer suas competências formativas para o exercício do ensino.

No entanto, estudar a História da Matemática é uma tarefa intrinsecamente ligada ao estudo das biografias dos matemáticos que se dedicaram aos primórdios dos métodos e notações matemáticas que hoje conhecemos. O estudo da biografia nos permite enxergar os aspectos humanos que contribuíram no processo de construção e evolução do conhecimento matemático. Além disso, nos permite conhecer o meio no qual o indivíduo biografado está inserido. No dizer de Priore:

> A biografia desfaz também a falsa oposição entre indivíduo e sociedade. O indivíduo não existe só. Ele só existe “numa rede de relações sociais diversificadas”. Na vida de um indivíduo, convergem fatos e forças sociais, assim como o indivíduo, suas ideias, representações e imaginário convergem para o contexto social ao qual pertence. (PRIORE, 2009, p. 10)

Logo, a biografia dos matemáticos contribui também para localizar o conhecimento matemático no momento histórico, social, cultural e político ao qual este matemático pertenceu. Neste aspecto, apresentar traços biográficos e a história de

como se deu a construção de determinado conteúdo, pode servir de aproximação entre a matemática que o aluno, que passa a vê-la como uma produção humana.

Neste sentido, este trabalho tem o objetivo de apresentar recortes a respeito da vida e obra de Pierre Simon Laplace, a partir de uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico, com ênfase nos conteúdos matemáticos da educação básica por ele trabalhados, de modo que o texto possa contribuir à formação inicial e continuada de professores de matemática. Para contemplar o objetivo estabelecido, inicialmente desenvolvemos uma pesquisa bibliográfica para identificar elementos que pudessem contribuir para a constituição deste texto, tendo como foco os traços biográficos do personagem elencado e seus trabalhos, em particular, na matemática, dando destaque para aquele que é um dos mais conhecidos resultados aplicados ao Ensino Médio atualmente, o Teorema de Laplace.

TRAÇOS BIOGRÁFICOS DE PIERRE SIMON LAPLACE

Nascido em 23 de março de 1749, em uma fazenda chamada *Le Merisier* aos arredores da cidade de *Beaumont-em-Auge*, na região da Normandia, noroeste da França, Pierre Simon de Laplace foi um matemático, astrônomo e físico francês. Seus pais eram Pierre Laplace e Marie-Anne Sochon. Apesar da origem camponesa, alguns historiadores como Hahn, acreditam que Laplace tenha desfrutado de alguns privilégios da nobreza haja vista seu pai ter exercido o cargo de síndico da paróquia, eleito encarregado do vilarejo local, "*dinheiro e informação passaram assim por suas mãos: não duvido que ele fez bom uso para seu progresso pessoal e de seus filhos*" . (HAHN, 2004, p 18. apud SEPULVEDA, 2016). Além disso, Pierre Simon era provavelmente do ramo da cidra e a família de Marie-Anne era de fazendeiros abastados de Tourgéville. Alguns autores, dentre eles Boyer (1974), afirmam ainda, que amigos influentes lhe proporcionaram educação numa academia militar, incentivados por sua genialidade prematura.

Aos sete anos deu-se início a formação elementar de Laplace, quando foi admitido no que viria a ser o Colégio Royal, que posteriormente seria conhecido como

College du duc d' Orlèans, localizado na cidade de Beaumont-em-Auge. Administrado por monges beneditinos, a principal finalidade deste colégio era a preparação do jovem para seguir a carreira militar ou para a vocação religiosa. Segundo Gillispie (2000), Loius, seu tio paterno era abade, embora não ordenado, e provável professor de matemática no colégio mantido pelos beneditinos, e exerceu grande influência sobre o sobrinho. Laplace assimilou perfeitamente o método de estudos oferecidos pelos monges, com rígido regulamento interno, horários e atividades.

Em 1765, aos dezesseis anos, Laplace foi para a Universidade de Caen e matriculou-se na Faculdade de Artes. Calorosos debates entre os estudos da Geometria, da Metafísica e do Cálculo Diferencial e Integral e seu contato com os professores Christophe Gadbled e Pierre Le Canu, este último tendo sido influenciado por Jean Le Rond D'Alembert (1717-1783), uma das maiores autoridades científicas da época, deixaram o jovem Laplace inseguro quanto ao estudo da física e descrente quanto ao estudo da teologia. Também desde então foi influenciado pela obra *Traité de Dynamique*, de 1758, de autoria do próprio D'Alembert, passando a deslumbrar a ciência matemática e o cálculo diferencial e integral, no estudo da física.

Era intuito de seu pai, que Laplace se dedicasse ao sacerdócio. Contudo com o incentivo de seus professores e por seu talento para a matemática, que passou a manifestar-se cada vez mais, ao contrário do que desejava seu pai, Laplace deixou a universidade de Caen aos 19 anos e partiu em direção à Paris, portando uma carta de apresentação escrita por Le Canu e endereçada a D'Alembert.

Inicialmente D'Alembert, que era membro da Academia de Ciências de Paris, não teria dado a devida atenção ao jovem Laplace, este, no entanto, não se deu por vencido e após algumas tentativas conquistou a admiração de D'Alembert, o que lhe garantiu a indicação a uma vaga de professor de matemática da Escola Militar em Paris, cargo que passou a ocupar aos 19 anos de idade e no qual permaneceu de 1769 a 1776. (GILLISPIE, 2000).

O cargo de professor da escola militar foi essencial para que o jovem Laplace pudesse se manter em Paris, contudo, ele precisava concentrar suas energias em criar uma reputação matemática. Seu principal objetivo passou a ser uma cadeira na Academia de Ciências de Paris, pelo que apresentou em pouco menos de três anos,

nada menos que treze artigos, cujos assuntos incluíam problemas de valores de contorno; adaptação do cálculo integral à solução de equações diferenciais finitas; expansão dessas equações com uma única variável e com mais de uma variável em séries recorrentes; aplicação dessas técnicas à teoria dos jogos de azar; soluções singulares para equações diferenciais; problemas de astronomia matemática, dentre outros. Participou das eleições em 1771 e 1772, sendo eleito membro adjunto em 31 de março de 1773, com apenas 24 anos. Mais tarde, tornou-se membro pleno em 1785, aos 36 anos.

Fato interessante a se destacar é que durante sua longa passagem pela escola militar de Paris, em 1784 Laplace se tornou monitor do corpo de artilharia, condição na qual examinou e aprovou, dentre outros, um jovem cadete chamado Napoleão Bonaparte. Este episódio, aliado à sua inegável genialidade resultaria posteriormente em sua nomeação a importantes cargos políticos e títulos durante o império de Napoleão.

Laplace foi membro de importantes instituições científicas e por vezes, de instituições políticas. Dentre outras funções ocupadas por ele, podemos citar que foi membro da seção de geometria do novo *Institut de France;* membro do Bureau de Longitudes e posteriormente, presidente; durante a Revolução Francesa, em 1789 participou da Comissão de Pesos e Medidas, que culminou na criação do Sistema Métrico, um dos resultados mais tangíveis da revolução; em 1792, participou da organização da Comissão de Organização da Escola Politécnica; após a revolução tornou-se professor da *École Normale*, juntamente com Lagrange; foi eleito membro do senado em 1799 e tornou-se seu vice-presidente em 1803. Durante o império foi Ministro do Interior nomeado por Napoleão Bonaparte, contudo foi exonerado menos de seis semanas depois, por não ter mostrado aptidão para o cargo. Segundo Santana:

> Napoleão constatara a incompatibilidade entre o espírito minucioso de Laplace, razão de sua glória científica e o espírito pragmático, simplificador, tão necessário às decisões administrativas que devem ser tomadas com agilidade e em tempo real pelos dirigentes. (SANTANA, 2010, p.11)

Em 1806, Laplace foi nomeado conde também por Napoleão. Quando Luis XVIII retornou ao poder após a queda de Napoleão em 1815, Laplace pôs-se a favor da

restauração e recebeu o título de Marquês da França em 1817. A carreira pública de Laplace, faz com que alguns autores, como Eves (2011) o considerem um oportunista em matéria de política, pois sempre conseguiu transitar nas diversas facções que ocuparam o poder durante a Revolução Francesa; Segundo Boyer, Laplace não possuía convicções políticas, fato que se observa no ato de inclusão de elogios fervorosos em edições de suas obras, ao lado que estivesse no poder. (BOYER, 1974)

Ao final de sua vida, Laplace se retirou para Arcueil e na companhia de Berthollet formou uma escola com os discípulos da informal *Sociedade d' Arcueil*, sendo a física, o centro de interesses dos estudos – a ação capilar, a teoria do calor, a óptica corpuscular e a velocidade do som. (GISLLISPIE, 2007). Laplace faleceu em Paris, em 5 de março de 1827, aos 78 anos.

TRABALHOS PRODUZIDOS POR PIERRE SIMON LAPLACE

Embora tenha contribuído com diversas áreas da ciência através das quais influenciou a vida das pessoas, as principais áreas de interesse de Laplace foram a astronomia, a física e a matemática. Na astronomia além de diversos ensaios, sua obra mais conhecida foi o *Traité de Mécanique Céleste* (Tratado de Mecânica Celeste). Composta em cinco volumes, no interstício de 1799 a 1825, rendeu a Laplace o cognome de "Newton da Franca", dada a sua importância e completude. No dizer de Santana (2010), trata-se de um texto monumental, composto em cinco volumes, que representa o ápice da ciência moderna, sendo um compêndio de todos os resultados surgidos no meio científico pós-newtoniano acerca dos movimentos dos corpos celestes e dos fenômenos associados a esses movimentos.

O texto contém importantes contribuições de autoria do próprio Laplace, nas quais expôs soluções analíticas completas sobre a equação de movimentos de vários corpos celeste do sistema solar. Berrocal afirma que o conteúdo desta obra é excelente, no entanto, não é de fácil leitura; muitas vezes Laplace é incapaz de recuperar detalhes em sua cadeia de raciocínio e acaba recorrendo a formula "*Il est fácil de voir*" - é fácil ver. (BERROCAL, 1998). Contudo, segundo Santana, Laplace foi

um dos primeiros a compor uma obra científica voltada para o público geral, fato que se revela na publicação de sua *Exposição do Sistema do Mundo,* na qual antecipava, com linguagem acessível ao grande público e sem os recursos da análise e do cálculo, tudo o que seria apresentado com rigor analítico no *Tratado de Mecânica Celeste;* Tal ousadia enfrentou críticas por parte de outros cientistas da época, que consideravam impossível haver compreensão do sistema do mundo sem o completo domínio de instrumentos matemáticos e analíticos.

Na Física, Laplace contribui com estudos sobre a ação capilar (Lei de Laplace), a teoria do calor, a óptica corpuscular, as duas leis fundamentais do eletromagnetismo e a velocidade do som e principalmente, o estudo dos movimentos. Seus trabalhos sobre o movimentos dos planetas estão contidos em sua obra já citada, o *Tratado da Mecânica Celeste.* De acordo com Gillispie (2007), a escola Laplaciana de física, fundada nos anos finais da vida de Laplace, muito contribuiu para a matematização desta ciência.

Na Matemática, Laplace redigiu memórias sobre problemas de cálculo integral, funções geratrizes, cálculo de equações diferenciais (Transformadas de Laplace), jogos de azar e causalidade, dentre outros. Sobre a teoria das probabilidades, Boyer (1974) afirma que esta deve mais a Laplace que a qualquer outro matemático. Sua obra *Teoria Analítica das Probabilidades* contém os fundamentos da probabilidade, como a regra da cadeia, a regra do produto, o condicional de probabilidade; traz o problema de Buffon-Laplace, e a Transformada de Laplace, muito útil na resolução de equações diferenciais ordinárias. Dentre suas descobertas podemos citar a demonstração de que cada equação de grau igual dever ter pelo menos um fator quadrático real; a demonstração de que a solução de uma equação em diferenças finitas de primeira e segunda ordem sempre poderia ser obtida na forma de uma fração contínua; a introdução do uso da função potencial na análise matemática; e a teoria dos determinantes. Um dos resultados mais conhecidos é o chamado *Teorema de Laplace*, largamente utilizado no cálculo de determinantes de matrizes nos dias atuais, sobre o qual discorremos a seguir:

O TEOREMA DE LAPLACE

No ensaio *Recherches sur le calcul intégral et sur le système du monde* (Investigações sobre o cálculo integral e o sistema do mundo), publicado em 1772, Laplace se viu diante de um conjunto de equações lineares das quais era necessário eliminar n incógnitas. De acordo com Muir(1890), para resolver este problema, Laplace recorreu à técnica dos determinantes, propondo-se a apresentar uma forma mais simples que as já desenvolvidas por outros matemáticos, já que segundo ele, os métodos antes conhecidos tornavam-se impraticáveis de serem aplicados em um sistema formado por um número considerável de equações. Ele provou algumas regras de Vandermonde e mostrou na forma de um teorema que hoje leva o seu nome, um processo alternativo para o cálculo do determinante (ao qual chamou de *resultante*). Trata-se do que atualmente chamamos de o Teorema de Laplace, descrito da seguinte forma:

O Determinante de uma matriz $A = (a_{ij})$ *de ordem* $n \geq 2$*, é a soma dos produtos, efetuados termo a termo, dos elementos de uma fila qualquer pelos seus respectivos cofatores.*

Definições complementares:

a) Seja A uma matriz quadrada, de ordem $n, n \geq 2$, e seja a_{ij} um elemento qualquer de A. O determinante da matriz de ordem $n-1$, obtida de A suprimindo-se sua i-ésima linha e sua j-ésima coluna chama-se menor do elemento a_{ij}, e indica-se por M_{ij}.

b) Seja A uma matriz quadrada de ordem $n, n \geq 2$ e seja a_{ij} um elemento qualquer de A. O número $A_{ij} = (-1)^{i+j}.M_{ij}$ chama-se cofator do elemento a_{ij}

Para ilustrar a aplicação do Teorema de Laplace numa matriz quadrada de ordem 4, consideremos a seguinte: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$.

Elegemos a 3ª linha, visto que é a fila que contém maior número de zeros, assim:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & -2 & 3 \end{bmatrix} = a_{31}.A_{31} + a_{32}.A_{32} + a_{33}.A_{33} + a_{34}.A_{34}$$

$$= a_{31}.A_{31} + 0 + 0 + a_{34}.A_{34}$$

$$= 3x(-1)^{3+1}x\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \end{vmatrix} + (-3)x(-1)^{3+4}x\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Pelas mesmas razões, tomemos a 1ª coluna para desenvolver o determinante:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$2x(-1)^{1+1}x\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} + 2x(-1)^{1+2}x\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 2x1x9 + 2x(-1)x(-1) = 20$$

Da mesma forma, escolhemos a 3ª linha para calcularmos o determinante de:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$2x(-1)^{1+3}x\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + (-2)x(-1)^{3+3}x\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} = 2x1x8 + (-2)x1x10 = -4$$

Então $D = 3.1.20 + (-3).(-1).(-4) = 48$

Muir (1980) afirma que a Teoria dos Determinantes foi discutida simultaneamente por Laplace e Vandermonde, nas memórias publicadas pela Academia de Ciências de Paris, em 1772. Contudo, o mesmo autor afirma que as indiscutíveis contribuições que Laplace prestou ao assunto, as quais incluem provas e demonstrações, não deixam dúvida de que se algum nome deve ser relacionado a este teorema, este nome é, de fato, o nome de Laplace.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da pesquisa bibliográfica realizada é possível inferir que Pierre Simon Laplace faz parte do restrito grupo de cientistas de sua época em função do seu

legado. Sua trajetória no meio acadêmico e sua versatilidade resultaram em um legado de ricas produções em diversos ramos da ciência, que transcorrem pela astronomia matemática, cosmologia, problemas de cálculo integral, teoria dos jogos de azar, estatística, ação capilar, teoria do calor, óptica corpuscular, a velocidade do som, teoria dos determinantes, dentre outros.

Tem seu nome ligado à Equação de Laplace da teoria do Potencial; à Transformada de Laplace, muito importante na resolução de equações diferenciais ordinárias, e ao Teorema de Laplace, que reduz de forma significativa o trabalho no cálculo de determinantes de matrizes de ordens superiores.

Conhecer sua biografia e a sua atuação na construção da História, especialmente na História da Matemática, além de ser um importante instrumento de investigação das origens das descobertas, dos métodos e notações matemáticas por ele desenvolvidas, é também fonte de informações que permitem ao professor dar ao ensino da matemática uma abordagem mais contextualizada, dado o potencial que a história da matemática tem na ampliação da compreensão dos conceitos matemáticos, além de despertar a curiosidade e aumentar o interesse do aluno pelos conteúdos abordados.

Ademais, abordar a biografia de Pierre Simon Laplace, pode possibilitar que o aluno perceba os aspectos humanos que contribuíram no processo de construção e evolução do conhecimento matemático produzido por este matemático e, além de contribuir didaticamente com o trabalho do professor, enriquecendo suas competências formativas para o exercício do ensino.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BERROCAL, F. J. G. **Pierre Simon de Laplace (1749-1827)**. Disponível em https://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Biografias/09-01-b-LaplaceBibliografia.htm Acesso em: 01 dez, 2018.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard BlucherLtda, 1974.

CHAQUIAM, M. **Ensaios Temáticos**: História e Matemática em Sala de Aula. Belém: SBEM-PA, 2017.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

GILLISPIE, C. C. **Pierre-Simon Laplace 1749-1827**: a life in exact science, Princeton, 2000.

GILLISPIE, C. C. (org.). **Dicionário de biografias científicas**. Rio de Janeiro, Contraponto, 2007.

LAPLACE, P. S (2010), **Ensaio filosófico sobre as probabilidades**, introdução, trad. P. L. Santana, Contraponto/Ed. PUC-Rio, Rio de Janeiro, original em francês: 1825.

MENDES, I. A.; CHAQUIAM, M.. **História nas Aulas de Matemática**: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016.

MUIR, T. **The theory of determinants in the historical order of development**. Lodon: McMilian and Co Ltda., 1890. Disponível em: https://quod.lib.umich.edu/u/umhistmath/acm9341.0001.001/41?view=pdf Acesso em 03 jan, 2019.
PRIORE, M. D. Biografia: quando o indivíduo encontra a história. Topi, v. 10, n. 19, jul. – dez. 2009, p. 7-16.

SEPULVEDA, L. D. **Laplace: do colégio de Beaumont à universidade de Caen**. In: SEMINÁRIO DE NACIONAL DE HISTÓRIA DA CIÊNCIA E DA TECNOLOGIA, 15., 2016, Florianópolis. **Anais eletrônicos 15º SNHCT**. Florianólpolis:UFSC, 2016. Disponível em: https://www.15snhct.sbhc.org.br/site/anaiscomplementares#L Acesso em: 25 nov, 2018.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

ABD AL-HAMID IBN TURK E SEU MÉTODO GEOMÉTRICO DE SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES

Jéssica Targino Muniz [72]
Giselle Costa de Sousa [73]
Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes [74]

RESUMO

O presente trabalho deriva-se de uma proposta de dissertação de mestrado que está sendo desenvolvida no Programa de Pós – Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECNM), vinculado à Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Parte-se da seguinte questão-foco: De que maneira seria possível aliar HM e TDIC via IM para o estudo e/ou ensino de álgebra geométrica na Licenciatura em Matemática? Como desdobramento procurou-se responder a outra questão: Quem foi Ibn Turk e qual sua contribuição para matemática, particularmente, para soluções de equações? A fim de responder a essa segunda questão desenvolvemos o presente trabalho. Para tanto, destaca-se que uma pesquisa histórica bibliográfica foi realizada para o aprofundamento do tema histórico a ser tratado. No que diz respeito à HM, escolheu-se trabalhar com a biografia e obra do árabe ´Abd al-Hamid Ibn Turk com relação à resolução de equações quadráticas. Sabe-se pouco sobre sua biografia e acredita-se que ele era turco ou de ascendência turca. Turk escreveu um livro sobre álgebra, do qual apenas um capítulo, intitulado *Necessidades Lógicas em Equações Mistas* sobreviveu. Apresentam-se nessa pesquisa os resultados dos estudos iniciais feitos acerca do matemático citado e sua obra. Nota-se que o foco dado por 'Abd al-Hamid Ibn Turk em seu trabalho é geométrico, visando encontrar soluções de equações polinomiais de 2º grau a partir da construção e análise de figuras que as representassem. A partir da pesquisa realizada observou-se a importância das ideias desenvolvidas por Turk, principalmente pelo elo

[72] Universidade Federa do Rio Grande do Norte (UFRN). jessica.tar@hotmail.com.
[73] Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). gisellecsousa@hotmail.com.
[74] Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). gabriela@ccet.ufrn.br.

estabelecido entre álgebra e geometria que creditamos que devem ser tratados na formação inicial de professores. Assim, vale enfatizar também que os resultados desse trabalho possibilitarão a realização de atividades que almejam proporcionar uma visão mais ampla de conceitos e procedimentos utilizados em matemática, permitindo, por exemplo, a inclusão do raciocínio geométrico na resolução de problemas algébricos, apontando assim diferentes estratégias para solucionar questões, notadamente no que diz respeito ao estudo de equações quadráticas. Ressalta-se ainda que os resultados desse trabalho apresentam a relevância de estudos ligados à história da matemática e sua aliança com as TDIC e IM para a formação docente.

Palavras-chave: ‘Abd al-Hamid Ibn Turk. Álgebra Geométrica. História da Matemática. Investigação Matemática. Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.

INTRODUÇÃO

Esse artigo trata-se de uma investigação em andamento, versando sobre a biografia e obra de Abd Al-Hamid Ibn Turk. Destaca-se que essa pesquisa é parte de uma proposta de dissertação de mestrado profissional que está sendo desenvolvida no Programa de Pós – Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECNM), vinculado à Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Tal projeto visa a integração entre a História da Matemática (HM) e as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) por meio da Investigação Matemática (IM) para o ensino de Álgebra Geométrica no Ensino Superior, notadamente na Licenciatura em Matemática.

Parte-se da seguinte questão-foco: De que maneira seria possível aliar HM e TDIC via IM para o estudo e/ou ensino de álgebra geométrica na Licenciatura em Matemática? Inicialmente, foi realizada uma pesquisa bibliográfica a respeito da História da Matemática (HM), Tecnologias Digitais da Informação e da Comunicação (TDIC) e Investigação Matemática (IM) em autores sobre os quais se baseiam o trabalho a ser construído, tais como Miguel e Miorim (2011), Borba e Penteado (2003), Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), Mendes (2006), entre outros. Dessa pesquisa derivou-se a que é apresentada nesse artigo.

O estudo aqui abordado tem o intuito de responder a essa outra questão: Quem foi Ibn Turk e qual sua contribuição para matemática, particularmente, para

soluções de equações? Como abordagem metodológica foi desenvolvida uma pesquisa histórica bibliográfica em livros como o de Boyer (1974), Roque e Pitombeira (2012), Roque (2012), Struik (1967) e um artigo de Sayili (1962).

O nome de Abd Al-Hamid Ibn Turk foi encontrado inicialmente no livro de Boyer (1974), relacionado ao nome de Al-Khwarizmi e o estudo de equações quadráticas. Posteriormente foi buscado um aprofundamento sobre a vida e os trabalhos desenvolvidos por esse árabe em trabalhos acadêmicos da área, tendo em vista que os outros livros pesquisados não tratam sobre ele. De fato, o principal trabalho encontrado acerca de Turk é de Sayili (1962), intitulado *Logical Necessities in Mixed Equations by 'Abd al Hamid ibn Turk and the Algebra of His Time*, em português, *Necessidades Lógicas em Equações Mistas: 'Abd al Hamid ibn Turk e a Álgebra do Seu Tempo*. Contudo, consta-se que a biografia desse árabe não está nos arquivos de História de Matemática do Mactutor (1994). Considerando a relevância de melhor o conhecer assim como esclarecer suas contribuições disponibilizando literatura a este respeito, o presente artigo a isso se propõe.

Destaca-se ainda que esse trabalho futuramente se desdobrará em um caderno de atividades a ser aplicado em um curso de Licenciatura em matemática. Esse, por sua vez, se constituirá como produto educacional da dissertação de Mestrado Profissional, sendo construído com base na HM (com foco na vida e na matemática desenvolvida por 'Abd al Hamid ibn Turk) e nas TDIC via IM.

SOBRE ABD AL-HAMID IBN TURK E SUA OBRA

'Abd al-Hamid Ibn Turk foi um matemático árabe que viveu no início do século IX. Sabe-se pouco sobre sua biografia e acredita-se que ele era turco ou possuía antepassados turcos. Segundo Sayili (1962, p. 3):

> Certas fontes se referem a ele como neto do 'turco de Jil'. Jîl, Jîlan, ou Gîan, é um distrito do mar Cáspio. Outros têm a palavra Khuttalî, ou seja, 'de Khuttal', uma região em torno das nascentes do rio Oxus, ao sul de Farghana e a oeste do Turquistão chinês. Ainda outra possibilidade formal é de Jabali. Jabali poderia se referir a vários lugares, a maioria deles na Síria. [...] Os títulos Ibn Turk e Ibn Turk al-Jîlî (ou Khuttalî) indicam que o avô de 'Abd al-Hamîd era

> chamado de ‘o turco de Jîl (ou Khuttalî) e portanto, ‘Abd al Hamîd era turco ou de ascendência turca. O neto ou bisneto de ‘Abdal-Hamîd, Abû-Barza, também manteve o título Ibn Tur, indicando que a família permaneceu turca.

Referências sobre esse personagem são obtidas por meio de livros de outros autores, tais como al-Nadim , Ibn al-Qifti e Abu-Barza. Destaca-se que as informações são colocadas em confronto para complementação e por vezes são contraditórias. É indefinido, por exemplo, se Ibn Turk e Al-Khwarizmi.(outro matemático islâmico) viveram na mesma época, do final do século XVII até meados do século X.

FIGURA 1: ‘ABD AL-HAMID IBN TURK



Fonte: Kivanç (2017)[75]

Ibn Turk escreveu um livro sobre álgebra, do qual apenas um capítulo, intitulado *Necessidades Lógicas em Equações Mistas* sobreviveu até os dias atuais. De acordo com Sayili (1962), essa parte do trabalho trata sobre a resolução de equações quadráticas com ênfase no raciocínio geométrico. O autor representava, por exemplo, casos particulares de equações polinomiais de 2º grau utilizando a geometria. Um exemplo é a equação $x^2 + 10x = 24$. Para conhecer melhor seu trabalho, sua solução é apresentada conforme segue.

[75] Esta é uma possível imagem de Ibn Turk indicada por este autor, porém não há certeza de tal informação já que não há mais outra aparência na literatura. No aprofundamento desse estudo serão buscadas mais imagens em fontes árabes.

O MÉTODO GEOMETRICO DE SOLUÇÃO DE PROBLEMA ÁLGÉBRICO DE IBN TURK

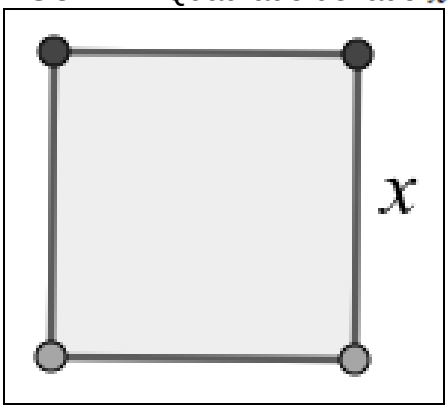
Como posto, o único trabalho de ‘Abd al-Hamid Ibn Turk que restou foi o que parece ser um capítulo de um livro, *Necessidades Lógicas em Equações Mistas*. Acredita-se ser um capítulo por apresentar introdução, desenvolvimento e conclusão identificados claramente ao longo do texto. Sayili (1962, p. 1) destaca que “[...] Necessidades Lógicas em Equações Mistas de ‘Abd a-Hamid ibn Wâsi’ ibn Turk, é baseado em dois manuscritos, ambos preservados na Biblioteca de Istambul.” Equações polinomiais de segundo grau abordadas sob uma visão geométrica são os conteúdos dessa obra.

Nessa perspectiva, é importante ressaltar que de acordo com Boyer (1974), o trabalho de Turk se assemelha muito com a álgebra expressa no livro *Al-Kitab al-fi mukhtaṣar Hisab al-jabr wa-l-muqabala* de Al-Khwarizmi. No entanto, a explicação feita por Turk é mais longa e mais detalhada, apresentando até mesmo um caso não desenvolvido por Al-Khwarizmi: a demonstração de que se o discriminante (Δ) de uma equação quadrática é negativo, essa equação não possui solução real.

Esse último matemático é frequentemente considerado o pai da álgebra, e de acordo com Boyer (1974), o livro anteriormente citado é considerado o primeiro trabalho na área de álgebra, mas a obra de ‘Abd al-Hamid Ibn Turk coloca dúvidas sobre essa questão, pois além das poucas divergências entre os trabalhos desses autores, eles foram publicados na mesma época, sendo que talvez o livro de Ibn Turk tenha sido publicado antes. Roque e Pitombeira (2012, p. 151) destacam que “o desenvolvimento algébrico do período não é herança de um autor - nem de alguns autores escolhidos –, mas sim o produto de práticas compartilhadas em um contexto determinado.”.

Para mostrar em que consiste a álgebra geométrica desenvolvida por Turk, será apresentado a seguir um exemplo. Para a equação $x^2 + 10x = 24$, a resolução é iniciada da seguinte maneira: x^2 representa a área de um quadrado de lado x, como pode ser visto na figura 2.

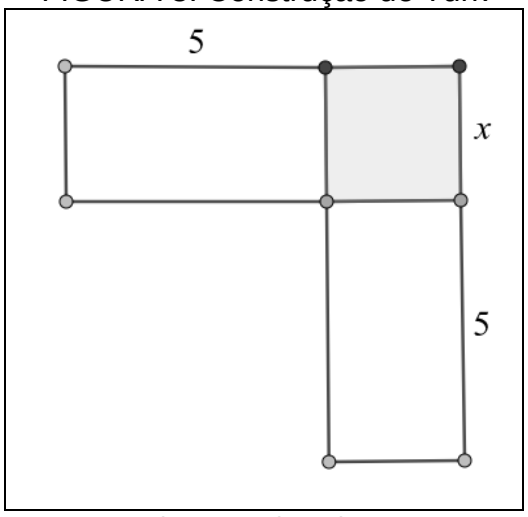
FIGURA 2: Quadrado de lado x



Fonte: Acervo da autora (2018)

Adjacente a esse quadrado serão representados dois retângulos congruentes, de lados x e 5 (ou seja, cada retângulo possui área $5x$, conforme a figura 3. Nota-se que somando a área dessas duas figuras geométricas obtemos $10x$, parte da equação a qual se está resolvendo.

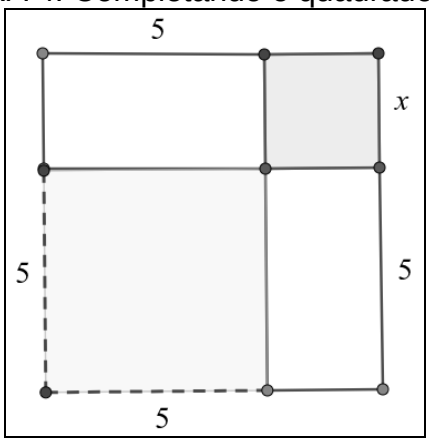
FIGURA 3: Construção de Turk



Fonte: Acervo da autora (2018)

Em seguida, completa-se o quadrado maior a partir da construção de outro quadrado, adjunto aos retângulos anteriormente, sendo que a área desse quadrado mede $25\ u.a.$. O quadrado maior, formado pela união das figuras geométricas anteriormente elaboradas, corresponde à $(x+5)^2$, como pode ser observado na figura 4.

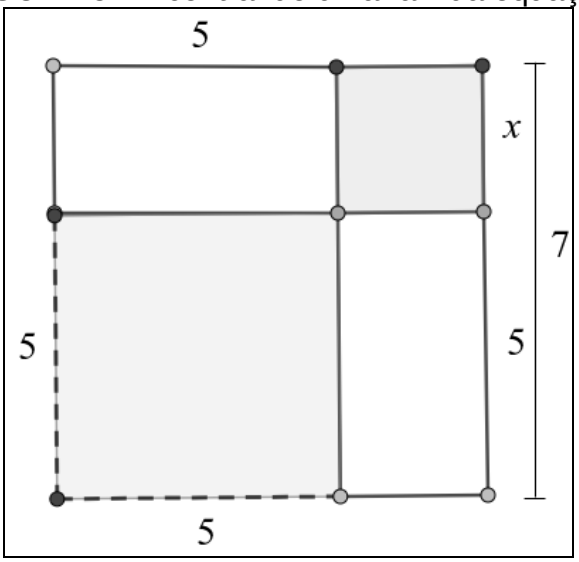
FIGURA 4: Completando o quadrado maior



Fonte: Acervo da autora (2018)

Ao desenvolver a expressão algébrica $(x+5)^2$, que indica a área do quadrado maior, encontra-se o trinômio quadrado perfeito $x^2+10x+25$. Como $x^2+10x=24$, temos que a área da figura geométrica maior é de $25+24=49\ u.a.$. Extraindo a raiz quadrada de 49, encontra-se que o lado do quadrado é de $7\ u.c.$. Pela construção da figura 5, pode-se concluir que $x=7-5=2$, que corresponde a uma das raízes da equação quadrática $x^2+10x=24$.

FIGURA 5: Encontrando uma raiz da equação



Fonte: Acervo da autora (2018)

Esse procedimento pode ser generalizado de forma algébrica para equações do tipo $x^2 + bx = c$, a partir dos seguintes passos, em linguagem moderna:

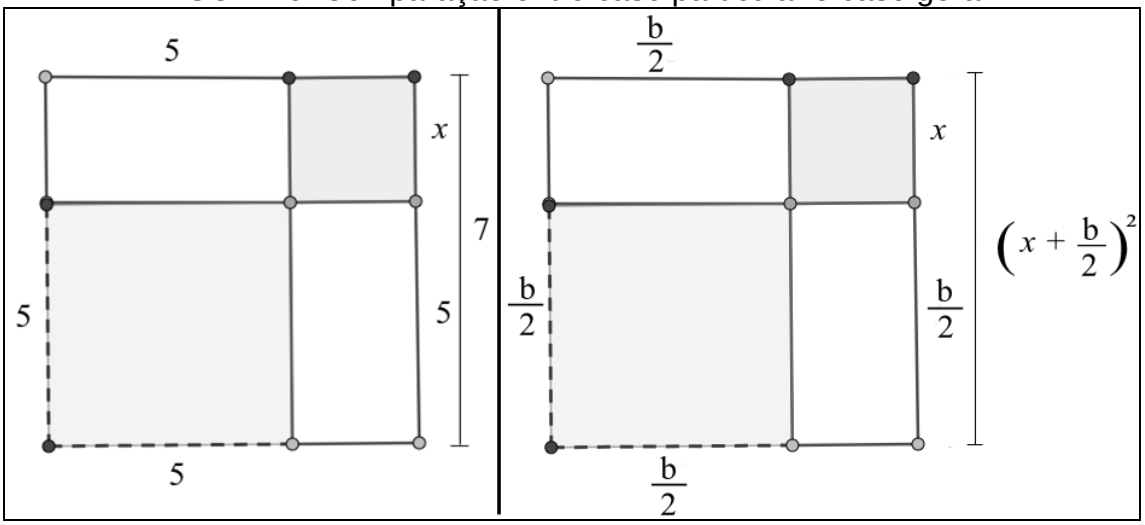
Considere um quadrado de lado x, e adjacente a ele desenhe dois retângulos de lados x e $\frac{b}{2}$. Complete um quadrado maior por meio da construção de outro quadrado de lado $\frac{b}{2}$, adjunto aos retângulos anteriormente elaborados. A área do quadrado maior é representada por: $\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$

Utilizando $(x + \frac{b}{2})^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$ e extraindo a raiz quadrada de ambos os membros da igualdade, tem-se: $x + \frac{b}{2} = \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$

Somando $-\frac{b}{2}$ de ambos os membros da igualdade, encontra-se:

$x = \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}$, que é uma das raízes da equação $ax^2 + bx = c$. A figura 6 mostra a comparação entre a construção da figura geométrica elaborada por Ibn Turk no caso particular $x^2 + 10x = 24$ e no caso geral $x^2 + bx = c$.

FIGURA 6: Comparação entre caso particular e caso geral



Fonte: Acervo da autora (2018)

Observa-se que o procedimento feito por Ibn Turk possui como resultado apenas a raiz positiva da equação e a ideia de números negativos não existia naquela época. É importante ressaltar ainda que, de acordo com Sayili (1962), ‘Abd al-Hamid

Ibn Turk tratou geometricamente ainda dos seguintes casos particulares de equação polinomial de segundo grau: $x^2 = bx,\ x^2 + c = bx$ e $x^2 = bx + c$, presentes no capítulo da obra do autor.

Considerando a apresentação de traços biográficos de Turk e de sua matemática, teceremos adiante nossas considerações finais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É notável que o árabe ‘Abd al-Hamid Ibn Turk forneceu procedimentos de resolução desenvolvidos a partir de um raciocínio geométrico. A partir da pesquisa realizada observou-se a importância das ideias desenvolvidas por ele, principalmente pelo elo estabelecido entre álgebra e geometria, em um momento em que a Álgebra ainda era retórica, ou seja, não existia o simbolismo para expressar as equações. É fato que ele não foi o único a trabalhar nesta pespectiva já que Al-Khwarizmi também o fez, contudo, revelar sua contribuição para a solução geométrica das equações algébricas mostra a amplitude de produção do conhecimento matemático e elucidação da própria história desta ciência. Assim, pode-se mostrar um diferencial de sua proposta com a de Al-Khawarizmi e, como desdobramento, pretende-se ainda elucidar a diferença do método de Turk com o tradicional método de completar quadrado já posto na literatura inclusive da Educação Básica revelando que a história é fonte de seleção de métodos adequados de ensino de diferentes tópicos da matemática (MIGUEL; MIORIM, 2011).

Destaca-se também que os resultados desse trabalho possibilitarão a realização de atividades que proporcionam uma visão mais ampla de conceitos e procedimentos utilizados em matemática, permitindo, por exemplo, a inclusão do raciocínio geométrico na resolução de problemas algébricos, apontando assim diferentes estratégias para solucionar questões, notadamente no que diz respeito ao estudo de equações quadráticas. A questão quem foi Ibn Turk e qual sua contribuição para matemática, particularmente, para soluções de equações? suscitou o desenvolvimento desse trabalho, sendo respondida ao longo do mesmo destacando que ele foi um matemático islâmico medieval que esteve atento a solução de

problemas algébricos por sistema geométrico entre outros trabalhos de destaque. Ressalta-se ainda que os resultados desse trabalho apresentam a relevância e desdobramentos para estudos ligados à história da matemática e sua aliança com as TDIC e IM para a inicial de professores de matemática com intuito de aprimorar o conhecimento matemático dos mesmos por meio dos aspectos matemáticos abordados no trabalho de Turk.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, 1974.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

MIGUEL, A., MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. 2 ed. - Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

PEKER, Kivanç. **ABDULHAMID IBN TURK.** Disponível em: <https://anadolubilim.com/abdulhamid-ibn-turk-hayati/> Acesso em 08 nov. 2018.

PONTE, J. P. da, BROCARDO, J., OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3 ed. Ver. Ampl.- Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

ROQUE, T. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, Tatiana; PITOMBEIRA, João Bosco. **Tópicos de História da Matemática.** SBM, 2012 (Coleção PROFMAT).

SAYILI, Aydin. **Logical Necessities in Mixed Equations by 'Abd al Hamid ibn Turk and the Algebra of His Time.** Ankara, 1962. Disponível em: <http://www.muslimheritage.com/article/logical-necessities-mixed-equations-abd-al-ham%C3%AEd-ibn-turk-and-algebra-his-time/> Acesso em 25 nov. 2018.

STRUIK, Dirk J. **A concise history of mathematics.** 3. ed. New York: Dover Publications, inc., 1967.



ISSN 2236-4102

ABORDAGEM HERMENÊUTICA EM LIVROS HISTÓRICOS DE MATEMÁTICA

Alailson Silva de Lira[76]
João Cláudio Brandemberg[77]

RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar o uso da hermenêutica para análise de livros históricos de matemática a partir de Schubring (2003, 2005). Observa-se que o estudo da história da matemática possui um campo diversificado de ideias permitindo a investigação por diversos métodos. Assim, a percepção de um dado conceito histórico na matemática sempre fará parte de um campo conceitual com significado que evoluem dentro de um contexto histórico. Com isso, comparar hermeneuticamente significa analisar autores que possam fazer parte do mesmo campo de atuação de um assunto específico, destacados os processos históricos da sociedade e da cultura de cada autor. Logo, concluímos que a análise a partir do viés especificado, significa considerar o período em que as obras foram publicadas, identificar possíveis influências que os autores sofreram a partir das correntes filosóficas predominantes; do seu cenário sociocultural e das suas atividades acadêmicas e profissionais a fim de identificar as influencias na obra de um determinado texto matemático histórico.

Palavras-chave: Livros Históricos. Hermenêutica. História da Matemática.

INTRODUÇÃO

A História pode ser considerada uma realidade inteligível que busca apresentar ou relatar fatos observados a partir de uma linearidade temporal, fragmentos de

[76] Universidade Federal do Pará (UFPA). alailson@outlook.com
[77] Universidade Federal do Pará (UFPA). brand@ufpa.br

acontecimentos ou fenômenos reais do passado, e também pode ser designada, no sentido de investigação histórica com seus resultados e consequências. Assim, podemos refletir como sendo uma “reconstrução do passado” com características intrínsecas a cada fato. Ao falar-se em História, é necessário compreender o processo descrito acima imbricado de fatores humanos em todas as suas perspectivas. Neste sentido, Bloch (1997) entende a História como ciência do homem em sociedade no tempo, de natureza dinâmica, voltada ao indivíduo e suas relações dentro de um dado contexto que o envolve. Assim sendo, de acordo com Bloch (1997, p.79), “tudo quanto o homem diz ou escreve, tudo quanto fabrica, tudo em que toca, pode e deve informar a seu respeito”, ou seja, o ser humano passa a produzir História, a partir do momento em se envolve na produção do conhecimento. Esta produção, gera informações para o auxílio das futuras formas de pensar e consequentemente geram novos conhecimentos.

Todo esse processo deixa para trás, uma série de fatos históricos permitindo percorrer caminhos objetivados a uma determinada conclusão ou consequência. logo, considero os fatos históricos como resultados de avaliações e interpretações dependendo do interesse/visão do pesquisador e são encontrados em cartas, diários, blocos de apontamentos, autobiografia, jornais, revistas, pareceres, atas, processos, manuscritos de apontamentos, livros históricos, etc.

A busca por esses objetos (cartas, jornais, revistas, etc.) obrigatoriamente requerida pelos fatos históricos também são documento histórico. Para Karnal e Tatsch (2009), este pode ser definido como uma parte importante do campo conceitual de atuação do historiador e a amplitude de sua busca. Com isso, “documento histórico seria uma folha (ou várias folhas) de papel escrito por alguém importante. Um exemplo clássico dessa concepção de documento seria a carta escrita por Pero Vaz de Caminha e que relata o `descobrimento´ do Brasil.” (KARNAL; TATSCH, 2009, p.10).

Os documentos históricos fazem parte das fontes, assim, para este trabalho, consideramos fontes históricas conforme descrito por Kragh (2001). De acordo com ele, a fonte é uma relíquia do passado que nos informa a respeito de si própria,

cabendo ao historiador[78] transformar a relíquia em uma fonte através da sua interpretação, ou seja, a relíquia se torna fonte quando se dispõe a revelar informações através de hipóteses. Aróstegui (2006) também define fonte histórica como: “[...] todo aquele material, instrumento ou ferramenta, símbolo ou discurso intelectual, que procede da criatividade humana, através do qual se pode inferir algo acerca de uma determinada situação social no tempo.” (ARÓSTEGUI, 2006, p.491)

Fatos históricos, documentos históricos e fontes históricas requerem responder a um problema ou questionamento. Para isto, lançamos mão da análise documental como um processo de busca por responder a um determinado objeto a partir de critérios estabelecidos pela literatura de uma determinada área. Esta, está presente em vários estágios da investigação, tornando-se mais sistemática e mais formal após o processo de coleta de dados. Deste modo: “A análise documental poderia ser definida como um conjunto de princípios e de operações técnicas que permite estabelecer a fiabilidade e adequação de certo tipo de informações para o estudo e explicação de um determinado processo histórico” (AROSTEGUI, 2006, p.508)

Cabe a análise documental a responsabilidade de verificação da fiabilidade dessas fontes. Para isso, Aróstegui (2006) utiliza-se de critérios taxonômicos expressos como posicional (fontes diretas ou indiretas), intencional (fontes voluntárias ou não voluntárias), qualitativo (fontes materiais ou culturais), formal-quantitativo (fontes seriadas ou não seriadas e não seriáveis). Esta classificação tem como objetivo, facilitar a busca de fontes adequadas ao estudo de determinadas situações históricas. Não é objetivo deste trabalho, apresentar e explicar cada critério taxonômico.

Entretanto, para atender o questionamento elencado posteriormente, é necessário a compreensão do critério posicional. As fontes diretas podem ser caracterizadas como um escrito ou relato de testemunhas presenciais a partir de um fato histórico, de um protagonista, de uma documentação que viria diretamente do objeto em estudo. Com relação as fontes indiretas, existiria um mediador, ou seja, uma informação baseada em outra informação. Entretanto, convém destacar a existência

[78] O historiador e pesquisador tratados aqui, são considerados para este trabalho como sinônimos pois possuem as mesmas características.

em um mesmo objeto de estudo a existência das duas fontes (diretas e indiretas) dependendo do olhar do pesquisador como observado em Barros (2012):

> [...] Se tomarmos a obra *História* do historiador grego Heródoto (484-425 a.C.), essa poderá ser considerada uma fonte indireta no que se refere aos relatos referentes às gerações que o precederam, mas pode ser considerada fonte direta no que se refere aos relatos que lhe foram contemporâneos, ou presenciáveis pelo próprio Heródoto. Por outro lado, mesmo nos relatos que se referem a períodos anteriores à época de Heródoto, os seus textos podem ser considerados fonte direta, desde que o nosso objeto de estudo seja não propriamente aquele conjunto de acontecimentos, mas a visão que deles tinham Heródoto e outros homens de sua época. (BARROS, 2012, p.137).

O documento histórico pode ser considerado como uma construção permanente de fatos, ideias atreladas a contextos sociais e a concepções de quem o escreveu (fatores humanos e suas perspectivas tratadas anteriormente). Além disso, constata-se que um livro de épocas, lugares e autores diferentes, fazem parte do cerne dos documentos históricos. Com isso, o objetivo deste trabalho discute a respeito da perspectiva hermenêutica como uma abordagem para analisar e comparar livros históricos de matemática[79]. A partir disso, surge a seguinte questão: como analisar e comparar hermeneuticamente livros históricos de matemática? Para responder a este questionamento, deve-se inicialmente observar que grande parte dos conceitos ou "ideias" encontradas em matemática são escritos textuais em diversos tipos de fontes (livros, manuscritos, pergaminhos, etc.) com períodos e contextos diferentes. Para este trabalho, entendemos os livros escritos e publicados por matemáticos como as fontes a serem analisadas e comparadas a partir de um referencial teórico.

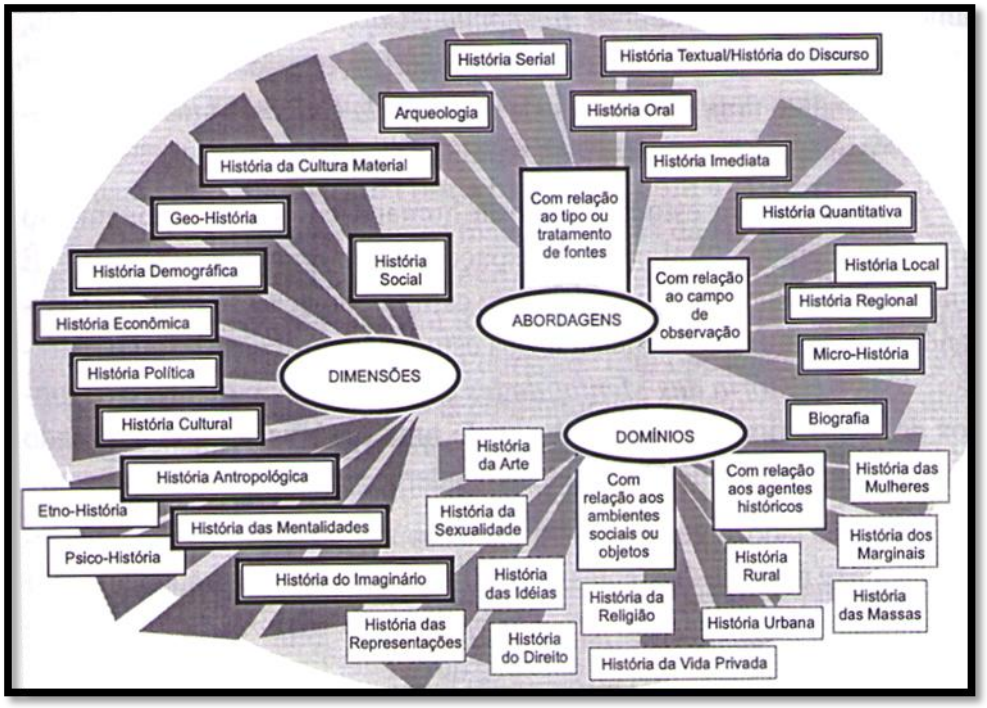
Entretanto, nenhuma fonte independentemente de seu tipo, revela-se diretamente, necessitando a inspeção e análise do historiador de seu significado de maneira a torna-la clara. Para isso, é necessário realizar a tarefa da análise documental especificada anteriormente. Em consequência, percebe-se a existencial da multiplicidade de interpretações possíveis e a influência do pesquisador desde a escolha do conceito que se propõe a investigar, até as respostas encontradas,

[79] Considero como livros históricos os publicados até o século XVIIII

passando pelos documentos históricos considerados como questões propostas. Com isso, é necessário dividir o campo histórico de investigação a fim de delimitar o objeto que neste caso são os livros históricos de matemática

Barros (2005), divide o campo histórico em três categorias: dimensões (enfoque), abordagens (modos de fazer) e domínios da história (áreas de concentração e objetos possíveis), de modo a relacioná-los respectivamente às teorias, aos métodos e aos temas focados pelas pesquisas históricas. Na tentativa de esclarecer a constituição do campo histórico (e este como campo de estudos e pesquisas que se constitui como área de conhecimento), o referido autor estratifica-o conforme a figura 01 a baixo

FIGURA 01: CONSTITUIÇÃO DO CAMPO HISTÓRICO



Fonte: Barros 2005, p.95.

A proximidade do objeto a ser investigado com o historiador, gera reflexões sobre as abordagens que poderão ser empregadas. Barros (2005), utiliza-se disso ao ponderar sobre as três divisões explicitada na figura e apresenta existência de outras subdivisões de modo a delimitar o campo histórico. Em dimensões, a existência de vários tipos historiográficos que podemos trabalhar dentro da pesquisa como, por

exemplo, a História Social, a História Cultural e Material, etc. Nas abordagens, quanto ao tratamento das fontes, podem existir a História serial, oral, imediata, etc. Ou quanto ao campo de observação temos a História Local, Regional, Micro-História, etc. Nos domínios é encontrado a História das Mulheres, História Rural, História da Vida Privada, etc.

De acordo com a visão de Barros (2005), quanto às dimensões, este trabalho está inserido em uma História Social e da História Cultural (como os autores dos livros históricos fazem parte de uma cultura e sociedade em um espaço de tempo delimitado. Consequentemente, os livros estão repletos da cultura e sociedade do autor) quanto às abordagens, está presente a História textual (livros históricos estão no formato textual). Pode-se também considerar como sendo uma micro-história, pois podemos restringir a escala de observação, no caso, um conceito situando apenas um ou dois autores. Com relação aos domínios, fica delimitado dentro das histórias das ideias e de outros que possam estar associados ao tema de investigação.

ANÁLISE HERMENÊUTICA NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A história da matemática está repleta de fatos relacionados a todas as áreas da ciência em diversos contextos da sociedade e cultura. Portanto, um estudo histórico da matemática não pode ser visto como repletas de reflexões metodológicas. Mas deve ser visto como um campo diversificado de ideias que permitem investigar por diversos métodos pois “em todos os momentos da história e de todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber” D´Ambrósio (1999, p.100).

Logo, a matemática e seu desenvolvimento estão entrelaçados com um contexto social e com todo o processo de evolução da humanidade. Assim, compreender a história da matemática é compreender o seu contexto histórico, pois se desenvolve matemática para um determinado propósito:

> É de uma miopia total procurar entender o desenvolvimento da matemática contemporânea, que começa a surgir na segunda metade deste final de século, sem atentar para as profundas transformações políticas resultantes da segunda guerra mundial e da própria condução deste conflito. Pelas mesmas razões, não se pode entender o desenvolvimento da matemática a partir do século XVI, que é quando ela começa a se organizar como um corpo autônomo de conhecimentos, sem uma análise do processo de conquista e colonização e de suas consequências (D´AMBRÓSIO,1999, p.102)

Estudar a história da matemática requer um viés através de métodos de análise, Schubring (2003, 2005) apresenta a hermenêutica como uma metodologia estabelecida e indispensável na interpretação de textos. Para ele, um texto matemático histórico, deve ser decifrado simultaneamente a nível macroscópico e microscópio, possuindo como referência explicita ao conhecimento disponível contemporâneo. Para a compreensão do que seria hermenêutica, o referido autor apresenta a definição de Wolf (1839):

> A hermenêutica ou a arte de explicar nos ensina a entender os pensamentos de outra pessoa através de seus sinais, e a explica-los. Isso permite a dádiva de um julgamento claro que pode penetrar na analogia dos modos de raciocinar de outra pessoa[...] O que é necessário antes de tudo como conhecimento científico é o conhecimento da língua na qual o autor escreveu. Isso inclui diversas investigações gramaticais, de modo que estas precisam ser feitas primeiro. O conhecimento da língua, entretanto, não será suficiente. Precisamos aprender a respeito da situação moral na época do autor, precisamos ter conhecimentos de história e de literatura, e temos de saber sobre a situação mental, o esprit (WOLF,1839, p. 272, apud Schubring, 2003, p.14).

Observa-se inicialmente a necessidade de uma visão tanto restrita quanto ampliada dos livros dependendo do conceito a ser investigado. Além disso, a história do ponto de vista social na visão de Wolf (1939) deve ser tomada como base indispensável na análise e interpretação dos textos. Tal fato é corroborado em Aróstegui (2006) ao abordar a impossibilidade de conhecer a história sem de alguma forma chegar a uma generalização e sem possuir o conhecimento da sociedade e os métodos da ciência social[80].

[80] Neste sentido, o autor na página 454 apresenta os métodos da ciência social.

Portanto, para a escolha de livros históricos de matemática, se faz necessário partir das constatações biográficas de cada autor verificadas suas atividades acadêmicas e profissionais, afim de reconhecer como cada um aborda em seu livro um determinado conceito matemático (através de seu olhar e experiência). A respeito disso, Russel (2005) a seguinte proposição:

> Se várias pessoas estiverem a olhar para a mesma mesa no mesmo momento, nenhuma delas verá exatamente a mesma distribuição de cores, porque nenhuma delas a poderá ver exatamente do mesmo ponto de vista e, qualquer mudança de ponto de vista, provoca mudanças na forma como a luz é refletida (RUSSEL, 2005, p.1)

Assim, cada autor de determinado texto matemático olha determinado conceito sob sua ótica surgindo opiniões que convergem para um mesmo sentido ou seguem sentidos opostos, isto é, poderá existir pontos de vista diferentes a respeito de um determinado conceito matemático. Analisar cada obra hermeneuticamente requer abordagens no sentido interdisciplinar verificado na pesquisa cientifica, ou seja, a ciência social e a ciência da história fazem parte da investigação a cerca do objeto. Neste sentido, Schubring (2005) entende tal abordagem como uma história social das ideias atreladas na relação entre grupos e indivíduos com o cenário social. Tem-se neste sentido a comunicação sociológica.

Por exemplo, podemos analisar hermeneuticamente o assunto de análise infinitesimal no nível macroscopico conforme a designação de Schubring (2005), a partir de observações e estudos a priori verifica-se que os estudos do cálculo infinitesimal se estabeleceram a partir de Arquimedes em o método do equilíbrio, consequentemente, seus resultados e procedimentos usados passaram a servir de modelo de acordo com suas influências detectadas nos trabalhos de Johannes Kepler (1571-1630), Galileu Galilei (1564 -1642), Evangelista Torricelli (1608-1647) e Cavalieri (1598-1647).

Com a existência de diversos trabalhos voltados aos métodos infinitesimais, como por exemplo, os geométricos de Kepler (1571-1630) e Cavalieri, algébricos de Viète (1540-1603), Descartes(1596-1650) e Fermat (1607 – 1665), Método da Exaustão, teoria do indivisível, aritmetização, das tangentes, propiciaram condições para sua consolidação depois do ano de 1660 através do trabalho de Newton (1642-

1727) com o Cálculo de fluxo e de Leibniz (1646 -1716) sobre a matemática infinitesimal. Além destes tiveram trabalhos de Lagrange (1736-1813); Carnot (1753-1823); e o mais atual Guénon (1886-1951) em princípios do cálculo infinitesimal.

Percebe-se macroscopicamente a existência ramificações nos estudos do cálculo infinitesimal, o exemplo apresentado corresponde ao modelo e o método que podem ser julgados ao nível microscópio. A divisão feita no assunto abordado visa categorizar a fim de delimitar o campo de investigação do historiador. Entretanto, tais categorias não se restringem aos citados e podem ser ampliadas. Com isso, observa-se a existência de um campo amplo de investigação restringindo-se a um mais especifico da pesquisa.

Conforme elencado durante o texto, uma análise hermenêutica não se restringe as suas divisões, mas a necessidade de atrelar aos cenários que os cercam ao nível especificado. Se considerarmos como investigação o que Carnot compreende como cálculo infinitesimal em uma determinada obra de sua autoria, deve-se analisar as influências que o respectivo autor sofreu em seu contexto social. Neste caso, por exemplo, existem dois contextos sociais no período de Carnot, o Iluminismo e a revolução francesa, estes aspectos precisam ser analisados e elencados para que se possa realizar comparações futuras com outros autores referentes ao mesmo conceito.

COMPARAÇÃO HERMENÊUTICA E CATEGORIZAÇÕES NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Um dado conceito histórico na matemática sempre fará parte de um campo conceitual com significado que evolui dentro de um contexto histórico. Logo, o próprio conceito adquire ou recebe novos significados mais específicos. Assim, comparar hermeneuticamente significa analisar autores que possam fazer parte do mesmo campo de atuação de um assunto específico destacados os processos históricos da sociedade e da cultura de cada autor.

Um estudo histórico que diz respeito ao método deve possuir comparação entre processos simultâneos que se produzem em âmbitos diversos – comparação entre

histórias nacionais ou entre tipos de fenômenos ou processos paralelos -, mas também a comparação sucessiva, a comparação entre o anterior e o posterior. Ao tentar reconstruir a sucessão dos comportamentos humanos, o que o historiador se propõe em ultima instância é definir estados sociais e compara-los, analisar essencialmente a mudança. (ARÓSTEGUI, 2006, p.457)

Observa-se aqui em uma análise de livros históricos de matemática, a necessidade de verificação das aproximações e distanciamento de um conceitos que se pretende investigar constantes nos livros históricos de matemática que podem ser decorrentes das correntes de pensamento filosófico predominante na academia, do cenário sociocultural no qual essas obras foram publicadas e das influências que podem ter sofridas entre sí ou entre outros autores. A comparação entre obras deve ser levadas em consideração dados os seguintes critérios:

- Pontos convergentes e divergentes das obras relacionadas a um dado conceito pré-estabelecido pelo pesquisador;
- As correntes de pensamento filosófico predominante na academia dos autores relacionados
- O cenário sociocultural na década em que as obras a serem comparadas foram publicadas.

Para isso, se faz necessário incialmente identificar os conteúdos relacionados ao conceito em cada uma das obras específicas; seus pressupostos teórico-metodológicos que podem ter norteado a escrita dos livros e do conceito especificados pelo pesquisador;

A existência de fronteira culturais e sociais especificadas a cima mostra a importância da realização de comparações entre livros históricos de matemática dadas as orientações e direcionamentos existentes orientados a partir da hermenêutica estabelecida a prior. neste sentido, Schubring (2005), destaca a importância de um estudo comparativo

> [...] a produção matemática ocorre dentro de estruturas institucionais concretas que expressam valorizações sociais historicamente variáveis do conhecimento. É evidente, no entanto, que resultados mais precisos requerem estudos comparativos de diferentes ambientes. Uma vez que

> a escassez de tais estudos constitui uma desvantagem considerável para abordagens orientadas ao contexto, uma comparação sistemática de diferentes culturas ou nações [...]. (SCHUBRING, 2005, p.06, tradução nossa)

Para este autor, a necessidade de um estudo a respeito de conceito matemático relacionado a um texto não deve ser restringida as suas definições básicas, mas seu significado deve ser desvendado a partir do escopo e do contexto do próprio autor. Além disso, em uma análise evita-se isolar autores matemáticos individualmente, mas deve-se entende-los como pertencentes a uma comunidade matemática cooperativa pois, as convicções epistemológicas básicas são as primeiras coisas a serem compartilhadas dentro de uma cultura comum.

Por exemplo, a primeira definição de função foi dada a partir do século XVII por Jean Bernoulli e, por conseguinte, apresentada por Euler em duas definições. Na primeira, Euler aponta a função como uma expressão analítica de uma quantidade de variável e de quantidades constantes, em sua outra definição, o matemático apresenta o conceito mais universal e abstrato que foram em seguida e durante vários períodos de tempos aprimorados por outros matemáticos desde Lagrange no século XVIII até Boubarki no século XX.

Assim sendo, a compreensão de um conceito a partir de seus vastos significados pretendidos, poderão ser entendidos na análise da produção matemática dentro de um determinado período da cultura nacional respectiva.

Observa-se aqui, a comparação hermenêutica entre livros históricos de matemática relacionados a um dado conceito não visa identificar superioridade sobre o outro, mas estabelecer diferenciações a partir de categorias que devem ser analisadas levando-se em consideração as exposições feitas no decorrer deste trabalho. Para cumprir com o estabelecido, se faz necessário a realização da categorização dos livros de matemática no campo da história afim de restringir o espaço e delimita-se o estudo à acerca do objeto - no caso deste trabalho está relacionado aos livros históricos de matemática referente a um dado conceito - com o intuito de possuir um olhar mais próximo e claro do que se pretende estudar.

Retomando o exemplo do cálculo infinitesimal e trazendo novamente Carnot para a análise. podemos compara-lo com Lagrange e René guenon em determinadas

obras específicas como: *Réflexions sur La Métaphysique du calcul infinitesimal, Eouvres, Princípios do Cálculo Infinitesimal* respectivamente. Além de verificar os critérios estabelecidos conforme mostrado anteriormente, e necessário também considerar as atividades acadêmicas e profissionais dos autores dos livros especificados pois tais fatos também fazem parte do contexto social que necessita ser analisado na forma com que um conceito é tratado em um determinado livro matemático determina seu direcionamento.

Assim, Lagrange é tido como cientista matemático e físico; Carnot, como um militar, político e matemático e Guénon, licenciado em matemática, filosofia e um poliglota ligado a formação doutrinal oriental. Logo, cada perfil abordará seu o objeto de estudo (cálculo infinitesimal) através de seu olhar e experiência levando em seus contextos.

Um outro exemplo que poder ser aplicado a partir do exposto seria a compreensão do conceito de infinitésimos se usarmos Newton e Leibniz. Para Leibniz (filósofo, cientista, matemático, diplomata e bibliotecário alemão), os infinitésimos estão associados com a lógica e a metafísica e exprimia a lei de continuidade em termos metafísicos e matemáticos enquanto que Newton (Físico, cientista, Matemático, astrônomo), apresentam conexões com a física e os fenômenos naturais, logo deduzia a continuidade das propriedades físicas no decorrer do tempo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do estabelecido neste trabalho, entendemos que este estudo poderá apresentar uma análise hermenêutica histórica de como conceitos matemáticos específicos foram desenvolvidos, não limitado a um autor, obra e nem a determinadas regiões e períodos, mas como uma história que apresenta diversas especificidades a longo prazo.

A Identificação dos conteúdos relacionados em cada uma das obras que possa ser escolhida de um determinado livro matemático histórico e o uso da hermenêutica a partir de Schubring (2005), traz várias possibilidades de análise dependendo do

objetivo do pesquisador. Além disso, as convergências e/ou as divergentes concepções dos matemáticos referentes a um dado conceito, pode levar a constatação de que cada autor possuía seu modo de explicar e exemplificar suas ideias matemáticas, seja de forma didática ou crítica observado os pressupostos teórico-metodológico que nortearam a escrita de cada autor.

Analisar e comparar hermeneuticamente livros históricos de matemática significa considerar o período em que as obras foram publicadas, identificar possíveis influências que os autores sofreram a partir das correntes filosóficas predominantes; do seu cenário sociocultural e das suas atividades acadêmicas e profissionais a fim de identificar as influencias na obra de um determinado texto matemático histórico.

Além disso, tais analises e comparações hermenêutica dentro de um cenário histórico da matemática, significa verificar o desenvolvimento de um dado conceito até sua generalização assim, análises referentes à história da matemática com viés de generalização torna-se de acordo com Schubring (2005) um critério essencial para a evolução dos conceitos matemáticos: como forma de ampliar e aprofundar as escalas de aplicação dos conceitos.

Uma outra forma de trilhar dentro do uso hermenêutico poderá ser a criação de categorias que possam ser estabelecidas ao longo do processo e constituição de um quadro comparativo com os pontos identificados afim de elencar processos, convergências e divergências sociais, culturais, rupturas etc.

As dificuldades que podem ser esbarradas dentro da análise de livros históricos de matemática é o de dar significado as interpretações dentro de um contexto. Com isso, “O texto do historiador desdobra-se sobre si mesmo oscilando entre as análises do historiador e o dar a ler das fontes, ou entre a linguagem do historiador e a linguagem das fontes” (BARROS, 2016, p.150). Assim, os conceitos estabelecidos devem estar alinhados ao autor da obra.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARÓSTEGUI, Júlio. **A pesquisa histórica:** Teori a e Método. São Paulo: Edusc, 2006.

BLOCH, Marc. **Apologia da História ou o ofício de historiador**. Rio de Janeiro: Zahar, 1997.

BARROS, José D´Assunção. **Os conceitos:** seus usos nas ciências humanas. Rio de Janeiro: Vozes, 2016;

BARROS, José D´Assunção. **O Projeto de Pesquisa em História:** da escolha do tema ao quadro teórico. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2005.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan "A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática". In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org). ***Pesquisa em Educação Matemática:*** *Concepções e perspectivas*. São Paulo:UNESP,1999

SCHUBRING, Gert. **Conflicts between generalization, rigor, and intuition**: number concepts underlyng the development of analysis in 17-19th Century France and Germnany.USA: Springer, 2005.

SCHUBRING, Gert. **Análise histórica de livros de matemática:** notas de aulas. São Paulo: Autores Associados, 2003.

KRAGH, Helge. **Introdução à Historiografia da Ciência**. Tradução de Carlos Grifo Brabo. Portugal: Porto Editora, 2001.

KARNAL, Leandro; TATSCH, Flavia Galli. Documento e História: A memória Evanescente. In: PINSKY, Carla Bassanezi; LUCA, Tânia Regina de (Orgs). **O Historiador e suas fontes.** São Paulo: Contexto, 2009.

RUSSEL, Bertrand. **Introdução à Filosofia Matemática**. São Paulo: ZAHAR, 2007

ISSN 2236-4102

A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS E SUA IMPORTÂNCIA PARA O ENSINO ATUAL

Clara Alice Ferreira Cabral[81]
Talita Carvalho Silva de Almeida[82]

RESUMO

Este trabalho é um recorte de um estudo em andamento sobre o Ensino e aprendizagem de Semelhança de triângulos com enfoque em ambientes dinâmicos. Neste fragmento que aqui apresentamos trataremos de forma breve como o conceito de semelhança evoluiu, buscando na literatura da história da matemática em fontes como Boyer (1996); Cajori (2007); Eves (2011) e Euclides (2009) de que forma este saber foi construído desde os seus primórdios no antigo Egito. Nosso objetivo aqui foi buscar na história da matemática, especificamente, no contexto da geometria os primeiros registros deste saber, além de apresentarmos a evolução do conceito até os livros de geometria plana mais recente, discutindo a importância dos estudos de Euclides para o ensino de semelhança de triângulos. A abordagem metodológica escolhida foi a pesquisa bibliográfica. Concluímos que a geometria pode ser explorada por meio da história da origem dos objetos matemáticos, procurando a partir das discussões que surgem conduzir os educandos para processos dedutivos de forma informal e assim oferecer oportunidades ao aluno de construir um conhecimento geométrico que possa auxiliar em seu avanço nos níveis de raciocínio geométrico.

Palavras-chave: Semelhança. Triângulos. História da Geometria.

[81] Universidade Federal do Pará (UFPA). E-mail: clara.uepa@gmail.com
[82] Universidade Federal do Pará (UFPA). E-mail: talita_almeida@yahoo.com.br

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho traz um recorte de uma pesquisa de dissertação de mestrado em andamento, que discute sobre a aprendizagem de semelhança de triângulos em ambientes de geometria dinâmica. Nessa pesquisa procuramos analisar a produção desse saber oferecendo primeiro atividades experimentais, onde explorou-se as construções dinâmicas, para em seguida empreender o raciocínio dedutivo.

A assimilação do conceito de semelhança é extremamente importante para o desenvolvimento da compreensão geométrica, principalmente por este ser um conteúdo relevante na compreensão de outros assuntos da matemática, como relações métricas no triângulo, trigonometria entre outros. Além disso, são recorrentes em estudos nas ciências naturais e sociais. Na física, por exemplo, o conceito de semelhança está presente em diferentes situações que estudam os conceitos da ótica geométrica, logo, um estudo deficitário que priorize apenas o cálculo algébrico, diminuindo a importância da compreensão do raciocínio lógico e sua relação com os teoremas, axiomas e demonstrações, tornará a compreensão destes conteúdos mais difícil.

Em vista disso neste fragmento da pesquisa que aqui apresentamos, trataremos de forma breve como o conceito de semelhança evoluiu, buscando em fontes de dados Boyer (1996); Cajori (2007); Eves (2011) e Euclides (2009). Nosso objetivo aqui foi abordar a história da matemática direcionada, especificamente, no contexto da geometria além de apresentarmos conceitos encontrados em livros de geometria plana.

2 A EVOLUÇÃO DO CONCEITO DE SEMELHANÇA

Determinar a origem da geometria é controverso. Boyer (1996) afirma que os primórdios do assunto são mais antigos que a arte de escrever. Apenas nos últimos seis milênios é que o homem foi capaz de registrar seus pensamentos em forma escrita, a geometria pode muito bem ser mais antiga que isso. Segundo o autor, há duas teorias opostas quanto à sua origem. Uma delas era sustentada por Hérodoto, que acreditava que a Geometria se originou no Egito, e surgiu da necessidade prática

de fazer novas medidas de terras cada vez que a inundação anual do rio Nilo acontecia. A outra, defendida por Aristóteles, considerava que por ter existido no Egito uma classe sacerdotal com lazeres, e muita ociosidade, conduziu ao estudo da geometria.

Duas das mais famosas relíquias documentadas da história da matemática, os Papiros de Moscou e Ahmes, colocam-nos em contato com o pensamento egípcio de três ou quatro mil anos atrás. Nestas obras, de acordo com Cajori (2007), estão descritos 26 problemas geométricos, sendo a maioria sobre o cálculo de áreas de terras e volumes de grãos, porém sem provar (neles ou em qualquer outro documento egípcio já encontrado) os egípcios tinham conhecimentos de algum caso particular, do teorema de Pitágoras e um exemplo correto que trata-se sobre o cálculo do volume de um tronco de pirâmide de bastão descritos o que podem ter sido as primeiras proposições geométricas dos egípcios no cálculo de áreas.

O Papiro de Ahmes explica também problemas que podem apontar para a conclusão de que os egípcios, como os geômetras chineses e os indianos, construíam um triangulo retângulo sobre uma dada linha, esticando uma corda em volta de três estacas dividas em três partes na proporção 3: 4: 5, e assim formando um triangulo retângulo. Cajori (2007)

Se as afirmações do documento estiverem corretas, podemos considerar então que os egípcios de 200 a.C. estavam familiarizados com as já conhecidas propriedades do triangulo retângulo, pelo menos, para o caso especial dos lados destes na razão 3: 4: 5.

Uma deficiência séria na geometria dos egípcios para Boyer (1996) era não haver uma distinção clara entre relações que são exatas e as que são apenas aproximações. No entanto, para o autor, embora não se conheça teorema ou demonstração formal na matemática egípcia, algumas comparações geométricas feitas no vale do Nilo, como as referentes a perímetro, área de círculos e quadrados estão entre as primeiras afirmações precisas da história da matemática, no que diz respeito a geometria.

Sobre o Conceito de semelhança os egípcios, por volta de 3200 a. C. usavam a redução e ampliação de um desenho por meio do método científico conhecido como método dos quadrados.

Obenga (1984 apud MACIEL 2004, p. 4) encontrou fontes que lhe permitiram descrever como ocorria esse processo:

> (...) depois de traçarem a figura considerada em um quadriculado, reproduziam-na em uma certa escala. A nova figura desejada era uma transposição da figura esboçada anteriormente. Em seguida, eram determinados pontos de coincidências entre os quadrados e o desenho, de tal modo que o desenhista não cometeria erros de proporção. (OBENGA apud MACIEL, 2004, P. 4 e 5)

A figura a seguir apresenta um esboço dos vestígios de ampliação e redução feito pelos antigos egípcios.

FIGURA 1 - ESBOÇO DE SINAIS HIERÓGLIFOS



Figura A Figura B

Fonte: Obenga (1984)

Esse método não é muito diferente do que alguns artistas ainda utilizam hoje para obter a ampliação ou redução de uma figura. As grades no desenho da figura A servem para obter as dimensões exatas, o que facilitava sua transposição sobre a parede do desenho definitivo da figura B. Essas regras geométricas, foram encontradas em pinturas egípcias inacabadas, dando-nos indícios de que os egípcios possuíam alguma noção de ampliar ou reduzir uma figura pelo método dos quadrados. Maciel (2004)

Por volta do sétimo século A.C. um ativo intercâmbio comercial se expandia entre a Grécia e o Egito. Naturalmente havia uma troca de ideias, bem como de mercadorias. Os gregos procuraram os sacerdotes egípcios para se instruírem. A

Matemática mais intuitiva e experimental, praticada pelos egípcios e babilônios, assumiu um caráter dedutivo com os gregos.

Tales, Pitágoras e Platão, foram uns dos que visitaram os Egito e transportaram por mar, muitos dos experimentos egípcios dando assim aos gregos uma base em que pudessem trabalhar. Em Cajori (2007) encontramos que os Egípcios levaram a geometria não mais além do que o absolutamente necessário para suas necessidades. Os Gregos, pelo contrário, tinham uma necessidade de descobrir as razões das coisas. Amavam a ciência como ciência.

Tales de Mileto

As primeiras deduções sistemáticas em geometria são, tradicionalmente, creditadas a Tales de Mileto, fundador da escola Jônica que nasceu por volta de 600 A. C. Boyer (1996) afirma que o que se sabe a respeito de sua vida e obra é realmente muito pouco. Boa parte dessas contribuições creditadas em seu nome são baseadas em tradições persistentes e não em documentos históricos. Boyer (1996, p. 31)

O seu famoso teorema, conhecido por Teorema de Tales, pode ter sido aprendido por ele durante suas viagens à Babilônia. A tradição vai mais além e lhe atribui uma espécie de demonstração do teorema. De fato, não há documento antigo que comprovem a autenticidade dessas afirmações. Ainda de acordo com Boyer (1996), o mais perto que se pode chegar de evidência contundente é uma menção de um pouco mais 1000 anos de seu nascimento, na qual um discipulo de Aristóteles chamado Eudemo de Rodes diz que Tales “primeiro foi ao Egito, e de lá introduziu algum dos estudos na Grécia. Descobriu muitas suposições ele próprio, e instruiu muitos de seus sucessores nos princípios que regem muitas outras.” (Boyer, 1996, P. 32.)

Em Eves (2011) encontramos duas versões de um dos famosos feitos creditados a Tales, o cálculo da altura de uma pirâmide egípcia por meio da sombra.

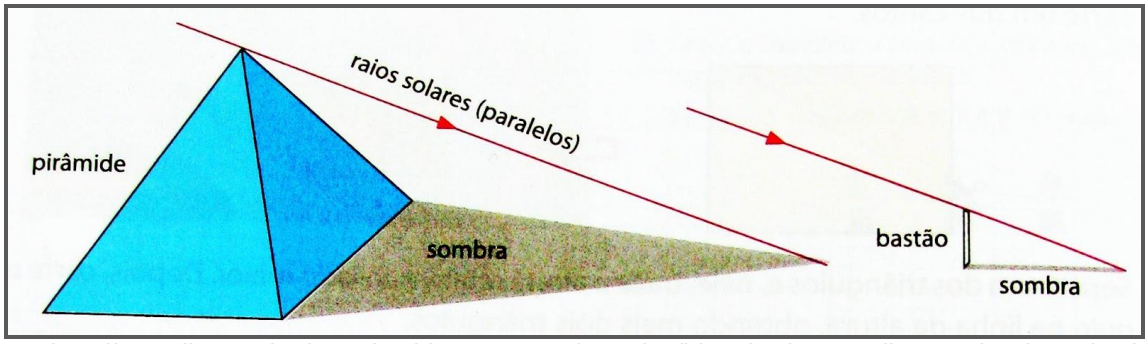
> “O relato mais antigo, dado por Hierônimos, um discipulo de Aristóteles, diz que Tales anotou o comprimento da sombra no momento em que esta era igual a altura da pirâmide que a projetava. A versão posterior,

> dada por Plutarco, diz que além disso, ele fincou verticalmente uma vara e fez uso da semelhança de triângulos". (EVES, 2011, p. 115)

A Tales também foi atribuída a estória de que mediu a distância de um navio a praia, usando provavelmente, proporcionalidade de lados de triângulos semelhantes, contudo, de acordo com Boyer (1996) essa versão é inconclusiva do ponto de vista do pioneirismo, pois os princípios que regem tal cálculo já eram conhecidos há tempos no Egito e na Mesopotâmia.

A imagem a seguir ilustra a percepção de tales descrita por Plutarco, a mais aceita entre a comunidade matemática, e o que pode ter sido a primeira aplicação da Semelhança de Triângulos cerca de 600. A. C. no Egito.

FIGURA 2: ESBOÇO DO ESQUEMA FEITO POR TALES PARA DETERMINAR A ALTURA DE UMA DAS PIRÂMIDES EGÍPCIAS



Fonte: http://semelhancadetriangulos.blogspot.com/2012/02/historia-da-semelhanca-de-triangulos.html

O fato é que Tales foi o primeiro homem a quem foram atribuídas descobertas matemáticas específicas. É quase universalmente admito hoje que os Gregos acrescentaram à geometria dos egípcios elementos científicos, mas permaneceu a questão se esse passo importante foi dado por Tales ou por outros mais tarde.

Euclides e "Os elementos"

Euclides nasceu por volta de 365 a.C. pouco se sabe de sua vida além de que foi ele, segundo consta, o criador da famosa e duradoura escola de matemática de Alexandria da qual, sem dúvida, foi professor. Desconhecem-se também a data e o

local de seu nascimento, mas é provável que sua formação matemática tenha se dado na escola platônica de Atenas. Eves (2011)

Euclides foi autor de muitos trabalhos (pelo menos 10), sua obra mais conhecida e responsável por sua fama é o Livro "Elementos", com 13 volumes, onde reune num sistema coerente e compreensível, tudo o que se sabia sobre matemática em seu tempo. Todos os fragmentos surgidos da necessidade prática do uso da aritmética, geometria plana, teoria das proporções e geometria sólida.

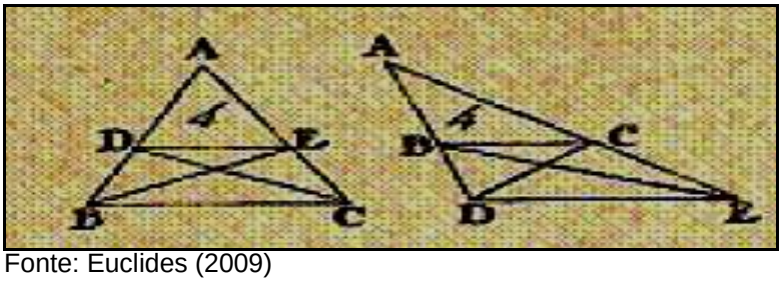
A ocorrência do assunto semelhança surge já no primeiro livro, com três casos de congruência. Todavia, é no livro VI que encontramos os teoremas fundamentais da semelhança de triângulos. Este já inicia pela definição: “Figuras retilíneas semelhantes são quantas têm tanto os ângulos iguais em proporção.” (EUCLIDES, 2009 P. 231).

Encontramos também no livro VI a definição posta por Euclides para o teorema das retas paralelas cortadas por uma transversal**.**

> “Caso alguma reta seja traçada paralela a um dos lados de um triângulo, corta os lados do triângulo em proporção; e, caso os lados do triangulo sejam cortados em proporção, a reta, sendo ligada dos pontos de seção, será paralela ao lado restante do triângulo.” (EUCLIDES, 2009, P. 231).

No livro VI é possível constatar ainda os teoremas dos casos AAA; LLL e LAL de Semelhança de triângulos, há ainda a demonstração dada por Euclides no Teorema 20, para Polígonos em geral, na qual realiza a divisão dos polígonos em triângulos semelhantes, dizendo que: “os polígonos semelhantes são divididos em triângulos tanto semelhantes quanto iguais em quantidade e homólogos aos todos, e o polígono tem para o polígono uma razão dupla da que o lado homólogo, para o lado homólogo” (Euclides, 2009 p. 251)

FIG 3: SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS NO LIVRO VI DE EUCLIDES



Fonte: Euclides (2009)

Em Eves (2011) encontramos que Euclides estava a par dos trabalhos em geometria de Teúdio de Magnésia, assim como de Teeteto e Eudoxo. Assim, e provável que os *Elementos* de Euclides sejam, na sua maior parte, uma compilação altamente bem-sucedida e um arranjo sistemático de trabalhos anteriores. É claro que nada disso tira o brilhantismo de seu trabalho, pois o "grande mérito dele reside na excelente seleção de proposições e seu arranjo em sequencias lógicas, possivelmente a partir de poucas suposições iniciais". Eves (2011, p. 169)

Muitas das proposições contidas nos elementos já eram conhecidas dos pitagóricos antigos, mas as demonstrações pré-eudoxianas de muitos deles eram falhas, posto que eram baseadas em teorias incompletas.

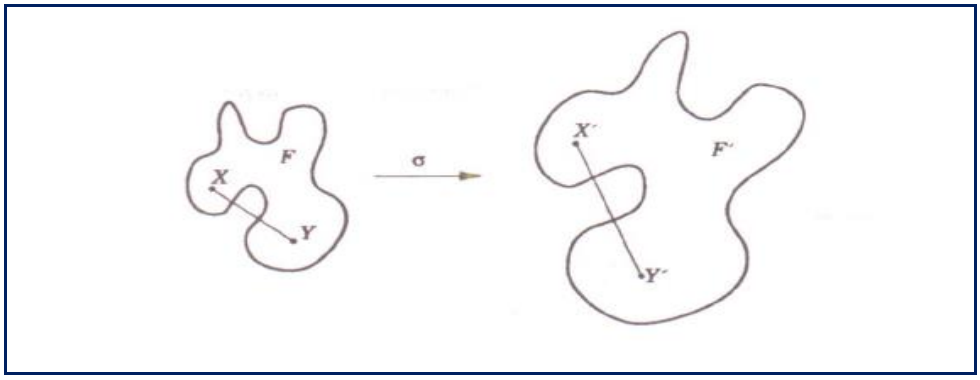
3 DEFINIÇÕES DE SEMELHANÇA MAIS RECENTES

Lima (1991) em seu livro Medida e Forma em Geometria traz uma definição de Semelhança mais abrangente, baseada em transformações geométricas, o autor critica as definições apresentadas na maioria dos livros didáticos, pois segundo ele, elas trazem um tratamento incompleto no qual se dá uma definição válida somente para polígonos enquanto a maior parte dos exemplos com que nos deparamos não se enquadra nessa categoria.

O autor apresenta a seguinte definição: sejam F e F' figuras, do plano ou do espaço, e *r* um número real positivo. Diz-se que F e F' são semelhantes, com razão de semelhança r, quando existe uma correspondência biunívoca $\sigma : F \to F'$ entre os pontos de F e os pontos de F' tal que se X, Y são pontos quaisquer de F e $X' = \sigma(X), Y' = \sigma(Y)$ são seus correspondentes em F' então $\overline{X'Y'} = r.\overline{XY}$.

A correspondência $\sigma : F \to F'$ biunívoca, com essa propriedade de multiplicar as distâncias pelo fator constante r, chama-se uma semelhança de razão *r* entre F e F'. Se $X' = s(X)$, diz-se que os pontos X e X' são homólogos.

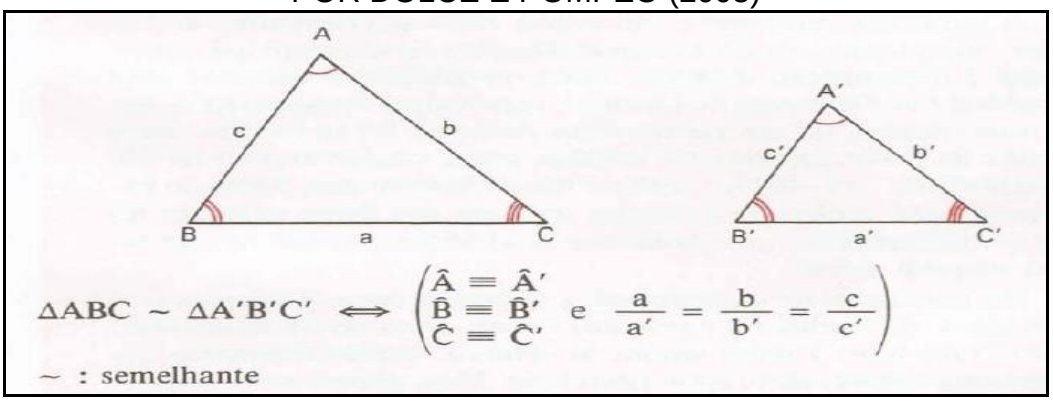
FIGURA 04: FIGURAS SEMELHANTES



Fonte: LIMA (1991, p. 33)

Já Dolce e Pompeo (2005) no volume 9 da coleção Fundamentos da Matemática Elementar, dedicado à geometria Plana, definem Semelhança de triângulos da seguinte forma: “Dois triângulos são semelhantes se, e somente se, possuem os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos proporcionais.”

FIGURA 05: DEFINIÇÃO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS
POR DOLCE E POMPEO (2005)



Fonte: Dolce e Pompeo (2005)

Em Barbosa (2012) encontramos a definição para semelhança de triângulos da seguinte forma: dois triângulos são semelhantes se for possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre seus vértices de modo que ângulos correspondentes sejam iguais e lados correspondentes sejam proporcionais tal que, se ABC e EFG são dois triângulos semelhantes e se $A \to E, B \to F$ e $C \to G$ é a correspondente que estabelece a semelhança, então vale simultaneamente as seguintes igualdades:

$\hat{A} = \hat{E}, \hat{B} = \hat{F}, \hat{C} = \hat{G}$ e $\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{FG}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{CE}}$

Naturalmente as definições que apresentamos aqui não estão muito distantes da apresentada por Euclides em seu livro Elementos, principalmente porque, de acordo com Lima, toda a Geometria que se estuda hoje nas escolas provém da Obra de Euclides, "[...] e quando percebemos deficiências ou impropriedades recorremos às origens, consultando Euclides para ver como as ideias nasceram" (LIMA, 1991, p. 32).

Dois triângulos ABC *e* $A'B'C'$ *são semelhantes quando existir uma correspondência entre os vértices dos triângulos de modo que os lados correspondentes sejam proporcionais e os ângulos correspondentes sejam congruentes entre si.*

Considerações sobre a evolução do conceito de semelhança

Observamos alguns aspectos da utilização do conceito de homotetia e de semelhança de figuras geométricas no decorrer da história. No Egito, utilizavam-se quadriculados para determinar figuras semelhantes e a geometria era trabalhada de uma maneira mais prática.

Na Geometria grega, com Thales, é possível perceber um trabalho com relação ao real, porém com uma preocupação de construir propriedades gerais de figuras geométricas abstratas. A obra Elementos, de Euclides, pode realmente ser considerada como a primeira organização da Geometria de forma dedutiva, geral e abstrata em suas demonstrações, sem nenhuma menção a alguma situação real ou prática.

Autores mais recentes como Lima (1991); Dolce e Pompeo (2005) e Barbosa (2012), desenvolveram estudos que, naturalmente, devem muito a Euclides, pois, de acordo com Lima (1991), quase toda Geometria que se estuda hoje nas escolas provém da Obra de Euclides. Para o autor, quando percebemos deficiências ou impropriedades recorremos às origens, consultando Euclides para ver como as ideias nasceram" (LIMA, 1991, p. 32).

Portanto, os casos de semelhança de triângulo descritos em Euclides contribuíram de sobremaneira para o saber que hoje é ensinado nas escolas, haja vista

que temas como Teorema de Tales e, consequentemente, o paralelismo de retas cortadas por uma transversal são assuntos se articulam e são indispensáveis para fornecer uma visão mais ampla de semelhança. Saberes esses, que tiveram muita influência de tudo o que foi desenvolvido ainda nos primórdios da história da geometria com a simples ampliação e redução de figuras.

4 CONCLUSÃO

Na pesquisa, na qual este recorte está inserido, procuramos analisar a produção do saber semelhança de triângulos oferecendo primeiro atividades experimentais, onde explorou-se a visualização, para em seguida empreender o raciocínio dedutivo.

Em uma proposta de atividades investigativas, utilizando a história da matemática como recurso pedagógico, a geometria pode ser explorada por aspectos ligados a origem dos objetos matemáticos, procurando a partir das discussões que surgem conduzir os educandos para processos dedutivos de forma informal e assim oferecer oportunidades ao aluno de construir um conhecimento geométrico que possa auxiliar em seu avanço nos níveis de raciocínio geométrico.

Além disso, a história da matemática nos oferece possibilidades e caminhos que auxiliam a compreensão da geometria. Quando o professor proporciona aos alunos condições para que estes tenham acesso a história dos conteúdos trabalhados em sala de aula, possibilita que eles desmitifiquem a ideia de que ela foi descoberta apenas por supostos “gênios”. Mostra que, ao contrário, pessoas que enfrentaram dificuldades e adversidades no decorrer da construção dos conceitos até chegar no conhecimento parcial ou incompleto, também contribuíram para a constituição da matemática que estudamos hoje.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, J.L.M. **Geometria Euclidiana Plana**. 11ª ed. São Paulo: SBM, 2012

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução Elza F. Gomide. 2 ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

CAJORI, F. **História da matemática**. São Paulo: Ciência Moderna, 2007.

DOLCE, O; POMPEO, J.N. **Fundamentos da Mathematica** Elementar v.9. 7ª ed. São Paulo, 2005.

EUCLIDES. **Os Elementos/Euclides**; Tradução e introdução de Irineu Bicudo, São Paulo: Editora UNESP, 2009

LIMA, E. L. **Medida e Forma em Geometria, Comprimento, Área, Volume e Semelhança.** SBM,1991.

MACIEL, A.C. **O conceito de semelhança: Uma proposta de ensino.** Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004

ISSN 2236-4102

A DISSERTAÇÃO DE DOUTORADO DE MANOEL CAETANO DE GOUVÊA JUNIOR "O VAPOR D'AGUA CONSIDERADO MOTOR"

Mônica de Cássia Siqueira Martines [83]

RESUMO

O presente trabalho visa divulgar os resultados obtidos da pesquisa de doutorado defendida em 2014 pela autora. Na oportunidade foram investigadas as primeiras dissertações de doutorado em Ciências Matemáticas apresentadas a Escola Militar em meados do século XIX no Brasil. Através de uma pesquisa documental, qualitativa e de cunho descritiva, resgata-se uma parte da História do Brasil Império, onde a Escola Militar, considerada hoje como de grau superior, oferecia o grau de Doutor em Ciências Matemáticas aos bacharéis em Engenharia da época. Neste trabalho destacamos a obra do bacharel Manoel Caetano de Gouvêa Junior, sua dissertação sobre O vapor d'agua considerado motor. Este foi o quinto bacharel a receber o título em 1848. Sua dissertação não aborda conteúdo matemático propriamente dito, mas revela um assunto sobre as máquinas a vapor, o qual requer conhecimento de matemática, química e física. O autor trabalha o assunto considerando o contexto histórico das máquinas, tornando o mesmo convidativo a leitura.

Palavras-chave: Academia Real Militar. Escola Militar. Dissertação de Doutorado em Ciências Matemáticas. Manoel Caetano de Gouvêa Junior. História da Matemática no Brasil.

INTRODUÇÃO

Ao iniciar minha pesquisa de doutorado (Siqueira Martines, 2014), cujo tema principal se tratou das primeiras dissertações de Doutorado em Matemática defendidas

[83] Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), monica.siqueiramartines@uftm.edu.br

no Brasil em meados do século XIX, outras questões surgiram, tais como: quando iniciaram as apresentações de dissertações de doutorado em Matemática no Brasil? Quem eram as pessoas que se candidatavam ao grau de Doutor em Matemática no Brasil em meados do século XIX? Quais cursos faziam? Havia o curso de Matemática? Como eram escolhidos os temas das dissertações de Doutorado apresentadas à Escola Militar? Como eram realizadas as “defesas” dessas dissertações? Quem foram os primeiros Doutores em Matemática? Do que se tratava o trabalho desses Doutores?

No decorrer do estudo conseguimos responder a algumas das questões levantadas. Verificamos que, as apresentações das dissertações iniciaram em 1847, para obter o grau de doutor em Ciências Matemáticas, era necessário cumprir algumas regras, tais como, cursar os sete anos da Escola Militar, ter sido aprovado plenamente em todas as disciplinas e entregar quarenta exemplares de uma dissertação sobre um dos temas que se ensinavam nos últimos anos. A dissertação não seria julgada por seu merecimento científico e sim por não haver nada que desonrasse a Coroa ou a algum indivíduo. Não havia um Curso Matemático, embora um curso com este nome tenha sido instituído na reforma da Academia Imperial Militar em 1832 e extinto na reforma de 1833. As disciplinas de Matemática, instituídas desde a criação da Academia Real Militar em 1810, continuaram a fazer parte do “currículo” e ocupavam ao menos 3 anos do curso completo de 7 anos.

Ao analisarmos as primeiras dissertações apresentadas à Escola Militar, tomamos o cuidado de não as julgarmos e, sim de compreendê-las, uma vez que o Decreto de Regularização do artigo que Institucionaliza o grau de doutor em Ciências Matemáticas e os próprios doutores em suas dissertações, já nos alertavam, sobre a condição, de as mesmas, não serem sobre um assunto inédito.

Miller (2003) já nos havia informado, em sua dissertação de mestrado, que Manuel da Cunha Galvão fora o primeiro a receber o grau de doutor em Ciências Matemáticas após apresentar uma dissertação, o que confirmamos ao analisarmos os Termos de Grau de doutor. Nestes documentos vimos que João Baptista de Castro Moraes Antas, Ignacio da Cunha Galvão, Francisco Joaquim Catête, Manoel Caetano de Gouvêa Junior e Luiz Affonso d'Escragnolle, receberam o grau no mesmo dia de

Manuel da Cunha Galvão e na presença do Imperador. O sétimo bacharel em Matemática que recebeu o grau de doutor foi Joaquim Gomes de Sousa.

Neste trabalho, decidimos apresentar a dissertação de Manoel Caetano de Gouvêa Junior, o quinto bacharel a receber o título de doutor em Ciências Matemáticas na Escola Militar. O tema escolhido por este bacharel trata de um assunto que era estudado no sétimo ano da Escola Militar, não necessariamente de Matemática, mas a abordagem histórica chama a atenção.

UM ESTUDO SOBRE A DISSERTAÇÃO DE MANOEL CAETANO DE GOUVÊA JUNIOR

A dissertação de Manoel Caetano de Gouvêa Junior foi entregue em 6 de março de 1848. Composta por vinte e oito páginas, apresenta uma página endereçada “A Quem Ler”. Não há outras subdivisões do texto.

Na página endereçada “A Quem Ler” o autor explica os motivos que o fizeram escrever a dissertação, “como cerimonia ultima e indeclinavel de approvação para a investidura do doutorado”, para não desapontar aqueles que o preparam para a vida escolar e para justificar a saída do lar paterno. Também deixa registrado a sua falta de habilidade e a não orientação, assim como os outros já haviam feito anteriormente

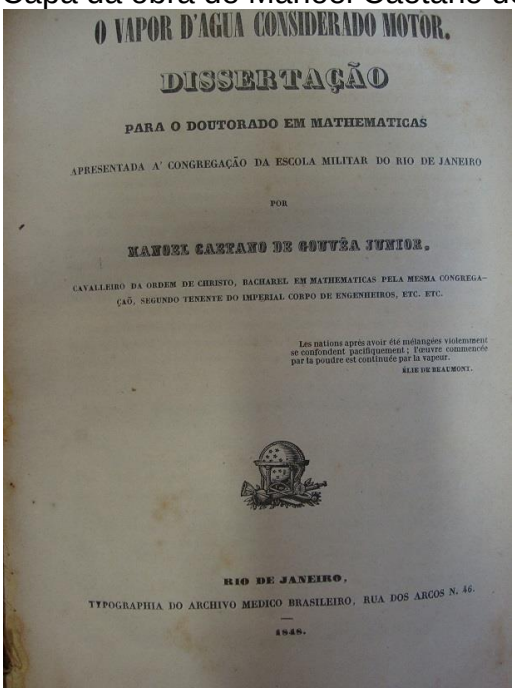
> Certos de nossa pequenez não batemos os steppes da sciencia, - não devem tocar os dedos do pygmeu, onde se hão exercitado pulsos giganteos. - Tampouco nos arrojamos a dissertar sobre assumpto tão elevado que exija esse estylo de Fontenelle, [\ldots] Em uma senda ainda não trilhada entre nós, sendo-nos apenas indicada a vereda sobre a qual a autoridade da lei diz que devemos andar; sem uma esteira a seguir, sem a instrucção da experiencia, gela-nos essa obrigação legal que nos arremeça em senda espinhosa atravez tantos escolhos, - a nos fazer talvez em pedaços antes de attingirmos a meta -. (GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.I)

Encerra essa parte com uma crítica direcionada ao modelo de doutoramento adotado na Escola Militar nessa época.

> Assim, no mui pouco que sabemos, no immenso que ignoramos, fallecendo-nos as regras do gosto e o estylo agradavel: não podendo siquer aspirar ao merito da novidade: falhos no modo de escrever dessa correcção indispensavel, quando temos que resumir em breve noticia um assumpto rico e abundante;[...] (GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.II)

Na figura 1 vemos a capa da dissertação de Gouvêa Junior.

Figura 1: Capa da obra de Manoel Caetano de Gouvêa Junior



O VAPOR D'AGUA CONSIDERADO MOTOR.

DISSERTAÇÃO

PARA O DOUTORADO EM MATHEMATICAS

APRESENTADA A' CONGREGAÇÃO DA ESCOLA MILITAR DO RIO DE JANEIRO

POR

MANOEL CAETANO DE GOUVÊA JUNIOR.

CAVALLEIRO DA ORDEM DE CHRISTO, BACHAREL EM MATHEMATICAS PELA MESMA CONGREGAÇÃO, SEGUNDO TENENTE DO IMPERIAL CORPO DE ENGENHEIROS, ETC. ETC.

Les nations après avoir été mélangées violemment se confondent pacifiquement; l'œuvre commencée par la poudre est continuée par la vapeur.
ÉLIE DE BEAUMONT.

RIO DE JANEIRO.
TYPOGRAPHIA DO ARCHIVO MEDICO BRASILEIRO, RUA DOS ARCOS N. 46.
1848.

Fonte 1: Biblioteca de Obras Raras da UFRJ

A dissertação de Gouvêa Junior trata do assunto do sétimo ano da Escola Militar: Máquinas Hidráulicas. Ele inicia a dissertação explicando sobre a volatização dos líquidos. Também explica que “Um liquido qualquer, chegando a seu ponto de ebullição, goza de uma força elastica capaz de vencer a pressão à qual elle se acha submettido.” Prossegue com a explicação dos gases e a pressão a que estão submetidos, por exemplo, a água, que se converte a vapor quando atinge *100°C* e cuja tensão equivale a uma atmosfera.

Em seguida deixa claro como funciona a parte química da volatização, isto é, esclarece que, para a água ferver, é necessário aplicar calor no fundo ou nas paredes do recipiente que a contém, uma vez que se aplicar calor na superfície não haverá resultado útil, pois as partículas não se tornarão elásticas.

Gouvêa Junior continua explicando sobre as propriedades do vapor e do recipiente que contém o líquido, no caso a água. Descreve a força ou a pressão desse vapor e comenta sobre as formas de se melhor aproveitá-la.

> Quando um fluido elastico acha-se encerrado em um vaso fechado elle exerce em todos os sentidos sobre as paredes deste vaso uma pressão que resulta da sua força elastica, e que dá a exacta medida desta força. Si neste momento, o vaso acha-se cheio de vapor e que a cada instante ahi se faça entrar uma nova quantidade, a força elastica deste vapor augmentará cada vez mais a pressão que elle exercita sobre cada unidade de superficie das paredes. Si pois em um ponto destas paredes, existir uma abertura fechada hermeticamente por uma peça movel, cuja esteja carregada em um peso determinado, claro é que des que o vapor encerrado no vaso exerce sobre esta peça movel uma pressão igual á do peso que a comprime em sentido contrario, a peça começará a ser repellida. (GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.2 e 3)

Aqui, segue o princípio físico “quanto maior a pressão do ar, maior a temperatura de evaporação da água” e, portanto, mais rápido o grau de agitação do vapor, mais elásticas se tornam as partículas.

À página 4, Gouvêa Junior traz uma nota de rodapé interessante. Nela há uma tabela de conversão de unidades de pesos e medidas do sistema francês para o sistema inglês e vice-versa, como pode ser observado na tabela de Conversão de Medidas e pesos.

Tabela 1: Tabela de Conversão entre os sistemas de Pesos e Medidas

Medidas Francesas	Medidas Inglesas
1 quilograma	2,178 libras
1 metro	4,545454... palmos
1 metro	36,3636... polegadas
1 decímetro	3,636363... polegadas
1 metro quadrado	20,66 palmos quadrados
1 metro^2	1322 polegadas^2
1 decímetro^2	13,22 polegadas^2
1 metro^3	94 palmos^3
1 metro^3	0,0940 braça^3

Fonte 2: Dissertação de Doutorado de Gouvêa Junior, 1848, p.4

Mesmo antes de adotar oficialmente o sistema de medidas Francês, o que de acordo com Zuin (2013, p.1 e 2) ocorreu somente em 1862, o Brasil, influenciado pelas obras francesas, já utilizava o sistema.

Em seguida, Gouvêa Junior trata do combustível das máquinas a vapor. Afirma serem três as mais comuns de serem utilizadas: o carvão de pedra, a lenha e o coke[84]. Afirma que

> Por maior que seja o enorme consumo que se faça da primeira destas substâncias, des que as machinas de vapor foram applicadas à navegação, e a quasi todas as industrias, parece que a quantidade existente no seio da terra é por tal sorte consideravel, que não é possivel ainda prever a que época poderão estas minas ser exaustas. [...] Os inglezes tem calculado que as minas do paiz de Northumberland e Durham, estavam ainda em estado de fornecer carvão durante 1700 annos, e não se tira por anno menos de $16,060,000,000$ de kilogrammos (16 milhões de toneladas); e que quando estas minas ficarem exhaustas, o paiz de Galles do sul, é capaz de fornecer carvão durante 2000 anos! (GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.5)

Ao ler essa informação de Gouvêa Junior, surgiu uma dúvida em relação às reservas de carvão, de como elas estariam atualmente, se há essa mesma previsão de esgotamento e, assim, procuramos dados recentes sobre o assunto. Encontramos Cano (2008?, p.52) que nos informa que "Considerando a disponibilidade dos recursos e as quantidades produzidas nos últimos anos, a exaustão das reservas de carvão mineral ocorrerá em 133 anos, [...]". Essa diferença de estimativa de esgotamento das minas de carvão se deve ao fato de o consumo, ao longo do tempo, em relação à época em que Gouvêa Junior escreve sua dissertação, ser bem superior. Na época de Gouvêa Junior somente as máquinas a vapor usavam esta reserva. Mais tarde, o carvão passou a ser utilizado, por exemplo, para gerar energia elétrica, fazendo com que a estimativa de esgotamento deste reduzisse.

Gouvêa Junior continua sua dissertação apresentando uma análise histórica sobre os inventores da máquina a vapor, citando os países que estavam na disputa pela honra de a ter criado. Assim, começa por citar o marquês de Worcester, autor da obra *Century of inventions*, publicada em 1663, e que por muito tempo passou por criador da máquina a vapor. Depois, segundo Gouvêa Junior, vieram Bighton, Savery, Newcomen, Watt, Hornblower, Woolf etc., todos da Inglaterra.

Continuando o relato da disputa entre os países sobre a autoria de invenção da máquina a vapor, Gouvêa Junior cita Blasco de Garay, um cientista espanhol que, em

[84] Coke = Coque = Combustível, espécie de carvão, proveniente da destilação do carvão de pedra.

1543, propôs ao imperador Carlos-Quinto uma máquina para mover os navios, mas que, segundo Gouvêa Junior, Blasco não quis registrar patente e seus escritos foram achados muito tempo depois.

Já a França atribui a Salomon de Caus, autor de *As razões das forças*, de 1615, a ideia da máquina a vapor. Gouvêa Junior elogia este inventor, diz que nesse tratado há coisas engenhosas, que muitos mecânicos de seu tempo apresentavam, ainda, como novas.

A Itália defendia que Branca, autor de um tratado publicado em Roma, em 1629, deveria ser considerado o inventor da máquina a vapor. Outros italianos atribuem a Scappi, que teve a ideia do emprego do vapor em motor em 1570.

Os Estados Unidos (na época denominado de *Os estados da União*) defendiam ser Rumsey da Virginia o autor da máquina.

Gouvêa Junior (1848, p.7) diz que todos esses ficariam para trás se a disputa fosse da forma como queriam, pois, Heron de Alexandria imaginou um aparelho que utilizava o vapor da água como motor. Este aparelho recebe o nome de *machina de reacção* e está descrito no tratado *Spiritalia seu pneumatica*.

Porém, considera que o que é certo entre os aperfeiçoamentos da máquina a vapor é que Deniz-Papin, natural de Blois (França), foi o primeiro que imaginou a máquina a vapor com êmbolo. Também publicou um artigo no *Actes de Leipsick*, em 1688, página 644, no qual explica como combinar em uma mesma máquina o fogo e a ação do vapor elástico com a propriedade de condensar-se pelo resfriamento. (GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.7)

Gouvêa Junior nos informa também que o Capitão Savery, em junho de 1699, foi o primeiro a executar uma experiência em público, “operou a condensação do vapor pelo resfriamento que aspersões d'agua fria occasionavam nas paredes exteriores do vaso metalico que a encerrava.” (GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.7). Comenta que foi a máquina de Thomas Newcomen, a *machina atmospherica*, aparecida em 1705 a primeira a prestar serviços à indústria.

O mecânico escocês James Watt aperfeiçoou as máquinas de seus predecessores. Resolveu o problema dos aquecimentos e resfriamentos sucessivos e, também, melhorou o consumo de combustível das máquinas, o que o ajudou a se

tornar conhecido como inventor da máquina a vapor. “Só em 1802 é que Trivithick e Vivian imaginaram, em Inglaterra, uma machina de alta pressão e duplo effeito, que foi applicada por elles e por outros construidores aos carros sobre os trilhos.” (GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.8)

Gouvêa Junior faz uma crítica sobre o reconhecimento daquele que executa a obra ao invés de conjuntamente reconhecer também quem a pensou,

> As felizes combinaçoes de Watt universalisaram o beneficio das machinas de vapor, seu nome tornou-se popular e immortal; entretanto que apenas são conhecidos os nomes daquelles que, antes delle, estudaram a força do vapor: porque o reconhecimento publico importa-se mui pouco com o nome dos theoricos que advinharam ou constataram um principio; espalhando seus sufragios sobre aquelle que o fecundou pela applicação. (GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.8)

Em seguida, Gouvêa Junior descreve as máquinas a vapor que estavam sendo utilizadas na época. Logo após faz nova crítica à falta de material teórico sobre as máquinas, diz que “[...] a theoria das machinas de vapor, tomadas em geral, não se acha ainda até o presente bem explicada. [...] e por falta deste conhecimento indispensavel, tem-se tornado impossivel todo o calculo theorico.” (GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.9)

O autor assume que, de todas as máquinas a vapor, é a Locomotiva que tem merecido maior destaque, por isso iria se empenhar em apresentar um estudo sobre ela.

Lembremos que, nessa época, de acordo com Brasil (2007?), na Europa e na América do Norte já haviam respectivamente 3.000 e 5.000 quilômetros de via férrea. E, no Brasil, começava a se estudar a possibilidade de implementar essas vias. Ainda segundo Brasil (2007?)

> No que se refere especificamente à construção de ferrovias no Brasil, o Governo Imperial consubstanciou na Lei n.º 101, de 31 de outubro de 1835, a concessão, com privilégio pelo prazo de 40 anos, às empresas que se propusessem a construir estradas de ferro, interligando o Rio de Janeiro, São Paulo, Minas Gerais, Rio Grande do Sul e Bahia. O incentivo não despertou o interesse desejado pois as perspectivas de lucro não foram consideradas suficientes para atrair investimentos. (Brasil, 2007?)

Mas somente em 1852, é que Irineu Evangelista de Souza, (1813-1889), o futuro Barão de Mauá, teve a concessão do Governo Imperial para a construção e exploração de uma linha férrea, no Rio de Janeiro.

Assim, Gouvêa Junior (1848, p.10) descreve o funcionamento de uma máquina locomotiva e diz que “para avaliar a força das machinas, o uso tem admittido, na industria, o emprego de uma unidade de medida chamada cavallo de machina a vapor, ou por abreviação cavallo-vapor, que equivale a 75 kilogrammetros.”

Gouvêa Junior não explica o que entende por *kilogrammetros*. Buscando por informações a respeito, encontramos no site http://www.if.ufrgs.br/~leila/vapor.htm, uma explicação em relação à origem da palavra cavalo-vapor, a qual nos informa que “hoje cavalo-vapor é a potência necessária para elevar um metro de altura uma massa de 75kg em um segundo.” Assim, na notação de Gouvêa Junior entendemos que 75 kilogrammetros equivale ao mesmo.

O autor ainda esclarece que a palavra “força” é empregada de forma errada. Na verdade, quando se usa essa palavra, na mecânica está se querendo dizer “trabalho”.

Em seguida, dá um exemplo de como calcular o trabalho realizado por uma máquina que possui uma força de 80 cavalos. Explica que essa expressão - 80 cavalos - significa que a máquina é capaz de produzir um trabalho contínuo de 80 vezes 75km [85], ou seja, produz 6000km por segundo.

Gouvêa Junior (1848, p.10 e 11) propõe outro exemplo, agora inverso ao primeiro: “si uma machina póde produzir um trabalho continuo de 3000kilogrammetros por segundo, esta machina, para empregar a locução usada, tem uma força de 40 cavallos, porque 3000/75=40.”

Assim, a máquina que realiza um trabalho de 3000 kilogrammetros por segundo, possui uma força de 40 cavalos.

Depois define o que chama de trabalho de uma força. “Quando uma força é empregada em um uso industrial, não basta, para ter a medida de sua acção, o considerar esta força em si mesma, é mister attender álem disso ao caminho que

85 Gouvêa Junior usa o símbolo “km” para expressar kilogrammetros. Unidade de medida utilizada por ele para expressar potência, não tem a ver com o “km” que utilizamos como abreviação da palavra quilômetros.

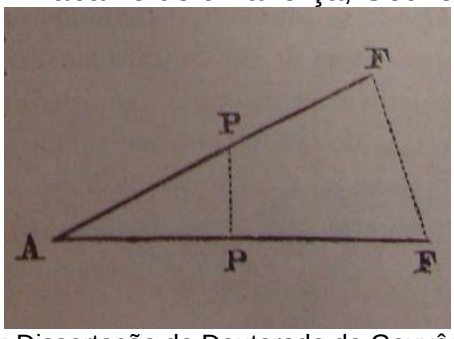
descreve seu ponto de applicação.” Assim, explica como se calcula o trabalho em dois casos:

- ✓ Quando a força tem a mesma direção do deslocamento;
- ✓ Quando a força não tem mesma direção do deslocamento.

Para explicar o primeiro caso, diz que “o producto da força pelo caminho que descreve seu ponto de applicação é o que se chama seu trabalho.” Em notação usual □=F.d, em que □ é o trabalho, F é a força e d o deslocamento realizado.

Já para o segundo caso, Gouvêa Junior usa nota de rodapé para explicar. Para tanto, faz uso da figura que aqui reproduzimos como figura 2, que se encontra nessa nota de rodapé e não ao final da dissertação, como ocorreu nas demais dissertações.

Figura 2: Trabalho de uma força, Gouvêa Junior



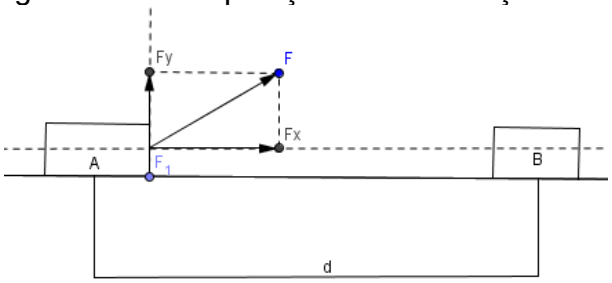
Fonte 3: Dissertação de Doutorado de Gouvêa Junior

Inicia a explicação da seguinte forma:

> Quando o ponto de applicação A de uma força constante F descreve um caminho rectilineo AP cuja direcção é differente da da força F, abaixa-se da extremidade P uma perpendicular PP' sobre a direcção AF; a distancia AP é então o que se chama a projecção do caminho AP sobre a direcção da força, e é o producto desta projecção AP' pela força F que toma então o nome de trabalho da força F. (GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.11)

Em linguagem usual, Gouvêa Junior, está explicando que a força que não tem mesma direção do deslocamento possui uma decomposição em duas direções F_x e F_y, como pode ser visto na figura 3 elaborada por nós, para melhor compreendermos essa decomposição. Então, o trabalho realizado será □$_{F1}$=AP’.F.

Figura 3: Decomposição de uma força



Fonte 4: Elaborada pela autora

E continua a explicação do segundo caso:

> O trabalho no mesmo caso, póde ainda avaliar-se de uma maneira diferente. Seja AF a linha que representa a força B (e que contém por conseguinte tantas vezes uma certa quantidade de comprimento arbitrario quantos kilogrammos vale a força F). Abaixemos do ponto F sobre a direcção de AP a perpendicular FF'; e seja F' a força que seria representada pelo comprimento AF' (e que valeria por conseguinte tantos kilogrammos quanto a linha AF' contém de vezes a unidade de comprimento arbitrario de que acima foi questão). A força F' será o que se chama a projecção da força F sobre a direcção de AP; e o producto do caminho AP pela projecção F' da força B sobre a direcção deste caminho será uma segunda expressão do trabalho da força F. (GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.12)

Nesse trecho, Gouvêa Junior tenta explicar que se o componente $F_y = 0$, então somente a força na direção x ocorrerá e a mesma será dada por F_x=F'. AP, que pode ser considerada como uma segunda expressão de trabalho da força F, ou seja, $\square_{F2}$ =F.AF', e é isso que quer demonstrar usando semelhança de triângulos (observando a figura 2), temos por hipótese temos que F/F'=AP/AF'. Pela semelhança dos triângulos FAF' e PAP' [86] temos que AF/AF' = AP/AP', então F/F' = AP/AP' → F . AP'=F' . AP. Em seguida, explica como surgiu a unidade de medida cavalo-força

> As primeiras experiencias sobre o trabalho do cavallo se fizeram nas minas de Cornouailles. Ora, o trabalho do esgoto em que ahi os cavallos eram empregados, exigindo quasi sempre uma grande actividade, estes animaes desenvolviam durante quatro horas de serviço, por dia sómente, um trabalho de perto de 75 kilogrammetros por segundo. Foi este numero que Watt tomou por medida do que elle chamava a força de um cavallo (horse power), unidade empregada por elle, e por todos a seu exemplo, para avaliar o trabalho das machinas. (GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.12)

[86] No original, Gouvêa Junior diz que a semelhança é entre os triângulos FAF' e MAP', como não há o ponto M, trocamos pelo o que consideramos correto, que é o ponto P.

Depois, Gouvêa Junior propõe um problema: quantos cavalos são necessários para substituir uma máquina a vapor com força de 10 cavalos? E faz uma ressalva de que o trabalho desta máquina não pode ser substituído por 10 cavalos, uma vez que a máquina trabalha por 24 horas/dia e o cavalo não pode trabalhar por mais de oito horas. Faz, então, alguns cálculos para responder a pergunta.

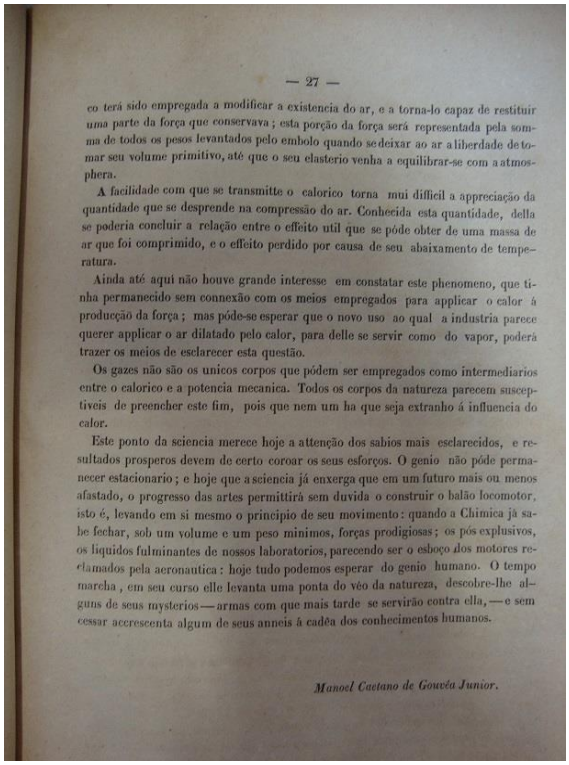
- ✓ A máquina trabalhando 24h=86.400s por dia desenvolve, 86.400s . 75 km/s= 6.480.000 km.
- ✓ O cavalo trabalhando 8h=28.800s por dia desenvolve em média, 28.800s . 75 km/s=2.160.000km.
- ✓ Gouvêa Junior, trabalha com o número de 1.166.400km o que corresponde à 4,32h por dia de trabalho do cavalo.
- ✓ Agora, para encontrarmos a resposta, basta que efetuemos a divisão 6.480.000Km por 1.166.400km=5,5555....
- ✓ Mas a resposta não é 5,5 cavalos, pois esse número seria necessário se a máquina tivesse um cavalo-força. A máquina possui 10 cavalos-força; assim, são necessários 55 cavalos para substituir uma máquina com força de 10 cavalos.

Prosseguindo com a dissertação, Gouvêa Junior explica o funcionamento da máquina à vapor com êmbolo e, para tanto, utiliza uma figura junto ao texto. A seguir apresenta alguns cálculos sobre o trabalho de condensação que, de acordo com o autor, depende da temperatura a que o vapor deve ser baixado, da densidade do vapor e do seu volume, da temperatura da água de injeção. Como exemplo cita o seguinte: “Sendo de 650 gráos o calor total de vaporisação, si se tem de liquidar a uma temperatura T uma quantidade V, será preciso subtrahir-lhe 650°-T, o que precisará de (650-T) /(T-t) . V de agua fria a uma temperatura t.” Supõe que V=6k, T=60°, e t=18°, e obtém (650-60)/(60-18) . 6 = 84,28k. Depois propõe o problema da seguinte forma:

> si for *x* a quantidade de agua a *t* de temperatura necessária para condensar um kilogrammo de vapor, a temperatura da agua, depois da condensação, será igual a (650+tx)/(x+1); e si, x=13k e t=8 nós teremos (650+8).13/(13+1)=754/14=53,84 para a temperatura da agua depois da condensação.(GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.16)

Já à página 18, Gouvêa Junior comenta sobre as novas experiências que tem sido feitas para melhorar as máquinas a vapor. Cita Sr. C. Smith, de Boston, que, segundo o autor, introduz uma importante modificação nas máquinas, tratando da melhora na condensação do vapor. Comenta, também, sobre as experiências de H. Davy, que tenta utilizar outros gazes comprimidos como agentes motores para as máquinas. Finaliza dizendo não haver registro dessas máquinas ou que estejam em funcionamento em qualquer lugar. (GOUVÊA JUNIOR, 1848, p.19)

Figura 4: Penúltima página da obra de Manoel Caetano de Gouvêa Junior



— 27 —

co terá sido empregada a modificar a existencia do ar, e a torna-lo capaz de restituir uma parte da força que conservava; esta porção da força será representada pela somma de todos os pesos levantados pelo embolo quando se deixar ao ar a liberdade de tomar seu volume primitivo, até que o seu elasterio venha a equilibrar-se com a atmosphera.

A facilidade com que se transmitte o calorico torna mui difficil a appreciação da quantidade que se desprende na compressão do ar. Conhecida esta quantidade, della se poderia concluir a relação entre o effeito util que se póde obter de uma massa de ar que foi comprimido, e o effeito perdido por causa de seu abaixamento de temperatura.

Ainda até aqui não houve grande interesse em constatar este phenomeno, que tinha permanecido sem connexão com os meios empregados para applicar o calor á producção da força; mas póde-se esperar que o novo uso ao qual a industria parece querer applicar o ar dilatado pelo calor, para delle se servir como do vapor, poderá trazer os meios de esclarecer esta questão.

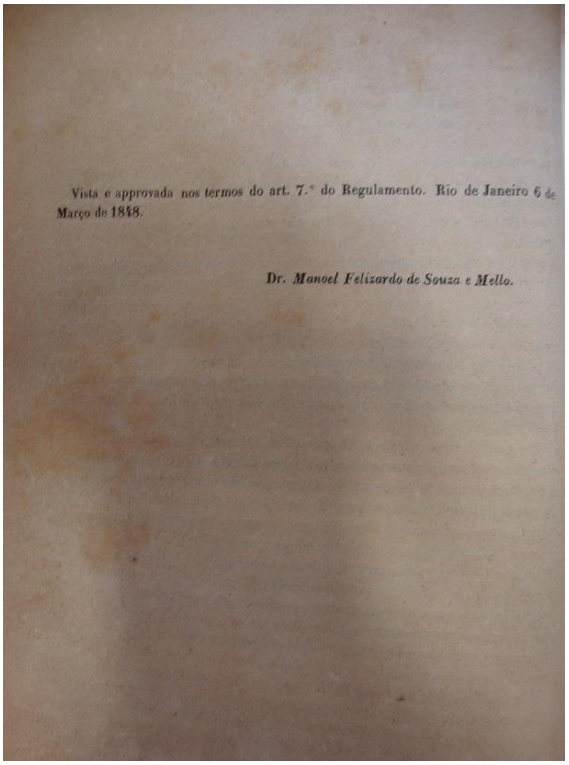
Os gazes não são os unicos corpos que pódem ser empregados como intermediarios entre o calorico e a potencia mecanica. Todos os corpos da natureza parecem susceptiveis de preencher este fim, pois que nem um ha que seja extranho á influencia do calor.

Este ponto da sciencia merece hoje a attenção dos sabios mais esclarecidos, e resultados prosperos devem de certo coroar os seus esforços. O genio não póde permanecer estacionario; e hoje que a sciencia já enxerga que em um futuro mais ou menos afastado, o progresso das artes permittirá sem duvida o construir o balão locomotor, isto é, levando em si mesmo o principio de seu movimento: quando a Chimica já sabe fechar, sob um volume e um peso minimos, forças prodigiosas; os pós explusivos, os liquidos fulminantes de nossos laboratorios, parecendo ser o esboço dos motores reclamados pela aeronautica: hoje tudo podemos esperar do genio humano. O tempo marcha, em seu curso elle levanta uma ponta do véo da natureza, descobre-lhe alguns de seus mysterios — armas com que mais tarde se servirão contra ella, — e sem cessar accrescenta algum de seus anneis á cadêa dos conhecimentos humanos.

Manoel Caetano de Gouvêa Junior.

Fonte 5: Dissertação de Doutorado de Manoel Caetano de Gouvêa Junior

Figura 5: Última página da obra de Manoel Caetano de Gouvêa Junior



Vista e approvada nos termos do art. 7.° do Regulamento. Rio de Janeiro 6 de Março de 1848.

Dr. Manoel Felizardo de Souza e Mello.

Fonte 6: Dissertação de Doutorado de Manoel Caetano de Gouvêa Junior

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Manoel Caetano de Gouvêa Junior, como vimos, foi o quinto bacharel a receber o título de doutor em Ciências Matemáticas no Brasil em meados do século XIX, mais precisamente, em 1848, quando cumpriu com as exigências dispostas no *Decreto nº*

476 de 29 de setembro de 1846, que regulamentava a obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas na Escola Militar, instituído nesta escola por meio do *Decreto nº 140 de 09 de Março de 1842.*

Gouvêa Junior apresenta um estudo sobre o vapor que pode ser considerado como motor, e destaca a Máquina a Vapor. Em seu estudo aborda a História dessas máquinas e como as mesmas funcionavam.

O assunto escolhido por Gouvêa Junior é interessante e nos mostra uma parte da educação superior que era dada no século XIX no Brasil. A tabela de conversão de pesos e medidas trazida em sua dissertação chama a atenção por estar sendo usada mesmo antes de ser adotada oficialmente no país.

Acreditamos que esta dissertação possa ser trabalhada em sala de aula de aula para tratar assuntos ligados a matemática, química ou física. Estamos adaptando a mesma para esta finalidade e esperamos que em breve possamos divulgar o material.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Fontes

[1] BRASIL (1810). *Carta de Lei de 4 de Dezembro de 1810. Crea uma Academia Real Militar na Côrte e Cidade do Rio de Janeiro*. Lex: Coleção de Leis do Império do Brasil - 1810 Página 232 Vol. 1. Disponível em: http://www2.camara.gov.br/legin/fed/carlei/anterioresa1824/cartadelei-40009-4-dezembro-1810-571420-norma-pe.html. Acesso em: 12 de jul. 2012.

[2] BRASIL (1832). *Decreto de 9 de Março de 1832. Reforma a Academia Militar da Côrte encorporando nella a dos Guardas Marinhas; e dá-lhe novos estatutos*. Lex: Colecção das Leis do Brazil, 1831-1840, Atos do Poder Executivo - 1832. Leis do Império. Disponível em http://www2.camara.gov.br/atividade-legislativa/legislacao/publicacoes/doimperio. Consulta realizada em 26 de jul. 2012.

[3] BRASIL (1833). *Decreto de 22 de Outubro de 1833. Separa a Academia de Marinha, e a companhia dos Guardas Marinhas, da Academia Militar da Côrte, e dá a esta novos estatutos*. Lex: Colecção das Leis do Brazil, 1831-1840, Atos do Poder Executivo - 1833. Leis do Império. Disponível em http://www2.camara.gov.br/atividade-legislativa/legislacao/publicacoes/doimperio . Consulta realizada em 26 de jul. de 2012.

[4] BRASIL (1842). *Decreto nº 140 - 09 de Março de 1842. Approva os Estatutos da Escola Militar, em virtude do Artigo 15 § 2º da Lei de 15 de Novembro de 1831*. Lex: Colecção das Leis do Brazil, 1831-1840, Atos do Poder Executivo - 1831. Leis do Império. Disponível em http://www2.camara.gov.br/atividade-legislativa/legislacao/publicacoes/doimperio. Consulta realizada em 26 de jul. 2012.

[5] BRASIL. *Decreto nº 476 de 29 de setembro de 1846. Appovando o Regulamento para execução do Artigo 17 dos Estatutos da Escola Militar*. Lex: Colecção das Leis do Brazil, 1831-1840, Atos do Poder Executivo - 1846. Leis do Império. Disponível em http://www2.camara.gov.br/atividade-legislativa/legislacao/publicacoes/doimperio. Consulta realizada em 26 de jul. de 2012.

[6] GOUVÊA JUNIOR, Manoel Caetano de (1848). *O Vapor d'Agua Considerado Motor*. Rio de Janeiro. Tese de Doutorado - Faculdade de Mathematicas da Escola Militar do Rio de Janeiro.

[7] *TERMO de Grau de Doutor nº1, 1846-1858*, disponível no Museu da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, às páginas 13, 14 e 15.

Referências

[1] BRASIL. Ministério dos Transportes. (2007?). DNIT - Departamento Nacional de Infra-Estrutura de Transportes. *Ferrovias - Histórico*. Disponível em:<http://www.dnit.gov.br/ferrovias/historico/historico/>. Consulta realizada em 20 de fev. 2014.

[2] CANO, Telma Monreal. (2008?). *Carvão Mineral*. Disponível em <https://sis\\ temas.dnpm.gov.br/publicacao/mostra_imagem.asp?IDBancoArquivoArquivo=\\ 3970>. Consulta realizada em 19 de fev. 2014.

[3] MÁQUINA A VAPOR. Disponível em < http://www.if.ufrgs.br/~leila/vapor.htm >. Acesso em 19 de fev. 2014.

[4] MILLER, Célia Peitl (2003). O Doutorado em matemática no Brasil: um estudo histórico documentado (1842-1937). Rio Claro. Dissertação de mestrado - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas.

[6] SIQUEIRA MARTINES, Mônica de Cássia, 2014. *Primeiros doutorados em Matemática no Brasil: uma análise histórica*. Tese de Doutoramento, Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho, UNESP - Rio Claro.

[5] ZUIN, Elenice de Souza Lodron. *A Aritmética Escolar Sob Uma Nova Ótica Nas Escolas No Século XIX: inserção do sistema métrico decimal nas escolas brasileiras e portuguesas*. Disponível em <http://sbem.esquiro.kinghost.net/an\\ ais/XIENEM/pdf/3611_2036_ID.pdf>. Consulta realizada em 19 de fev. 2014.

ISSN 2236-4102

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS CURSOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: um mapeamento inicial

Mariana Feiteiro Cavalari [87]
Sabrina Helena Bonfim[88]
Angelica Raiz Calabria[89]

RESUMO

Diversos estudos apontam as contribuições e a relevância de uma abordagem da História da Matemática nos cursos de formação de professores de Matemática. Neste contexto, o presente trabalho buscou identificar e mapear os cursos (presenciais) de formação de professores de Matemática, ofertados por Universidades Federais Brasileiras, que preveem a disciplina de História da Matemática. Destacamos que no presente trabalho são apresentados resultados parciais da investigação intitulada "A História da Matemática na formação de inicial de professores nas Universidades Federais Brasileiras", financiada pelo CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), a qual envolve pesquisadores, graduandos e pós-graduandos de quatro instituições de ensino superior do Brasil. Para a realização desta pesquisa, inicialmente foram identificados todos os cursos de formação de professores de Matemática ofertados por universidades federais brasileiras e, posteriormente, foram buscados documentos relativos a estes cursos, tais como, Projeto Político Pedagógico ou Matriz Curricular ou Ementário. Desta forma, foram localizados documentos relativos à 77% dos cursos identificados. Com base nestes documentos, foram identificadas as disciplinas que abordavam aspectos relativos à História da Matemática. Estas disciplinas abordam questões referentes a: História da Matemática, História da Matemática no Brasil, História da Matemática no Ensino, História da Educação Matemática e História da Matemática como uma área de pesquisa. Ressaltamos que dos 91 cursos analisados, 73 ofertam ao menos uma disciplina de "História da Matemática", sendo que em 66 cursos há ao menos uma desta disciplina obrigatória. Este fato indica que a disciplina de História da Matemática tem ganhado espaço nos cursos de Matemática, já que pesquisas anteriores indicam que no início dos anos 2000 havia muitos cursos de Matemática que não ofertavam a disciplina de História da Matemática.

Palavras-chave: História da Matemática. Formação de Professores. Brasil.

[87] Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI). E-mail: mfcavalari@unifei.edu.br.
[88] Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS). E-mail: Sabrina_helenabonfim@yahoo.com.br.
[89] Centro Universitário da Fundação Hermínio Ometto (UNIARARAS). E-mail: angel_raiz@yahoo.com.br.

INTRODUÇÃO

A História da Matemática na formação do professor vem sendo discutida há diversos anos e as discussões sobre esta temática tiveram um grande avanço no início da década de 1980 (MIGUEL e BRITO, 1996).

No âmbito brasileiro, de acordo com estes autores, esta temática começou a ganhar destaque no I Encontro Paulista de Educação Matemática, em 1989, no qual foram realizadas discussões relativas as contribuições da História da Matemática para a formação de professores.

Após a realização deste evento, alguns trabalhos da área de História da Matemática e/ou Educação Matemática foram realizados com o intuito de identificar as contribuições da História da Matemática (HM) na formação de professores. Para Araman (2011), a História da Matemática pode ser relevante para a formação de professores de Matemática, pois "[...] os estudos históricos a respeito dos diversos tópicos de matemática podem enriquecer o conhecimento do professor e, em consequência disso, sua atuação em sala de aula" (ARAMAN, 2011, p. 74).

Para esta autora, a História da Matemática no curso de formação de professores pode contribuir para a compreensão dos conteúdos matemáticos; à compreensão da natureza do conhecimento matemático; à capacidade de contextualizar o conhecimento matemático; à formação metodológica do professor; à percepção das relações entre o conhecimento matemático e outras áreas do conhecimento; à formação interdisciplinar do professor (ARAMAN, 2011).

De modo semelhante, Silva (2001), ressalta quatro funções que os estudos históricos podem desenvolver na formação de professores de Matemática, a saber:

> - Função diretamente relacionada ao conhecimento da História da Matemática;
> - Função Metodológica e epistemológica;
> - Função utilitária visando ao uso da História da Matemática em sala de aula;
> - Função diretamente ligada ao conhecimento da história da Educação Matemática (SILVA, 2001, p. 158).

Com relação a primeira função, a autora esclarece que os estudos históricos permitem ao futuro professor conhecer episódios referentes ao desenvolvimento de

conteúdos e/ou conceitos matemáticos. Já a segunda função se refere a HM auxiliar no desenvolvimento de concepções acerca da Matemática. A terceira função se refere a contribuição da HM para que o futuro professor possa elaborar métodos e técnicas a serem aplicados no ambiente escolar. Por fim, a quarta função, associa-se a relevância da história da Educação Matemática para a própria profissão docente (SILVA, 2001).

Além de todas estas contribuições para a formação de professores, para Balestri (2008), a história da matemática pode contribuir para que o futuro professor entenda a Matemática como construção humana e manifestação cultural.

Com base nestes apontamentos, ressaltamos a relevância da inclusão da abordagem da História da Matemática nos cursos de formação de professores de Matemática.

Entretanto, enfatizamos que a HM pode ser abordada de variadas formas em um curso de formação de professores. Dentre estas, destacamos a abordagem da HM por meio de uma disciplina específica de HM ou a abordagem de temáticas relativas à HM em disciplinas que não são especificamente voltadas à HM, ou ainda da forma "orgânica" proposta por Miguel e Brito (1996). Para estes autores, a HM deveria ser contemplada em variadas disciplinas do curso e não em uma disciplina específica. Desta maneira, a história contribuiria para uma problematização e possibilitaria ampliar os conhecimentos matemáticos do futuro professor, expandir novas ideias e perspectivas com relação a Matemática e seu ensino (MIGUEL; BRITO, 1996). Porém, destacamos que, embora esta forma de abordar a HM seja de fato, muito interessante, alguns pesquisadores ressaltam a dificuldade de implementá-la (BALESTRI, 2008).

Neste contexto, enfatizamos a relevância da existência de uma disciplina especificamente voltada para HM nos cursos de formação de professores. Um dos primeiros indícios da implementação da disciplina História da Matemática nos currículos de graduação, no Brasil, foi no curso de Matemática da Universidade de São Paulo (USP), em 1934. Embora esta disciplina estivesse prevista em seu currículo não há informações se de fato esta foi ministrada. Posteriormente, em 1968, nesta mesma instituição, a História da Matemática começou a fazer parte das disciplinas obrigatórias do currículo das licenciaturas (SILVA, 2001).

Em 1985, membros da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBM) e da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC), elaboraram um documento acerca de um currículo mínimo para as Licenciaturas em Matemática, no qual recomendava-se que a História da Matemática fosse uma disciplina optativa (SILVA, 2001). Para esta autora, "[...] a sugestão da SBM representou um momento de conquista da importância da História da Matemática no curso de formação de professores" (SILVA, 2001, p. 145).

Considerando a relevância da HM na formação de professores de Matemática, Silva (2001), realizou uma pesquisa sobre a HM em cursos superiores de Matemática, na qual foram investigados 28 cursos públicos e privados de diferentes regiões do Brasil. Nesta pesquisa, foi identificado que pouco mais da metade dos cursos ofertavam a disciplina de HM.

Após quase duas décadas da realização desta investigação, a presente pesquisa foi realizada com o objetivo de identificar e mapear os cursos (presenciais) de formação de professores de Matemática, ofertados pelas Universidades Federais Brasileiras, que preveem a disciplina de História da Matemática.

Merece destaque que o presente trabalho apresenta resultados parciais da investigação intitulada "A História da Matemática na formação de inicial de professores nas universidades Federais Brasileiras", financiada pelo CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico)[90] e envolve professores, graduandos e pós-graduandos de quatro instituições de ensino superior do Brasil.

Para apresentarmos este mapeamento, o presente trabalho se divide em três partes. Na primeira são expostos os caminhos percorridos no desenvolvimento deste mapeamento, posteriormente são apresentados os cursos de formação de professores de Matemática que possuem ao menos uma disciplina que aborda a temática de HM e, por fim, são apresentadas algumas considerações sobre a realização desta investigação.

[90] As autoras desta proposta de trabalho são integrantes da equipe do projeto, sendo a primeira autora a coordenadora.

CAMINHOS PERCORRIDOS NO DESENVOLVIMENTO DESTA PESQUISA

O presente trabalho, conforme já apontado, visa identificar e mapear os cursos (presenciais) de formação de professores de Matemática, ofertados por universidades federais brasileiras, que preveem a disciplina de História da Matemática. Este é resultado do esforço de uma equipe de trabalho formada por pesquisadores, mestrandos e graduandos que participam do desenvolvimento de uma pesquisa financiada pelo CNPq.

Na primeira etapa da investigação realizou-se buscas pelos cursos de formação de professores de matemática ofertados por universidades federais brasileiras no sítio eletrônico do Ministério da Educação (E-MEC) disponível em *http://emac.mec.gov.br/.* Tais buscas foram realizadas por regiões brasileiras, sendo estas desenvolvidas por graduandos e mestrandos (conforme indicado no Quadro 1), utilizando parâmetros pré-estabelecidos[91], no período de agosto de 2016 a setembro de 2017.

Posteriormente, foi realizada uma busca[92], pelos mesmos parâmetros, por todas as Universidades Federais Brasileiras que ofertam o curso de formação de professores de Matemática e, os resultados foram conferidos pelas autoras do presente trabalho. Em caso de divergência, foram realizadas novas buscas no sítio eletrônico do E-Mec. Desta forma, identificamos os cursos presenciais de formação de professores de Matemática ofertados por Universidades Federais Brasileiras.

Foram realizadas, também, pelos graduandos e mestrandos indicados no quadro 1[93], buscas pelos Projetos Políticos Pedagógicos (PPP) destes cursos. Tais buscas foram realizadas nos sítios eletrônicos das universidades e em sítios de buscas *online.*

[91] Na modalidade consulta avançada do E-Mec, foram utilizados os seguintes parâmetros: Curso de Graduação: Matemática; Gratuidade do curso: sim; Grau: Licenciatura; Situação: em atividade.

[92] Esta busca foi realizada pela graduanda Helen Kris Renó Cintra no desenvolvimento de sua Iniciação Científica na Universidade Federal de Itajubá.

[93] Com exceção do discente Paulo Felipe Toro, que está desenvolvendo esta etapa do trabalho e, portanto, ainda não tem os dados finalizados.

QUADRO 1: Graduandos(as) e Mestrandos(as) envolvidos na identificação dos cursos dos cursos mapeados

Graduando(a) e/ou Mestranda	Região e/ou estado investigado	Trabalho desenvolvido ou em desenvolvimento[94]	Universidade
Karine Reis Pereira	Estados de São Paulo, Rio de Janeiro e Espírito Santo	Iniciação Científica: A História da Matemática na formação de professores de Matemática das Universidades Federais Brasileiras: os casos do Espírito Santo, São Paulo e Rio de Janeiro.	UNIFEI
Silvia Raquel Aparecida de Moraes	Estado de Minas Gerais	Mestrado: A história da Matemática e sua articulação com a educação Básica em disciplinas dos cursos de formação de professores de Universidades Federais Brasil localizadas no Estado de Minas Gerais.	UNIFEI
Paulo Felipe Toro	Região Centro-Oeste do Brasil	Iniciação Científica: A história da Matemática na formação inicial de professores de Matemática nas Universidades Federais Brasileiras: Um recorte no Centro-Oeste	UFMS
Giovana Elias Riboli Freire	Região Nordeste do Brasil	Mestrado: A História da Matemática na formação de professores: o caso das universidades Federais localizadas no Nordeste do Brasil.	UNIFEI
Amanda Kethlen Manfredini Carneiro	Região Sul do Brasil	Iniciação Científica: A História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática nas Universidades Federais Brasileiras.	UNIFEI
Bruno Vinicius da Silva	Região Norte	Iniciação Científica: A História da Matemática na formação de professores de Matemática nas Universidades Federais Brasileiras.	UNIFEI

Fonte: Elaborado pelas Autoras

[94] Trabalhos, que conforme já explicitado, foram e/ou estão sendo desenvolvidos no âmbito da pesquisa intitulada "A História da Matemática na formação de inicial de professores nas universidades Federais Brasileiras", da qual o presente trabalho apresenta resultados parciais.

Nesta etapa da investigação foram identificados que dois cursos estavam inativos. Esta informação presente em sítios eletrônicos das universidades estava em divergência com aquela apresentada pelo E-Mec. Nesse caso, estes dois cursos não foram considerados na sequência do trabalho investigativo.

Posteriormente, foram buscados, nos sites das instituições, ementários e/ ou matrizes curriculares dos cursos nos quais os PPP não puderam ser localizados.

Baseados nos PPP, ementários e matrizes curriculares, os mestrandos e graduandos expostos no quadro 1[95], identificaram as disciplinas relativas à HM propostas para serem abordadas nos cursos de formação de professores de Matemática das Universidades Federais Brasileiras.

Reunimos e sistematizamos as informações obtidas desta forma e, então, mapeamos a HM nestes cursos de Formação de professores de Matemática ofertados por Universidades Federais Brasileiras. Tal mapeamento será apresentado no item subsequente.

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM CURSOS PRESENCIAIS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA OFERTADOS POR UNIVERSIDADES FEDERAIS BRASILEIRAS

O presente trabalho, conforme já exposto, visa mapear os cursos presenciais de formação de professores de Matemática, ofertados por Universidades Federais Brasileiras, que propõem a disciplina de HM.

Foram identificados, no desenvolvimento do presente mapeamento 118 destes cursos, que apresentam variadas denominações, dentre as quais, apresentamos: Licenciatura em Matemática, Ciências – Matemática e Física, Licenciatura Integrada em Ciências, Matemática e Linguagens, Licenciatura Integrada em Matemática e Física, Educação do Campo – Ciências da Natureza e Matemática, Formação intercultural para educadores indígenas, Interdisciplinar em Matemática e computação

[95] Idem.

e suas tecnologias, Educação do Campo com Habilitação em Ciências da Natureza e Matemática, Ciências Naturais e Matemática e Licenciatura em Ciências Exatas.

Estes cursos são ofertados por 58 universidades Federais e estão distribuídos por todos os estados brasileiros e Distrito Federal. Apresentamos estes dados por região brasileira no quadro 2:

QUADRO 2: Distribuição dos cursos presenciais de formação de professores de Matemática, ofertados por Universidades Federais Brasileiras

Região	Cursos	Universidades
Sul	21	10
Sudeste	28	18
Norte	24	9
Nordeste	30	16
Centro-Oeste	15	5

Fonte: Elaborado pelas Autoras, com dados dos trabalhos, apresentados no quadro 1, que foram e/ou estão sendo desenvolvidos no âmbito da pesquisa intitulada “A História da Matemática na formação de inicial de professores nas universidades Federais Brasileiras”.

No decorrer desta investigação, foram identificados 77 PPP e 14 ementários, ou seja, este mapeamento foi realizado considerando 91 cursos que representam 77% dos cursos identificados. Com base nestes documentos, identificamos que 84 cursos ofertam disciplinas que abordam temáticas relativas à HM e 1 curso apresenta a HM como eixo temático.

Com relação ao curso que apresenta a HM como eixo temático, este apresenta cinco temas integradores que são denominados de Eixos temáticos, dentre estes, o intitulado “Ciências, Tecnologia, Sociedade e Ambiente” aborda o tema: “Bases Históricas e Epistemológicas das Ciências, Matemática e Linguagens”, no qual uma temática abordada é “Bases Históricas e Filosóficas das Ciências e da Matemática”[96].

Com relação aos cursos que abordam temáticas relativas à HM em disciplinas, identificamos a existência de disciplinas nas quais são trabalhadas questões referentes a:

- HM
- HM no Brasil
- HM no Ensino de Matemática
- História da Educação de Matemática
- História da Matemática como uma área de pesquisa.

[96] Dado especificamente identificado por Bruno da Silva em sua iniciação científica, apresentada no quadro 1.

Considerando o nosso objetivo, destacaremos as disciplinas referentes à HM. Identificamos, nos cursos analisados, que a HM é abordada em disciplinas da área de Educação Matemática (nas quais são apresentados a história do desenvolvimento de conteúdos que serão lecionados na Educação Básica), em disciplinas da área de Matemática[97] (história dos conteúdos matemáticos que são abordados em tais disciplinas), em disciplinas especificamente voltadas à HM. Destacamos que estas últimas são o foco do presente mapeamento.

Dos 91 cursos analisados, 73 apresentam disciplinas especificamente voltadas para a "História da Matemática" e estas são denominadas de diversas formas, tais como: História da Matemática, tópicos especiais de história da Matemática, Evolução dos conceitos da Matemática, Evolução da Ciência e da Matemática, História e Filosofia da Matemática. Destes cursos, 66 preveem ao menos uma disciplina especificamente voltada para a História da Matemática de caráter obrigatório.

Este fato indica que a HM tem ganhado espaço nos cursos de Matemática e, neste caso específico, nos cursos de formação de professores de Matemática, já que para Silva (2001) e Mendes (2006) no início dos anos 2000 havia muitos cursos de Matemática que não ofertavam a disciplina de HM.

As disciplinas específicas de História da Matemática têm carga horária que variam entre 30h e 96h, entretanto, a maior parte destas disciplinas possui carga horária de 60h. Estas disciplinas são ofertadas a partir do quarto período, sendo que a maior parte destas é ofertada na segunda metade do curso.

O fato da disciplina específica de História da Matemática ser, em sua maioria, ofertada na segunda metade do curso, está em consonância com Balestri (2008) que ao entrevistar variados renomados pesquisadores da área de História da Matemática identificou que dois entrevistados entendem que

> [...] o amadurecimento dos conteúdos históricos deve acompanhar também o amadurecimento dos conteúdos matemáticos. Ao oferecer uma disciplina específica de história da matemática no início do curso, corre-se o risco de estudar a história de determinada área da matemática antes mesmo de seu

[97] No trabalho de Silvia R. A. de Moraes, apresentado no quadro 1, foi identificado um curso, no qual a temática relativa a HM está sendo abordada em variadas disciplinas da área de Matemática e, neste caso, foi estabelecida uma aproximação desta abordagem com a abordagem da HM denominada por Miguel e Brito (1996) como "orgânica".

> respectivo conteúdo ter sido trabalhado. Com isso, a história poderá ser simplesmente lida, ao invés de ser trabalhada em termos matemáticos. Nessa perspectiva, é sugerido que tais disciplinas sejam ofertadas a partir da segunda metade do curso de formação, momento em que os futuros professores já possuem certo amadurecimento do conteúdo matemático (BALESTRI, 2008, p. 81).

Neste sentido, podemos conjecturar que o fato das disciplinas de HM serem ofertadas na parte final do curso, pode indicar que há um intuito de que o licenciando já tenha um "amadurecimento matemático" para cursar esta disciplina. Esta conjectura pode ser reforçada pelo fato de que esta disciplina em diversos cursos possui como pré-requisito disciplinas Matemáticas.

Para finalizar, enfatizamos que os dados desta investigação indicam que a temática da História da Matemática está presente na maioria dos cursos analisados e que a disciplina específica de HM tem ganhado espaço nas matrizes curriculares dos cursos de formação de professores de Matemática, em especial, como uma disciplina obrigatória.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresenta resultados de uma pesquisa coletiva, realizada no âmbito do projeto intitulado "A História da Matemática na formação de inicial de professores nas Universidades Federais Brasileiras", que visa mapear os cursos de formação de professores de Matemática que preveem a disciplina de HM, ofertados por Universidades Federais Brasileiras.

Os resultados deste trabalho mostram que grande parte dos cursos analisados prevê uma disciplina obrigatória específica de HM, fato que indica que esta temática tem ganhado espaço nos cursos de formação de professores. Além disto, a realização deste mapeamento apontou que os cursos analisados também apresentam disciplinas que abordam a HM no Brasil, História da Educação Matemática, História na Educação Matemática e HM como uma área de pesquisa. Neste sentido, evidenciamos a necessidade de continuarmos este mapeamento abordando as relações entre a HM e a Educação Matemática presentes em tais cursos.

Para finalizar, destacamos que o presente trabalho se configura como uma etapa inicial da referida pesquisa e devido a sua amplitude, não pode, até o presente momento, ser aprofundada. Tal aprofundamento, acontecerá nas próximas etapas da investigação, com a realização de análises das ementas e aplicação de questionários aos coordenadores dos cursos e aos docentes responsáveis pelas disciplinas que abordam temáticas relativas à HM e às relações entre HM e Educação Matemática.

Desta forma, buscamos traçar um panorama da abordagem da HM na formação inicial de professores de matemática e, assim, poderemos contribuir para os debates relativos a relevância e as possibilidades da inclusão da HM na formação de professores de Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAMAN, E. M. O. **Contribuições da História da Matemática para a construção dos saberes do professor de Matemática**. (tese: doutorado). 228 fl. Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina: 2011.

BALESTRI, R. D. **A Participação da História da Matemática na Formação Inicial de Professores de Matemática na Ótica de professores e pesquisadores**. (Dissertação: mestrado).104 f. Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina: 2008.

MENDES, I.A.; FOSSA, J.A.; VALDES, J.E.N. **A histórica como um agente de cognição na educação matemática.** Porto Alegre: Sulina, 2006.

MIGUEL A.; BRITO, A. J. A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática. In: FERREIRA, E. S. (org). **Cadernos CEDES 40 (Centro de Estudos Educação e Sociedade)** – História e Educação Matemática. 1ª Edição. P. 47-61. Papirus: 1996.

SILVA, C. M. S. A História da Matemática e os cursos de formação de professores. In: CUNHA, H. N. (org), **Formação de professores:** uma visão multifacetada. P. 129-165. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

A INSERÇÃO DA HISTÓRIA NA PRÁTICA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA A PARTIR DE UM EVENTO INTERNACIONAL

Josinalva Estacio Menezes [98]

RESUMO

A história da matemática tem sido alvo de interesse de pesquisadores e matemáticos com registros muito antigos. Mais recentemente, tem sido inserida nos currículos de graduação em matemática como disciplina, e várias pesquisas e estudos têm sido feitos sobre as contribuições da história no ensino-aprendizagem de matemática, bem como as formas de uso dessa disciplina no ensino de matemática em todos os níveis. Essa comunicação traz os resultados de uma pesquisa cujo objetivo geral foi conhecer as opiniões de professores de matemática participantes de um evento internacional sobre o valor do uso da história no ensino-aprendizagem de matemática nos diversos níveis e países. Selecionamos todos os professores de todos os níveis de ensino que participaram do evento, e fizemos a coleta de dados através de um questionário trilíngue enviado a todos os professores, com perguntas e fechadas e abertas, estas últimas com solicitação de justificativa. Os referidos docentes escolheram uma versão para efetuarem suas respostas. Dentre os que responderam, 36 tiveram os questionários analisados e a partir disto, foi feito o relatório. A maioria dos pesquisados declarou que concorda com a importância da história no ensino da matemática, tanto para compreender o desenvolvimento e as circunstâncias da criação das ideias, como para aplicá-las às situações-problemas propostas no trabalho docente, aplicando-a, mesmo com formação em outras áreas e sem apoio das instituições. Esses professores consideram positivo usar história da matemática no ensino, buscam formas, metodologias, e também compartilhar suas descobertas. A partir disso, encaminhamos a necessidade de ampliar cada vez mais a discussão em torno desse tema.

Palavras-chave: Ensino. Matemática. História da matemática.

[98] Universidade de Brasília (UnB). jomene@bol.com.br. Agradeço ao aluno bolsista PIBIC Marcos Paulo Monteiro Sulckzinski, Licenciatura em Matemática desta universidade que auxiliou na coleta e transcrição dos dados.

INTRODUÇÃO

A história da matemática tem sido alvo de interesse de pesquisadores e matemáticos com registros muito antigos. Desde o século XVIII, é conhecido o trabalho de Montucla (1798), intitulado “Histoire des Mathématiques”, em quatro volumes, o qual foi considerado a melhor referência sobre história da matemática em sua época e durante muito tempo. A partir de um evento ligando história e ensino de matemática surgiu a ideia desta pesquisa.

Assim, realizamos uma pesquisa visando conhecer as concepções de professores de matemática participantes de um evento recente internacional sobre o tema sobre o valor do uso da história no ensino-aprendizagem, e selecionamos todos os professores que participaram do evento. A presença mais efetiva da história nos currículos de licenciatura em matemática é praticamente recente, e isso se reflete no ensino básico. Há menos de três décadas atrás, não víamos efetivamente a história da matemática como disciplina, e os livros texto sobre história da matemática (BOYER, 1967, STRUICK, 1968; EVES) eram utilizados como leitura ilustrativa, não como livro didático.

Após a introdução da história da matemática como disciplina, os referidos livros e publicações afins (AABOE (1984; SOUZA e MENEZES, 2004) passaram a fazer parte do universo didático na academia. No entanto, em pesquisas que realizamos anteriormente (MENEZES, 2011) e eventos nacionais e internacionais sobre história da matemática, observamos no discurso dos participantes a necessidade de inserir a história no ensino de matemática em diversos aspectos, de diversas formas. Já existem publicações que tratam deste aspecto (MATHESIS, 1996; MIGUEL,1993) e publicações mais recentes (LINTZ, 1999, 2012). A partir destas reflexões, consideramos pertinente fazer uma pesquisa como essa junto a participantes de um congresso internacional de história da matemática para verificar a relação da prática de professores que participam de eventos afins, com a história da matemática. Acreditamos que a pesquisa auxiliará na formatação de um panorama geral das inserções da história da matemática na prática destes professores. É nessa direção que vamos seguir.

A inserção das tendências pedagógicas na prática dos professores em ensino das ciências em geral, e de matemática em particular, hoje é apontada como importante por causa da sua relevância para a compreensão de como se desenvolveu o conhecimento, buscando sempre qualificar o ensino, apoiada em uma perspectiva da educação questionadora e, consequentemente, transformadora. Interesse especial concerne à história, pois conhecer uma ciência prescinde de conhecer a história desta ciência. Isto nos permite compreender as circunstâncias sociais econômicas e culturais que levaram à produção deste ou daquele conhecimento.

Eventos, pesquisas e reflexões em torno da Educação Matemática podem ser um passo para a vivência de estratégias didáticas atuais, apontando a necessidade de uma nova sociedade, que levem em consideração aspectos sociais, econômicos, culturais e mediadas pelo professor como facilitador, viabilizando, a participação ativa do aluno na interação com o conhecimento científico. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a Matemática:

> [...] deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional. ” (BRASIL, 2006, p.151).

A defesa do uso da História da Matemática no ensino da matemática tem sido objeto de pesquisa em diversos países, inclusive no Brasil, tal importância para a pesquisa em ensino da matemática, sob vários aspectos, tem sido mostrada com muita frequência na literatura especializada da área. (PRADO, 1990; JARDINETTI, 1994; ESTRADA, 1993; FERREIRA, et al, 1992; MIGUEL, 1993; FOSSA, 1995).

Para Estrada (1993), o uso da história da matemática tem um papel facilitador ao processo de ensino e aprendizagem da matemática e aponta quatro estratégias a serem usados: a) através da biografia dos matemáticos; b) desenvolvendo temas usando a história; c) utilizando os termos matemáticos como forma de buscar seus significados e d) estudos de textos do passado.

É a falta da base epistemológica no ensino das ciências e de matemática, bem como a falta de reflexão sob a ótica da história da ciência reflete em: (a) reduzir a

história da ciência a nomes, datas e anedotas; (b) a concepções errôneas sobre o método científico e (c) ao uso de argumentos de autoridade (MARTINS, 2006) que tornam as aulas de ciências menos desafiadoras e, portanto sem nenhum estímulo ao desenvolvimento de um pensamento crítico.

Pesquisadores como os que foram citados apontam formas de usar a história na prática pedagógica como componente da atividade em sala de aula, fator de motivação, elemento que favorece a redescoberta de solução de problemas, entre outras. Assim, estes aspectos nos levam a considerar a pertinência de investigar como a história é concebida como elemento de inserção no ensino de matemática atualmente, na concepção de professores do ensino básico.

Aqui cabe destacar Miguel (1993). Para ele, o uso da história da matemática pode ser considerado como recurso pedagógico adicional sob três aspectos do uso da história: como forma de repensar e tornar mais rico o processo ensino-aprendizagem; uma abordagem com cunho epistemológico; forma de trabalhar os temas específicos da matemática revelando os potenciais culturais, humano e educativo. Existem ainda obstáculos ao uso da história, cuja superação requerem considerar aspectos como motivação, objetivo, método, recreação, dialética, desmistificada, libertária e social, condensando esses elementos em uma matemática social. Foi com base nestas idéias que realizamos uma pesquisa empírica buscando verificar a inserção da história na prática de professores.

METODOLOGIA

Realizamos uma pesquisa para conhecer as concepções de professores de matemática sobre o valor do uso da história no ensino-aprendizagem. Para isso, convidamos todos os trezentos (300) professores participantes do III Congresso Ibero-Americano de História da Educação Matemática – CIHEM, em novembro de 2015. Os docentes atuam em diferentes níveis de ensino, de seis países e aplicamos junto aos mesmos um questionário com questões abertas e fechadas, para posterior análise. A análise foi feita, tanto na perspectiva quantitativa, em relação a dados organizados em tabelas, quanto na qualitativa, onde as respostas livres tiveram as falas ou fragmentos

delas organizadas em categorias para serem analisadas, à luz das orientações de Bardin (1977). O modelo do questionário, que está em anexo, foi apresentado em três línguas (português, inglês e espanhol), apresenta somente o português.

Fizemos um estudo exploratório na direção dos objetivos. As questões contidas na referida entrevista versam sobre: o perfil do professor; a experiência do professor enquanto estudante com a história em suas aulas; o conhecimento que o professor tem sobre o uso da história no ensino de matemática; inserção da história em sua formação continuada; formas de abordagem da história no livro didático por eles adotado; suas perspectivas quanto à prática pedagógica com inserção da história.

Tal instrumento de coleta de dados foi ainda elaborado para ser analisado de duas formas: os dados quantitativos foram organizados em tabelas para posterior análise quantitativas e eventuais inferências e os dados qualitativos, relativos às respostas livres, foram organizados em categorias, para posterior análise. Estes dados foram analisados segundo as orientações da análise de conteúdo Bardin (1977).

Esperávamos que os professores pesquisados valorizassem a história no processo ensino-aprendizagem, portanto, apresentassem diversas e para nós desconhecidas formas e sugestões de uso da história que tragam a perspectiva de tornar a matemática atraente, acessível e mais próxima aos alunos. Finalmente, esperávamos saber que dificuldades encontrar para fazer o recurso ao uso da história, e as estratégias aplicadas no sentido de superar essas dificuldades. Durante o ano de 2016 enviamos os questionários pelos emails constantes nos anais do evento. Fomos organizando os dados e fazendo as escolhas. Para uma amostra representativa, selecionamos dois participantes estrangeiros e trinta e cinco professores brasileiros, de acordo com os que trouxessem mais respostas livres, o que sugeririam maior possibilidade de riqueza de opiniões. A cada professor participante da pesquisa, um número de 1 a 37, visando tanto salvaguardar sua identidade, quanto facilitar nossa análise, ao nos referirmos àquele docente. Passamos aos resultados.

RESULTADOS

Apresentamos adiante um quadro que agrupa as respostas à questão 1, quantitativa, para fazermos as inferências cabíveis, depois as respostas livres.

QUADRO 1. Caracterização dos professores participantes da pesquisa.

CARACTERIZAÇÃO						
Entrevistado	Tempo de Magistério	Sexo	País de origem	Nível de atuação	Instituição	Formação
1	28 anos	F	Brasil	Graduação	Pública	Licenciatura em ciências
2	25 anos	M	Brasil	Elementar	Pública	Licenciatura em matemática
3	6 anos	M	Brasil	Intermediário	Pública	Licenciatura em matemática
4	30 anos	F	Brasil	Graduação	Pública	Licenciatura e bacharelado em matemática
5	22 anos	M	Brasil	Intermediário	Pública	Licenciatura em matemática
6	35 anos	F	Brasil	Pós-Graduação	Particular	Estudos Sociais
7	22 anos	M	Brasil	Intermediário/Graduação/Pós-Graduação	Pública	Licenciatura em matemática
8	31 anos	M	Brasil	Intermediário/Graduação	Pública	Licenciatura em matemática
9	35 anos	F	Brasil	Pós-Graduação	Particular	Estudos Sociais
10	25 anos	M	Brasil	Graduação/Pós-Graduação	Pública	Licenciatura em matemática e pedagogia
11	32 anos	F	Brasil	Intermediário	Pública	Licenciatura em matemática
12	25 anos	M	Brasil	Elementar	Pública	Licenciatura em matemática
13	37 anos	F	Brasil	Graduação/Pós-Graduação	Pública	Bacharelado em matemática e pedagogia
14	24 anos	M	Brasil	Graduação		Licenciatura em matemática e ciências
15	5 anos	M	Brasil	Graduação/Intermediário	Pública	Licenciatura em matemática
16	8 anos	M	Brasil	Graduação	Pública	Licenciatura em matemática
17	17 anos	M	Brasil	Pós-Graduação	Particular	Licenciatura em matemática
18	26 anos	F	Brasil	Graduação	Pública	Licenciatura em matemática
19	30 anos	F	Portugal	Intermediário	Pública	Licenciatura em matemática
20	6 anos	M	Brasil	Intermediário	Pública	Licenciatura em matemática
21	6 anos	F	Brasil	Intermediário/Graduação/Pós-Graduação	Pública	Licenciatura em matemática
22	26 anos	F	Brasil	Intermediário	Pública	Outra licenciatura afim
23	30 anos	M	Brasil	Graduação	Particular	Licenciatura em matemática e ciências
24	3 anos	F	Brasil	Intermediário	Particular	Licenciatura em matemática
25	11 anos	M	Brasil	Graduação	Pública	Licenciatura em matemática
26	8 anos	F	Brasil	Graduação	Pública	Licenciatura em matemática
27	20 anos	M	Brasil	Intermediário	Pública	Licenciatura em ciências
28	40 anos	M	Brasil	Graduação	Pública	Licenciatura em matemática
29	13 anos	F	Brasil	Intermediário/Graduação	Particular	Licenciatura em matemática
30	40 anos	M	Venezuela	Graduação	Pública	Licenciatura em matemática
31	17 anos	M	Brasil	Graduação/Pós-Graduação	Pública	Licenciatura em matemática
32	15 anos	M	Brasil	Graduação/Pós-Graduação	Pública	Licenciatura em matemática
33	30 anos	F	Brasil	Graduação/Pós-Graduação	Pública	Licenciatura e bacharelado em matemática
34	26 anos	F	Brasil	Graduação	Pública	Licenciatura em matemática
35	18 anos	M	Brasil	Graduação	Particular	Licenciatura em matemática
36	20 anos	M	Brasil	Intermediário	Pública	Lincenciatura em ciências
37	11 anos	M	Brasil	Graduação	Pública	Licenciatura em matemática
	0-5 anos= 2	M= 22	Brasil= 35	Graduação= 23	Pública= 28	Licenciatura em matemática= 30
	6-10 anos= 5	F= 15	Portugal= 1	Pós-Graduação= 10	Particular= 7	Bacharelado em matemática= 3
TOTAL	11-15 anos= 4		Venezuela= 1	Elementar= 2		Licenciatura em ciências= 5
	16-20 anos= 5			Intermediário= 14		Outra licenciatura= 2
	21-25 anos= 7					Outro curso= 2
	mais de 25 anos= 14					
	0-5 anos= 5,4%	M=59,5%	Brasil= 94,6%	Graduação= 62,16%	Pública=75,7%	Licenciatura em matemática= 81,1%
	6-10 anos= 13,5%	F= 40,5%	Portugal= 2,7%	Pós-Graduação= 27,03%	Particular=18,9%	Bacharelado em matemática= 8,1%
Percentual	11-15 anos= 10,8%		Venezuela=2,7%	Elementar= 5,40%		Licenciatura em ciências= 13,5%
	16-20 anos= 13,5%			Intermediário= 37,84%		Outra licenciatura= 5,4%
	21-25 anos= 18,9%					Outro curso= 5,4%
	(+) de 25 anos=37,8%					

Vinte e dois dos professores respondentes são do sexo masculino, e quinze do feminino, permitindo inferir que provavelmente o gênero não interferirá nos resultados

de forma significativa. Dois deles têm até cinco anos de trabalho; cinco deles têm entre cinco e dez anos; quatro deles têm entre dez e quinze anos, cinco deles têm entre quinze e vinte anos, sete têm entre 20 e 25 e os restantes catorze professores têm mais de vinte e cinco anos de magistério.

Em encontros de pesquisa em Educação Matemática, constatamos uma tendência a inserir a história na formação de professores, nos últimos vinte anos. Assim sendo, temos uma possibilidade de mais da metade destes professores não terem a história em seus currículos escolares.

Ainda assim, nos documentos oficiais que orientam o ensino, existe a recomendação para elementos inovadores que incluem a história, como os Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN (BRASIL, 2006).

Por outro lado Fonseca, (2007), quanto mais tempo de magistério, maior é a possibilidade de participação do docente em mais eventos, o que permite uma maior troca de experiências entre os participantes, bagagem cultural do professor. Em algumas instituições de ensino superior que oferecem o curso de Licenciatura em Matemática, a história da matemática ainda é optativa, de modo que os professores em formação têm a possibilidade de, mesmo tendo a história da matemática como disciplina ou inserida em alguma disciplina optativa, os alunos a escolham.

Observando no quadro a área de atuação profissional, podemos inferir que a maior parte dos professores que participaram do evento atua no nível superior, o que é uma tendência, por causa da cultura acadêmica que compreende ensino, pesquisa e extensão. Já o nível básico tem tradicionalmente uma tendência de atuar mais em salas de aula. Tendo a maioria a Licenciatura, aumentam suas chances de participação nesses eventos.

Quanto à vivência acadêmica, questão 2, como apenas três dos participantes declararam haver tido aulas envolvendo a história da matemática, inferimos que, provavelmente, não deve fazer parte do pensamento geral a inserção da história no ensino básico. Isso vai de encontro às ideias de autores que defendem o uso da história no ensino, a exemplo de Prado (1990, Jardinett (1994), Estrada (1993), Ferreira, et al (1992), Miguel (1993) e Fossa (1995). Dentre os três docentes que responderam sim a esta questão, dois remeteram à vida de matemáticos ou opção de

participar em cursos, conforme transcrição: *“Histórias sobre a vida de alguns matemáticos como Pitágoras, Tales de Mileto, Euler etc”. (nº 18)“Um curso optativo. (nº 30)”.* A primeira resposta reforça um pouco o aspecto ornamental da história nos livros (MENDES, 2001), e o terceiro não justificou.

Vinte e quatro participantes responderam sim à questão 3, onze deles respondeu que não, e dois não responderam. Como aumentou o contato com a história, inferimos que, em comparação com a questão anterior, o nível superior de ensino traz mais oportunidades de contato com a história do que o nível básico, mesmo que os livros didáticos deem essa oportunidade. Isso também sinaliza uma corroboração entre o tempo de magistério e a inserção da história na vida acadêmica.

Trinta e três docentes declararam não terem tido tais conteúdos na sua formação. Isso remete à falta de base epistemológica referida por Martins (2006). Dentre as atividades das quais participaram, vinte deles remeteram a informação sobre “dados bibliográficos de matemáticos”; quatro mencionaram “abordagem sociopoliticocultural da criação das teorias; dez puderam vivenciar a “apresentação de uma situação problema antiga e as formas de resolução ao longo da história”, nove deles ouviram “algumas anedotas sobre matemáticos ligadas ao conteúdo” abordado e cinco deles citaram “outras” atividades.

Pedimos para descrever as “outras atividades, e obtivemos três respostas, que categorizamos aqui. Fossa (1995) refere-se a esses aspectos, em suas críticas às formas como a histórica é mostrada ainda hoje, e novas possibilidades que sugere. Dentre os que declararam não ter tido, temos respostas de quatro docentes que declararam que gostariam de ter tido, com as respostas remetendo a vários aspectos. Nenhum professor declarou que não gostaria de ter tido atividades com a história.

As respostas livres remeteram à história com importante na formação docente, para a compreensão da matemática como produção humana. Assim na questão 4, mesmo que alguns dos professores não tiveram a história em suas atividades acadêmicas, reconhecem sua importância. Isso sinaliza uma tendência a cada vez mais o professor repensar sua atuação no que se refere a um ensino de matemática imbuído da história, pois conhecer a história de uma ciência ajuda a conhecer esta ciência.

De um modo geral na questão 5, vemos que a maior parte dos professores que respondeu o questionário, apresenta uma visão positiva da história no ensino de matemática, atrelada ao acesso do material e de metodologias adequadas.

Outro ponto a considerar, referente à questões 6 é a relação entre o uso da história e as condições que o professor tem para usá-la a partir da instituição e do currículo vigente. Além disso, consideram em suas falas que um auxiliar no seu trabalho pode ser uma formação continuada em forma de capacitações, cursos e atividades práticas, entre outras.

Lembramos também que uma vez que a história da matemática tem sido mais efetivamente inserida nos currículos nas últimas três décadas, de forma obrigatória ou optativa, constatamos que quanto mais tempo o professor tem de formação, menor foi o seu acesso a estudos e atividades que incluem a história, mas também têm mais experiência e acesso à informação.

Finalmente nas questões 7 e 8, os docentes têm acesso, de modo formal ou informal, formas de utilização da história no ensino, e alguns procuram aplicá-las, mesmo tendo tido poucas oportunidades idênticas na sua formação. Neste sentido, um trabalho efetivo de atualização e busca constante, tanto individual quanto institucional, pode contribuir a aperfeiçoar o trabalho do professor no tocante a este conteúdo.

CONCLUSÃO

A profissão de professor requer uma atualização constante, fortemente oportunizadas na participação em eventos, de âmbito nacional e internacional. Nestes contextos, pode-se acessar todos esses elementos fundamentais para o trabalho que desenvolve.

Constatamos que o professor tem ciência das necessidades que enfrenta, boas ideias sobre como superá-las e os apoios de que precisa. Portanto, tanto a instituição quanto o professor e colegas de profissão, trabalhando em conjunto, podem melhorar o panorama que ora se descortina.

A partir dessas considerações, encaminhamos a necessidade de ampliar o acesso das produções mais recentes ao professor e à instituição. Consideramos também que essa produção precisa não só ser acessível, principalmente por meios mais econômicos de tecnologia de comunicação de massa como a internet, como também ser utilizada na prática.

REFERÊNCIAS

AABOE, Ascoe. **Episódios antigos da história da matemática.** Rio de Janeiro: SBM 1984.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** São Paulo: Martins Fontes, 1977.

BOYER, Carl. **História da Matemática.** São Paulo: Edgar Klucher, 1968.

BRASIL, MEC/SEB/DPEM. **Orientações Curriculares do Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEB, 2006.

ESTRADA, M. F. (1993) A História da Matemática no Ensino de Matemática. **In: Educação e Matemática n° 27, 3° trimestre. Lisboa.**

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Campinas: Editora da UNICAMP, 1997.

FERREIRA, E. Sebastianiet alli, (1992) O Uso da História da Matemática na Formalização dos Conceitos. **In: BOLEMA, Especial n. 2, Rio Claro: UNESP.**

FONSECA, Maria da Conceição F.R. **Educação Matemática de jovens e adultos.** – 2ª ed. – 3 reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

FOSSA, J. A. (1995) A História da Matemática Como Fonte de Atividades Matemáticas. **IN: Anais do I Seminário Nacional História da Matemática, Recife: UFRPE.**

JARDINETTI, José R. B.(1994) A função metodológica da história para a elaboração e execução de procedimentos de ensino da matemática. **In: BOLEMA, Ano 9, n. 10, Rio Claro: UNESP.**

LINTZ, Rubens G. **História da Matemática**. vol I e II. Blumenau: Editora da FURB, 1999, 2012.

MARTINS, Roberto de Andrade.(2006) Introdução: A história das ciências e seus usos na educação. **In: SILVA, Cibele Celestino. (org). Estudos de História e Filosofia das Ciências: subsídios para aplicação no ensino. São Paulo, SP. Ed. Livraria da Física.**

MATHESIS: **Filosofia e historia de las ciencias matemáticas.** VOL xii, Nº 1, Febrero 1996.

MENDES, Iran Abreu. **O uso da história no ensino de matemática:** reflexões teóricas e experiências. Belém: EDUEPA, 2001.

MENEZES, Josinalva E. Concepções de professores sobre a inserção da história no ensino das ciências: potencialidades e limites. **In: Anais do Sexto Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática– São João Del Rey: UFSJ, 28 a 31 de agosto de 2011.**

MIGUEL, Antônio. **Três estudos sobre história e educação matemática**. Tese de Doutorado. Campinas: UNICAMP, 1993.

PRADO, E.L.B. (1990) **História da Matemática**: um estudo de seus significados em Educação Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.

SOUZA, Cícero Monteiro de & MENEZES, Josinalva Estacio (orgs.). **Algumas reflexões em história da matemática**. Série Contexto Matemático, vol. I. Recife: Editora da UFRPE, 2004.

STRUICK, S. **A concise history of mathematics.** New York: Dover, 1967.

MONTUCLA, Jean Etienne; LALANDE, Joseph Jérome Le Français de,. **Histoire des mathématiques**: dans laquelle on rend compte de leurs progrès depuis leur origine jusqu'ànos jours: o#ul'on expose le tableau et le développement des principales découvertes dans toutes les parties des mathématiques, les contestations qui se sont. Nouv. éd. / Paris: H. Agasse ..., an VII [1798 or 1799]-an X (mai 1802). 4 v.

APÊNDICE: Modelo dos questionários aplicados aos participantes em português

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
A INSERÇÃO DA HISTÓRIA NA PRÁTICA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA
PESQUISA PARA PROFESSORES DO III CIHEM – POR PROFª DRª JOSINALVA ESTACIO MENEZES

Gostaríamos de fazer uma pesquisa visando coletar as eventuais formas de inserção da história no ensino de matemática em professores nos mais diversos níveis e países. Agradecemos muito sua colaboração.

SUA CARACTERIZAÇÃO:
1. Tempo de magistério: ____ anos Sexo: ( ) M ( ) F País de origem:
Em que nível de ensino atua: ( ) elementar ( ) intermediário ( ) graduação ( ) Pós-graduação
Trabalha em instituição ( ) pública ( ) particular
Sua formação superior foi: ( ) licenciatura em matemática ( ) bacharelado em matemática
( ) Licenciatura em ciências ( )outra licenciatura afim ( ) outro curso afim ( )outra (qual?)_____

SUA VIVÊNCIA ACADÊMICA:
2. Enquanto estudante ANTES DO ENSINO SUPERIOR, você teve aulas ou atividades envolvendo a história da matemática?
( ) Sim ( ) Não Caso tenha respondido sim, que atividades? _____
3. Na sua formação SUPERIOR, você teve aulas, atividades, etc., envolvendo a história da matemática?
( ) Sim ( ) Não.
Caso sim, como eram? ( ) Dados bibliográficos de matemáticos ( ) abordagem social político cultural da criação das teorias ( ) breve cronologia de resultados obtidos no tema ensinado ((Apresentação de uma situação problema antiga e as formas de resolução ao longo da história ( ) Algumas anedotas sobre matemáticos ligados ao conteúdo ( ) outras (quais?)
Caso não, você gostaria que tivesse? ( ) Sim ( ) Não. Por que?
4. Você acredita na validade do uso da história no ensino de matemática?
( ) Não. Por que?
( ) Sim. Em que aspectos?
5. Você considera a inserção nos currículos de matemática em todos os níveis de ensino:
( ) Fundamental ( ) Necessário ( ) Útil ( ) opcional ( ) utópico ( ) outro (o que?) _____
Por que? _____

6. Você utiliza em suas aulas ou atividades a história da matemática? ( ) Sim ( ) Não
Caso sim, de que maneira? _____
Caso não, por que? _____
7. A sua instituição de ensino lhe dá condições de utilizar a história em suas atividades? Por que? _____
8. Caso você considere que os professores enfrentam dificuldades para utilizar a história no ensino de matemática no seu cotidiano acadêmico, o que faz e o que acha que deveria/poderia ser feito para melhorar a situação? _____

Por favor, explique qual é para você a importância/validade/necessidade da história no ensino de matemática. Caso queira acrescentar alguma opinião ou comentário, fique a vontade para apresentá-lo aqui. Se necessário, use o verso desta folha. Agradecemos.

ISSN 2236-4102

A MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DA CÚPULA DA CATEDRAL DE SANTA MARIA DEL FIORE

Orozimbo Marinho de Almeida[99]
Elenice de Souza Lodron Zuin[100]

RESUMO

Este estudo se constitui em um recorte da dissertação intitulada *A caminho da Catedral de Santa Maria del Fiore – Brunelleschi, Arquitetura, Arte e Matemática*. Temos como intuito indicar alguns dos resultados, os quais apontam os possíveis saberes matemáticos, utilizados pelo renascentista Fillipo Brunelleschi (1377-1446), na construção da Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore, localizada em Florença, na Itália – a maior em alvenaria, ainda hoje. Ganhador do concurso para a construção da cúpula da Catedral, em 1419, Brunelleschi desenvolveu, inclusive, equipamentos para facilitar a obra. As principais referências para a realização da investigação se situaram nos trabalhos desenvolvidos por Conti (2014) e Conti & Corazzi (2005, 2011). Estes pesquisadores realizaram um mapeamento da cúpula com a utilização de um scanner a laser. As evidências apontam uma originalidade de Brunelleschi para resolver os desafios na construção da cúpula, com a utilização de alguns conceitos matemáticos que ainda não estavam desenvolvidos no século XV.

Palavras-chave: Brunelleschi. Cúpula. Santa Maria del Fiore. Florença. Matemática. Arquitetura.

INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta um recorte da dissertação intitulada "*A caminho da Catedral de Santa Maria del Fiore – Brunelleschi, Arquitetura, Arte e Matemática",* se

[99] Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC Minas). E-mail: oromarinho@pucminas.br
[100] Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC Minas). E-mail: elenicezuin@gmail.com

tratando de uma pesquisa de cunho exploratório. As principais referências foram os estudos de Conti (2014) e Conti & Corazzi (2005, 2011). Através de utilização de um sistema de escaneamento *a laser* da cúpula, foi possível realizar um mapeamento da sua estrutura e esses pesquisadores colheram elementos para conjecturar sobre os processos que permitiram erigir a famosa construção.Trazemos alguns resultados do estudo realizado, que indicam os possíveis saberes matemáticos, empregados no século XV, na construção da Cúpula da *Cattedrale di Santa Maria del Fiore* – mais conhecida como o "Duomo"[101] – localizada na cidade de Florença, na Itália. Até hoje, não se encontrou qualquer documento escrito pelo seu autor, Fillipo Brunelleschi (1377-1446), que traga esclarecimentos sobre a edificação da cúpula.

Vários nomes de expressão são ligados à Catedral: "Arnolfo di Cambio, Giotto, Francesco Talenti e Filippo Brunelleschi, para mencionar apenas alguns, estavam envolvidos em sua construção, um após o outro, deixando marcas duradouras de suas expressões arquitetônicas". (MASELANI et al., 2003, p. 252). Passaremos a descrever alguns aspectos da história da construção da Catedral de Florença, de sua cúpula, de Brunelleschi e das suas possíveis soluções que permitiram a edificação da cúpula.

A CATEDRAL DE SANTA MARIA DEL FIORE

Berço do Renascimento, Florença desempenhou um papel econômico e cultural preponderante nos séculos XV e XVI. A catedral, cuja construção atravessou seis séculos, é uma das maiores em todo o mundo. Tem grande importância no cenário italiano e para a História da Arquitetura, se constituindo patrimônio mundial, tombado pela UNESCO, juntamente com o *Battistero de San Giovanni* e o *Campanile de Giotto.*

Localizada no centro de Florença, a atual Praça de *San Giovanni*, desde os primórdios, foi ocupada por um assentamento ligado ao culto cristão. Essa região, a partir do início da Idade Média, configura-se como o mais importante centro religioso florentino, onde estavam construídos um hospital, um cemitério, o Batistério *San Giovani* e a igreja de *Santa Reparata*. Através de escavações, foi possível verificar que,

[101] Na Itália, se utiliza, para Catedral, genericamente, o termo *Duomo* (do latim, *Domuns*, casa de Deus).

em oito séculos, esse espaço consagrado ao culto passou por várias reformas. No século XIII, neste local, será edificada a Catedral de Santa Maria del Fiore.

Por que esta denominação, Santa Maria del Fiore? Ao que tudo indica, *Fiore* é derivado de Florença – *flor*. Como se inicia essa história? Por nove séculos sobreviveu a igreja de Santa Reparata até finais do século XIV. Foi sobre suas ruínas que foi sendo construída a Basílica Santa Maria del Fiore.

Em 1293, o tabelião Ser Mino de Cantoribus propõe a substituição da antiga igreja de Santa Reparata, que será demolida completamente em 1375, por uma catedral maior e mais requintada com o intuito de que "a indústria e o poder do homem não pudessem inventar, ou mesmo tentar nada maior e mais belo." – suas próprias palavras. (GURRIERI, 1994, p. 148). Ser Mino se comprometeu em financiar a construção, mas, esperava que houvesse contribuições da população e todos os testamentos incluíssem uma cláusula de doação para as obras.

O arquiteto Arnolfo di Cambio[102] se constitui um personagem importante nessa narrativa, quando é convocado para realizar um projeto para a catedral de Florença, na última década do século XIII, mais precisamente em 1296. As grandes dimensões da edificação e sua cúpula são elementos de complexidade. A catedral deveria seguir a estrutura do batistério, situado à sua frente. Como ele, seria revestida de mármore da Toscana nas cores branca, vermelha e verde, a sua cúpula seria octogonal, e o espaço deveria comportar 30.000 fieis.

A pedra fundamental toma seu lugar em setembro de 1296, em uma solenidade com a presença de autoridades, contando também com o enviado especial do papa Bonifácio VIII, o Cardeal Pietro Valeriani. "Nos primeiros anos da construção os trabalhos aconteceram com grande entusiasmo e satisfação". (GURRIERI, 1994, p.150).

O projeto era ambicioso, o templo seria magnífico, o maior e o mais admirável de toda a região da Toscana, com duas partes distintas e perfeitas, harmonicamente conjugadas, três naves – a central mais larga do que as laterais, com altas pilastras,

[102] Arnolfo di Cambio (1232 ou 1245-1302) nasceu em Colle di Val d'Elsa, fixando-se em Florença em 1296. Era considerado o melhor arquiteto do período gótico. Dirigiu os primeiros trabalhos da Catedral de Santa Maria del Fiore e projetou o Palazzo Vecchio. (MACHADO, 2004, p. 145).

iluminadas por grandes janelas e ogivas[103]. Nessa concepção, um amplo octógono abraçaria as naves[104] em sua extremidade final – no ponto mais alto da construção – destinado a receber uma cúpula, que seria encimada por uma *lanterna*[105]*.* Uma construção audaciosa, que envolvia edificar uma imensa cúpula octogonal, recobrindo as extremidades das três naves. Possivelmente, Arnolfo idealizou este projeto tendo como inspiração a catedral de Siena[106], (terminada entre 1215 e 1263), também na Toscana.

Contudo, Arnolfo di Cambio, não vê a edificação concluída, falece na primeira década do século XIV, sendo sepultado na igreja de Santa Reparata. Seu ambicioso projeto apenas havia começado. Em 1300, é criado um órgão gestor para supervisionar as obras.

Após a morte de Arnolfo, as próximas três décadas são marcadas por crises políticas e tempos de instabilidade. No final do Trezentos, havia facções que queriam conquistar a hegemonia política e econômica da região. Conflitos entre os Bianchi *e* Neri*,* seguidos pelas trapaças com Carlo di Valois, Arigo VII, Castruccio Castracani, tiraram do foco a Catedral e a gestão de seus recursos.

Devido a esses contratempos, em 1310, o papa Clemente V, de Avignon, promete indulgências em troca de um sustento monetário, de modo a obter recursos para dar prosseguimento às obras. No ano seguinte, o arcebispo da cidade estabelece o pagamento de taxas pelo clero para contribuir com a execução do projeto. Em 1321, através de um decreto público, se impõe às Corporações de Ofícios que destinem uma parte de suas arrecadações para a obra. Em 1331, para que as atividades da construção se normalizassem, os trabalhos da edificação da Catedral recomeçam, após sua paralisação por um longo período.

---

[103] *Ogiva* – perfil formado por dois arcos de círculo que se cruzam de acordo com certo ângulo. (ÁVILA, 1996, p. 67).

[104] *Nave* – arte interna da igreja desde a entrada até a capela-mor. Denomina-se nave central quando esse espaço é subdividido por pilastras, colunas ou arcos. (ÁVILA, 1996, p.65).

[105] *Lanterna* – corpo cilíndrico ou prismático, mais alto que largo, com aberturas de iluminação sobre a cúpula. (CORONA,1989, p. 296). *Lanterna* – elemento decorativo com dupla função: permitir a entrada da luz e assegurar boa ventilação. (KING, 2017, p. 141).

[106] Nicola Pisano e seu filho, Giovanni Pisano, foram responsáveis por esculpir o púlpito da Catedral de Siena, em mármore de Carrara. Arnolfo di Cambio foi um dos assistentes.

Eram muitas as ações a serem realizadas para que se pudesse levar adiante o projeto. Faziam-se necessários a construção do campanário para substituir a antiga torre de Santa Reparata e o restabelecimento da praça para receber a catedral, o que exigiria o rebaixamento do terreno, demolição de habitações e transferência do cemitério para outra parte da cidade.

Tempos árduos sobrevieram para os florentinos ocasionando outra paralisação das obras da catedral. Guerras, escassez de fundos, inundações, a terrível peste em 1348, enlutaram a população até a década de 1350. A partir de um moroso restabelecimento das condições citadinas, as atenções se concentram na construção do campanário. As preocupações com a catedral voltam à cena apenas em 1353, concentrando-se no projeto para suas capelas laterais e as tribunas[107] do octógono que sustentariam a cúpula, um passo definitivo para o término da construção. Em 29 de março de 1359, festeja-se a conclusão do campanário - 84,70 m de altura, base quadrada de 13,30m de lado, estreita-se um pouco mais acima para 12,40m, e paredes com 3,60m de espessura.

Entre os grandes nomes que se envolvem na construção, estão além de Arnolfo di Cambio, Jacopo Talenti, Giotto di Bondone, Andrea Pisano.

Um edital para a edificação da cúpula da catedral Santa Maria del Fiore é publicado em 19 de agosto de 1418, em Florença, oferecendo uma soma considerável, um prêmio correspondente ao salário que receberia um artesão, durante dois anos:

> Quem desejar projetar um modelo para a construção da cúpula principal da catedral – para a armação, escoramento, andaime ou qualquer outro instrumento para levantar a construção – cuja obra é de responsabilidade da *Opera del Duomo*, poderá fazê-lo até o final de setembro. Ao projetista escolhido será dado a soma de 200 florins de ouro. (KING, 2017, p. 9)

O trabalho inacabado da Catedral de Santa Maria del Fiore se transformara em um dos maiores quebra-cabeças arquitetônicos. Desde o início, os próprios projetistas foram incapazes de supor soluções plausíveis para tal edificação. Durante cinquenta

[107] *Tribuna* é um lugar reservado e elevado, com abertura em janelas e varandas para assistir às cerimônias religiosas. (ÁVILA, 1996, p. 90).

anos não houve quem tivesse uma ideia para realizar a execução da cúpula – a maior e a mais alta a ser edificada até então.

As paredes da catedral atingiam 43 metros de altura, sobre as quais seria construído um tambor octogonal para receber a cúpula, ocasionando um acréscimo de 9 metros em sua altura. O objetivo de construir o tambor era de elevar, ainda mais, a altura da cúpula cuja curvatura seria iniciada a 52 metros de altura – maior do que qualquer torre gótica construída na França, no século XIII.

O projeto escolhido foi o de Neri di Fioravanti[108], o qual propunha duas cúpulas, uma dentro da outra, algo raro. Previa-se um invólucro exterior para elevar a altura e, um interior, menor, sustentando uma parte do peso da externa. Esta última funcionaria como proteção dos agentes externos e atmosféricos.

Outra particularidade do projeto de Fioravanti era a forma singular da cúpula – com uma forma ogival e não hemisférica, ou seja, ao invés de descrever um semicírculo, seus lados seriam curvados até o ponto mais alto no estilo do arco gótico. Esta forma arquitetônica é denominada *quinto agudo*. Mas como levar adiante a execução desta cúpula tão distinta de qualquer outra existente?

No ano de 1418, a empresa que administrava a construção da catedral, a *Opera del Duomo*, abriu uma concorrência para a colocação da cúpula. Entre os projetos apresentados, apenas um oferecia uma solução original para o problema de sua curvatura. Esse modelo, fabricado em tijolos, foi feito não por um carpinteiro ou pedreiro, mas por alguém que dedicou o trabalho de uma vida para resolver dilemas ligados a relógios e ourivesaria – seu nome: Fillipo Brunelleschi.

O FLORENTINO FILLIPO BRUNELLESCHI

No ano de 1377, em Florença, nasce Filippo di ser Brunellesco Lapi, filho de Giovana degli Spini e Brunellesco di Lippo. Em sua juventude, tem como professor o célebre cartógrafo e matemático Paolo dal Pozzo Toscanelli, com o qual estudou

[108] Neri di Fioravanti, escultor e arquiteto de Pistoia, bastante ativo em Florença na metade dos anos *trezentos,* teve seu projeto para a Cúpula da Catedral Santa Maria del Fiore, escolhido em um concurso. Mais tarde, tal projeto foi executado por Brunelleschi.

geometria aplicada. Também freqüentou a Corporação de Ofício dos ourives. Durante quinze anos, se estabeleceu em Roma estudando as construções da Antiguidade.

Desde o início, a cúpula era apontada como uma tarefa impossível, os próprios projetistas eram incapazes de elaborar estratégias para chegar à sua conclusão. Como levantar a estrutura com tijolos, em um vão livre de pouco mais de 36 metros de diâmetro, sem utilizar algum suporte visível?

FIGURA 1 – BRUNELLESCHI - DETALHE DA PINTURA DE MASACCIO[109]

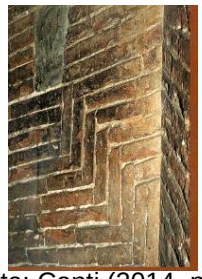


Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Filippo_Brunelleschi

Brunelleschi fica responsável por efetivar o projeto da cúpula, concebido, em 1367, por Fioravanti. Estuda uma forma de construí-la mais alta e não circular, algo incomum naquela época. A complexa estrutura apresenta vários impasses. Uma das dificuldades era o deslocamento dos materiais pesados para a confecção da base da cúpula: barras de alvenaria e placas de mármore, a dezenas de metros de altura, e instalá-las na posição correta e com precisão, conforme exigia o projeto Os blocos de arenito pesavam, cada um, cerca de 770 kg e centenas deles deveriam ser suspensos. Para resolver este e outros problemas, Brunelleschi estabelece novos processos de construção. Um deles é um guindaste, movido por animais, que girariam, enquanto o material sobe ou desce do mesmo. Outro método utilizado por ele foi, em algumas partes, dispor os tijolos num arranjo em ziguezague, denominado *espinha de peixe,* no qual uns suportam o peso dos outros, evitando, assim, que se resvalem (figura 2).

[109] A figura 1 mostra um detalhe de um afresco do jovem Masaccio (1401-1428), que se encontra na Capela Brancacci, na Igreja de Santa Maria del Carmine, em Florença, Itália, no distrito de Oltrarno.

FIGURA 2 – DISPOSIÇÃO DOS TIJOLOS NA FORMA “ESPINHA DE PEIXE”



Fonte: Conti (2014, p. 6).

A partir da altura de 20 metros, uma substituição seria feita: tijolos ou pedra vulcânica, mais leves, no lugar das pedras calcárias. O próprio Brunelleschi fiscalizava a confecção dos tijolos para que tudo se procedesse do modo como ele havia concebido. A obra foi composta por duas cúpulas, uma interna e, outra, externa e uma escadaria, que auxiliava na inspeção da obra.

A construção começa em 1420 e, no princípio de 1426, a cúpula atinge 20 metros sobre o tambor e as calotas[110]; curvando-se para dentro, superam o ângulo crítico de 30 graus. Neste momento, são utilizados os anéis feitos de pedra, colocados a partir dessa altura, e não abaixo, onde a pressão circular era bem mais elevada – dispostos em volta da circunferência da calota, de modo a torná-la mais espessa nos ângulos. Essas estruturas circulares, que são em número de nove, desempenham um papel fundamental na construção da cúpula.

King (2017) argumenta:

> O verdadeiro golpe de mestre de Brunelleschi foi criar uma estrutura circular para dar forma à estrutura octogonal da cúpula, ou seja, a cúpula foi construída contendo dentro da estrutura das paredes das duas calotas, uma série de aneis circulares. A cúpula interna é mais espessa do que a externa. Suas paredes têm espessura variando entre 1,40m a 2,0 m, aproximadamente em algumas faixas. Ela é larga o suficiente para incorporar dentro de sua estrutura uma cupula circular com 70 cm de espessura.(KING, 2017, p.181)

Ao que tudo indica, Brunelleschi acreditava na possibilidade de se evitar o desmoronamento da cúpula, sem contrafortes externos, apenas empregando uma série de anéis de pedra e madeira, incorporados à estrutura, de modo que, formassem

[110] *Calota* – porção da abóboda com o fim de dar mais altura ao teto ou destinado a servir de fundo para pinturas decorativas (CORONA,1989, p. 99).

círculos, sustentando a cúpula nos prováveis pontos de ruptura. Todas as tensões seriam absorvidas, sendo desnecessários quaisquer suportes externos. Os anéis, estando contidos na estrutura, não seriam notados, formariam uma cúpula de rotação na parte interna, entre as cúpulas.

A altura de 30 metros da cúpula é atingida em março de 1433, exigindo que os pedreiros trabalhassem a 80 metros do solo. Nesse ponto, os operários preparam-se para colocar a terceira trave[111] de pedra como reforço.

No início de 1431, os responsáveis pela obra decidem abandonar o projeto inicial de Fioravanti. A cúpula já estava, segundo eles, *incomparável* ao modelo proposto. Brunelleschi não havia alterado o modelo, porém, a estrutura do projeto tinha perdido sua função. Deste modo, a construção poderia ser prosseguida de forma autônoma. Posteriormente, ao final da execução do projeto, Brunelleschi lamenta a reestruturação feita no mesmo, dizendo “se fossem construídas as capelas, como eu havia sugerido, poderia ter evitado aquelas traves horríveis à vista, e mais uma vez insiste para que os responsáveis reconsiderassem seu projeto”. (KING, 2017, p.123).

Em 1436, com a conclusão da cúpula, fica patente que Brunelleschi conseguira, com sucesso, criar uma estrutura arquitetônica digna de todos os elogios. A *lanterna,* projetada por ele, colocada sobre a cúpula, é consagrada pelo então arcebispo de Florença, Sant’Antonino, em março de 1446. Brunelleschi presenciou a cerimônia e faleceu no mês seguinte, em 15 de abril, aos 69 anos.

SOLUÇÕES MATEMÁTICAS PARA A EXECUÇÃO DA CÚPULA[112]

Devido à extensão deste artigo, limitar-nos-emos a apresentar algumas das possíveis soluções matemáticas, empregadas por Brunelleschi, fundamentando-nos, principalmente, em estudos de Conti e Corazzi (2011, 2005).

[111] *Trave* é o mesmo que viga. Elemento estrutural, geralmente em posição horizontal, que trabalha a flexão e que transmite os esforços às colunas que, por sua vez trabalham a compressão. (CORONA, 1989, p. 471).

[112] Agradecimentos a Roberto Corazzi e Giuseppe Conti pela cessão das imagens para este trabalho.

Brunelleschi foi um artesão que projetava na prancheta e, posteriormente, supervisionava a confecção dos tijolos na olaria, ainda quentes, mostrando a preparação da argamassa. O controle de qualidade do material era fundamental. Como mestre de obras, dirigia os trabalhos; sendo natural controlar, retificar desenhos e planos de produção do dia a dia, estar no canteiro de obras, do amanhecer ao anoitecer, para monitorar de perto todos os trabalhos. Em sua formação, durante a juventude, teria estudado geometria e, talvez, aritmética, alguns conteúdos matemáticos que seus pares de algumas gerações anteriores não tinham ciência. Mas quais seriam os conhecimentos que ele empregou para desempenhar sua nobre tarefa na catedral de Florença?

Até o século XVI, a aritmética de origem hindu-arábica, ainda não estava completamente aceita e difundida na Europa. Apenas no século XVII, se atinge uma elaboração das regras de cálculo com números inteiros, com as frações e com os numerais decimais.

Na época do império romano, os projetos arquitetônicos utilizavam-se da curva. Como comprovação empírica, o Coliseu e o Panteon, localizados em Roma. Brunelleschi não foi o primeiro a retomar, cerca de doze séculos depois, a solução da alvenaria curva.

Em relação às medidas da obra: a cúpula atinge 91 m e, encimada pela lanterna, um total de 116m; 45 m para o diâmetro interno; 54 m para o externo e toda a estrutura perfazendo 29.000 toneladas. Destacam-se algumas medidas, as quais determinam proporções áureas, ou seja, altura de 55 m do solo, apoiada em um tambor octogonal de 13m, com 34 m de altura, e uma lanterna de 21m. Então, 13, 21, 34 e 55, são alguns dos números da famosa sequência de Fibonacci, que estão ligados à razão áurea (CONTI, 2014, p.1). Ainda que o sistema italiano de pesos e medidas no século XV fosse muito distinto do que utilizamos atualmente, é notável que os números de Fibonacci compareçam nestas proporções, quando nos baseamos no sistema métrico decimal. No entanto, Conti e Corazzi (2005) indicam a harmonia e a estética da obra, resultados da proporção áurea utilizada.

Investigações recentes sinalizam que:

> [...] a Cúpula é formada por oito faces, chamadas *velas*, cada uma delas é uma secção de um cilindro elíptico[113]. As bordas de cada face, que na parte externa são cobertas de mármore branco, são arcos de circunferência, enquanto que a secção meridiana[114] de cada vela é um arco de elipse. Sobre esse fato, houve, no passado, numerosas polêmicas e ainda hoje se fazem afirmações inexatas sobre esta questão. (CONTI, 2014, p. 2)

Roberto Corazzi e Giuseppe Conti realizaram um minucioso estudo da cúpula. Munidos de um *scanner* a *laser*, digitalizaram o seu relevo e suas bordas, em centenas de ponto. Para tratar os dados, usaram o modelo matemático dos mínimos quadrados da circunferência e da elipse. Os registros indicaram existir:

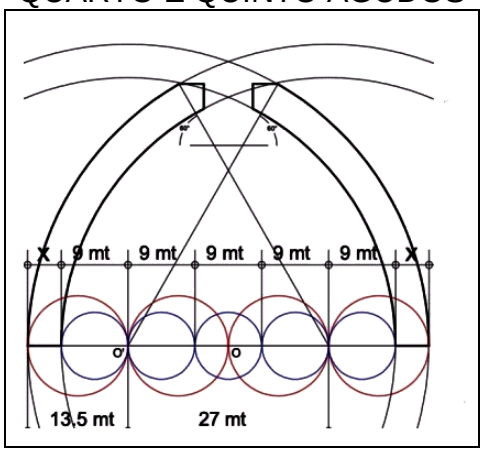
> [...] para cada borda, uma circunferência de raio médio 36,18m, com um erro mínimo médio, da ordem de 1 cm. Este resultado é muito interessante porque é quase coincidente com a medida teórica de 36 m que deve ser o raio de cada borda. Quanto aos perfis médios de cada vela, consideramos os pontos que se obtém cortando uma vela com um plano perpendicular à sua base, passando pelo eixo central da Cúpula. A curva teórica deve ser uma elipse, e considerando a cônica dos mínimos quadrados, a cônica assim obtida com tal método é uma elipse, exatamente como o esperado conforme as considerações teóricas, e neste caso também, com um erro mínimo. (CONTI, 2014, p. 2)

A superfície de cada vela é, portanto, uma porção de um *cilindro elíptico* – sua interseção com um plano perpendicular à sua geratriz é uma elipse – cada face pertence a um cilindro diferente conforme a posição do eixo e da orientação.

Corazzi afirma que a base do tambor octogonal, suporte da cúpula, não é regular. Suas medidas variam entre 16,90m e 17,24m. Em consequência, os ângulos do octógono não são congruentes, isto é, não medem 135^{o}, como deveria ocorrer, se a base fosse regular. Grande parte da bibliografia que descreve a obra prima de Brunelleschi, conforme Corazzi (2014, p.7-9), mostra que o contorno aparente da cúpula obedece a regras precisas; "o perfil externo é um *sexto de quarto agudo*, enquanto que, o interno é um *sexto de quinto agudo"* (figura 3).

[113] Um *cilindro elíptico* é uma superfície constituída de todas as retas (chamadas geratrizes), que são paralelas à uma reta dada e que passam por uma elipse. (STEWART, 2009, p. 766).
[114] *Secção meridiana de um sólido* – intersecção da superfície desse sólido com um plano perpendicular à sua base passando pelo eixo do mesmo. (STEWART, 2009, p. 766).

FIGURA 3 – CONSTRUÇÃO DO PERFIL DA CÚPULA
QUARTO E QUINTO AGUDOS



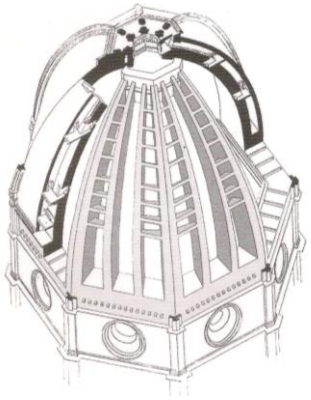
Fonte: Conti (2014, p. 3)

Na figura 3, indica-se que, para a determinação do perfil da cúpula interna, o diâmetro menor, de 45 m, é dividido em 5 partes iguais (*quinto agudo*), cada uma com 9 metros. Com um compasso, ao fazer centro na intersecção da tangente do primeiro círculo menor com a sua linha diametral, do lado interno (chamada de *centro de quinto agudo)* – traça-se um arco de circunferência, de raio 36 m. A seguir, fazendo-se centro no ponto simétrico dessa divisão, em relação ao centro do diâmetro, traça-se outro arco, também de raio 36 metros. A interseção desses arcos é o ponto mais alto da cúpula interna.

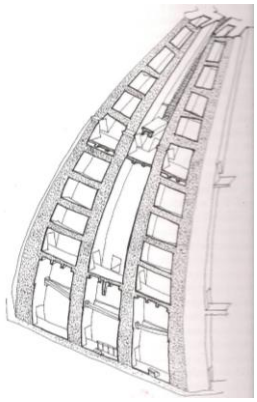
Um procedimento similar ao anterior é utilizado para se determinar o perfil da calota externa. O diâmetro maior (54 m) é dividido em 4 partes congruentes (*quarto agudo*). Cada uma delas medirá 13,50 m. Com centro no *ponto de quinto agudo*, traça-se um arco cujo raio medirá 40,5 m, ou seja, realizando uma subtração das medidas (54m – 13,5m), com a utilização do seu simétrico, traça-se outro arco, com o raio igual. Os dois arcos cortam-se no ápice da cúpula externa.

As duas calotas estão ligadas entre si por um sistema de contrafortes; oito deles são angulares, ou seja, estão nos planos das arestas comuns entre duas velas e dezesseis, duas em cada vela, são medianas dividindo a face em três partes iguais (figura 4).

FIGURA 4 – ESTRUTURA DAS CALOTAS



Fonte: Conti e Corazzi (2011, p.148)

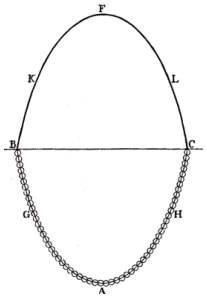


Fonte: Conti e Carazzi (2005, p. 51)

Os contrafortes, que estão nas faces, têm uma espessura de 1,75 m na base e 40 cm no ponto mais alto. Aqueles que estão nas arestas têm o dobro de espessura. Outras importantes componentes estruturais da Cúpula são os 144 arcos horizontais (18 em cada vela) que reforçam a calota externa fazendo a ligação com os reforços das arestas. Estão distribuídos em 9 níveis nos dois terços superiores da Cúpula, sendo a distância entre eles de 2,5 m.

Outra constatação é que o perfil da Cúpula aproxima-se de uma curva *catenária*[115] invertida (figura 5). Sua forma, de acordo o matemático Bernoulli[116], ao final do século XVII, "é a mais apropriada para ser o perfil de uma cúpula *autoportante*, isto é, que se sustenta por si mesma". (BERNOULLI *apud* CORAZZI, 2014, p.12).

FIGURA 5 – CURVA CATENÁRIA / CATENÁRIA INVERTIDA



Fonte: Conti e Corazzi (2011, p.101)

[115] Christiaan Huygens (1629-1695), astrônomo, matemático, físico, o primeiro a utilizar o termo catenária, foi, sem dúvida, o maior cientista da Holanda. (SIMMONS, 1987, p. 705).

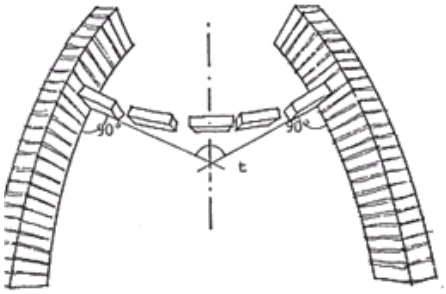
[116] Johann Bernoulli, matemático suíço (1667 – 1748), desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento da Matemática Moderna Européias. (SIMMONS, 2009, p. 725).

Qual seria a solução concebida pelo arquiteto florentino?

> A ideia de Brunelleschi foi partir da aresta da vela, colocar os tijolos de forma contínua, como se fosse uma cúpula de rotação. Para tanto, os colocou sempre na perpendicular às linhas meridianas, como se fosse o globo terrestre; deste modo os tijolos ficam dispostos conforme as linhas chamadas *cordas flexíveis*. Em outras palavras, as cordas flexíveis correspondem aos paralelos da cúpula de rotação: a diferença está no fato de que, nesta última, paralelas ao plano do solo e na cúpula de Brunelleschi, apresentam uma direção curvilínea. (CONTI, 2014, p. 5)

A borda localiza-se na interseção de duas velas adjacentes. Cada uma é um arco de circunferência (*quarto agudo*). A estrutura da construção apresenta oito delas, visto que a base é um octógono. Brunelleschi inicia o assentamento dos tijolos a partir da borda, de modo que esteja em posição perpendicular a ela. Dessa forma, o tijolo inicial pertence a duas faces simultaneamente, evitando, assim, um ângulo menor do que 180^{o}. Em alguns trechos, nas paredes, é observável a disposição dos tijolos. Estes, não foram colocados na horizontal, ou seja, paralelos ao plano do solo, mas, segundo linhas curvas, chamadas *cordas flexíveis.* Seguindo a colocação dos tijolos, um ao lado do outro, forma-se a *corda flexível* (figura 6).

FIGURA 6 - TIJOLOS COLOCADOS ORTOGONALMENTE ÀS LINHAS MERIDIANAS DAS VELAS – CORDAS FLEXÍVEIS



Fonte: Conti (2014, p.5)

Sobre os diversos estudos e suposições sobre a edificação da cúpula, Corazzi (2016) e Conti (2014) sinalizam que, a partir da construção de modelos matemáticos das teorias, é possível afirmar que existe uma condução, em uma mesma direção, que culminaria na utilização das cordas flexíveis. O emprego dos tijolos em espinha de peixe e das cordas flexíveis impediria que as fileiras de tijolos gerassem ângulos na confluência de duas velas, acarretando um problema de estática na cúpula.

À GUISA DE CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para Addis (2009, p. 119), a cúpula da Catedral de Florença “é ainda mais notável por ter sido realizada nos primórdios da Renascença, e é um atributo ao progresso na construção de edificações que ocorreu na era anterior”. Tudo leva a crer que Brunelleschi teria utilizado conhecimentos ainda não difundidos na Itália do século XV. Suas soluções eram originais e muito avançadas para a sua época, pelo que fica estabelecido pelos estudos de Conti & Corazzi (2005, 2011), Conti (2014) e Corazzi (2016).

Conti (2014, p.5) argumenta que a construção da cúpula envolve muita matemática, entremeada à harmonia da construção e à sua estática. Para este autor, Brunelleschi era um excelente matemático, tanto que “seu conhecimento matemático permitiu-lhe, entre outras coisas, estabelecer os fundamentos geométricos da perspectiva”. O fato de Brunelleschi não deixar nada escrito sobre suas ideias não permite que tenhamos uma total compreensão das suas concepções. Ele guardou seus segredos e só nos outorgou fazer inferências.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADDIS, William. **Edificação:** 3000 anos de projeto, engenharia e construção. Porto Alegre: Bookman, 2009.

ÁVILA, Affonso et al. **Barroco mineiro:** glossário de arquitetura e ornamentação. Belo Horizonte: Fundação João Pinheiro / CEHC, 1996.

CONTI, Giuseppe. La Matematica nella Cupola di Santa Maria del Fiore a Firenze. **Rivista Ithaca:** Viaggio nella Scienza IV, p. 5-12, 2014.

CONTI, Giuseppe; CORAZZI, Roberto. **La Cupola di Santa Maria del Fiore**. Firenze: Sillabe, 2005.

CORAZZI, Roberto. **La cupola del duomo di Firenze:** originalità, proporzione e armonia. Firenze: A. Pontecorboli, 2016.

CORAZZI, Roberto; CONTI, Giuseppe. **Il segreto della cupola del Brunelleschi a Firenze**. Firenze: A. Pontecorboli, 2011.

CORONA, Eduardo. **Dicionário da arquitetura brasileira.** São Paulo: Artshow Books, 1989.

GURRIERI, Francesco**. La cattedrale di Santa Maria del Fiore a Firenze**. Firenze: Franco Bulletti, 1994. v.1.

KING, Ross. **La cupola di Brunelleschi:** La nascita avventurosa di un prodígio dell'architettura e del genio che lo ideò. 6. ed. Milano: Bur Rizzoli, 2017.

MACHADO, Lucia Monteiro. **Conheça Florença:** berço do Renascimento. São Paulo: Nova Alexandria, 2004.

MASELANI, Piergiorgio; PECCHIONI, Elena; CANTISANI, Emma;FRATINI, Fabio. Geolithology and provenance of materials of some historical buildings and monuments in the centre of Florence (Italy). **Episodes**, v. 26, n. 3, p. 250-255, set. 2003.

SIMMONS, George Finlay. **Cálculo com geometria analítica.** São Paulo: Pearson / Makron Books, 2009. 2v.

STEWART, James. **Cálculo.** 6. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2009. v.1.

ISSN 2236-4102

APONTAMENTOS SOBRE A PERSPECTIVA SOCIOCULTURAL DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM PESQUISAS PRODUZIDAS NO BRASIL: Uma revisão no Catálogo da CAPES

Suélen Rita Andrade Machado [117]
Lucieli M. Trivizoli [118]

RESUMO

O presente trabalho se insere dentre os estudos relacionados a nossa pesquisa de doutoramento que se encontra em fase inicial no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (PCM-UEM) e integra o conjunto de trabalhos que são realizados no Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática (GHMEM-UEM). Neste artigo, apresentamos um levantamento de pesquisas acadêmicas que versam sobre a História da Matemática para o ensino da Matemática e utilizam dentre seu aporte teórico a Perspectiva Sociocultural para História da Matemática. Este levantamento visa fornecer um panorama do que vêm sendo produzido no Brasil em termos desse objeto investigativo e indicar possíveis contribuições deste campo teórico considerado recente em termos de História na Educação Matemática. Infere-se que poucas produções atrelam em seu âmago teórico essa perspectiva, em sua maioria preconizada como uma possibilidade concernente a implementação da História da Matemática em sala de aula que permite conexões culturais entre conceitos atuais e notórios do passado. Confere-se, também, que há pesquisas que abordam esta perspectiva, porém lançam mão da teoria na abordagem de análises e resultados.

Palavras-chave: História da Matemática. História na Educação Matemática. Perspectiva Sociocultural. Ensino da Matemática.

[117] Universidade Estadual de Maringá (UEM). sumachado18@gmailcom.
[118] Universidade Estadual de Maringá (UEM). lmtrivizoli@uem.br.

INTRODUÇÃO

No interior do campo investigativo em História na Educação Matemática verifica-se algumas perspectivas teóricas que propiciam um profícuo discurso teórico para o tratamento da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem: Evolucionista Linear, Estrutural-Construtivista Operatória, Evolutiva Descontínua, Sociocultural, e Jogos de Vozes e Ecos (MIGUEL; MIORIM, 2004). Algumas destas perspectivas são recentes e se caracterizam por particularidades que levam em conta características culturais e linguísticos-semânticas do campo da História da Matemática (MIGUEL; MIORIM, 2004).

Dentre as perspectivas teóricas, a Perspectiva Sociocultural exemplifica uma vertente para a inserção da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem, cujas origens se encontram no Referencial Semiótico Neovygotskiano e na Teoria da Atividade de Leontiev, com: Luis Radford (Université Laurentienne do Canadá) e Fulvia Furinghetti (Universidade de Genova, Itália), como pesquisadores expoentes, conforme Miguel e Miorim (2004).

Segundo Oliveira, Rosa e Viana (2015, p. 93), a perspectiva sociocultural da História da Matemática objetiva o estudo de "[...] fatos históricos relacionados com o ensino e a aprendizagem da Matemática por meio da utilização do contexto sociocultural no qual os envolvidos nesse processo de construção do conhecimento matemático estão ou estiveram inseridos". Assim, sugere-se que a História da Matemática seja trabalhada como diretiva teórico-epistemológica para a produção de situações didáticas para o processo de ensino e aprendizagem a partir da *práxis* do sujeito e as negociações que realiza com o meio, deste modo:

> [...] aparece como campo de possibilidade de constituição das situações, contextos e circunstâncias culturais engendradoras do conhecimento matemático e de suas transformações, bem como, é claro, das significações semióticas intra e interculturais produzidas e negociadas nos processos de circulação, recepção e transformação desse conhecimento em diferentes contextos e épocas. (MIGUEL; MIORIM, 2004, p.129)

Neste trabalho nosso objetivo é apresentar um levantamento de pesquisas acadêmicas brasileiras que versam sobre a História da Matemática para o ensino da Matemática para o ensino da Matemática e utilizam dentre seu aporte teórico a Perspectiva Sociocultural para História da Matemática, de modo a fornecer um panorama do que vêm sendo produzido no Brasil em termos desse objeto investigativo e indicar possíveis contribuições deste campo teórico considerado recente em termos de História na Educação Matemática.

Justifica-se este levantamento em virtude dos estudos que estão sendo realizados em prol de nossa pesquisa de doutoramento que se encontra em fase inicial e utiliza dentre seu referencial teórico a perspectiva sociocultural para a implementação da História da Matemática em sala de aula para produção de saberes coletivos entre professores e alunos, se apoiando nas ideias teóricas do pesquisador Luis Radford.

Assim, busca-se responder por meio deste artigo: *O que as pesquisas brasileiras têm indicado sobre perspectiva sociocultural para o ensino da História da Matemática e quais as contribuições destas pesquisas para outras produções à luz desta perspectiva teórica?*

Deste modo, por tratar-se de um estudo de natureza qualitativa (MARCONI; LAKATOS, 2003), utilizamos o procedimento de revisão bibliográfica e leitura do conteúdo categorizado por Cervo, Bervian e Silva (2007) para identificação e interpretação das pesquisas relacionadas. Segundo Pizzani et al. (2012) a revisão bibliográfica contribui na produção do corpo textual, por possibilitar a seleção e identificação de conhecimentos específicos ao objeto investigativo, assim pode ser realizada por meio da busca em base de dados referenciais ou textuais, que incluem referências bibliográficas/ resumo, ou, referências bibliográficas/ resumo/ acesso ao arquivo, respectivamente.

Por se caracterizar como uma revisão breve e específica, definimos a busca por trabalhos armazenados na base de dados textuais do Catálogo de Teses e Dissertações do banco de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), realizando esta busca no mês de dezembro de 2018.

Relacionamos, então, as seguintes palavras-chave: “Perspectiva Sociocultural da História da Matemática e Ensino da Matemática”; “Perspectiva Sociocultural e

História na Educação Matemática”; “Perspectiva Sociocultural e História no Ensino de Matemática”; “Perspectiva Sociocultural e História da Matemática”, para a primeira e a última palavra-chave refinamos a busca por trabalhos relacionados à área de conhecimento: *ensino*.

Encontramos um total de 114 resultados para "Perspectiva Sociocultural da História da Matemática e Ensino da Matemática", 166 resultados para "Perspectiva Sociocultural e História no Ensino de Matemática", 173 resultados para "Perspectiva Sociocultural e História na Educação Matemática", 74 resultados para "Perspectiva Sociocultural e História da Matemática".

Na identificação prévia dos trabalhos, realizamos a Pré-Leitura e/ou Leitura de Reconhecimento de títulos, resumos e palavras-chave, de modo a coletar informações relacionadas ao nosso objetivo (CERVO; BERVIAN; SILVA, 2007). Excluindo os que apareciam em mais de uma busca, identificamos sete trabalhos que consideramos coniventes e/ou próximos ao nosso objeto, os quais detalharemos na próxima seção.

IDENTIFICAÇÃO, CARACTERIZAÇÃO E APONTAMENTOS

Da fase da Leitura de reconhecimento, procedemos a fase da Leitura Seletiva dos trabalhos, verificando similaridades em proximidade a nossa proposta investigativa, o que culminou na leitura reflexiva dos trabalhos que apresentavam em seu âmago aspectos similares ao que procurávamos (CERVO; BERVIAN, SILVA, 2007).

Para fins deste trabalho, realizamos a Leitura Interpretativa (CERVO; BERVIAN, SILVA, 2007) junto à etapa de Comentários do Texto, caracterizando os objetos de estudos abordados nos trabalhos e possíveis conexões com a Perspectiva Sociocultural da História da Matemática.

Deste modo, organizamos no Quadro 1 por ordem cronológica, informações relativas a título, autoria/orientador, ano, instituição e modalidade de pós-graduação que possibilitam uma identificação prévia dos trabalhos. Posterior a esta identificação, caracterizamos cada trabalho em relação a abordagem teórica que procuramos apontar neste levantamento.

QUADRO 1: Identificação dos Trabalhos

Titulo	Autor/Orientador	Ano	Instituição	Pós-Graduação
A história da matemática como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem da matemática	Claudimar Abadio dos Santos/ Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio	2007	PUC-SP	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Atribuição de significados ao conceito de proporcionalidade: contribuições da história da matemática	José Roberto Costa Júnior/ Prof. Dr. Paulo Cézar de Faria	2010	UFRN	Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática
Alguns elementos que reforçam a importância da história da matemática na formação de professores	Wilson Monteiro/ Prof. Dr. Fumikazu Saito	2012	PUC-SP	Mestrado em Educação Matemática
Um estudo misto para entender as contribuições de atividades baseadas nos fundos de conhecimento e ancoradas na perspectiva sociocultural da história da matemática para a aprendizagem de funções por meio da pedagogia culturalmente relevante	Davidson Paulo Azevedo Oliveira/ Profa. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana e Prof. Dr. Milton Rosa	2012	UFOP	Mestrado Profissional em Educação Matemática
As contribuições da etnomatemática e da perspectiva sociocultural da história da matemática para a formação da cidadania dos alunos de uma turma do 8.º ano do ensino fundamental por meio do ensino e aprendizagem de conteúdos da educação financeira	Gelindo Martineli Alves/ Prof. Dr. Milton Rosa e Profa. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana	2014	UFOP	Mestrado Profissional em Educação Matemática
Perspectivas teóricas e funções pedagógicas da História da Matemática na série História da Matemática para o ensino	Karen Rodrigues Copello/ Prof. João Carlos Gilli Martins	2017	UFSM/RS	Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física
Uma sequência didática para o ensino de poliedros explorando O movimento lógico-histórico do conceito	Wilson Francisco da Rocha Lima/ Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio	2017	UFSCAR	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Fonte: Pesquisadoras.

- No Quadro 1, verificamos o trabalho de Santos (2007) que utiliza dentre seu aporte teórico a perspectiva sociocultural, o objetivo de seu trabalho foi mostrar possibilidades referentes ao uso da História da Matemática em sala de aula, pelo viés

motivador como disparadora no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Assim, dentre sua fundamentação teórica elencou abordagens teóricas a serem trabalhadas em sala de aula com o uso da História da Matemática.

Pertinente ao que investigamos, definimos no referencial teórico apontado por este pesquisador a abordagem utilizada por Fulvia Furinghetti, que marca a História da Matemática em dois temas: "[...] a história para refletir sobre a natureza da matemática como um processo sócio-cultural e a história para construir objetos matemáticos" (SANTOS, 2007, p. 40). Para este pesquisador estes são quadros teóricos que podem definir o trabalho em sala de aula, uma vez que o primeiro refere-se a *humanização do conhecimento matemático em sala de aula* e o segundo aos aspectos relacionados ao ensino e aprendizagem em sala de aula (SANTOS, 2007).

Ainda por este pesquisador, sob o ponto de vista de Fulvia Furinghetti, não há uma clareza no sentido atribuído para expressão *humanizar a matemática* no trabalho em sala de aula, a importância reside na existência dos objetos matemáticos, na dependência da Matemática com as atividades humanas na qual sugere-se que a história exerça um papel afirmativo, mas de modo algum, associada a anedotas e fatores afetivos vinculados a humanização do matemática, como vêm ocorrendo e interferindo no processo de ensino e aprendizagem.

Santos (2007) também sugere o enfoque desta perspectiva sob o ponto de vista de Miguel e Miorim (2004) – na concepção destes últimos, a História da Matemática é um campo de possibilidades derivados das experiências humanas que podem ser disparadoras para a produção de atividades que estabelecem uma dialética entre as práticas atuais e o contexto referente a época da produção do conceito; um diálogo cultural entre práticas atuais e situações do passado.

Embora tenha explanado a importância desta abordagem, ao realizar entrevistas com os professores a respeito do papel motivador da História da Matemática, não estabelece conexões com as abordagens teóricas que tratou em sua pesquisa, embora tenha concluído que a História da Matemática é uma ferramenta motivadora. Verificamos apenas considerações a respeito da importância da contextualização do tratamento da História da Matemática em sala de aula, sob o domínio do professor, como possibilidade de aprendizagem a partir da interação entre

o aluno e a dimensão histórica-social, o que presumimos que se ampara em alguns predicados da perspectiva sociocultural.

- No trabalho de Costa Júnior (2010) verificamos que seu objetivo foi “[...] conhecer os significados atribuídos ao conceito de proporcionalidade por meio de atividades mediadas pela História da Matemática, bem como averiguar se uma abordagem desta natureza possibilita modificação nesse sentido” (COSTA JÚNIOR, 2010, p. 12). Deste modo, referiu-se em alguns momentos dentre seu aporte teórico, predicados apontados por Luis Radford sobre o uso da História da Matemática a partir da perspectiva sociocultural na formação de professores, ressaltando a importância da História da Matemática como parte da cultura do professor, no auxílio a este a respeito da coerência e apresentação do conteúdo que se deve ensinar, e na compreensão do desenvolvimento das ideias matemáticas.

Para Costa Júnior (2010) estes são pontos potenciais no crescimento cultural do professor enquanto agente mediador do processo de ensino e aprendizagem, com razões para inserção da disciplina de História da Matemática no currículo de formação de professores. Assim, em sua investigação com professores de Matemática da cidade de Pocinhos localizada no Estado de Paraíba, no primeiro momento, coletou dados acerca do que estes atribuíam como significado ao conceito de proporcionalidade, posteriormente, aplicou atividades sobre proporcionalidade sob o viés da História da Matemática, utilizando a resolução de problemas, a par disto os entrevistou novamente, haja visto segundo este pesquisador a possibilidade de confronto entre as significações atribuídas após o processo mediado pela História da Matemática.

Em suas análises, verificamos que o pesquisador utilizou os predicados referentes ao uso da História da Matemática elencados por Luis Radford para amparar as falas dos professores, uma vez que estes em alguns momentos respondiam com similaridade aos predicados a respeito do uso da História da Matemática, no que condiz sua importância em referência ao auxílio a compreensão e apresentação do conteúdo que se deve ensinar e na compreensão do desenvolvimento das ideias matemáticas. Por fim, Costa Júnior (2010) conclui que as atividades sobre proporcionalidade mediadas pela História da Matemática suscitaram nos professores a atribuição de conceitos em um contexto distinto do que é comumente utilizado.

- No trabalho de Monteiro (2012), ao articular história e ensino da matemática por meio do desenvolvimento de uma atividade histórica elaborada, o pesquisador se fundamenta em perspectivas teóricas que articulam História e Educação Matemática, como as trazidas por Miguel e Miorim (2004), especificamente em diálogo ao nosso objeto, a perspectiva sociocultural.

Assim, o pesquisador apresenta a perspectiva como resultante das negociações entre sujeitos, práticas e contextos e a História da Matemática como propiciadora de "[...] diálogos entre as práticas pedagógicas atuais com as de outro contexto de um determinado conhecimento" (MONTEIRO, 2012, p. 25). Entretanto, diferentemente das pesquisas que até aqui caracterizamos, dirige críticas a esta perspectiva no que tange ao processo de ensino e aprendizagem, uma vez que ao se preocupar com frequência a fatores externos, não se compromete a estabelecer relações com questões internas, o que infere em perda de significado na elaboração de atividades e construção de certo conceito matemático (BROMBERG; SAITO, 2010, apud MONTEIRO, 2012).

Monteiro (2012) também indica que os sujeitos que participaram da aplicação da atividade desenvolveram um diálogo entre o conhecimento atual e do passado, o que indica traços da perspectiva sociocultural como apontado por Santos (2007). Em outros momentos, evidenciou a tomada de consciência sobre os saberes matemáticos por parte dos participantes, assim como sinalizado por Luis Radford em Costa Júnior (2010). Outro ponto tocado pelo pesquisador, foi a dependência da atividade com a interação entre os sujeitos, suas intencionalidades e relações com os saberes lançados no documento histórico, o que sugere indícios da perspectiva que tratamos (MIGUEL; MIORIM, 2004).

- No Quadro 1, verificamos ainda o trabalho de Oliveira (2012), que se baseia especificamente na perspectiva sociocultural. Este pesquisador buscou contribuições ao processo de ensino-aprendizagem de funções a partir de atividades que se baseiam em partes específicas da cultura (fundos de conhecimento) de alunos para sala de aula ancoradas na Perspectiva Sociocultural da História da Matemática, considerando também a abordagem da Pedagogia Culturalmente Relevante. Para elaboração de suas atividades utilizou uma abordagem implícita e explícita da História da Matemática,

em que “[...] A maneira implícita permite ao professor-pesquisador orientar as atividades propostas aos alunos, enquanto que a maneira explícita proporciona exemplos de fatos que ocorreram no decorrer da História da Matemática” (OLIVEIRA, 2012, p. 247). Como premissa, considerou que o desenvolvimento histórico da Matemática se agrega a cultura e a época de seus criadores, bem como “[...] a aquisição do conhecimento matemático, em sala de aula, pode estar relacionada com experiências culturais dos alunos” (OLIVEIRA, 2012, p. 6).

Neste sentido, se embasou em três teorias educacionais como categorias de análise: a Perspectiva Sociocultural da História da Matemática, os Fundos de Conhecimento e a Pedagogia Culturalmente Relevante. Por tratarmos apenas da primeira categoria, salientaremos o que o pesquisador destaca sobre ela: Oliveira (2012) utiliza dentre seu aporte teórico as considerações de Luis Radford e Fulvia Furinghetti, que consideram que o conhecimento matemático se constrói nesta perspectiva, haja vista, a necessidade de se “[...] analisar a época na qual o conhecimento matemático foi construído e também o contexto sociocultural no qual foi desenvolvido” (OLIVEIRA, 2012, p. 29).

Para a categoria de análise referente a Perspectiva Sociocultural da História da Matemática, sintetizaremos as possibilidades e limitações referentes a implementação em sala de aula desta perspectiva, elencadas por ele. Em relação as possibilidades, destaca o uso da História da Matemática a partir da abordagem implícita e explícita que corrobora na contextualização de momentos históricos, como evidenciado em trechos da fala de alunos. Seu estudo também evidencia orientações para o professor a partir da produção de gráficos por alunos, quando comparada com as representações gráficas elaboradas por Oresme no Século XIV (OLIVEIRA, 2012).

O multiculturalismo como característica inerente da perspectiva sociocultural foi considerado na interpretação dos resultados, pela sua influência no desenvolvimento do pensamento funcional, que se estabelece a partir do modo retórico ou verbal, sincopada ou simbólica de registros. As análises históricas considerando os dados atuais, refletiram na influência atual das redes sociais virtuais nas respostas e representações simbólicas sobre gráficos realizadas pelos alunos. Para Oliveira (2012) isto mostra a importância do “[...] estágio retórico da álgebra para o entendimento do

simbolismo acadêmico e desenvolvimento da linguagem algébrica simbólica" (OLIVEIRA, 2012, p. 9), como a importância da História da Matemática neste processo.

Em relação as limitações, o pesquisador infere que nem sempre é possível utilizar a História da Matemática explicitamente, considerando as dificuldades em encontrar informações históricas sobre o conteúdo de Funções para elaborar atividades contextualizadas e adaptadas aos dias atuais, em conformidade a ideias de Luis Radford sobre conexões diretas entre ampliação e formalização do conceito de função.

- Alves (2014) com o intuito de verificar as contribuições de atividades fundamentadas na Etnomatemática e na Perspectiva Sociocultural da História da Matemática para a formação da cidadania de alunos por meio do ensino e aprendizagem de conteúdos da Educação Financeira nas aulas de Matemática, utilizou a perspectiva sociocultural como "[...] um guia para a elaboração e desenvolvimento de atividades contextualizadas com conteúdos práticos da Educação Financeira" (ALVES, 2014, p. 6), a partir de três blocos (sequências didáticas) de atividades históricas que tratavam do: Desenvolvimento dos conteúdos matemáticos razão e proporção; Cálculos envolvendo porcentagem; e Introdução ao conceito de juros.

Como os demais trabalhos, se ampara em Luis Radford e apresenta ideias correspondentes. Entretanto, se diferencia por apresentar a prática pedagógica orientada[119] a partir da perspectiva que aqui dialogamos como uma possibilidade para utilização de uma abordagem implícita e explícita da História da Matemática assim como fez Oliveira (2012) em sua pesquisa. Alves (2014) constou relevância da abordagem implícita em relação a explícita na condução das atividades propostas aos alunos.

Para Alves (2014), a implementação da perspectiva sociocultural da História da Matemática em sala de aula impele da "[...] adequação do contexto social, histórico e cultural da História da Matemática no momento da elaboração de atividades curriculares sobre a transposição do conteúdo histórico da Matemática para o contexto escolar atual" (ALVES, 2014, p. 334).

[119] Alves (2014) elaborou três sequências didáticas que apresentavam os contextos social, econômico e cultural, além de considerar o cotidiano dos alunos para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos relacionados a Educação Financeira.

Dos resultados, elencou contribuições da Educação Financeira a partir da Perspectiva Sociocultural da História da Matemática e do Programa de Etnomatemática no que tange sua pesquisa. Destacou o desenvolvimento de ações educacionais que suscitaram o auxílio ao exercício da cidadania dos alunos, a re(conciliação) entre a escola e o cotidiano do aluno a partir do desenvolvimento do conhecimento matemático e financeiro (ALVES, 2014). Destacou a necessidade de professores elaborarem atividades como estas, mas entendemos que este não considerou como relevante os resultados que trouxe nas análises de dados coletados após aplicação das sequências didáticas em relação ao uso da História da Matemática no que tange ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática Financeira, pela falta de retomada e exposição.

- Já Copello (2017) em sua pesquisa toma como objeto os diferentes tipos de participação da História da Matemática nos diversos níveis de ensino a partir das cinco perspectivas elencadas por Miguel (2003) analisando qual destas perspectivas corresponde a cada um dos volumes da *Série História da Matemática para o Ensino* (coleção de livros paradidáticos da Sociedade Brasileira de História da Matemática-SBHMat). Ao apresentar as perspectivas, na concepção de Miguel (2003), elenca que a abordagem Sociocultural se estrutura na reciprocidade entre o condicionamento aprendizagem e desenvolvimento, sem subordinação recíproca entre passado e presente. Neste sentido, indica que fontes do passado e do presente devem ser interpretadas à luz das práticas culturais que as inserem.

Dentre a análise de 6 volumes da coleção de livros resultantes de minicursos, constatou que o primeiro volume da série intitulado *Aspectos históricos da Régua de Cálculo para construção de conceitos matemático* de autoria de Ana Carolina Costa Pereira, se enquadra na perspectiva sociocultural por se tratar de um minicurso que recorre à História da Matemática como recurso didático a partir da construção da forma original da Régua de Cálculo que possibilita a união da história com o conceito matemático do contexto econômico e social do século XVII, além de construir um planejamento didático referente ao ensino dos conteúdos propagados no minicurso (PEREIRA, 2015 apud COPELLO, 2017).

No segundo volume intitulado *Empatia e história da matemática* de autoria de Antonio Carlos Brolezzi, Copello (2017) aponta que na primeira parte do minicurso

deste pesquisador, este buscou aproximar a perspectiva sociocultural de Lev Vygotsky e a perspectiva evolutiva descontínua de Gaston Bachelard, haja vista que trabalhou o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal-ZDP, núcleo basilar da perspectiva sociocultural e Obstáculos Epistemológicos, núcleo basilar da perspectiva evolutiva descontínua. Entretanto, esses conceitos não são explícitos e não são apresentados nas atividades propostas, assim este volume não se enquadra nesta perspectiva, conforme Copello (2017).

Para o terceiro volume intitulada *As correspondências entre Euler e a princesa alemã como unidades básicas de problematização para as aulas de Matemática*, de autoria de Daniele Esteves Pereira e Iran Abreu Mendes, Copello (2017) verificou que este minicurso se enquadra na perspectiva sociocultural por "[...] trazer questões do contexto social, político, cultural e histórico da época em que as cartas foram escritas e também algumas menções da história dos conteúdos das cartas" (COPELLO, 2017, p.102). Outro aspecto sobre esta perspectiva no conteúdo, diz respeito a recorrência destes autores a História da Matemática como um recurso didático, cujas experiências humanas são um laboratório dialético, uma vez que ao analisarem as cartas que poderiam ser utilizadas como recurso didático, observaram os conteúdos matemáticos e foi possível organizar junto aos eixos temáticos norteados pelo PCN (PEREIRA; MENDES, 2015 apud COPELLO, 2017).

Por outro lado, Copello (2017) destaca que apenas nos volumes 1 e 3 se enquadra a Perspectiva Sociocultural para História da Matemática, por recorrer a História da Matemática encetando um diálogo com ela e fomentar a elaboração de sequências didáticas; além de evidenciar a preocupação dos autores com o estudo da Matemática e o seu contexto de criação, um constructo humano entrelaçado à aspectos culturais e objetos matemáticos validados e negociados por meio de signos linguísticos-semânticos. No geral, a pesquisadora evidenciou que a História da Matemática é trabalhada nos livros sob diferentes perspectivas teóricas de um modo bem distribuído.

- Por fim, com o objetivo de compreender e implementar em sala de aula o conceito de poliedro no decorrer da história do conhecimento humano, Lima (2017) propõe uma sequência didática que aborde este conteúdo do currículo escolar atual de

Matemática de modo crítico e contextualizado ao momento histórico que foi desenvolvido e ao conteúdo das pesquisas atuais. Assim, explora neste trabalho a participação da História da Matemática no Ensino em uma perspectiva Sociocultural amparada na teoria sócio interacionista de Lev Vygotsky e o Materialismo Histórico-Dialético de Karl Marx, a partir de situações de ensino-aprendizagem que propiciam um diálogo entre duas culturas distinta: cultura do ambiente escolar e cultura na qual o conceito trabalhado foi concebido (vertente do estudo do Movimento Lógico-Histórico do conceito).

Utiliza em seu aporte teórico as ideias Luis Radford e Miguel e Miorim (2004), parte da premissa da perspectiva sociocultural que instiga o diálogo entre o presente e o passado, o registro simbólico do conhecimento matemático como manifestação de grupos culturais e o compartilhamento de conhecimentos de diversos grupos por diversas épocas. Assim, em sua investigação observou a interação entre indivíduos de diferentes culturas, com múltiplas concepções acerca do conceito de poliedro.

Diferentemente das demais pesquisas, Lima (2017) afirma com base em Miguel e Miorim (2004) que a ausência de literatura e a natureza distorcida de algumas publicações deprecia a utilização de perspectivas como a sociocultural para a História da Matemática. Somos coniventes a esta constatação a partir deste breve levantamento de pesquisas que realizamos, pelo pequeno número de pesquisas brasileiras que utilizaram a Perspectiva Sociocultural para a História da Matemática, no que tange a implementação da História da Matemática no ensino da Matemática.

CONSIDERAÇÕES

Neste trabalho apresentamos um breve levantamento de teses e dissertações que versam sobre a História da Matemática para o ensino da Matemática à luz da Perspectiva Sociocultural, de modo a fornecer um panorama do que vêm sendo produzido no Brasil em termos desse objeto investigativo, e indicar possíveis contribuições deste campo investigativo considerado recente em termos de História na Educação Matemática.

Do levantamento, infere-se que poucas produções atrelam essa perspectiva em seu âmago teórico, em sua maioria preconizada como uma possibilidade concernente a implementação da História da Matemática em sala de aula que permite conexões culturais entre conceitos atuais e notórios do passado. Confere-se também que há pesquisas que abordam essa perspectiva, porém lançam mão da teoria na abordagem de análises e resultados. Em contrapartida, há pesquisas que se amparam nesta perspectiva na categorização e análise de dados, e contribuem para acrescentar à literatura profícua relativa a esta perspectiva teórica. Outras que recorrem à perspectiva para a produção de sequências de atividades didáticas a partir da História da Matemática.

Assim, acreditamos que o fomento deste campo teórico se instiga a partir de pesquisas no interior no campo investigativo da História da Matemática, como ação pedagógica de implementação da História da Matemática em sala de aula, a par desta ou de outras perspectivas considerando os apontamentos caracterizados neste artigo e o exercício no ambiente escolar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Gelindo Martineli. **As contribuições da etnomatemática e da perspectiva sociocultural da história da matemática para a formação da cidadania dos alunos de uma turma do 8. º ano do ensino fundamental por meio do ensino e aprendizagem de conteúdos da educação financeira**. Departamento de Matemática. ICEB. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Ouro Preto, MG: UFOP, 2014.

BROMBERG, Carla; SAITO, Fumikazu. A História da Matemática e a História da Ciência. In: BELTRAN, Maria Helena Roxo; SAITO, Fumikazu; TRINDADE, Laís dos Santos Pinto (Orgs.). **História da Ciência:** Tópicos atuais. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2010.
p. 47-72.

COSTA JÚNIOR, José Roberto. **Atribuição de significado ao conceito de proporcionalidade:** contribuições da História da Matemática. Mestrado profissionalizante em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, NATAL, 2010.

LIMA, Wilson Francisco da Rocha. **Uma sequência didática para o ensino de poliedros explorando o movimento lógico-histórico do conceito.** Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP: UFSCar, 2017.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na educação matemática:** propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MIGUEL, Antonio. Perspectivas teóricas no interior do campo de investigação 'história na educação matemática'. In: TEIXEIRA, Marcos V.; NOBRE, Sergio R. (Orgs.). **Anais** do V Seminário Nacional de História da Matemática, pp. 19-48, Universidade Estadual Paulista (UNESP) - Rio Claro (SP): Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), 2003.

MONTEIRO, Wilson. **Alguns elementos que reforçam a importância da História da Matemática na formação de Professores.** Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo: PUC/SP, 2012.

OLIVEIRA, Davidson Paulo Azevedo; ROSA, Milton; VIANA, Marger da Conceição Ventura. Reflexões sobre a perspectiva sociocultural da história da matemática. **Acta Scientiae**, v.17, n.1, jan./abr. 2015.

OLIVEIRA, Davidson Paulo Azevedo. **Um estudo misto para entender as contribuições de atividades baseadas nos fundos de conhecimento e ancoradas na perspectiva sociocultural da história da matemática para a aprendizagem de funções por meio da pedagogia culturalmente relevante.** Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Ouro Preto, MG: UFOP, 2012.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Aspectos históricos da Régua de Cálculo para a construção de conceitos matemáticos**.1 ed. São Paulo. Livraria da Física, 2015.

PEREIRA, Daniele Esteves; MENDES, Iran Abreu. **As correspondências entre Euler e a princesa alemã como unidades básicas de problematização para as aulas de matemática**. 1 ed. São Paulo. Livraria da Física, 2015.

PIZZANI, Luciana; SILVA, Rosemary Cristina da; BELLO, Suzelei Faria; HAYASHI, Maria Cristina Piumbato Innocentini. A arte da pesquisa bibliográfica na busca do conhecimento. **RDBCI: Revista Digital de Biblioteconomia e Ciência da Informação**, v. 10, n. 1, p. 53-66, 2012.

SANTOS, Claudimar Abadio dos. **A história da matemática como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem da matemática**. Mestrado profissionalizante em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, 2007.



ISSN 2236-4102

A RESPEITO DOS REQUERIMENTOS DE JOAQUIM GOMES DE SOUSA PARA A REALIZAÇÃO DOS EXAMES DE GENERALIDADES NA ESCOLA MILITAR

Rachel Mariotto[120]

RESUMO

Neste trabalho são apresentados dois registros a respeito dos requerimentos feitos por Joaquim Gomes de Sousa para a realização dos exames da Escola Militar mesmo sem ter frequentado tal instituição. Através de uma análise histórico-interpretativa buscou-se compreender a posição da congregação dos lentes da Escola Militar, e de seu diretor, a respeito desse requerimento e mostrar como se deu o desencadeamento dos fatos. A importância desse estudo resido no fato de que foi através desses exames que Gomes de Sousa obteve o título de bacharel e assim ficou apto a conseguir o grau de doutor em Matemática. Tem-se que todos os acontecimentos relacionados a vida profissional deste personagem estão ligados a esse doutorado: sua carreira como lente da Escola Militar, sua publicações em Matemática e a apresentação de suas memórias matemáticas a Academia Francesa de Ciências, que o colocou um patamar diferenciado dos demais matemáticos do Brasil na época. Por toda a sua trajetória, Gomes de Sousa foi tido como o melhor matemático brasileiro, assim estudar os registros dos requerimentos que iniciaram essa história colabora efetivamente na construção de uma História da Matemática no Brasil.

Palavras-chave: Sousinha. Exames vagos. Bacharel em Matemática. História da Matemática no Brasil.

[120] Instituto Federal de São Paulo - Campus Birigui (IFSP). rachelmariotto@hotmail.com .

INTRODUÇÃO

A história do matemático Joaquim Gomes de Sousa (1829-1864) tem sido contada e recontada entre seus pares e também entre os historiadores da matemática, tendo sido publicados diversos textos, entre livros e artigos, sobre sua vida, sua obra matemática ou sua atuação política. O interesse por esse personagem reside tanto no fato dele ter sido um dos primeiros a obter o título de doutor em Matemática no Brasil, quanto por seu desenvolvimento posterior nesta ciência, chegando a apresentar seus estudos na Academia Francesa de Ciências. Também sua tese mereceu destaque por possuir um caráter inédito, diferentemente das outras teses apresentadas à mesma época. Não obstante, apesar de suas publicações em matemática, parte da fama de Gomes de Sousa se iniciou antes, sendo relacionada ao modo como ele conseguiu o grau de bacharel em Matemática pela Escola Militar.

Joaquim Gomes de Sousa, nascido na vila de Itapecurumirim, no Maranhão, em 15 de fevereiro de 1829, desde cedo foi incentivado por seu pai, que o enviou com apenas 12 anos para estudar em Olinda. Por ocasião do destino, ele precisou voltar a sua terra natal e foi a partir daí que sua história com a Matemática começou a ser escrita. Não há como saber se a mudança do Maranhão para o Rio de Janeiro para estudar na Escola Militar foi do gosto de Joaquim Gomes de Sousa, ou da vontade de seu pai, um major aposentado. No entanto, o fato é que em fevereiro de 1844 o jovem Sousinha, como era conhecido, ingressava na melhor instituição brasileira para a formação de oficiais e engenheiros militares, e particularmente em Matemática.

Durante seu primeiro ano na Escola Militar, de acordo com Souza (2008), o jovem interessou-se mais por literatura do que pelas atividades militares, já que seu corpo frágil não combinava com aquele ambiente. Assim, depois de ter concluído esse ano de estudos, devido sua má condição de saúde, pediu licença da escola para se tratar. Como a vida militar não parecia ser do agrado de Gomes de Sousa, no inicio de 1845, ele não voltou a Escola Militar, mas ingressou na faculdade de Medicina do Rio de Janeiro (SOUZA, 2008). Lá permaneceu por pelo menos três anos quando retornou a Escola Militar com um requerimento nada comum: fazer os exames dos anos do

curso Matemático daquela escola, sem a ter frequentado, e assim obter o título de bacharel em Matemática.

De acordo com Leal (1987), durante seus estudos em medicina ele se destacou por aprender sozinho conteúdos além do proposto pelas disciplinas e acabou por se interessar pelas aplicações da Matemática. Esse autor ainda revela que Gomes de Sousa teria estudado o material utilizado na Escola Militar para se aprofundar no assunto. Assim, percebendo estar preparado para passa nos exames desta instituição e incentivado por um lente da Escola Militar, o Dr. Ricardo José Gomes Jardim que frequentava a mesma pensão que ele, Gomes de Sousa teria se encorajado a fazer tal requerimento, no início de 1847.

Por seu caráter extraordinário, esse pedido não foi de pronto respondido, e precisou ser discutido pela congregação da escola. No entanto, como será visto a seguir, o requerimento foi aceito e Joaquim Gomes de Sousa foi submetido aos exames, os quais foi vencendo um a um e obteve o título de bacharel em matemática, possibilitando que pouco tempo depois ele também conseguisse o título de doutor em Matemática pela Escola Militar.

Diante disso, esse trabalho busca investigar dois registros encontrados referentes a esses requerimentos, buscando evidenciar como esse pedido de Gomes de Sousa, se tornou relevante em sua carreira como matemático. Além disso, procura-se apontar como a decisão da pela aceitação do requerimento não veio da Escola Militar, mas de outras instituições do governo.

OS REQUERIMENTOS PARA OS EXAMES DE GENERALIDADES DE GOMES DE SOUSA

Os resultados que aqui se expõe são parte de uma pesquisa de doutorado a respeito do processo que desencadeou o doutoramento de Joaquim Gomes de Sousa. Nas investigações realizadas, percebeu-se a necessidade de compreender como se deu o andamento dos exames aos quais ele foi submetido para a obtenção do grau de bacharel, e assim durante a busca pelas fontes procure-se documentos relacionados a

essa etapa. Os requerimentos para a realização dos exames de generalidades haviam sido citados por seus biógrafos, mas até então nenhum documento relacionado havia sido exibido.

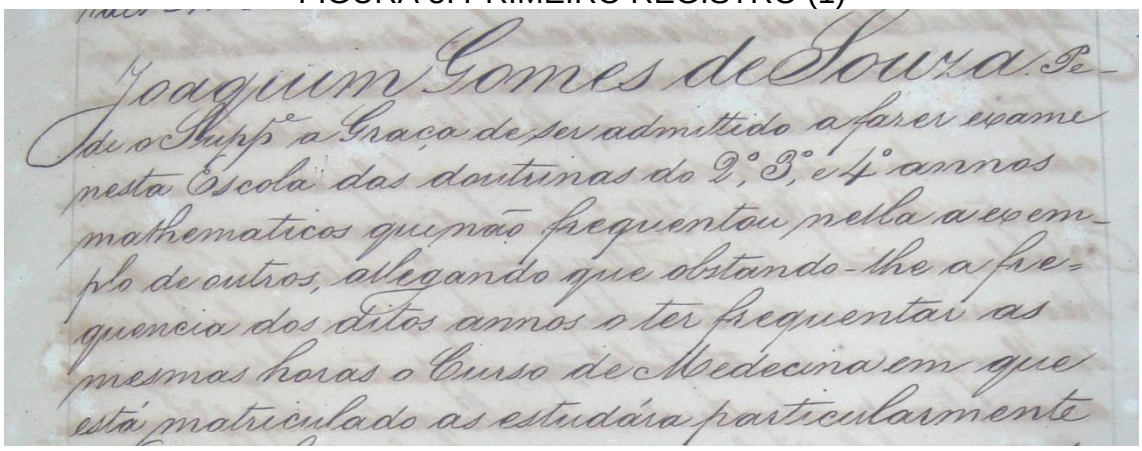
Apesar dos requerimentos originais ainda não terem sido descobertos, nas buscas realizadas no Arquivo Nacional, foram localizados documentos com registro das ordens do dia da Escola Militar e também com informações a respeito dos alunos e lentes. Entre eles, havia dois registros relacionados a Gomes de Sousa, nos quais constava as informações dos requerimentos para a realização dos exames. Assim, esses registros se tornaram uma fonte valiosa de pesquisa, que revelou novos contextos a respeito de tais exames e ainda comprovaram algumas informações já existentes.

A seguir, serão abordados esses dois registros e o encadeamento histórico que os cerca. Para a compreensão destes documentos foi realizada uma análise histórico-interpretativa dos mesmos, procurando relacionar o dados ali obtidos como o que já se sabia pelas biografias de Gomes de Sousa.

O primeiro registro: 10 de maio de 1847

O primeiro registro encontrado diz respeito ao pedido de Gomes de Sousa para realizar os exames referentes ao 2º, 3º e 4º anos da Escola Militar. Logo no início é possível obter essa e outras informações, como o fato dele ter solicitado realizar os exames sem ter frequência na Escola Militar por frequentar no mesmo horário o Curso de Medicina, conforme pode-se ver na figura 1.

FIGURA 5: PRIMEIRO REGISTRO (1)



Joaquim Gomes de Souza. Pe-
de o Supp.e a Graça de ser admittido a fazer exame
nesta Escola das doutrinas do 2.º 3.º e 4.º annos
mathematicos que não frequentou nella a exem-
plo de outros, allegando que obstando-lhe a fre-
quencia dos ditos annos o ter frequentar as
mesmas horas o Curso de Medecina em que
está matriculado as estudára particularmente

Fonte: Arquivo Nacional

Transcrição:

> Joaquim Gomes de Souza. Pede o Suppe a Graça de ser admittido a fazer exame nesta Escola das doutrinas do 2º, 3º e 4º annos mathematicos que não frequentou nella a exemplo de outros, allegando que obstando-lhe a frequencia dos ditos annos o ter frequentar as mesmas horas o Curso de Medecina em que está matriculado as estudára particularmente.

É interessante notar o trecho "não frequentou nella a exemplo de outros", no qual expressa-se que não somente Gomes de Sousa, mas outros alunos poderiam ter deixado de frequentar algumas disciplinas e/ou anos do curso da Escola Militar. Para justificar sua ausência na instituição, ele teria alegado que não pode frequentar essas aulas por estar matriculado e frequentando a escola de medicina.

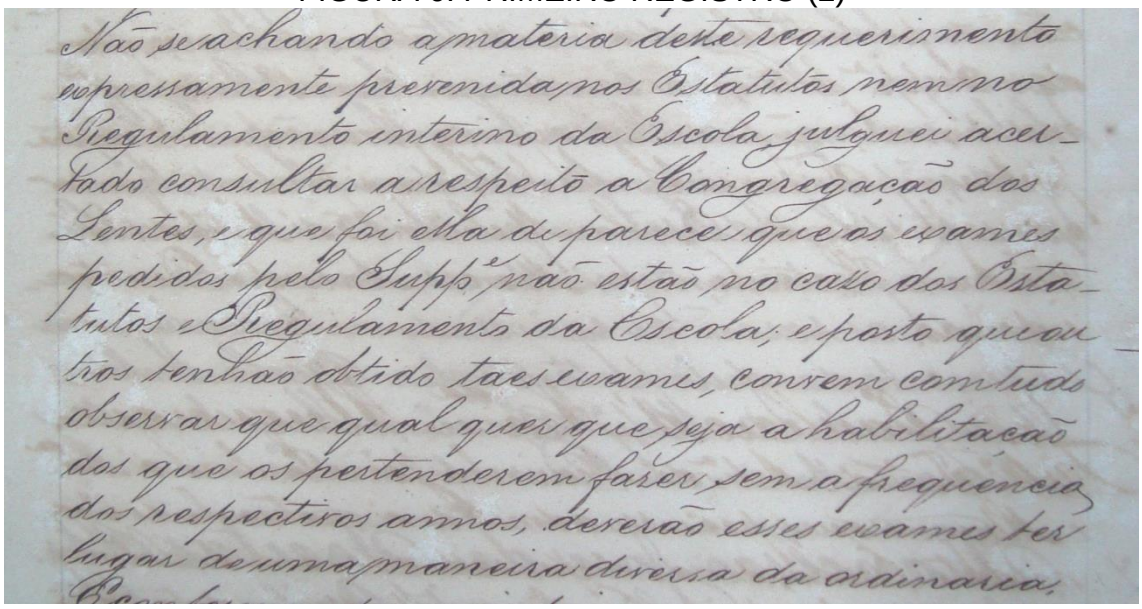
Outra expressão que chama atenção nessa parte é "as estudára particularmente". Entende-se que em seu requerimento, Gomes de Sousa afirma ser capaz de realizar tais exames por ter estudado todas as matérias sozinho. Neste sentido, Leal (1987) afirma

> [Joaquim Gomes de Souza] Muniu-se então de todos os compêndios do curso do segundo ano da academia militar. Estudados estes, e animado por tão inesperado resultado, entrou afoito pelo cálculo integral e diferencial, pela mecânica de Francoeur, pela astronomia; e assim, quase insensivelmente e sem outro auxílio e guia que o de sua extraordinária inteligência, dentro no seu gabinete, e ao concluir o seu terceiro ano médico, já sabia tudo quanto constituía o curso de engenharia. (LEAL, 1987, p 241)

De acordo com o decreto de 1845, as disciplinas ministradas no segundo ano eram Álgebra Superior, Geometria, Cálculo, Geometria Descritiva e Desenho, sendo que o material sugerido eram as obras de Lacroix e Gaspar Monge, além dos compêndios produzidos pelos próprios lentes. Não se pode afirmar, no entanto, que esses autores tenha sido de fato utilizados ou ainda estivesse sendo adotados no período de 1844 a 1847. E ainda, que teriam sido esses os autores estudados por Gomes de Sousa. Também há uma lacuna em relação ao estudo dos demais anos do curso da Escola Militar.

Na sequência do registro, conforme a figura 2, há a posição do diretor interino da Escola Militar, o Coronel Firmino Herculano de Moraes Ancora, sobre o requerimento, pois tal pedido não era comum e nem constava nos Estatutos da Escola Militar.

FIGURA 6: PRIMEIRO REGISTRO (2)



Fonte: Arquivo Nacional

Transcrição:

> Não se achando a materia deste requerimento expressamente prevenida nos Estatutos nem no Regulamento interino da Escola, julguei acertado consultar a respeito a Congregação dos Lentes, e que foi ella de parecer que os exames pedidos pelo Suppe não estão no caso dos Estatutos e Regulamento da Escola, e posto que outros tenhão obtido taes exames, convem com tudo observar que qualquer que seja a habilitação dos que pretenderam fazer sem a frequencia, dos respectivos annos, deverão esses exames ter lugar de uma maneira diversa da ordinaria.

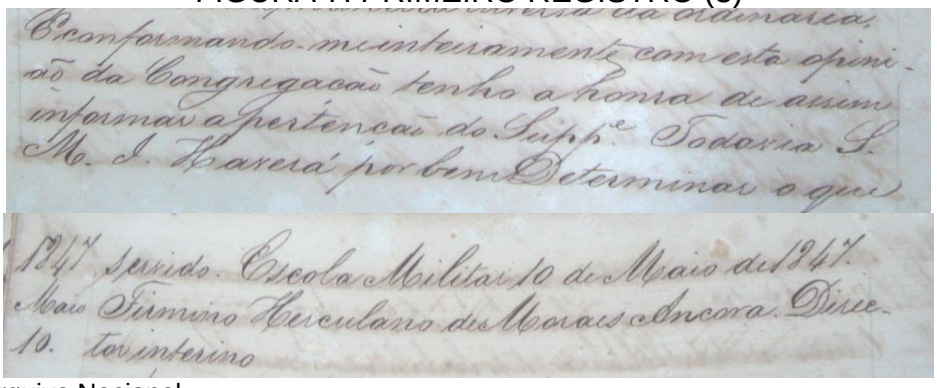
Tratando-se de um caso especial, o diretor recorre a Congregação dos Lentes da Escola Militar. Assim como o diretor, a congregação entendeu que tais exames não estavam previstos pelos Estatutos e Regulamentos da escola, ou seja, não deveriam ser realizados. No entanto com a afirmação de que outros já haviam obtido tais exames, conforme sugerido por Gomes de Sousa, no caso de ocorrerem novamente, deveriam ser realizados de modo diferente do que se fazia com o restante dos alunos.

De acordo com o Estatuto em vigor na época, todas avaliações eram realizadas no mês de novembro, sendo que os alunos deveriam comparecer à secretaria da escola com 24 horas de antecedência para "tirar o ponto", ou seja, sortear o tema sobre o qual seriam arguido. Isso para todas as matérias do ano em questão. No caso dos exames de Gomes de Sousa, usou-se o termo generalidades pois, além da prova de ponto, também havia o exame em que ele seria arguido na generalidade das matérias do ano, isto é, ele deveria responder a questões aleatórias referentes ao ano a que se submetia ao exame. A esse respeito Leal (1987, p. 242) declara que ele ia "sofrendo antes dos atos de ponto de cada matéria exames vagos sobre as do respectivo curso". De onde se infere que além dos exames de pontos, comuns aos alunos da Escola Militar, Joaquim Gomes de Sousa também era submetido a esse outro tipo de exame, dito vago ou de generalidades.

Por fim, é preciso esclarecer que mesmo tendo a congregação do Lentes ressaltado a importância da realização de exames distintos dos ordinários para casos como esse, ela não aprovou o pedido de Gomes de Sousa.

Na parte final deste registro, conforme a figura 3, apoiado na deliberação da congregação, o diretor passa ao Imperador a decisão final.

FIGURA 7: PRIMEIRO REGISTRO (3)



Fonte: Arquivo Nacional

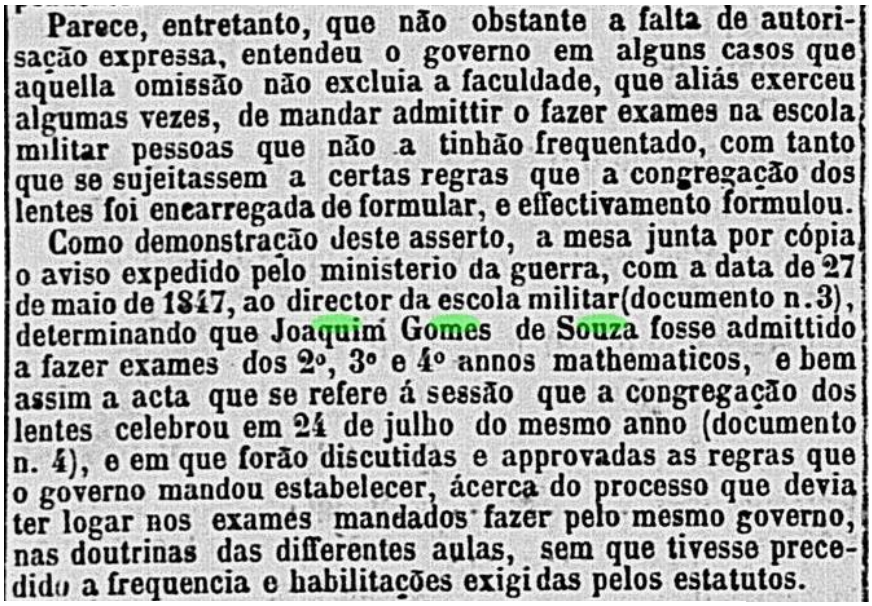
Transcrição:

> E conformando-me inteiramente com esta opinião da Congregação tenho a honra de assim informar a pertenção do Suppe. Todavia S. M. I. Haverá por bem Determinar o que servido. Escola Militar 10 de maio de 1847. Firmino Herculano de Moraes Ancora. Diretor interino.

A respeito de outros que tenham feito exames ou pedidos da mesma natureza não se obteve mais informações, no entanto, percebeu-se comum o pedido de alunos que frequentavam a Escola Militar para realizar os exames anuais fora do prazo. Alguns por motivo de doença, outros por excesso de faltas, mas nenhum parecido com o pedido de Gomes de Sousa, a exceção de um processo em favor de Gustavo do Rego Macedo, que foi publicado pelo jornal Correio Mercantil, em 16 de abril de 1866. Esse caso poderia ser classificado como transferência entre instituições, umas vez que o aluno teria cursado algumas disciplinas em Paris.

Apesar desses requerimentos estarem separados por quase 20 anos, o que chama a atenção no caso do aluno Macedo é que o exemplo de Gomes de Sousa foi citado, e algumas informações importantes foram apresentadas pelo jornal, conforme a figura 3.

FIGURA 8: CORREIO MERCANTIL - 16 DE ABRIL DE 1866



Parece, entretanto, que não obstante a falta de autorisação expressa, entendeu o governo em alguns casos que aquella omissão não excluia a faculdade, que aliás exerceu algumas vezes, de mandar admittir o fazer exames na escola militar pessoas que não a tinhão frequentado, com tanto que se sujeitassem a certas regras que a congregação dos lentes foi encarregada de formular, e effectivamento formulou.

Como demonstração deste asserto, a mesa junta por cópia o aviso expedido pelo ministerio da guerra, com a data de 27 de maio de 1847, ao director da escola militar(documento n.3), determinando que Joaquim Gomes de Souza fosse admittido a fazer exames dos 2º, 3º e 4º annos mathematicos, e bem assim a acta que se refere á sessão que a congregação dos lentes celebrou em 24 de julho do mesmo anno (documento n. 4), e em que forão discutidas e approvadas as regras que o governo mandou estabelecer, ácerca do processo que devia ter logar nos exames mandados fazer pelo mesmo governo, nas doutrinas das differentes aulas, sem que tivesse precedido a frequencia e habilitações exigidas pelos estatutos.

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital. Disponível em: <https://goo.gl/dD7Diz>.Acesso em: 20 abr. 2018.

A partir dessa publicação, pode-se concluir que mesmo que o diretor e a congregação dos lentes tenha considerado o caso de Joaquim Gomes de Sousa fora dos Estatutos, foi-lhe permitido realizar tais exames, visto que o próprio ministro da Guerra, na época o marechal Antônio Manuel de Melo Castro e Mendonça, solicitou ao diretor que ele fosse admitido aos exames. De fato, em outras fontes encontradas no Arquivo Nacional há o registro de um exame que foi realizado em 27 de novembro de 1847, no qual Joaquim Gomes de Sousa foi aprovado simplesmente. Esse exame dizia respeito a cadeira de Mecânica Racional, ministrada no 3º ano.

Havia, segundo os Estatutos da Escola Militar dois tipos de aprovação: plena e simples. Os exames naquela época eram avaliados por três lentes, sendo que cada um deles deveria dar ao aluno A de aprovado ou R de reprovado. Aqueles que obtivessem três notas A seriam aprovados plenamente, aqueles que obtivessem duas notas A e uma R seriam aprovados simplesmente e aqueles que obtivessem dois ou três R seriam reprovados. Essa informação é relevante pois, com exceção deste exame relatado no registro do dia 27, em todos os outros Gomes de Sousa conseguiu aprovações plenas. Assim, após ele refazer o exame de Mecânica Racional, o que era permitido pelos Estatutos, ele estava apto a se candidatar ao doutorado.

Como houve a aprovação simples no exame do terceiro ano, a Congregação da Escola optou por cancelar os outros exames, fazendo com que Gomes de Sousa precisasse fazer outro requerimento, como será visto a seguir.

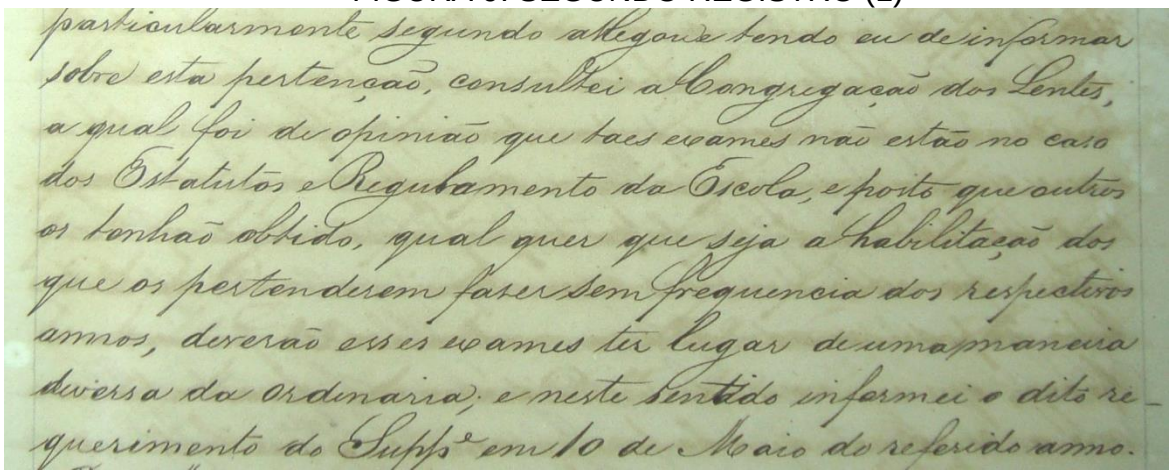
O segundo registro: 1º de abril de 1848

O segundo requerimento de Joaquim Gomes de Sousa dizia respeito aos exames do 4º, 5º, 6º e 7º ano. Do mesmo modo que no primeiro, nesse também há a justificativa para a não frequência nas aulas da Escola Militar devido ao curso de Medicina, sendo que de acordo com este documento ele estaria matriculado no 4º ano desta faculdade. Outro dado que se repete é a alegação de Gomes de Sousa de que ele teria estudado "particularmente" as matérias dos referidos exames. Um destaque é a repetição do pedido pra exame do 4º ano uma vez que após a aprovação simples em

matéria do 3º ano, os exames foram interrompidos, precisando então Gomes de Sousa requerer os exames do 4º anos novamente.

Esse registro também está em nome do diretor interino Firmino Herculano de Moraes Ancora, e novamente ele consulta a congregação dos lentes para a tomada de decisão, como pode ser visto na figura 5.

FIGURA 9: SEGUNDO REGISTRO (1)



Fonte: Arquivo Nacional

Transcrição:

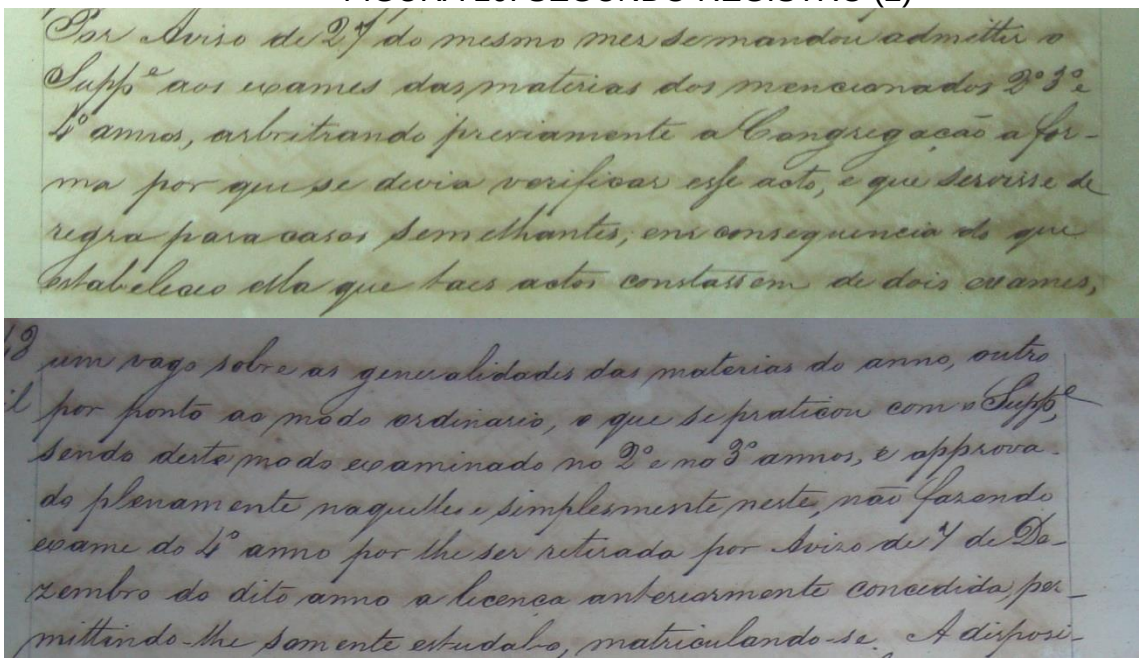
> (...) particularmente segundo allegou e tendo eu de informar sobre esta pertenção, consultei a Congregação dos Lentes, a qual foi de opinião que taes exames não estão no caso dos Estatutos e Regulamento da Escola, e posto que outros os tenhão obtido, qual quer que seja a habilitação dos que os pertenderem fazer sem frequencia dos respectivos annos, deverão esses exames ter lugar de uma maneira diversa da ordinaria; e neste sentido informei o dito requerimento do Suppe em 10 de maio do referido anno.

Percebe-se portanto, que mesmo Joaquim Gomes de Sousa obtendo a permissão para realizar os primeiros exames, a postura da congregação dos Lentes e do próprio diretor da Escola Militar, não mudou referente ao requerimento. Da mesma forma, os dizeres para o tipo de exames que casualmente poderiam ser aplicados é o mesmo, ou seja, deveriam ser diferentes daqueles já aplicados aos alunos regulares.

Na sequência desse registro, conforme a figura 6, há menção ao aviso do dia 27 de maio de 1847 que aprovou o pedido de Gomes de Sousa, para os primeiros exames, como já sabido pela publicação do *Correio Mercantil*. Destaca-se, neste

sentido, o uso da palavra "mandou" em relação a admissão aos exames, o que significa que de fato, foi uma ordem de fora da Escola Militar. Neste caso fica fácil de concluir que se tratava de alguém ligado ao Ministério da Guerra, uma vez que essa era a instituição superior imediata à Escola Militar. Apesar dessa ordem ainda não ter sido encontrada, confirma-se essa data como sendo a da aprovação do primeiro requerimento de Joaquim Gomes de Sousa com base nessas duas fontes.

FIGURA 10: SEGUNDO REGISTRO (2)



Fonte: Arquivo Nacional.

Transcrição

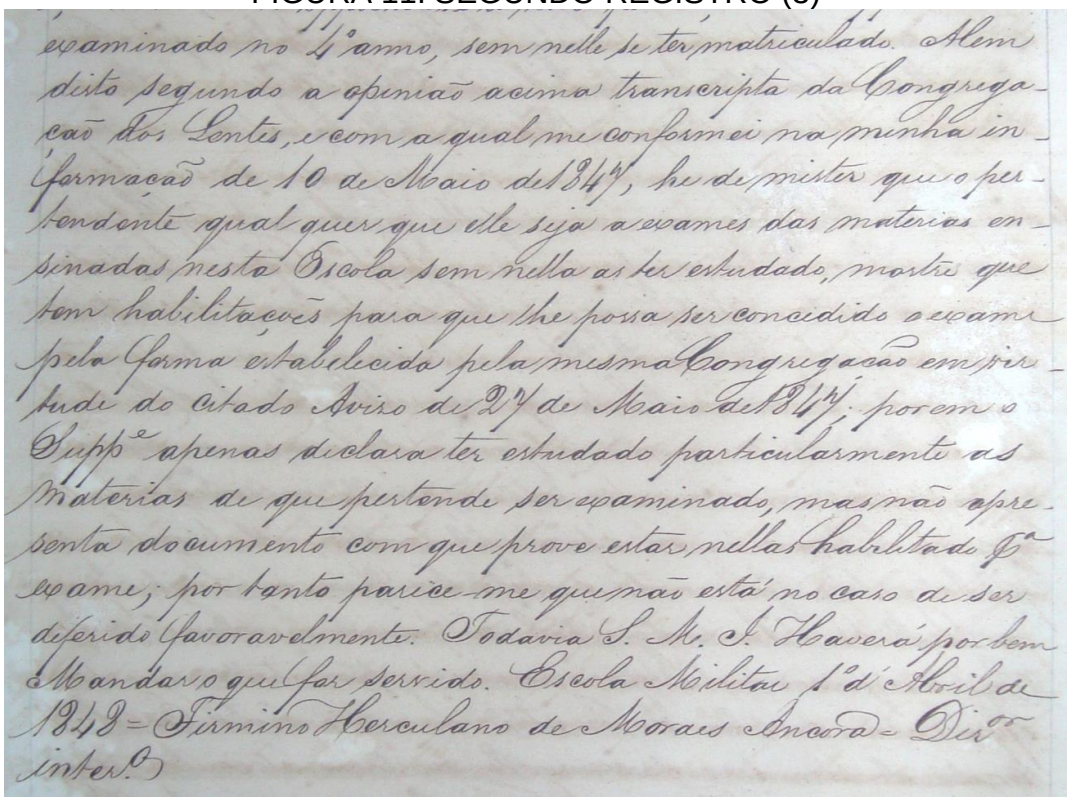
Por aviso de 27 do mesmo mes se mandou admittir o Suppe aos exames das materias dos mencionados 2º, 3º e 4º annos, arbitrando previamente a Congregação a forma por que se devia verificar esse acto, e que servisse de regra para casos semelhantes, em consequencia do que estabeleceo ella que taes actos constassem de dois exames, um vago sobre as generalidades das materias do anno, outro por ponto do modo ordinário, o que se praticou com o Suppe, sendo desse modo examinado no 2º e no 3º annos, e approvado plenamente naquele e simplesmente neste, não fazendo exame do 4º anno por lhe ser retirada por Aviso de 7 de Dezembro do dito anno a licença anteriormente concedida, permittindo-lhe somente estuda-lo, matriculando-se. (...)

Além disso, este trecho é importante pois confirma o modo como seriam realizados os exames para tais situações: "um vago sobre as generalidades das materias do anno, outro por ponto do modo ordinário", ou seja, um exame de todo o conteúdo do ano, sem temas previamente escolhidos e outro de ponto, como era costume na escola. Essa fato está em acordo com o que o foi discutido anteriormente, e aponta para a confirmação das informações prestadas por Leal (1987) em sua biografia de Gomes de Sousa.

Na sequência há a menção de que esse tipo de exame já havia sido aplicado ao suplente, para o 2º e 3º anos, com as respectivas aprovações plenas e simples, e não aplicado no 4º ano. Nessa parte pode-se confirmar que a congregação dos Lentes tirou a licença que Gomes de Sousa tinha para fazer os exames em 07 de dezembro de 1847, poucos dias depois dele ter sido aprovado simplesmente em Mecânica Racional (3º ano). Neste sentido, é importante notar que com a licença casada ele poderia somente se submeter aos exames caso se matriculasse na escola.

A justificativa da escola em não conceder a Gomes de Sousa o pretendido, além de tais exames não constarem nos Estatutos, reside no fato de que ele não conseguia comprovar que estava habilitado aos exames, uma vez que o mesmo apenas dizia ter estudado as matérias sozinho, sem algum documento que comprovasse. Por isso, mais uma vez a congregação dos lentes, assim como o diretor, foram contra o requerimento apresentado por ele, o que pode ser observado pela figura 7.

FIGURA 11: SEGUNDO REGISTRO (3)



Fonte: Arquivo Nacional

Transcrição:

Alem disto segundo a opinião acima transcripta da Congregação dos Lentes, e com a qual me conformei na minha informação de 10 de maio de 1847, he de mister que o pertendente qual quer que elle seja a exames das materias ensinadas nesta Escola sem nella ter estudado, mostre que tem habilitações para que lhe possa ser concedido o exame pela forma estabelecida pela mesma Congregação em virtude do citado Aviso de 27 de maio de 1847; porem o Supp^{e} apenas declara ter estudado particularmente as materias de que pertende ser examinado, mas não apresenta documento com que prove estar nellas habilitado p^{a} exame; por tanto parece-me que não está no caso de ser deferido favoravelmente. Todavia S. M. I. haverá por bem mandar o que for servido. Escola Militar 1º de Abril de 1848 = Firmino Herculano de Moraes Ancora = Diretor inter^{o}.

É claro que alguém que estudou sozinho o conteúdo dos exames não iria possuir um documento que comprovasse tal feito, assim infere-se que a Escola Militar, representada aqui pelo diretor e pela congregação dos lentes, estava tentando se preservar de situações como essa para evitar que outros tantos pudessem requerer o mesmo. Neste caso, há discordância com o ocorrido do aluno Macedo, citado

anteriormente, pois como se tratava de um processo de transferência, ele provavelmente teria documentos que comprovassem seus estudos em Paris.

Apesar da clara afirmação do diretor da Escola Militar "por tanto parece-me que não está no caso de ser deferido favoravelmente", Joaquim Gomes de Sousa teve seu pedido aceito e realizou os exames do 4º ao 7º ano conforme atestado por outros documentos encontrados no Arquivo Nacional[121]. Neles também é possível verificar a data de 06 de abril de 1848 como sendo do aviso recebido aceitando Gomes de Sousa para os exames. Através desses documentos também se tem as datas em que ele realizou exames: 13 de maio de 1848 (4º ano), 19 de maio de 1848 (5º ano), 31 de maio de 1848 (6º ano), 7 e 8 de junho de 1848 (7º ano).

CONSIDERAÇÕES

Joaquim Gomes de Sousa foi tido por muito tempo como o maior matemático brasileiro, seja por sua tese ou por seus estudos posteriores. Seu desenvolvimento como matemático ocorreu com seu ingresso na Escola Militar enquanto lente substituto, pois foi a partir daí que ele começou a fazer publicações na área. No entanto, pode-se dizer que foram os exames vagos a que se submeteu nesta instituição que possibilitaram tudo isso. Assim, investigar como ocorreram esses exames, e em particular o requerimento para tal, ajudou a desmistificar e construir a história desse personagem e também a História da Matemática no Brasil

Como pôde ser percebido, a Escola Militar não era favorável a tais exames, seja por não abrir brechas para novos pedidos, seja por não concordar com eles. Nesta perspectiva, o processo do aluno Gustavo do Rego Macedo ajuda a perceber que requerimentos daquela natureza não eram bem quistos entre os lentes da escola. Isso, no entanto, não impediu que Gomes de Sousa pudesse realizá-los. E, ainda que não se tenham documentos que possam confirmar como isso se deu, pelos estudos realizados em suas biografias, Joaquim Gomes de Sousa foi de alguma forma privilegiado nesse sentido. Leal (1987) afirma que ele ficou conhecido do Senador Saturnino da Costa Pereira e por isso teria conseguido ser admitido nos exames, após

[121] Todos esses outros documentos podem ser encontrado em Mariotto (2019, no prelo)

longa entrevista com alguns lentes da escola. Não podendo-se afirmar tal fato, o que se tem é que de fato foram instituições superiores que aprovaram seus requerimentos.

Referente a isso, o que se pode afirmar, é que o século XIX no Brasil, época em que Joaquim Gomes de Sousa esteve na Escola Militar e fez os requerimentos, foi de forte patriotismo. Esse fato imprimia nas pessoas a necessidade da busca por um herói nacional, conforme afirma Araújo (2012). Portanto, não é de se admirar que os governantes estivessem prontos para encontrar tal prodígio onde quer que fosse, apostando assim em homens com algum destaque nas ciências.

Infere-se porém que, apesar de todo o ufanismo praticado naquele período, foi legítimo o enaltecimento dado a Gomes de Sousa pelo sucesso que obteve em tais exames. Além disso, tais exames fizeram parte do processo a que se submeteu para conseguir os títulos de Bacharel e Doutor em Matemática, e sem eles, isso não teria acontecido. Ou seja, toda a sequência de acontecimentos para que ele atingisse o fim máximo de ser Doutor em Matemática se iniciou com os requerimentos feitos para Escola Militar para que ele pudesse se submeter a exames, e assim ser aprovado nas disciplinas do curso militar, sem ter cursado a referida escola.

Assim, através dessa investigação pôde-se perceber que o requerimento de Joaquim Gomes de Sousa para fazer os exames de generalidades de todas as matérias dos sete anos do curso da Escola Militar, mesmo se o apoio da congregação dessa escola, foi fundamental para que ele pudesse obter o título de bacharel e posteriormente o de doutor em Matemática pela Escola Militar. Além disso, de grande relevância para o seu futuro como um dos maiores matemáticos do Brasil.

REFERÊNCIAS

LEAL, Antônio H. *Pantheon maranhense*: ensaios biográficos dos maranhenses ilustres já falecidos. 2ed. Rio de Janeiro: Alhambra, 1987. v.2.

MARIOTTO, Rachel. *Um estudo sobre o processo que desencadeou o doutoramento de Joaquim Gomes de Sousa (1829-1864) e alguns apontamentos sobre sua tese*. Tese de doutorado. Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro. 2019.

SOUZA. *O Newton de Brasil*: a bibliografia do cientista brasileiro Joaquim Gomes de Souza. Recife: Editora da UFRPE, 2008.

ISSN 2236-4102

AS CONTRIBUIÇÕES DE MARYAM MIRZAKHANI PARA A MATEMÁTICA: a trajetória ao Prêmio Fields

Maria Gabriela de Figueiredo Furtado [122]
José Edmar da Silva [123]
Patrícia da Silva Sousa [124]

RESUMO

O seguinte trabalho apresenta uma pesquisa bibliográfica, nesta foi feito um breve recorte histórico com alguns aspectos importantes sobre Maryam Mirzakhani e algumas das suas contribuições para a matemática que a levaram a ganhar a Medalha Fields. Partimos deste pressuposto, aproveitamos o ensejo para enfatizar o importante papel das mulheres na história e desenvolvimento da matemática. Neste sentido tivemos como objetivos tornar conhecida a história de Maryam Mirzakhani e suas contribuições para a matemática, como também despontar o caminho percorrido até a medalha Fields e o papel das mulheres para o desenvolvimento desta área. A pesquisa surgiu em meio a discussões sobre o papel da mulher na matemática, na disciplina de História e Filosofia da Matemática, do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto de formação de Educadores, da Universidade Federal do Cariri (UFCA), assim, esta pesquisa foi desenvolvida, através da coleta de dados numa perspectiva qualitativa, e no seu desenvolvimento aborda a trajetória de Maryam Mirzakhani no campo da matemática. É esperado com este trabalho, divulgar o quão os estudos de Maryam foram importantes para a matemática, além de abrir possibilidades para discussões sobre igualdade de gênero na matemática.

Palavras-chave: Maryam Mirzakhani. Desenvolvimento da Matemática. Contribuições. Medalha Fields.

[122] Universidade Federal do Cariri (UFCA). gabyfigueiredo864@gmail.com
[123] Universidade Federal do Cariri (UFCA). edmarsilva962@gmail.com.
[124] Universidade Federal do Cariri (UFCA). patys.silvasousa@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

No presente trabalho faremos um breve recorte histórico com alguns aspectos importantes sobre a vida de Maryam Mirzakhani, algumas das suas contribuições para a matemática que a levaram a ganhar a Medalha Fields (o maior prêmio para matemáticos já conhecido). A Medalha Fields é concedida a cada quatro anos, por ocasião do Congresso Internacional de Matemáticos, para reconhecer as conquistas matemáticas excepcionais para o trabalho existente e para a promessa de realizações futuras (PRÊMIOS IMU). Será enfatizado também o importante papel das mulheres na história e desenvolvimento da matemática.

Ressaltamos que Maryam Mirzakhani é uma das poucas mulheres que tiveram reconhecimento por seus estudos na área da matemática, talvez isto decorra, porque segundo Souza (s/d)

> "[...] durante séculos as mulheres foram desencorajadas, discriminadas e até proibidas de estudar, apesar de tudo isso, houve algumas mulheres matemáticas que enfrentaram e lutaram contra o preconceito, deixando assim seus nomes gravados na história" (SOUZA, s./d, pág. 01).

Este olhar contraditório sobre a capacidade intelectual das mulheres é algo histórico, e que infelizmente persistiu até o século XX, "quando Emmy Noether, descrita por Einstein como

> '[...] o mais significante gênio matemático criativo já produzido desde que as mulheres começaram a cursar os estudos superiores", teve negado seu pedido para dar aulas na Universidade de Göttingen [...]' (SINGH, 2005).

É notório que até hoje o espaço das mulheres dentro do universo acadêmico, especialmente na área de matemática, continua pequeno, partindo dos estudos de Fonte (2016) quando entrevistou algumas mulheres do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC) em seu trabalho intitulado "Mulheres na matemática: afinal, existe uma questão de gênero?", quando entrevistada pelo autor, a diretora do instituto Maria Aparecida Ruas afirmou que "vale a pena olhar para essa questão, pois a presença das mulheres na matemática ainda é pequena e seria interessante pensarmos de que maneira poderíamos aumentar a inserção feminina na área."

Se analisarmos a quantidade de professoras de ensino superior que ministram disciplinas de matemática, veremos que essa luta ainda continua, isto porque, a grande maioria dos intelectuais e cientistas que desenvolveram estudos renomados dentro do campo da matemática são homens.

Porém, mesmo sendo uma minoria, aos poucos as mulheres vêm se destacando e enriquecendo a matemática e a sua história, uma delas é a Maryam Mirzakhani de origem iraniana, se tornou referência e inspiração para muitas pessoas, não só alcançou uma grande posição em uma das melhores universidades, mas o auge do seu destaque foi conquistar a medalha Fields, o mais importante prêmio entre os matemáticos.

Mas quem foi Maryam Mirzakhani que superou todos essas barreiras sociais e se tornou uma das maiores matemáticas que já existiram? Conheceremos mais a seguir.

Partindo deste questionamento o seguinte trabalho tem como objetivos tornar conhecida a história de Maryam Mirzakhani e suas contribuições para a matemática, como também despontar o caminho percorrido até a medalha Fields e o papel das mulheres para o desenvolvimento desta área.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

A presente pesquisa surgiu em meio a discussões sobre o papel da mulher na matemática, na disciplina de História e Filosofia da Matemática, do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto de formação de Educadores, da Universidade Federal do Cariri (UFCA). A proposta era escrever um trabalho sobre algum tema relacionado a história da matemática, que seria um dos pré-requisitos para a aprovação na disciplina, todavia ao iniciar os estudos sobre Maryam percebeu-se a necessidade de divulgar sua história de vida e sua importância para esta área do conhecimento.

Partindo disto, esta pesquisa foi desenvolvida através da coleta de dados numa perspectiva qualitativa, segundo Godoy (1995, p.21) este tipo de pesquisa “[...] ocupa um reconhecido lugar entre as várias possibilidades de se estudar os fenômenos que

envolvem os seres humanos e suas intrincadas relações sociais, estabelecidas em diversos ambientes".

Foi realizado um estudo bibliográfico sobre a trajetória de Maryam Mirzakhani e suas contribuições para a matemática, para isto o trabalho teve como base as ideias de autores como Fonte (2016) e Marques (2017) que em seus estudos relatam fatos recentes da vida e da sua pesquisa.

Assim como estes autores (as) Singh (2005) e Souza (s/d) trouxeram para este trabalho suas contribuições quando em seus estudos escrevam sobre as mulheres ao longo da história da matemática, e sobre a importância das próprias na matemática conhecida atualmente e no desenvolvimento desta área.

3. MARYAM MIRZAKHANI E A MEDALHA FIELDS

A iraniana Maryam Mirzakhani nasceu em maio de 1977 em uma cidade chamada Teerã, filha do engenheiro Ahmad Mirzakhai, e da Zahra Haghighi, viveu sua infância durante a guerra do Irã-Iraque, mas ao entrar na adolescência seu pais estava em condições mais estáveis, sonhava em ser escritora mas por influência de seu irmão mais velho começou a se interessar pela matemática e pela ciência , desde de muito cedo se destacou na escola sendo escolhida para estudar em (Farzanegan) uma escola para talentos.

Figura 12: Maryam Mirzakhani



Fonte: AP (2017)

Em 1994 juntamente com uma equipe de iranianos venceu a Olimpíada Internacional de Matemática, no ano seguinte, repetiu o feito, mas desta vez conseguindo a nota máxima. No ano de 1995, Mirzakhani deu início a seu bacharelado em Matemática na Universidade Sharif de Tecnologia (Teerã), que é considerada a principal instituição do país em disciplinas de engenharia e ciências físicas, terminando sua graduação em 1999.

Em seguida, foi para os Estados Unidos, onde realizou seu doutorado na Universidade de Harvard, começou a assistir seminários ministrados por Curtis McMullen, que havia sido nomeado para um cargo de professor na Universidade de Harvard em 1998, McMullen tornou-se seu orientador de doutorado.

Maryam recebeu o título de Doutora em 2004, em Matemática pela Universidade de Harvard, em sua tese que envolvia o estudo de estruturas geométricas em superfícies e suas deformações. Ao escrever sobre ela Marques (2017) relatou uma entrevista realizada pela revista The New Yorker em que Maryam falou sobre sua pesquisa: “Todo mundo sabe que a menor distância entre dois pontos de uma superfície plana é uma reta, mas se a superfície for curva – por exemplo, a de uma bola ou de uma rosquinha – a distância mais curta será o percurso de um caminho curvo, o que pode se tornar complicado.

Maryam provou muitos teoremas surpreendentes sobre esses caminhos mais curtos em superfícies curvas, chamados geodésicas”. Imagine uma superfície com vários orifícios, como o de um pretzel ou dois donuts grudados, e então imagine tentar enrolar um elástico ao redor da superfície sem que ele se sobreponha. Mirzakhani queria descobrir quantas maneiras diferentes isso pode ser feito para um elástico de um determinado comprimento.

Seu trabalho resolveu vários problemas profundos sobre superfícies hiperbólicas e resultou em três artigos publicados em periódicos de alto nível.

Maryam se casou com Jan Vondrák em 2005, matemático tcheco, que na época era professor da Universidade de Stanford. Eles tiveram uma filha chamada Anahita.

Para se tornar uma pesquisadora do Clay Matemáticas Institute ela lecionou na Universidade de Princeton em Nova Jersey de 2004 a 2008, época em que ela foi considerada uma líder nos campos da geometria hiperbólica, topologia e dinâmica. E

em 2008, Mirzakhani especialista em matemática teórica era a professora da Universidade de Stanford, nos Estados Unidos onde lecionou até 2017.

Mirzakhani elaborou descrições geométricas e dinâmicas para as superfícies curvas, trabalho que tem impacto na física teórica usada para investigar a origem do universo, além de aplicações nas áreas da engenharia, ciência dos materiais, no estudo dos números primos e da criptografia. Seu método de trabalho envolvia espalhar grandes folhas de papel no chão, e usá-las para anotar, rabiscar, escrever equações e tentar solucionar problemas. Sua filha comparava a forma como a mãe estudava e desenvolvia matemática como ao ato de pintar. Suas contribuições levaram a medalha Fields em 2014 ao lado de três outros matemáticos, todos homens.

Este prêmio é dado a cada quatro anos para pessoas que contribuíram com a área de matemática, concedida a cada quatro anos a um número de dois a quatro matemáticos por vez. E Maryam Mirzakhani foi a primeira mulher a receber a medalha e também a primeira iraniana. Ainda que tenha sido uma pessoa reservada a respeito dos aspectos políticos e sociais a envolvendo, mulher e iraniana, certamente é uma inspiração para muitos.

Maryam Mirzakhani foi diagnosticada com câncer de mama em 2013. Mesmo realizado o tratamento ela continuou a trabalhar. No entanto, em 2017 o seu estado se agravou e ela infelizmente veio a falecer em 14 de julho de 2017, aos 40 anos. O fato foi noticiado em grandes jornais e inclusive o governo iraniano liberou uma nota lastimando a perda.

Durante sua vida, além da Medalha Fields, também ganhou os seguintes prêmios e distinções acadêmicas: Medalha de ouro Olimpíada Internacional de Matemática (Hong Kong 1994); Olimpíada Internacional de Matemática (Canadá 1995); IPM Fellowship, Teerã, Irã, 1995-1999; Harvard Junior Fellowship, Universidade de Harvard, 2003; Prêmio AMS Blumenthal, 2009; Convite para falar no Congresso Internacional de Matemáticos em 2010, sobre o tema “Topologia, Sistemas Dinâmicos e ODE”; Simons Investigator Award, 2013; Plenarista no Congresso Internacional de Matemáticos (ICM 2014); eleita Associada Estrangeira da Academia Francesa de Ciências em 2015; eleita Membro da Sociedade Filosófica Americana em 2015 e foi eleita Membro da Academia Americana de Artes e Ciências em 2017.

Sem dúvidas as contribuições de Maryam foram fundamentais para o desenvolvimento de outros estudos na área de matemática, e abriram caminho para que outras mulheres possam seguir também, a mesma numa entrevista à revista online “Quanta Magazine”, afirmou que tem esperança de ver mais mulheres vencerem este prémio, uma vez que “há grandes matemáticas que estão a desenvolver grandes projetos”.

Na opinião de Maryam “as barreiras sociais para as mulheres que estão interessadas nas ciências são menores agora, mas continuam a existir. Conseguir um equilíbrio entre a profissão e a vida pessoal é um grande desafio. ” Lamenta ainda que “a maioria das mulheres da área são obrigadas a tomar decisões que comprometem o seu trabalho”. (MARTINS, 2015).

4. RESULTADOS ESPERADOS

Esperamos com este trabalho divulgar o quão os estudos de Maryam foram importantes para a matemática, e como sua história de vida, que poucos conhecem, possa abrir um leque de possibilidades para discussões sobre igualdade de gênero na matemática.

Acreditamos ainda que exemplos como o de Maryam devem servir como fatores inspiradores para o crescimento das mulheres no campo da matemática, ou em qualquer outra área das ciências.

Confiamos que este trabalho possa contribuir com este fim, além de informa e contar a história desta grande mulher, esperamos poder mostrar que a luta das mulheres por seu espaço e seus direitos não está sendo em vão, que tantas outras mulheres, assim como Maryam, que muitas vezes não tiveram suas histórias retratadas contribuíram também para o crescimento da matemática e de tantas áreas conhecidas atualmente.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática, ciência que está como um ponto basilar indispensável para o desenvolvimento do mundo, teve ao longo da sua história grandes nomes que a engradeceram com seus estudos, olhar em meio a estes nomes e enxergar o nome Maryam Mirzakhani, mulher e iraniana, mostra de fato como o conhecimento move e enriquece a nossa história.

Maryam deixou inúmeras contribuições para o mundo da Matemática e passou a servir de inspiração para diversas pessoas que desejam seguir a carreira em Matemática ou carreiras em áreas afins.

A trajetória de vida de Maryam mostra que as mulheres vêm conquistando seu espaço, e que com o passar dos anos as pessoas tem percebido que não se pode deixar que o conhecimento seja desperdiçado por questões de gênero, religião ou raça.

REFERÊNCIAS

CRISPIM. S. Camila. FERNANDEZ. S. Cecília. **A Vida de Maryam Mirzarkhani.**

FONTES. Henrique. **Mulheres na matemática: afinal, existe uma questão de gênero?** – Assessoria de Comunicação ICMC/USP, 2016.
<Disponível em> https://www.icmc.usp.br/noticias/2223-mulheres-na-matematica-afinal-existe-uma-questao-de-genero-

MARQUES. Fabrício. **Exploradora dos espaços curvos. A matemática iraniana Maryam Mirzakhani, primeira mulher a ganhar a Medalha Fields, morre aos 40 anos e deixa legado original.** Pesquisa FAPESP. Edição: 258, agosto, 2017.
<Disponível em>http://revistapesquisa.fapesp.br/2017/08/18/exploradora-dos-espacos-curvos/

OLIVEIRA**.** Douglas Rodrigues Aguiar de. **Maryam Mirzakhani, a primeira mulher a ganhar uma medalha Fields de Matemática, morre aos 40 anos.**
Julho de 2017.
<Disponível em> https://universoracionalista.org/maryam-mirzakhani-a-primeira-mulher-a-ganhar-uma-medalha-fields-de-matematica-morre-aos-40-anos

SINGH. Simon. **O último teorema de Fermat: A história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos**. Editora Record. 11. ed. Rio de Janeiro – São Paulo 2005.

SOUZA. Kátia Cristina da Silva. **As mulheres na matemática**. Curso de Matemática, Universidade Católica de Brasília. Águas Claras – Taguatinga.

ISSN 2236-4102

AS POTENCIALIDADES DO USO DE UM TEXTO HISTÓRICO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

José dos Santos Guimarães Filho[125]

João Cláudio Brandemberg[126]

RESUMO

Nesta comunicação, apresentamos as potencialidades da investigação de um texto histórico, para tanto, evidenciamos um livro escritor por Leonardo Fibonacci (1180 – 1250) em 1225 intitulado *Liber Quadratorum*, do latim, Livro dos Quadrados. A utilização de um texto histórico como o *Liber Quadratorum* pode proporcionar melhorias para o ensino e para a aprendizagem de matemática, seja em um ambiente escolar ou acadêmico, haja vista, pesquisadores como Mendes (2009), Chaquiam (2017), Brandemberg (2009, 2017) e Miguel e Miorim (2004), apontarem e fazerem uso de textos históricos como um recurso metodológico, o qual, compõe a História da Matemática. Para tanto, pesquisamos nestes autores subsídios que sustentassem nossa premissa de que há potencialidades em usar textos históricos para a adequação do ensino de matemática, em seguida encontrar um texto histórico e evidenciar suas potencialidades, as quais, são evidenciadas no *Liber Quadratorum*. Em nossa pesquisa encontramos potencialidades no conteúdo do livro, como: diversas formas de encontrar as ternas pitagóricas, atividades com potências e raízes, e potencialidades que transcendem o livro, como: a evolução da linguagem algébrica, a história da humanidade e do próprio desenvolvimento epistemológico do conhecimento matemático. Assim, podemos gerar em sala um ambiente adequado para o ensino e para aprendizagem de matemática, tendo a oportunidade de criar ferramentas para a melhoria da ação docente, isso tudo, a partir de textos históricos como o *Liber Quadratorum* ora apresentado, tendo em vista suas potencialidades para a sala de aula, seja esta, escolar ou acadêmica.

Palavras-chave: História da Matemática. Textos históricos. Potencialidades. *Liber Quadratorum*.

[125] Universidade Federal do Pará (UFPA). js_guima@hotmail.com
[126] Universidade Federal do Pará (UFPA). brand@ufpa.br

INTRODUÇÃO

O ato de se fazer história sempre esteve ligada ao humano, afinal este, continuamente esteve por ser capaz de modificar profundamente sua realidade, seja ambiental, social, cultural e científica. Valendo ressaltar, que o homem nunca se absteve de cometer tais ações, intrínsecas ao ser-humano (CHAQUIAM, 2017).

Assim, se o ato de fazer história compõe o humano, porque não fazer uso dessa história para compor a ação docente, corroborando com uma prática comum a todos ao longo de nossa existência como sociedade.

Em face disto, podemos encontrar na história vinculada a matemática, um recurso metodológico, que oportunize melhorias ao ensino e a aprendizagem da matemática.

A História da Matemática compõe um campo de estudo na Educação Matemática, que oportuniza a compreensão da origem das ideias que deram forma a nossa cultura, bem como, observações dos diversos aspectos do desenvolvimento e da percepção de que as teorias que hoje parecem acabadas e elegantes resultaram de desafios e grandes esforços, e que na maior parte das vezes, não se constituíram como são apresentadas após o processo de formalização.

Diante do exposto, buscamos em textos históricos potencialidades que possam vir ao encontro das necessidades do aprendiz, viabilizando o exercício docente. Para tanto, apresentamos o *Liber Quadratorum*, um texto histórico, escrito em 1225, por Leonardo Fibonacci (1180 – 1250).

Iniciamos expondo a investigação de textos históricos como uma componente da História da matemática, e em seguida descrevemos esta obra de Leonardo Fibonacci, apontando suas potencialidades para o ensino e aprendizagem de matemática.

USO DE TEXTOS HISTÓRICOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Tradicionalmente a sociedade olha para a matemática como uma disciplina fria, sem dinâmica, pronta e acabada, sem espaço para criatividade. Esse pensamento

expresso por uma parte considerável da sociedade, influencia diretamente o ambiente escolar e a receptividade dos alunos em relação ao currículo de matemática. Dessa forma vimos discutindo, em relação ao melhoramento ou adequação do ensino e da aprendizagem dessa disciplina, haja vista, nossa participação em reuniões: como congressos e simpósios locais, regionais, nacionais e internacionais, que em sua maioria vão ao encontro de propor alternativas para os obstáculos vivenciados como professores que ensinam matemática.

A partir dessas reuniões encontramos alternativas que reúnem vários campos de estudos, os quais, criam afinidade com outros domínios que a princípio não competem a matemática, como a antropologia, a psicologia entre outros. Em meio a esses domínios nos deparamos com a história, que aliada a matemática compõe um desses campos de estudo. Assim, a História da Matemática surge na tentativa de trazer respostas favoráveis ao ensino e a aprendizagem de matemática.

D'Ambrosio (1993) aponta, que em vista de uma concepção distorcida da sociedade em relação a matemática, se faz necessário que os professores e alunos entendam a matemática como uma disciplina de investigação, em que o avanço se dá como consequência do processo de investigação e soluções das necessidades humanas, oportunizando a compreensão, explicação ou organização da realidade.

Ainda em conformidade com a autora, podemos afirmar que a atividade matemática que deve compor as aulas, leva os alunos a vivenciarem as experiências dos matemáticos, ou seja, os aprendizes devem ter suas próprias (re) descobertas, criando em sala um ambiente de investigação, exploração, reflexão, descoberta, lúdico e de aprendizagem. Tendo em vista que o professor muita das vezes,

> [...] guarda para si a emoção da descoberta de uma solução fascinante, da descoberta de uma caminho produtivo, das frustrações inerentes ao problema considerado e de como um matemático toma decisões que facilitam a solução do problema proposto. O que o aluno testemunha é uma solução bonita, eficiente, sem osbstáculos e sem dúvidas, dando-lhe a impressão de que ele também deverá conseguir resolver problemas matemáticos com tal elegância (D'AMBROSIO, 1993, p. 36).

Temos assim, a História da Matemática como uma alternativa para adequação do ensino e da aprendizagem da matemática. Como evidenciado em Chaquiam (2017), que,

> [...] os estudos apontam que a história da matemática, combinada com outros recursos didáticos e metodológicos, pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem da matemática, emerge como a possibilidade de buscar outra forma de ver e entender a matemática, tornando-a mais contextualizada, mais integrada às outras disciplinas, mais agradável, mais criativa, mais humanizada (CHAQUIAM, 2017, p. 14).

Em vista disso, podemos com a História da Matemática apresentar a matemática como uma criação humana, opondo-se a uma matemática que só compete ao divino, a seres superiores que compõe a menor parte da sociedade, assim, classificados por privilegiados intelectuais. Desta forma, percebemos a importância do uso da História da Matemática como um recurso didático (de ensino).

Neste sentido, Mendes e Chaquiam (2016) expõem que os estudos sobre a possibilidade de abordagens didáticas que podem ser propostas para o ensino da matemática com base na história, atualmente, vem se ampliando.

Uma forma de se fazer essa abordagem se fundamenta no estudo de um determinado conteúdo matemático e seu contexto histórico, que envolve questões político-sociais e outros aspectos dos personagens envolvidos, bem como, de livros históricos de conteúdos matemáticos. Possibilitando aos estudantes,

> Uma oportunidade enriquecedora de se inserir o máximo possível no contexto em que o matemático, o texto matemático escrito por ele, a comunidade que viveu, trabalhou e produziu tal matemática, em busca de estabelecer uma de multiplicidade explicativa para as noções matemáticas que precisará aprender (MENDES e CHAQUIAM, 2016, p. 11).

Por conseguinte, teremos uma alternativa para estimular em sala de aula um espírito investigativo no aluno, a partir das fontes históricas adequadas para o nível de instrução. Desse modo, com a utilização dos aspectos históricos na atividade de ensino, damos margem a apresentação dos conteúdos garantindo o processo de reconstrução do conhecimento (BRANDEMBERG, 2009).

Em conformidade com Brandemberg (2017), com a utilização da História da Matemática em atividades, sejam essas escolares ou acadêmicas, podemos (re)construir tópicos matemáticos numa perspectiva de compreensão epistemológica

dos modos particulares com os quais se articula o saber de uma época. Para tanto, as pesquisa neste capo de investigações e de estudos é composta por várias componentes que vão ao encontro da melhor proposta a ser dada para a efetivação do saber.

Neste sentido uma das componentes do uso da História da matemática no ensino, é trabalhar potencialidades de textos antigos, como evidenciado por Brandemberg (2009),

> O estudo de textos do passado (problemas históricos) é importante para o ensino de matemática em virtude das vantagens que oferece ao professor, pois pode conduzir o aluno à (re)construção das ideias presentes nos livros didáticos atuais, a partir da riqueza do tratamento dos documentos originais (BRANDEMBERG, 2009, p. 24-25).

Desse modo, temos na investigação de textos históricos potencialidades para o ensino e para aprendizagem da matemática. Podendo possibilitar articulações mais adequadas para o currículo, seja escolar ou acadêmico, permitindo ao professor alternativas, que levem os aprendizes a capacidade investigativa bem como a frustrações que possam gerar motivações, assim, criar a partir de um textos histórico um ambiente, em conformidade com D'Ambrosio (1993), propício à aprendizagem da matemática.

O educador matemático terá a oportunidade e os mecanismos necessários para propor situações que possam conduzir os alunos a investigação do conhecimento através do levantamento e testagem de suas hipóteses acerca de alguns problemas propostos, para que com esta perspectiva metodológica, possam ter os meios para aprenderem o *quê* e o *porquê* fazem ou sabem desta ou daquela maneira, para que desta forma o aluno tenha oportunidade de construir sua aprendizagem por meio da aquisição de conhecimentos e redescoberta de princípios (MENDES, 2009).

Enfatizamos que, para a utilização de um texto histórico ser considerado como um recurso didático para o ensino, é importante que as abordagens históricas utilizadas em sala de aula estejam vinculadas ao conteúdo matemático a serem estudados, na procura de encontrar justificativas, fatos interessantes, os porquês e os para quês, necessários para suprir a curiosidade dos alunos. Nesse direcionamento, as

potencialidades de um texto histórico podem ser utilizadas como uma aliada pedagógica no ensino e na aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Consideramos que as potencialidades de um textos histórico partilham, de igual forma, das propostas de Miguel e Miorim (2004), no que concerne para uma história pedagogicamente vetorizada, a qual, emerge de uma concepção orgânica da participação da história na produção do saber e da formação docente, definida e sustentada por uma forma particular de problematização da educação matemática, ou seja, da concepção do modo como a cultura matemática e a educação matemática se constituem e se transformam como práticas sociais (MIGUEL e MIORIM, 2004).

UMA DESCRIÇÃO DO *LIBER QUADRATORUM*

O *Liber Quadratorum*, em conformidade com McClenon (1919), foi escrito no século XIII em 1225 por Leonardo Fibonacci, após participar de um torneio matemático a convite do rei Frederico II. Este rei, o qual foi dedicado o livro, ao longo de toda a sua carreira mostrou um vívido interesse e inteligência na arte e na ciência, o qual, tomou conhecimento positivo do *Liber Abaci*. Este livro escrito também por Leonardo Fibonacci, o faz conhecido no ocidente, introduzindo com este, as cifras indianas na Europa, a qual, utilizou o *Liber Abaci* como um manual para contar e fazer cálculos com essas novas cifras (GUIMARÃES FILHO, 2018).

No torneio que Leonardo Fibonacci participou a convite de Frederico II, foram propostos três problemas, dentre os quais o mais famoso é o primeiro, no qual este matemático do século XIII, é desafiado a *encontrar um número quadrado que ao ser adicionado ou subtraído cinco permaneça um quadrado de um número racional* (CASTILLO 2007).

Em relação a este problema McClenon (1919) afirma que,

> Deve ser dito que este problema tinha sido considerado por escritores árabes com cujas obras Leonardo foi, sem dúvida familiarizado; mas seus métodos são originais, e nossa admiração por eles não é diminuída pelo estudo cuidadoso do que havia sido feito por seus antecessores árabes (McCLENON, 1919, p. 3).

Este problema resolvido por Leonardo Fibonacci, dá seguimento a construção do *Liber Quadratorum*, composto de vinte e quatro proposições ou problemas, valendo ressaltar, que o problema proposto neste torneio configura-se na proposição dezessete da obra (SIGLER, 1987).

Percebemos que esta obra tem por objetivo criar argumentos para a comprovação do problema proposto a Leonardo Fibonacci no torneio. Desta forma o livro configura-se a partir da ideia inicial a seguir,

> Eu pensei sobre a origem de todos os números quadrados e descobri que eles surgiram da sequência crescente de números impares, desta forma a unidade é um quadrado, e disso é feito o primeiro quadrado, chamado 1; para essa unidade é adicionado 3, formando o segundo quadrado chamado 4, com raiz 2; se para a soma é adicionado o terceiro número ímpar, chamado 5, o terceiro quadrado é criado, chamado 9, com raiz 3; e portanto as somas de números ímpares consecutivos e a sequência de números quadrados sempre crescem juntas em ordem (FIBONACCI, 1225, apud, SIGLER, 1987, p. 4.).

A partir dessa ideia Leonardo Fibonacci expõe dez proposições iniciais (proposições de um à dez) que consideramos como a parte mais elementar do livro, servindo de base para as proposições de onze a dezesseis, as quais compõe os argumentos do autor para a comprovação de seu problema.

Dessa forma, quando Leonardo Fibonacci apresenta a proposição dezessete já está munido de todos os subsídios necessários para a comprovação de sua resposta ao problema, apresentando até de forma trivial sua argumentação para esta proposição tão complexa para sua época, este faz uso das respostas e argumentos encontrados nas proposições anteriores. As demais proposições (proposições de dezoito à vinte e quatro) compõe uma terceira parte deste livro, obtendo um caráter de consequência ou ampliação do estudo em relação aos quadrados.

Conforme McClenon (1919), o *Liber Quadratorum* traz uma ótima organização, uma escrita rica de coleção de teoremas (proposições), a partir de equações de análise envolvendo indeterminados do segundo grau. Muitos dos teoremas são originais e no caso de muitos outros, as provas são um método usual utilizado, o qual, o autor raciocina sobre números gerais, que Leonardo Fibonacci representa por segmentos de linhas. Raramente faz-se uso de símbolos algébricos, para que cada resultado de uma

nova operação tem que ser representada por uma nova linha, a não ser que seja uma simples adição ou subtração.

Leonardo Fibonacci havia estudado a "álgebra geométrica" dos gregos, na forma em que os árabes utilizavam. Apesar de não possuir a facilidade de nossos simbolismos, é maravilhosa a facilidade com a qual este matemático mostra ter em sua mente a relação entre duas linhas, e com que habilidade ele escolhe o caminho certo para trazê-lo para a meta que ele está buscando.

Não há como afirmar que o *Liber Quadratorum* é completamente original, quando se sabe tão pouco da história dos matemáticos em relevantes períodos de tempo, mesmo assim, é o livro mais avançado de Leonardo Fibonacci e representa sua grande conquista como matemático. Da Aritmética de Diofanto ao trabalho de Fermat, esse é o principal livro de aritmética, hoje chamado de *A Teoria dos Números* (SIGLER, 1987). Graças a Leonardo Fibonacci, a matemática árabe impôs-se finalmente na Europa (ARAGÃO, 2009).

Após as descrições deste livro, percebemos sua importância tanto para história quanto para a matemática, logo, possuindo um conteúdo rico de ser explorado. Dessa forma, evidenciaremos suas potencialidades a seguir.

AS POTENCIALIDADES DO *LIBER QUADRATORUM*

Percebemos ao longo de nosso estudo, que as proposições do *Liber Quadratorum* possuem potenciais para o ensino e para a aprendizagem da matemática. Os quais, podem possibilitar propostas para a efetivação das habilidades exigidas pelo currículo de matemática. Assim, entendemos que a exploração *criativa* dos textos matemáticos históricos podem ocasionar contribuições para o encaminhamento conceitual e didático de noções das componentes curriculares (LOPES, 2017).

Desta forma, explorar alguns textos históricos com um aprofundamento consistente, como no *Liber Quadratorum*, pode produzir respostas mais satisfatórias para o ensino e para aprendizagem de matemática.

Outrossim, teremos a oportunidade de suprir competências levantadas na BNCC (Base Nacional Comum Curricular) referente à matemática, a exemplo disto, temos a competência de número nove, que diz respeito a levar o aluno a reconhecer a Matemática como uma ciência humana, construção, esta, referente às necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, que contribuíram para solucionar problemas científicos e tecnológicos, dando ênfase as descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho (BRASIL, 2016).

Para ir ao encontro das potencialidades do *Liber Quadratorum*, buscamos em Libâneo (1990), a didática, a qual, se apresenta como um ramo de estudo próprio da pedagogia, que equivale a uma ciência da e para a educação, que estuda a educação, a instrução e o ensino.

Neste sentido, inferimos que a didática investiga os fundamentos, as condições e os modos de instrução do ensino. O didático articulado a pedagogia difundem processos e procedimentos na investigação das matérias específicas da ciência, que servem de base para o ensino e a aprendizagem de situações concretas da prática docente (LIBÂNEO, 1990).

Observando essas matérias mais específicas temos a didática da matemática, a qual, entendemos não apenas como uma tendência da Educação Matemática, outrossim, como uma ciência que estuda o fenômeno do ensino/aprendizagem da matemática, via transposição do saber (PAIS, 2011; D'AMORE, 2007).

Corroborando com este pensamento, temos em Guimarães Filho (2018), que o potencial didático, vem a ser qualidades ou fatores positivos que viabilizem a prática docente, ou seja, todas as informações históricas que podem passar por uma transposição didática, com a função de operacionalizar o ensino. Desta forma, todas as ferramentas observadas no *Liber Quadratorum* que se encaixam neste pensamento será para nós um potencial apresentado por este texto histórico.

É importante considerar que temos a mesma concepção de Mendes e Chaquiam (2016) ao definir a transposição didática como caracterizada pela transposição do saber, a reorganização, a mediação ou a reestruturação dos saberes historicamente constituídos, tipicamente escolar ou acadêmico.

Após essas considerações, podemos direcionar nosso empenho à evidenciar as potencialidades destacadas no *Liber Quadratorum*. Nesse sentido nos baseamos nos argumentos expostos por Miguel (1993, 1997) e Miguel e Miorim (2004), os quais apresentam condições favoráveis ou que reforcem as potencialidades do uso da História da Matemática no ensino.

Diante disso, podemos evidenciar potencialidades no *Liber Quadratorum* que podem viabilizar o ensino de matemática. Neste sentido destacamos a construção de diversas formas de encontrar as ternas pitagóricas, a qual pode ser expressa nas proposições 1, 3, 5 e 7, pois apresentam as ideias de encontrar quadrados que formam quadrados com suas somas, nos dando a oportunidade de inferir seja em qual for das proposições mencionadas lados de triângulos retângulos pitagóricos.

Destacamos de igual forma, atividades de potenciação e raízes quadradas que são apresentadas nas proposições ao longo do livro, estas, trazem diversos padrões envolvendo potenciação de expoente dois em relação as operações. Outra potencialidade observada no livro é a investigação das representações numéricas, que Leonardo Fibonacci faz uso de forma peculiar da representação de número por seguimentos de retas, as quais podem ser encontradas nas proposições 4 e 5.

Temos ainda, algumas potencialidades que não necessariamente estão ligadas diretamente aos conteúdos da matemática escolar, mas sim, a contextos históricos que circundam esta matemática.

Tais potencialidades, como: a utilização da história da humanidade; a investigação da vida e obra de Leonardo Fibonacci; o estudo da evolução da linguagem algébrica. Podem ser adequadas para o contexto acadêmico, pois estão centradas em nosso objeto de estudo, compondo assim, uma parte do desenvolvimento epistemológico do conhecimento matemático.

As potencialidades que apontamos, podem servir como um suporte para o ensino mediado pelo professor, nesse sentido entendemos que as potencialidades devem ser articuladas para o ensino da matemática através de uma história significativa, ou seja, uma história pedagogicamente vetorizada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o exposto, temos um material possível de ser pedagogicamente vetorizado, ou seja, a partir das potencialidades ora evidenciadas, podemos afirmar que tanto a história que envolve este livro, seja da humanidade, da matemática ou do autor, como seu conteúdo, podem ser reorganizados na visão do professor, segundo os parâmetros determinados em Miguel e Miorim (2004), nos permitindo uma transposição do saber. Assim, temos a reorganização de um saber *a* ensinar para um saber *para* ensinar, em outras palavras, de um saber objeto de estudo para um saber ferramenta de ensino/aprendizagem (HOFSTETTER e SCHNEUWLY, 2017).

Ademais, com essas potencialidades, podemos auxiliar nossos estudantes a adquirirem, em certo sentido, maior dinamismo em sala, reconhecendo nos diferentes contextos e necessidades do processo, importantes componentes na elaboração do corpo de conhecimento que conhecemos por Matemática.

Podemos assim, gerar em sala um ambiente adequado para o ensino e para aprendizagem de matemática, tendo a oportunidade de criar ferramentas para a melhoria da ação docente, isso tudo, a partir de textos históricos como o *Liber Quadratorum* aqui apresentado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAGÃO, M. J. **História da Matemática**. Rio de janeiro, 2009.

BRANDEMBERG, João Cláudio. **Uma Análise Histórico-Epistemológica do conceito de Grupo**. (Tese de Doutorado). Natal, 2009.

BRANDEMBERG, João Cláudio. História e Ensino de Matemática. **Revista Exitus**, Santarém/PA, Vol. 7, N° 2, p. 16-30, Maio/Ago 2017.

BRASIL. Ministério da educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base.** Brasília, 2016.

CASTILLO, R. M. **Fibonacci: El Primer Matemático Medieval**. 2ª ed. Coleção – La matemática em sus personajes. Espaha: Nivola, 2007.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaios temáticos:** história e matemática em sala de aula. Belém, PA: SBEM/SBEM-PA, 2017.

D'ABROSIO, Beatriz S. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o grande desafio. **Pro-posições**, vol. 4 nº 1 [10], março, 1993.

D'AMORE, B. **Elementos de didática da matemática.** (tradução Maria Cristina Bonomi), SP: Ed. Livraria da Física, 2007.

GUIMARÃES FILHO, José dos Santos. **Um estudo do *Liber Quadratorum* (1225) de Leonardo Fibonacci (1180 – 1250) e suas Potencialidades para o Ensino de Matemática.** (Dissertação de Mestrado). Belém-PA, 2018.

HOFSTETTER, R. e SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTERTTER, R. e VALENTE, W. R. **Saberes em (trans)formação: tema central da formação dos professores.** 1. ed. SP: Editora Livraria da Física, 2017. p. 113 – 172.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1990.

LOPES, G. L. O. **A Criatividade Matemática de John Wallis na Obra Arithmetica Infinitorum: contribuições para ensino de cálculo diferencial e integral na licenciatura em matemática**. (Tese de Doutorado). Natal, 2017.

McCLENON, R. B. Leonardo of Pisa his Liber Quadratorum. **The American Mathematical Monthly**, Vol. 26, No. 1. Jan., 1919. p. 1 – 8.

MENDES, I. A.; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. Belém: SBHMat, 2016.

MENDES, I. A. Atividades históricas para o ensino de Trigonometria. In: MIGUEL, A.; [et al]. **História da matemática em atividades didáticas.** 2. ed. São Paulo, SP: Ed. Livraria da Física, 2009. p. 105 – 178.

MIGUEL, Antonio; **Três Estudos Sobre História e Educação Matemática**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 1993.

MIGUEL, A. **As Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática em Questão: argumentos reforçadores e questionadores.** Zetetiké, Campinas, v. 5, n. 8, p.73-105, jul./dez. 1997. p. 73 – 105.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática:** propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. 198p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

OLIVEIRA, J. J. **Sequências de Fibonacci:** possibilidades de aplicações no ensino básico. UFBA. Salvador, BA, 2013.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática; uma análise da influencia francesa.** 3. ed. Belo Horizonte: Ed. Autêntica, 2011.

SIGLER, L. E. **The Book of Squares.** An annotated traslation into modern english. Academic Press, USA: 1987.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

A TRACTRIZ

Gabriel Faria Vieira [127]

RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo histórico sobre a curva tractriz. O estudo se classifica como uma pesquisa qualitativa, uma vez que desejamos contar como os fatos históricos sobre a referida curva aconteceram. A metodologia adotada é a pesquisa documental, realizada tanto em fontes terciárias quanto em fontes primárias. Justificamos o mesmo pois queríamos conhecer a história das Equações Diferenciais, como as mesmas surgiram, quem foram os diversos matemáticos ao longo dos séculos que trabalharam com esse ramo atual da Matemática. Nesse contexto, vimos que curvas, como a catenária, a tractriz, a velária, a braquistócrona, surgiram no século XVII, com os chamados problemas de tangente inversa, e que foram trabalhadas durante a fase, se assim podemos chamar, inicial do Cálculo, quando se utilizavam as notações do Cálculo Infinitesimal de Leibniz. O trabalho ainda não foi finalizado, pois estamos traduzindo o argumento de Johann Bernoulli sobre o problema da tractriz, o qual se encontra nas pautas utilizadas em suas aulas de Cálculo para o marquês de L'Hôpital. Como resultado para este trabalho traremos nossa compreensão matemática envolvida no processo de resolver o problema da Tractriz por Johann.

Palavras-chave: História da Matemática. Tractriz. Johann Bernoulli.

INTRODUÇÃO

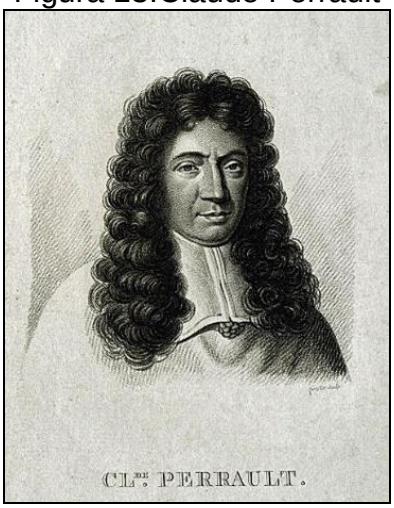
Ao estudarmos a história do Cálculo vimos que curvas, como a catenária, a tractriz, a velária, a braquistócrona,..., surgiram no século XVII, com os chamados problemas de tangente inversa, e que foram trabalhadas durante a fase, se assim

[127] Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM). gabriel170898123@gmail.com. Orientando de Iniciação Científica vinculado ao PET/MAT/UFTM da Profª Drª Mônica de Cássia Siqueira Martines.

podemos chamar, de inicial do Cálculo, quando se utilizavam as notações do Cálculo Infinitesimal de Leibniz. (Baron e Bos, 1974, p.17).

De acordo com Baron e Bos (1974, p.30), supõe-se que o problema da Tratória (ou tractriz) tenha sido proposto por Claude Perrault (1613-1688) por volta de 1670, e consiste em encontrar uma equação para uma curva que é formada quando um objeto qualquer é arrastado por uma corda, sendo esta arrastada em linha reta.

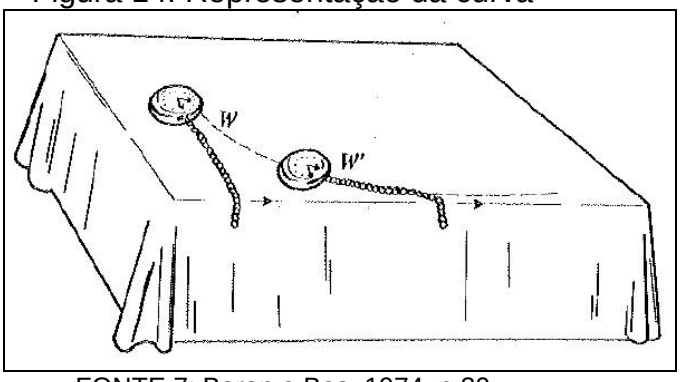
Figura 13:Claude Perrault



FONTE 6: http://blog.wellcomelibrary.org/wp-content/uploads/2013/10/a0975931dbeb6780fb0959d3908.jpg

Ele teria ilustrado o problema utilizando seu relógio de bolso, colocando-o sobre a mesa e puxando a corrente, em linha reta, pela ponta, fazendo o relógio deslizar ao longo da mesa, como ilustrado na figura 2.

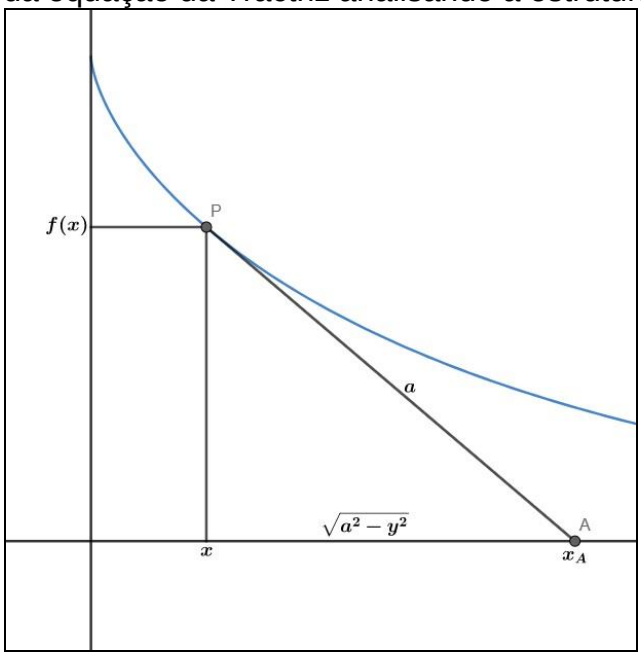
Figura 14: Representação da curva



FONTE 7: Baron e Bos, 1974, p.30

Em termos matemáticos, o problema se resume a definir uma curva na qual, em todos os seus pontos, a reta tangente a estes, encontra o eixo a uma mesma distância. E a dedução da equação que leva à resolução do problema da tractriz pode ser feita analisando a estrutura da mesma: a distância entre a tangente à um ponto P qualquer da curva e o ponto A em que a tangente encontra o eixo é constante, então podemos nomeá-la a. Temos também $y(P)$ e $x(P)$, os quais formam um triângulo retângulo com a sendo o valor da hipotenusa.

Figura 15: Dedução da equação da Tractriz analisando a estrutura da mesma



Fonte 8: Do autor

De acordo com Baron e Bos (1974, p.30) vários autores trabalharam com essa curva, entre eles, Leibniz (1646-1716), Newton (1643-1727) e Johann Bernoulli (1667-1748). Os autores Baron e Bos (1974, p.30) nos informam que este é um problema de tangente inversa e que a equação diferencial obtida é

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-y}{\sqrt{(a^2 - y^2)}}$$

e dizem também que a solução desta equação envolve a função logarítmica. Porém não há informações em como os matemáticos citados chegam a este resultado. Assim, decidimos investigar como chegaram ao mesmo.

Neste caminho, encontramos o trabalho de Johann Bernoulli sobre a tangente inversa e a solução do problema da tractriz presentes no livro "*Lectiones Mathematicae de Calculo Integralium*" de 1727, mais precisamente nas lições 8, 9, 10 e 11. Neste trabalho, traremos uma tradução das lições 8 e 9 de Johann Bernoulli, que nos conduzirá, quando chegarmos ao final da iniciação científica, à dedução da equação da curva Tractriz que está presente nas lições 10 e 11 do referido livro.

METODOLOGIA

De acordo com Lopes e Alves (2008, p.321), a construção da matemática ao longo do tempo não se deu de forma isolada, estando esta intimamente ligada à cultura. Logo, estudar como se deu o desenvolvimento da matemática nos ajuda a entender a matemática atual. Conhecendo a história da matemática, é possível perceber que esta também é uma construção humana, susceptível a erros e utilizada para solucionar problemas do dia-a-dia. Segundo Santos apud Lopes e Alves (2008, p.321), "é importante olhar para o passado para estudar matemática, pois perceber as evoluções das ideias matemáticas observando somente o estado atual dessa ciência não nos dá toda a dimensão das mudanças".

Saviani (2006, p.29) reforça a ideia da matemática enquanto construção humana, apontando que as fontes que temos sobre a história desta também são construções humanas, do ponto de vista que estas são registros sobre fatos. É nestas que apoiamos a história da matemática. Além disso, Guba e Lincoln apud Lüdke e André (1986, p.38) destacam algumas vantagens em se trabalhar com documentos, já que estes são fontes estáveis, não sofrendo alterações e podendo ser relidos quando necessário.

> Outra vantagem dos documentos é que eles são uma fonte não reativa, permitindo a obtenção de dados quando o acesso ao sujeito é impraticável (pela sua morte, por exemplo) ou quando a interação com os sujeitos pode alterar seu comportamento ou seus pontos de vista. (André e Lüdke, 1986, p.39)

Dessa forma, utilizamos a análise documental de fontes históricas, obtendo dados de fontes terciárias e primárias, sendo lidos e relidos por diversas vezes até compreendermos as ideias matemáticas presentes nas mesmas.

Primeiramente, procuramos artigos sobre a tractriz, que tratavam do problema e da solução por métodos atuais, para depois compreendermos a história.

Ao procurarmos métodos atuais sobre a tractriz, encontramos em Raposo (2013, p.68) uma definição informal que nos chamou a atenção. A autora nos informa que a tractriz também é conhecida como curva do cão. E explica que esse nome é devido a seguinte analogia: um cão está parado e seu dono o puxa pela coleira. O dono se move em linha reta, arrastando o cão. A trajetória do cão arrastado forma uma tractriz[128]. Outro exemplo é a curva feita por veículos articulados, uma vez que, a partir do momento que a parte dianteira termina a curva e passa a andar em linha reta, ela puxa a parte traseira, formando assim a curva. A tractriz também é considerada uma curva de "perseguição".

Quanto à resolução usando métodos atuais, essa curva pode ser descrita pela equação $\begin{cases} \pm a\left(-\ln\left(\left|\frac{a+\sqrt{a^2-y^2}}{y}\right|\right)+\frac{\sqrt{a^2-y^2}}{a}\right) \\ y(0)=a \end{cases}$. (Albuquerque e Ribeiro, 2005, p.7).

Após entender seu contexto atual, partimos então para o estudo histórico do problema da tractriz.

Segundo Baron e Bos (1974, p.30), Leibniz e Newton resolveram o problema, porém não publicaram suas resoluções. Outros que também apresentaram soluções foram Jakob Bernoulli, L'Hôpital e Huygens. Identificamos também o problema em um compilado das obras de Johann Bernoulli. Neste, estão presentes as lições de Cálculo Infinitesimal (*Lectiones Mathematicae de Calculo Integralium*) que foram utilizadas por Johann para ministrar aulas para L'Hôpital. Estas totalizam 59 lições, sobre os mais diversos aspectos e métodos do Cálculo, incluindo as resoluções de algumas curvas.

[128] Uma ilustração deste fato pode ser vista em https://www.youtube.com/watch?v=PsanqoKmOqA. Acesso em 13 de dezembro de 2018.

Figura 16: Capa do Livro de Johann Bernoulli



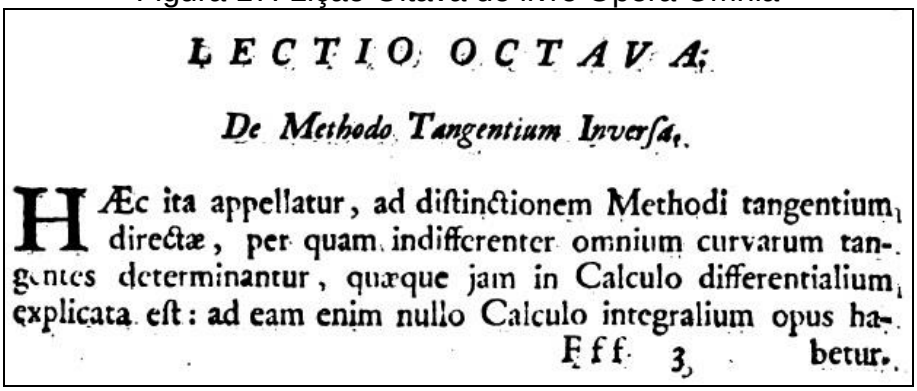
Fonte 9: https://books.google.com.br/books/about/Johannis_Bernoulli_Opera_omnia_tam_antea.html?id=-thnYqMNZvkC&redir_esc=y

Como o texto trata de aulas, pudemos perceber que o autor utilizava em alguns pontos deduções feitas anteriormente, e então fizemos a tradução de algumas proposições anteriores à proposição sobre a curva tractriz. A tradução iniciou-se na oitava lição, e foi feita com o auxílio de dicionários online. Parte desta já foi terminada, e nos encontramos trabalhando para finalizá-la.

RESULTADOS

Para apresentarmos os resultados de nossa pesquisa decidimos os apresentar da seguinte forma: primeiro mostraremos a parte do original (como figura), em seguida as traduções das lições (em itálico) e, por último, faremos uma interpretação matemática sobre o assunto. Iniciaremos com a oitava lição de Bernoulli a L'Hôpital.

Figura 17: Lição Oitava do livro Opera Omnia



LECTIO OCTAVA.

De Methodo Tangentium Inverſa.

HÆc ita appellatur, ad diſtinctionem Methodi tangentium directæ, per quam indifferenter omnium curvarum tangentes determinantur, quæque jam in Calculo differentialium explicata eſt: ad eam enim nullo Calculo integralium opus habetur.

Fff 3

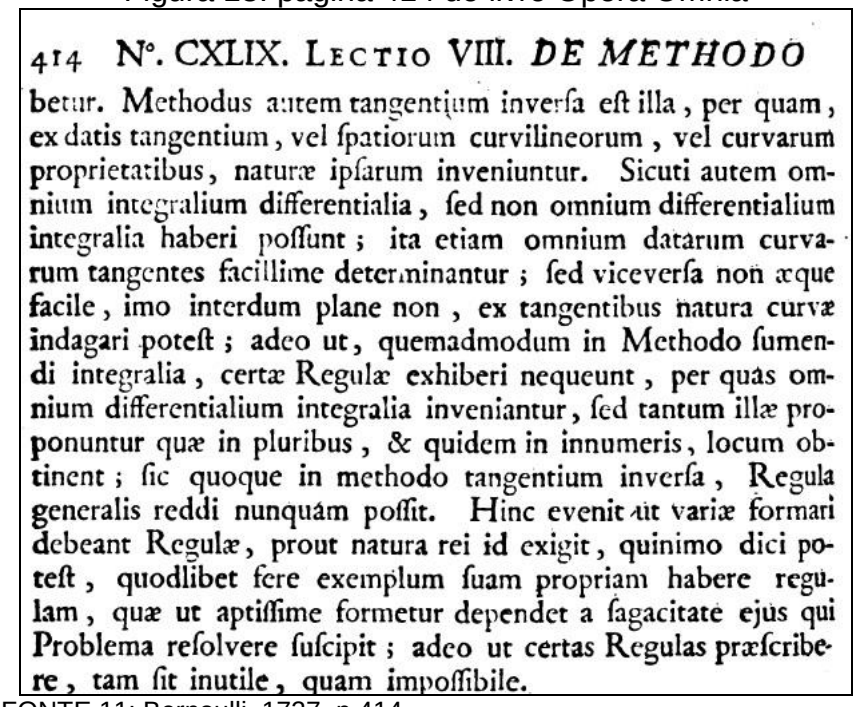
FONTE 10: Bernoulli, 1727, p.413

Lição oitava

O método da tangente inversa

É assim denominado para distingui-lo do método direto das tangentes, por meio do qual, sem distinção, é possível determinar a tangente de todas as curvas, e que já é conhecido no cálculo de diferenciais, desdobrando-se: quando qualquer cálculo integral for necessário. Aqui Bernoulli primeiramente discorre sobre a tangente inversa.

Figura 18: página 414 do livro Opera Omnia



414 N°. CXLIX. LECTIO VIII. DE METHODO

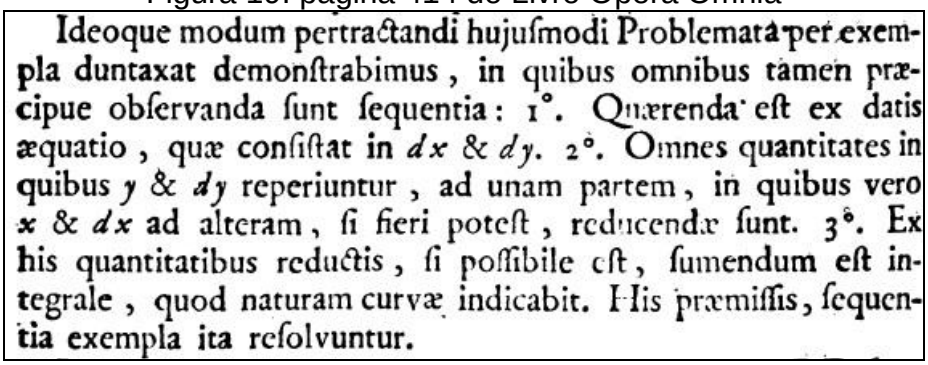
betur. Methodus autem tangentium inverſa eſt illa, per quam, ex datis tangentium, vel ſpatiorum curvilineorum, vel curvarum proprietatibus, naturæ ipſarum inveniuntur. Sicuti autem omnium integralium differentialia, ſed non omnium differentialium integralia haberi poſſunt; ita etiam omnium datarum curvarum tangentes facillime determinantur; ſed viceverſa non æque facile, imo interdum plane non, ex tangentibus natura curvæ indagari poteſt; adeo ut, quemadmodum in Methodo ſumendi integralia, certæ Regulæ exhiberi nequeunt, per quas omnium differentialium integralia inveniantur, ſed tantum illæ proponuntur quæ in pluribus, & quidem in innumeris, locum obtinent; ſic quoque in methodo tangentium inverſa, Regula generalis reddi nunquam poſſit. Hinc evenit ut variæ formari debeant Regulæ, prout natura rei id exigit, quinimo dici poteſt, quodlibet fere exemplum ſuam propriam habere regulam, quæ ut aptiſſime formetur dependet a ſagacitate ejus qui Problema reſolvere ſuſcipit; adeo ut certas Regulas præſcribere, tam ſit inutile, quam impoſſibile.

FONTE 11: Bernoulli, 1727, p.414

O Método da tangente inversa é, pelo qual, dadas as tangentes, ou o espaço da curva, ou as propriedades da curva, encontramos sua natureza. Agora, como as integrais de diferenciais, nem todas as diferenciais possuem integrais; assim, dada uma curva, suas tangentes são facilmente determinadas; já o oposto não é tão fácil, e, por vezes, encontrar a natureza da curva por suas tangentes está fora de questão; assim como no Método de tomar integrais, certa regra pode ser apresentada, pela qual é possível determinar as integrais das diferenciais na maioria dos casos propostos e, de fato, logo obtêm; também no caso das tangentes inversas, não há uma Regra geral. Há algumas regras formuladas, na medida em que exigida pela natureza da coisa, na verdade podemos, e temos exemplos com regras próprias, que podem ser apropriadamente formuladas dependendo de sua habilidade para resolver o Problema; tanto que tentar prescrever regras é tão inútil quanto impossível.

Bernoulli nos diz que, através desse método, é possível encontrar a equação de uma curva, por meio de sua tangente, sua forma ou sua propriedade. No entanto, ressalta que pode não ser possível, em certas ocasiões, encontrar a curva a partir destes. Além disso, que não há uma regra geral que possa ser utilizada.

Figura 19: página 414 do Livro Opera Omnia



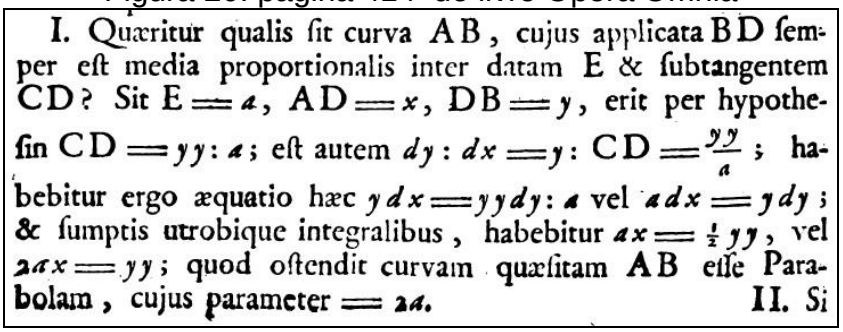
Ideoque modum pertractandi hujuſmodi Problemata per exempla duntaxat demonſtrabimus, in quibus omnibus tamen præcipue obſervanda ſunt ſequentia: 1°. Quærenda eſt ex datis æquatio, quæ conſiſtat in dx & dy. 2°. Omnes quantitates in quibus y & dy reperiuntur, ad unam partem, in quibus vero x & dx ad alteram, ſi fieri poteſt, reducendæ ſunt. 3°. Ex his quantitatibus reductis, ſi poſſibile eſt, ſumendum eſt integrale, quod naturam curvæ indicabit. His præmiſſis, ſequentia exempla ita reſolvuntur.

FONTE 12: Bernoulli, 1727, p.414

Por conseguinte, um modo de tratar esse tipo de problema é demonstrando exemplos, nos quais observamos a seguinte sequência: 1º: Considere uma equação que contenha dx *e* dy*. 2º: Todas as quantidades de um lado devem estar relacionadas à* dy*, e do outro lado à* dx*. 3º: A partir destas, se possível, deve-se integrar, o que dará a natureza da curva. A partir destas, pode-se resolver a equação.*

Aqui Bernoulli descreve uma equação diferencial, hoje classificada como ordinária.

Figura 20: página 414 do livro Opera Omnia

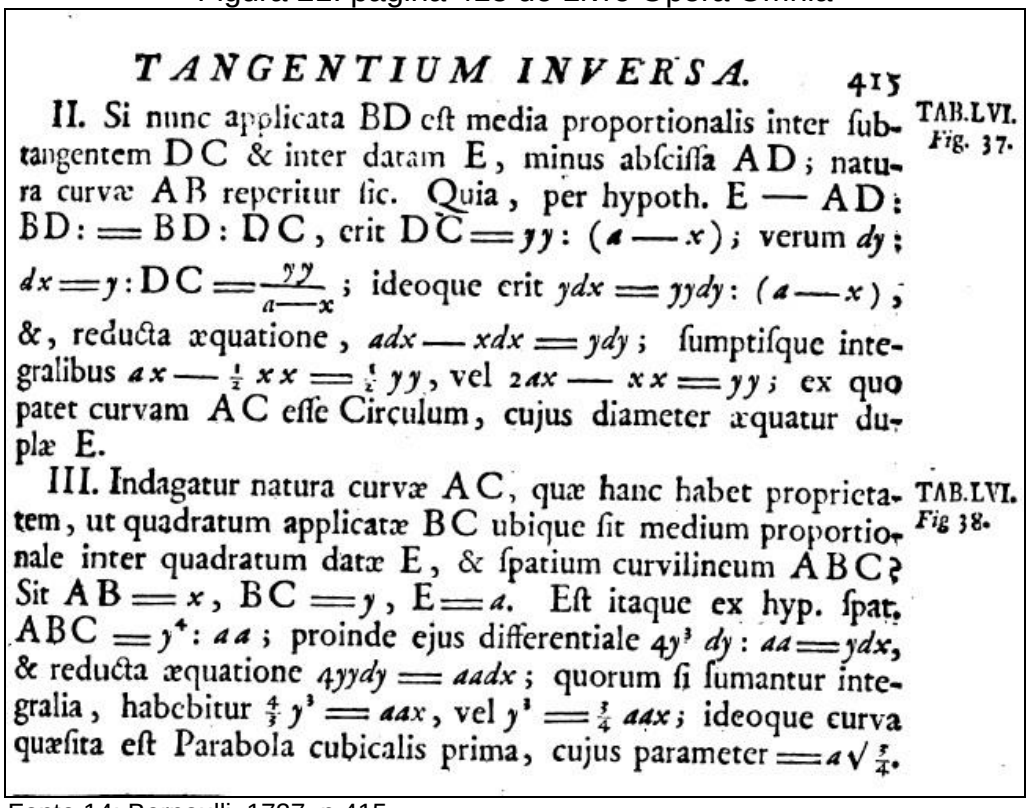


I. Quæritur qualis ſit curva AB, cujus applicata BD ſemper eſt media proportionalis inter datam E & ſubtangentem CD? Sit E = a, AD = x, DB = y, erit per hypotheſin CD = $yy : a$; eſt autem $dy : dx = y :$ CD = $\frac{yy}{a}$; habebitur ergo æquatio hæc $ydx = yydy : a$ vel $adx = ydy$; & ſumptis utrobique integralibus, habebitur $ax = \frac{1}{2}yy$, vel $2ax = yy$; quod oſtendit curvam quæſitam AB eſſe Parabolam, cujus parameter = $2a$. II. Si

FONTE 13: Bernoulli, 1727, p.414

I. *Temos a curva* AB*, na qual* BD *sempre é a média proporcional entre* E *e a subtangente* CD*. Seja* $E = a$, $AD = x$, $DB = y$ *e por hipótese,* $CD = \frac{yy}{a}$*; daí* $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{CD} = \frac{\frac{y}{yy}}{a}$*; daí obtemos a equação* $ydx = \frac{yydy}{a}$*, e portanto* $adx = ydy$*, e integrando ambos os lados obtemos* $ax = \frac{1}{2}yy$ *ou* $2ax = yy$*; o que mostra que a curva procurada é uma parábola com parâmetro* $2a$*.*

Figura 21: página 415 do Livro Opera Omnia



TANGENTIUM INVERSA. 415

II. Si nunc applicata BD eſt media proportionalis inter ſubtangentem DC & inter datam E, minus abſciſſa AD; natura curvæ AB reperitur ſic. Quia, per hypoth. E — AD : BD : = BD : DC, erit DC = $yy : (a - x)$; verum $dy : dx = y :$ DC = $\frac{yy}{a-x}$; ideoque erit $ydx = yydy : (a - x)$; &, reducta æquatione, $adx - xdx = ydy$; ſumptiſque integralibus $ax - \frac{1}{2}xx = \frac{1}{2}yy$, vel $2ax - xx = yy$; ex quo patet curvam AC eſſe Circulum, cujus diameter æquatur duplæ E. TAB. LVI. Fig. 37.

III. Indagatur natura curvæ AC, quæ hanc habet proprietatem, ut quadratum applicatæ BC ubique ſit medium proportionale inter quadratum datæ E, & ſpatium curvilineum ABC? Sit AB = x, BC = y, E = a. Eſt itaque ex hyp. ſpat. ABC = $y^4 : aa$; proinde ejus differentiale $4y^3\,dy : aa = ydx$, & reducta æquatione $4yydy = aadx$; quorum ſi ſumantur integralia, habebitur $\frac{4}{3}y^3 = aax$, vel $y^3 = \frac{3}{4}aax$; ideoque curva quæſita eſt Parabola cubicalis prima, cujus parameter = $a\sqrt{\frac{3}{4}}$. TAB. LVI. Fig 38.

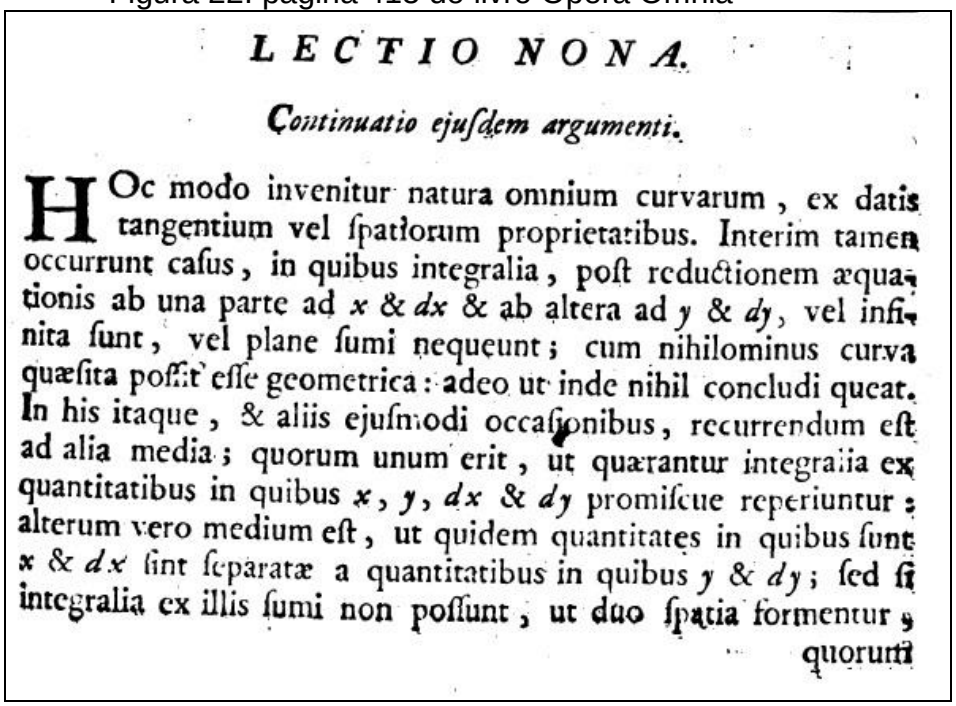
Fonte 14: Bernoulli, 1727, p.415

II. Se implicarmos que BD *é a média proporcional entre a subtangente* DC *e* E *menos a abscissa* AD*, então é possível encontrar a natureza da curva* AB*. Como* BD *é a média proporcional* DC *e* E*, então* $\frac{E-AD}{BC}=\frac{BD}{DC}$*, e* $DC=\frac{yy}{a-x}$*; logo* $\frac{dy}{dx}=\frac{y}{DC}=\frac{yy}{a-x}$*; daí* $ydx=\frac{yydy}{a-x}$ *e, por redução da equação,* $adx-xdx=ydy$*; verificando as integrais temos* $ax-\frac{1}{2}xx=\frac{1}{2}yy$*, ou* $2ax-xx=yy$*. Podemos supor então que a curva* AC *é um círculo cujo diâmetro é igual a duas vezes* E*.*

III. Indagamos a natureza da curva AC*, que tem a propriedade, o quadrado aplicado a BC em média proporcional entre o quadrado de E, e o espaço curvilíneo ABC? Seja* $AB=x$*,* $BC=y$*,* $E=a$*. Temos, por hipótese, que* $ABC=\frac{y^4}{aa}$*. Consequentemente, as diferenciais são* $\frac{4y^3}{aa}=ydx$*. Com isso, temos a equação* $4yydx=adx$*; quando as integrais são tomadas, temos* $\frac{4}{3}y^3=aax$ *ou* $y^3=\frac{3}{4}aax$*. A curva procurada é a parábola cúbica cujo parâmetro é* $a\cdot\sqrt{\frac{3}{4}}$*.*

Bernoulli prossegue então para a lição 9, e continua desenvolvendo seu argumento.

Figura 22: página 415 do livro Opera Omnia



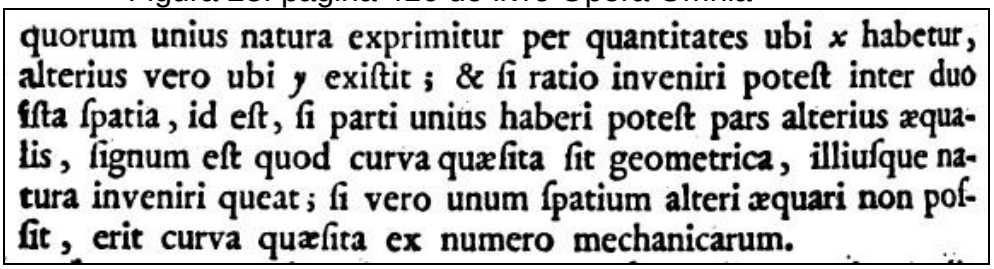
LECTIO NONA.

Continuatio ejuſdem argumenti.

HOc modo invenitur natura omnium curvarum, ex datis tangentium vel ſpatiorum proprietatibus. Interim tamen occurrunt caſus, in quibus integralia, poſt reductionem æquationis ab una parte ad x & dx & ab altera ad y & dy, vel infinita ſunt, vel plane ſumi nequeunt; cum nihilominus curva quæſita poſſit eſſe geometrica: adeo ut inde nihil concludi queat. In his itaque, & aliis ejuſmodi occaſionibus, recurrendum eſt ad alia media; quorum unum erit, ut quærantur integralia ex quantitatibus in quibus x, y, dx & dy promiſcue reperiuntur: alterum vero medium eſt, ut quidem quantitates in quibus ſunt x & dx ſint ſeparatæ a quantitatibus in quibus y & dy; ſed ſi integralia ex illis ſumi non poſſunt, ut duo ſpatia formentur, quorum

Fonte 15: Bernoulli, 1727, p.415

Figura 23: página 416 do livro Opera Omnia



quorum unius natura exprimitur per quantitates ubi x habetur, alterius vero ubi y exiſtit; & ſi ratio inveniri poteſt inter duo ſita ſpatia, id eſt, ſi parti unius haberi poteſt pars alterius æqualis, ſignum eſt quod curva quæſita ſit geometrica, illiuſque natura inveniri queat; ſi vero unum ſpatium alteri æquari non poſſit, erit curva quæſita ex numero mechanicarum.

FONTE 16: Bernoulli, 1727, p.416

Lição nove

Continuação do mesmo argumento

Desta forma, é possível descobrir a natureza de todas as curvas, do comprimento de suas tangentes, de suas dimensões e suas propriedades. No entanto, há casos em que mesmo após reduzir e separar a equação com um lado em relação à x e outro em relação à y, ainda não é possível tomar as integrais. No entanto, a curva pode ser geométrica, de modo que nada pode ser concluída. Nestas e em outras ocasiões, devemos recorrer a outros meios. Um deles será quando conhecermos a integral que deve ser obtida das quantidades x, y, dx e dy o outro será, por exemplo, separar as quantidades x e dx das quantidades y e dy; no entanto, pode ser que as integrais destes não possam ser tomadas para formar dois espaços, dos quais um é a natureza de x, expressa pela quantidade y; se a razão entre estes dois não puder ser encontrada, isto é, se uma das partes é igual à outra, é um sinal que a curva é geométrica, e sua natureza não pode ser encontrada; sua natureza é dada; se houver um espaço que não pode ser igualado, a curva testada será mecânica.

Aqui Bernoulli novamente nos diz que, mesmo que consigamos montar uma EDO, nem sempre será possível resolvê-la. Em seguida, ele comenta sobre as curvas geométricas, ou seja, aquelas que são lugares geométricos, e curvas mecânicas, que são formadas por movimento de pontos. A tractriz, por exemplo, é uma curva mecânica.

Até o momento percebemos o desenvolvimento dos argumentos matemáticos do Cálculo. Nos trechos acima temos descrita a resolução de equações diferenciais pelo método de separação de variáveis, que era utilizada para descobrir curvas que deram origens a determinadas diferenciais. Bernoulli ilustra isso dando os exemplos I, II e III.

Já o argumento sobre a tangente inversa, $\frac{dx}{dy}$, é útil quando se necessita integrar em relação à y.

No entanto, sobre tais métodos, Bernoulli alerta que nem sempre é possível encontrar a curva que origina certa diferencial. Isso fica ainda mais evidente quando nos situamos historicamente, já que nesse período ainda não se tem conceitos como, por exemplo, a função logarítmica. Outro ponto destacado é que não há uma regra específica para integrar tais equações, cabendo ao matemático definir qual deve ser usada em diferentes casos. Nas próximas seções, Bernoulli continua seu argumento, dando outros exemplos de curvas que podem ser encontradas utilizando-se tal método.

Estas lições nos mostram que matemáticos como L'Hôpital estavam interessados em aprender, o que contribuiria ainda mais para sua difusão. De fato, L'Hôpital após as aulas publicou o livro *Analyse des Infiniment Petits*, o qual foi muito importante na disseminação do Cálculo, já que consistia no primeiro livro publicado sobre o assunto.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A tractriz é uma importante curva presente em aspectos do cotidiano, e sua resolução utilizando o Cálculo Infinitesimal proposto por Leibniz demonstra que este poderia ser efetivamente utilizado para resolver problemas. Também foi possível verificar o desenvolvimento deste, como as equações diferenciais que estavam se desenvolvendo e argumentos como a tangente inversa.

Este trabalho contribui também para os pesquisadores, na medida em que nos mostra o desenvolvimento histórico do Cálculo, neste caso, das equações diferenciais, que utilizamos atualmente. Ver como foram desenvolvidos seus vários aspectos nos proporciona uma reflexão sobre a evolução da própria matemática.

No problema estudado, ainda é possível ver também como, apesar de todo o desenvolvimento do Cálculo desde o problema da quadratura do círculo, ainda temos uma forte ligação entre este e a geometria.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARON, Margaret E., Bos, H.J.M. Unidade 5: **O cálculo no século XVIII - Técnicas e aplicações**. In: Curso de História da Matemática: origens e desenvolvimento do cálculo. Tradução de José Raimundo Braga Coelho, Rudolf Maier e Maria José M.M. Mendes. Brasília: Universidade de Brasília, 1985, 1974.

BERNOULLI, Johannis; HOFMANN, J.E. (ed.). 1727 ad hanc usque diem. **Accedunt lectiones mathematicae de calculo integralium**. Volume 3 de Johannis Bernoulli opera omnia: tam antea sparsim edita, quam hactenus inedita. Paris: G. Olms, [1742]. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=bDmpnQEACAAJ >. Acesso em: 28 maio 2018.

LOPES, Lidiane Schimitz; ALVES, Antônio Maurício Medeiros. A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA: PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA. In: ENCONTRO REGIONAL DE ESTUDANTES DE MATEMÁTICA DA REGIÃO SUL, 20., 2014, Bagé. [S.L.]: Eremat, [2014]. p. 320 - 330

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A.. Métodos de coleta de dados: observação, entrevista e análise documental. In: LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A.. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: Epu, 1986. Cap. 3. p. 25-44.

RAPOSO, Cláudia Sofia Carrilho Morgado. **Curvas Famosas e não só: teoria, histórias e atividades**. 2013. 249 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013. Disponível em: $<$http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/10248/1/ulfc106067_tm_Claudia_Raposo.pdf$>$. Acesso em: 12 set. 2018

SAVIANI, Dermeval. BREVES CONSIDERAÇÕES SOBRE FONTES PARA A HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO. Histedbr On-line, Campinas, n. , p.28-35, ago. 2006

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

A TRIGONOMETRIA NA GRÉCIA ANTIGA
Arquimedes, Eratóstenes, Apolônio e Hiparco de Nicéia

Jessie Heveny Saraiva Lima [129]
Fábio José da Costa Alves [130]

RESUMO

Considerando a importância da História da Matemática na formação do professor de Matemática e que esta deve, sempre que possível, estar vinculada ao processo de ensino da Matemática como um recurso facilitador no processo de aprendizagem de conceitos matemáticos e, em particular, pela possibilidade de conexão com o ensino de trigonometria e outros conteúdos matemáticos, além de ser considerada uma alterativa atrativa eficaz para despertar o interesse do aluno em sala de aula, com a possibilidade de trilhar caminhos investigativos e obtenção de novos conhecimentos a partir da História da matemática, apresentamos este artigo. Inserido na linha da História da Matemática, tem por objetivo apresentar um recorte do desenvolvimento histórico da trigonometria na Grécia antiga nos séculos III e II a.C, baseado no diagrama metodológico proposto por Chaquiam (2017). Neste sentido, foi elaborada uma linha do tempo com personagens que consideramos importantes para o desenvolvimento desta temática, dentre eles, destacamos Hiparco de Nicéia como o personagem principal. Além disso, abordamos o contexto sociocultural provavelmente vivenciado por Hiparco de Nicéia, com destaque para os principais acontecimentos dessa época. Para melhor compreender o desenvolvimento da trigonometria de Arquimedes até Hiparco trilhamos um caminho onde reconstruímos traços biográficos de Arquimedes, Eratóstenes, Apolônio e Hiparco, que viveram no século III a.C. Para melhor compreensão do cenário da época em torno de Hiparco, elencamos os seus contemporâneos Tibério Graco, Terêncio e Aristarco da Samotrácia. Por fim, abordamos outros olhares sobre o desenvolvimento da trigonometria com Hiparco. Sobre o processo de obtenção dos elementos que constituem o citado diagrama nos deparamos com a raridade de bibliografia direcionada à temática em português, bem como textos que possam ser utilizados durante o processo de ensino e aprendizagem da trigonometria.

Palavras-chave: História da Matemática. Trigonometria. Ensino de Matemática.

[129] Universidade do Estado do Pará (UEPA). Jessieheveny7@gmail.com.
[130] Universidade do Estado do Pará (UEPA). fjca@uepa.br

INTRODUÇÃO

Nas duas últimas décadas o uso da História da Matemática como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem trouxe à tona inúmeras discussões sobre a importância e os benefícios que esse recurso pode oferece aos alunos e também aos professores. Algumas dessas discussões levam a refletir, por um lado, sobre as dificuldades de muitos alunos durante a aprendizagem em Matemática e, por outro lado, a formação inicial e continuada do professor, pois, além dos conteúdos matemáticos que devem ser bem apreendidos e compreendidos ao longo desses processos, o entendimento e a constituição de uma visão crítica sobre a história da matemática pode também contribuir a melhoria do ensino de matemática.

Entre as alternativas consideradas eficientes para melhorar o desempenho do aluno é o ensino de Matemática através da abordagem histórica. E a partir desse método, o professor poderá responder muitos questionamentos feitos pelos alunos durantes as aulas de Matemática, como: “de onde surgiu isso?”, “quem inventou aquilo?”, “por que é importante estudar isso?” e entre outras indagações feitas em sala de aula e que, infelizmente, muitos professores não sabem o que responder por não ter conhecimento histórico suficiente para retrucar essas dúvidas.

Segundo Mendes e Chaquiam (2016) uma das justificativas que mais encontramos em relação a importância do uso da História da Matemática no Ensino de Matemática é pelo fato de contribuir com o desenvolvimento da compreensão dos alunos acerca dos contextos históricos, bem como as contribuições didáticas para o professor, o que pode, através da História da Matemática, ter mais embasamentos teóricos para ensinar aos seus alunos, e assim esclarecer muitos questionamentos feitos por eles em sala de aula.

> Assim, essa história pode ser tomada como um aporte para esclarecimentos de cunho epistemológico e didático que poderão contribuir para o professor explicar e orientar a organização das matemáticas escolares. Nesse sentido as informações históricas poderão ser utilizadas para auxiliar o professor de matemática a melhorar o planejamento e a execução de suas explanações durante as aulas de matemática, bem como para justificar os modos de produção

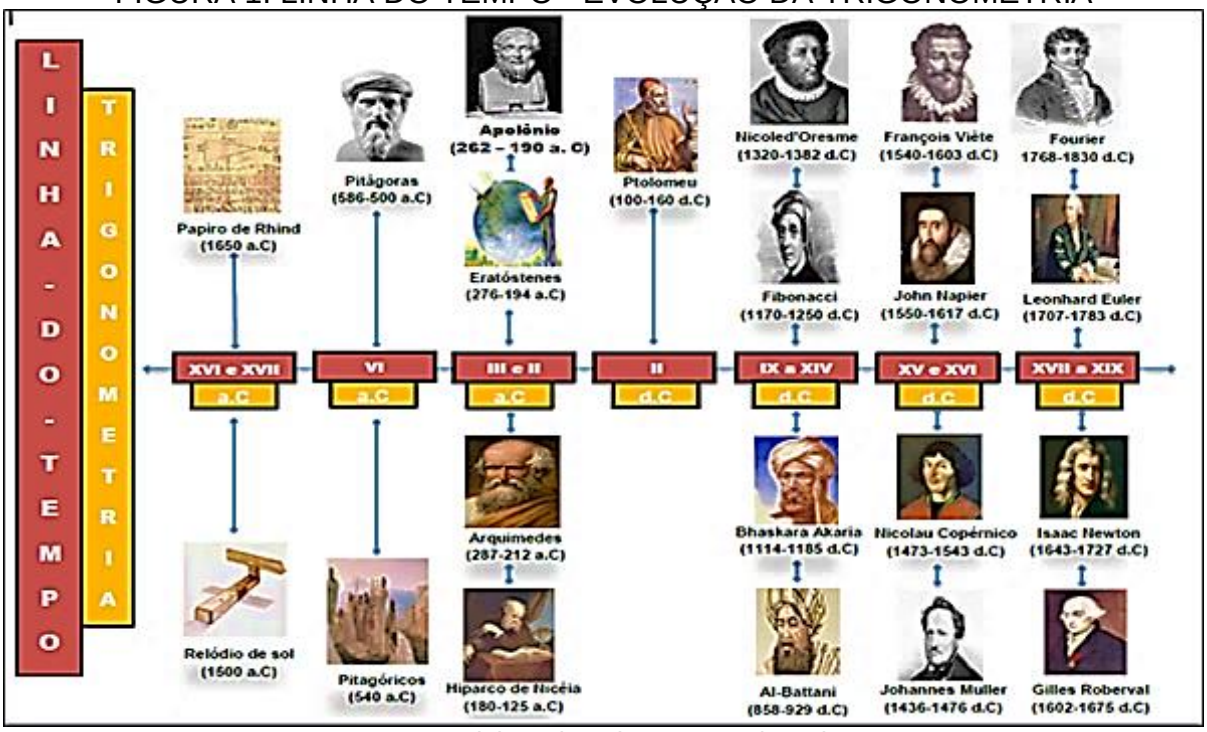
> matemática no tempo e no espaço. (MENDES e CHAQUIAM, 2016, p. 16 - 17).

Em tempos atuais muitos alunos definem as aulas de matemática como difíceis e também desinteressantes, e isso se devem ao fato das aulas trabalhadas pelos professores serem monótonas. Segundo Chaquiam (2017) as pesquisas apontam que a inclusão de história pode ser uma maneira interessante para introduzir um determinado conteúdo em sala de aula, tendo em vista que o aluno reconhecerá que as teorias que hoje aparecem prontas e acabadas na verdade resultaram de desafios enfrentados com grandes esforços ao longo do tempo. Lopes e Ferreira (2013) são citados por Chaquiam (2017) e apontam que a história da matemática pode tornar as aulas mais dinâmica e interessante, que é possível mostrar o porquê de estudar determinados conteúdos e que o professor pode construir um olhar crítico sobre o assunto em pauta.

Para se trabalhar História da Matemática em sala de aula, antes de tudo é necessário que o professor esteja efetivamente preparado e familiarizado com textos dessa natureza. Concordamos com Mendes (2001) quando ele considera importante a preparação do professor que atuará com essa proposta na Educação Matemática, usando a história do conteúdo, para não continuarmos a enfatizar apenas a utilização de receitas prontas e acabadas no ensino de matemática.

Neste artigo apresentamos em primeiro momento uma linha do tempo relacionada trigonometria que abrange desde o Séc. XVI a.C. até o Séc XIX d.C. como está posto abaixo:

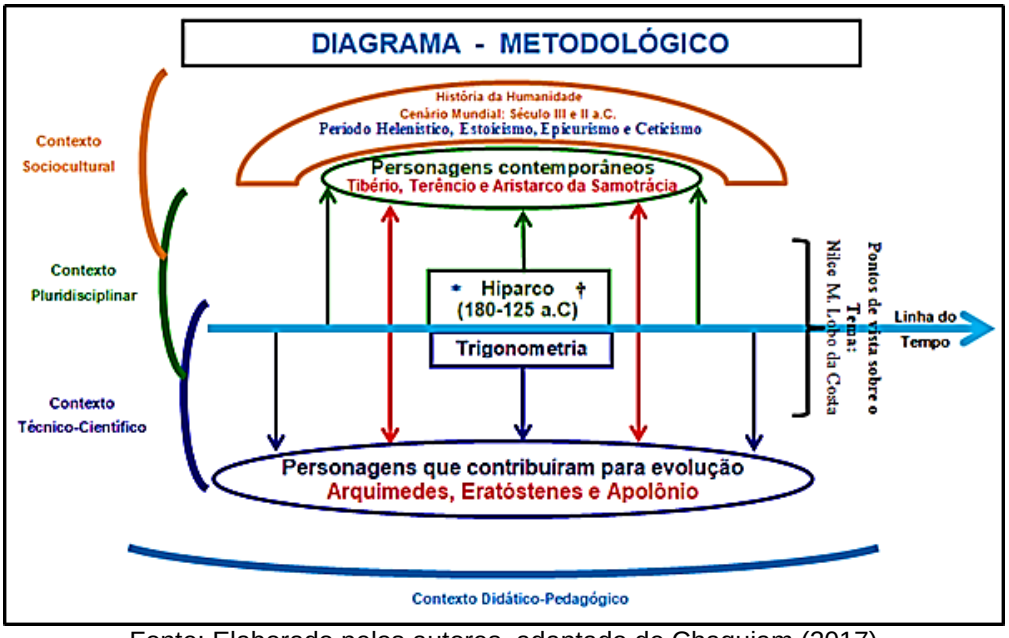
FIGURA 1: LINHA DO TEMPO - EVOLUÇÃO DA TRIGONOMETRIA



Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

Tendo em vista a linha do tempo acima, neste trabalho abordamos apenas os contribuintes do Séc III e II a.C. por uma questão de viabilidade. Para melhor abordagem desses Séculos utilizaremos o diagrama metodológico proposto por Chaquiam (2017), posto abaixo:

FIGURA 2: DIAGRAMA METODOLÓGICO – TRIGONOMETRIA



Fonte: Elaborado pelos autores, adaptado de Chaquiam (2017)

O texto foi desenvolvido com base no acima, onde iniciamos com o cenário mundial que trata do contexto sociocultural, destacando fatos ocorridos nos séculos III e II a. C. Seguem-se as contribuições dos antecessores do Hiparco de Nicéia para a trigonometria – Arquimedes, Eratóstenes e Apolônio – elencado como personagem principal, sobre o qual apresentamos traços biográficos e, por fim, faz-se um recorte sobre a história da trigonometria baseada nesses quatro personagens.

CONTEXTO SOCIOCULTURAL

Hiparco de Nicéia viveu durante o século II a.C. e seus antecessores, que tomamos como recorte da história da evolução da trigonometria, viveram no século III a.C. Para caracterizar o contexto sociocultural e posteriormente visualizar o cenário que os cercavam quando viviam na Grécia, elencamos alguns fatos ocorridos nos referidos séculos em questão.

Os séculos III e II a.C. eram conhecidos como Período Helenístico, época em que os gregos estiveram sob o comando do Império Macedônico após serem derrotados na Batalha de Queronéia pela forças macedônicas, que em pouco tempo dominou toda a Grécia. A intervenção grega era tão grande, que apesar do declínio do Império Macedônico depois da morte de Alexandre Magno, a cultura helenística continuou prevalecendo em todos os territórios por eles já conquistados.

A civilização helenística foi o resultado da união de diversas sociedades, principalmente grega, persa e egípcia. A grande obra de Alexandre Magno no plano cultural sobreviveu, o movimento expansionista promovido por ele foi responsável pela expansão da cultura grega pelo Oriente, fundando cidades que se tornaram verdadeiros centros de difusão cultural, mesclada com elementos orientais.

Durante o helenismo desenvolveu uma arquitetura onde predominava o luxo e a grandiosidade. Alexandria, no antigo Egito, um dos principais centros de difusão dos valores do helenismo e da cultura helenística, continha numerosas construções públicas e particulares, palácios e templos de mármore, destacando sua monumental Biblioteca de Alexandria, com milhares de papiros, que infelizmente não sobreviveu ao tempo.

O Pensamento filosófico helenístico era dominado por três correntes: Estoicismo, que defendia a felicidade como equilíbrio interior e pregava a firmeza do espírito, indiferença à dor, submissão à ordem natural das coisas e a independência em relação aos bens materiais; O Epicurismo, que pregava a obtenção do prazer e o Ceticismo, que defendia que a felicidade consistia em não julgar coisa alguma.

Este cenário busca retratar o período ao qual o personagem que tomamos como principal está inserido e, para melhor compreensão, a seguir personagens contemporâneos a Hiparco e seus traços biográficos.

HIPARCO E SEUS CONTEMPORÂNEOS

Para compreendermos o que ocorria de modo geral nas ciências no período em que Hiparco viveu, iremos destacar alguns personagens contemporâneos a ele: Tibério Graco (162 – 133 a.C.), Terêncio (185 – 159 a.C.) e Aristarco da Samotrácia (220 – 143 a.C), apresentando suas biografias e ressaltando seus trabalhos que contribuíram para o desenvolvimento da ciência.

- **Tibério Graco (162 – 133 a.C.) –** Advindo de uma classe mais rica dos plebeus, Tibério Graco não poderia se inserir aos cargos de senadores e somente poderia tomar posse do cargo de Tribuno da Plebe. Considerado um cargo poderoso e eleito pelos próprios plebeus, o tribuno poderia criar e vetar leis mesmo sem a aprovação dos senadores.

Tibério Graco ingressou no mundo aristocrático a partir do momento em que casou com a filha de Ápio Cláudio Pulcro. Foi um político do século II a.C. Propôs as leis agrárias que buscavam transferir um pouco da riqueza dos patrícios mais ricos para a população mais pobre, provocando um grande tumulto em Roma.

Diante de suas experiências e dos acontecimentos contemporâneos, Tibério Graco se tornou um homem com uma nova mentalidade, decidiu renunciar ao luxo e ao prazer para se dedicar por inteiro à causa do povo: viver para o povo e agir pelo povo, utilizando como meio a palavra, renunciando qualquer tipo de guerra. Segundo

D’Encarnação (2000) a palavra que ele desenvolvia era semelhante a maneira de Perícles, “o olímpio”, com sobriedade, numa argumentação cerrada.

Para acabar com a revolução ameaçadora na classe dos patrícios só havia uma solução, e para isso teve mais uma vez a ajuda de Tibério que segundo D’Encarnação (2000) foi audacioso em propor sua própria reeleição, quebrando tradições e dando a ideia aos senadores de que seu plano o levaria a um tirano de Roma. Diante de mais uma ameaça ao seu poder que vinha sendo exercido desde seus tempos do reino, a aristocracia de Roma junto a seus clientes, invadiu o Capitólio onde estava Tibério e o assassinou.

- **Terêncio (185 – 159 a.C.)** – De acordo com Silva (2009) Terêncio foi o único escritor latino do período arcaico do qual há dados biográficos praticamente completos, ainda que em boa parte duvidosos. A maioria das informações que se tem sobre o poeta foram obtidas a partir da obra De Poetis de Suetônio que foram recolhidas por Élio Donato e citadas em sua obra Commenti Terentii que chegou até os tempos atuais.

Não se sabe exatamente o ano de nascimento de Terêncio, mas segundo muitas biografias ele nasceu ou em 195/194 ou em 185/184 a.C. e tinha origem africana. Literaturas apontam que Terêncio teria sido capturado e que veio a Roma como escravo do senador Terêncio Lucano, que de acordo com Suetônio, lhe ofereceu uma educação liberal e mais tarde o libertou.

Terêncio escreveu seis grandes peças, *Andria* (“A mulher de Andros”), *Adelphoe* (“Os irmãos”), *Eunuchus* (“O Eunuco”), *Heautontimorumenus* (“O que pune a si mesmo”), *Hecyra* (“A sogra”) e *Phormio* (“Formião”), num período de sete anos, entre 166 e 160 a.C. Beare (1964, apud, xxxx) apresenta uma lista com a ordem em que foram representadas as primeiras comédias de Terêncio, com a indicação do ano e da festa em que cada uma foi apresentada.

Andria, a primeira peça de Terêncio, foi representada nos *Ludi Megalenses* de 166 a.C. Em seguida temos *Hecyra*, cuja sua primeira representação foi um fracasso, feita em *Ludi megalenses* em 165 a.C., sua segunda representação foi em *Ludi fúnebres* de Emílio Paulo, em 160 a.C e fracassou novamente, *Hecyra* só teve êxito em sua terceira representação em *Ludi Megalenses* de 163 a.C. A terceira obra de

Terêncio a ser representada foi *Heautontimorumenus*, encenada nos *Ludi Megalenses* de 163 a.C. A quarta foi *Eunuchus*, representada em *Ludi Megalenses* em 161 a.C., que foi a comédia de maior sucesso de Terêncio, e foi representada duas vezes no mesmo dia e recebeu o prêmio inédito de oito mil sestércios, o mais alto conferido até então. A quinta bra foi *PhormioI,* encerrada nos *Ludi Romani*, em 161 a.C. E, por fim, a última peça foi *Adelphoe*, cuja encenação ocorreu nos *Ludi fúnebres* de Emílio Paulo, juntamente com a *Hecyra*.

Não se sabe com exatidão também sobre o dia em que Terêncio morreu, mas segundo literaturas, provavelmente morreu em 160/159 a.C., durante uma viagem à Grécia para pesquisar a respeito das peças de Menandro. Segundo Silva (2009) sua morte tem duas versões, ambas citadas por Suetônio na *Vita Terentti*: a primeira seria que ele teria morrido em um naufrágio quando voltava da Grécia trazendo consigo cento e oito comédias traduzidas de Menandro; a segunda é hipótese é que ele teria morrido "na Arcádia, em Estinfálide, ou na Leucádia, durante o consulado de Cneu Cornélio Dolabea e Marco Fúlvio Nobilior, atacado de moléstia, de dor e de tristeza pela perda da bagagem que tinha mandado à frente no navio e, com ela, das novas comédias que escrevera" (Suetônio, *Vita Terenti*. Apud Tonioli, 1965. Apud Silva, 2009)

- **Aristarco da Samotrácia (220 – 143 a.C.)** – Aristarco nasceu em cerca de 216 a.C. em Samotrácia e faleceu em cerca de 144 a.C., foi um gramático e filósofo da Grécia Antiga, frequentou a escola alexandrina, que segundo estudos censurou severamente a poética de Homero insistindo no caráter espúrio de muitos de seus versos. Tornou-se um cidadão alexandrino, e viveu nesta cidade egípcia durante o reinado de Ptolomeu VI Filometor. Depois de alguns anos sucedeu ao seu mestre Aristófanes de Bizâncio como diretor da Biblioteca de Alexandria.

Aristarco foi o primeiro a lançar uma edição crítica historicamente, original e sem edições helenísticas sobre os poemas de Homero, e para isso utilizou dos trabalhos feitos por Zenódoto de Éfeso e Aristófanes de Bizâncio. Nos trabalhos de Zenódoto era utilizado o signo óbelos (-) que indicava os versos considerados como leituras duvidosas, de pouca confiança, e nos trabalhos de Aristófanes era utilizado o asterisco (*), inventado pelo o mesmo para assinalar repetições ociosas.

Além de Aristarco também utilizar os signos óbelos e asterisco, o mesmo criou mais um conjunto filológico de signos para apontar as leituras duvidosas e as interpolações: a anti-lambda ou também chamada de “diple” (>), para indicar comentários próprios; a “diple periestigmene” (>:), para indicar uma nota crítica que expressa um desacordo com Zenódoto; e a anti-sigma para indicar um verso deslocado.

Sua escola crítica manteve-se influenciadora até a época romana graças ao predicamento dado pelos seus dispersos discípulos. Uma edição bizantina da *Iliada* foi encontrada em 1781 na *Biblioteca Marciana* de Veneza, esta edição continha, nas margens, escólios de quatro de seus discípulos: “*Signos Críticos*” de Aristônico; notas “*Sobre a Recensão de Aristarco*” de Dídimo; extratos da “*Prosódia Iliádica*” e Herodiano e o “*Tratado Sobre a Pontuação Homérica*” de Nicanor. Tal edição permitiu reconstruir os trabalhos e as contribuições de Aristarco ao estudo dos textos homéricos e relançar a chamada “*Questão Homérica”*.

- **Hiparco de Nicéia** – Na segunda metade do século II a.C nasceu Hiparco de Nicéia (180 -125 a.C), o qual virá a ser considerado o pai da trigonometria ao longo dos anos. Segundo Gillispie (2007) o único dado biográfico confiável sobre Hiparco é o local de Nascimento: Nicéia, no nordeste da Ásia Menor. Outros dados foram encontrados no *Almagesto* de Ptolomeu, no qual citava algumas das atividades científicas de Hiparco, como por exemplo, as observações dos equinócios outonais e vernais que foram extraídas pelo mesmo desde 162 à 128 a.C.

Almagesto, como aponta Costa (2003) é uma das obras mais importante para a trigonometria da antiguidade, composta de treze volumes e escrita por Cláudio Ptolomeu. Ficou conhecida por esse nome, pois, Almagesto significa, em árabe, “A maior” e os tradutores árabes considerava a maior obra já existente, na época, em astronomia. O Almagesto é um marco, um modelo de Astronomia que perdurou até Copérnino, e é nele que se encontra mais informações sobre Hiparco de Nicéia.

Pode-se dizer que Hiparco iniciou sua carreira em Bitínia e depois em Rodes por volta de 141 a.C, visto que suas observações de equinócios entre os períodos de 162 a 140 a.C são feitos em Bitínia, e outra,s no intervalo de 141 a 127 a.C, em Rodes, segundo as citações no *Almagesto* de Ptolomeu.

De acordo com Gillispie (2007), Hiparco é uma figura muito importante para a história da astronomia, embora os livros não relatem seus feitos, pois dos seus livros, apenas um sobreviveu – o comentário sobre Arato – onde constam de forma reduzida suas contribuições. A maior parte dos dados extraídos sobre Hiparco são oriundas do *Almagesto,* que por mais que Ptolomeu tenha estudado as obras de Hiparco, sua preocupação não foi retransmiti-la, e sim, usá-la e aperfeiçoá-la na construção de seu próprio conhecimento. (GILLISPIE, 2007, p.1127)

Além da trigonometria, Hiparco teve grandes contribuições para o desenvolvimento da astronomia. Construiu uma teoria solar, na qual conseguiu estabelecer a duração das quatro estações do ano, partindo do equinócio de primavera e após determinar a excentricidade e a posição do apogeu a partir da duração das duas primeiras estações, combinada com um valor referente a duração do ano. Além disso, construiu uma teoria lunar, porém, segundo Gillispie (2007) Hiparco sentiu dificuldades na tentativa de construir uma teoria lunar, pois, diferentemente do sol que tinha apenas uma anomalia – cujo período era idêntico ao de seu retorno na longitude (um ano) – para a lua era preciso diferenciar três períodos separados: o período do seu retorno na longitude, o período de seu retorno à mesma velocidade e o período de seu retorno à mesma latitude.

Outra importante contribuição de Hiparco para a astronomia foi a realização de cálculos para descobrir os tamanhos, distâncias e paralaxe solar e lunar. De acordo com Gillispie (2007) Hiparco dedicou a esse assunto um tratado em dois volumes intitulado *Sobre tamanho e distâncias.* A partir desses livros e dos comentários de Ptolomeu em *Almagesto*, pode-se inferir que Hiparco procedeu de medições com o dióptrico e estabeleceu os seguintes dados: (1) A medida da Lua, a uma distância média, era 650 vezes seu próprio círculo; (2) A Lua media 2-1/2 vezes a sombra da terra na lua, a uma distância média e, por fim, (3) concluiu que a lua tinha o mesmo tamanho aparente do sol, a uma distância média.

Sobre a paralaxe do sol, Hiparco diz no livro I que era imperceptível, ele estabeleceu por observação que a paralaxe do sol era a menor possível – isto é, zero. Porém, no livro II Hiparco presumiu que a paralaxe do sol era a maior possível, mas não grande o suficiente para ser observada. Diante disso, conseguiu fornecer

imediatamente a distância solar, pois, uma vez que o ângulo é pequeno, isto é 7', podemos usá-lo para substituir a corda e dizer que a distância do sol é 3438/7 ≈ 490.r+. para a lua, Hiparco constatou que a distância média era 67-1/3r+. À medida que a distância solar aumenta, a distância lunar diminui. No livro II Hiparco mostra como conseguiu calcular os tamanhos reais do sol e da lua em relação à terra, que são fáceis de descobrir a partir das distâncias e dos diâmetros aparentes.

Partindo do domínio desses estudos acima, Hiparco conseguiu prever eclipses do sol e da lua em determinados lugares. Além disso, dedicou muito tempo e diversos escritos – como, por exemplo, *O comentário sobre os fenômenos de Arato e Eudoxo* – a temas ligados às estrelas fixas. Ficou famoso por sua descoberta da "precessão dos equinócios", o movimento lento dos pontos solsticial e equinocial de leste para oeste, passando pelas estrelas fixas. Criou uma teoria planetária que reunia observações dos planetas de maneiras mais conivente, pois os astrônomos de sua época não conseguiram representar satisfatoriamente os fenômenos.

Diante de tantas descobertas feitas por Hiparco, ele adquiriu grande reputação na Antiguidade, por não ser apenas um dos fundadores da trigonometria, mas também por ser o homem que transformou a astronomia, fazendo-a passar de uma ciência puramente teórica para uma ciência prática preditiva.

A TRIGONOMETRIA NOS SÉCULOS III E II a.C.

De acordo com a proposta sugerida no diagrama, será apresentada a seguir a evolução da trigonometria constituída de um recorte histórico. Foram destacados personagens do século III a.C, que além de terem sido importante para o desenvolvimento da trigonometria, contribuíram significativamente para os estudos futuros de Hiparco de Nicéia (180-125 a.C) no século II a.C, são eles: Arquimedes de Siracusa, Eratóstenes de Cirene e Apolônio de Perga. Por fim, será apresentada as contribuições de Hiparco para a trigonometria no século II a.C.

- **Arquimedes (287 – 212 a.C.)** – Nasceu e viveu na cidade de Siracusa, na Sicília, mas possivelmente estudou em Alexandria, foi estudioso pioneiro da mecânica

teórica, foi um grande inventor no mundo grego, construiu máquinas de guerra as quais eram utilizadas para defender Siracusa de ataques de navios romanos. Os trabalhos de Arquimedes estabeleceram uma profunda relação entre matemática e mecânica, contribuindo para evolução da física e da matemática.

Arquimedes foi um importante estudioso da mecânica teórica. Seus textos eram semelhantes aos *Elementos* de Euclides, eram escritas de maneira formal, partindo de definições e postulados simples. Uma de suas obras mais importantes é chamada *Sobre Corpos Flutuantes,* estruturada de forma matemática e abordava postulados sobre pressão e fluidos, hoje conhecido como *Princípio hidrostático*.

Embora Arquimedes seja mais conhecido pelo princípio da Hidrostática, importante descoberta para os estudos das ciências físicas, também teve grande contribuição na matemática ao estudar sobre a medida do círculo. De acordo com Mol (2013), Arquimedes consagrou-se a Matemática quando conseguiu avaliar a razão entre a circunferência e o diâmetro de um círculo. Ao estudar um hexágono regular inscrito e um hexágono circunscrito, duplicou progressivamente o número de lados até obter o polígono de 96 lados. Como resultado de seus cálculos, conseguiu encontrar um valor próximo para π da forma $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{10}{70}$, ou seja, $\frac{3.71+10}{71} < \pi < \frac{3.70+10}{70}$, logo, 3,1408 $< \pi$ < 3,1428 (comparando com o valor π = 3,14159...).

Mol (2013) aponta em seu estudo que Arquimedes tinha um tratado que foi descoberto no início do século XX chamado *O Método.* Nesta obra, Arquimedes aborda alguns aspectos do seu processo de criação matemática. Para ele, as demonstrações poderiam ser facilitadas a partir da existência de indicações sobre a validade de um resultado, e essas indicações, Arquimedes obtinha por investigações “mecânicas”, após as quais uma prova rigorosa deveria ser construída pelo método geométrico tradicional. Esse tratado continha uma série de cartas escrita por Arquimedes ao matemático Eratóstenes, que é outro destaque do século III a.C.

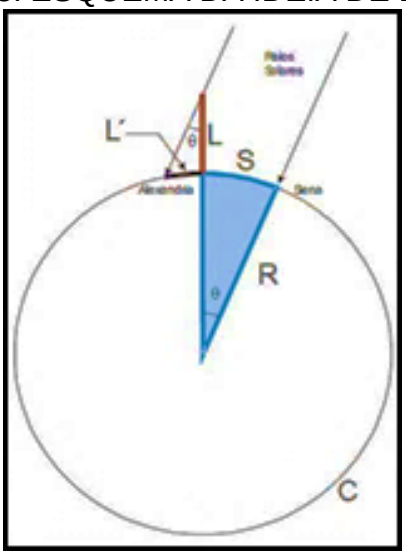
Mesmo estudando círculos e retas e aplicando esses resultados na Astronomia, Arquimedes não conseguiu chegar a uma trigonometria sistemática. Porém, seus estudos e suas cartas ajudaram o Eratóstenes a produzir, usando semelhança de

triângulos e razões trigonométricas, a mais notável medida da circunferência da terra na Antiguidade.

- **Eratóstenes (276 – 194 a.C.)** – De acordo com Vinagre (2002) era filho de gregos e moravam em Cirene, atual Líbia. Desde pequeno era muito curioso, fazia perguntas sobre tudo, sobre o sol, os ventos, as estrelas, dentre outras coisas. Por volta de ± 240 a.C. Eratóstenes fez uma medida surpreendentemente correta da circunferência da terra, para isso ele comparou as sombras ao meio-dia entre Alexandria e Siena.

Segundo Vinagre (2002) ele mediu um ângulo de cerca de 7,2 graus, depois dividiu 360 por 7,2 o que dá 50, e assim soube que eram necessárias 50 frações iguais à medida da distância entre Alexandria e Siena para formar a circunferência da terra. Abaixo, tem uma análise mais detalhada da ideia de Eratóstenes. Iremos partir do esquema apresentado na figura 3, e definir as grandezas envolvidas no problema:

FIGURA 3: ESQUEMA DA IDEIA DE ERATÓSTENES



Fonte: VINAGRE, 2002

- S é a distância entre Siena e Alexandria;
- θ é o ângulo formado da fração que parte das cidades de Siena e Alexandria;
- C é a circunferência da terra
- D é o diâmetro da terra;
- R é o raio da terra;
- L é o comprimento do poste

Para calcular a circunferência da terra, de acordo com Vinagre (2002), Eratóstenes utilizou a seguinte razão trigonométrica: $\frac{S}{C} = \frac{\theta}{2\pi}$. Ou seja, a razão entre a distância de Alexandria e Siena e a circunferência igual a razão do ângulo formado a partir da distância entre as cidades e o ângulo total da circunferência terrestre. Isolando C, teremos: C = $\left(\frac{2\pi}{\theta}\right)$.S. E a partir dessa relação Eratóstenes fez seus cálculos, substituiu os valores que ele encontrou para θ (0,02 . 2π) e o valor de S (5.000 estádios) que era obtido pelo número de passos dados de Siena até Alexandria pelos Bematistas do Rei multiplicado pelo comprimento de cada passo que supostamente tinha o mesmo tamanho. E obteve a seguinte equação:

C = $\left(\frac{2\pi}{0{,}02\ .2\pi}\right)$. 5.000 ; C = $\left(\frac{1}{0{,}02}\right)$. 5.000 ; C = 50 . 5.000 ; C = 250.000 estádios

E para obter o resultado em quilômetros multiplicamos o resultando obtido em C por 0,157 Km, o que resulta: C = 39.250 Km. A partir desse valor encontrado poderemos também calcular o valor do Raio da terra utilizando a relação C = 2πR e por consequência o valor do Diâmetro (o dobro do Raio).

- **Apolônio (262-190 a.C.)** – Por fim, Apolônio, que de acordo com Mol (2013) nasceu em Pérgamo, na Ásia Menor, porém estudou e atuou como professor na Escola de Alexandria. Publicou um livro intitulado Cônicas, foi o único texto de sua autoria que chegou aos nossos dias, seu trabalho foi tão importante para os estudos de Geometria, em seu tempo, que Apolônio era considerado o maior dos Geômetras, segundo a literatura, até de Euclides.

A obra de Apolônio foi importante para o desenvolvimento da geometria, nas *Cônicas* o sistema de coordenadas era definido através do uso de retas de referências, diferente da geometria analítica de René Descarte, que se desenvolveu no século XVII, onde um sistema de coordenadas é fixado. Além do mais, na geometria de Apolônio - segundo Mol (2013) – uma curva definia uma equação, enquanto na geometria analítica são as equações que definem curvas.

Segundo Oliveira (2010), Apolônio contribuiu à trigonometria quando tentou calcular um melhor conjunto de cordas a partir da ideia de Eratóstenes para calcular a circunferência da terra, fato que o levou a perceber a necessidade de estabelecer

relações mais sistemáticas entre ângulos e cordas, entretanto, por volta de 150. a.C. surgiu a primeira tabela trigonométrica com Hiparco.

- **As contribuições de Hiparco** – A maioria das informações sobre as grandes contribuições de Hiparco não puderam ser obtidas com segurança, no geral não se sabe as datas e a ordem de redação dos seus livros. Porém, há muitos relatos em *O comentário de Arato* escrito pelo próprio Hiparco e há mais suposições de suas obras em *Almagesto*, escrito por Ptolomeu. Entretanto, tomaremos por base essas obras para discorrer sobre as contribuições de Hiparco para a astronomia e trigonometria.

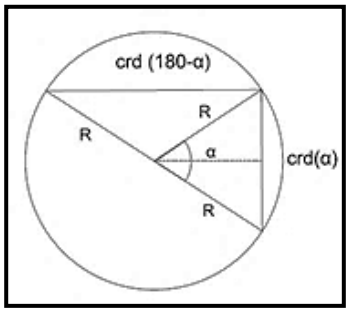
Segundo Moreira (2005), Hiparco é considerado o pai da trigonometria pelo fato do mesmo ter introduzido as medidas sexagionais em Astronomia e elaborado tratado de doze livros sobre construção tábuas de cordas, primeira tabela trigonométrica.

A tabela trigonométrica de Hiparco, segundo Gillispie (2007), foi baseada em um círculo, cuja circunferência era dividida em 360 graus de 60 minutos e o raio R expresso em minutos era dado por R = 360. 60'/ 2.π, que seria aproximadamente 3438'. Essa tabela das cordas sobreviveu apenas em relação aos senos com R = 3438' e valores calculados a intervalo de 3-3/4º.

Para realizar os cálculos da tabela de cordas, Hiparco iniciou com o ângulo de 60º, De acordo com Oliveira(2010). Em seguida observou que a corda de 60º era igual ao raio da circunferência em um triângulo equilátero, ou seja, Crd (60) = 3430'. Para o ângulo de 90º ele obteve a corda igual a R.$\sqrt{2}$ = 3438'.1,414 ≈ 4862' = 81,2 = 81 . 60 + 2. Para completar a tabela e calcular o valor as outras cordas, Hiparco utilizou dois resultados geométricos, a primeira é uma aplicação trivial do teorema de Pitágoras, e a segunda já era conhecida por Arquimedes.

Primeiro resultado: Aplicando o Teorema de Pitágoras na Figura 4, tem-se:

FIGURA 4: Cálculo da corda



Fonte: Oliveira (2010)

$$(\mathrm{R}+\mathrm{R})^2 = \mathrm{crd}^2(180-a)+\mathrm{crd}^2(a)$$

$$\mathrm{crd}^2(180-a) = (2\mathrm{R})^2 - \mathrm{crd}^2(a)$$

$$\mathrm{crd}(180-a) = \sqrt{(2\mathrm{R})^2-\mathrm{crd}^2(a)}$$

Segundo resultado: Hiparco deduziu uma fórmula para a corda do arco-metade, $\mathbf{crd}\left(\frac{a}{2}\right) = \sqrt{\mathbf{R}\,(\mathbf{2R}-\mathbf{crd}(\mathbf{180}-\boldsymbol{a}))}$. Foi dessa forma que Hiparco calculou sua tabela de corda de 0º a 180º com intervalos de $\mathbf{7}\frac{\mathbf{1}^{\circ}}{\mathbf{2}}$ em $\mathbf{7}\frac{\mathbf{1}^{\circ}}{\mathbf{2}}$, tendo em vista que $\mathbf{7}\frac{\mathbf{1}^{\circ}}{\mathbf{2}}$ = 15º/2 e 15º = 30º/2.

Segundo Oliveira (2010) não há relatos que comprovem como Hiparco fez sua tabela, pois muitos de seus estudos e registros se perderam. Porém, quando Téon de Alexandria comentou sobre as tabelas de Ptolomeu, fez referência ao tratado de doze livros de Hiparco sobre cordas em um círculo, então provavelmente os métodos de Hiparco sejam parecidos com os de Ptolomeu.

Diante disso, concluímos que as teorias de Hiparco contribuíram significativamente para a realização da mais importante obra da Trigonometria da Antiguidade, o *Almagesto* de Claudio Ptolomeu.

OUTROS ATUAIS SOBRE A TEMÁTICA

Vários estudos sobre o desenvolvimento da Trigonometria foram feitos no decorrer do tempo. Para entendermos como esse tema chegou até os dias atuais destacaremos os estudos de Nielce M. Lobo da Costa feito em 2003, intitulado *A História da Trigonometria.* Segundo Costa (2003) a gênese da trigonometria é incerta, porém, mais que qualquer ramo da matemática, desenvolveu-se no mundo antigo a partir de necessidades prática, principalmente ligadas à astronomia, agrimensura e navegação.

Os estudos de Costa (2003) sobre a história da trigonometria se dividiu em sete partes: As raízes da Trigonometria; A Trigonometria na Grécia; A contribuição dos

Hindus. A trigonometria dos Árabes e dos Persas, A influência do Conhecimento Árabe sobre os Europeus; A trigonometria na Europa a partir do século XIV e a Trigonometria Incorporada pela Análise Matemática.

De acordo com Costa (2003) a primeira amostra documentada de contribuições grega para o estudo da trigonometria apareceu por volta de 180 a.C. quando Hipsícles, influenciado pela cultura babilônica, dividiu o zodíaco em 360 partes, ideia posteriormente generalizada por Hiparco para qualquer círculo.

Antes de Hiparco, os astrônomos gregos estavam muito interessados em calcular a distância entre dois pontos da superfície terrestre e também o raio da terra. Costa (2003) aponta em seus estudos que foi Eratóstenes de Cirene (276 – 196 a.C.), contemporâneo de Arquimedes (287 – 212 a.C.) e Aristarco (310 – 230 a.C.) que produziu a mais notável medida da antiguidade para a circunferência da terra, usando semelhança de triângulos e razões trigonométricos, o que o levou a perceber a necessidade de relações mis sistemáticas entre ângulos e cordas.

Costa (2003) conclui em seus estudos que na Grécia, durante os dois séculos e meio compreendido entre Hipócrates e Eratóstenes, a trigonometria estava se iniciando, mas na segunda metade no século II a.C. surgiu Hiparco de Nicéia, influenciado pela matemática da Babilônia, contribuiu fortemente para o desenvolvimento da trigonometria.

Podemos concluir que os estudos atuais, como o de Costa (2003) apontam a importância de Hiparco para o desenvolvimento da Trigonometria e as importantes contribuições dos personagens do século III a.C.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve por objetivo apresentar um recorte sobre o desenvolvimento histórico da trigonometria na Grécia antiga, do século III ao II a.C., com destaque para Hiparco de Nicéia por ser considerado o pai da trigonometria, além das contribuições de Arquimedes, Erastóstenes e Apolônio para o desenvolvimento trigonométrico.

Ao discorremos sobre como se deu o desenvolvimento da trigonometria nos séculos III e II a.C, no sentido de que sua evolução se deu a partir de grandes personagens das ciências, atingimos nosso objetivo que é a utilização desse texto em sala de aula e, a partir deste, perceber que a matemática que sofreu diversas alterações e contribuições ao longo dos anos.

O uso das concepções históricas deste artigo pode ser utilizado nas aulas de trigonometria com objetivo de mostrar ao aluno a evolução do tema ao longo do tempo, e podendo contribuir significativamente para o processo de ensino e aprendizagem do aluno, levando a eles uma nova metodologia de ensino e o tornando cada vez mais investigador de novos conhecimentos, com uma visão mais crítica.

REFERÊNCIAS

ARISTARCO DA SAMOTRACIA. Biografa. Disponível em: <http://biografiaecuriosidade.blogspot.com>. Acesso em: 29 de Dezembro de 2018.

CHAQUIAM, M. **Ensaios Temáticos:** História e Matemática em sala de aula. 1/1. ed. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017.

COSTA, N. M. L. **A História da Trigonometria**. São Paulo – PUCSP, 2003.

D'ENCARNAÇÃO, J. **Tibério Semprónio Graco (162-133 a.C.) entre voo das águias e a voracidade dos abutres.** Espacio, Tiempo y Forma, Serie II, Historia Antiga, t. 13, 2000, págs, 219-228. Universidade de Coimbra, 2000.

MENDES, I, A; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática**: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém (PA): SBHMat, 2016.

MOL, R, S. **Introdução à História da Matemática.** Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

SILVA, N. S. C. **Eunuchus de Terêncio**: estudo e tradução. São Paulo – USP, 2009.

VINAGRE, A. L. M. **Eratóstenes e a Medida do Diâmetro da Terra.** UNICAMP, 2002.

ISSN 2236-4102

BICENTENÁRIO DE GEORGE GABRIEL STOKES (1819 – 1903)

Liliane Silva Nascimento Coelho [131]
Ana Paula Nunes Felix [132]
Natanael Freitas Cabral [133]

RESUMO

Neste trabalho apresentamos um recorte da biografia do matemático George Gabriel Stokes, com ênfase às pesquisas desenvolvidas por ele e, dentre elas, o teorema que leva seu nome - Teorema de Stokes - bem como apresentação de uma versão atualizada da definição desse teorema. Considerando que em 2019 se comemora o bicentenário do nascimento de George Stokes, a revisão bibliográfica buscou responder qual a importância que a matemática teve na vida de George Gabriel Stokes e quais foram as teorias desenvolvidas por ele. Como resposta, verificamos que a Matemática foi de fundamental importância para as demonstrações de suas teorias, era a ferramenta necessária e suficiente para a comprovação de suas pesquisas.

Palavras-chave: Matemática. História da Matemática. Biografias. George Gabriel Stokes.

INTRODUÇÃO

Todo conhecimento humano perpassa por um processo de construção que pode ser entendido através da História. O desenvolvimento da humanidade se dá pelas construções sociais, históricas e culturais representadas pelos objetos de estudo do

[131] Universidade do Estado do Pará (UEPA). lililsncoelho3@gmail.com
[132] Universidade do Estado do Pará (UEPA). apnfelix01@gmail.com
[133] Universidade do Estado do Pará (UEPA). natanfc61@yahoo.com.br

homem. Neste processo encontram-se os objetos matemáticos, tornando a Matemática uma ciência gerada para atender às demandas da sociedade.

Muito se tem discutido acerca da utilização da História da Matemática no ensino. Estabelecer conexões entre um conceito e sua história contribui para a formação do indivíduo, fazendo-o compreender o processo dinâmico de construção desse conhecimento de maneira significativa.

> O percurso histórico baseado no diálogo entre o passado e o presente torna o conhecimento matemático público, de modo a valorizar não só o produto, mas o processo do conhecimento construído, transpondo as barreiras do que antes era desconhecido, proporcionando maior criatividade ao processo investigativo e aos sujeitos atuantes nele (professores e alunos). (SILVA e MIRANDA, 2013, p. 2)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) mencionam a importância do uso da História em aulas de Matemática pois favorece o desenvolvimento de atitudes e valores positivos no aluno diante desta disciplina, neste sentido argumentam que:

> [...] ao verificar o alto nível de abstração matemática de algumas culturas antigas, o aluno poderá compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas. Desse modo, será possível entender as razões que levam alguns povos a respeitar e conviver com práticas antigas de calcular, como o uso do ábaco, ao lado dos computadores de última geração (BRASIL, 1998, p. 43).

Diante da necessidade de abordar a História da Matemática de diferentes formas em sala de aula, surgiu a contextualização de conteúdos através das biografias. Leandro (2015) enumera 13 argumentos em relação ao papel pedagógico da História para o ensino de Matemática, descritos nos estudos de Miguel (1993, 1997). Dentre estes argumentos, destacamos que as biografias de matemáticos se constituem como: fonte de motivação para o ensino e a aprendizagem da Matemática, instrumento de formalização de conceitos matemáticos e instrumento unificador dos vários campos da Matemática.

Carino (1999) nos diz que as biografias apresentam a singularidade de indivíduos, que através de suas vidas tornam-se tanto efeito quanto causa das transformações ocorridas em sua época histórica. “O mistério do singular é, também,

fortíssimo como elemento constitutivo do imaginário cultural de qualquer sociedade ou mesmo civilização.” (CARINO, 1999, p. 154)

As biografias constituem-se em instrumentos para defesa de paradigmas vigentes, representando o conservadorismo, bem como para a ruptura dos mesmos, tornando a educação como incentivo à renovação. Neste sentido,

> a biografia trata do individual, da trajetória de uma dada vida, específica, concreta. A educação, por seu turno, embora lidando com cada indivíduo, trata do coletivo: dos conhecimentos, normas, valores etc., com os quais esse ser individual irá participar da vida da sociedade, isto é, da instância coletiva. (CARINO, 1999, p. 169)

Com o intuito de fazer com que as realizações de um indivíduo influenciem o coletivo, cumprindo sua instrumentalidade educativa, apresentamos recortes da biografia de George Gabriel Stokes, notável físico e matemático, de modo que seus feitos e exemplos nos sirvam de exemplo.

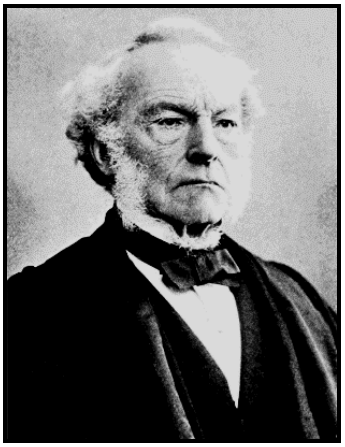
Considerando o bicentenário do nascimento de George Stokes, delineamos como objetivo principal responder à seguinte questão de pesquisa: qual a importância que a matemática teve na vida de George Gabriel Stokes e quais foram as teorias desenvolvidas por ele?

Para responder a esse questionamento optou-se por uma revisão bibliográfica baseada em livros e artigos científicos e confronto das fontes utilizadas para assegurar a veracidade das informações ora apresentadas, bem como utilizá-las de forma complementar na constituição deste texto.

TRAÇOS BIOGRÁFICOS GEORGE GABRIEL STOKES

George Gabriel Stokes nasceu há 200 anos, em 13 de agosto de 1819, em Skreen, condado de Sligo, na Irlanda. Morreu em 1 de fevereiro de 1903, aos 83 anos, findando sua carreira, em Cambridge, Inglaterra.

FIGURA 1: Stokes



Fonte: Wikipedia (2018).

Sua filiação era formada por Gabriel Stokes e Elizabeth Haughton. Seu pai era o pastor protestante da paróquia de Skreen, no condado de Sligo. Sua mãe era filha de um pastor da Kilrea, no condado de Londonderry. Três de seus irmãos mais velhos se tornaram padres, era o mais novo de seis filhos.

Iniciou sua própria família quando se casou em 4 de julho de 1857 na Catedral de São Patrício, Armagh, com Mary Susanna Robinson. Como frutos deste relacionamento tiveram cinco filhos. O mais velho, Arthur Romney, herdou sua baronia, a qual será tratada adiante. Passaram por alguns momentos conturbados. Susanna Elizabeth e Dora Susanna, primeira e última filha do casal, morreu na infância. William George Gabriel, médico, cometeu suicídio aos 30 anos. Em prol da memória do pai, a segunda filha, Isabella Lucy, contribuiu para a edição de "Memórias e Correspondência Científica do falecido Sir George Gabriel Stokes, Bart", publicado pela primeira vez em1907, editado por Joseph Larmor.

George Stokes teve uma educação muito influenciada pela sua criação religiosa, principalmente pelo pai que o iniciou em gramática latina. Em Skreen, frequentou a escola até 1832. A partir de então foi para a escola de Dublin. Após o falecimento de seu pai, em 1835, Stokes mudou-se para *Bristol College*, Inglaterra, onde permaneceu dois anos.

Durante sua passagem em Bristol, Stokes formou a base de seus estudos em matemática pura, estudou tópicos como, o Princípio de Newton, hidrostática, óptica e astronomia, aos quais se dedicou em toda sua carreira. A maior influência que recebeu

naquela ocasião foi do matemático e classicista Francis William Newman, um dos professores de Bristol.

Em 1837 ingressou para o *Pembroke College*, uma das instituições universitárias da Universidade de Cambridge. Em Cambridge, sofreu forte influência matemática do professor William Hopkins. Após quatro anos se formou como *Sênior Wrangler*, isto é, como o melhor aluno de matemática da Universidade de Cambridge, a pessoa que alcança a maior nota geral entre os *Wranglers* (estudantes de Cambridge que ganham graus de primeira classe em matemática). Também em 1841 foi o ganhador do prêmio Smith (algumas fontes o consideram primeiro prefeito de Smith). Anualmente são concedidos dois prêmios Smith na Universidade de Cambridge, desde 1769, em matemática e física teórica. Tais feitos lhe renderam uma bolsa de estudos.

Delineando o início de sua carreira, aos 30 anos tornou-se professor Lucasiano, cátedra de matemática da Universidade de Cambridge, criada em 1963. Ocupou esta cadeira até sua morte, entretanto, na década de 1950 lecionou na Escola de Minas do Governo, em Londres, para complementar sua renda.

George Stokes viveu uma brilhante trajetória na *Royal Society*, destinada à promoção do conhecimento científico. Em ordem cronológica, foi eleito em 1851. No ano seguinte, conquistou a medalha *Rumford*, condecoração que surgiu com o incentivo financeiro de Benjamin Thompson, concedida a cada dois anos a quem desenvolve pesquisas relevantes sobre calor e luz. Em 1854 foi nomeado secretário, cargo que permaneceu até 1885, quando foi eleito presidente da sociedade. Stokes ocupou esta presidência por cinco anos. Assim, se tornou o primeiro homem desde Isaac Newton, que ocupou as três posições: professor Lucasiano, secretário e presidente da *Royal Society*.

A produção de artigos de Stokes caiu rapidamente na década de 1850, em parte quando ele se tornou secretário da *Royal Society* em 1854 e em parte depois que ele se casou em 1857. Frequentemente assumia pesados deveres administrativos, o que o impedia de conduzir qualquer pesquisa. A partir de 1860, muitas de suas publicações relacionavam-se a pontos decorrentes de seu dever oficial de ler artigos submetidos à *Royal Society*.

Apesar do exposto, sua carreira foi tão movimentada quanto o volume de seus estudos. Ocupou vários cargos paralelamente, tornando-se um grande influenciador em vários ramos da ciência. O quadro abaixo organiza as atividades desenvolvidas por Stokes durante um largo período.

Quadro 1: Ocupações de Stokes

Período	Posição/cargo
1849 – 1903	Professor Lucasiano
1854 – 1885	Secretário da *Royal Society*
1859 – 1861	Presidente da Cambridge *Philosophical Society*
1885 – 1890	Presidente da *Royal Society*
1886 – 1903	Presidente do *Victoria Institute of London*
1887 – 1891	Membro do Parlamento Europeu
1887 – 1892	Câmara dos Comuns britânica
1902 – 1903	Mestre do *Pembroke College*

Fonte: pesquisa, 2018.

Sempre representando a Universidade de Cambridge, mantinha uma postura conservadora. Ainda colaborou para a criação do Laboratório Cavendish, em meados da década de 1880. O laboratório tinha como objetivo orientar mentes brilhantes de Cambridge para as questões experimentais em física e matemática. Sem interesse na liderança do novo laboratório, Stokes deixou o cargo para J.J. Thomson.

Em decorrência do matrimônio, assumiu o risco de perder sua bolsa no Pembroke College. No entanto, uma mudança nas regras em 1862 permitiu a permanência de homens casados, assim conseguiu retomar à irmandade.

Além destes importantes cargos, Stokes recebeu muitas condecorações por sua representatividade e contribuição para a física e a matemática. Dentre estas, recebeu o título de Baronet em 1889, dignidade hereditária britânica, criada pela primeira vez por Rei James I da Inglaterra em maio de 1611. Um baronete fica abaixo dos barões, mas acima de todos os cavaleiros. Na Inglaterra e na Irlanda, um baronetismo é herdado pelo herdeiro do sexo masculino, como foi feito com seu primogênito.

Um de seus reconhecimentos mais importantes foi o recebimento da Medalha Copley, em 1893, por suas pesquisas e descobertas na física. Medalha de maior prestígio atribuída pela *Royal Society* desde 1731, é a mais antiga das dez medalhas concedidas por esta sociedade.

A Universidade de Cambridge profusamente celebrou seu jubileu como professor Lucasiano em 1 de junho de 1899. Uma cerimônia foi celebrada com a participação de numerosos delegados da Europa e universidades americanas. Uma medalha de ouro comemorativa foi apresentada a Stokes pelo chanceler da universidade e os bustos de mármore de Stokes, por Hamo Thornycroft, foram formalmente oferecidos ao Pembroke College e à universidade por Lord Kelvin. Três anos depois o Pembroke College lhe concedeu sua mais alta honraria elegendo-o como mestre, pouco tempo antes de sua morte.

Stokes foi uma influência importante na formação das gerações posteriores de homens de Cambridge. Era o mais antigo do trio de filósofos naturais, sendo James Clerk Maxwell e Lord Kelvin os outros dois, que contribuíram especialmente para a fama da escola de física matemática de Cambridge em meados do século XIX.

Seguiu o trabalho dos franceses, especialmente Lagrange, Laplace, Fourier, Poisson e Cauchy. Este fato é notório em seus estudos teóricos nas áreas de óptica e hidrodinâmica. Mesmo na graduação, Stokes desenvolveu muitos trabalhos experimentais. No entanto, seus interesses e investigações se estenderam além da física, pois seu conhecimento de química e botânica era extenso.

O catálogo de artigos científicos da *Royal Society* dá os títulos de mais de cem memórias por ele publicadas até 1883. Algumas delas são apenas notas breves, outras são breves declarações, mas muitos são tratados longos e elaborados. Na próxima seção iremos detalhar um pouco mais sobre os trabalhos de Stokes.

TRABALHOS PRODUZIDOS POR STOKES

George Gabriel Stokes foi um grande pesquisador, explorando os campos da elasticidade dos sólidos e o comportamento das ondas em sólidos elásticos, inclusive a difração da luz e a hidrodinâmica. É importante ressaltar que Stokes sempre se preocupou em investigar problemas fisicamente importantes e, demonstrando matematicamente todos os resultados necessários às suas pesquisas.

Em 1842, um ano após a sua formação, Stokes começou a investigar as análises do movimento regular de um fluido incompressível em duas dimensões, dando continuidade no ano seguinte. Três anos depois divulgou a análise do atrito interno dos fluidos.

Ainda em 1845 concentrou seus estudos na natureza do éter para realizar as suas primeiras pesquisas sobre a teoria ondulatória da luz. Fresnel também investigou esta teoria, mas sua demonstração era que a Terra passava livremente pelo éter.

Um importante relatório matemático sobre suas recentes pesquisas na área da hidrodinâmica foi apresentado por ele à Associação Britânica para o Avanço da Ciência. Este fato, ocorrido em 1846, tornou Stokes conhecido na Inglaterra.

Em 1847, investigou o tema das ondas oscilatórias na água, fazendo a ressalva, em seu relatório, que necessitava de uma maior investigação a respeito deste tema. Vale ressaltar que Poison e Cauchy tinham feito uma investigação complexa a respeito deste assunto, mas com enfoque nas produções das ondas por perturbações arbitrárias no fluido, contudo, Stokes investigou as propagações de ondas oscilatórias considerando a altura comparada ao comprimento de onda.

Stokes retorna em 1848 sua pesquisa feita três anos antes sobre a teoria ondulatória da luz e examina matematicamente as propriedades do éter, pois iniciou nesta teoria investigando a natureza deste elemento. Ao analisar as propriedades do éter, Stokes o tratou como um meio elástico sensivelmente incompressível. Além disso, as fontes consultadas informam que Stokes

> empregou a teoria ondulatória da luz para calcular a intensidade do ponto central dos anéis de Newton para além do ângulo crítico da luz incidente que os anéis desaparecem, deixando apenas o ponto negro central. (GILLISPIE, 2007, p. 2469)

Stokes realizou trabalho sobre o movimento dos pêndulos em fluidos para considerar a variação da gravidade em diferentes pontos da terra. Esta publicação feita em 1849 foi uma importante contribuição para a área de Geodesia, ciência que estuda as dimensões, forma e o campo de gravidade da Terra.

George Stokes obteve como resultado, em 1849, o Teorema de Clairault, resultado da relação que ele fez da forma da superfície da Terra com a força da

gravidade sobre ela. Publicou em 1850 um artigo que aplicava sua teoria do atrito interno dos fluidos ao comportamento dos pêndulos. Neste mesmo artigo

> mostrou que o comportamento das gotas d'água na atmosfera dependia quase completamente do atrito interno do ar, e com isso explicou como era possível a formação de nuvens na atmosfera terrestre. (GILLISPIE, 2007, p. 2469)

Stokes ainda contribuiu com artigos na área da matemática pura, pois eram resultados utilizados para os seus desenvolvimentos de pesquisa na física. No ano de 1852, Stokes publicou uma análise matemática sobre a composição e resolução de feixes de luz polarizada originários de fontes diferentes. Escreveu sobre as séries periódicas, em 1847, conhecidas como séries de Fourier, além disso, também desenvolveu trabalhos conhecidos como fenômenos de Stokes, linhas de Stokes e, o mais conhecido, Teorema de Stokes, o qual faremos um estudo mais detalhado na seção seguinte.

TEOREMA DE STOKES

O Teorema de Stokes tem uma importância fundamental no estudo dos campos vetoriais, principalmente na análise de movimentos das rotações dos fluidos. Segundo Ávila (2011, p. 217), "permite transformar certas integrais de superfície em integrais de linha sobre os bordos das superfícies".

Vamos enunciar, a seguir, o Teorema de Stokes segundo o livro de Guidorizzi (2011, p. 253 a 255). Vale ressaltar que este teorema também está presente nos livros de Ávila (2011), Stewart (2016) e Kaplan (2016), o que diferencia-os é a notação utilizada por cada autor.

O Teorema de Stokes, segundo Guidorizzi (2011, p. 253) é enunciado da seguinte forma:

> Seja $\sigma : K \longrightarrow \mathbb{R}^3$ uma porção de superfície regular dada por
>
> $$\sigma(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$$
>
> onde

$$x = x(u,v), y = y(u,v) \text{ e } z = z(u,v)$$

são supostas de classe C^2 num aberto contendo K. Seja

$$\vec{F} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$$

um campo vetorial de classe C^1 num aberto que contém $\operatorname{Im} \sigma$.

Nestas condições, tem-se

$$\int_{\Gamma} \vec{F} \cdot \vec{dr} = \int_{\sigma} (\operatorname{rot} \vec{F}) \cdot \vec{n} \; dS$$

onde Γ é uma curva fronteira de σ orientada positivamente em relação à normal

$$\vec{n} = \frac{\frac{\partial \sigma}{\partial u} \wedge \frac{\partial \sigma}{\partial v}}{\left\| \frac{\partial \sigma}{\partial u} \wedge \frac{\partial \sigma}{\partial v} \right\|}$$

Como neste artigo o enfoque é estudar a importância dos estudos de personagens para a História da Matemática não iremos nos ater à demonstração do teorema de Stokes. Contudo, caso queira estudá-la, pode-se aprofundar nos livros estudados neste artigo, em Ávila (2011, p. 217 a 220), Guidorizzi (2011, p. 253 a 255), Stewart (2016, p. 1004) e Kaplan (2016, p. 269 a 270). É importante notarmos que

> O teorema que hoje chamamos Teorema de Stokes foi, na verdade, descoberto pelo físico escocês sir William Thompson (1824- 1907, conhecido como lorde Kelvin). Stokes soube desse teorema por uma carta de Thomson em 1850 e pediu a seus estudantes que o demonstrassem em um exame em Cambridge, em 1854. Não se sabe se algum de seus estudantes foi capaz de fazê-lo. (STEWART, 2016, P. 1003)

Stokes, Green e William Thomson tinham o objetivo de usar dois teoremas (Teorema de Green e Teorema de Stokes) para explicar e antecipar fenômenos físicos em eletricidade e magnetismo e em escoamento de fluidos, segundo consta em Stewart (2016, p. 1007).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Estudar a História da Matemática e seus personagens engrandece o conhecimento, assim como é importante estudarmos as biografias dos pesquisadores

de Matemática no nível superior, campo de muitas pesquisas. Entender o processo que levou a descobertas e demonstrações instigam o pensamento científico de investigar e reinventar.

Desta forma, compreender um objeto de estudo através da História, especialmente através das biografias, é de suma importância para o desenvolvimento de novos conhecimentos que podem ser desenvolvidos a partir de um conceito existente. Conhecer a origem e contextos em que um estudo foi produzido pode levar a nuances nunca antes percebidas. Podemos encontrar a saída para questões que não foram respondidas. Entender o “como” e o “porque” enriquece tanto o processo de ensino quanto de aprendizagem.

Stokes foi um grande pesquisador principalmente na área da Física, e conhecendo sua história podemos perceber que a Matemática foi de importantíssima valia para que ele pudesse demonstrar as suas teorias. Ele tornou-se um matemático pois necessitava da Matemática para comprovar as suas hipóteses.

Retomando que o objetivo principal deste trabalho foi responder qual a importância que a Matemática teve para a vida e para as teorias estudadas por George Gabriel Stokes, concluímos que nosso personagem foi fortemente influenciado por matemáticos ao longo da vida e que a Matemática foi de fundamental importância para as demonstrações de suas teorias, era a ferramenta necessária e suficiente para a comprovação de suas pesquisas.

Com este trabalho espera-se incentivar novas produções que abordem a biografia de matemáticos de modo a contribuir para a elucidação de conteúdos e estimular a aprendizagem e a pesquisa nesta disciplina.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁVILA, Geraldo. **Cálculo**: das funções de múltiplas variáveis. v. 3. 7ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARINO, Jonaedson. A biografia e sua instrumentalidade educativa. **Educação & Sociedade** [on line], 1999**.** Ano XX. nº 67. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/es/v20n67/v20n67a05.pdf. Acesso em: 10/12/2018.

GILLISPIE, Charles Coulston (org.). **Dicionários de Biografias Científicas**. Tradução Carlos Almeida Pereira, et al. Rio de Janeiro: Contraponto, 2007.

GUIDORIZZI, Hamilton Luis. **Um curso de cálculo**. v. 3. 5ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

KAPLAN, Wilfred. **Cálculo avançado**. Tradução Frederic Tsu. 11ª reimpressão. São Paulo: Edgard Blücher, 2016.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre História e educação matemática.** Tese – (Doutorado em Educação) Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). São Paulo, 1993. Disponível em: http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000069861. Acesso em: 06/02/2015.

_____. As potencialidades da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetike.** Campinas, 1997.

SILVA, Everaldo Raiol da; MIRANDA, Tatiana Lopes de. A investigação em História da Matemática. X seminário nacional de história da matemática, 2013. **Anais ...** Disponível em: www.cle.unicamp.br/eprints/index.php/anais---xsnhm. Acesso em: 01/06/2018.

STEWART, James. **Cálculo**. v. 2. Tradução EZ2 Translete. 5ª reimp. 3ª ed. de 2013. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

SITES CONSULTADOS

STOKES, GEORGE GABRIEL. Dicionário Completo de Biografia Científica. **Encyclopedia.com**. Disponível em: https://www.encyclopedia.com/science/dictionaries-thesauruses-pictures-and-press-releases/stokes-george-gabriel. Acesso em: 05/12/2018.

SIR GEORGE GABRIEL STOKES, 1º BARONETE: matemático e físico britânico. **Enciclopédia britânica**. Disponível em: https://www.britannica.com/biography/Sir-George-Gabriel-Stokes-1st-Baronet#accordion-article-history. Acesso em: 05/12/2018.

GEORGE GABRIEL STOKES. **Wikipédia**: a enciclopédia livre. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/George_Gabriel_Stokes. Acesso em: 05/12/2018.

ISSN 2236-4102

CONHECIMENTO MATEMÁTICO EM TRANSFORMAÇÃO

Kleyton Vinicyus Godoy[134]

RESUMO

Nos baseando em uma pesquisa historiográfica, vamos discorrer sobre as formas de produção matemática em alguns períodos da história. Apresentaremos brevemente quais teorias foram criadas e em que contexto isso ocorreu, isso com o objetivo de descrever fenômenos existentes dentro dessa área do conhecimento. Olhamos para conceitos matemáticos que possibilitaram reflexões sobre como era pensada a matemática em uma determinada época e como ela era trabalhada, isso com o objetivo de relatar ao leitor que, houve e há até os dias atuais, conceitos matemáticos que são modificados, aprimorados e que podem ser importantes fontes de investigação dentro da História da Matemática.

Palavras-chave: Conhecimento Matemático. Estruturas Matemáticas. História da Matemática.

INTRODUÇÃO

Antes de mais nada, nos apropriamos de uma explicação de Richard Courant e Herbert Robbins sobre a questão: *O Que é Matemática?* Em seu trabalho que recebe o mesmo título da questão levantada, Courant e Robbins (2000) discorrem que:

[134] Doutorando em Educação Matemática no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – Campus Rio Claro (UNESP – Rio Claro). E-mail: klegodoy@gmail.com.

> A Matemática, **como expressão da mente humana, reflete a vontade ativa, a razão contemplativa, e o desejo da perfeição estética**. Seus elementos básicos são a lógica e a intuição, a análise e a construção, a generalidade e a individualidade. Embora diferentes tradições possam enfatizar diferentes aspectos, é somente a influência recíproca destas forças antitéticas e a luta por sua síntese que constituem a vida, a utilidade e o supremo valor da Ciência Matemática. **Sem dúvida alguma, todo o desenvolvimento da Matemática tem suas raízes psicológicas em exigências mais ou menos práticas**. No entanto, uma vez desencadeado pela pressão de aplicações necessárias, **inevitavelmente ganha impulso por si e transcende os confins da utilidade imediata**. Está também em muitas contribuições à Matemática moderna por engenheiros e físicos. (COURANT e ROBBINS, grifo nosso, 2000, p.1)

Compreendemos que a matemática assim como a ciência, passou por alterações em suas estruturas e formulações, muitas vezes estimulada pelo contexto histórico que pode ter influenciado a necessidade de mudanças na concepção ou até mesmo no avanço de um determinado conhecimento matemático.

Consideramos que, em um período que valorizava o conhecimento erudito, as formulações de conhecimentos voltados para a razão contemplativa e o desejo de perfeição estética, a matemática esteve inserida e contribuiu para seu desenvolvimento e isso vai na direção do grifo: **como expressão da mente humana, reflete a vontade ativa, a razão contemplativa, e o desejo da perfeição estética**. Um exemplo que poderíamos apresentar seriam as produções de obras artísticas no período do Renascimento, temos uma diversidade de trabalhos que foram associados ao desenvolvimento de conteúdo matemático.

Por outro lado há conteúdos matemáticos que surgiram nos séculos XIX-XX que são elementos de uma profundeza matemática, que não representa nenhum elemento de aplicabilidade. Isso garante a existência de conceitos matemáticos pertencentes ao interior da matemática, conceitos voltados para a chamada “matemática pura”, indo na mesma direção apresentada por Courant e Robbins (2000).

Bachelard (1996, p.97) afirma que “todo o pensamento científico deve mudar diante duma experiência nova; um discurso sobre o método científico será sempre um discurso de circunstância, não descreverá uma constituição definitiva do espírito científico”, portanto é compreensível que com os progressos do conhecimento, novos

campos surgissem e assim cada vez mais elementos seriam incorporados a matemática e suas necessidades.

As relações de conhecimento produzidos a partir de conceitos aplicados ou empíricos representam elementos estruturais necessários de serem estudados. Com elas encontramos questões sobre o próprio rigor da matemática, quais suas relações com o conhecimento aplicado e como se desenvolvem. Goldfarb (2014) argumenta que:

> [...] para a geometria e as ciências empíricas, no final, aplicamos os conceitos implicitamente definidos pelo intuitivo, no momento em que transportamos uma relação conceitual com exemplos intuitivos, não temos mais certeza do rigor completo[135]. (GOLDFARB, tradução nossa, 1996, p.214).

Deste modo, podemos discorrer sobre a possibilidade da matemática ter sido influenciada pelos contextos históricos/filosóficos em que ela esteve inserida. Condições históricas favoreceram o desenvolvimento de determinadas teorias, enquanto que outras condições em novos ambientes proporcionariam o desenvolvimento de teorias por vezes distintas daquelas criadas em períodos anteriores.

Um ambiente interessante é a França ao longo dos séculos XVI-XVIII, com sua ampla gama de matemáticos como Pierre Fermat (1607-1665), René Descartes (1596-1650), Girard Desargues (1591-1661), Blaise Pascal (1623-1662), Jean le Rond d'Alembert (17171783), Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), Pierre Simon Laplace (1749-1827), Adrien-Marie Legendre (1752-1833), Gaspard Monge (1746-1818), Símeon Denis Poisson (1781-1840), Jean-Victor Poncelet (1788-1867), Jean-Baptiste Joseph Fourrier (1768-1830), Augustin Louis Cauchy (1789-1857) e tantos outros nomes ao longo dos séculos XVI-XVIII.

Esses importantes personagens foram matemáticos, físicos e inventores, e em meio a esses nomes, encontramos trabalhos que trataram de uma diversidade de problemas. Hoje reconhecemos que a França foi um formidável cenário na produção e

[135] […] *for geometry and the empirical sciences, in the end we apply the implicitly defined concepts to the intuitive, although the moment we carry over a conceptual relation to intuitive examples, we are no longer assured of complete rigor***.**

modificações ocorridas na matemática. Temos conhecimento de que, o que era produzido não se limitava a construções práticas de mecanismos e ferramentas. Houve grande produção de matemática para além dos fins práticos, e isso possibilitou o estudo de estruturas matemáticas.

Assim como a axiomatização dos gregos com a geometria, em que podemos ver elementos da estrutura da matemática, como o processo de construção de provas a partir da relação de axiomas e teoremas e assim afirmar a validade de uma dada afirmação. Encontraremos na França, Inglaterra e na Alemanha modificações significativas na produção de matemática que iriam em mesma direção do estudo das estruturas matemáticas, isso se tornando possível a partir de condições sociais e históricas desses países.

CONHECIMENTO MATEMÁTICO ATRELADO A PRÁTICA

Poderíamos começar uma trajetória como a muito apresentada em outros textos de História da Matemática, partindo dos babilônios, com suas relações numéricas, iriamos explorar elementos dos egípcios, até a chegada dos gregos, seguindo a Idade Média e assim sucessivamente até os dias atuais. Entretanto, o que buscaremos apresentar vai na direção de considerar que em cada período da história, encontramos “uma matemática” que se desenvolvia e era praticada, possibilitando sua expansão, criando seus próprios elementos e linguagem dentro de sua estrutura.

Um movimento que poderíamos destacar nesse momento é a produção de geometria que ocorreu durante os séculos XVI ao XIX em boa parte da Europa. Esse movimento associado a elementos como pintura e escultura contribuiu para o desenvolvimento de teorias matemáticas sobre a representação de espaços e objetos (PANOFSKY, 1999). Teorias que iriam desde a representação do espaço no plano, projeções do globo terrestre em planos, produção de mapas para navegações, além de trabalhos voltados para construções bélicas, na maioria desses conteúdos encontramos uma matemática em constante desenvolvimento e isso possibilitou a

criação de novas teorias, como por exemplo a Geometria Descritiva ou conhecida também como Geometria Mongeana.

Esses elementos da matemática voltada a fins práticos, possibilitou o desenvolvimento de um campo do conhecimento matemático que foi designado como Matemática Mista136, que consiste em utilizar estratégias matemáticas para solucionar problemas de ordem de grandezas físicas, químicas ou biológicas. Ela, a Matemática Mista, se desenvolveu em conjunto com a crescente produção de mecanismos e maquinários oriundas do período do Renascimento, seguido pelo período do Iluminismo em conjunto com a Revolução Industrial. Em meio as crescentes produções confeccionadas nesse último período citado, encontramos diversas teorias matemáticas sendo desenvolvidas e novas oportunidades de ampliação da matemática surgem dentro desses contextos.

Após o século XVI, de acordo Johnston (1994), a virtude mais valorizada no discurso da prática matemática foi a de sua utilidade. A matemática era descrita como uma disciplina adequada tanto para a guerra quanto para a paz.

No contexto da matemática utilizada para a paz, ela acontecia em ambientes mais pacíficos: o comércio e as contas dos comerciantes. Criações como as máquinas de calcular, que surgiriam com trabalhos como os de Blaise Pascal (1623-1662) e sua máquina chamada Pascalina e em seguida a máquina de calcular de Leibniz (1646-1716), dentre outras invenções de mesmo gênero, surgiram como uma forma de auxiliar nos cálculos financeiros. Em relação a guerra, isso se deu por meio da elaboração de planos militares, definição de fortificações, design de navios, melhoria da artilharia, e a ordenação dos soldados.

Em meio as explorações teóricas e físicas, no processo de estudo e descoberta de conceitos, há momentos em que se inicia uma nova exploração por teorias matemáticas. Lakatos (1976) faz uma crítica em relação a evolução das atividades matemáticas:

[136] A denominação atual do termo é Matemática Aplicada. De acordo com Brown (1991), o termo “Mixed Mathematics” ou “Matemática Mista” traduzido para o português, parece ter suas origens em torno de 1600 nas publicações “Proficience and Advancement of Learnings” em 1605 e “De Dignite et Augmentis Scientiarum” em 1623 de Francis Bacon (1561-1626).

> A atividade matemática é atividade humana. Certos aspectos dessa atividade - como qualquer atividade humana - podem ser estudados pela psicologia, outros pela história (...) Mas a atividade matemática produz matemática. A matemática, esse produto da atividade humana, “aliena-se” da atividade humana que a esteve produzindo. Ela se converte num organismo vivo, em crescimento, que adquire certa autonomia da atividade que a produziu; ela revela suas próprias leis autônomas de crescimento, sua própria dialética O autêntico matemático criativo é precisamente uma personificação, uma encarnação dessas leis que só se podem compreender na ação humana. Sua encarnação, porém, raramente é perfeita. A atividade dos matemáticos humanos, tal como aparece na história, é apenas uma tosca concretização da dialética maravilhosa de ideias matemáticas (LAKATOS, 1976, p. 190).

Por meio das palavras de Lakatos (1976), buscamos compor aqui uma apresentação da matemática para além da concretização da dialética maravilhosa de ideias matemáticas. O que procuramos compor é um cenário em que, seja possível compreender que, produções matemáticas foram realizadas baseadas em necessidades existentes em períodos históricos, e que, conforme as mudanças ocorriam, a matemática era influenciada e assim ela também sofria transformações. Portanto, é possível olharmos para trás, com o auxílio da História da Matemática, e encontrarmos um caminho (não necessariamente linear) em que a matemática esteve presente em diversos movimentos da ciência e que ela, assim como a ciência também se modificou.

Em meio as transformações que ocorreram na sociedade, com o desenvolvimento de novos recursos e ferramentas, surgem novas necessidades e a necessidade de novas teorias, além do próprio “movimento das estruturas matemáticas”.

Em meio as suas reformulações, há instantes em que o conhecimento matemático se expande. Por exemplo, por meio das explorações teóricas e físicas, há momentos em que se inicia uma nova exploração por teorias matemáticas. Assim, por vezes essas teorias não são aplicações diretas em seu período histórico, mas representam elementos importantes para o desenvolvimento da matemática e por consequência, o desenvolvimento de alguma ciência que possa utilizar dos conceitos descobertos por cada “expansão” ou nova “tendência” matemática.

> Nota-se que, historicamente, esse foi um período em que a matemática vista como estruturas e objetos ganha solidez. No entanto, uma das grandes aplicações da obra de Boole veio 84 anos mais tarde, com a tese de mestrado de Claude E. Shannon, então pesquisador assistente no departamento de engenharia elétrica no Instituto de Tecnologia de Massachusetts, Cambridge. No artigo sobre sua tese, Shannon (1938) utiliza da álgebra de Boole para elaborar uma álgebra que se adapte aos circuitos de chaveamentos (MAGOSSI e POLETTI, 2013, p.6-7).

No exemplo citado acima, o conhecimento matemático prático influenciando diretamente o desenvolvimento de uma matemática pura, a inspiração do artigo de George Boole (1815-1864) intitulado "*Exposition of a General Theory of Linear Transformation"*, publicado em 1841 no *The Cambridge Mathematical Journal*, e a publicação de Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), o *Méchanique Analitique*, publicado em 1788 e dividido em duas partes: *La Statique* (A Estática) e *La Dynamique* (A Dinâmica).

Boole (1841) diz que *"the transformation of homogeneous functions by linear substitutions, is an important and oft-recurring problem of analysis"* e complementa ainda que *"in the Méchanique Analitique of Lagrange, it occupies a very prominent place"*, dessa forma, Boole nos induz a pensar que essa obra citada foi uma das influências matemáticas para a escrita de seu artigo.

Na primeira seção, *"Sur lês différen[t]s Principes de la Statique*[137]*,* Lagrange define que "la statique est la Science de l´équilibre des forces", ou seja, a estática é a ciência do equilíbrio das forças. Para Lagrange:

> Entendemos em geral por força ou poder da causa, que produz ou tende a produzir movimento aos corpos, sendo a quantidade de movimento produzida, ou potencialmente a produzir, aspecto ligado à força ou à energia aplicada aos mesmos. No estado de equilíbrio, a força não tem esta função, ela não produz movimento, mas devemos sempre medi-la pelo efeito que ela produziria se não estivesse parada, neutralizada ou interrompida por outras forças ou energias (LAGRANGE, 1788, p.1-2, tradução nossa).

O equilíbrio resulta da destruição de várias forças que se combatem e aniquilam reciprocamente as ações que elas exercem umas nas outras. O objetivo da Estática é

[137] Sobre os Diferentes Princípios da Estática.

estabelecer as leis segundo as quais esta destruição se opera. Estas leis são fundadas nos princípios gerais que podem reduzir-se a três: equilíbrio nas alavancas, composição de movimentos e velocidades virtuais (LAGRANGE, 1788, p.2).

Lagrange (1788) considera o *Princípio da Alavanca* de Archimedes para formular uma lei de equilíbrio nas alavancas. Ele comenta que uma alavanca direita é carregada de dois pesos, um para cada lado do ponto de apoio, se as distâncias a este ponto de apoio forem reciprocamente proporcionais (inversamente proporcionais) aos pesos, a alavanca estará em equilíbrio, e o apoio estará carregado da soma dos dois pesos (LAGRANGE, 1788, p.2).

No que condiz com a Teoria dos Invariantes o raciocínio abaixo é utilizado no artigo de Boole (1841). De acordo com Lagrange (1788, p.14), se carregarmos uma alavanca direita, com dois pesos de massas $P_1 \, e \, P_2$, com as distâncias respectivamente $d_1 \, e \, d_2$ de seus centros de massa em relação ao ponto de apoio de maneira com que esta alavanca fique em equilíbrio em relação a este mesmo apoio, teremos então que $P_1 \cdot d_1 = P_2 \cdot d_2$. Portanto determinadas transformações relativas aos pesos, são invariantes em relação ao equilíbrio da alavanca. Mudar a forma dos pesos é uma transformação invariante, desde que não alteremos massa e distância, a expressão $P_1 \cdot d_1 = P_2 \cdot d_2$, se manterá.

CONHECIMENTO MATEMÁTICO E AS MUDANÇAS NAS ESTRUTURAS MATEMÁTICAS

A matemática, assim como outras áreas da ciência, ao longo da história, passou por (re)formulações em sua própria estrutura. Em cada período encontramos “uma matemática” que se desenvolvia e produzia elementos de caráter funcional (ou não) e assim suas estruturas se desenvolviam. Poderíamos citar os gregos com a geometria Euclidiana, os árabes com a álgebra e suas propriedades aritméticas, dentre outros períodos e culturas. As estruturas matemáticas foram se desenvolvendo acompanhando as modificações na forma da produção do conhecimento ao longo da

história, não necessariamente na mesma direção, mas havia um movimento interno da matemática, como destaca Magossi e Poletti:

> Fatos históricos da matemática revelam a existência de estruturas, de padrões e, de certa forma, como elas se entrelaçam no decorrer da história da matemática, acarretando o que se chama, aqui, de movimento das estruturas matemáticas (MAGOSSI e POLETTI, 2013 p.4).

Portanto, a partir de uma pesquisa histórica, é possível encontrar estruturas envolvidas no desenvolvimento da matemática. Pensando nela para além do campo funcional, podemos considerar a existência de seu desenvolvimento próprio. Neste caso, seria uma "matemática pura", ou um conhecimento voltado para o interior da matemática, com suas estruturas lógico axiomáticas. Para Popper (1975) esse conhecimento também possui um crescimento:

> [...] o crescimento do conhecimento aplicado é muito semelhante ao crescimento de ferramentas e outros instrumentos: há sempre aplicações cada vez mais diferentes e especializadas. Mas o conhecimento puro (ou "pesquisa fundamental", como é às vezes achado) cresce de modo muito diverso. Cresceu quase em direção oposta a esta crescente especialização e diferenciação (POPPER, 1975, p.239)

Seguindo o pensamento de Popper (1975) e Magossi e Poletti (2013), é compreensível que, ao longo da história, o conhecimento aplicado tivesse o "foco" das produções dos saberes expressando-se por meio de criações de instrumentos e ferramentas, enquanto que o conhecimento puro se desenvolvia de outra maneira. Deste modo, assim como a ciência, a matemática também conseguiu trabalhar em suas duas (conhecimento puro x aplicado) ou mais "faces".

As estruturas matemáticas começaram a ser amplamente estudadas a partir do século XIX, processos em que surgem elementos como "o rigor" da matemática representam importante elemento a ser considerado dentro do desenvolvimento da própria matemática, como destaca Roque:

> A noção de rigor se transformou na virada do século XVIII para o XIX porque os matemáticos da época se baseavam em crenças e técnicas que não eram mais capazes de resolver os problemas que surgiam no interior da própria matemática. [...] O rigor é um conceito histórico, e a

> noção de rigor de Lagrange era diferente da de Cauchy, que, por sua vez, também será criticado por Weierstrass, baseado em sua própria concepção (ROQUE, 2012, p.407).

Portanto, como discorre Roque (2012), podemos considerar que o rigor matemático, pode ser interpretado como um elemento histórico, em que a própria matemática necessitou de longo período de ampliação, para assim receber uma estrutura para sua consistência e explicação de elementos em seu interior. Em meio a provas e refutações o conhecimento se desenvolve e deste modo é necessário certo tempo de amadurecimento dos conceitos matemáticos para que então se inicie o processo de questionar os pilares da matemática.

A noção de uma estrutura matemática continuou a ser estudada por outros nomes no século XX. Dois importantes pontos de referência para a compreensão do desenvolvimento das estruturas matemáticas, conforme Corry (2001), devem ser creditados às ideias do matemático alemão David Hilbert (1862-1943) por um lado, e do grupo Bourbaki, por outro.

Os principais trabalhos de Hilbert no desenvolvimento das estruturas matemáticas ocorreram nos campos da teoria dos invariantes, teoria dos números algébricos e axiomáticos. Corry (2001) comenta que nenhum nome foi mais amplamente associado à noção de estrutura na matemática moderna do que o nome de Nicolas Bourbaki. Sob este pseudônimo, um grupo de matemáticos franceses começaram em 1939 a publicação do influente *Eléments de mathématique,* contendo uma variedade de tratados que acabou por abranger as principais áreas da matemática pura. Na apresentação de Bourbaki, as "estruturas fundamentais de análise" foram: teoria de conjuntos, álgebra, topologia geral, funções de variável real, espaço vetorial topológico, integração, grupos de Lie e álgebras de Lie, álgebra comutativa, teorias espectrais e álgebra homológica.

Esses matemáticos são reconhecidos como grandes estudiosos que se dedicaram a olhar para as estruturas matemáticas e contribuíram para o melhor entendimento desse campo do saber. Outros nomes poderiam ser citados, como o de Kurt Friedrich Godel (1906-1978), lógico matemático que contribuiu para a compreensão da completude e incompletude existente dentro da própria matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nos dedicamos a apresentar cenários de grandes contribuições matemáticas que podem auxiliar em pesquisas que se dedicam a analisar que tipo de matemática era produzida e como era produzida em determinados períodos históricos. Como relatamos, esses períodos possuem (re)formulações conceituais de significados distintos e ao mesmo tempo de importante valor teórico.

Do ponto de vista da história da matemática, Grattan-Guinnes (1975) indica que essas reformulações representam uma importante fonte para realizar o exercício de investigação e verificação histórica do desenvolvimento de uma estrutura matemática, e nós vemos suas reformulações como oportunidades para a criação de outros conhecimentos matemáticos.

Trouxemos elementos que estão envolvidos em “uma matemática” funcional e ao mesmo tempo, apontamos elementos dentro dela que fizeram parte de relações estruturais existentes em “uma matemática pura”. Essas características com relação ao desenvolvimento da matemática representam transformações de suas próprias estruturas, as quais se modificam em fases, cada uma com seus próprios problemas e técnicas que se tornaram importantes por um tempo antes de se reduzir a detalhes insignificantes ou abrir caminhos para novas abordagens (GRATTAN-GUINNESS, 1975).

Assim, por vezes há descoberta de teorias que não são aplicações diretas em seu período, mas representam elementos importantes para o desenvolvimento da matemática e por consequência, o desenvolvimento de alguma ciência que possa utilizar do conhecimento descobertos por cada “expansão” ou nova “tendência” matemática.

> Nota-se que, historicamente, esse foi um período em que a matemática vista como estruturas e objetos ganha solidez. No entanto, uma das grandes aplicações da obra de Boole veio 84 anos mais tarde, com a tese de mestrado de Claude E. Shannon, então pesquisador assistente no departamento de engenharia elétrica no Instituto de Tecnologia de Massachusetts, Cambridge. No artigo sobre sua tese, Shannon (1938) utiliza da álgebra de Boole para elaborar uma álgebra que se adapte aos circuitos de chaveamentos. (MAGOSSI e POLETTI, 2013, p.6-7)

Portanto o que apresentamos nas páginas acima se relaciona com o reconhecimento de que a matemática esteve e está inserida em diversos contextos, que com sua utilização, várias áreas do saber se desenvolveram e ao mesmo tempo, conforme a matemática era utilizada nesses contextos, seus conceitos "internos" também eram estabelecidos e analisados. Elementos distintos, por vezes, precisam de longos períodos para serem aprimorados, precisam passar por diversos teóricos para que assim consigam olhar para um "cenário matemático", o qual seja capaz de compreender analisar e desenvolver elementos contidos dentro da própria matemática.

REFERÊNCIAS

BACHELARD, Gaston. **O novo espírito científico**. Lisboa: Edições 70, 1996.

BOOLE, George. **Exposition of a general theory of linear transformations**. The Cambridge Mathematical Journal. vol.III, November, Part. I. 1841.

BROWN, Gary. **The Evolution of the Term "Mixed Mathematics"**. Journal of the History of Ideas 52: 81-102, 1991.

CORRY, Leo. ***Mathematical Structures from Hilbert to Bourbaki: The Evolution of an Image of Mathematics****. In A Dahan and U. Bottazzini (eds.) Changing Images of Mathematics in History. From the French Revolution to the new Millenium, London, Harwood Academic Publishers, p. 167-188, 2001.*

COURANT, Richard; ROBBINS, Herbert. **O que é matemática? Uma abordagem elementar de métodos e conceitos**. Tradução de Adalberto da Silva Brito. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000.

GOLDFARB, W. **The philosophy of mathematics in early positivism**. In: Giere R.N., Richardson A.W. (eds) Origins of logical empiricism. University of Minnesota Press, Minneapolis, p. 213–230; 1996.

GRATTAN-GUINNESS, I. **Preliminary notes on the historical significance of quantification and of the axioms of choice in the development of mathematical analysis**. Historia da Matemática 2, p.475-488, 1975.

JOHNSTON, S. **Making mathematical practice: gentlemen, practitioners and artisans in Elizabethan England**. Ph.D. in the History of Science: University of Oxford, 1994.

LAGRANGE, Joseph Louis. **Mécanique Analytique**. Academia de Ciências de Paris e de Berlin. Pétersbourg – Turin. Editions Jacques Gabay, 1989; 1788.

LAKATOS, I. **A Lógica do Descobrimento Matemático**: Provas e Refutações. Rio de Janeiro: Zahar; 1976.

MAGOSSI, José Carlos; POLETTI, Elaine Cristina Catapani. **O movimento das estruturas matemáticas**. Revista Brasileira de História da Matemática, v. 12, p. 01-13, 2013.

PANOFSKY, E. **A perspectiva como forma simbólica**. Lisboa, Edições 70, 1999.

POPPER, K. R. **Conhecimento objetivo**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo; 1975.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de janeiro: Jorge Zahar; 2012.

ISSN 2236-4102

CONTRIBUIÇÕES DAS GRANDES NAVEGAÇÕES PARA A ESTRUTURAÇÃO E APLICAÇÃO DA MATEMÁTICA

Maria Helena de Andrade [138]
Rannyelly Rodrigues de Oliveira [139]

RESUMO

O presente trabalho visa conhecer o enredo histórico da Matemática e sua evolução para o processo de elaboração do conhecimento matemático a fim de evidenciar o desenvolvimento da Matemática atrelado as grandes navegações. A qual culminou na estruturação desta Ciência e na descoberta de várias aplicações matemáticas. Para responder a indagação: como ocorreu o desenvolvimento da Matemática? Deverás que não foi recente. A investigação bibliográfica realizada reporta-se a tempos primórdios antes mesmo de Cristo, chegando aos séculos XV e XVI no período das grandes navegações com o uso dos instrumentos. Nessa fase havia cinco tipos de Matemática cada uma com seu respectivo objetivo e método. No entanto, com o desenvolvimento cultural atrelado as descobertas e a invenção da imprensa novos conhecimentos foram disseminados. Esta ciência, passou então, a ser estruturada e aplicada. Dessa forma, constatar-se que a Matemática foi desenvolvida ao longo dos anos e por vários sujeitos: mensuradores, filósofos, cientistas e matemáticos.

Palavras-chave: Matemática. Enredo histórico. Grandes navegações. Estruturação da Matemática. Conhecimento matemático.

[138] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). helenaeducadoramat@gmail.com
[139] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). nanny-rockstar@hotmail.com.

INTRODUÇÃO

A Matemática, erroneamente, é vista pelos alunos, em sua maioria, como algo acabado e pronto com várias fórmulas e cálculos. Não são vislumbrados pelo aprendiz os obstáculos epistemológicos existentes durante a elaboração de certo conteúdo matemático. Na concepção de Almouloud (2007), o obstáculo epistemológico é visto como um conhecimento que produz respostas em certo contexto, mas fora deste as respostas são falsas.

Na visão de Brousseau (1983), os obstáculos se manifestam pela incapacidade do sujeito de compreender e resolver com eficácia certos problemas. Portanto, os obstáculos epistemológicos são inerentes ao saber. Prova disto é a criação do zero e a associação com “nada”. No entanto, esse obstáculo não é repassado ao aluno, levando-o a concluir que o zero surgiu primeiro que os demais números indo arábicos. Então, se já está tudo pronto para que aprender? O aluno não ver sentido algum.

Por outro lado, Saito (2015) relata que a compreensão adequada de elaboração do conhecimento deve ser investigada na História da Matemática, considerando os conceitos e o conhecimento contextualizado numa determinada época. Nesse sentido, a História da Matemática deve ser analisada e, portanto, estudada dentro do contexto filosófico, religioso, social, político e econômico para ser entendida sua elaboração.

O aprendiz, entretanto, durante seus ensinamentos na construção do conhecimento matemático deve enxergar a Matemática como uma ciência em construção que precisa ser interpretada e reinterpretada continuamente, como também conhecer a evolução dessa ciência ao longo dos anos.

No entanto, para que essa situação ocorra se faz necessário que o professor de Matemática esteja preparado a responder a indagação de alguns estudantes quando questionam-no com a incômoda pergunta: *Quem inventou a Matemática?* E também com o desabafo: *Se eu soubesse que inventou a Matemática mataria.* Diante da realidade apresentada quanto ao processo de construção do conhecimento no ensino da Matemática surge esse trabalho bibliográfico para responder a inquietude: Como ocorreu o desenvolvimento da Matemática?

Deste modo, futuramente essa resposta culmina a contravir ao questionamento ora relatado por alguns estudantes quanto ao processo de invenção da referida ciência. E a Matemática poderá ser vista e vislumbrada com um novo olhar.

Assim, a indagação tem o propósito de conhecer o enredo histórico da Matemática e sua evolução para o processo de elaboração do conhecimento matemático do sujeito, como agente ativo do ensino e da aprendizagem.

Dessa forma, o trabalho é desenvolvido para evidenciar ao leitor, seja aluno ou professor, o desenvolvimento da Matemática, juntamente com o salto dado com as grandes navegações, o qual culminou a evolução da Matemática.

ENREDO HISTÓRICO DA MATEMÁTICA

Na contemporaneidade, o professor de Matemática vivencia um conflito diário, uma vez que um dos obstáculos do ensino e aprendizagem desta Ciência está relacionado ao desinteresse dos educandos dentro e fora da sala de aula. Nesse sentido, os alunos vislumbram a Matemática como algo pronto e acabado, recheada de símbolos, acrescentado ao fato, na visão destes, de que os professores querem impor o conteúdo.

Mendes (2009), Boyer e Merzbach (2012) relatam, no entanto, que há um processo de elaboração do conhecimento matemático. Para compreendê-lo é imprescindível conhecer a História da Matemática, ou seja, o sujeito deve buscar entendê-la desde os primórdios, na Antiguidade, até mesmo antes de Cristo. Então se ousa responder à indagação: como a Matemática teve início? Será necessário buscar informações detalhadas sobre os aspectos essenciais acerca da formação do pensamento matemático e a disseminação deste em distintos contextos socioculturais e em variadas épocas da história.

Do ponto de vista de Rooney (2012), os primeiros registros de atividade Matemática datam de 4000 anos atrás, especificamente no Egito e Mesopotâmia, esta última, atualmente conhecida como Iraque. No processo histórico, pouco se sabe sobre os primeiros matemáticos dessa cultura.

De acordo com o contexto histórico (A MATEMÁTICA..., 2011), a sociedade egípcia da época é vista pelos historiadores como rígida, ou seja, havia uma administração centrada no faraó, o qual era o todo-poderoso. Esse poder era fortalecido pela crença dos sujeitos de que o poder divino estava vinculado ao poder civil na pessoa do faraó. Este, por sua vez, era honrado como um deus na terra.

FIGURA 1: ORGANIZAÇÃO DA SOCIEDADE DA ÉPOCA



Fonte: Adaptação própria (A MATEMÁTICA..., 2011).

Boyer; Merzbach (2012), no entanto, exprime que aproximadamente a 450 a. C., Heródoto, um viajante grego e também historiador narrativo, foi ao Egito. Durante sua estada na região, conversou com sacerdotes e observou o rio Nilo e as demarcações em volta de sua margem. Ficou maravilhado com os mensuradores de terra, os quais faziam medições das terras do Nilo posterior às enchentes e eram conhecidos pela denominação de esticadores de corda ou homens práticos.

Então, ao abordar a Matemática, “[...] ele manteve que a geometria tinha-se originado no Egito, porém acreditavam que o assunto tinha aparecido lá a partir da necessidade prática de redemarcar terras depois da enchente anual das margens do vale do rio.” (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 29).

Por volta de 600 a. C., os gregos demonstraram interesse em encontrar regras que pudessem ser aplicadas a qualquer problema do tipo semelhante e assim topar as

soluções. Esse pensamento levou-os ao trabalho com os conceitos matemáticos, os quais posteriormente foram a base de toda a estruturação conceitual desta Ciência.

Na visão de Roque (2012), os mesopotâmicos e egípcios são os precursores da Matemática, no entanto, de algum modo, esse conhecimento ficou escondido, de sorte que não há nenhuma evidência que estabeleça uma sequência ou continuidade entre as matemáticas mesopotâmica e grega. Assim, Roque (2012) relata que a Matemática se originou com os gregos. “Com raras exceções, a matemática mesopotâmica parece ter desaparecido por volta da mesma época dos primeiros registros da matemática grega que chegaram até nós, logo, não podemos relacionar essas duas tradições.” (ROQUE, 2012, p. 14).

Desde o século XI, contudo, textos árabes e gregos foram transladados para o latim e se expandiram de imediato por toda Europa iniciando o percurso de propagação pela cidade de Toledo, na Espanha. Nesse período, todavia, o conhecimento matemático ficou estagnado, ou seja, “[...] havia poucas novidades na matemática na Europa durante a Idade Média. Chegando ao ponto em que poucas pessoas estavam preparadas para levar adiante a matemática.” (ROONEY, 2012, p. 11).

Neste contexto, a partir do século XVI, a ciência foi alvo de uma revolução e

> [...] a história foi escrita, muitas vezes, com o intuito de mostrar que os europeus são herdeiros de uma tradição já europeia, desde a Antiguidade. Nesse momento, construiu-se o mito da herança grega, que serviu também para responder a demandas identitárias dos europeus. Entender o como e o porquê de sua construção nos ajuda a compreender que o papel da história não é acessório na formação de uma imagem da matemática: sua função é também social e política. (ROQUE, 2012, p. 14).

Numa palestra ministrada pelo prof. Dr. Fumikazu Saito (2017), na Universidade Estadual do Ceará, com o objetivo de identificar os instrumentos matemáticos e filosóficos nas origens da Ciência moderna, ele relatou que a ciência antes do século XV abordava uma Matemática antiga. Nos séculos XV – XVII, no entanto, houve uma revolução cientifica, ou seja, a nova ciência passou a ser constituída; então, houve muitas discussões e debates, porém, o grande momento aconteceu no século XIX.

Nesse século surgiram as áreas estabelecidas, conforme se conhece atualmente. Logo, a Ciência moderna é uma nova Ciência. Um dos fatores que contribuíram para essas transformações foram as grandes navegações. O uso de instrumentos em ciências era bastante polêmico, exceto aqueles que permitiam medir ângulos, tempo e grandes distâncias.

Por outro lado, não havia critérios para validar os resultados experimentais ou observacionais com seu uso. Mesmo assim, nada poderia ser revelado a não ser por meio do instrumento. Durante os séculos XVI e XVII, eram vistos num contento experimental. Os instrumentos anteriores ao século XIX, no entanto, eram tidos como construtores do conhecimento.

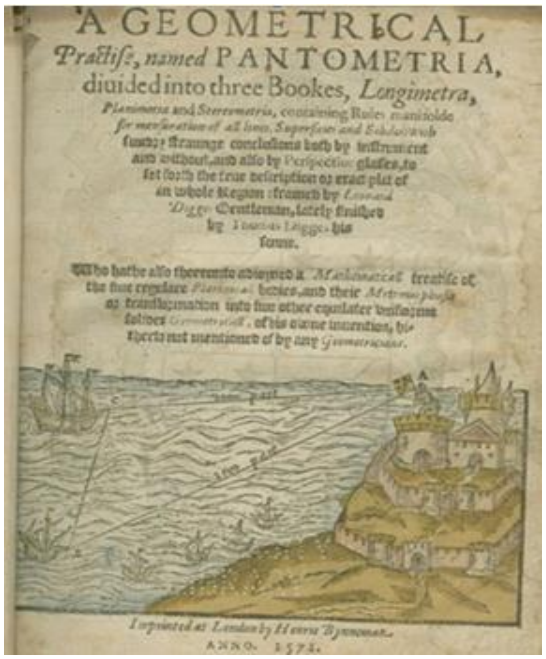
O palestrante, porém, alertou quanto ao fato de que a existência por si ou o estabelecimento de uma escala não torna um instrumento matemático. Na verdade, um instrumento é um aparato utilizado em laboratórios para realizar observações e experimentos. O artefato permite mensurar distâncias, tempo, peso e outros fenômenos naturais, como é o caso da temperatura. Isto é, os instrumentos definiam as distintas relações entre diversos segmentos do saber.

Inclusive, há um livro raro, *A Geometrical Practical Named Pantometria,* conhecido como Pantometria, da autoria de Leonard Cavalheiro Digges, publicado na Inglaterra na primeira metade do século XVI, ou seja, 1571, por seu filho Thomas Digges, que aborda um instrumento matemático, o qual até o presente momento consta ser a primeira vez que é feita referência escrita a esse instrumento denominado de *theodolitus*.

O teodolito era um instrumento usado por navegadores e topógrafos ingleses para medir ângulos horizontais e verticais do céu e da topografia em graus operados em torno de seu perímetro.

O livro Pantometria é um tratado que traz destacado a medida da distância entre dois navios no mar, indicando que o livro aborda conhecimento teórico das navegações. A figura a seguir referencia um conhecimento matemático estruturado.

FIGURA 2 – FRONTISPÍCIO DE PANTOMETRIA



Fonte: Digges (1571).

D’Ambrosio (2011), no entanto, compartilha com Saito, ao relatar que em torno dos séculos XV e XVI foram desenvolvidos em Portugal importantes estudos relacionados diretamente à navegação que resultaram em diversas viagens, inclusive a de Fernão de Magalhães, que, em 1520, descobriu a passagem marítima para o Pacífico. Curiosamente há a indagação: que conhecimentos matemáticos os navegadores encontraram nas novas terras? Ou melhor, que Matemática se praticava nesse período?

Nessa fase foram identificados cinco tipos de Matemática, as quais estão especificadas a seguir.

> [...] matemática abstrata, teórica, ligada a dúvidas místicas e religiosas e a fenômenos naturais, particularmente questões ligadas à velocidade e ao movimento dos planetas. Destacam-se as contribuições de Tomás de Aquino (*ca* 1225-1274), Thomas Bradwardine (*ca* 1290-1349), Nicolau Copérnico (1473- 1543);Matemática mercantil, contábil, comercial, diletante, representadas por Luca Pacioli (*ca* 1445-1514), Bastiano da Pisa, il Bevilacqua (*ca* 1483-1553), Nicoló Tartaglia (*ca*1500-1557), Gerolamo Cardano (1501-1576); matemática de arquitetos e artistas, como Leon Battista Alberti (1404-1472), Sebastiano Serlio (1475-1554), Albrecht Dürer (1471- 1528); matemática das navegações, astronomia, geografia, com destaque para

> as traduções e elaborações do *Tractatus de Sphaera*, de autoria de John of Holywood ou Johannes de Sacrobosco (*ca* 1195-*ca* 1236), e os tratados de Pedro Nunes (1502- 1572) e Gemma Frisius (1508- 1555); matemática dos povos conquistados, envolvendo particularmente construções e astronomia, mas por muitos ainda não reconhecida como uma matemática. (D'AMBROSIO, 2011, p. 30).

Salientando-se, por oportuno, que, cada uma dessas matemáticas denotava um estilo original, ou seja, cada uma tinha seu estilo peculiar com seus respectivos objetivos e métodos, uma vez que, as relações entre essas diversas matemáticas eram raras. Os nomes relacionados acima representam os estilos diversificados das matemáticas daquela época.

Por conseguinte, a Matemática não foi constituída ou reinventada linearmente, uma vez que

> [...] muitas culturas se desenvolveram em paralelo, muitas vezes fazendo descobertas idênticas ou comparáveis, mas não contribuindo para a história principal centrada na África do Norte, Oriente Médio e Europa. A China se manteve isolada do resto do mundo por milhares de anos, e os matemáticos chineses se desenvolveram independentemente. (ROONEY, 2012, p. 11).

Em razão desses acontecimentos e da invenção da imprensa na Europa, novos conhecimentos foram disseminados. Os matemáticos e cientistas europeus entabularam a moderna Matemática e descobriram inúmeras aplicações para esta Ciência. Deste modo, a Matemática foi estruturada da maneira como existe na contemporaneidade.

RESULTADOS E CONCLUSÕES

De acordo com a revisão da literatura foi possível evidenciar que a Matemática foi desenvolvida ao longo dos anos, tendo no período das grandes navegações um aliado ao seu desenvolvimento, estruturação e aplicação. Nesse período a ciência se modernizou e novos conhecimentos foram disseminados.

A Matemática teve início na antiguidade com os mesopotâmicos e egípcios sendo os precursores, no entanto, os conhecimentos matemáticos de algum modo

ficaram escondidos. E por não haver, pelas leituras realizadas até o presente momento, evidências que estabeleça alguma relação entre esta Matemática com a Matemática desenvolvida pelos gregos, então é atribuída ao povo grego a origem desta magnífica ciência, uma vez que a Matemática que veio até nós originou-se na Grécia.

Dessa forma, é essencial que futuros e atuais professores conheçam o processo de desenvolvimento da Matemática, juntamente com sua evolução para que futuramente venham a trabalhá-lo de diversas maneiras em sala de aula. Deixando, assim, os aprendizes motivados para construir o conhecimento matemático, passando a enxergá-la como uma ciência em construção que deve ser interpretada e reinterpretada constantemente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007. 217p.

A MATEMÁTICA na antiguidade. [*S. l.*], 2 dez. 2011. Disponível em: <https://leomatefisica.webnode.com.br/>. Acesso em: 30 dez. 2018.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da Matemática.** Tradução Helena Castro. 3. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2012. 504 p.

BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épstémologiques et les problèmes em mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques,** Grenoble, v. 42, p. 164-198, 1983.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Uma história concisa da Matemática no Brasil.** 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2011. 128 p.

DIGGES, Leonard. **A geometrical practise, named pantometria, divide into three bookes, longimetria, planimetria and stereometria.** London: Abell Feffes, 1571. Disponível em: <http://quod.lib.umich.edu/e/eebo/A20458.0001.001?rgn=main:view=fulltext>. Acesso em: 8 dez. 2018.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica no ensino da Matemática.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009. 258 p.

ROONEY, Anne. **A história da Matemática:** desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: M. Books do Brasil, 2012. 216 p.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática uma visão critica, desfazendo mitos e lendas.** Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012. 409 p.

SAITO, Fumikazu. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais.** São Paulo: Livraria da Física, 2015. 259 p.

SAITO, Fumikazu. **Instrumentos e aparatos nas origens da ciência moderna.** Fortaleza, 22 fev. 2017. Disponível em: <gpehm.blogspot.com/p/blog-page_21.html>. Acesso em: 25 dez. 2018



ISSN 2236-4102

CONTRIBUIÇÕES INTERNACIONAIS NOS PRIMEIROS PERIÓDICOS MATEMÁTICOS BRASILEIROS

Lucieli M. Trivizoli [140]

RESUMO

Este trabalho busca contribuir para a identificação de influências estrangeiras na institucionalização do campo de investigação científica na área de Matemática no Brasil, focando em um aspecto que pode caracterizar a relação entre a comunidades matemáticas estrangeira e brasileira, identificando a presença de autores e co-autores estrangeiros em periódicos científicos (matemáticos) brasileiros. Assim, procurou-se por evidências das contribuições internacionais em publicações da comunidade matemática brasileira, durante o período de 1929 a 1970. Os periódicos analisados foram *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, *Summa Brasiliensis Mathematicae* e *Boletim da Sociedade de Matemática de São Paulo*. Entendemos que a participação internacional em periódicos brasileiros reflete a crescente especialização das publicações no Brasil nesse período e indica o reconhecimento do Brasil como uma comunidade matemática viável, um ambiente para a produção e socialização da ciência.

Palavras-chave: Influências estrangeiras. Revistas Científicas. História da Matemática no Brasil.

INTRODUÇÃO

O tema abordado neste trabalho busca contribuir para o movimento de identificação das influências estrangeiras na institucionalização do campo de investigação científica na área de Matemática no Brasil.

[140] Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: lmtrivizoli@uem.br

Os intercâmbios – sejam culturais, sociais, políticos – foram constantes em toda a história do Brasil e tiveram características e funções diferentes nas diversas épocas. E, do mesmo modo, os intercâmbios estiveram presentes no processo da implantação da atividade científica matemática. No Brasil, podemos associar o início do intercâmbio acadêmico com o exterior com a vinda de professores estrangeiros para a Universidade do Estado de São Paulo (USP), em meados da década de 1930.

Para a Matemática, em particular, podem-se reconhecer três momentos de intercâmbios científicos: italiano, francês e estadunidense. Podemos citar algumas pesquisas que tratam das identificações desses momentos, como os trabalhos de Táboas (2005), que identifica a contribuição de Luigi Fantappiè para a Matemática brasileira; Pires (2006), que retrata a presença de membros do grupo Bourbaki no Departamento de Matemática da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras (FFCL) da USP; e o trabalho "Intercâmbios Acadêmicos Matemáticos entre EUA e Brasil: uma globalização do saber" (TRIVIZOLI, 2011) que mostrou aspectos da influência dos EUA na área de Matemática no Brasil identificando os matemáticos brasileiros que se dirigiram às universidades estadunidenses entre 1945 a 1980, com o apoio de instituições privadas - a Fundação Rockefeller, a Fundação Guggenheim e Comissão Fulbright.

Dando continuidade aos interesses dessa temática, procuramos por outro aspecto que pode caracterizar a relação entre a comunidades matemáticas estrangeira e brasileira, identificando a presença de autores estrangeiros em periódicos científicos (matemáticos) brasileiros.

Dessa maneira, para este trabalho, procurou-se por evidências das contribuições internacionais em publicações da comunidade matemática brasileira por meio da investigação nas páginas dos primeiros periódicos científicos de Matemática no Brasil, durante o período de 1929 a 1970. Os periódicos analisados foram *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, *Summa Brasiliensis Mathematicae* e *Boletim da Sociedade de Matemática de São Paulo*. Esses três periódicos foram selecionados por terem sido os que tiveram regularidade nas publicações.[141]

[141] Outras publicações não foram consideradas para o estudo neste trabalho, como o Jornal de Matemática Pura e Aplicada, por ter tido apenas um número publicado em 1935.

O período abordado neste trabalho foi definido baseado nas datas de existência das publicações científicas analisadas (a partir de 1929) até o início de 1970, quando se inicia a década em que é fundada a Sociedade Brasileira de Matemática e com ela a publicação do *Boletim da Sociedade Brasileira de Matemática*, em que há um aumento expressivo no número de cursos de graduação em Matemática e programas de pós-graduação em diversas universidades do país e são criados e consolidados outros periódicos específicos para a área Matemática. Consideramos que, a partir de 1970, a comunidade matemática brasileira alcança independência científica e institucionalizada.

Os periódicos científicos podem ser considerados fontes da história da ciência e uma análise destas fontes permite-nos uma melhor compreensão dos caminhos da comunicação científica como também a compreensão de um dos aspectos da história da ciência no Brasil. Assim, entendemos que a participação internacional em periódicos brasileiros indica o reconhecimento do Brasil como uma comunidade matemática viável, um ambiente para a produção e socialização da ciência.

SOBRE OS PERIÓDICOS CIENTÍFICOS CONSIDERADOS

O estudo histórico sobre o desenvolvimento do conhecimento científico, incluindo o desenvolvimento da Matemática como área científica, deve abranger sua geração, sua organização intelectual e social, sua difusão e seus meios de divulgação. Neste sentido, o estudo sobre periódicos científicos tem atraído interesse de pesquisadores de diversas áreas das ciências, em especial, da história da matemática (DESPEAUX, 2002; LÜTZEN, 2002; SCHUBRING, 2003).

Os periódicos científicos, ou revistas científicas, têm desempenhado um importante papel no processo de comunicação da ciência. Por eles, cria-se a oportunidade que especialistas do país e do exterior tomem conhecimento dos trabalhos produzidos e possam somar esforços para outros debates. O processo de tornar pública uma pesquisa ou uma nova descoberta da ciência é imprescindível para legitimá-la.

> Os periódicos foram, desde seus primórdios, importantes canais de publicação de notícias científicas. No século XIX, expandiram-se e especializaram-se, vindo a realizar importantes funções no mundo da ciência. Ao publicarem textos, os estudiosos registram o conhecimento (oficial e público), legitimam disciplinas e campos de estudos, veiculam a comunicação entre os cientistas e propiciam ao cientista o reconhecimento público pela prioridade da teoria ou da descoberta. (FREITAS, 2006, p. 54)

Um trabalho que explora a extensão da internacionalização na comunidade matemática britânica por meio de uma análise das contribuições matemáticas estrangeiras para revistas científicas britânicas no período de 1800 a 1900 é apresentado por Despeaux (2002). A autora apresenta uma análise detalhada com indicativos das características da participação estrangeira nos diferentes jornais, um perfil geográfico dos autores de acordo com o país ou região, fatores que estimularam (ou contiveram) a participação estrangeira no conjunto de periódicos analisados.

No Brasil, até os anos 1930, pouco havia de pesquisa científica e estava concentrada em algumas poucas instituições. As décadas de 1930 e 1940 foram os anos de criação das primeiras universidades brasileiras e também de importantes ações sobre o papel que a pesquisa deveria desempenhar para o futuro do país.

Os *Anais da Academia Brasileira de Ciências* são a publicação oficial da Academia Brasileira de Ciências e tem por finalidade a publicação de resultados originais de pesquisa nos ramos da Ciência abrangidos pelas Seções da Academia. A publicação regular dos *Anais da Academia Brasileira de Ciências* foi assegurada somente a partir de 1929. Antes disso, a revista era chamada Revista da Sociedade Brasileira de Sciências (com volumes anuais publicados em 1917, 1918 e 1919), depois Revista de Sciências com publicações nos anos de 1920, 1921, 1922. Em 1926 circulou com o nome de Revista da Academia Brasileira de Ciências e o número relativo a 1928 apenas contém o resumo das atas das sessões realizadas em 1926. Os *Anais* tem sido publicados de forma regular e ininterrupta desde 1929, tornando-se a mais antiga revista científica brasileira.

No ano de 1945, foi criado um núcleo para estudos de Matemática, na Fundação Getúlio Vargas, no Rio de Janeiro. Eram realizadas explanações de livros, seminários e participaram deste núcleo os matemáticos brasileiros Lélio Gama, Leopoldo Nachbin,

Maurício Matos Peixoto, Antônio Aniceto Monteiro, Maria Laura Mousinho e Alvércio Moreira Gomes. Este grupo foi responsável pela publicação da revista chamada *Summa Brasiliensis Mathematicae*. Entretanto esse núcleo teve breve existência. Esta revista é considerada por muitos autores, a primeira revista de Matemática Superior, no Rio de Janeiro, com projeção internacional. Teve quatro volumes publicados entre 1945 a 1960.

Em São Paulo, na década de 1940, a ainda pequena comunidade acadêmica da área de Matemática, formada pelos egressos, alunos e professores dos cursos de Matemática da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, sentiu a necessidade de que houvesse uma instituição pela qual fossem criados espaços onde os especialistas formados em Matemática pudessem desenvolver as suas atividades (notadamente as de pesquisa), compartilhar seus resultados e defender interesses comuns . Surgiu assim a Sociedade de Matemática de São Paulo cuja sede funcionava na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP. Uma deliberação presente nos Estatutos da Sociedade foi a publicação de um periódico, intitulado *Boletim da Sociedade de Matemática de São Paulo*. O periódico possui uma coleção que compreende 18 volumes publicados a partir do ano de 1946 e o último volume, referente ao ano de 1963, impresso em 1966 . Com o *Boletim da Sociedade de Matemática de São Paulo* iniciou-se a publicação regular de uma revista especializada em Matemática, que teve duração (relativamente) longa e com periodicidade regular.

OS *ANAIS DA ACADEMIA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS*

A revista científica da Academia Brasileira de Ciências publicou trabalhos nas áreas de Matemática, Física, Química, Biologia, Geologia etc. No período de 1929 a 1970, a coleção dos *Anais* contém 329 artigos matemáticos. Há um expressivo aumento no número de trabalhos matemáticos da década de 1930 (incluindo os anos de 1929 e 1930) para a década de 1940:

TABELA 1: ARTIGOS PUBLICADOS NOS *ANAIS*, POR DÉCADA

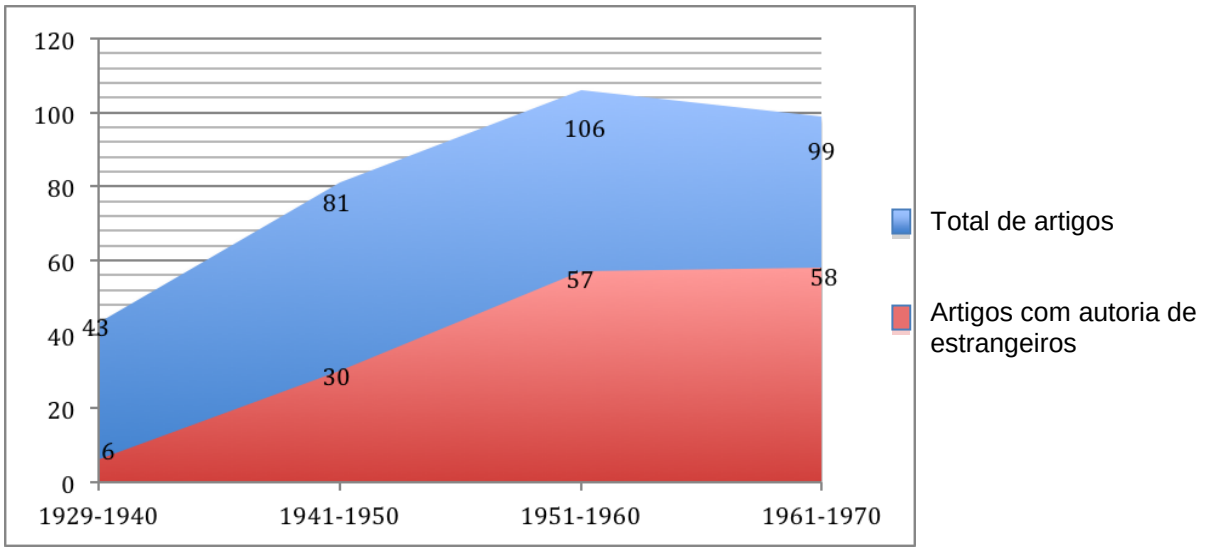
Período	Número total de artigos publicados na área de Matemática
1929-1940	43
1941-1950	81
1951-1960	106
1961-1970	99
TOTAL	329

Fonte: Elaborado pela autora.

Há 151 contribuições estrangeiras no total dos artigos matemáticos.

O primeiro autor de origem estrangeira a publicar um artigo na Seção de Matemática dos *Anais* foi Gleb Wataghin, com o título "Sobre os limites de validade da Mechanica Quantica" foi publicado em português, no número 2 do volume 11, em 1939.

FIGURA 1: ARTIGOS DOS *ANAIS* COM AUTORIA DE ESTRANGEIROS



Fonte: Elaborado pela autora

Entretanto, foi na década de 1950 e 1960 que esta participação internacional se mostrou marcante, já que mais da metade dos artigos matemáticos publicados nos *Anais*, eram de autores não-brasileiros. Os artigos matemáticos publicados nos *Anais* nessas duas décadas foram escritos por 205 autores e co-autores, sendo 89 brasileiros e 116 estrangeiros.

A *SUMMA BRASILIENSIS MATHEMATICAE*

A coleção da revista *Summa Brasiliensis Mathematicae* apresentou quatro volumes ao longo de sua existência: o volume 1 contou com 14 fascículos e 14 artigos e se refere aos anos de 1945 e 1946; o volume 2, referente aos anos de 1947 a 1951, possui 13 artigos distribuídos em 10 fascículos; o volume 3 com 10 fascículos e 10 artigos, relativo aos anos de 1952 a 1956; e o quarto e último volume, com 7 fascículos e 7 artigos, referente aos anos de 1957 a 1960.

No total, toda a coleção contém 44 artigos. Desses, 27 artigos tem autoria de estrangeiros. Estes dados representam que mais de 60% da publicação da *Summa* foi contribuição estrangeira. Ao longo da coleção da revista *Summa* houve contribuição de 32 autores, 22 autores não brasileiros.

Destacamos o fato de que apenas dois artigos foram escritos em português, em toda a coleção e que todos os artigos publicados nos volumes 2, 3 e 4 foram publicados em inglês ou francês.

O *BOLETIM DA SOCIEDADE DE MATEMÁTICA DE SÃO PAULO*

O *Boletim da Sociedade de Matemática de São Paulo* compreende 18 volumes publicados a partir de 1946 e o último volume, referente ao ano de 1963, impresso em 1966.

Há 77 artigos distribuídos ao longo da coleção. Do total de 77 artigos, 24 são de autoria de não-brasileiros, o que representa aproximadamente 31% de contribuição estrangeira. Podemos indicar que houve a contribuição de 47 autores, e desse total, 18 são autores estrangeiros.

Os artigos publicados no *Boletim* foram escritos em português, inglês, francês e italiano.

CONSIDERAÇÕES

Artigos de periódicos podem fornecer importantes informações sobre a ausência ou presença de interação internacional e os artigos científicos são indicadores valiosos da atividade científica.

Ao longo das quatro décadas, matemáticos brasileiros e estrangeiros participaram cada vez mais nas autorias dos periódicos científicos especializados do Brasil. Essa participação reflete a crescente especialização das publicações no Brasil nesse período. Ainda, o crescimento do número total de contribuições nos periódicos analisados também reflete o crescimento da comunidade matemática no Brasil.

Os dados indicam que a comunidade matemática brasileira estava tentando não ser insular em suas publicações, já que muitos autores brasileiros publicaram em língua estrangeira, tentando se integrar à comunidade internacional por meio dos idiomas mais utilizados nas comunidades matemáticas, principalmente aquelas que já influenciavam a comunidade matemática brasileira, ou seja, a italiana, francesa e estadunidense.

Por fim, entendemos que a participação internacional em periódicos brasileiros reflete o reconhecimento do Brasil como uma comunidade matemática viável, um ambiente para a produção e socialização da ciência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DESPEAUX, S. E. International Mathematical Contributions to British Scientific Journals: 1800-1900. In *Mathematics Unbound: The Evolution of an International Mathematical Community, 1800-1945*. PARSHALL, K. H.; RICE, A.C. Providence. 2002.

FREITAS, M. H.. Considerations about the first scientific journals in Brazil. In *Ci. Inf*., Brasília, v. 35, n. 3, p. 54-66, Set./Dec. 2006. Disponível em http://www.scielo.br/pdf/ci/v35n3/v35n3a06.

LÜTZEN, J. International participation in Liouville's Journal de mathématiques pures et appliquées. In *Mathematics unbound: The evolution of an international mathematical research community, 1800–1945*. PARSHALL, K. H.; RICE, A.C. Providence. 2002.

PIRES, R. C. *A Presença de Nicolas Bourbaki na Universidade de São Paulo*. 2006. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2006.

SCHUBRING, G. *L'Enseignement Mathématique* and the first International Commission (IMUK): The emergence of international communication and cooperation. In *One hundred years of L'Enseignement Mathématique*, *L'Enseignement Mathématique, Monographie 39*, ed. Daniel Coray, Fulvia Furinghetti, Hélène Gispert, Bernard R. Hodgson, and Gert Schubring, 49–68. Geneva: L'Enseignement Mathématique, 2003.

TÁBOAS, P. Z. *Luigi Fantappiè*: Influências na Matemática Brasileira. Um estudo de História como contribuição para a Educação Matemática, 2005, 207p. Tese de Doutorado. UNESP: Rio Claro, 2005.

TRIVIZOLI, L. M. *Intercâmbios Acadêmicos Matemáticos entre EUA e Brasil:* uma globalização do saber. 2011. 158 f. Doutorado em Educação Matemática. UNESP: Rio Claro, 2011.

ISSN 2236-4102

DISCUSSÕES ACERCA DO *RADIUS ASTRONOMICUS* DE JOHANNES MÜLLER REGIOMONTANUS DESCRITO NO *SCRIPTA CLARISSIMI MATHEMATICI* (1469).

Antonia Dália Chagas Gomes[142]
Francisco Jucivânio Félix de Sousa [143]

RESUMO: Nesse artigo apresentamos uma parte de uma investigação que se encontra em suas fases iniciais. Nela buscamos apresentar a vida e obra de Johann Müller,o Regiomontanus (1436- 1476) um importante matemático e astrônomo do século XV, no qual apresenta contribuições para o desenvolvimento de ambas as ciências. Discorreremos aqui também sobre o *Radius Astronomicus*, um importante instrumento matemático desenvolvido por ele para medir distâncias, alturas e comprimentos. Teceremos algumas reflexões sobre a importância de promover uma articulação entre história e os conteúdos matemáticos, a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). A obra que consultamos faz parte de um estudo descrito por Johann Müller, no opúsculo *Cometae magnitudine, longitudinecque, ac de loco eius vero Problemata XVI,* no qual objetivamos conhecer mais especificamente as instruções sobre a construção e como utilizar o *Radius Astronomicus.* A edição que consultamos é a exposta no *Scripta Clarissimi Mathematici*, que foi escrita por volta de 1469 e foi publicado em latim no ano de 1544, sob a direção de Johannes Scöner. Vale ressaltar ainda que apresentaremos o instrumento de maneira superficial, visto que a tradução do documento se encontra em suas fases preliminares, tendo em vista algumas dúvidas de demonstrações, já que a obra consultada está escrita em latim. A partir de uma perspectiva historiográfica por intermédio de obras datadas do século XV e autores contemporâneos que discute essa temática, tais como PEREIRA (2015, 2016, 2017) e SAITO (2013, 2014), esperamos contribuir para uma reflexão acerca da importância de práticas de ensino que articulem a história da matemática com conceitos matemáticos estudados em sala de aula.

Palavras-chave: Regiomontanus. Radius Astonomicus; História da Matemática.

[142] Instituto Federal do Ceará- (IFCE Campus Crateús). daliagomes.dg@gmail.com
[143] Instituto Federal do Ceará- (IFCE Campus Crateús). jucivaniofelix@ifce.edu.br

INTRODUÇÃO

O presente trabalho discorre acerca de uma pesquisa que se encontra em suas fases iniciais, na qual tem o objetivo de apresentar o *Radius Astronomicus* como um instrumento que pode ser usado como suporte para articular a aprendizagem matemática com a história, além de descrever a história do matemático Regiomontanus.

Os estudos envolvendo o uso de instrumentos matemáticos têm crescido nas últimas décadas, autores como Saito (2011, 2013, 2014, 2016), Pereira (2015,2016), Higton (2001), apresentam propostas de articulação entre ensino e a história da matemática por meio de estudos de instrumentos do século XVI, com o intuito de promover uma reflexão sobre a aprendizagem matemática.

Os instrumentos sempre fizeram parte do processo de construção do conhecimento, segundo Saito (2014) os recentes estudos históricos nos revelam que os instrumentos nunca foram neutros, integrando assim a evolução dos conhecimentos sobre a interpretação do conceito de medida ao longo do tempo. Vale ressaltar que “a utilização dos instrumentos sempre esteve presente no processo da construção do conhecimento em geral, no entanto a sua importância foi enfatizada apenas no início do século XVII” (Saito, 2014, p.26).

Dentre esses instrumentos matemáticos que passearam pelas diversas áreas do conhecimento, encontramos o *radius astronomicus*, conhecido também como “báculo de Jacó”. Segundo Pereira e Saito (2018, p.1) esse instrumento “foi muito utilizado na agrimensura e na navegação, por causa de sua conveniência para medir alturas, comprimentos e distâncias”. Destarte, apresentaremos parte de um estudo preliminar sobre o *radius astronomicus* descrito por Johann Müller, o Regiomontanus, descrito no opúsculo *Cometae magnitude, longitudinecque, ac de loco eius ver Problemata XVI.* A edição consultada refere-se a que foi exposta no *Scripta Clarissimi Mathematici,* escrita e publicada em latim em 1544, sob a diração de Johannes Schöner.

REVISÃO DE LITERATURA

A utilização da história da Matemática no ensino proporciona aos alunos uma maior compreensão dos conteúdos, possibilitando assim uma contextualização dos conteúdos por intermédio de uma visita ao passado. Nessa perspectiva teceremos algumas breves considerações sobre a importância da articulação entre a História da Matemática e o Ensino, com o intuito de justificar a exploração de instrumentos matemáticos do século XVI, no caso explorado em questão nos deteremos ao *Radius Astronomicus*, do Regiomontanus. Apresentaremos um breve histórico da vida e obra de Johannes Müller, o Regiomontanus com o intuito de situar e realizar apontamentos sobre as suas principais contribuições para a matemática e astronomia.

Estudo da História Matemática para o Ensino de Matemática a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) com relação a história da matemática “o conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação os professores” (BRASIL, 1997, p. 30), pois é dessa forma que os professores serão capazes de mostrar que a matemática não é uma ciência imutável e de verdade eternas. Além disso, conhecer os processos que levaram a construção dos conceitos matemáticos permite uma melhor compreensão no que se refere à aprendizagem dos alunos (BRASIL, 1997).

Ainda segundo os PCN, sobre a importância da contribuição da história da matemática no ensino e para a aprendizagem, indicam que,

> Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático (BRASIL, 1997, p.34).

Nessa perspectiva, abordar os conceitos matemáticos por meio da conexão com história permite que os professores realizem um resgate de identidade e

proporciona que o aluno esclareça que as ideias matemáticas são construídas a partir de um olhar crítico sobre os objetos de conhecimento (BRASIL, 1997).

Alguns pesquisadores já trabalham nessa perspectiva de interação entre história e educação matemática e evidenciam em seus estudos a importância do papel da história no ensino de matemática, no entanto essas pesquisas apresentam-se apenas como “ensaios” (SAITO; DIAS, 2013). Por isso, evidenciamos a necessidade cada vez mais acentuada entre os historiadores e os educadores matemáticos, de modo a proporcionar uma reflexão “sobre a possibilidade da construção de uma interface que contemple a significação dos objetos matemáticos historicamente constituídos” (SAITO; DIAS, 2013, p.90).

Os autores Saito e Dias (2013) em seus escritos nos levam a refletir que a interface entre História e a Educação Matemática “não é única e constitui-se numa gama de possibilidades” (2013, p. 92). Nessa perspectiva, a presente pesquisa tem como objetivo apresentar o trabalho de Regiomontanus e o seu legado deixado para a história da matemática, a partir de um instrumento de navegação criado no século XVI para medir alturas, distâncias e o comprimento.

Vida e obra do Johann Müller, o Regiomontanus.

Segundos os escritos de Zinner (1990), Johannes Müller von Königsberg, também conhecido como Regiomontanus, nasceu no dia 6 de junho de 1436, na cidade de Königsberg província de Francônia, na antiga Prússia Oriental. A fonte mais antiga onde encontramos relatos sobre o nascimento de Regiomontanus esta descrito na obra de Erasmus Reinhold (1511-1553). Pouco se tem registros acerca de como foi a infância de Johannes, pois os seus registros foram perdidos na sua cidade natal após um incêndio no ano de 1640.

Segundo Reinhold conforme citado por Pereira (2010), o pai de Regiomontanus era um respeitado moleiro, com boas condições financeiras, o que possibilitou ao filho receber uma boa educação fora da sua cidade natal.

> Suas habilidades Matemáticas se manifestaram ainda muito cedo, fazendo com que as escolas de Königsberg já não satisfazessem as suas necessidades. Sendo assim, aos onze anos, Regiomontanus foi enviado para Leipzing, onde iniciou os seus estudos universitários. (Pereira, 2010).

As habilidades do Jovem Regimontanus podem ser facilmente notadas em seu trabalho na elaboração de seu primeiro almanaque quando ele tinha apenas 12 anos, na época uma publicação anual com informações classificadas em ordem de datas às quais elas se relacionavam. Esse tipo de publicação contém informações que comumente são misturadas com dados de astronomia.

No dia 15 de abril de 1450, Regiomontanus matricula-se na Universidade de Viena, na Áustria, atraído pelo ensino de Matemática, Astronomia e Cosmologia, adquirindo assim o grau de bacharel dois anos depois. Logo após a titulação, ele foi nomeado para o corpo docente da Universidade de Viena.

Os anos em que esteve em Viena, ocasionou uma aproximação de Peuerbach, onde realizaram juntos estudos e tiveram publicações de trabalhos muito importantes. Os anos em que esteve em Viena, Regiomontanus tinha acesso aos melhores trabalhos publicados na época, o que de certo modo poderia ser facilmente utilizado por ele para a sua educação e para inserir comentários acerca dos mesmos. Entre o ano de 1454 e 1458, ele fez cópias de algumas obras, o que demonstrava a sua preocupação e adquirir cada vez mais conhecimento e melhorar a sua educação, entre essas obras estava o trabalho de Peuerbach e outros tratados importantes medievais.

O cardeal Bessarion, em uma de suas passagens por Viena, estendeu o convite para Peuerbach para viajar com ele a Roma com o objetivo de escrever o *Epítome* do livro *Almagesto,* de Ptolomeu. Peuerbach aceitou o convite, desde que Regiomontanus fosse com ele. No entanto, no ano de 1462, Peuerbach faleceu antes de concluir a obra e coube ao Regiomontanus concluí-la. Sobre esta obra, Pereira (2010) indica que:

> [...] foi um novo tratado astronômico que abriu caminho para futuras investigações baseadas em observações fundamentais e resultados de épocas passadas. Tanto Copérnico quanto Galileu usaram-no como livro texto. O livro foi bastante considerado pelos jesuítas, de forma que ele não foi banido e mesmo os jesuítas ensinavam por ele em Pequim. (PEREIRA, 2010, p. 40).

Sobre as obras, Regiomontanus escreveu em 1469 um manuscrito para o arcebispo chamado *Torquatum* e o enviou com um instrumento de fabricação caseira. Em sua dedicatória ele enumerou diversos tipos de instrumentos observacionais. No ano de 1472, ele estabeleceu a sua própria imprensa, com o objetivo de publicar diversas obras, no entanto com a sua morte prematura em 1476, não chegou a cumprir a sua intenção. Sobre as contribuições de Regiomontanus, Pereira(2010) ressalta que:

> Na História das ciências, podemos perceber que muitos personagens tiveram importância no processo de desenvolvimento de um determinado assunto. Muitas dessas pessoas contribuíram para a produção cientifica de uma dada época, visando o desvendar de um futuro ainda pouco explorado. A astronomia, uma das ciências mais antigas, reuniu cientistas que trouxeram contribuições para outras áreas, como a física e a Matemática, produzindo grandes personalidade na história. Johann Müller Regiomontanus foi um desses. (PEREIRA, 2010, p. 56).

Regiomontanus produziu uma grande quantidade de obras importantes na Europa durante o século XV, na qual grandes cientistas de destque tiveram a oportunidade de utilizar. Seus instrumentos contribuíram para descobertas geográficas e foram utilizadas por Vasco da Gama e Cristovão Colombo. (MOD, 2016).

Nessa perspectiva, a escolha de trabalhar com as obras e instrumentos desenvolvidos por Regiomontanus se justifica, tendo em vista todos os seus legados de contribuições tanto para Astronomia como para Matemática. Os trabalhos dele foram amplamente divulgados na Europa e a sua utilização não se limitou apenas na área a Matemática.

***Radius astronomicus* segundo o *Scripta Clarissimi Mathematici* (1469)**

O *radius astronomicus* é um instrumento que sofreu diversas variações com relação a sua nomenclatura, dependendo da dimensão em que ele é empregado. Por exemplo, para a realização de medições na geodesia ele recebe a denominação de *baculus geometricus* ou *baculus de Jacob*, quando aplicado como instrumento náutico recebe o nome de balhestilha, cujo termo origina-se do português *balhesta*, decorrido do latim *balista*. (PEREIRA; BATISTA E SILVA, 2017).

No que se refere a astronomia e agrimensura, ele era muito útil para realizar medições indiretas de alturas, comprimentos e distâncias. Na astronomia era utilizado para calcular as altitudes celestiais, mais tarde adquirindo a possibilidade de calcular o diâmetro dos cometas, o comprimento de sua calda e também determinar o grau de um eclipse lunar e as longitudes terrestres pelo método das distâncias lunares (PEREIRA e SAITO, 2018).

A importância dos instrumentos matemáticos e a sua relação com o ensino de Matemática.

Se adentrarmos mais profundamente os estudos envolvendo os instrumentos históricos no Brasil percebemos facilmente que esse campo, em particular no que se refere a matemática, tem apresentado uma expressiva expansão. Segundo os escritos de Pereira (2016) os trabalhos envolvendo essa temática têm aumentado visivelmente, principalmente em periódicos e anais de eventos que são específicos da área de matemática.

Percebemos por meio dos estudos de Pereira, Batista e Silva (2017), que “no decorrer dos séculos XVI e XVII que os artefatos destinados “instrumentos científicos” foram classificados nas categorias: instrumentos matemáticos, óticos e filosóficos”(2017, p. 5). Segundo os escritos de Pereira e Martins (2017) os instrumentos desse século podem ser ditos como aparatos de desenho, tais como os compassos, réguas, esquadros e transferidores, utilizados para cálculos, para astronomia, agrimensura, navegação, guerra e arquitetura.

Nessa perspectiva apresentaremos o radius astronomicus como um instrumento matemático, com o objetivo de que os estudos possam vir a contribuir para a articulação entre a teoria, a prática e a experimentação, levando aos discentes a possibilidade de produzir os seus próprios saberes e atuar na construção de novas formas de conhecimentos.

METODOLOGIA

O método de pesquisa, segundo Prodanov & Freitas (2013, p. 24), “é um procedimento ou caminho para alcançar determinado fim.” A metodologia é o conjunto de métodos, isto é, um conjunto de procedimentos para alcançar um objetivo. Tratando-se de uma pesquisa que está inserida no âmbito dos estudos em História da Matemática, mais especificamente no estudo da obra do astrônomo e matemático Johann Müller Regiomontanus. Nele, utilizaremos partes de estudos de outros trabalhos já realizados por intermédio do uso de fontes primárias.

D’Ambrosio (1996, 1999), Miguel e Miorim (2004) apontam a História da Matemática como recurso didático-pedagógico que contribui para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, os mesmos nos mostram a possibilidades da aprendizagem de conceitos que devem ser compreendidos no ensino básico, tanto no ensino fundamental como no ensino médio. No que se refere ao uso de fontes históricas, contamos com pesquisas de Pereira (2010), Batista (2017), Silva (2017), Saito (2016); Pereira e Martins (2017), entre outros autores.

CONSIDERAÇÕES

Destaca-se que o ensino da disciplina de Matemática, envolvendo a utilização dos contextos históricos dialoga com a capacidade de contextualização dos conteúdos matemáticos, a desmistificação da Matemática, a compreensão do processo dinâmico da construção desse conhecimento pelos diversos povos, entre outros.

Por intermédio de estudos utilizando fontes históricas e instrumentos matemáticos podemos reconstruir uma parte do processo de desenvolvimento da matemática, e compreender a sua evolução ao longo do tempo. Relatamos ainda a dificuldade em encontrar bibliografias e estudos sobre as fontes históricas, encontrando em sua grande maioria obras em latim e inglês.

O estudo do *radius astronomicus* nos permite a realização de conexões com outras os conteúdos matemáticos, bem como nos revela a necessidade da ampliação

dos estudos sobre novas fontes que ainda permanecem inexploradas por pesquisadores. Os conhecimentos inseridos na utilização desse instrumento na astronomia nos permite perceber que os saberes são entrelaçados em um rico ensino multifacetado entre o saber e o fazer matemático.

REFERÊNCIAS

D'AMBROSIO, U. **A história da matemática:** questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. BICUDO, M. A. V. (org.). São Paulo: UNESP, 1999. p. 97-115.

HIGTON, H. Does using an instrument make you mathematical? Mathematical practitioner of the 17th century. **Endeavour**, Michigan, v. 25, n. 1, p. 18-22, 2001.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

SAITO, F. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. **Rematec:** História de Práticas Matemáticas, Natal (RN), v. 16, n. 9, p.25-47, 2014.

SAITO, F; DIAS, Marisa da Silva. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI.** Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

SAITO, F., Dias, M. S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação,** Bauru (SP), v. 19, n. 1, p.89-111, 2013.

PEREIRA, A.; C.; C.; **A Obra "De Triangulis Omnimodis Libri Quinque" de Johann Müller Regiomontanus (1436 – 1476):** uma contribuição para o desenvolvimento da Trigonometria. 2010. 329 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

PEREIRA, A.; C.; C.; SAITO.; F. **Algumas considerações sobre o radius astronomicus na interface entre história e ensino de matemática.** V Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática, Fortaleza (CE), 2018.

PEREIRA, A.; C.; C.; **Investigando as potencialidades didáticas dos instrumentos históricos no ensino de Matemática.** In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA CIÊNCIA E DA TECNOLOGIA, 15., 2016, Florianópolis. Anais Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2016. p. 1 - 16.

PEREIRA, A.; C.; C.; MARTINS, E.; B.; **O ensino de aritmética por meio de instrumentos:** Uma Abordagem utilizando do *Rabdologiae seu numerationis per virgula*. São Paulo: Editora da Física, 2017.

PEREIRA, A.; C.; C.; BATISTA, A.; N.; S.; SILVA.; I.; C.; A balhestilha descrita na obra *chronographia repertorio dos tempos* (1603): discussões iniciais sobre o saber incorporado no instrumento. **Boletim Cearense de Educação e história da Matemática,** Fortaleza (CE), v.4, n.1, p. 105-118, 2017.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

DISCUSSÕES COM LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA SOBRE A DOCÊNCIA POR MEIO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DA TEORIA DOS GRAFOS

Tarcis Teles Xavier da Silva [144]
Edson Carlos Sobral de Sousa [145]
Marcos Vinicius Soares Tavares [146]

RESUMO

O presente trabalho, realizado em uma instituição do ensino superior do agreste pernambucano, buscou analisar as opiniões de licenciandos em Matemática a respeito da história da matemática enquanto recurso didático para o ensino e aprendizagem da teoria dos grafos. Para isso aplicou-se um questionário constituído de sete atividades envolvendo fatos históricos sobre grafos para um grupo de 14 licenciandos de matemática. Objetivando com isso, analisar as contribuições da História da Matemática para aprendizagem da Teoria dos Grafos; identificar se os licenciandos de matemática em sua formação conhecem e o que conhecem do conteúdo necessário para o ensino; e por fim, examinar as opiniões acerca da influência da História da Matemática como recurso metodológico para os futuros professores de matemática. Por meio da pesquisa conclui-se que os graduandos não possuem um domínio sobre a história da teoria dos grafos, mas acreditam que a história da matemática é uma ferramenta essencial para ensino e aprendizagem de tal conteúdo, tendo em vista suas diversas aplicações, como, incentivador, curiosidade e recurso didático. Ainda relatando a crescente tendência, dos mesmos, se utilizarem de tal ferramenta no futuro como docentes na educação básica.

Palavras-chave: História da Matemática, Recurso Didático, Teoria dos Grafos.

[144] UFPE. tarcist@hotmail.com .
[145] UFPE. edsonsobral2000@gmail.com .
[146] UFPE. soares.vincius5@gmail.com .

INTRODUÇÃO

A busca por recursos metodológicos que validem o processo de ensino e aprendizagem tem se tornado bem frequente, uma vez que, contribuem para a condução de um trabalho docente mais consciente, baseado nos perfis dos estudantes de educação básica. Para Micotti (1999), as opiniões pedagógicas entre os professores e pesquisadores quando entram em conflito, demandam opções e ações, pois a partir do momento que se discute melhorias na educação do ensino da matemática, em especial, como trabalhar a história como recurso didático se tornam relevantes.

Assim como as demais ciências, a Matemática possui a sua própria história e pode ser um fator motivacional e instigador nos proporcionando um vasto auxílio sobre os conteúdos matemáticos. Segundo DCE – Diretrizes Curriculares da Educação Básica - (2008, p.66) “A história deve ser o fio condutor que direciona as explicações dadas aos porquês da Matemática”. Dessa forma, para o DCE (2008, p.66) acredita-se que o estudante consegue entender que o conhecimento é construído historicamente a partir de necessidades reais.

Desse modo, História da Matemática tem sido foco de pesquisas tanto com relação recurso para inserção de práticas de matemática em sala de aula, quanto como fator que influencia a formação de professores. Na instituição de ensino superior do agreste pernambucano na qual fazemos o curso de licenciatura em matemática não tem sido diferente, posto que uma disciplina motivou o licenciandos a pesquisar e elaborar situações e/ou atividades que propusessem a história da matemática enquanto recurso para o ensino de matemática, e apresentassem tais ideias por meio de discussões em salas de aula. Com base nessa proposta elaborou-se esse artigo que apresenta dentre outros aspectos a história da matemática enquanto recurso para o ensino e aprendizagem de grafos.

Nessa direção, o presente estudo busca explorar as perspectivas de ensino por parte dos professores de matemática em formação docente, por meio da História da Matemática no ensino da teoria dos grafos. Os processos ensino e aprendizagem de matemática estão intimamente ligados ao contexto sócio-político-histórico que os determina. Em uma atividade de ensino que se faz presente a história da matemática, a

proposta atua de uma maneira que pode ressignificar o conteúdo matemático em questão, trazendo um método alternativo para ensinar; pois como afirma D'Ambrósio (2007, p. 2) "evolução da matemática como processo sociocultural é de construção humana; o processo construtivista como a ação humana é que leva à aprendizagem". Assim, desmistificamos a matemática e levamos o aluno a ser capaz de relacionar a matemática primitiva com a moderna.

Com base no discutido, o intuito desse trabalho é contribuir na formação docente, a partir de reflexões sobre as habilidades que o professor e o aluno podem a vir desenvolver com a História da Matemática dando suporte no ensino e aprendizagem da Teoria dos Grafos, sendo este conteúdo abordado por meio da matemática discreta que (BRASIL, 2006, p.94) no decorrer do século XX, com a introdução dos computadores, obteve grande desenvolvimento. Dessa forma ganhando grande necessidade de ser compreendida e estudada diante da sociedade.

A introdução a Teoria dos Grafos por meio da história da matemática ainda no ensino médio, segundo o OCNEM – Orientações Curriculares para o Ensino Médio - (BRASIL, 2006) pode desenvolver uma série de habilidades, como modelar o problema, via estrutura de grafo. Tais indagações nos levaram ao questionamento sobre o conhecer dos professores em formação sobre a história de tal teoria e a utilização da história diante do conteúdo.

Segundo as Orientações Curriculares para Ensino Médio (OCNEM) a utilização da história da matemática como um elemento importante no processo de atribuição de significado aos conceitos matemáticos (BRASIL, 2006). Nesse sentido a história da matemática vem a ser uma luz para aqueles que não veem a matemática no contexto ao qual está inserido. Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns "porquês" e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento.

DISCUSSÃO SOBRE USO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Trabalhar em sala de aula a História da matemática abre leques de possibilidades, podendo ampliar a motivação para a aprendizagem matemática, humanizando-a por meio da apresentação do processo pelo qual a matemática se tornou útil na resolução de problemas do cotidiano. Por tais reflexões D'Ambrósio enfatiza que:

> [...] as práticas educativas se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições, e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto, é praticamente impossível discutir educação sem recorrer a esses e a interpretações dos mesmos. Isso é igualmente verdade ao se fazer o ensino das várias disciplinas. Em especial da Matemática, cujas raízes se confundem com a história da humanidade [...]. (D'AMBRÓSIO, 1999, p.97)

Devido a tal entendimento, é compreensível que recorramos à história para o ensino de diversos conteúdos, entre eles a Teoria dos Grafos.

Fossa (2008, p. 9) afirma que "podemos proporcionar uma experiência pedagógica mais rica ao aluno por construir as atividades à luz da História da Matemática.", considerando assim que podemos trabalhar a história da matemática de diversas maneiras dentro da sala de aula, de forma a oportunizar um conhecimento significativo ao aluno.

Porém, para tanto se deve supor que é necessário um conhecimento rico acerca da história do conteúdo trabalhado, supondo que este conhecimento será obtido em disciplinas de história. Entretanto para Stamato (2003) o objetivo de uma disciplina de história da matemática em um curso de formação de professores não é o acúmulo de conhecimento acerca da história da matemática, mas propiciar uma análise crítica das condições da criação e apropriação do conhecimento matemático pelas diversas culturas e afirmar que esses conhecimentos estão sujeitos a transformações pela matemática vindoura.

No ensino de um conteúdo pouco conhecido no meio educacional como a teoria dos grafos, Santos J; França K; Santos L(2007, p. 2) afirmam que

> [...]a história da matemática tem nos mostrado que aquilo que nos parece pura abstração, pura fantasia matemática, mais tarde se revela como um verdadeiro celeiro de aplicações práticas. na verdade aprender matemática não é tarefa fácil, mas é necessário criar maneiras de inovar p ensino mostrando a real importância dessa área.

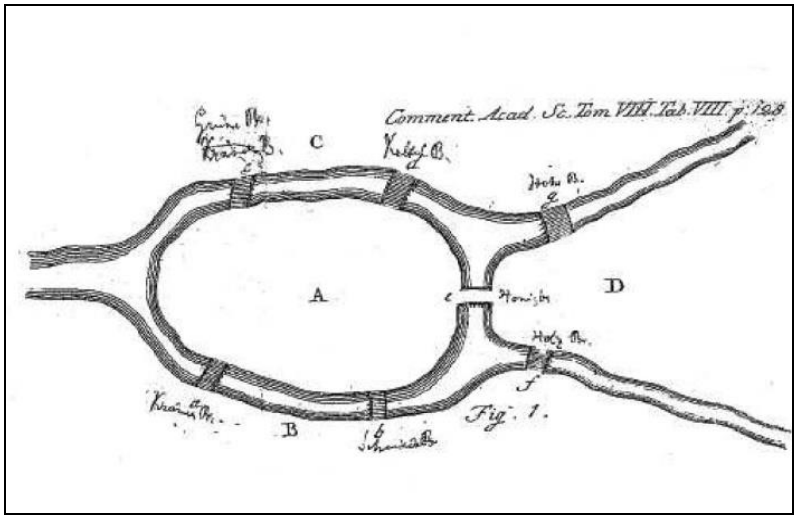
Por essa razão a tecnicidade de uma educação tradicional não daria suporte no processo de ensino e aprendizagem de tal conteúdo. Sendo necessário o aporte de tal abordagem - história da matemática – para Fossa (2008, p.10) “na construção das atividades não é necessário insistir em fidelidade histórica, nem cortar as asas de um aluno que, porventura, atacar um problema com métodos não apropriados ao período em que o problema proposto originou”. O que mostra que não é preciso uma formação totalmente voltada para a área da história para se utilizar de tal recurso didático.

AS SETE PONTES DE KÖNIGSBERG: Um problema que muito ajudou

É possível afirmar como Harary (1973), que a teoria dos grafos foi redescoberta diversas vezes mediante os problemas que surgiam. A priori, Leonard Euler foi o precursor dessa teoria, uma vez que ao resolver um problema que foi desafiado (as sete pontes de Königsberg) Figura 1, na cidade de Königsberg da antiga Prússia, hoje chamada Kaliningrado, na atual Rússia, ele não só conseguiu achar a resolução do problema como acabou criando a teoria dos grafos que se aplica a vários problemas atualmente.

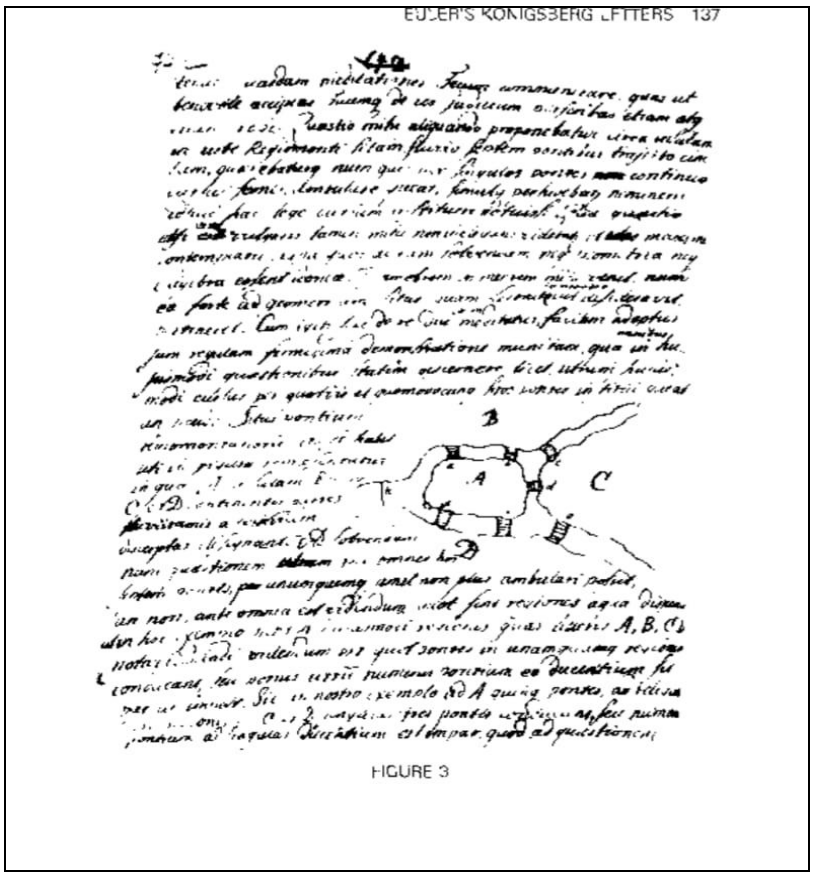
Esse problema afirmava existir sete pontes interligando as partes da cidade que era cortada por vertentes do rio Pregel formando uma ilha na parte central, e o desafio consistia em fazer um passeio passando pelas sete pontes, porém uma vez sobre cada ponte. Euler por meio de discussões através de cartas se comunicava com Giovanni Marinoni (Figura 2), que era um matemático, engenheiro e astrônomo italiano da corte de Kaiser Leopoldo I e provou através de ideias iniciais de grafos que não havia solução para o desafio. Euler usou um modelo simplificado das ligações entre as regiões e estabeleceu um teorema que diz em que condições são possíveis percorrer cada linha exatamente uma vez e voltar ao ponto inicial.

FIGURA 1: Esquema do problema das sete pontes de königsberg apresentado por Euler



Fonte: L. Euler (1736, p.128).

FIGURA 2: Carta de Euler destinada a Carl Giovanni Marinoni



Fonte: Hopkins (2004, p.203)

Segundo Santos e Mota (2013, p. 11, *apud* Hopkins, 2004, p.203)

> Foi-me colocado um problema acerca duma ilha na cidade de Konigsberg, rodeada por um rio atravessado por sete pontes, e foi-me perguntado se é possível estabelecer um percurso de modo a atravessar as sete pontes de tal modo que cada ponte seja atravessada uma única vez. Fui informado de que até agora ninguém demonstrou a possibilidade de o fazer, ou a sua impossibilidade. Esta questão é tão banal, mas pareceu-me digna de atenção naquela geometria, não álgebra, nem sequer a arte de contar era suficiente para a resolver. Posto isto, ocorreu-me pensar se pertencia à geometria da posição (Geometriam Situs), por que Leibniz tanto ansiava. Assim, após algumas deliberações, consegui obter uma regra simples e, no entanto, completamente estabelecida, que permite decidir imediatamente em que exemplos deste tipo, com qualquer número de pontes distribuídas de qualquer modo, é possível, ou não, efetuar um percurso deste tipo.

Em suma, todo um corpo de teóricos se inspirou em Euler e desenvolveram nomenclaturas e termos utilizados até hoje. Por essa razão, ao se introduzir noções de Grafo, faz-se necessário o esclarecimento de conceitos chaves (definição, vértices, nó, grau de um vértice, caminho euleriano, circuito e outros) que darão suporte para a compreensão de tal teoria. Segundo Howard Eves, no seu livro Introdução à História da Matemática, os subconjuntos dos grafos são:

> [...] vértices de um grafo são os pontos de onde saem suas linhas. Uma linha unindo dois vértices consecutivos chama-se arco. O grau de um vértice é o número de arcos que sai dele. Um vértice se diz par ou ímpar conforme seu grau seja par ou ímpar. Uma cadeia simples consiste em certo número de arcos que podem ser percorridos consecutivamente sem passar mais de uma vez por nenhum deles. Todo grafo que puder ser percorrido totalmente, segundo uma cadeia simples, chama-se unicursal, caso contrário, multicursal [...]. (EVES, 1995, p. 501).

Em 1736, Euler publicou seu artigo que possuía quatro teoremas:

1) Em qualquer grafo, a soma dos graus dos vértices é sempre igual ao dobro do número de arestas;

2) Se um grafo tem mais de dois vértices de grau ímpar ele não tem um caminho euleriano;

3) Se um grafo conexo tem exatamente dois vértices v e w de grau ímpar, então existe um caminho euleriano de v para w;

4) Se todos os vértices de um grafo conexo tem grau par, então o grafo tem um circuito euleriano.

Até o século passado Grafos era considerado apenas um exercício para desenvolver a lógica; no entanto, com o advento da contemporaneidade o exercício lógico pode ser considerado de fato uma teoria, uma vez que, com o auxílio computacional ficou evidente sua aplicabilidade em diversas áreas, como por exemplo, em circuitos elétricos, processos industriais, negócios com redes de distribuição de energia, telecomunicações, estruturas viárias de uma cidade.

METODOLOGIA[147]

O presente artigo teve como metodologia a aplicação de questionário, em uma turma da disciplina de História da Matemática no curso de Licenciatura em Matemática em uma Universidade Pública do Agreste Pernambucano.

O questionário esteve composto com 7 (sete) questões, das quais 3(três) delas seriam remetidas a compreensão do conteúdo, 2(duas) referem-se as opiniões acerca do conteúdo na educação básica, e 2(duas) faziam alusões a história da matemática como recurso didático no ensino.

Pensando na construção do grafo, foi-se elaborada a primeira (Figura 3) e segunda questão (Figura 4), a qual esclarece se os licenciandos conhecem a história de maneira prévia ou compreendem que os teoremas expostos juntamente com a história das pontes de Konigsberg, são suficientemente necessários para a construção do grafo elaborado por Leonard Euller.

FIGURA 3: Questão 1

1 Segundo os teoremas de Euller, porque não é possível passar por todas as pontes e voltar para onde começou sem passar por uma mesma ponte, no mínimo 2 vezes?

FONTE: Acervo da pesquisa (2018)

[147] O presente artigo cientifico foi elaborado como forma avaliativa na disciplina de História da Matemática, ministrada pela Prof.ª Ms. Cristiane de Arimatea Rocha, no curso de Matemática-Licenciatura na Universidade Federal de Pernambuco, Campus Agreste no ano de 2018.

FIGURA 4: Questão 2

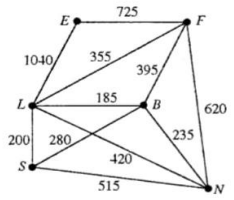
2 Elabore um grafo que, em sua opinião, Euller criou para representar as secções e as pontes de Konigsberg

FONTE: Acervo da pesquisa (2018)

A terceira questão (Figura 5) foi pensada de for a exigir apenas conhecimentos algébricos básicos e raciocínio lógico, tendo em vista avaliar a percepção do grafo em uma questão aplicada.

FIGURA 5: Questão 3

3 A partir do grafo situado abaixo, é possível deduzir qual é o menor caminho saindo de N para chegar em E? Se sim, qual caminho? Se não, justifique.



FONTE: HUNTER (2011, p. 36)

A quarta e quinta questão (Figura 6) permite verificar se os discentes identificam semelhanças com conteúdos do componente curricular da educação básica e associam a teoria dos grafos ao mesmo, por meio da subsequência de conteúdos da mesma área matemática.

FIGURA 6: Questões 4 e 5

4 Para qual série você levaria o conteúdo aqui abordado? Porque?

5 Quais habilidades você julga necessárias para a construção de conhecimento acerca dos grafos? Porque?

FONTE: Acervo da pesquisa (2018)

A sexta e sétima questão (Figura 7) põe em evidência a história da matemática como metodologia auxiliar para o ensino da teoria dos grafos, e de quais maneiras a história pode contribuir não só para o ensino mas também para a aprendizagem por parte dos alunos. Além disso, permite verificar qual a relevância da história da matemática para os licenciandos do curso de matemática:

Figura 7: Questões 6 e 7

6 Você considera a história dos grafos como necessária para uma abordagem inicial acerca da teoria do grafos?

7 Você, tal como professor, considera a história da matemática acerca dos grafos influencia positivamente ou negativamente na aprendizagem do dito conteúdo, por parte dos alunos? Porque?

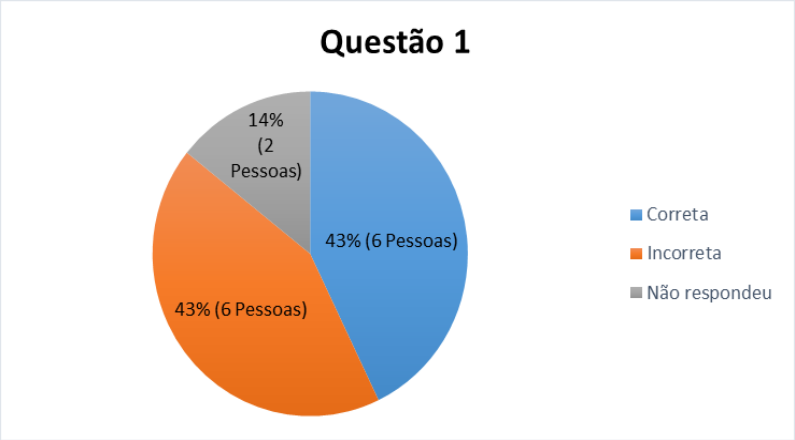
FONTE: Arcevo da pesquisa (2018)

RESULTADOS E DISCUSSÕES

De forma geral, podemos afirmar que os resultados obtidos através dos questionários confirma a história da matemática com uma fonte inesgotável de construção de aprendizado. Todavia, os mesmos resultados nos deixa preocupantes acerca do domínio sobre a Teoria dos Grafos, por parte dos licenciados.

A Teoria dos Grafos em todas suas grandes áreas de aplicação nos remetem sempre as suas 4(quatro) premissas. A primeira indagação foi elaborada com o objetivo de verificar a compreensão ou não compreensão dos teoremas, e esse resultado se deu em partes quase iguais, como pode ser observado no gráfico a seguir:

GRÁFICO 1: RESULTADO DA QUESTÃO 1



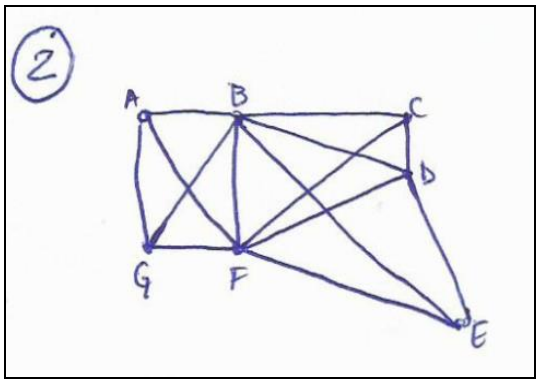
FONTE: Acervo da pesquisa (2018)

Com isso observamos que a maior parte dos discentes da disciplina não tem domínio sobre a teoria dos grafos, em sua grande maioria, devido ao fato do conteúdo

não ser obrigatório para o Educação Básica e nenhuma disciplina obrigatória da grade curricular abordar o dito assunto.

No segundo questionamento respondido pelos licenciandos, foi-se observado que, em sua maior parte, não foi possível elaborar o grafo construído por Leonard Euller apenas com o conhecimento acerca da história das pontes de Konigsberg e os teoremas, com apenas duas respostas corretas. Foi constatado a grande dificuldade em deduzir as pontes como sendo as arestas e as 4(quatro) secções da cidade com sendo os vértices, como é observado no fragmento do questionário mostrado a seguir:

FIGURA 8: Resposta da questão 2 pelo aluno 4



FONTE: Acervo da pesquisa (2018)

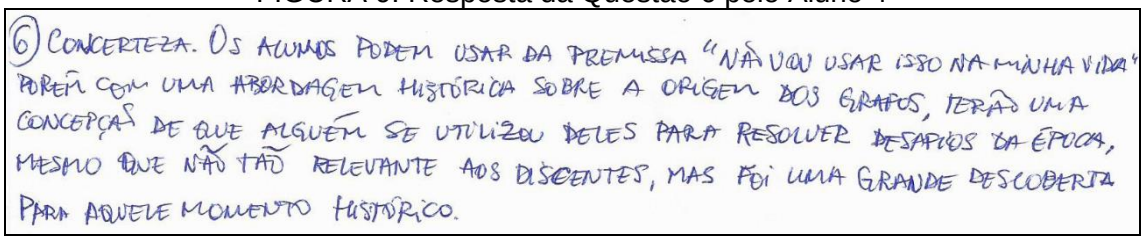
Foi constatado a falta de domínio acerca do conteúdo, o que pode ser justificado porque poucas componentes curriculares do curso tratam dessa discussão, e para muitos participantes foi a primeira vez que se depararam com questões sobre a Teoria dos Grafos,

Com o objetivo de verificar o domínio da Teoria dos Grafos aplicado a uma situação real, as respostas obtidas na terceira questão evidenciaram que os discentes possuem facilidade em questões contextualizadas, compreendendo o papel da representação por meio de grafos, tendo apenas um erro entre as 14 respostas.

A partir da terceira questão, as perguntas se referiam a história da matemática como ferramenta de auxílio ao ensino e aprendizagem. De forma geral, os discentes afirmam que a história auxilia tanto na apresentação inicial do conteúdo, como em questionamentos por parte dos alunos da educação básica, à exemplo, a história tem o

poder de responder perguntas como “Para que isso serve?” e “De onde veio isso?”, o que frisa o Aluno 4 na resposta a questão de número 6(seis):

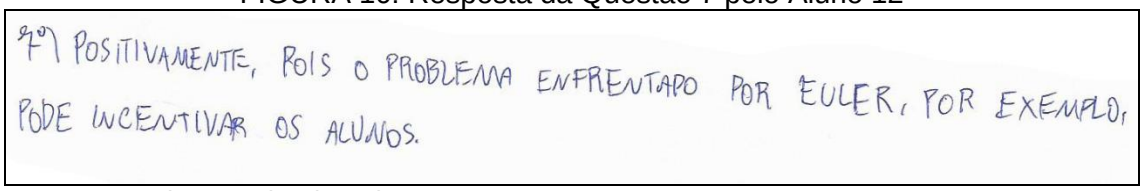
FIGURA 9: Resposta da Questão 6 pelo Aluno 4



FONTE: Acervo da pesquisa (2018)

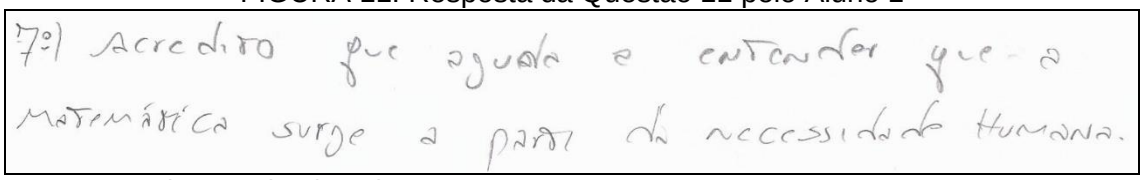
Assim como as considerações abordadas na sétima questão, onde 13(treze) dos 14(quatorze) licenciandos que responderam o questionário falaram que a história influência de forma positivamente e isso evidência que a história da matemática no decorrer dos anos estará a cada dia mais dentro das salas de aula auxiliando tanto os professores, em sua metodologia e no despertar da curiosidade dos discentes, quanto o aluno em seus questionamentos primários. E é isto que os licenciandos 1 e 12 falam, veja a seguir:

FIGURA 10: Resposta da Questão 7 pelo Aluno 12



FONTE: Acervo da pesquisa (2018)

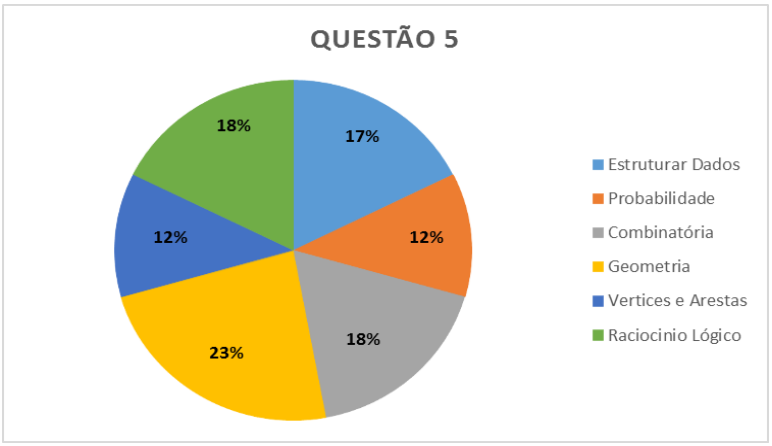
FIGURA 11: Resposta da Questão 11 pelo Aluno 1



FONTE: Acervo da pesquisa (2018)

Entretanto, houve confusão na hora de delimitar quais conteúdos devem anteceder o estudo da Teoria dos Grafos, o gráfico a seguir esboça quais os mais citados:

GRÁFICO 2: RESULTADO DA QUESTÃO 5

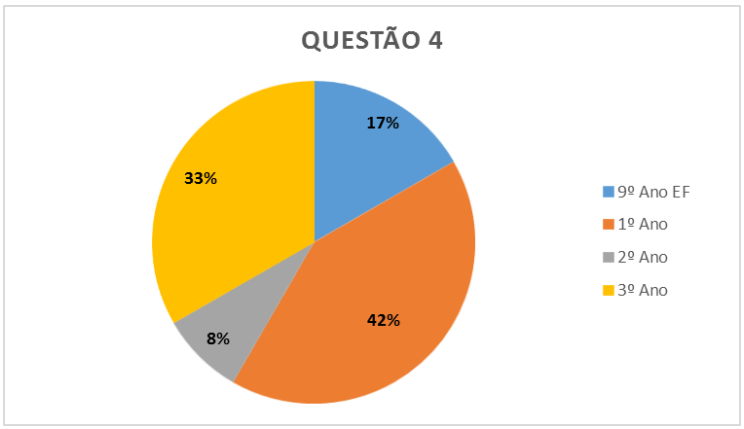


FONTE: Acervo da pesquisa (2018)

Tendo em vista que a Teoria dos Grafos é parte da matemática discreta, observa-se um quantitativo relativamente médio com relação a análise combinatória, e também médio em relação a geometria, sendo este um assunto quase que totalmente disjunto da teoria dos grafos.

Além disso, também ouve diversas suposições na hora de delimitar para qual ano do ensino básico seria possível abordar a teoria dos grafos, o gráfico a seguir mostra todos os anos mais citados:

GRÁFICO 3: RESULTADOS DA QUESTÃO 4



FONTE: Acervo da pesquisa (2018)

O argumento mais presente foi que os alunos já no primeiro ano do ensino médio têm capacidade para elaborar os grafos devido ao “desenvolvimento cognitivo já

presente”, contudo, se torna interessante construir conhecimento acerca da teoria dos grafos após os assuntos de análise combinatória, haja vista estes estarem juntos na matemática discreta.

Em sua totalidade foi observado que a história da matemática, segundo alunos de um curso de formação de professores, contribui de forma significativa não só para o aprendizado dos alunos, mas também para dar significado a matemática, mas observa-se que o curso ao qual os discentes estudam, deve adaptar-se para tal tendência, haja vista a necessidade de compreensão do conteúdo por parte dos futuros professores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi observado nas opiniões apresentadas que a história da matemática contribui para o ensino e aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos, e não é diferente para a Teoria dos Grafos. Promovendo maior compreensão acerca das necessidades e situações do surgimento do assunto.

Ficou claro, também que a teoria dos grafos, na opinião dos licenciandos, tem espaço na grade curricular da atual educação básica, assim como a necessidade de um olhar mais acolhedor ao conteúdo, tendo em vista que o mesmo não foi visto por quase nenhum licenciando participante da pesquisa, e com isso ocasionando os índices mostrados ao longo da pesquisa.

Acredita-se práticas eu vinculem a história da matemática aos diversos conteúdos pode ser uma fonte de motivação para novas investigações e que promovem aos licenciandos boas vivencias na elaboração de questões, além de promover ao incentivo a curiosidade. Nesse trabalho iniciamos pensando nas questões como foco a pesquisa em fontes de história da matemática sobre Teoria dos grafos e em seguida fomos atrás de justificativas para seu ensino e aprendizagem na educação básica o que proporcionou uma visão ampliada de um conteúdo. A reflexão e as opiniões dos licenciandos que participaram da pesquisa refletem na sua formação a partir do momento que promove uma compreensão sobre um conteúdo que ainda não faz parte do currículo de matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL, **Diretrizes Curriculares da Educação Básica** – matemática. Curitiba: SEED-PR, 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio- Ciências da Natureza, Matemática e sua Tecnologias.** Brasília, 2006.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática, elo entre as tradições e a modernidade.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

D'AMBRÓSIO, BEATRIZ S. **Reflexões sobre a História da Matemática na formação de professores**. In: RBHM, Especial no 1, p. 399-406, 2007

Euler, L. (1741). **Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. Commentarii academiae scientiarum petropolitanae**. Doi:citeulike-article-id:9589611

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas, SP. Editora da UNICAMP, 1995.

FOSSA, J. A. **Matemática, História e Compreensão**. Revista Cocar. Pará, v. 2, n. 4, 2008.

MICOTTI M.C.O**.** O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas**.** São Paulo: UNESP, 1999. p.153-167.

SANTOS, JOSÉ C.; MOTA, B. **História da Matemática: Teoria de Grafos.** 2013. Disponível em: http://www.academia.edu/6342431/Teoria_de_Grafos_-_Hist%C3%B3ria , Acesso em: 07 des. 2018.

SANTOS, J; FRANÇA K; SANTOS L. **Dificuldades na aprendizagem da matemática**. São Paulo, 2007

STAMATO, J.M de A**: A disciplina História da Matemática e a formação do professor de matemática:** dados e circunstâncias de sua implantação na Universidade Estadual Paulista, Campo de Rio Claro, São do Rio Preto e Presidente Prudente, Rio Claro – SP, 2003.

ISSN 2236-4102

ELEMENTOS INICIAIS DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DOS NÚMEROS CONTIDOS NO *TRAITÉ DE GERBERT* (1843)

Suziê Maria de Albuquerque [148]
Ana Carolina Costa Pereira [149]

RESUMO

Este estudo faz parte de uma pesquisa de mestrado Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) que busca aproximações entre a aritmética do século X e o ensino de matemática, por meio do manuseio do ábaco com base nas regras de cálculo contidas no *Traité de Gerbert* (1843). Com vistas a alcançar esse objetivo geral, buscou-se em fase de desenvolvimento identificar elementos históricos na multiplicação e divisão dos números no ábaco com base na composição do referido tratado de maneira que esses achados pudessem repercutir na elaboração de ações no diálogo entre a história e o ensino de matemática. Para tanto, foi realizado um estudo histórico-documental adotando a perspectiva historiográfica atualizada na qual ofereceu subsídios para a escolha do texto, o *Traité de Gerbert,* na versão editada por Chasles (1843b). A partir da escolha do texto, realizou-se a tradução, leitura e interpretação, para ser possível observar elementos constituintes da multiplicação e divisão dos números que se relacionam com o movimento dos dígitos e artículos nas colunas do instrumento ao qual as regras se referem. Além disso, foi perceptível que as regras do tratado analisado não trazem algoritmos, mas o funcionamento das operações, como no caso da divisão que aborda a ideia de quociente determinada por quantas vezes o divisor cabe no dividendo. Dessa maneira, estas reflexões contribuem para a identificação de potencialidades didáticas do uso do instrumento para o ensino de matemática.

Palavras-chave: *Traité de Gerbert*. Ábaco. Multiplicação. Divisão.

[148] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). E-mail: suziealbuquerque@hotmail.com.
[149] Universidade Estadual do Ceará (UECE). E-mail: carolina.pereira@uece.br.

INTRODUÇÃO

Estudos com o intuito de aproximar elementos advindos da história e do ensino de matemática se intensificaram no Brasil nas últimas décadas[150]. Entretanto, Saito (2016) indica que existe carência de materiais históricos acessíveis às necessidades dos educadores matemáticos, ou seja, que possam ser transpostos para a realidade do ensino. A partir disso, o autor propõe a construção de uma interface entre a história e o ensino de matemática fazendo uso de documentos[151] advindos da história e que apresentam elementos potencialmente didáticos.

Assim, há a demanda da compreensão contextual, historiográfica e epistemológica na qual o conhecimento matemático emerge, adotando uma perspectiva historiográfica atualizada[152] (SAITO; DIAS, 2013) a partir do estudo de documentos históricos. A reflexão em torno das dimensões citadas dá suporte à realização do tratamento didático desses recursos advindos da história, desencadeando a produção de materiais didáticos adequados para o ensino.

Nesse sentido, este estudo faz parte de uma pesquisa de mestrado que aborda um texto histórico do século X, o *Traité de Gerbert,* na versão de 1843, na qual contém regras para o uso do ábaco medieval. Com base nesse texto, almeja-se obter subsídios para promover futuras aproximações entre os conhecimentos do passado e o ensino na perspectiva da construção de interface.

Com vistas a alcançar o objetivo da pesquisa maior, buscou-se preliminarmente identificar elementos históricos na multiplicação e divisão dos números no ábaco com base na composição do referido tratado. Para tal, foi realizada uma breve contextualização histórica da obra e sua descrição, emergindo elementos matemáticos nesse processo.

---

150 Baroni, Teixeira e Nobre (2004), D'Ambrósio (1999), Garnica (2012), Miguel e Miorim (2008), Mendes (2010), Miorim (1998), Saito e Dias (2011, 2013), Saito (2016), Nobre (2004, 2008), Saito (2012, 2015), Pereira e Saito (2018a, 2018b), dentre outros.

151 Documentos são "não só livros e tratados, mas também cartas, manuscritos, minutas e outros documentos não só escritos, mas também aqueles da cultura material, tais como instrumentos, monumentos, máquinas, etc." (SAITO, 2015, p. 27).

152 Vide Saito (2015).

ABORDAGEM METODOLÓGICA

O desenvolvimento desta pesquisa se fundamenta nas características de uma pesquisa histórico-documental, pois faz-se uso "[...] de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa" (GIL, 2008, p. 45) quando se propõe explorar o *Traité de Gerbert* adotando o viés histórico. Tendo em vista o intuito de gerar aproximações futuras entre o conhecimento do passado e o ensino de matemática. De fato, o referido estudo teve início com o levantamento de evidências históricas do uso do ábaco por Gerbert.

Para tanto, foi realizada busca em bibliotecas digitais por textos escritos que registrassem essas informações, sendo encontradas versões manuscritas das regras atribuídas a Gerbert para o uso do ábaco em diversas edições, como a *Regulae Gerberti de Divifionibus* [96-?][153], *Regula De Abaco Computi* [96-?], *Tractatus Gerlandi de Abaco* (1100), todas escritas em latim. Além dos manuscritos, versões transcritas, *Regula De Abaco Computi* e *Libellus de Numerorum divisione* em Olleris (1867) e *Traité de Gerbert* em Chasles (1843b).

Dentre os textos mencionados, foi escolhida a versão de Gerbert (1843) por estar traduzida do latim para o francês, otimizando a continuidade da pesquisa com a tradução da mesma para o português. Bem como o estudo da obra na leitura e compreensão das regras de multiplicação e divisão contidas no *Traité de Gerbert* para a identificação de elementos matemáticos em sua composição.

GERBERT DE AURILAC (946-1003) NA DISSEMINAÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS NO SÉCULO X

Na alta idade média, período em que se inclui o século X, no medievo cristão, havia a concentração de atividades intelectuais em torno dos mosteiros católicos, nos quais eram organizados espaços para propagação de ensinamentos. Em grande parte, estes advinham de conhecimentos gregos antigos adquiridos junto aos árabes que

[153] A data de publicação é aproximada para o final do século X, pois não se tem registro da data exata.

tiveram a posse desses materiais após a queda do império romano do ocidente no ano de 476.

Brown (2010) relata a participação da Igreja na preservação desses textos importantes a partir da tradução do árabe para o latim e da produção de cópias com a atuação dos monges copistas. Machado (2010) indica dentre os influenciadores na disseminação desses conhecimentos Gerbert de Aurilac (946-1003), membro do clero católico, que veio a se tornar Papa no ano de 999 com o nome de Silvester II.

Estudioso das artes liberais, especificamente do *quadrivium*[154], Gerbert se dedicou a estudos nessas áreas de conhecimento e no uso de instrumentos como o astrolábio da astronomia, o monocórdio na música e o ábaco na aritmética, como destaca Allen (1992). As informações sobre esses instrumentos são observadas em textos manuscritos antigos em latim do século X que estão disponíveis de forma digital em bibliotecas como a do Vaticano e a Nacional da França, dentre outras.

No século XIX aconteceram algumas iniciativas de organização e análise desses escritos, como a publicação de Olleris (1867) e a de Chasles (1843b). Olleris (1867) se dedicou a esboçar uma biografia de Gerbert e organizar uma coletânea com suas mais diversas contribuições escritas em latim, desde as religiosas a tratados que incluem aritmética, geometria, astronomia e música.

Chasles (1843b), por sua vez, publicou um estudo mais específico com a tradução do texto para o Francês, contendo as regras de multiplicação e divisão dos números no ábaco de Gerbert seguidas de comentários explicativos sobre as mesmas, como será apresentado a seguir.

ELEMENTOS INICIAIS DO *TRAITÉ DE GERBERT* (1843): PRINCÍPIOS DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DOS NÚMEROS

O texto atribuído a Gerbert contendo as regras para o uso do ábaco foi encontrado em algumas versões manuscritas, bem como em transcrições do século XIX. No entanto, a versão de Gerbert (1843) foi escolhida para esta pesquisa por

[154] Conjunto das artes liberais composto pelas áreas da aritmética, astronomia, geometria e música.

oferecer maiores possibilidades de leitura em comparação com as versões que se encontram escritas inteiramente em latim.

Dessa forma, o tratado sobre o uso do ábaco discutido neste trabalho se constitui como um documento histórico escrito por volta do ano de 976 d. C, no Reino da França, com autoria atribuída ao intelectual Gerbert de Aurilac. A tradução das regras de uso do ábaco na versão de Gerbert (1843) publicada nas atas da academia de ciências da França por seu membro Chasles foi nomeada de *Traité de Gerbert*.

O referido texto tem início com a dedicatória ao monge Constantino de Fleury, intitulada "De Gerbert ao seu aluno Constantino" (GERBERT, 1843, p. 296, tradução nossa)[155], revelando a relação entre um aprendiz e seu tutor. Seguindo da exposição de vinte e cinco casos de multiplicação, como relacionados a seguir:

QUADRO 1: Relação dos tipos de multiplicação contidos no *Traité de Gerbert*

Multiplicação[156]	Multiplicação (Adaptação para o português)	Nº de casos
De simplici	Por Unidades	06
De deceno	Por Dezenas	05
De centeno	Por Centenas	04
De milleno	Por Milhares	03
De deceno milleno	Por Dezenas de Milhares	02
De centeno milleno	Por Centenas de Milhares	01

Fonte: Elaborado pelas autoras

Percebe-se uma sequência de ordem na disposição dos tópicos multiplicativos no texto (Quadro 01), havendo aumento progressivo no tamanho dos números a serem multiplicados. De forma detalhada, no interior da obra se tem as seguintes regras:

> Se multiplicarmos um número das unidades por um número das unidades, daremos ao dígito as unidades e o articulo as dezenas; [...] Se multiplicarmos um número das dezenas por um número das dezenas, daremos ao dígito as centenas e o articulo as milhares. (GERBERT, 1843, p. 296, tradução nossa)[157].

[155] "*Constantino suo Gerbert escolasticus*" (GERBERT, 1843, p. 295).

[156] Gerbert (1843, p. 295-297). Vale ressaltar que na versão intitulada *Regula de Abaco Comuputi* transcrita por Olleris (1867), em Gerbert (1867) essa quantidade de casos para a multiplicação é bem maior, totalizando 179 casos.

[157] "*Si multiplicaveris singularem numerum per singularem, dabis unicuique digito singularem et omni articulo decem, directe scilicet et conversim; [...] Si decenum per decenum, dabis unicuique digito centum et omni articulo millium*" (Gerbert, 1843, p. 296). A parte da multiplicação não foi traduzida inteiramente para o francês, portanto se recorreu ao latim.

Nesse trecho aparecem nomenclaturas não usuais na multiplicação atual e que podem ser compreendidas apenas se vistas no seu contexto histórico. Os demais casos são análogos e continuam com a multiplicação de dezenas, centenas e assim por diante, percorrendo os espaços do ábaco.

As regras de multiplicação apesar de trazerem os termos dígitos e artículos se diferem do cálculo digital utilizando as mãos para a representação dos números. A compreensão do que seriam os dígitos e os artículos contidos no *Traité de Gerbert* pode ser percebida na medida em que se movimenta os números nas colunas ordenadas.

Sobre o método de multiplicar e registrar os resultados parciais, no tratado não são expressos maiores detalhes, apenas que os resultados sejam registrados nas colunas indicadas em cada regra. No documento escrito não consta a descrição do ábaco, provavelmente o destinatário do texto conhecia o instrumento e não se fez necessário descrevê-lo.

Entretanto, o uso do ábaco é evidenciado na medida em que as regras contidas são conhecidas, pois estas trazem elementos que indicam a posição dos números no registro dos cálculos em colunas (unidades, dezenas, centenas, unidade de milhares, e assim sucessivamente). Observando-se características do sistema de numeração posicional, semelhante ao utilizado atualmente, mas sem a preocupação de se apresentar uma forma geral para a multiplicação.

A partir da manipulação dos números seguindo as regras propostas, conclui-se que o artículo ocupará a posição mais à esquerda no número enquanto o dígito se localiza a direita do artículo. Sendo assim possível perceber o padrão matemático na operação e gerar a compreensão do algoritmo atual para a multiplicação dos números.

Após a multiplicação no tratado, são apresentadas as regras da divisão dos números que foram traduzidas por Chasles (1843b) do latim para o francês, devido à necessidade de esclarecer tais procedimentos, pois trazem elementos que tonam difícil sua compreensão, tendo em vista a omissão de descrição do instrumento e de suas partes. Esse autor chama essas regras de obscuras, enfatizando que seu entendimento era complicado no contexto do século XIX.

QUADRO 2: Distribuição dos capítulos da divisão contidos no *Traité de Gerbert*

Capítulo	Títulos dos capítulos (Adaptação para o português)[158]
I	Divisão de um número de unidades por um número de unidades, ou um número de dezenas por um número de dezenas, etc.
II	Quantas unidades dividem dezenas, centenas e milhares.
III	Como dividimos centenas ou milhares por dezenas; ou milhares por centenas, etc.
IV	Divida dezenas, centenas, milhares, juntas ou com intervalo, por unidades unidas a dezenas
V	Outra divisão de centenas ou milhares, e além, pelos mesmos divisores
VI	Como dezenas juntaram-se a centenas, ou centenas juntaram-se a mil, dividem centenas, ou milhares, ou além.
VII	Outras divisões, centenas ou milhares ou mais, pelos mesmos divisores, compostos ou simples.
VIII	Como nos dividimos por dois números separados por um lugar vazio.
IX	Como as centenas unidas às unidades dividem milhares e além, e como milhares juntas a dezenas dividem dez mil e mais.
X	Quantas vezes qualquer dividendo contém divisores

Fonte: Gerbert (1843, p. 286-295)

Os capítulos da divisão (Quadro 02) tem início explicando essa operação com a subtração do dividendo pelo divisor, ou seja, quantas vezes cabe o divisor dentro do dividendo, determinando o que será o quociente. No entanto, o autor só irá confirmar isso no último capítulo, como consta no quadro 2.

No decorrer dos capítulos vão surgir outros termos, como números juntos ou com intervalos que remetem a questão da presença ou não da coluna vazia, posteriormente no cálculo escrito representado pelo décimo símbolo arábico, o zero. Sobre este algarismo, Martineau (2014, p. 58) diz que “[...] o zero foi deixado por último porque, em certo sentido, não é realmente um número, apenas uma marca que representa a ausência de um número”. No ábaco o registro desse “vazio” foi simplificado, pelo sistema característico do valor posicional das colunas, bastando deixar a coluna vazia.

[158] Albuquerque e Pereira (2018, p. 6-7) fazem a tradução desses títulos, mas a partir de uma lista explicativa de Chasles (1843b, p. 284-285). No caso, na adaptação para o português apresentada nesta tabela, as autoras buscam os tópicos dos capítulos no corpo do texto de Gerbert (1843, p. 286-295), realizando a tradução do tratado em francês para o português.

Chasles (1843a) menciona ainda dois tipos de divisão propostas por Gerbert (1843) – a divisão com diferença[159] e a divisão sem diferença[160]. Para cada um desses tipos existem procedimentos próprios que requerem além do conhecimento do que seja dígito e artículo, o de denominação, que corresponde ao valor absoluto do número. Percebe-se ainda pelo título de cada capítulo uma gama de conceitos aritméticos envolvidos que podem ser mobilizados a partir do uso do instrumento, seguindo as regras contidas no *Traité de Gerbert*.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O *Traité de Gerbert* traz à tona características e elementos na composição dos números que desconexos do sistema do ábaco poderiam se tornar incompreensíveis, pois remetem à identificação das colunas, da disposição e movimento dos números nesses espaços, precedendo o cálculo escrito.

O texto histórico selecionado tem, por assim se dizer, um sentido de existir, ele foi escrito para ensinar o manuseio do Ábaco que temos intitulado nesta pesquisa de "ábaco de Gerbert" justamente por fazer a aplicação das regras específicas atribuídas a este autor. Dessa maneira, este trabalho contribui no entendimento da aritmética do século X, pois a pesquisa histórica situa, por meio de documentos, o conhecimento produzido em seu tempo.

Por se tratar de uma etapa da pesquisa de mestrado, a partir dessa preliminar poderão ser identificados elementos na manipulação do ábaco evidenciados no texto histórico que possam ser incorporados no ensino. Inicialmente na formação de professores de matemática para posteriores aplicações em salas de aula da educação básica.

[159] Vide Albuquerque e Pereira (2018)
[160] Vide Albuquerque, Pereira e Alves (2018)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, S. M.; PEREIRA, A. C. C. A divisão por unidades pelo método da diferença: uma proposta de uso do ábaco de Gerbert (976). **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 7, n. 2, 2018.

ALBUQUERQUE, S. M.; PEREIRA, A. C. C. ALVES, V. B. Um estudo preliminar sobre o ábaco de Gerbert do século X como recurso didático para o ensino das operações aritméticas. **Revista Espacios**, Caracas, v. 39, n. 18. p. 29, 2018.

ALLEN, R. Gerbert, Pope Silvester II. **The English Historical Review**. vol. 7, n. 28. p. 625-668, 1892

BARONI, Rosa L. S.; TEIXEIRA, Marcos V.; NOBRE, Sergio R. A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, Maria A. V.; BORBA, Marcelo C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

BROWN, D. A. **The abacus and the cross:** the history of the Pope who Brought the light of science to the Dark Ages. New York: Basic Books, 2010.

CHASLES, M. **Histoire de l'arithmétique: développement et détails historiques sur divers points du système de l'abacus**. Paris: Imprimerie de Bachelier, 1843.

_____. Analyse et explication du traité de Gerbert. In: Académie des sciences (France). **Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires**. Gauthier-Villars: Paris, 1843, p. 281 - 285. Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2976b?rk=21459;2#>. Acesso em 16 de janeiro de 2018 às 18h 00min.

D'Ambrósio, U. A História da Matemática: Questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In. Bicudo, M. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**: Concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

GARNICA, Antônio Vicente Marafioti; SOUZA, Luzia Aparecida. **Elementos de História e de Educação Matemática**. São Paulo: Cultura Acadêmica, Unesp, 2012.

GERBERT. Traité de Gerbert. In: Académie des sciences(France). **Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences** / publiés... par MM. les secrétaires. Gauthier-Villars: Paris, 1843, p. 285 - 295. Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2976b?rk=21459;2#>. Acesso em 16 de janeiro de 2018 às 18h 00min.

_____. **Regulae Gerberti de Divifionibus.** Acervo da biblioteca Nacional de Leiden, Codex Latinus, nº 95, 9--?.

_____. **Regula De Abaco Computi**. Biblioteca Apostólica Vaticana, Reg. Lat. 1661, 9--?. Disponível em < https://digi.vatlib.it/view/MSS_Reg.lat.1661>. Acesso em 25 de julho de 2018 às 15h 00min.

_____**. Tractatus Gerlandi de Abaco**. Bibliothèque nationale de France, Département des manuscrits, Latin nº 15119, 1100. Disponível em < http://archivesetmanuscrits. Aceso em 25 de novembro de 2018 às 18h 30min.

GIL, A.C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

MACHADO, C. A. **O Papel da Tradução na Transmissão da Ciência**: o caso do Tetrabiblos de Ptlomeu. Rio de Janeiro: Muad X, 2012.

MARTINEAU, J (Org.). **Quadrivium**: as quatro artes liberais clássicas da aritmética, da geometria, da música e da cosmologia. Tradução de Jussara Trindade de Almeida. São Paulo: É Realizações, 2014.

MENDES, I. A. **A investigação histórica na formação de professores de matemática**. Belém: EdUFPA, 2010.

Miguel, A. & Miorim, M. A. **História na educação matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2008.

Miorim, M. A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo, SP: Atual, 1998.

NOBRE, S. **Leitura e escrita da história: reflexões sobre a história da matemática**. Ciência e Educação, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004.

_____. **Tendências metodológicas no ensino de matemática**. Belém: EdUFPA, 2008.

OLLERIS, A. **Oeuvers de Gerbert Pape sous le nom de Sylvestre II**: collationnées sur les manuscrits. Paris: LIBR.-ÉDITEU, 1867.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. In: Seminário Cearense de História da Matemática, 3., 2018, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: Eduece, 2018. p. 1 - 12.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Algumas breves considerações sobre o radius astronomicus na interface entre história e ensino de matemática. In: SEMINÁRIO DE ESCRITAS E LEITURAS EM EDUCAÇÃO, 5., 2018, Fortaleza. **Anais do V Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática**. Fortaleza: Eduece, 2018. p. 1 - 10.

SAITO, F. História e Ensino de Matemática: construindo interfaces. In: SALAZAR, Jesús Flores; GUERRA, Francisco Ugarte (Org.). **Investigaciones en Educación Matemática**. 1ed. Perú: Fondo Editorial PUCP, 2016. p. 253-291.

_____. **História da matemática e suas (re) construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

_____. History of mathematics and history os Science: some remarks concerning contextual framework. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 14, n.3, p. 363-385, 2012.

SAITO, F.; DIAS, M. Interface entre história da matemática e ensino: Uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, São Paulo, v. 19, n. 1, p.89-111, 2013.

_____. SAITO, F.; DIAS, M. S. **História da matemática para professores:** Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011. 63 p.



ISSN 2236-4102

ESTUDOS SOBRE A ARTICULAÇÃO ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA A PARTIR DE TEXTOS ORIGINAIS: o critério da escolha do material

Isabelle Coelho da Silva [161]
Ana Carolina Costa Pereira [162]

RESUMO

As discussões referentes à articulação entre história e ensino de matemática, evidenciam a necessidade de se refletir sobre o uso de textos originais em sala de aula. Esses são partes escritas de documentos históricos, e que vêm sendo amplamente utilizados em pesquisas na área. Dessa forma, esse artigo objetiva apresentar alguns resultados sobre os critérios para a escolha do texto original para articular história e ensino de matemática. Para isso, foram selecionadas teses e dissertações de três diferentes programas de pós-graduação, nos último dez anos, que visassem articular história e ensino de matemática através de textos originais. Assim, utilizou-se uma pesquisa documental e uma análise de conteúdo para investigar os estudos que tratassem do tema em questão. Como resultado, foi constatado que apenas seis das 11 pesquisas analisadas apresentavam algum critério para a escolha do original. Entretanto, também foi visto que não se encontram explicações do por que desses materiais serem adequados para a inserção em sala de aula. Portanto, ainda é necessário que os estudiosos reflitam sobre a adequação de determinados originais no ensino, além de outros critérios relevantes.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. História. Critério para o uso de Textos originais. Escolha do material.

[161] Universidade Estadual do Ceará (UECE). isabellecoelhods@gmail.com.
[162] Universidade Estadual do Ceará (UECE). carolina.pereira@uece.br.

INTRODUÇÃO

Os trabalhos que abordam as possíveis foram de articular história e ensino de matemática estão em crescente número de publicações, como pode-se ver por Fried (2001), Gomes e Rodrigues (2014) e Albuquerque *et al.* (2018). Essa relevância impulsiona o desejo de diversos pesquisadores em utilizar textos históricos originais em sala de aula.

Esses materiais são excertos escritos de documentos originais que, de acordo com Saito (2015, p. 17),

> [...] fazem parte desse conjunto de documentos não só livros e tratados, mas também cartas, manuscritos, minutas e outros documentos não só escritos, mas também aqueles da cultura material, tais como instrumentos, monumentos, máquinas etc.

A inserção de tudo isso em sala de aula vem sendo abordado por alguns estudiosos que tratam da história da matemática, por exemplo Albuquerque *et al.* (2018). Entretanto, os materiais escritos, ou textos originais, vêm ganhando destaque, pois, em geral, os outros tipos precisam do apoio do documento e não é possível lê-lo e utilizá-lo por completo em uma pesquisa.

Então, a preocupação com o uso desse material também tem sido discutida. Um exemplo é o estudo de Morey (2013) que busca o que é escrito internacionalmente sobre o assunto, a fim de encontrar os argumentos que têm sido feitos para justificar essa utilização.

Assim, esse artigo é um recorte de uma pesquisa de mestrado que buscava analisar os critérios para o uso de textos originais em sala de aula, em que focamos na escolha do material, o primeiro que foi necessário investigar.

Dessa forma, nesse estudo, busca-se apresentar alguns resultados sobre os critérios para a escolha do texto original para articular história e ensino de matemática.

A maioria das pesquisas nesse tema estão dentro de publicações que estudam o uso da história e sua articulação com a educação matemática, tais como Fauvel e Maanen (2000), Saito e Dias (2013), Matthews (2014), etc. Além desses autores, Jahnke *et al.* (2000, p. 291, tradução nossa) afirma que

> [...] o estudo de documentos originais é a forma mais ambiciosa de como a história pode ser integrada no ensino da matemática, mas também uma das mais gratificantes para os estudantes tanto na escola como nas instituições de formação de professores.[163]

Entretanto, essa seria a forma mais exigente e que mais consumiria tempo. Portanto, para o professor, que muitas vezes conta com um programa cheio de conteúdos para o período letivo, não seria o recurso mais fácil de se utilizar. Contudo, os benefícios somados seriam mais significativos, pois a leitura de um documento original pode ser recompensador e pode promover um aprofundamento substancial da compreensão matemática (JAHNKE *et al.*, 2000).

Nesse sentido, esse tipo de leitura pode apoiar algumas ideias específicas citadas por Furinghetti, Jahnke e Maanen (2006), por exemplo: promover uma visão da matemática como uma atividade intelectual, ao invés de um corpo de conhecimento ou conjunto de técnicas; tornar aquilo que já é familiar, desconhecido, ou seja, reorientar a visão do leitor para aprofundar seu conhecimento matemático; relembrar o estudante que os conhecimentos matemáticos foram inventados, promovendo a sua manipulação através da reflexão sobre a sua construção; permitir a alocação do desenvolvimento da matemática em determinadas épocas, sociedades e contexto; promover uma atividade focada no desenvolvimento da construção do conhecimento, não apenas no resultado final.

Dentre as citadas anteriormente destaca-se a última, pois um dos benefícios dos recursos oferecidos pela história articulada ao ensino é exatamente a reflexão

[163] The study of original sources is the most ambitious of ways in which history might be integrated into the teaching of mathematics, but also one of the most rewarding for students both at school and at teacher training institutions (JAHNKE et al., 2000, p. 291).

sobre o processo da construção do conhecimento matemático. Assim, através do documento primário pode-se produzir atividades para mobilizar diversos conceitos, sem objetivar apenas a sua resolução final.

FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS

Esse estudo trata-se de uma pesquisa documental, pois tem como objeto de investigação o documento, que, nesse caso, são materiais escritos (SÁ-SILVA; ALMEIDA; GUINDANI, 2009). Assim, foram levantadas dissertações e teses defendidas em três programas de pós-graduação, sendo um em Educação Matemática, um em Educação e um em História da Ciência nos últimos 10 anos, ou seja, entre 2008 e 2017[164]. É necessário salientar que este estudo não é uma crítica aos trabalhos feitos na área, mas uma releitura de métodos que já foram utilizados a partir de uma perspectiva historiográfica mais atualizada.

Assim, a partir de parâmetros preliminarmente estabelecidos, foram selecionados onze estudos que trataram do uso de textos originais para articular história e ensino de matemática[165]. Posteriormente, para investigar as informações coletadas, foi escolhida a metodologia da análise de conteúdo de Bardin (1977), para categorizar e organizar a partir dos critérios previamente elencados.

ANÁLISE DE RESULTADOS: O critério da escolha do material

O primeiro critério levado em consideração para o estudo de um original relacionava-se à escolha do material, pois é necessário saber as justificavas para a seleção de originais para o ensino de matemática. O quadro 1 mostra o que foi encontrado nessa parte da análise.

[164] Devido ao levantamento dessas teses e dissertações ter sido concluído em 2018, preferiu-se não incluir os trabalhos defendidos nesse ano.

[165] A relação completa e outras informações das teses e dissertações selecionadas pode ser encontrada em Silva (2018).

Quadro 1 – Critério da escolha do material

Autoria	NÚCLEOS DE SENTIDO	PARTES EXTRAÍDAS DOS TEXTOS
Martines (2009)	Assunto abordado na Educação Básica. Conteúdo presente em pesquisas realizadas por matemáticos. Texto original que dá início a pesquisas na área. Obras que contribuíram para a evolução do conceito.	"A característica de Euler foi escolhida como tema dessa dissertação por ser assunto do Ensino Médio e também de pesquisas científicas realizadas por matemáticos, os quais usam suas generalizações nas áreas de Topologia Algébrica e Topologia Diferencial." (resumo). "Iniciaremos com o trabalho de Euler sobre as pontes de Königsberg, pois é com ele que se dá início as pesquisas neste ramo científico da Matemática." (resumo). "Também iremos trabalhar com as obras de Cauchy e Lhuilier que contribuíram enormemente com a evolução da propriedade citada por Euler." (resumo).
Oliveira (2015)	Uso do documento original como material de formação. Organização semelhante à de um livro didático.	"Creio que a *Aritmética da Emília* (1935), bem como muitas outras obras de lobato, se encaixariam numa outra classificação de romance de formação: o romance didático-pedagógico." (p. 102). "[...] a organização do livro se assemelha a um livro didático de aritmética. Ele é divido em 19 capítulos: 1º A idéia do Visconde; 2º Os artistas da Aritmética; 3º Mais artistas da Aritmética; 4º Manobra dos números; 5º Acrobacias dos artistas arábicos; 6º A primeira reinação; 7º A segunda reinação; 8º A terceira reinação; 9º Quindim e Emília; 10º A Reinação da igualdade; 11º As Frações; 12º Mínimo Múltiplo; 13º Somar Frações; 14º Subtrair Frações; 15º Multiplicar Frações; 16º Dividir Frações; 17º Os Decimais; 18º As Medidas; 19º Números Complexos." (p. 118).
Sousa (2015)	Traz contribuições para o estudo de definições em matemática. Contém aspectos históricos a fim do desenvolvimento de atividades a partir da história da	"[...] utilizamos duas obras matemáticas, datadas de 1965 e 1966, do autor Malba Tahan, intituladas *O problema das definições em Matemática* e *A Lógica na Matemática*, respectivamente que trazem contribuições significativas ao estudo das

	matemática.	definições em Matemática.” (p. 39). “[...] o presente estudo, vinculado à linha de pesquisa Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGED/UFRN), tem como objetivo geral o desenvolvimento de atividades construtivistas, informadas pela História da Matemática (FOSSA, 1995), para promover a compreensão relacional (SKEMP, 1976) das definições matemáticas. As atividades foram organizadas ao longo de princípios construtivistas com aspecto histórico fornecido, principalmente, a partir das obras *O problema das definições em Matemática* (1965) e *A Lógica na Matemática* (1996), por Júlio Cesar de Melo e Souza, cujo pseudônimo era Malba Tahan.” (resumo).
Dias (2014)	Fonte de conhecimento matemático. Diversidade de aplicações contidas no documento original.	“A tese que defendemos é que o estudo histórico da obra *Tratado sobre o Triângulo Aritmético*, através de atividades didáticas, é uma fonte de compreensão relacional dos conceitos matemáticos envolvidos.” (p. 14) “A quantidade de aplicações que o *Tratado sobre o Triângulo Aritmético* traz, as indicações dos PCN de como esses conteúdos devem ser trabalhados na sala de aula e a ausência de trabalhos nessa temática endossam a nossa tese de que trabalhar com o *Tratado de Pascal*.” (p. 20).
Pereira (2014)	Texto original com o objetivo de ensinar. Potencial do uso de obras históricas como recurso pedagógico.	“Três séculos nos separam é bem verdade. Todavia, há no mínimo um objetivo, uma ligação entre nós que servirá de ponto de partida que é ato de ensinar. Uma ação definida aqui como atemporal que ajudará na travessia do tempo e do espaço carregando consigo todos os riscos assumidos desde a primavera de 2012.” (p. 252). “[...] até atingir o seu potencial como recurso pedagógico e o uso de obras históricas como fonte de estudos e apoio na elaboração de atividades didáticas

		para o ensino de matemática acompanhadas de sugestões de inclusão das mesmas na Educação Básica e em cursos de formação de professores a partir de atividades para o ensino de matemática, a partir de sugestões curriculares oriundas dos PCN de matemática e no uso da história.” (p. 17-18).
Oliveira (2009)	Conhecimento sobre o tema estudado. Desenvolvimento de habilidades e competências.	Por isso, foi preciso uma seleção cuidadosa desses artefatos, de modo que eles permitissem um conhecimento ampliado do tema em estudo, bem como o desenvolvimento de competências e habilidades essenciais no fazer pedagógico. (p. 108).

Fonte: Elaborado pela autora.

A dissertação de Martines (2009) indica que o critério para escolha do seu material foi o fato do conteúdo abordado ser assunto do ensino médio e por estar presente em pesquisas. O texto de Sousa (2015) indica que a escolha do material foi devido ao seu conteúdo poder ser utilizado para suscitar discussões a respeito das definições matemáticas. O documento de Dias (2014) indica que a escolha do material se deu pelo seu potencial como fonte de conhecimentos, além da existência de poucos trabalhos publicados sobre ele.

Essas seleções indicam que o principal critério para a escolha do documento original no qual estão os textos a serem inseridos em sala de aula é a sua relação com os conteúdos e conceitos. Dessa forma, esse material poderá ser utilizado como fonte de conhecimentos ou para suscitar discussões.

Além disso, as evidências destacadas dessas teses e dissertações indicam que as pesquisas já realizadas na área também influenciam a designação do material a ser utilizado, seja pelo conteúdo ser tema de publicações ou por haver poucos estudos disponíveis sobre o documento original em questão.

A tese de Oliveira (2015) deixa a entender que o texto foi escolhido por ter a organização de seu conteúdo semelhante à de um livro didático de aritmética, além de ser uma obra de formação, reunindo e confrontando características filosóficas e

pedagógicas da época. Entretanto, essa escolha não é clara em seu texto. Do mesmo modo, o documento de Pereira (2014) pressupõe que seu material foi escolhido devido a ser um texto voltado para o ensino, apresentando um potencial pedagógico para diversos conceitos. Além desses, o texto de Oliveira (2009) também relaciona o uso do original para o conhecimento do tema estudo e desenvolvimento de habilidades e competências em sala de aula.

Portanto, outro critério para a seleção dos documentos originais seria sua relação com questões de ensino, em que essas obras estariam voltadas para a formação do aluno por ter potenciais pedagógicos para conceitos atuais ou por reunirem características filosóficas e também pedagógicas da época.

Essas escolhas relacionam-se com alguns dos referenciais teóricos desse estudo, como Saito e Dias (2013), que propôs o estudo de um texto original e apontou que a escolha do material deu-se devido, principalmente, ao envolvimento com conteúdos matemáticos, permitindo o desenvolvimento do conceito e a apreensão da produção do conhecimento.

Ao contrário desses, outros textos não mostram terem tido algum critério para a escolha do material, sendo esses selecionados por conterem um conteúdo especifico que se queria trabalhar, ou apenas indicado por seu orientador, conforme pode ser visto a seguir.

A tese de Luchetta (2017) não indica critérios para a escolha dos materiais, pois a mesma mostra ter sido realizada apenas por conter conceitos de series infinitas, ou seja, a mesma partiu de um conteúdo que queria ministrar e procurou algum texto que falasse sobre ele, conforme pode-se ver na seguinte evidencia.

> Nosso objetivo foi analisar e evidenciar os diferentes modos de produção de significados e conhecimentos para o objeto matemático séries infinitas na obra supra citada tomando como fundamentação teórica e metodológica o Modelo dos Campos Semânticos. (LUCHETTA, 2017, resumo).

O texto de Menino (2003) também não apresenta critérios para a escolha do material original, o que demonstra ser feita a partir da necessidade de estudos de problemas que envolvessem o dominó, que é o material principal em sua tese, como tem-se a seguir.

> Até este ponto do nosso trabalho foi tratada matematicamente a própria constituição das peças do Dominó. Daqui para frente, apontaremos para problemas usando essas peças. (MENINO, 2003, p. 135).

O documento de Lopes (2017) não apresenta critérios para a escolha do material, sendo a sua seleção realizada a partir da indicação de seu orientador por conter o problema da quadratura do círculo, que é seu objetivo de estudo. No trecho seguinte, a autora explica sua posição.

> Em uma sessão de orientação, o professor Iran Abreu Mendes, orientador desta tese, sugeriu que investigasse um livro de John Wallis (1616-1703), publicado em 1656, intitulado *Arithmetica Infinitorum*, que abordava o problema da quadratura do círculo. (LOPES, 2017, p. 15).

A tese de Mendes (2010) também mostra ter partido do conteúdo que gostaria de estudar para escolher o seu material. Embora as discussões sobre o texto original sejam pertinentes, não são evidenciados critérios para essa seleção, como pode-se ver a seguir.

> Outra ocasião que se nos apresentou como propícia para obtermos contribuições para nossa análise, foi quando recebemos convite do professor Dr. Iran Abreu Mendes para desenvolvermos algumas atividades sobre a construção de tabelas trigonométricas com alunos do curso de licenciatura em Matemática da UFRN, na turma da disciplina Tópicos da História da Matemática que estava sob sua responsabilidade no segundo semestre de 2007. (MENDES, 2010, p. 49).

No mesmo sentido, Quaresma (2009) também não mostra quais os critérios que elencou para escolher os textos originais para seus estudos, indicando apenas partir do conteúdo objetivado e da bibliografia que já trabalhada na ementa do curso de graduação em que estava aplicando, conforme pode ser visto a seguir.

> Para alcançar esse objetivo, trabalhamos com livros originais como os de: Lagrange (1771), Abel (1826), Galois (1897) e Gauss (1966) e de textos mais recentes, e não menos importantes, de Cayley (1889), Jordan (1957); além dos textos de história da Matemática de Wussing (1984) e van der Waerden (1985). (QUARESMA, 2009, p. 15-16).
> Para obter os dados referentes nesta etapa utilizamos os programas e a bibliografia adotada pelos professores de Álgebra da UFPA e da UFRN, pois, são as universidades das regiões Norte-Nordeste com as quais estamos diretamente envolvidos, como professor (UFPA) e como doutorando (UFRN). (QUARESMA, 2009, p.19).

Portanto, mesmo com alguns desses pesquisadores mostrando alguns critérios para a seleção dos textos originais utilizados, não ficou claro por que esses materiais são adequados para serem inseridos em sala de aula. Assim, ainda fica o questionamento: qualquer texto original pode ser inserido no ensino de matemática?

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso de textos originais na articulação entre história e ensino de matemática requer bastante dedicação e tempo do professor que deseja adentrar nesse estudo. Isso acontece devido a leitura de documento histórico não ser uma tarefa fácil, necessitando de saberes que vão além do conhecimento do material em si.

Portanto, a seleção desse material precisa ser levada em consideração, sendo o motivo pelo qual essa escolha foi tomada como um dos critérios para o uso de textos originais em aulas de matemática.

Os resultados da pesquisa mostraram que as teses e dissertações coletadas não trazem critérios explícitos na escolha do material para o uso em sala de aula. Isso mostra a relevância dessa temática para os pesquisadores da área, a fim de que os documentos originais não sejam aleatoriamente escolhidos, sem uma reflexão sobre o seu impacto no ensino.

Por fim, é necessário relembrar que este é apenas um recorte de um estudo desenvolvido a nível de mestrado. Portanto, ainda é necessária uma discussão de outros critérios para o uso de textos originais na articulação entre história e ensino de matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, Suziê Maria et al. Pesquisas envolvendo instrumentos históricos matemáticos e a interface entre história e ensino: uma visão dos trabalhos desenvolvidos no GPEHM. **BoEM**, Joinville, v. 6, n. 12, p.128-144, dez. 2018. Disponível em:

<http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/13367/9657>. Acesso em: 01 jan. 2019.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70 Ltda, 1977.

DIAS, Graciana Ferreira. **A história da matemática como metodologia de ensino:** um estudo a partir do Tratado Sobre o Triângulo Aritmético de Blaise Pascal. 2014. 191 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

FAUVEL, John; MAANEN, Jan van (Ed.). **History in mathematics education:** the ICMI study. 6. ed. New York/Boston/Dordrecht/London/Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002. 437 p.

FRIED, Michael N. Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? **Science & Education**, Holanda, v. 10, n. 4, p.391-408, jul. 2001.

FURINGHETTI, Fulvia; JAHNKE, Hans Neals; MAANEN, Jan van. **Mini-workshop on studying original sources in mathematics education.** Oberwolfach Reports 3(2), 2006. p. 1285–1318.

GOMES, Thiago de Azevedo; RODRIGUES, Chang Kuo. A evolução das tendências da educação matemática e o enfoque da história da matemática no ensino. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Rio de Janeiro, v. 4, n. 3, p.57-67, set/dez. 2014. Disponível em: <http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/viewFile/2687/1264>. Acesso em: 10 fev. 2016.

JAHNKE, Hans Niels et al. The use of original sources in the mathematics classroom. In: FAUVEL, John; MAANEN, Jan van. (eds). **History in mathematics education:** the ICMI study. 6. ed. New York/Boston/Dordrecht/London/Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002. Cap. 9. p. 291-328.

LOPES, Gabriela Lucheze de Oliveira. **A criatividade matemática de John Wallis na obra Arithmetica Infinitorum:** contribuições para ensino de cálculo diferencial e integral na licenciatura em matemática. 2017. 197 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2017.

LUCHETTA, Valéria Ostete Jannis. **Uma possível produção de significados para as séries no livro Elementos de Álgebra de Leonhard Euler**. 2017. 244 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2017.

MARTINES, Mônica de Cássia Siqueira. **Algumas observações sobre a características de Euler:** uma introdução de elementos da história da matemática no ensino médio. 2009. 119 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

MATTHEWS, Michael R. (Ed.). **International Handbook of Research in History, Philosophy and Science Teaching**. Dordrecht: Springer, 2014.

MENDES, Maria José de Freitas. **Possibilidades de exploração da história da ciência na formação do professor de matemática:** mobilizando saberes a partir da obra de Nicolau Copérnico De Revolutionibus Orbium Coelestium. 2010. 193 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

MENINO, Fernanda dos Santos. **Resolução de problemas no cenário da matemática discreta**. 2013. 289 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013.

MOREY, Bernadete Basbosa. Fontes Históricas nas salas de aula de matemática: O que dizem os estudos internacionais. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 13, n. 26, p.73-83, 2013. Disponível em: <http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM - vol.13, no26/RBHM - Vol13, no26 - 2013.pdf#page=75>. Acesso em: 05 fev. 2017.

OLIVEIRA, Adriel Gonçalves de. **Memórias das aritméticas da Emília:** o ensino de aritmética entre 1920 e 1940. 2015. 201 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.

OLIVEIRA, Rosalba Lopes de. **Ensino de matemática, história da matemática e artefatos:** Possibilidade de interligar saberes em cursos de formação de professores da Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental. 2009. 217 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2009.

PEREIRA, Daniele Esteves. **Correspondências científicas como uma relação didática entre história e ensino de matemática:** o exemplo das cartas de Euler a uma princesa da Alemanha. 2014. 280 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

QUARESMA, João Cláudio Brandemberg. **Uma análise histórico-epistemológica do conceito de grupo.** 2009. 188 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2009.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Ed. Livraria da Física/SBHMat, 2015. [ISBN: 978-85-7861-372-3]

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre História da Matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência e Educação**, v.19, no1, p. 89-111, 2013.

SÁ-SILVA, Jackson Ronie; ALMEIDA, Cristóvão Domingos de; GUINDANI, Joel Felipe. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História & Ciências Sociais**, Santa Vitória do Palmar, v. 1, n. 1, p.1-15, jul. 2009. Disponível em: <https://www.rbhcs.com/rbhcs/article/viewFile/6/pdf>. Acesso em: 30 jul. 2018.

SILVA, Isabelle Coelho da. **Um estudo da incorporação de textos originais para a educação matemática:** buscando critérios na articulação entre história e ensino. 2018. 92 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018.

SOUSA, Enne Karol Venancio de. **Um estudo sobre a compreensão das definições matemáticas no curso de licenciatura em matemática**. 2015. 175 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação, Universidade Federal do Rio Grande Norte, Natal, 2015.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

FUNÇÃO: UMA RECONSTRUÇÃO HISTÓRICA DO CONCEITO

Edna Machado da Silva [166]
Denis do Socorro Pinheiro Miranda [167]
Natanael Freitas Cabral [168]

RESUMO

Este artigo é resultado de uma pesquisa qualitativa e bibliográfica que teve como objetivo apresentar uma evolução histórica do conceito de função desde a antiguidade até a atualidade, visando contribuir à formação de professores, tanto inicial quanto continuada. Para balizar o desenvolvimento da pesquisa considerou-se: Como a história da matemática pode ajudar professores de matemática a superem obstáculos epistemológicos no ensino do conceito de função? Para tanto, buscou-se destacar da linha do tempo da construção do conceito de função, oito personagens que se destacaram, sob a ótica de nossa metodologia, quanto aos avanços ou superação de obstáculos que possibilitaram a inserção de novos elementos ao campo conceitual desse conceito, sejam eles em termos de invariantes e/ou representações em cada nova situação que motivou esses personagens à constituição de sua ideia de função. Os resultados apontam uma considerada quantidade de elementos que constituíram o campo conceitual a respeito de função ao longo da história, elementos que podem contribuir de maneira significativa para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem, ou seja, que os professores de matemática a partir do entendimento da evolução desse conceito possam contornar os obstáculos atuais, bem como explorar formas diversificadas de aplicar e representar função.

Palavras-chave: Matemática. História da Matemática. Ensino de Matemática. Função.

[166] Universidade do Estado do Pará (UEPA). edna.yris.zeus@gmail.com
[167] Universidade do Estado do Pará (UEPA). dspmiranda78@gmail.com
[168] Universidade do Estado do Pará (UEPA). natanfc61@yahoo.com.br

INTRODUÇÃO

O que foi produzido em termos de conhecimento por nossos antepassados constituem o que hoje nos parece pronto e acabado, mas a investigação de como e para que as coisas foram pensadas e criadas revelam a genialidade humana e sua capacidade de evoluir através do surgimento de cada novo desafio, nos fazendo compreender e refletir sobre a realidade.

No ensino de matemática, o estudo das origens dos conceitos hoje já formalizados tem sua fundamentação elucidada através das pesquisas em História da Matemática. Tais pesquisas constituem elementos facilitadores nos processos de ensino e aprendizagem de matemática.

Segundo Brasil (1998), a utilização da História da Matemática pode desenvolver nos estudantes atitudes e valores favoráveis diante do conhecimento matemático, levando-os a relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade, transcendendo a relação social, pois ilustra também o desenvolvimento e a evolução dos conceitos e, como afirma Chaquiam (2017, p. 13), “numa ordem bem diferente daquela apresentada após o processo de formalização”.

Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa qualitativa de análise bibliográfica com o objetivo de analisar uma evolução histórica do conceito de função desde a antiguidade até a atualidade, visando contribuir à formação de professores, a partir das contribuições de cada personagem que agregou novos elementos ao campo conceitual de função.

Neste sentido nossa questão investigativa é: *Como a história da matemática pode ajudar professores de matemática a superem obstáculos epistemológicos no ensino do conceito de função?*

A partir de nossos aportes teóricos e metodológicos construímos uma evolução histórica mais detalhada da ideia de função, de modo a evidenciar os avanços e retrocessos, bem como os obstáculos superados por cada personagem que marcou significativamente cada passo.

Nossa cronologia se baseará na construção do campo conceitual de função, inspirada na teoria de Vergnaud, na teoria dos obstáculos epistemológicos de

Barchelard. Faremos discussões a cada nova situação, invariante e representação agregada por cada personagem, para compreender a cada desafio superado como se dão os obstáculos de aprendizagem no estudo de funções, colaborando assim com a formação de professores de matemática.

APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Faz-se necessário esclarecer que um conceito não se resume a sua definição, mas a um conjunto de invariantes, situações e representações que tornam esse conceito significativo ao indivíduo. Essa é a ideia de campo conceitual definida por VERGNAUD. Oliveira (1997) sintetiza essa ideia afirmando que um conceito

> é constituído a partir de três elementos: a) conjunto de situações que tornam o conceito significativo; b) conjunto de invariantes, que podem ser reconhecidas e usadas pelo indivíduo para entender as situações; c) conjunto de representações simbólicas, que servem para representar as situações e ajudar a resolver problemas (OLIVEIRA, 1997, p. 8).

Faremos nossas discussões para cada personagem eleito de nossa linha tempo acerca dos obstáculos e avanços para a construção do conceito de função, na perspectiva do campo conceitual de função, isto é, invariantes, situações e representações que cada sujeito utilizou para constituir e formular sua ideia de função.

Para que cada elemento novo de um campo conceitual seja agregado foi necessário superar obstáculos epistemológicos explicados por Gaston Bachelard, que em sua teoria buscou esclarecer que durante o processo de aprendizagem os professores devem estar atentos para que os obstáculos epistemológicos não estejam presentes na sua forma de ensinar, e ter um olhar especial também nos recursos didáticos utilizados em sala de aula que impeçam a formação do espírito científico ou até mesmo o seu retrocesso (Trindade, Nagashima e Andrade, 2017, p. 5).

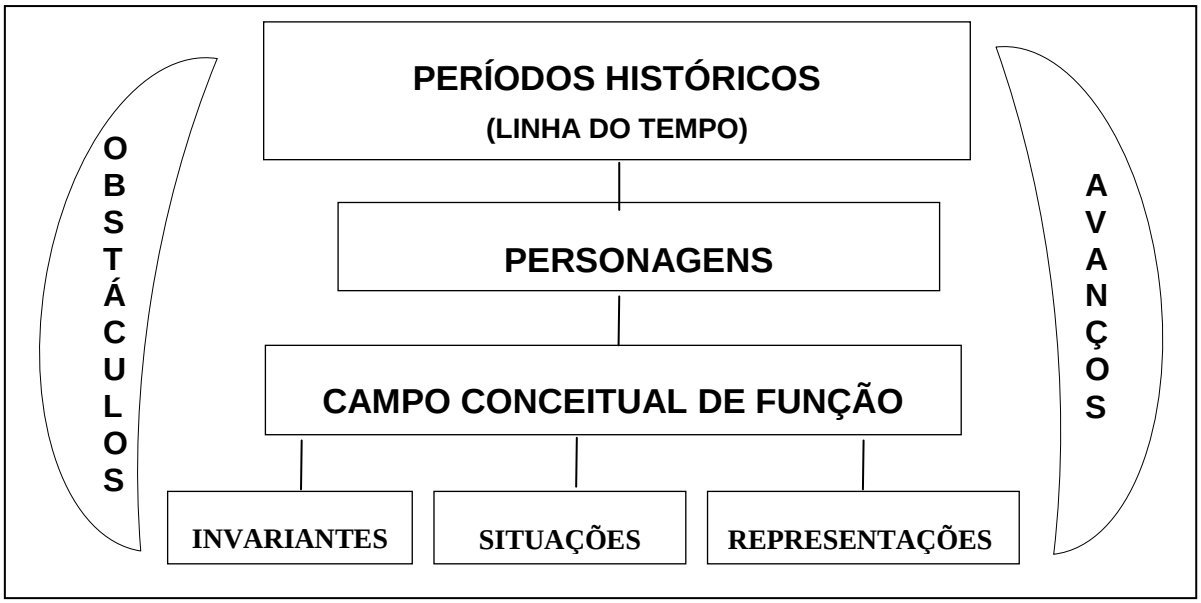
Acreditamos na História da matemática como recurso didático para ajudar professores a superarem possíveis obstáculos epistemológicos em sua formação, auxiliando na percepção crítica de que:

> O movimento de abstração e generalização crescentes porque passam muitos conceitos e teorias em matemática não se deve, exclusivamente, a razões de ordem lógica, mas à interferência de outros discursos na constituição e no desenvolvimento do discurso matemático. (MIGUEL e BRITO, 1996, p. 4 apud CHAQUIAM, 2017, p. 17)

Nesse sentido, nossa abordagem esclarecerá aos professores como superar seus próprios obstáculos de aprendizagem, a partir dos desafios que cada personagem superou ao longo da história da construção do conceito de função.

Para fazer a discussão que pretendemos, a respeito da construção do conceito de função, nossas análises serão entorno dos obstáculos e avanços que ocorreram durante o processo de evolução do conceito de função do ponto de vista de alguns personagens no decorrer da linha do tempo em que o campo conceitual de função se constituiu como ilustramos na Figura 1.

FIGURA 1: DIAGRAMA METODOLÓGICO



Fonte: Elaborado pelos autores (2018).

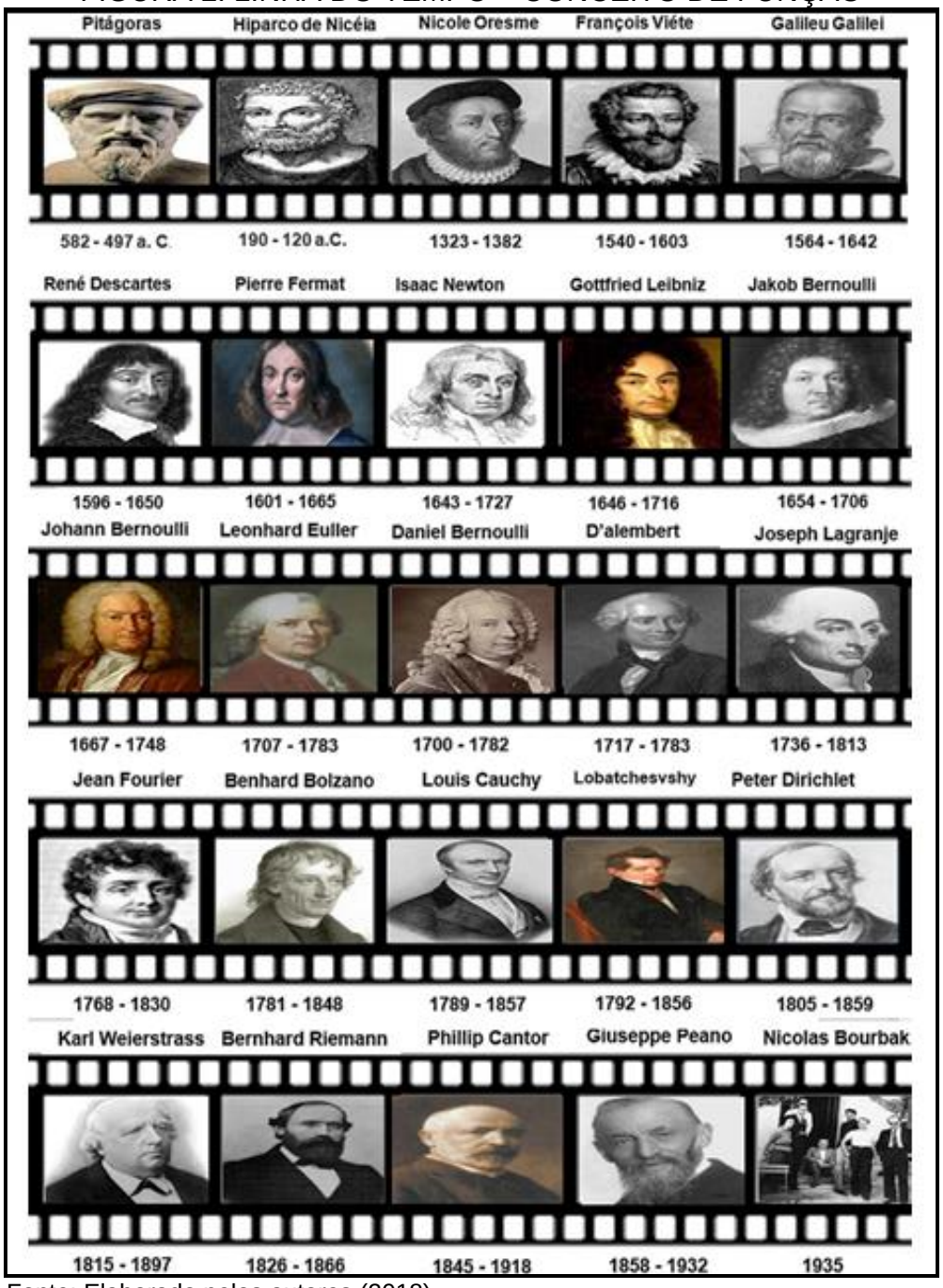
A Figura 1 sintetiza a estrutura metodológica de nossa pesquisa e será o subsídio para fundamentação de nossa discussão.

As evidências da aplicação do comportamento funcional datam desde muito antes de Cristo. Cerca de 2000 a. C. mesopotâmios e babilônios usavam tábuas para registrar cálculos em tabelas para resolução de problemas do cotidiano.

Faremos nossas discussões situando tais sujeitos na linha do tempo dessa construção, ilustrada na Figura 2, e nos seguintes períodos históricos: a) Antiguidade:

Datada entre o desenvolvimento da escrita em 4000 a. C. e a queda o império romano em 476 d. C; b) Idade Média: Data de 476 até a tomada de Constantinopla pelos turcos otomanos em 1453; c) Período Moderno: Inicia em 1453 e vai até 1789 com a revolução francesa; d) Período Contemporâneo: Começa em 1789 e segue até o presente momento histórico.

FIGURA 2: LINHA DO TEMPO – CONCEITO DE FUNÇÃO



Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

A seguir destacaremos oito dos personagens que deram contribuições marcantes para a construção do conceito de função: Pitágoras, Oresme, Galilei, Viète, Leibniz, Euler, Dirichlet e Bourbaki.

FUNÇÃO: uma obra de muitas mãos

Existe um provérbio português que diz: "*muitas mãos tornam uma obra leve*". Verdade ou não, o fato é que o conceito de função teve uma construção milenar e altamente colaborativa, ainda que a cooperação não tenha sido intencional muitos personagens labutaram nessa construção.

Vamos elencar alguns personagens, que na perspectiva de nossa pesquisa, se destacaram, acrescentando um novo elemento à construção do campo conceitual de função. Para tanto ao longo da descrição dos fatos representaremos os elementos desse campo conceitual por (I) invariantes, (S) situações e (R) representações.

Antiguidade

Sobre o conceito de função "*não há uma data específica que marca sua origem, mas há indícios de que, em época bem remota, o homem já relacionava uma determinada situação do cotidiano por meio dos dedos e de pedras*" (DARRONQUI e TRIVIZOLI 2014, p. 4). No entanto, precisamos de um ponto de partida para nossas discussões, por isso iniciaremos do momento da história em que se podia evidenciar elementos do campo conceitual de função.

Nossa investigação aponta que a gênese do conceito de função se deu entre os mesopotâmios (2500 a. C.) e babilônios (2000 a. C.), quando as primeiras noções de relações entre variáveis (I) surgiram expressas em tabelas (R) com duas colunas, registradas em tabletes ou tábuas de argila. Para Alvarenga, Barbosa e Ferreira (2014, p.163) essas tábuas expressavam situações de caráter prático do dia-a-dia sobre práticas de comércio e conhecimentos de geometria (S).

- Pitágoras (542-497 a. C.) – Ainda na antiguidade, mais precisamente Grécia antiga, damos destaque a nosso primeiro personagem alvo de nossas discussões, Pitágoras de Samos, fundador da escola Pitagórica de Crotana. Pitágoras ao elaborar um experimento (R), que consistia em uma corda de extremidades fixas, contribuiu para o desenvolvimento da ideia função, através das invariantes proporcionalidade (I) e interdependência (I) entre diferentes variáveis (I) físicas, uma vez que nesse experimento ao relacionar intervalos musicais com razões numéricas do comprimento da corda (S). (Maciel e Bolema, 2014, p. 166)

Nesse experimento, Pitágoras apresentou a interdependência entre número, espaço e harmonia. Isso exemplifica a superação do obstáculo da homogeneidade, pois até então só se podia comparar elementos de mesma natureza ou dimensão, manipulando-se igualdades entre razões sempre separando números de grandezas o que ocasionava em perdas nas relações desses elementos (Oliveira, 1997, p. 24).

Apesar dos citados avanços para a construção do conceito de função, ilustrados no experimento de Pitágoras, não haviam muitas evidências concretas de como tais ideias eram simbolizadas em comparação com os tabletes babilônios que faziam representações algébricas e tabulares. Neste sentido, podemos considerar que ao final do período da antiguidade houve uma perda no que tange as representações funcionais, pois a comunicação dessas ideias se davam de forma verbal e experimental.

Idade Média

Segundo Maciel e Bolema (2014, p. 1351), na Idade Média, a noção de função está ligada às representações geométricas e mecânicas. E, "*em que cada caso concreto de dependência entre duas quantidades era representado, preferencialmente, por um gráfico ou por uma descrição verbal*" (ALVARENGA, BARBOSA e FERREIRA, 2014, p.162). Deste período destacamos nosso segundo personagem, Nicole Oresme.

- Nicole Oresme (1323 - 1382) – Num período conhecido como período das trevas, época da peste negra, de transformações políticas e econômicas, foram lentos

os progressos na matemática. Nessa fase, para a construção do conceito de função, destacou-se o francês Nicole Oresme, filósofo e bispo.

Oresme, em um dos seus cinco trabalhos, desenvolveu a teoria das latitudes e das longitudes das formas que, segundo Oliveira (1997), é considerada a precursora das representações gráficas (R) de função. Seu objetivo era representar geometricamente intensidades de uma grandeza física (latitudes), supostamente incomensurável, por segmentos de retas verticais dispostos em sequência perpendicularmente a outro seguimento horizontal que representava o tempo (longitude) (S).

Tal ideia traz à tona a noção de variável dependente (I) e sua representação se aproximava muito da representação que se faz atualmente em plano cartesiano, sendo as nomenclaturas longitude e latitude equivalentes a abscissa e ordenada, respectivamente.

No que tange o obstáculo da filosofia de Oresme, ele não se interessava pela forma como a variação acontecia em razão do que dependia, sendo sua representação imaginária e sem medições, numa tentativa de representar quantidades qualitativamente, revelando assim o obstáculo da incomensurabilidade, pois os pensadores medievais não dissociavam a velocidade do movimento por não a considerarem como uma grandeza e sim uma qualidade, de modo que suas demonstrações eram puramente teóricas e experimentais (Roque, 2012, p. 288)

Idade Moderna

Período da revolução científica e considerada a época da formalização do conceito de função, na idade moderna prevaleciam as expressões analíticas de função. Também foi o período em que houve fortes e numerosas contribuições para que se formulasse uma definição, propriamente dita, que contemplasse todas as invariantes desse conceito.

- Galileu Galilei (1564-1642) – Galileu Galilei, físico astrônomo, matemático e filósofo que superou os obstáculos observados nas ideias de Nicole Oresme. Segundo Cruz (2015, p. 81), Galilei, estudando o movimento dos corpos em queda livre a partir do repouso (S), introduziu o aspecto quantitativo nas representações gráficas (R), expressando relações funcionais sobre as comparações entre causas e efeitos (I) através da linguagem das proporções (I), introduzindo o tratamento quantitativo nas representações gráficas.

Diferente de Oresme, os gráficos de Galilei resultavam de observação, experimentação e medida modelando funções através de inter-relações (I) entre grandezas físicas (S). Para Darronqui e Trivizoli (2014, p. 6), o interesse de Galilei era descrever algebricamente os fenômenos físicos para prever seu comportamento através de equações (R). Embora, segundo Oliveira (1997, p. 17) os procedimentos algébricos se restringissem a encontrar os valores desconhecidos numa dada equação com coeficientes numéricos específicos, não havendo uma equação geral que a representasse, caracterizando o obstáculo da generalização.

- François Viète (1540 - 1603) – François Viète publicou em seu livro “Arte analítica” em 1591 uma argumentação denominada “análise” que resgatava os problemas geométricos (S) dos antigos gregos resolvidos de forma axiomático-dedutiva, por ele feitas por demonstrações algébricas (R). De modo que métodos algébricos auxiliavam na solução de problemas geométricos (Roque, 2012).

Também, se atribui a Viète a padronização das notações, uma vez que tornou possível a representação literal de variáveis. O obstáculo da generalização de Galileu teve sua superação proposta pelo método analítico de Viète, cujas manipulações das equações consideravam soluções desconhecidas como conhecidas, representadas por símbolos que, ao final de operacionalizações utilizadas usualmente, se tornavam conhecidas. Permitiu assim a representação genérica de equações com comportamentos semelhantes.

Para Oliveira (1997), a notável descoberta de Viète não foi pensada em termos de função, a ideia estava presente, mas o conceito ainda estava por ser formalizado.

- Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) – Leibniz foi o primeiro a usar a palavra "função", em 1674, para expressar qualquer quantidade que dependia de um ponto da curva geométrica (R), reafirmando a ideia de variável dependente e variável independente antes descrita por Newton (1643-1727), sendo esta gerada pelo movimento contínuo de uma curva, reforçando a ideia de continuidade (I), antes introduzidas por Descartes (1596-1650) e Fermat (1601-1665).

Segundo Roque (2012, p. 344), o conceito de função só foi introduzido na matemática após o aprimoramento de técnicas diferenciais de derivadas e integrais (S) efetuado por Leibniz e Newton, mas não foram eles que propuseram as definições explicitas desse conceito e ainda tiveram suas ideias atreladas a caráter geométrico.

- Leonhard Euler (1707-1783) – Segundo Guimarães (2010, p. 23), Leonard Euler foi discípulo de Jean Bernoulli (1667-1748) e, em relação às funções, estabeleceu as diferenças entre os termos "variáveis" (I) e "constantes" (I) e entre funções "contínuas" (I) e "descontínuas" (I), introduziu a notação (R) com parênteses para designar uma função e definiu formalmente (S) função em 1755: *"uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica composta de qualquer modo que seja, desta quantidade e números ou quantidades constantes"*. Euler, trocou "quantidade" da definição de Bernoulli por "expressão analítica" (R).

Embora a definição por expressão analítica de Euler tivesse permanecido intocável durante o século XVIII, depois foi questionado o fato de que tais expressões eram muito restritivas e não englobavam outras classes de funções. Neste momento, percebe-se que a generalização tornou-se um obstáculo para o avanço do conceito de função. O que antes limitou as ideias de Oresme, para Euler tornou-se um pecado pelo excesso, sua generalização do conceito de função excluía a possibilidade de ocorrência de outras situações, invariantes e representações desse conceito.

Período Contemporâneo

As formulações sobre o conceito de função trouxeram grande influência para a matemática escolar atual sendo por muitas vezes definida de forma mais ampla no

sentido da natureza e da forma de relacionar variáveis, mas uma representação restritiva como um subconjunto do produto cartesiano A x B.

- Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805 -1859) – Professor alemão, aluno de Gauss, em 1837, na busca por uma definição mais ampla (S, R) sobre relação entre variáveis (I) afirmou uma definição muito ampla de função afirmou que "*se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a x, existe uma regra segundo a qual um valor único de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável independente x*" (CRUZ, 2015, p.85).

Para Oliveira (1997, p. 21) esta definição chega perto da noção moderna de uma correspondência (I) entre elementos dois conjuntos, mas o conceito de "conjunto" e de "número real" ainda não tinham sido estabelecidos. Porém, esse avanço permitiu contribuições da matemática para outras áreas do conhecimento (S), uma vez que possibilitou elaborar funções mais abrangentes envolvendo conjuntos quaisquer, não somente numéricos, e sua utilização em diferentes modelos de correspondência e por diversas áreas do conhecimento (Alvarenga, Barbosa e Ferreira, 2014, P. 174)

- Nikolas Bourbaki (1935, fundação da escola) – Nikolas Bourbaki era um pseudônimo usado por um grupo de matemáticos, em sua maioria franceses, do Movimento da Matemática Moderna que difundiu-se pelo mundo em meados do Séc. XX, sendo essa uma das causas da instauração de outro movimento conhecido como Movimento de Educação Matemática, que teve na década de 1980 a sua estruturação, acontecendo em âmbito internacional, em várias instâncias e em todos os níveis de ensino (Cruz, 2015).

Em meio a esse contexto, em 1968, Bourbaki definiu função da seguinte forma: *"Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita uma relação funcional em y, ou relação funcional de E em F, se qualquer que seja $x \in E$, existe um e somente um elemento $y \in F$ que esteja associado a x na relação considerada".*

Também houve esta definição: "*Uma função f de um conjunto A em um conjunto B é um subconjunto do produto cartesiano AxB que a cada a em A associa um único elemento b em B tal que $(a,b) \in f$*".

Embora, as definições de Baurbaki parecessem mais completas, existem muitas críticas sobre sua influência para o ensino (S) do conceito de função em especial nos livros didáticos, pois, como afirma Cruz (2015), dedicavam-se preocupantemente às noções bourbakianas de função (I) como conjunto de pares ordenados e representação por diagrama de Venn (R).

SÍNTESE E ANÁLISE DE RESULTADOS

Nesta seção fazemos a síntese (Quadro 1) do que foi discutido acerca da construção do conceito de função, a partir das contribuições de personagens que agregaram novos elementos a esse campo conceitual ao longo da história a respeito dos avanços e obstáculos vivenciados por eles.

QUADRO 1: EVOLUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Personagem (ano de publicação)	**Elementos agregados ao Campo conceitual**	**Avanços**	**Obstáculos**
Pitágoras (Final Séc. VI a.C.)	**I:**Variável, proporcionalidade, interdependência. **S:** Relações entre comprimento da corda e som emitido por ela. **R:** Experimental e verbal	Relacionou variáveis de naturezas diferentes, o que antes era um obstáculo.	Limitações quanto aos registros. Antes disso, Babilônios representavam tabelas em argila.
Nicole Oresme (1350?)	**I**: Variável dependente **S**: Representar geometricamente quantidades físicas. **R**: Gráfica (sem quantitativo)	Noção de dependência e representação gráfica, não realizada por pitagóricos e babilônios.	Dificuldade em expressar a intensidade de grandezas qualitativas de modo numérico. Demonstração teórica, sem experimentação.
Galileu Galilei (1589?)	**I**: Causa e efeito **S**: Estudo do movimento de corpos em queda livre. **R**: Gráfica (com quantitativo) e algébrica (sem generalização)	Gráficos quantitativos resultantes de experimentação e modelagem algébrica entre variáveis físicas.	Suas representações algébricas limitavam-se em encontrar valores desconhecidos em uma equação não generalizada.
François Viète (1591)	**I**: Generalização **S**:Problemas geométricos **R**: Algébrica e geométrica.	Retomou os problemas geométricos gregos por demonstrações algébricas padronizadas de forma literal e generalizada.	Suas descobertas tinham objetivos dissociados a uma formalização de função.

Leibniz (1674)	**I**:Continuidade, variável dependente, variável independente. **S**: Cálculo infinitesimal **R**: Curvas geométricas.	Reforça a ideia de continuidade e de variáveis dependentes e independes e foi o primeiro a usar a palavra "função".	Não definiu explicitamente função.
Leonard Euler (1755)	**I**:Constantes e decontinuidades. **S**: Formalização do conceito de função. **R**: Notação e definição.	Desvinculou o conceito de função do caráter geométrico, formalizou o conceito e a notação de função.	Excesso de generalização, limitação a representação analítica.
Dirichlet (1837)	**I**: Correspondência entre variáveis de conjuntos distintos. **S**: Busca de uma definição mais ampla. **R**: Definição segundo uma regra de dependência entre variáveis.	Estabeleceu uma definição mais geral função que relacionasse também variáveis não numéricas possibilitando aplicação em outras áreas do conhecimento.	Falta de uma definição de "conjunto" e de "número real".
Bourbaki (1968)	**I**: Conjuntos de pares ordenados. **S**: Movimento da matemática moderna e da Educação Matemática. **R**: Diagrama de Venn.	Partiu de uma preocupação com o ensino de matemática através do movimento da educação matemática.	Reduziu o conceito de função a conjunto de pares ordenados representados em diagrama de Venn sem fazer associações com outras formas de representação.

Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

O Quadro 1 deixa claro que na trajetória do conceito de função foi se constituindo um rico campo conceitual aparentemente inacabado. Em vários momentos da história da construção desse conceito percebemos:

a) O uso excessivo de um tipo de representação e/ou invariante: Pitagóricos que não faziam registros, limitando-se a experimentações e observações, Galilei que explicava fenômenos apenas algebricamente, Bourbaki restringiu função a conjuntos de pares ordenados.

b) O resgate de representações e/ou invariantes: Galilei voltou a fazer experimentações como os antigos Gregos, Viète resgatou os problemas geométricos dos antigos gregos numa perspectiva algébrica.

Observamos a articulação de mais de uma forma de representação por Viète e Bourbaki, apenas. Tal constatação nos leva a concluir a dificuldade histórica em articular diferentes representações, impedindo que a ideia de função utilizada pelos personagens acumulasse todos os elementos que foram agregados ao campo conceitual de função. Também notou-se que elementos essênciais a esse conceito, tais

como variação, dependência e correspondência, foram deixados de lado no período contemporâneo.

Foi olhando para a história que as atuais diretrizes da educação brasileira apelaram para um ensino de função mais completo. A transcrição de uma situação-problema da língua materna para a linguagem matemática (gráfico, tabela, equação, diagrama, par ordenado) e vice-versa é uma habilidade exigida nos PCN's, para desenvolvimento da capacidade de representação e comunicação (Brasil, 1998, p. 12) de funções.

Segundo Pelho (2003, p. 23) quanto maior for a possibilidade de articulação entre diferentes registros de representação do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão desse objeto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A investigação decorreu sob a perspectiva de avaliar as ideias e contribuições de cada personagem para a construção do conceito de função ao longo história, com o intuito de elucidar professores de matemática quanto a constituição desse importante conceito na Matemática.

Ademais a constituição desse recorte conceitual vem corroborar com a formação inicial e continuada de professores de matemática, bem como estes terão subsídios para rever suas práticas sob a ótica dos obstáculos epistemológicos de nossos personagens.

Os resultados apontam que a história do conceito de função evidencia a necessidade da articulação das invariantes e representação do conceito de função para que a aprendizagem deste objeto matemático se dê de forma completa, consistente e aplicável a realidade.

Consideramos que a metodologia adotada nesta pesquisa pode ser estendida a outros objetos matemáticos para elucidação de seu campo conceitual através de uma investigação histórica de sua constituição.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVARENGA, Karly; BARBOSA, Celso Viana; FERREIRA, Gislaine Maria Ferreira. **O conceito de função**: o desenvolvimento baseado em alguns modelos desde o ano de 2000 a. C até o século XX. REVEMAT. Florianópolis (SC), v.9, n. 1, p. 159-178, 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática**-** ensino médio**-**Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEM, 1998.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaios Temáticos**: história e matemática em sala de aula. Belém: SBEM/SBEM-PA, 2017.

CRUZ, Paulo Jakson Dias. **Interdisciplinaridade como prática para a construção do conceito de função**. 118 f. Dissertação (Mestrado Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Mossoró, 2015.

DARRONQUI, Luciene Cristina; TRIVIZOLI, Lucieli Maria. **Elementos da história da matemática como estratégia pedagógica no ensino da função polinomial do primeiro grau**. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE. Vol. 1. Curitiba, 2014.

GUIMARÃES, Rita Santos. **Atividades para aprendizagem do Conceito matemático de função**. 202 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas). Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2010.

MACIEL, Paulo Roberto Castor; BOLEMA, Tereza Fachada Levy Cardoso. **A História do Conceito de Função em Vídeo: uma proposta para a aprendizagem**. Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1348-1367, dez. 2014.

OLIVEIRA, Nanci de. **Conceito de função:** Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem. 174 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

PELHO, Edelweiss Benez Brandão. **Introdução ao conceito de função:** A importância da compreensão das variáveis. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de janeiro: Zahar, 2012.

TRINDADE, Daniela Jéssica; NAGASHIMA, Lucila Akiko; ANDRADE, Cíntia Cristine. **Obstáculos epistemológicos sob a perspectiva de Barchelard**. Formação de professores: Contextos sentido e Práticas.VI Seminário Internacional sobre Profissionalização Docente. PUC/PR. Curitiba, 2017.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

GEOMETRIZAÇÃO DO ESPAÇO
Contextualização histórica do modelo astronômico de Johannes Kepler

Francisco das Chagas dos Santos Moura [169]
Ana Paula da Cruz Pereira de Moraes [170]
Francisco Aureliano Vidal [171]

RESUMO

Compreendendo que os sujeitos produzem conhecimentos amparados pelos elementos culturais que marcam o tempo de suas experiências, seu tempo de fazer histórico, o presente trabalho tem como tema a compreensão histórica da experiência de construção do saber matemático em Johannes Kepler, matemático do século XVI que trouxe contribuições para a compreensão matemática do cosmos, especialmente no que tange a explicação a partir de uma perspectiva da geometrização do espaço. Assim, o problema da pesquisa é analisar os elementos históricos de contextualização temporal-cultural que perpassaram a construção das leis, hoje conhecidas como leis de Kepler. Nesse mesmo sentido, busca-se perceber de que modo Kepler também contribuiu para as mudanças epistemológicas de conhecimento científico e matemático da natureza durante o período conhecido como revolução científica do século XVI. Para este intente utilizou-se teóricos da história da matemática e da história da filosofia, como Howard Eves e Giovanni Reale, respectivamente. Como resultado pode-se compreender de que modo a geometrização do mundo e a colocação do sol como centro de todas as coisas, envolveu-se aos princípios filosóficos neoplatônicos orientadores da revolução científica moderna, isto é, um modelo de visão e análise de mundo que marcam a passagem do período do medievo para a modernidade.

Palavras-chave: História da Matemática. História do conhecimento. Geometrização do espaço. Leis de Kepler.

[169] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus Cajazeiras (IFPB). shykko86@gmail.com.
[170] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus Cajazeiras (IFPB). anapaula.cruz@ifpb.edu.br
[171] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus Cajazeiras (IFPB). francisco.vidal@ifpb.edu.br.

INTRODUÇÃO

A história da matemática tem por base o registro das memórias humanas existentes em torno da construção do saber matemático no tempo. Isto implica perceber ações humanas, especialmente, de sua razão atuando e construindo pontes entre a leitura matemática, o mundo, e seus problemas. O que vem a ser percursos de modelagem matemática, isto é, construções de modelos matemáticos como leitura e respostas a problemas de nossa realidade, construídos no tempo, sofrendo interferências dos contextos que cercavam a vida dos matemáticos, dado que estavam inseridos nas dinâmicas culturais, políticas, econômicas e sociais de seu tempo e espaço.

Por isso, a seleção do sujeito histórico central do presente estudo: Johannes Kepler. Ele encontra-se em um tempo marcado por profundas indagações sobre a natureza, o conhecimento verdadeiro das coisas, conflitos de cunho religiosos e metafísicos. Sua maneira de pensar e o fruto de suas observações têm bases metodológicas inspiradas no avanço do reconhecimento da realidade através dos sentidos e da prática empirista de obter informações sobre os objetos.

Que marcas históricas contextualizam a construção do conhecimento matemático de Kepler? De que maneira as mudanças culturais do início da modernidade influenciam filosoficamente o trabalho de Kepler, ou, melhor ainda, como Kepler colaborou para o desenvolvimento e implementação de mudanças sobre as cosmovisões de seu tempo?

Estas são questões que norteiam a problematização da presente pesquisa, que tem como base técnica e metodológica quanto a coleta de dados, a pesquisa de caráter histórico-bibliográfico e para análise e discussão, buscou-se desenvolver um exercício interpretativo tendo como base prismas de sentido histórico e filosófico, focando os elementos dos usos e construção de conhecimento matemático na experiência de produção do conhecimento geométrico de espaço em Kepler.

KEPLER, SUA TRAJETÓRIA

Johannes Kepler nasceu em 27 de dezembro de 1571, em Weil, nas proximidades de Württemberg. Filho de Henrique e de Katarina. Antiseri e Reale (2005) relatam que ele veio ao mundo prematuramente e escreveu de si mesmo sendo muito enfermiço. Dentre as doenças que o afetaram, a varíola deixou graves sequelas, como o corpo e a vista enfraquecidos. Filho de um soldado mercenário, foi deixado ao cuidado dos avós, para que seu pai Henrique juntamente com a mulher, fossem enfrentar grande batalha contra os Belgas, estando os dois apoiados nas fileiras do duque de Alba. Voltando da guerra em 1575, após conseguirem vitória no campo de batalha, os genitores de Kepler instalaram uma hospedaria em Ellmendngen, na região de Balden, onde o pequeno Kepler, logo que esteve em condições para pequenos serviços, tinha de lavar os copos na hospedaria do pai, além de ajudar na campina e também no campo.

FIGURA 1: IMAGEM DE JOHANNES KEPLER



Fonte: Eves (1995)

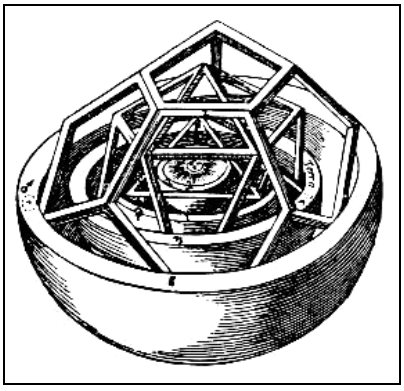
Em 1577 começou a frequentar a escola em Leonberg. Tendo se mostrado muito capaz e interessado, seus pais o enviaram em 1584 para o seminário de Alceberg onde estudou teologia, embora, posteriormente tenha se dedicado e se tornado destaque no campo da matemática e astronomia, que o garantiu uma cadeira de professor na Universidade em 1593. Em 1597 Kepler se casou com Bárbara Müller

Von Muhlek, rica viúva de vinte e três anos. No campo da astronomia, estudou com grande empenho durante 10 anos o irregular “movimento de marte”, e no fim chegou a conclusão de que o problema era insolúvel com quaisquer combinações de círculos, enquanto a teoria e as observações estavam de acordo quando se concebia o movimento dos planetas em órbitas elípticas.

A CONSTRUÇÃO DE IDEIAS E MARCAS DO CONHECIMENTO DE SEU TEMPO

Na tentativa de montar um sistema que demonstrasse o movimento dos planetas, considerou agrupar perfeitamente os cinco sólidos platônicos que representavam, na ideia do filósofo grego, os cinco elementos físicos presentes na natureza, e que tudo o mais derivaria desses. A terra, a água, o ar, o fogo, o universo eram representados geometricamente pelo cubo, icosaedro, octaedro, tetraedro, e dodecaedro, respectivamente. Podemos observar a ideia de Kepler na seguinte figura:

FIGURA 2: OS SÓLIDOS PERFEITOS ADAPTADOS PARA O MODELO PLANETÁRIO DE KEPLER



Fonte: http://www.amskepler.com/johannes-kepler/

Kepler achava que existia uma relação entre o número de sólidos existentes na época (cinco) e o número de planetas até então conhecidos (seis planetas: Mercúrio, Vénus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno). Mesmo sendo um homem de fé, e não duvidando da existência de Deus, ele acreditava que o modelo heliocêntrico proposto

por Nicolau Copérnico não seria uma heresia, e com a ideia da relação entre a disposição dos planetas e os poliedros de Platão, considerava Deus como o Geômetra Supremo. E tratou muito bem dessas questões no livro *Mysterium Cosmographicum*, escrito por ele, onde, logo no prefácio, trata de reafirmar sua fé em Deus, tendo-O como um ser perfeito e criador de tudo, além de ver o cosmo com uma total e perfeita harmonia simétrica envolvendo as distâncias entre os planetas e seus movimentos, bem como a relação que as demais esferas teriam com o Sol. Kepler (1981) no prefácio Mysterium Cosmographicum, se dirigindo aos leitores diz:

> É minha intenção, leitor, defender neste pequeno livro, que o grande e bom Criador, no ato da sua criação desse universo movente e do arranjo dos céus, operou com esses cinco sólidos regulares, os quais foram celebrados desde o tempo de Pitágoras e Platão até o nosso; e que ele ajustou à natureza desses sólidos o número dos céus, suas proporções e as leis dos seus movimentos. (KEPLER, 1981, p. 63 apud TOSSATO, 1999, p. 41).

Ainda se relacionando com sua fé, faz alusão à perfeição da Santíssima Trindade na perfeita composição dos sólidos. Na tentativa de explicar os fenômenos astronômicos por meio dos poliedros, ele acabou não obtendo êxito no que tange a astronomia, no entanto descobriu dois poliedros estrelares regulares. Johannes contribuiu de forma considerável para o avanço da matemática, mas, suas maiores obras foram utilizando dos conhecimentos matemáticos para o avanço da astronomia, mais intrinsecamente, o movimento planetário e a configuração do espaço. E dentre suas grandes obras, escreveu três leis que falavam do movimento dos planetas em órbitas elípticas, se apoiando de maneira sólida no pensamento de Nicolau Copérnico, elaborando então, leis que tratam das órbitas, velocidade, e relações de distância entre o sol e os demais astros. Onde, formalmente enunciadas, se transformam nas seguintes leis:

1. As orbitas dos planetas são elipses das quais o sol ocupa um dos focos;

2. A velocidade orbital de cada planeta varia de modo, tal que, a linha que liga o sol com o planeta, cobre em iguais intervalos de tempo, iguais porções de superfícies de elipse;

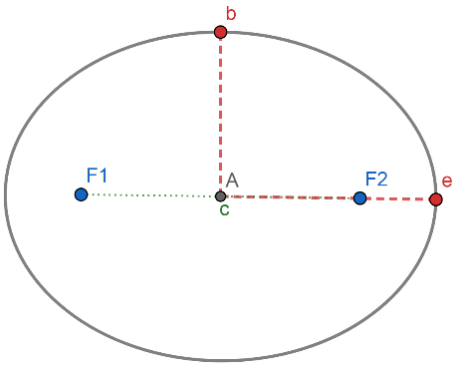
3. Os quadrados dos períodos de revolução dos planetas estão na mesma relação dos cubos das respectivas distâncias do sol.

Partindo destes princípios, podemos entender de maneira sucinta as ideias de Joannes Kepler, construindo seu sistema de movimento dos planetas.

DESCREVENDO AS LEIS DE KEPLER

A **primeira lei** presente na segunda parte de sua obra intitulada *Astronomia Nova,* apresenta que os planetas descrevem órbitas elípticas ao redor do Sol, e o Sol ocupa um dos focos da elipse. Podemos definir elipse como uma circunferência oval, onde, diferentemente do círculo, a distância entre o seu centro e qualquer ponto na circunferência é diferente. Utilizando uma definição matemática, temos: Dados dois pontos quaisquer do plano F1 e F2 e seja 2c a distância entre eles, elipse é o conjunto dos pontos do plano cuja soma das distâncias à F1 e F2 é a constante 2a (2a > 2c). Como demonstrado na figura.

FIGURA 3: DEMONSTRAÇÃO DA 1ª LEI DE KEPLER.



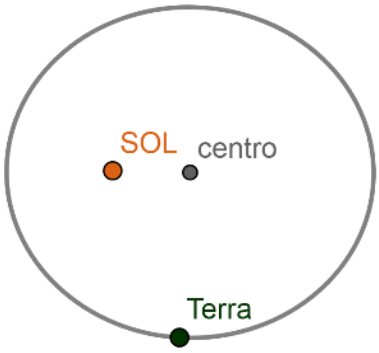
Fonte: https://www.geogebra.org/graphing

Onde: F1 e F2: focos da elipse; A: centro; b: medida do semieixo menor; e: medida do semieixo maior; e c: distância focal.

Para explicar o movimento da terra em relação ao sol, Kepler afirmou que a terra giraria em elipse, estando o sol em um dos focos. É importante observar que a

verdadeira órbita elíptica dos planetas não possui uma excentricidade tão elevada, portanto, não sendo tão achatada. A excentricidade das elipses formadas pelos planetas chega muito próximo de um valor igual a zero, no entanto, constituiria um erro afirmar que essa trajetória seria circular. A figura abaixo apresenta a excentricidade da terra e sua trajetória elíptica.

FIGURA 4: TRAJETÓRIA ELÍPTICA DA TERRA RELACIONADA A SUA EXCENTRICIDADE.

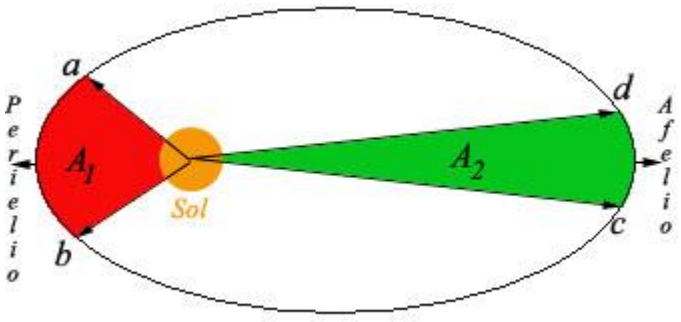


Fonte: https://www.geogebra.org/graphing

Para os pontos da trajetória mais distante e mais próximo ao sol, denominam-se respectivamente, afélio e periélio.

A **segunda lei** trata das áreas dos planetas em relação ao sol, bem como da velocidade que o planeta orbita em torno do sol, diz que, um planeta em órbita ao redor do sol varre áreas iguais em intervalo de tempos iguais. Observemos a figura abaixo:

FIGURA 5: ILUSTRAÇÃO DA 2ª LEI DE KEPLER.



Fonte: https://educacao.uol.com.br/disciplinas/fisica/gravitacao-as-leis-de-kepler-e-a-lei-da-gravitacao-universal.htm

Se tomarmos “a” e “b”, “c” e “d”, como sendo a posição de um determinado planeta ao percorrer uma distância em um intervalo de tempos iguais, (ou seja, $\Delta t1=\Delta t2$), a área percorrida pelo planeta será igual em todos os intervalos de tempo. Com isso, podemos relacionar o tempo (Δt) e a área da seguinte maneira:

Faz-se necessário afirmar que, estando o planeta mais próximo ao periélio, sua velocidade também é elevada, tornando-se menor conforme o planeta se aproxima do afélio. Discordando de Aristóteles, que considerava que todos os corpos celestes teriam de se movimentar em uma velocidade constante.

Formulada dez anos após a 2ª lei, que tratava das áreas, a **terceira lei** trata da relação entre o período de revolução de um planeta ao redor do sol e o raio médio desse planeta. A lei denominada dos períodos diz: “Os quadrados dos períodos de revolução dos planetas estão na mesma relação dos cubos das respectivas distâncias do sol.” (EVES, 1995)

Denominada por: $T^2/R^3=Constante$. Onde, T é o período de revolução e R é o raio médio da órbita.

Observando que, quanto mais distante um planeta estiver do Sol, maior será o tempo de revolução em torno do Sol.

CONSIDERAÇÕES FINAIS: CONHECENDO OS ELEMENTOS ALÉM - MATEMÁTICAS QUE MARCAM A MATEMÁTICA DE KEPLER

Kepler se insere no processo histórico epistemológico conhecido como “Revolução Científica” que por sua vez tinha fortes ligações com o novo paradigma astronômico empreendido por Copérnico através da publicação *“De Revolutionibus”.* Olhar para as estrelas de modo diferente, implicava também em olhar os saberes científicos com novos olhares e a busca de nova compreensão para a relação Deus e Homens.

A nova forma de produção do conhecimento, baseado em parâmetros científicos modernos, colocava a experiência, no centro, o experimento baseado em uma prática metodológica e pública (demonstrada, testada), como meio de

apresentação da verdade. Deixando de lado a especulação filosófica e matemática que regiam a construção de saber até então.

É nessa direção de apresentação da verdade que Copérnico, Kepler e Galileu irão direcionar a construção de suas pesquisas, rejeitando princípios essencialistas e formalistas inspirados em Aristóteles, pois, para eles, a busca de definição de categoriais universais e definitivas, não faziam parte das questões atinentes a ciência da natureza, a física terrestre, a ciência que estava se fazendo "moderna". Vale ressaltar que o próprio Kant compreendia as questões de moldes metafísicos como impossíveis de serem entendidas ao humano.

Assim, para Copérnico, Kepler e Galileu, os elementos quantificáveis como as qualidades das coisas, aquilo que era mensurável e objetivamente percebido, passavam a ser o foco das pesquisas de caráter científico.

Nesse sentido de geometrização do mundo e a colocação do sol como centro (portanto, até criador) de todas as coisas, leva aos princípios filosóficos neoplatônicos orientadores da revolução científica moderna. Mais uma vez o misticismo (neoplatonismo, hermetismo, alquimia e principalmente, astrologia) e o natural estão de alguma maneira envolvidos e, porque não, em conflito, e isto é a grande marca revolucionária desse período de transformação epistemológica. Encontrar os elementos universalistas matemáticos diante do "experimentável", de modo que o ideal e o natural se relacionavam a partir das propostas de Copérnico, Kepler e Galileu. Assim, teoria e prática tornam-se as bases do moderno saber.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTISERI, Dario; REALE, Giovanni. **História da Filosofia:** do humanismo a Descartes. São Paulo: PAULUS, 2005. 339 p. v. 3.

EVES, Howard. Introdução à história da matemática. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: ed. UNICAMP, 1995.

GEOGEBRA. Disponível em: <http://www.geogebra.org/>. Acesso em: 22 out. 2018

SILVEIRA, Fernando Lang da. A premissa metafísica da revolução copernicana. 2012. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v.19, n.3: p. 407-410, dez. 2002. Disponível em: <www.if.ufrgs.br/~lang/Textos/A_premissa_metafisica_da_revolucao_copernicana.pdf>. Acesso em: 24 out. 2018.

TOSSATO, Claudemir Roque. Mysterium Cosmographicum: Os Antecedentes das Duas Primeiras Leis Keplerianas dos Movimentos Planetários. **Cadernos Espinosanos**, São Paulo, p. 35-63, jun. 1999. Disponível em: <http://scientiaestudia.org.br/associac/claudemir/art1999.pdf>. Acesso em: 28 nov. 2018

ISSN 2236-4102

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COM TECNOLOGIA DIGITAIS: UMA ALIANÇA POSSÍVEL PARA O ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Ivonne C. Sánchez S.[172]
João Cláudio Brandemberg[173]

RESUMO

Nesta comunicação apresentamos duas demonstrações do Teorema de Pitágoras feitas pelo Bhâskara e Perigal as quais foram animadas com o software de matemática dinâmica GeoGebra. Com intuitivo de juntar a história da matemática com as tecnologias digitais para apoiar o ensino deste conteúdo. O motivo de fazer as demonstrações com o GeoGebra é que o software tem o potencial de apresentar o registro algébrico como bem o geométrico do teorema. O fato de que os alunos podem interagir essas demonstrações do Teorema de Pitágoras, a partir de um ambiente dinâmico é um passo em frente no processo de integração tanto da história da matemática como bem do GeoGebra nas aulas de matemática, colocando os alunos em melhores condições para a aplicação deste tipo de relacionamento em situações de solução de problemas.

Palavras-chave: História da Matemática. Teorema de Pitágoras. GeoGebra.

INTRODUÇÃO

Desde o surgimento do teorema de Pitágoras, esse causou interesses nas pessoas que fazem estudo tanto da matemáticas como bem outras ciências (HALDANE, 2011). O ensino deste teorema na escola sinaliza um salto para os domínios do raciocínio dedutivo, uma vez que isso poderia dar origem à demonstração,

[172] Universidade Federal do Pará (UFPA). ivonne.s.1812@gmail.com.
[173] Universidade Federal do Pará (UFPA). brand@ufpa.br

este teorema pode ter sido a primeira demonstração verdadeiramente matemática da história (González, 2008).

Sua importância na matemática reside na utilidade para o estudo de outras áreas da matemática, como a Geometria Analítica e Trigonometria, o estudo de polígonos e física.

De acordo com o Urbaneja (2004), existem múltiplas razões para justificar que a História da matemática deve ser uma consideração importante no didática da matemática. Do ponto de vista dele, a história da matemática permite conhecer os fatos que deram origem aos diferentes conceitos matemáticos, sua epistemologia, linguagens e notações singulares em que foram expressas, as dificuldades envolvidas, a problemas que eles resolveram.

Segundo Boyer (2010), o Teorema de Pitágoras provavelmente veio dos babilônios, mais de um milênio antes de Pitágoras. A justificativa para chamá-lo ou o Teorema de Pitágoras é possivelmente devido ao fato de que os pitagóricos foram os primeiros a dar uma demonstração. A demonstração do teorema de Pitágoras despertou ou interesse de diversos matemáticos, ao longo da história talvez seja a razão pela qual existem mais de 230 demonstrações do teorema de Pitágoras ao longo da história.

Para alguns pesquisadores, como o Sette (2013) as demonstrações ocupam um papel importante nas aulas de matemática. Destacando o fato de que as demonstrações matemáticas é uma ferramenta para garantir o rigor matemático em uma questão. Então, usar demonstrações em salas de aula pode permitir que os alunos reflitam sobre esse conceito matemático.

Temos diversos artefatos para fazer tais demonstrações, porem Hanna (2000) sugere o uso software matemática dinâmica como estratégia e/ou ferramenta para novas abordagens de conceito matemático como bem para demonstrações de teoremas. Já que os alunos por meio do uso deste software têm potencial de manipular e visualizar as diferentes representações dos objetos matemáticos, surgindo em eles processos para fazer conjecturas e testa-las sob a interface do GeoGebra.

O GeoGebra é um software de licença livre, de matemática dinâmica que integra múltiplas representações dos objetos matemáticos em um mesmo ambiente

dinâmico que permite aprendizagem da matemática (HOHENWARTER; PREINER, 2007).

Ressaltamos que o GeoGebra está disponível em mais de 60 idiomas e pode ser usado em diferentes sistemas operacionais. Atualmente o GeoGebra aplicações para o estudo de Álgebra Computacional, Geometria Dinâmica 2D e 3D, Cálculo, Estatística e Probabilidade.

Em nosso caso, consideramos o GeoGebra como uma importante ferramenta para simular algumas das demonstrações, mas famosas do Teorema de Pitágoras. O fato de usar o GeoGebra é porque permite a representação geométrica e algébrica ao mesmo tempo. Isso nos permite criar um simulador onde os alunos podem explorar as demonstrações da relação pitagórica e estabelecer relações entre os dois registros de representação (geométrico e algébrico), o que os leva a estar mais próximos de uma aprendizagem mais significativo do teorema de Pitágoras.

Neste sentido, o objetivo deste artigo é descrever dois recursos elaborados com o GeoGebra usando essas demonstrações históricas do Teorema de Pitágoras que podem ser usados nas salas de aula de matemática.

AS DEMONSTRAÇÕES DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Se pararmos nosso olhar para o passado por um momento, poderemos observar as várias demonstrações que existem do Teorema de Pitágoras. Na Idade Média o teorema foi considerado base de todo treinamento matemático.

Em algumas escolas, os alunos precisavam ter uma compreensão profunda do teorema e foram forçados a exibir uma demonstração nova e original. É por isso que o Teorema de Pitágoras alcançou a honrosa designação de "Magister matheseos ". Nesta seção, descrevemos duas demonstrações do Teorema de Pitágoras.

Demonstração de Bhâskara

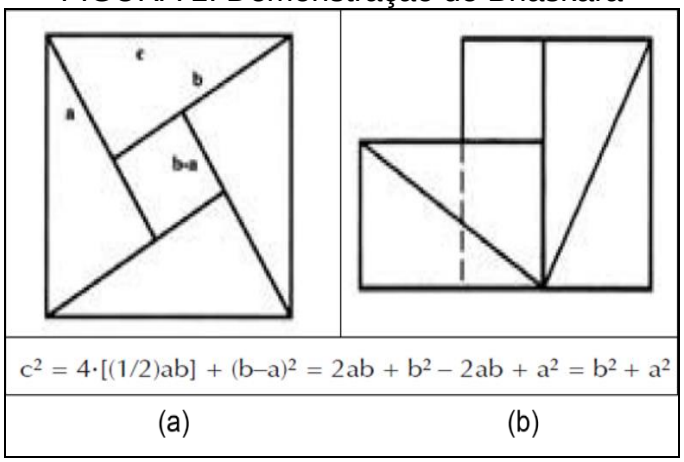
O matemático hindu Bhâskara (1114 - 1185) reconstruiu a demonstração do teorema de Pitágoras que aparece em um diagrama da Aritmética Clássica Chinesa, na qual a mais antiga prova do teorema é representada, admirada por sua elegância.

Bhâskara exibiu essa demonstração em seu livro *Vijaganita* sem acrescentar mais comentários do que "observar".

No quadrado da hipotenusa de qualquer triângulo retângulo de catetos a e b e hipotenusa c. É feito a partição do quadro em cinco partes, depois destas partes são iguais para os rectângulos triângulos iniciais e a outra é um quadrado de lado $b - a$ (veja a figura 1a)

As peças são facilmente rearranjadas para formar a justaposição dos quadrados sobre os catetos (ver figura 1b). Para concluir a demonstração, Bhâskara traduz as figuras em termos algébricos e expressa as igualdades, sendo capaz de demonstrar a relação pitagórica. Veja a figura 1 para a expressão algébrica.

FIGURA 1: Demonstração de Bhâskara



Fonte: elaboração com base no Gonzalez (2008)

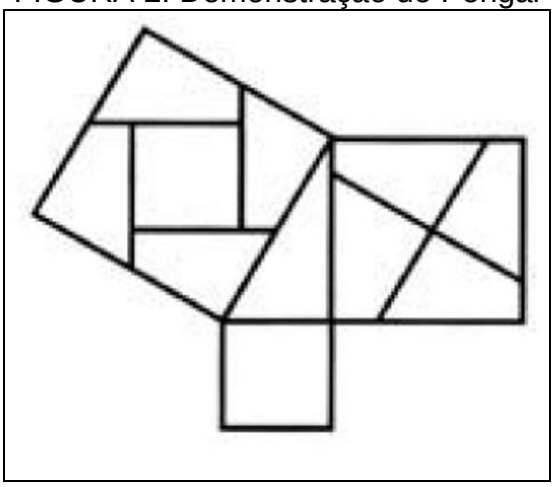
Demonstração de Perigal

Henry Perigal foi um corretor de ações de Londres e astrônomo amador que inventou no ano de 1830 uma simples prova do Teorema de Pitágoras usando congruência por adição, muito singular e elegante por sua simetria, sendo publicado em seu artigo " On geometric dissections and transformations”

O quadrado sobre o maior dos catetos do triângulo retângulo é dividido em quatro partes iguais, por dois segmentos perpendiculares que são cortados no centro do quadrado, sendo, além disso, um deles paralelo para a hipotenusa.

Paralelamente estas quatro peças, juntamente com o quadrado do cateto menor, é possível compor, justapondo as cinco peças, o quadrado na hipotenusa como se mostra na Figura 2.

FIGURA 2. Demonstração de Perigal



Fonte: Gonzalez, 2008

DEMONSTRAÇÕES DO TEOREMA DEL PITÁGORAS COM GEOGEBRA

O GeoGebra é um software de geometria dinâmica que permite a simulação de algumas das demonstrações do Teorema de Pitágoras. Isso porque o GeoGebra permite múltiplas representações de um mesmo objeto matemático em tempo real. Nesta seção, descreva os recursos do GeoGebra da simulação da demonstração de Bhâskara e Perigal.

Demonstração de Bhâskara com GeoGebra

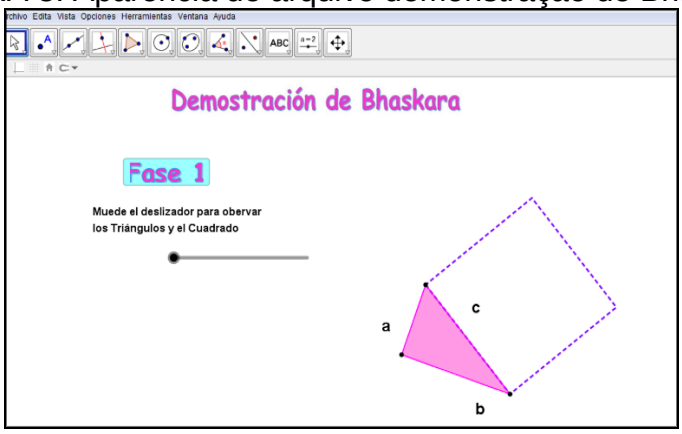
Para otimizar o uso da demonstração de Bhâskara no GeoGebra para o ensino do Teorema de Pitágoras, decidimos fazê-lo em fases. Dessa forma, os alunos poderão visualizar melhor as construções e fazer suas próprias conclusões ao manipular o recurso.

Nesse sentido, utilizamos: (i) botões que indicam cada fase pela qual o aluno passar, (ii) os controles deslizantes para apresentar as rotações dos triângulos criados, (iii) textos que indicam o que o aluno deve fazer no simulador avançar na

demonstração e (iv) finalmente, ferramentas foram utilizadas polígonos, linhas, pontos e transformações entre outros.

Ao abrir o simulador no computador, a aparência da figura 3 é mostrada. É um triângulo retângulo que pode ser movido ao redor do plano que é observado de tal forma que não mostra uma figura prototípica do triângulo retângulo onde uma de seus catetos é horizontal.

FIGURA 3: Aparência de arquivo demonstração de Bhâskara



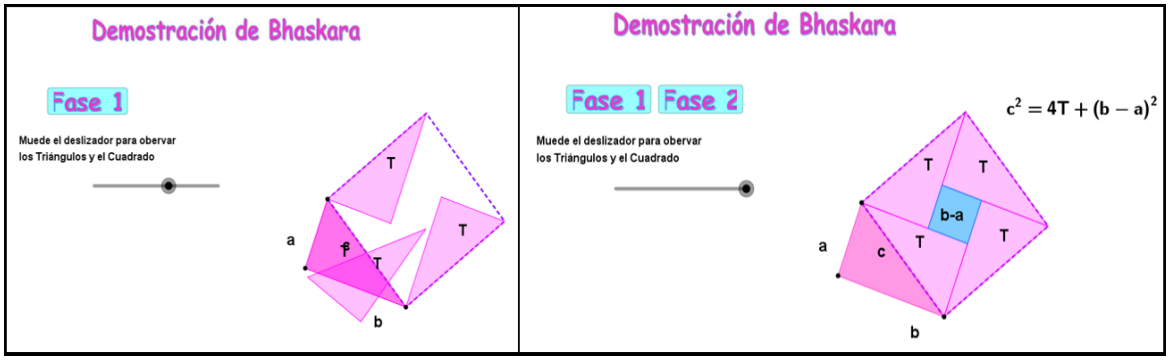
Fonte: Elaboração pelos autores

Lembre-se que, de acordo com a demonstração de Bhâskara, a primeira coisa a fazer é a partição no quadrado da hipotenusa. Quatro triângulos devem ser obtidos congruentes ao primeiro quadrado desenhado e quadrado de lado $b - a$.

Nesse sentido, na primeira fase para visualizar a partição do quadrado, os alunos devem mover o controle deslizante que aparece na janela da visualização. À medida que o controle deslizante se move, os quatro triângulos congruentes ao ΔABC serão exibidos dinamicamente e o quadrado de lado $b - a$ (veja a Figura 4).

Quando o controle deslizante chega ao final, o seguinte texto $c^2 = 4T + (b - a)^2$ será exibido na janela de visualização que é a representação algébrica da representação geométrica do quadrado da hipotenusa.

FIGURA 4: Fase 1



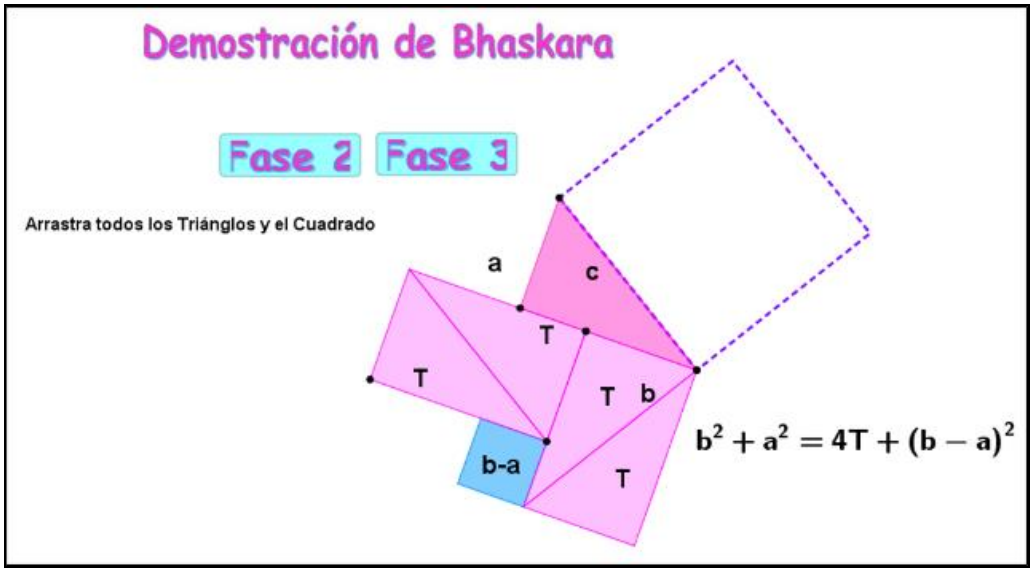
Fonte: Elaboração pelos autores

Em seguida, a partição, as peças devem ser facilmente reordenadas para formar a justaposição dos quadrados nos catetos. Para executar esta ação, o aluno deve selecionar a fase 2, pressionando o botão correspondente.

Depois, os alunos devem passar pela janela de visualização do GeoGebra os triângulos e o quadrado que estão no quadrado da hipotenusa até que eles não possam mais se mover (veja a Figura 5).

Da mesma forma que na fase 1, ao ordenar todos os triângulos retangulares e o quadrado , a expressão algébrica pode ser visualizado o seguinte texto: $b^2 + a^2 = 4T + (b - a)^2$ que corresponde às construções geométricas nessa posição.

FIGURA 5: Fase 2



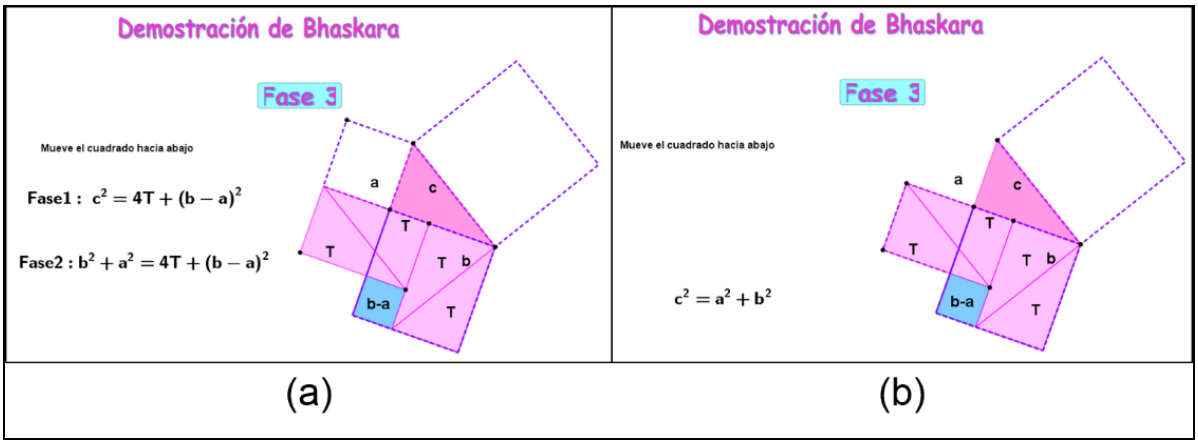
Fonte: Elaboração pelos autores 2018

Finalmente, na fase três os quadrados dos catetos são mostrados na janela de visualização a e b , ao mesmo tempo em que temos as expressões algébricas obtidas na fase um e dois (veja a Figura 6a).

Os alunos devem mover o quadrado do cateto para baixo, ao mesmo tempo em que o texto é exibido que corresponde à expressão algébrica do Teorema de Pitágoras (ver Figura 6b).

Como você pode ver na figura 6b os quadrados dos catetos **a** e **b**, eles cobrem a área dos quatro triângulos retangulares e do quadrado obtido da partição do quadrado da hipotenusa.

FIGURA 6: Fase 3



Fonte: Elaboração pelos autores

A expressão $c^2 = a^2 + b^2$ pelo fato de igualar as equações da fase 1 e 2:

Fase 1: $c^2 = 4T + (b-a)^2$

Fase 2: $b^2 + a^2 = 4T + (b-a)^2$

Igualado $4T + (b-a)^2$, resulta $c^2 = a^2 + b^2$

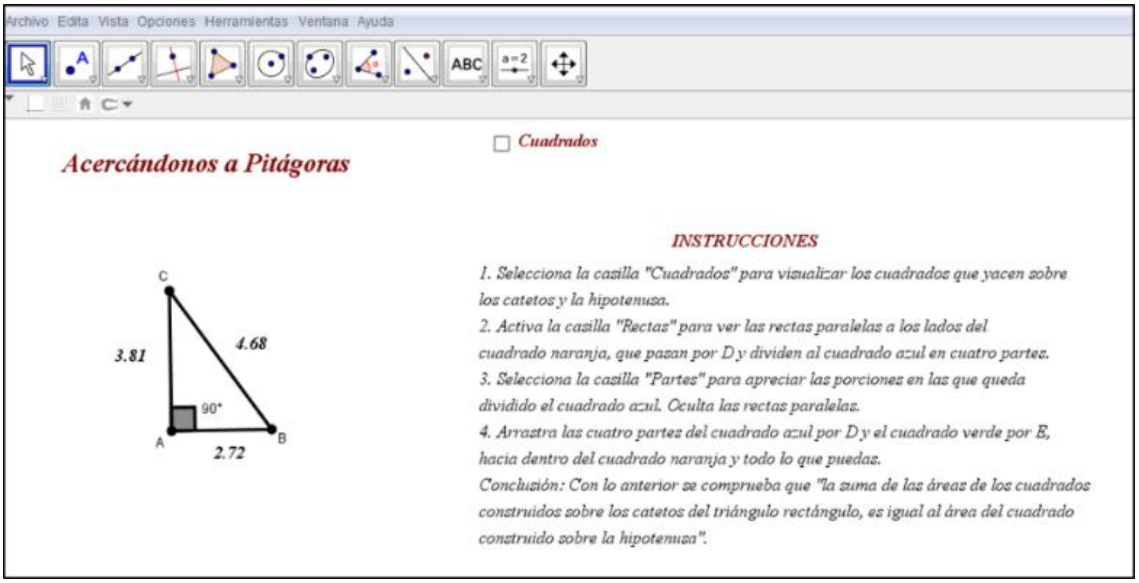
Desta forma, através da demonstração de Bhâskara os alunos podem aprender sobre o Teorema de Pitágoras a partir da geometria, considerando a área dos triângulos e quadrados formados no quadrado da hipotenusa e os quadrados das pernas.

Ao mesmo tempo, os alunos podem fazer correspondências dessas figuras geométricas com sua representação algébrica e também alcançar o relacionamento pitagórico.

Demonstração de Perigal com GeoGebra

A demonstração de Perigal é geométrica, isto é, concentra a atenção na congruência das figuras geométricas formadas. No recurso com o GeoGebra chamado *Aproximando-nos de Pitágoras,* que pode ser encontrado em https://www.geogebra.org/m/beD2uMRq, o triângulo retângulo mostrado com o comprimento dos lados a, b e c.

Figura 7: Aparência do recurso da demonstração de Perigal

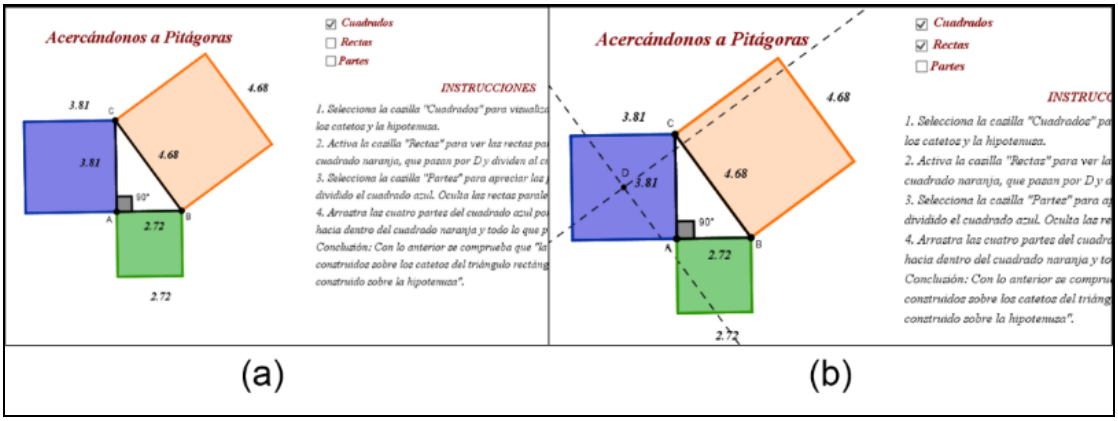


Fonte: Elaboração pelos autores

No recurso, há algumas instruções que os alunos devem seguir para replicar a demonstração do Perigal. Como primeiro passo, selecione a caixa "Quadrados" para que os quadrados na hipotenusa e as pernas sejam mostrados na visão gráfica (veja a Figura 8a).

Então se deve ativar a caixa "retas" para ver as retas paralelas dos lados do quadrado da hipotenusa e passando pelo ponto D. Essas linhas dividem o quadrado em partes congruentes (veja a Figura 8b).

Figura 8: Primeiras duas etapas da demonstração do Perigal

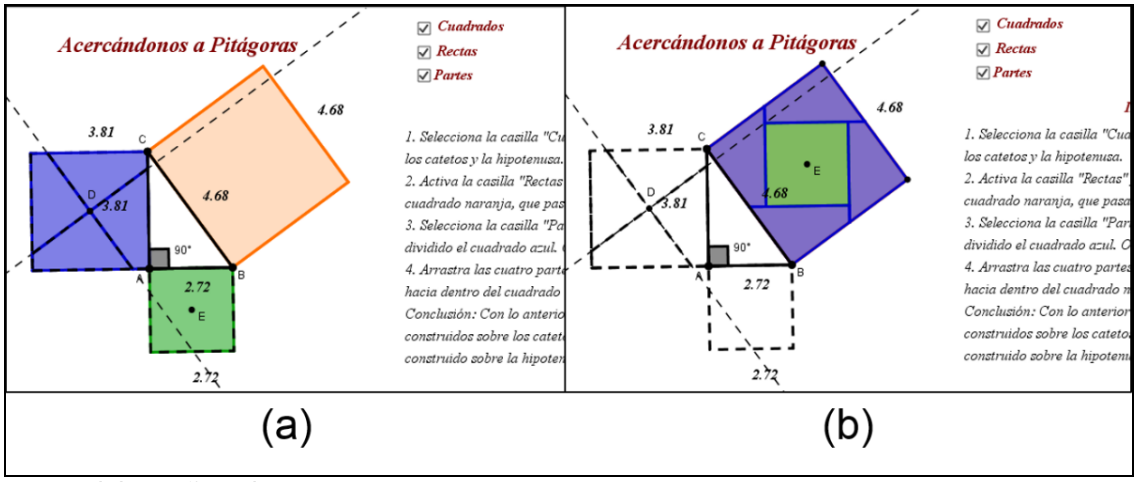


Fonte: Elaboração pelos autores

Como terceiro passo, selecione a caixa "Partes" para ver as partes nas quais o quadrado do cateto b é dividido (veja a Figura 9a).

Finalmente, as partes que foram divididas do quadrado do cateto b e do quadrado d cateto a são levadas até o quadrado da hipotenusa c. Na janela de visualização observa-se que a área do quadrado b foi dividida em quatro partes e o quadrado do cateto a para incluir a área do quadrado acima da hipotenusa (ver Figura 9b).

Figura 9: Últimos passos da demonstração do Perigal



Fonte: Elaboração pelos autores

Esta demonstração de Perigal é muito útil para o ensino do teorema de Pitágoras a partir da geometria, já que os alunos são acostumados a sò olhar essa relação matemática apenas com a expressão algébrica $c^2 = b^2 + a^2$.

A demonstração do Perigal, juntamente com o GeoGebra, oferece aos alunos a oportunidade de explorar o Teorema de Pitágoras e chegar às suas próprias conclusões através da visualização e exploração.

CONSIDERAÇÕES

Neste trabalho se fez uma descrição do uso de dois recursos desenvolvido com o software de matemática dinâmica GeoGebra, para o ensino do teorema de Pitágoras por meio duas demonstrações de Bhâskara e Perigal.

A escolha dessas demonstrações se deve ao fato que Bhâskara e Perigal na descrição de cada processo para chegar a demonstrar o teorema o discurso que tem certo movimento, então, na matemática tradicional os desenhos são estáticos e dificulta a visualização destas demonstrações.

Neste sentido com GeoGebra foi possível elaborar dois recursos de tal maneira que as demonstrações de Bhâskara e Perigal, tem um novo olhar que despertará no aluno o espírito investigativo, reflexivo e interpretativo sobre o Teorema de Pitágoras por meio de fontes históricas y o uso das tecnologias digitais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

HANNA, G. Proof, Explanation and Exploration: an overview. **Educational Studies in Mathematics**. n. 44, p. 5-23, 2000.

URBANEJA, P. M. G. La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. **Suma**, n. 45, p.17-28. 2004

HALDANE, P. **El teorema de pitágoras-construcción de algunos recursos didácticos**. Tese (Doctorado em Educación) - Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá, 2011.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Bluncher, 2010.

SETTE, P. F. A aula de matemática no Projeto UCA: o Geogebra e o Teorema de Pitágoras. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

GONZALEZ, P. El teorema llamado de pitágoras. Una historia geométrica de 4.000 años. **SIGMA**, n. 32, p. 103 – 130, 2008.

HOHENWARTER, M.; PREINER, J. Dynamic mathematics with GeoGebra. The Journal of Online Mathematics and its Applications, 2007. Disponível em: http://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/

ISSN 2236-4102

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ETNOMATEMÁTICA: contribuições para a formação de professores de matemática.

Gabrielle Correia Silva dos Santos [174]
Rodrigo Bastos Daude [175]
Rosolindo Neto de Souza Vila Real [176]

RESUMO

Esse artigo é resultado parcial das discussões do projeto de pesquisa Cultura e Etnomatemática da Universidade Estadual de Goiás, o qual apresenta resultados de um estudo em defesa da História da Matemática como recurso metodológico na formação de professores de matemática. Buscou-se mostrar que os conhecimentos da História da Matemática são importantes para a aproximação entre a matemática e o aluno. O objetivo foi analisar as contribuições da História da Matemática para o processo de ensino e aprendizagem da matemática na perspectiva da Etnomatemática. A investigação pautou-se em estudo de caso e pesquisa bibliográfica. Para Severino (2007) a pesquisa bibliográfica se processa, organizando as informações por meio de fichamentos e resenhas a partir de olhares de autores da área. Tem como fundamentação teórica principal os autores: Beatriz S, D'Ambrosio; A. Miguel e M.A. Miorim e Heliton Mercatelli Neto. Chegou-se à pré-conclusão de que os estudos envolvendo a Etnomatemática convergem e potencializam as características e importância da História da Matemática como recurso metodológico no ensino da matemática. Contudo, constata-se a inexistência de materiais pedagógicos que subsidiam o trabalho do professor, cabendo a este ser o protagonista desse processo de inserção da História da matemática como um recurso didático.

Palavras-chave: Formação de Professores. História da Matemática. Etnomatemática.

[174] Universidade Estadual de Goiás, Campus Cora Coralina (UEG). gabriellerepre2a2015@gmail.com.
[175] Universidade Estadual de Goiás,Campus Cora Coralina (UEG). rodrigo.daude@ueg.br
[176] Universidade Estadual de Goiás, Campus Belos (UEG). rosolindoneto@bol.com.br

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa é proveniente das discussões teóricas do projeto de pesquisa que tem como tema Cultura e Etnomatemática, desenvolvido no campus da Cidade de Goiás da Universidade Estadual de Goiás. Tem como objetivo analisar as contribuições da história da matemática para o processo de ensino e aprendizagem da matemática na perspectiva da Etnomatemática.

A abordagem metodológica centra-se na pesquisa bibliográfica acerca do nosso objeto de estudo, História da Matemática. Entendemos a pesquisa bibliográfica sob a ótica de Severino (2007, p. 122), como "[...] aquela que se realiza a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, como livros, artigos, teses etc." Portanto, a maneira pela qual organizamos as informações se deu por meio de fichamentos, resumos e resenhas por facilitar a apropriação da fundamentação teórica relativa ao nosso objeto.

Para tanto, pautamos nas contribuições de autores da área como Miguel e Miorim (2004) por meio do qual foi possível analisar as contribuições para a formação de professores de matemática a partir da História da Matemática. Como questionamento inicial tivemos: Qual a contribuição que a História da Matemática pode oferecer para o processo de ensino e de aprendizagem de matemática, amenizando os problemas originados do ensino de matemática na formação de professores de matemática?

Entendemos que a Etnomatemática pode ser vista e entendida, até mesmo como uma concepção de estudo na História da Matemática. Sendo assim os estudos na História da Matemática seguem a linha epistemológica sociocultural da Etnomatemática.

A partir do olhar de outros autores defendemos nesse trabalho o ensino da Matemática com uma visão metodológica diferenciada. Ao final desse trabalho mostramos que a História da Matemática e a Etnomatemática podem ser aliadas no processo formativo de professores de matemática e como um recurso pedagógico para melhorar a prática de ensino de matemática.

A MATEMÁTICA ESCOLAR: lacunas de aprendizagem

Ao analisar as características da nossa sociedade atual, movida pela informação e comunicação, onde o indivíduo é considerado o autor de suas atitudes, e as informações são geradas e espalhadas rapidamente, percebe-se que as aulas de matemática não conseguem atrair a atenção necessária, despertar a motivação e o interesse em crianças e jovens para aprender e viver tais conhecimentos, pois

> [...] a matemática tem sido uma disciplina temida e detestada por muitos alunos. A educação tradicional tem dado a ela um tratamento descontextualizado e desconectado de nossas vidas, como se fosse o óbvio que todo ser humano deve aprendê-la, necessariamente, através dos modelos apresentados pela escola tradicional. O adulto pleno, futuro cidadão do mundo, deve possuir tais habilidades, sem contestação e, caso venha a falhar, será por sua única responsabilidade (ABREU, 2017, p.33).

Não é de estranhar essa afirmação de Abreu, pois já faz parte da nossa cultura, a legitimação de uma matemática difícil, complexa, inacessível, incompreensível e tida como privilégio dos que dispõem de inteligência para dominá-la.

Por isso “a orientação do Ministério da Educação [...] tem sido para a construção de um currículo que dialogue com os conhecimentos prévios dos alunos e seja relevante de seu ponto de vista sociocultural” (ABREU, 2017, p. 37). É importante registrar ainda o que Fiorentini (1995, p. 4) nos alertou sobre a forma como o professor de matemática concebe essa disciplina, pois a visão que o professor tem da disciplina exerce influência direta na forma como ele trabalha em sala de aula e ajuda seu aluno a construir seu conhecimento.

> O professor que concebe a Matemática como uma ciência exata, logicamente organizada e a-histórica ou pronta e acabada, certamente terá uma prática pedagógica diferente daquele que a concebe como uma ciência viva, dinâmica e historicamente sendo construída pelos homens, atendendo a determinados interesses e necessidades sociais. Da mesma forma, o professor que acredita que o aluno aprende Matemática através da memorização de fatos, regras ou princípios transmitidos pelo professor ou pela repetição exaustiva de exercícios, também terá uma prática diferenciada daquele que entende que o aluno aprende construindo os conceitos a partir de ações reflexivas sobre materiais e atividades, ou a partir de situações-problema e problematizações do saber matemático. (FIORENTINI, 1995, p. 4, 5)

Portanto, a maneira como o professor vê a matemática pode influenciar diretamente na sua prática de ensino, pois o professor como o principal responsável pela construção do conhecimento acadêmico de seus alunos mostra caminhos a serem percorridos de acordo com suas crenças e convicções, em que a ênfase parece ser a reprodução de conhecimentos prontos sem a preocupação com a verdadeira aprendizagem e com a contribuição que esse estudo pode influir na vida do aluno, seja pela vida acadêmica ou cotidiana.

Do exposto acima, podemos inferir que dependendo da prática de ensino, as aulas de matemática se tornam maçantes, repetitivas, sem interesse. Há quase 30 anos atrás, Beatriz D'Ambrósio (1989) citou o fato de que as aulas de matemática, sejam elas em nível de educação básica ou na formação de professores, se desenvolvem a partir de modelos prontos vindos do professor que o mesmo expõe no quadro negro e os alunos apenas copiam e aceitam como verdades absolutas apenas repetindo os passos do professor

Um triste fato recorrente dessa prática é que os futuros professores não fazem associações da matemática com seu cotidiano e suas vivências, essa prática dificulta para o aluno entender e conceber a matemática como ciência viva que é. Uma ciência que está presente em todos os momentos de nossas vidas, que é perceptível nas obras da natureza, em nossas casas, no comércio, na indústria, ou seja, em tudo o que nos cerca. Dessa forma se sentem desmotivados em estudar matemática e apenas se apresentam para as aulas como seres passivos e sem poder de argumentação.

Baseados por essas discussões, apresentamos a História da Matemática como elemento essencial na formação de professores, por constituir uma ferramenta didática que pode dar uma visão ampla dos processos de construção dessa ciência. De acordo com Hassler (1929) apud Miguel (1993) quando os alunos têm conhecimento da história dos processos matemáticos que está sendo aprendido se torna mais interessante para eles. Ao perceber que a aprendizagem de matemática está cada vez mais aquém do necessário, alguns formadores procuram sempre inovar suas aulas e buscar mecanismos diferenciados que sirvam de suporte para seu trabalho. Nesta linha de pensamento, Abreu (2017, p. 37) afirma que

> Há pelo menos três décadas [...] alguns educadores matemáticos passaram a buscar uma compreensão desta disciplina ligada a vivência social do ser humano. Estava ali nascendo entre os matemáticos e os educadores matemáticos um movimento que considera a matemática como uma produção cultural.Tal proposta denomina-se Etnomatemática.

Com essa caracterização da disciplina estabelecer relação direta com a vida do ser humano, concentra-se a sua riqueza, onde o próprio aluno vai sentir o quanto ela tem significado e importância em sua vida e o quanto ela está presente em todos os momentos e espaços que o mesmo se insere.

Acreditamos que a História da Matemática pode servir como um desses mecanismos por aproximar a realidade do estudante com os conceitos matemáticos, além de contextualizar a descoberta de cada conceito por ele estudado, de cada matemático que nos deixou legados no decorrer dos anos, por mostrar ao aluno como as construções foram se constituindo ao longo da história, quais aspectos, sejam eles históricos, religiosos ou filosóficos desencadearam tal descoberta e assim promover a interdisciplinaridade.

Contudo, discutimos nesse trabalho, a fim de amenizar nossas inquietações cotidianas, a possível relação entre a História da Matemática como metodologia de ensino e os problemas originados do atual ensino de matemática.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO PANORAMA DO ENSINO DE MATEMÁTICA DO SÉCULO XX

A História da Matemática é vista como um valioso recurso pedagógico para o ensino de matemática pelo menos desde o século XVIII. Segundo Antônio Miguel e Maria Ângela Miorim (2011) a obra *Elémens de géométrie*, de Alexis Claude Clairaut, em 1892 apresentou pela primeira vez uma relação intrínseca entre a História da Matemática e a Educação Matemática. Nessa obra Clairaut buscava apresentar a geometria de uma maneira diferenciada e prazerosa, para isso usa da História para fazer essa inserção.

Apesar dessa preocupação em utilizar a História da Matemática como recurso de acompanhamento pedagógico não ser recente, somente a partir da década de 1960 é que ganham forças os movimentos[177] a favor de tal metodologia, e a partir daí é que têm os primeiros registros nos congressos internacionais de educação matemática como uma aliada à prática de ensino, por fornecer mecanismos que auxiliem o professor na contextualização dos fatos matemáticos.

No Brasil, nota-se sua presença nos estudos de Educação Matemática a partir da segunda metade século XX especificamente, a partir das décadas de 1960 e 1970. Segundo Romélia Souto (2010), até o momento, foram realizadas oito edições do Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM) e cinco edições do Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática (ELBHM). Eliane Araman (2011) citou o I Encontro Paulista de Educação Matemática em Campinas (SP) em 1989, onde a temática envolvia discussões sobre a relação intrínseca entre os aspectos históricos e o processo de Ensino e de Aprendizagem de Matemática. Miguel e Miorim (2004) afirmaram que somente a partir desse momento começou a surgir um processo de inserção da História da Matemática como uma metodologia para o ensino de matemática.

Uma tendência relevante, citada por Fiorentini (1995) é a Sócioetnocultural, a qual apresenta o conhecimento matemático como um saber produzido histórico-culturalmente baseado nas práticas sociais. Essa tendência acredita que o aluno alcançará melhores resultados se a matemática estiver relacionada ao seu cotidiano e às suas práticas sociais, ou seja, caracteriza a própria essência da Etnomatemática.

Nos dias atuais, é crescente o discurso em defesa da utilização da História no ensino de Matemática básica, seja em debates acadêmicos ou em textos didáticos. Souto (2010) nos mostra com base em suas pesquisas que os professores da rede de ensino básico manifestam interesse em utilizar da História para enriquecer suas aulas e reconhecem o valor didático que ela pode oferecer, no entanto é notório que a prática da história da matemática em sala de aula é precária ou até mesmo quase inexistente.

[177] Movimento da Matemática Moderna; Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM);Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática (ELBHM);I Encontro Paulista de Educação Matemática em Campinas (SP) em 1989.

> Constei que pouco se avançou na tentativa de resolver o que podemos chamar de dois “grandes empecilhos” ao uso da História da Matemática em sala de aula atualmente: 1) os professores não são preparados, em sua formação, para desenvolver esse tipo de abordagem e 2) existe escassez de materiais voltados ao professor de matemática, com uma linguagem acessível e que possa ser utilizado dentro da sala de aula. (MERCATELLI NETO, 2009. p.9)

De uma maneira geral, percebe-se que não é fácil buscar uma metodologia diferenciada para obter um melhor resultado de um trabalho. Em relação à História da Matemática, Mercatelli Neto (2009) informou que em suas pesquisas com professores da educação básica, ficaram evidenciados dois principais pontos que dificultam essa nova prática.

O primeiro deles é a falta de preparo desses professores em planejarem essas aulas recorrendo à História da Matemática, pois estes não carregam em sua formação inicial uma bagagem teórica que subsidiam essa mudança comportamental em sala de aula, fato que pode estar vinculado à falta de leitura proveniente de profissionais das áreas de ciências exatas. Como segundo ponto crítico, Mercatelli Neto (2009) fala da quase inexistência de materiais didáticos que sirvam de alicerce, para esses professores com defasagem teórica, o que dificulta ainda mais a prática da História da Matemática como recurso pedagógico.

Os professores alegam que não têm formação acadêmica condizente para introduzir a História da Matemática em seus planejamentos, além de trabalharem com uma carga horária exorbitante, não dispõem de tempo suficiente para planejarem suas aulas da maneira desejada. Acrescentam ainda, que pouco existe no mercado, material didático com o aparato necessário do qual precisam, pois os materiais existentes são na grande maioria apenas para consulta e curiosidade do professor. Dessa forma, necessitariam de um material-suporte que esteja pronto, apenas para reproduzir em suas salas de aula.

Ao fazer uma breve análise dos movimentos que permearam os estudos acerca da Educação Matemática no Brasil, percebe-se que há uma constante busca pela renovação de metodologias e reorganização do ensino a fim de atualizá-lo mudando a prática docente e dessa forma aproximar a disciplina vista em sala de aula com a Matemática presente no cotidiano. Para Burigo (1989, p. 103) a partir das

décadas de 1960 e 1970 começam a permear, entre professores de matemática de São Paulo, novos ideais acerca de um movimento de modernização do ensino de matemática já existente nos Estados Unidos e na Europa. Esse movimento educacional foi de grande importância e ficou conhecido como Movimento da Matemática Moderna (MMM). No Brasil, esse movimento foi difundido e ampliado a partir da criação do GEEM (Grupo de Estudos do Ensino da Matemática) em São Paulo, considerado por Burigo (1989, p. 104), como essencial para a divulgação das propostas de inovação do ensino de Matemática.

De acordo com Fiorentini (2005, p.13) o MMM

> [...] surgiu como resposta à constatação, após a Segunda Guerra Mundial, de uma considerável defasagem entre o progresso científico-tecnológico da nova sociedade industrial e o currículo escolar vigente, sobretudo nas áreas de ciências e matemática.

Dessa forma, o MMM trouxe nova abordagem ao currículo de Matemática de nível básico de ensino, propondo uma reforma na prática escolar. Os PCN's definem-nos da seguinte forma:

> A Matemática Moderna nasceu como um movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica e foi posta na linha de frente do ensino por se considerar que, juntamente com a área de Ciências, ela constituía uma via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico. Para tanto procurou-se aproximar a Matemática desenvolvida na escola da Matemática como é vista pelos estudiosos e pesquisadores. (1998. p 19)

Pinto (2005) concluiu que o Movimento da Matemática Moderna tinha como principal intenção revolucionar o ensino da Matemática, que até então era dissociado da realidade vivida pelos alunos.

Para isso, o MMM propôs uma adequação do currículo, dificultando a visão histórica da matemática, pois enfatiza a teoria dos conjuntos, a axiomatização, as estruturas lógicas e a lógica matemática. Para Fiorentini (2005, p.14) no MMM a matemática é vista como autossuficiente, uma vez que "enfatiza-se o uso preciso da linguagem matemática, o rigor e as justificativas das transformações algébricas através das propriedades estruturais." De acordo com os PCN's esse movimento teve grande

influência no Brasil, sobretudo com os livros didáticos e paradidáticos até o momento de constatação da inadequação de alguns princípios básicos como o enaltecimento à simbologia utilizada desde as séries iniciais do ensino fundamental, pois “essa proposta de ensino parecia visar não à formação do cidadão em si, mas à formação do especialista matemático” (FIORENTINI, 2005, p. 14).

Entretanto, percebe-se ao longo dos tempos que a preocupação com o ensino de matemática e as metodologias mais adequadas a serem utilizadas são constante. Sob essa ótica vemos a História da Matemática como um recurso pedagógico que contribua para uma prática de ensino mais prazerosa e efetiva. Não podemos negar que a maneira como a matemática é apresentada em sala de aula faz com que poucos alunos se sintam atraídos em estudá-la deixando consequências desagradáveis, como reprovações e evasões escolares. Por outro lado, o professor enfrenta diversos desafios diários ao tentar buscar novas metodologias para amenizar essas difíceis situações.

Um dos desafios apontados é a convicção de que alguns alunos já trazem em sua bagagem escolar a concepção de que a matemática é uma disciplina muito difícil e não conseguirão aprender, por isso não apresentam interesse em estudá-la. Outro desafio apresentado ao professor são as difíceis condições de trabalho como: carga-horária muito extensa e baixos salários, o que não deixa tempo ao professor de planejar aulas diferenciadas, associadas a isso a ineficácia de políticas voltadas à educação que facilitem o trabalho do professor em sala de aula.

Ferreira e Lopes (2013, p.77) classificam a matemática presente no currículo escolar como uma disciplina que “aparece descontextualizada e isolada das outras disciplinas, como se seus conteúdos fossem um mundo à parte, sem relação com os demais saberes que envolvem a escola e a própria vida dos estudantes”.

Contudo, para realizar a função de mediador do conhecimento matemático, o professor necessita além de um arcabouço teórico, mas também de estratégias de ensino diferenciadas e atualizadas. Percebemos que a sociedade vive em constantes mudanças, movimentam-se instantaneamente, devido influências da era da informação. No ambiente escolar não é diferente, por esse motivo, o professor se sente

na obrigação de permear suas aulas com diferentes visões a fim de obter a atenção do seu aluno e colher melhores frutos de sua aprendizagem.

EXPLORAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA A APRENDIZAGEM

Abstraindo do que foi discutido até o momento, sugerimos a História da Matemática, como um recurso didático nas aulas de matemática, principalmente nos cursos de formação de professores de matemática por ter a possibilidade de apresentar ao formando a ideia de que a matemática que está presente em seu cotidiano é a mesma que é estudada na escola, apenas com o enfoque diferente, ou seja, fora da escola, a matemática é apresentada de uma maneira mais lógica e aplicada a situações corriqueiras, sem estruturas formalizadas e sistematizadas, enquanto na escola a matemática é vista sob uma ótica apenas de estruturas lógicas, de fórmulas, gráficos e números que representam situações reais, porém de uma maneira muito abstrata, onde o aluno não consegue fazer essa associação.

Outro fato importante a ressaltar é o valor didático que se pode ter utilizando a História da Matemática junto com a Etnomatemática fazendo um paralelo entre a época em que cada matemático importante viveu e a atualidade, as descobertas matemáticas que foram se constituindo, diminuindo a turva imagem que essa é uma ciência milenar e acabada. Assim sendo, é de grande valia deixar claro ao aluno que a matemática é uma ciência que está em construção constante, que todos os teoremas, conceitos conhecidos e estudados hoje, são criações humanas que tiveram várias interferências para se constituírem no que conhecemos.

Nesse sentido, a História da Matemática ao aproximar a construção dos conceitos matemáticos com a realidade atual de nossos alunos, pode amenizar as lacunas de aprendizagem existentes, pois a mesma constituirá em uma mediadora do conhecimento matemático, por estar presente em sala de aula exercendo a função de ponte entre conhecimentos e problemas práticos, podendo dessa forma, trazer à tona um maior interesse e dedicação ao estudo da matemática. Thays Santos (2011, p. 1) comenta sob esse enfoque que

> [...] a partir disto, é bom ressaltar que a exploração histórica da matemática de forma equilibrada e articulada, poderá auxiliar o professor no desenvolvimento do aluno, pois dessa forma haverá um trabalho interdisciplinar.

Ao se falar de trabalho interdisciplinar, podemos citar a intrínseca relação entre a matemática e outras ciências como a física e a astronomia. Não podemos nos esquecer também que a matemática em seus primórdios contou com a relevância das artes, da religião e da filosofia para constituir seus conceitos mais importantes.

Nesse sentido, Santos (2011) reforça que a História da Matemática usada como um recurso didático pode agir como um "instrumento que contextualiza, humaniza, motiva e ajuda a formalizar conceitos" (p. 2) matemáticos suficientes para obter sucesso acadêmico. Porém, vale ressaltar que a História da Matemática por si só não tem o poder de transformar e revolucionar o ensino de matemática, ela é apenas um dos possíveis recursos a serem utilizados de maneira adequada pelo professor no momento necessário.

O recurso, História da Matemática, é apenas uma possibilidade para incrementar a formação do professor de matemática.

> Não existe uma receita para ensinar a história da matemática [...], mas é de responsabilidade do docente buscar o melhor método de ensino para trabalhar a evolução da matemática no tempo, proporcionando aos discentes compreender o sentido da matemática no contexto histórico, suas aplicações, as dificuldades dos matemáticos que a estudaram, suas persistências, o que os impulsionaram a desenvolver tais conhecimentos (CAVALCANTE, 2013, p. 2)

Dessa forma, cabe ao professor, para fazer jus a suas atribuições com eficácia, inovar de forma consciente e, sobretudo construir junto a seus alunos um novo conhecimento, ficando a seu critério e responsabilidade inserir diferentes metodologias em seu planejamento escolar, buscando sempre a melhoria de seu ensino. Espera-se que o professor "encare (a História da Matemática) como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados" (PCN's, 1998, p.43).

Vale ressaltar que quando se fala em introduzir a História nas aulas de Matemática, abre-se um leque de opções de como isso pode ser realizado. O uso desta rica oportunidade não pode estar vinculado a apenas leitura de textos com a biografia de autores e datas de suas vidas, a inserção da História nas aulas de matemática deve ser algo corriqueiro e natural. Portanto, ao lançar mão da

> Etnomatemática pretende, em se tratando dos aspectos relativos ao ensino-aprendizagem, fazer emergir no professor-educador modos de fazer com que seus alunos reflitam, raciocinem, meçam, contem e aprendam a concluir. E correlacionem tais procedimentos com a busca pelo entendimento de como a cultura se desenvolve e como potencializa as questões de aprendizagem (ABREU, 2017, p.38).

Como exemplos de aplicação, podemos citar a prática de leituras acerca dos fatos históricos e biografias, assim como textos que contextualizam um determinado conteúdo programático. Textos estes que não necessitam ser de tempos remotos, uma leitura atual de uma reportagem de jornal ou revista, pode ser inserida no ambiente escolar como um recurso à História da Matemática. Uma vez que a história é um recurso pedagógico que serve para complementar o entendimento dos conceitos matemáticos que por consequência podem motivar o aluno a buscar por novas leituras e associar isso ao ensino de matemática. Por isso a história deve estar sempre lado a lado com estes conceitos presentes no currículo escolar.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Percebemos que a formação de professores de matemática atualmente não se fundamenta em parâmetros conceituais que convirjam para a valorização dos elementos da História da Matemática e Etnomatemática. Ainda, nos cursos de formação de professores e principalmente nas práticas docentes persistem posturas e entendimentos de que a matemática não pode ser reelaborada ou reconhecida nos diversos contextos da vida cotidiana.

Portanto, notamos que é necessário modificar esses parâmetros e usufruir de metodologias de ensino diversificadas que possam satisfazer as necessidades dos

futuros professores de matemática. Sob essa ótica, procuramos nesse trabalho apresentar a História da Matemática para constituir uma ferramenta pedagógica de auxílio aos professores formadores, por acreditar que a mesma pode desempenhar uma função mediadora do conhecimento matemático, tornando as aulas e a formação matemática, menos cansativa e consequentemente mais atraente aos olhos dos alunos, fato relevante para uma aprendizagem mais significativa, melhorando a relação professor-ensino-aluno e consequentemente diminuindo os elevados índices de reprovação e de evasão escolar.

Durante as leituras, percebemos que a defesa do uso da História da Matemática nas aulas não é recente, porém, até a atualidade não se tem um parâmetro de metodologia a ser seguida e nem materiais didáticos eficazes. Em pesquisa realizada por Mercatelli Neto (2009), ficou evidenciado que professores sentem a falta de contextualizar os conceitos trabalhados em sala de aula e reconhecem a História da Matemática como um recurso valioso para essa contextualização, porém, confirmam que não conseguem fazê-la, devido a fatores como a precária formação acadêmica, a falta de incentivo e auxílio pela escola, a inexistência de tempo para preparar materiais diversos e planejar suas aulas e, sobretudo a falta de materiais prontos que os conduzam à prática em sala de aula ensinando matemática com contextos históricos.

Salientamos que a formação, contudo a de matemática necessita de diferenciadas metodologias para que sua efetivação seja comprovada, a História da Matemática utilizada como metodologia de ensino, associada principalmente a Etnomatemática têm o mérito de esclarecer a relação existente, e poucas vezes notada, de que a matemática que está presente em todos os momentos cotidianos é a mesma estudada na escola e formalizada em teorias.

Já vislumbramos que a História da Matemática aliada ao ensino pode exercer a função de mediadora do conhecimento matemático, pois consegue promover uma considerável aproximação do estudante com a ciência matemática, fato que contribui para um melhor aproveitamento da disciplina em questão. No entanto, ficou evidenciado que não existe uma maneira correta ou incorreta de usar a História da Matemática. O professor como principal elemento do processo de ensino e aprendizagem é quem deve escolher o momento adequado e a abordagem da qual

necessita naquele instante. Considerando que a relação ensino-aprendizagem é construída pela experiência e vivência do professor com seus alunos, cabe a ele mesclar as práticas que utilizará em suas aulas, considerando a heterogeneidade de suas salas de aula e visando a efetivação do seu trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

ABREU, Rodrigo Guimarães. *Uma história oral da Etnomatemática*: caminhos para a dimensão educacional. Dissertação de Mestrado em Educação da Faculdade de Educação Universidade de São Paulo-USP. São Paulo: s.n. 2017. Disponível em: https://www5.usp.br/?s=TESE+SOBRE+A+ETNOMATEM%C3%81TICA.Acessado em 16/11/20’18 às 17:47 hs.

ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira. *Contribuições da história da matemática para a construção dos saberes do professor de matemática*. 2011. 241f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, UEL, Londrina (PR). Orientadora: Dra. Irinéa de Lourdes Batista. Disponível em: http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000168190. Acesso: 08/07/2016

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais*: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

BURIGO, Elisabete Zardo*. Movimento da matemática moderna no Brasil*: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. 1989. 293f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/163050. Acesso: 29/03/2017

CAVALCANTE, Marlon Tardelly Morais. (et. al) *A importância de estudar a História da Matemática nos anos finais do ensino fundamental*: análise de livros didáticos. Anais do XI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, PR. Julho de 2013. ISSN 2178-034X. Disponível em: sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/483_1731_ID.pdf. Acesso em: 08/07/2016

D’AMBROSIO, Beatriz S. *Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates*. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. p. 15-19.

FERREIRA, André Luis Andrejew; LOPES, Lidiane Schimitz. *Um olhar sobre a história nas aulas de matemática*. Abakós, Belo Horizonte, v. 2, n. 1, p. 75–88, nov. 2013 - ISSN: 2316–9451. Disponível em: http://200.229.32.55/index.php/abakos/article/view/P.2316-9451.2013v2n1p75. Acesso em: 20/08/2016

FIORENTINI, Dario. *Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil*. p.1-38 (Primeira Parte: p.1-16). Zetetiké: Revista de Educação Matemática, Campinas, SP, v. 3, n. 4, 1995. ISSN 2176-1744. Disponível em: http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2561/2305. Acesso em: 15/07/2016

LIMA, Telma Cristiane Sasso; MIOTO, Regina Célia Tamaso. *Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico*: a pesquisa bibliográfica. Rev. Katál. Florianópolis v. 10 n. esp. p. 37-45 2007.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. *História na Educação Matemática*: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. 200f. (Tendências em Educação Matemática,10).

NETO, Helinton Mercatelli. *A Coleção História da Matemática para Professores*: um estudo sobre possibilidades de uso por professores das séries finais do Ensino Fundamental. 2009. 95f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática – Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UEP, Rio Claro (SP). Orientadora: Dra. Rosa Lúcia Sverzut Baroni. Disponível em: http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91093/mercatellineto_h_me_rcla.pdf?sequence=1. Acesso em: 20/08/2016

PINTO, Neuza Bertoni. *Marcas históricas da matemática moderna no Brasil. Curitiba*: Champagnat. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Revista Diálogo Educacional. V.5, n.16, 2005, p. 25-38. Disponível em: file:///D:/ESPECIALIZA%C3%87%C3%83O%20EM%20EM/ORIENTA%C3%87%C3%83O%20ARTIGO/material%20de%20leitura/PDF/PINTO%20%20MArcas%20Hist%C3%B3ricas%20da%20Mat%20Moderna%20no%20Brasil.pdf. Acesso em: 22/08/2016

SANTOS, Thays R. (et. al) *História da matemática uma ferramenta para o desenvolvimento da aprendizagem*. Anais do XVI Seminário Interinstitucional de Ensino, Pesquisa e Extensão, XIV Mostra de Iniciação Científica, IX Mostra de Extensão. Outubro de 2011 – Cruz Alta: UNICRUZ, 2011. ISBN: 2176-5065. Disponível em: http://www.unicruz.edu.br/16_seminario/artigos/agrarias/HIST%C3%93RIA%20DA%20MATEM%C3%81TICA%20UMA%20FERRAMENTA%20PARA%20O%20DESENVOLVIMENTO%20DA%20APRENDIZAGEM.pdf. Acesso em: 22/08/2016

SEVERINO, A. J. *Metodologia do trabalho* científico. 23 ed. São Paulo: Cortes, 2007

SOUTO, *Romélia Mara Alves. História na Educação Matemática*: um estudo sobre trabalhos publicados no Brasil nos últimos cinco anos. Bolema-mathematics Education Bulletin-boletim de Educação Matemática. Rio Claro (SP): UNESP-dept Mathematica, v. 23, n. 35, p. 515-536, 2010. Disponível em: http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/3765. Acesso em: 25/08/2016

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E O ENSINO DE ÁLGEBRA: buscando possibilidades

Carlos Antonio Rezende Filho [178]
Cristiane Coppe de Oliveira [179]

RESUMO

O presente trabalho é um recorte do projeto de pesquisa de dissertação - em andamento, que objetiva identificar o discurso pedagógico de Malba Tahan (1895- 1974) acerca do "algebrismo", termo apresentado pelo autor em sua obra Didática da Matemática (1961). Pretende-se ainda investigar as concepções desta obra a fim de trazer contribuições históricas para a elaboração de uma unidade didática (Coll,1996) para o ensino de álgebra no contexto do Ensino Fundamental, tendo como recurso didático a história da matemática. A elaboração da unidade didática, como produto educacional, pretende proporcionar o diálogo nas relações/aproximação das temáticas, ensino de álgebra e a história da matemática, visando a apresentação de ações que possam delimitar caminhos e possibilidades na prática docente do professor de matemática do Ensino Fundamental, que possa contemplar as habilidades necessárias apresentadas na unidade temática de álgebra da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018). Neste trabalho, apresenta-se a etapa inicial do projeto de pesquisa no que tange o levantamento bibliográfico de trabalhos científicos que compreendem o campo do ensino de Álgebra para o Ensino Fundamental. Tem-se como aporte teórico as ideias de Usiskin (1995) e os PCN (1998). Encontrou-se alguns trabalhos que dialogam com as temáticas supracitadas, indo de encontro com as habilidades elencadas na BNCC. Percebe-se que quando utilizada de maneira correta, a História da Matemática apresenta grandes contribuições para o processo de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: História da Matemática. Álgebra. Ensino.

[178] Universidade Federal de Uberlândia. carlos.mat@ufu.br
[179] Universidade Federal de Uberlândia. criscoppe@pontal.ufu.br

INTRODUÇÃO

O último Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), publicado no ano de 2018 referente ao ano anterior, evidenciou um cenário preocupante para todos os educadores do Brasil, pois, os anos iniciais do Ensino Fundamental foram os únicos que conseguiram superar a meta estipulada para aquele ano, a meta era de 5,5 e esse nível de ensino alcançou 5,8.

Outro dado alarmante foi o último resultado do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), divulgado também em 2016. Nosso país ficou em 66° lugar dentre um total de 70 países, em relação ao ensino de Matemática. A prova para esse indicador foi aplicada novamente em maio de 2018, e aguardamos o novo resultado.

Em relação ao conteúdo de Álgebra o cenário não é diferente. Segundo o trabalho de Gil (2008) os problemas e dificuldades enfrentadas atualmente em relação ao ensino de Álgebra no Brasil é um reflexo da evolução desse conteúdo desde sua inclusão no currículo até os dias atuais.

A preocupação com o ensino e a aprendizagem desse conteúdo vem sendo discutido desde sua implementação nos currículos Brasileiros, esse impasse, foi alertado em 1961 por Malba Tahan, em seu livro *"Didática da* Matemática", referindo-se ao "algebrismo*".* Para o autor, esse termo é associado ao ensino de matemática que aterroriza os estudantes, afastando-os de uma aprendizagem significativa, defendendo a ideia que o algebrismo é o desrespeito à inteligência dos alunos (SALLES E PEREIRA NETO, 2016).

Atualmente o campo da Educação Matemática defende inúmeras maneiras de se abordar os conteúdos matemáticos, de modo a facilitar o processo de ensino e aprendizagem, afastando assim esse assombramento dos alunos com a disciplina.

Uma dessas possibilidades é recorrente ao uso da História da Matemática como um recurso didático. São vários aspectos positivos ressaltados pelos pesquisadores desta área, como a capacidade de contextualização, a desmistificação da Matemática, a compreensão do processo dialético da construção e aperfeiçoamento dos conteúdos.

Para D’Ambrosio (2016) a História da Matemática é um elemento fundamental para perceber como as teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas em uma determinada época, auxiliando no aprendizado e no desenvolvimento da Matemática de hoje.

Diante desse cenário, o presente trabalho, que compõe parte do levantamento bibliográfico do projeto de pesquisa de mestrado do primeiro autor junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia. O projeto tem como objetivo identificar o discurso pedagógico do Malba Tahan (1895- 1974) acerca do “algebrismo”, apresentado na obra Didática da Matemática (1961) e as concepções desta obra a fim de trazer contribuições históricas para a elaboração de uma unidade didática (Coll,1996) para o ensino de álgebra para o Ensino Fundamental, apropriando-se da história da matemática como recurso didático.

O objetivo desta pesquisa é dialogar com as temáticas, ensino de álgebra e a história da matemática, visando a estruturação da unidade didática, apresentando alguns caminhos e possibilidades de trabalhos voltado para o Ensino Fundamental.

Para o desenvolvimento deste trabalho realizou-se uma pesquisa no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), em revistas eletrônicas científicas, além de busca nos anais do Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM promovido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática. As revistas e os anais foram consultados a fim de identificar teses ou dissertações que estão em desenvolvimento e poderiam gerar um panorama das pesquisas desenvolvidas no Brasil acerca da temática.

O ENSINO E AS CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA NO BRASIL

Atualmente a disciplina de Matemática no Brasil é dividida em quatro campos, sendo eles: Aritmética, Álgebra, Geometria e Estatística e Probabilidade, conforme apresentado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), a primeira vez que o estudo da Álgebra foi introduzido no ensino secundário brasileiro foi no início do século XIX, depois de ser formalmente discutido na Carta Régia em 19 de agosto de 1799.

Conforme aponta Valente (2004) antes do ano de 1929 as disciplinas de Álgebra, Aritmética e Geometria eram os componentes curriculares da época. Neste mesmo ano, Euclides Roxo reestruturaria, internamente, os conteúdos curriculares do Colégio Pedro II na cidade do Rio de Janeiro, configurando-se, assim, a disciplina de Matemática no Brasil. No âmbito nacional, a disciplina foi regulamentada pela Reforma Francisco Campos, que teve forte influência de Euclides Roxo, normalizando assim a disciplina para todo ensino secundário no Brasil.

O ensino da Álgebra desde sua implementação nos currículos até o início da década de 60, quando se inicia o Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil, pautou-se em um ensino de caráter mecânico, reprodutivo e com ênfase ao uso de regras e algoritmos, conforme observado nos exemplos apontados por Miguel, Fiorentini e Morim (1992).

Com a chegada do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, que proporcionou a introdução de elementos unificadores dos campos da Matemática, a forma de conceber a Álgebra foi reformulada por professores e autores de livros didáticos, passando a ser vista de uma forma “mais aplicável”, tentando superar a forma reprodutiva e mecânica do ensino de Álgebra (GIL, 2008).

Atualmente um dos documentos norteadores das práticas pedagógicas é a BNCC, que apresenta o conteúdo de álgebra como uma unidade temática, e apresenta algumas habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos durante toda a Educação Básica.

Segundo esse documento, a álgebra tem como finalidade o desenvolvimento do pensamento algébrico, que é essencial para a utilização de modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandeza, de situações e estruturas matemáticas, recorrendo ao uso das letras e outros símbolos (BRASIL, 2018).

As indicações para o trabalho com a álgebra, segundo a BNCC (2018), devem se iniciar deste os anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo imprescindível a

abordagem de algumas dimensões, como, por exemplo, as ideias de regularidade, generalizações, padrões e propriedades de igualdade.

Já nos anos finais do Ensino Fundamental os estudos de álgebra devem ser retomados, aprofundados e ampliados. Diferenciando os significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer generalizações, investigar regularidades, resolverem equações e inequações, estabelecer conexões entre variável e função e entre incógnita e equação (BRASIL, 2018).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), também apontam que alguns aspectos da álgebra devem ser desenvolvidos desde as séries iniciais; porém, considera que é nas séries finais do Ensino Fundamental que as atividades algébricas devem ser ampliadas. De acordo com este documento, existem diferentes interpretações da álgebra escolar, sendo elas: aritmética generalizada, álgebra funcional, equações e estrutural (BRASIL, 1998).

Outra concepção sobre o ensino de álgebra é a de Usiskin (1995), citado em vários trabalhos com essa temática (SANTOS, 2005; SILVA, 2014; BONADIMAN, 2007). O autor, segundo Silva (2014), pontua quatro concepções de álgebra, aritmética generalizada, álgebra como meio de resolver problemas, álgebra como o estudo de relações e álgebra como o estudo de estruturas.

No que tange a dificuldade dos alunos frente ao ensino de álgebra, encontra-se vários trabalhos que dialogam com essa temática (Booth (1995), Silva (1998), Clement, Lochhead e Monk (1981), Santos (2007)). Ressalta-se as dificuldades apontadas por Nobre (1996) citado por Modanez (2003)

> - dificuldade em dar sentido a uma expressão algébrica; não distinguir adição aritmética (4+6) de adição algébrica (x+4); não ver a letra como representando um número; atribuir significado concreto às letras (5b+3b como 5 chicletes + 2 chicletes); dificuldade para pensar em uma variável como significando um número qualquer; interpretações diferentes para as ações que correspondem aos símbolos “+” e “=” na aritmética e na álgebra; significados distintos para algumas letras na aritmética (em aritmética podemos ler 3m como 3 metros e em álgebra, como o triplo do número de metros); dificuldade em passar da linguagem natural para a algébrica. (NOBRE, 1996 apud MODANEZ, 2003, p. 30).

Para sanar algumas dessas dificuldades é necessário que o professor pense em atividades algébricas lúdicas e dinâmicas, conforme apontado por Lins e Gimenes (1997), atividades que contribuam para o processo de produção de significados para a álgebra. Uma das possíveis metodologias que podem ser adotada pelos professores é recorrente ao uso da História da Matemática, que é o foco deste trabalho, e será discutida a seguir.

O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA.

Neste tópico será apresentado algumas ponderações sobre o uso da história da Matemática em sala de aula, visando um melhor entendimento dessa metodologia, para auxiliar na construção, a posteriori, do produto final da dissertação, que será constituído por uma unidade didática acerca de um conteúdo algébrico.

Segundo Roque (2012), as primeiras preocupações explícitas e documentadas em legislação, em relação a introdução de elementos da História da Matemática no âmbito educacional, foi por meio da Reforma Francisco Campos, em 1930 e consolidada em 1932, pelo Decreto nº 21241.

> E, por fim, com intuito de aumentar o interesse do aluno, o curso será incidentalmente entremeado de ligeiras alusões a problemas clássicos e curiosos e aos fatos da história da matemática bem como à biografia dos grandes vultos desta ciência (MIGUEL E MIORIM, 2004, p.17)

Nessa época, alguns autores de livros didáticos incorporaram as orientações dessa reforma e incluíram em suas obras elementos da História da Matemática, como por exemplo, os livros didáticos de Melo e Souza e Euclides Roxo.

A dimensão histórica dos conteúdos matemáticos, podem facilitar o entendimento e as técnicas associadas aos conhecimentos e a percepção de que a Matemática não é uma sequência discreta de capítulos, mais um mover entre diversos modos de pensar sobre os conceitos matemáticos (GASPAR, 2003).

De acordo com Coppe-Oliveira (2009), a História da Matemática é importante no processo de construção e aprendizagem, pois é por meio desta metodologia de ensino

que se resgata o diálogo sobre os questionamentos, vida, história, realizações de famosos matemáticos. Esse diálogo aponta para o contexto da História da Matemática, como ciência reveladora do desenvolvimento da Matemática com produto cultural da humanidade.

Dentre as razões do uso de história em sala de aula citados, Fauvel (1991) apud Mendes (2006, p.86), destaca-se que

> ... a história aumenta a motivação para a aprendizagem da matemática; os alunos compreendem como os conceitos se desenvolveram; contribui para as mudanças de percepções dos alunos com relação à matemática; suscita oportunidades para a investigação matemática resultados no futuro; faz da matemática um conhecimento menos assustador para os estudantes e para a comunidade em geral e explora a história, ajudando a sustentar o interesse e a satisfação dos estudantes (FAUVEL apud MENDES, 2006, p. 86)

Porém, apesar dos benefícios do uso dessa metodologia para as aulas de Matemática, Martines (2009) pondera que nem sempre os livros didáticos apresentam esse recurso de forma satisfatória, sendo expostos apenas como curiosidades ou uma maneira de se fugir temporariamente da Matemática.

Por outro lado, nas últimas décadas é notável a ampliação da presença do discurso histórico nas produções brasileiras voltadas à Matemática escolar, e o crescimento de grupos de pesquisas que voltam seus estudos para esse campo.

Segundo Miguel (1996) é frequente encontrarmos vários argumentos que robustecem a participação da história no ensino e aprendizagem da matemática, advindos de matemáticos, historiadores da matemática e educadores matemáticos.

D’Ambrosio (1999) pondera que o a História da Matemática no ensino deve ser encarada como motivação para o ensino de Matemática, por meio de curiosidades, coisas interessantes e que poderão motivar alguns alunos.

Em uma outra vertente Viana (1995) e Miguel (1997) citados por Roque (2012) apresentam algumas questões em relação as potencialidades pedagógicas da História da Matemática, algumas delas pertinentes a ausência de literatura adequada e a natureza da literatura disponível, para aquela época.

Que vai de encontro com a abordagem deste trabalho, que visa uma revisão bibliográfica sobre o uso da História da Matemática para o uso de um conteúdo especifico, a Álgebra.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: ALGUMAS POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA

Para chegar nos trabalhos apresentados a seguir, foi realizado uma busca no banco de teses da CAPES, em anais de eventos científicos, revistas eletrônicas e em sites de programas de mestrados profissionais. Foram escolhidos trabalhos que abordavam a História da Matemática para o ensino de Álgebra, que apresentassem uma proposta do que podemos chamar de “como fazer”, para então alcançar assim os objetivos dessa etapa do projeto de pesquisa.

O trabalho de Santos e Borges (2014), apresenta uma evolução histórica da simbologia algébrica, buscando como objetivos facilitar o entendimento de Álgebra, por meio do seu desenvolvimento ao longo da história, em particular o desenvolvimento da simbologia algébrica, de forma atrativa e de fácil contextualização.

Os autores apresentam possibilidades para abordar os três principais estágios da álgebra sendo eles, a álgebra retórica, álgebra sincopada e álgebra simbólica. Proporcionando uma alternativa em que um ensino seja facilitado através do conhecimento histórico evolutivo algébrico.

Vailati e Pacheco (2009), utilizou os estágios históricos para o ensino de equações algébricas, para turmas do primeiro ano do Ensino Médio e de formação docente em uma escola Pública do interior do Paraná. Esse trabalho é fruto do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE, que possui como principal objetivo propiciar aos professores da rede pública estadual do Paraná, subsídios teórico-metodológicos para o desenvolvimento de ações educacionais sistematizadas, e que resultem em redimensionamento de sua prática.

Os autores utilizaram antes da aplicação um teste de sondagem temática, para verificar o que os alunos entendiam por álgebra e se possuíam algum conhecimento

relativo a história da álgebra. Para a maioria dos alunos, cerca de 71%, álgebra pode ser entendida como o cálculo com número e letras, citando alguns conteúdos como equações e sistemas de equações. Vale ressaltar que 100% dos entrevistados afirmaram que não conhecem a História da Álgebra e alguns enfatizaram que tem curiosidade em saber como a mesma foi desenvolvida.

O trabalho desenvolvido por Bissi (2015) propõe uma sequência didática voltada para alunos de nonos anos, que contempla o conteúdo de equações e funções, para tal, é utilizada a Matemática Egípcia contida no Papiro Rhind. O trabalho visa ainda identificar se os professores da escola envolvida na pesquisa utilizam a História da Matemática como um recurso didático. O autor pondera sobre o quanto a História da Matemática deve ser uma constante aliada do professor na construção de conhecimento, pois a mesma apresenta várias facetas que quando bem exploradas significam o conteúdo de Matemática. Neste texto o autor não apresentou os resultados da pesquisa com os professores.

Lopes e Alves (2014) apresentam em seu trabalho um minicurso intitulado “A História da Matemática em sala de aula: propostas de atividades para a Educação Básica”, tendo como proposta atividades que permeiam em diversos conteúdos para o Ensino Fundamental e Médio.

As atividades propostas foram formuladas pensando em escolas com salas numerosas e/ou pouco recursos, que é uma realidade das escolas públicas no Brasil. Os assuntos abordados pelas autoras foram: A invenção dos números; Equação: o idioma da álgebra; História da equação do 2º grau; História de potências e raízes; Jogando com a matemática; Dando corda na trigonometria; Números com sinais: uma grande invenção.

No que tange ao ensino de Álgebra, as autoras apresentam a atividade intitulada “O desafio de Diofante” que é um problema matemático sobre a vida do grandioso matemático. Com esse problema é possível desenvolver o pensamento algébrico e trabalhar com a transformação da linguagem materna em linguagem algébrica, no texto é apresentado cada passo do problema chegando que Diofante viveu por 84 anos.

Encontra-se também um livro didático organizado por Davidson Paulo Azevedo Oliveira, que é o produto educacional de seu mestrado profissional pela Universidade

Federal de Ouro Preto, intitulado “Um pouco de história das funções: algumas sugestões de atividades práticas para a sala de aula”, que dialoga com o professor sobre a temática História da Matemática e conteúdo de funções.

O livro apresenta grandes contribuições sobre a história das funções e o desenvolvimento desse conceito ao longo dos tempos e posteriormente traz algumas atividades para desenvolver com os alunos, que dialogam com os conceitos apresentados utilizando a História da Matemática.

Outro trabalho encontrado que dialoga com a temática foi o desenvolvido por Miranda e colaboradores (2013), que apresentam uma experiência de intervenção realizada por meio do Projeto Institucional de Bolsas de Incentivo à Docência (PIBID) em relação ao conteúdo de equações para turmas de sétimo ano.

As autoras utilizaram a História da Matemática como recurso didático para introduzirem o conteúdo, chamando de introdução a Álgebra, para tal utilizaram um texto que abordava algumas contribuições de matemáticos para o que hoje concebemos como Álgebra, dentre eles, Diofante, Al-Khowarizmi e François Viète. O texto também abordava o papiro de Rhind.

Para trabalhar com o texto cada aluno tinha um dicionário e foram pesquisando as palavras que ainda não conheciam ou que não sabiam o significado, posteriormente foi solicitado que os mesmos criassem histórias em quadrinhos utilizando recortes ou desenhos para ilustrarem o texto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Identificamos neste trabalho, algumas possibilidades para o ensino de álgebra considerando a história da matemática como um recurso didático, que auxilie na prática pedagógica do professor que ensina matemática, apresentando algumas possibilidades para o mesmo.

Os trabalhos selecionados e relatados nesta pesquisa permeiam por alguns dos campos da Álgebra voltados para o Ensino Fundamental, conforme apontados pelos

PCN (1998) e por Usiskin (1995), e que dialogam com algumas das habilidades delimitadas para o ensino de álgebra apresentada na BNCC (2018).

Em relação ao uso da História da Matemática para o ensino desse conteúdo, podemos perceber pelos trabalhos elencados anteriormente que convergem com as ideias de Gaspar (2003), Oliveira (2009), Fauvel (1991) citado por Mendes (2006), Martines (2009), Miguel (1996) e D'Ambrosio (1999). Que enfatizam as potencialidades desse recurso.

Podemos perceber que quando utilizada de maneira correta, a História da Matemática apresenta grandes contribuições para o processo de ensino e aprendizagem, e ampliando assim, a visão de que a Matemática não é algo pronto e acabado, e sim que foi fruto da criação humana sendo desenvolvida ao longo do tempo.

Ressalta-se a importância da utilização efetiva dessa metodologia, não sendo apenas utilizada como uma nota histórica ou uma adenota, que em nenhum momento é articulada com o conteúdo estudado em questão.

Pesquisas que dialogam com nossa temática estão sendo cada vez mais desenvolvidas e publicadas, porém são raras as mesmas que possuem como foco a aplicação de atividades envolvendo a temática com o conteúdo de Álgebra. Algumas pesquisas apenas apontam caminhos e não refletem sobre as possibilidades e potencialidades desse recurso.

Por outro lado, conforme apresentado, possuem trabalhos com leitura adequadas para professores e com recursos viáveis para a utilização em sala de aula, o que vai na contramão do apresentado por Viana (1995) e Miguel (1997), que ponderavam sobre as fragilidades do uso da História da Matemática.

Trabalhos como o de Lopes e Alves (2014), Bissi (2015) e Vailati e Pacheco (2009) mostram possibilidades para que possam ser sanadas algumas dificuldades em relação ao conteúdo de Álgebra apontados por Nobre (1996) citado por Mondanez (2003), com atividades que possibilita ao aluno notar a evolução desde conteúdo.

Trabalhos como o de Miranda e colaboradores (2013), possibilita atividades lúdicas que promovam a criatividade e a leitura nas aulas de Matemáticas, quebrando alguns paradigmas sobre essa disciplina.

Diante dessas reflexões, com esse trabalho pondera-se sobre as possibilidades do uso da História da Matemática para se ensinar Álgebra, abrindo discussões para outros conteúdos, pois essa metodologia pode ser aplicada em outros conteúdos da Matemática, possibilitando novas buscas para a finalização da pesquisa, culminando na elaboração do produto educacional envolvendo as possíveis relações entre a história da Matemática e o ensino de álgebra.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BISSI, T. Álgebra e História da Matemática: uma proposta de ensino a partir da Matemática do Antigo Egito. 2015, disponível em < http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd2_tiago_bissi.pdf > acesso em 01 de julho de 2018.

BONADIMAN, A. Álgebra no ensino fundamental: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

BORTOLETTI, A. A. O ensino de álgebra: uma visão em dois momentos distintos da trajetória da matemática nos currículos escolares. Ágora: Porto Alegre, 2015.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação. – Brasília: MEC/SEF, 2018.

D'AMBROSIO, U. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas, org. Maria Aparecida Viggiani Bicudo, Editora UNESP, São Paulo, 1999; pp. 97-115.

GASPAR, M. T. J. Aspectos do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico em Algumas Civilizações e Povos e a Formação de Professores. Tese de Doutorado, UNESP - Rio Claro/SP, 2003.

GIL, K. H. Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra. Dissertação – Mestrado em Educação em Ciências e Matemática - PUCRS. Porto Alegre, 118 pag. 2008.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Educacionais Anísio Teixeira. INEP. Disponível em < http://ideb.inep.gov.br/ > acesso em 10 fev. 2017.

LINS, R, C.; GIMENEZ, J. Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI. Campinas: Papirus, 1997.

LOPES, L. S.; ALVES, A. M. M. A história da matemática em sala de aula: propostas de atividades para a educação básica. Anais XX EREMAT - Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul Fundação Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Bagé/RS, Brasil. 13-16 nov. 2014.

MARTINES, M. C. S. Algumas Observações sobre a Característica de Euler: Uma Introdução de Elementos da História da Matemática no Ensino Médio. Tese de Doutorado, UNESP- Rio Claro/SP, 2009.

MENDES, I. A. A investigação histórica como agente de cognição matemática na sala de aula. In: A história como um agente de cognição na Educação Matemática. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MIGUEL, A. Estudos histórico-pedagógicos Temáticos e História-Problema. In: História e educação matemática.1996, Braga. Proceedings. Actes. Actas Vol. II. Braga, 1996. p. 43-64.
MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Álgebra ou Geometria: Para onde Pende o Pêndulo? Pró-Posições, v. 3, n. 1(7), p. 39 – 54, mar. 1992.

MIRANDA, J. A.; FRANCO K. O.; SILVA, M. R.; VIANA, O. A. A História da Matemática na introdução da Álgebra no Ensino Fundamental. Anais do IV Encontro Mineiro Sobre Investigação na Escola, Uberlândia – MG, 2013.

MODANEZ, L. Das sequências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico. 105 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Católica de São Paulo, 2003.

OLIVEIRA, D. P. A. Um pouco de história das funções: algumas sugestões de atividades práticas para a sala de aula. Produto Educacional. Itabiro, Ouro Preto - MG, 2012.

OLIVEIRA, C. C.; BARBOSA, B. M. A Etnomatemática como possibilidade de implementação da Lei 10639 na Formação inicial em Pedagogia. In: Anais do V Seminário de Racismo & Educação e IV Seminário de Gênero, Raça e Etnia. Uberlândia: Núcleo de Estudos AfroBrasileiros – NEAB/UFU, 2009.

ROQUE, A. C. C. Uma investigação sobre a participação da história da matemática em uma sala de aula do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado em Educação. 148f. Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, 2012.

SALLES, P. P.; PEREIRA NETO, A. Julio Cesar & Malba Tahan: criador e criatura. In OLIVEIRA, C. C.; ANDRADE, M. M.; VIANA, O. A.; MARIM, V. (orgs.) Malba Tahan e a revista Al-Karismi (1946-1951): diálogos e possibilidades. Jundiaí, Paco Editorial: 2016.

SANTOS, L. M. Concepções do professor de Matemática sobre o ensino da álgebra. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC-SP, 2005.

SANTOS, C. A. O.; BORGES, M. F. Evolução da simbologia algébrica: Um passeio pela História evolutiva do pensar matemático humano. Anais Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática – EBRAPEM, 2011. Disponível em < http://www.editorarealize.com.br/revistas/ebrapem/trabalhos/0c3d4ab019fbd17a8287b8cffe8ae4ec.pdf> acesso 01 julho de 2018.

SEVERINO, A. J. Metodologia do Trabalho Cientifico. 2º Ed. São Paulo, Cortez, 2017.

SILVA, M. A. Um estudo sobre o pensamento algébrico de alunos do 9º ano do ensino fundamental. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Federal de Uberlândia – Faculdade de Ciências Integradas do Pontal, 2014.

VILATI, J. S.; PACHECO, E. R. Usando a história da matemática no ensino da álgebra. 2009. Disponível em < http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/702-4.pdf> acesso em 18 de junho de 2018.

VALENTE, W. R. Mello e Souza e a crítica os livros didáticos: demolindo concorrentes, construindo Malba Tahan. Revista Brasileira de História da Matemática – Sociedade Brasileira de História da Matemática, São Paulo, v.4, n.8, p. 171-187, 2004.

ISSN 2236-4102

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: Um apanhado da Álgebra Linear

Fernando Cardoso de Matos [180]
Demétrius Gonçalves de Araújo [181]

RESUMO

Este artigo objetivou fazer um apanhado histórico das origens da Álgebra Linear até o estudo dos espaços vetoriais, já que a Álgebra Linear Moderna foi baseada no estudo destes espaços. O estudo de sistemas lineares levou Euler a descobrir o que mais tarde seria denominado de linearmente dependente. Após a ideia da regra do paralelogramo já utilizada pelos gregos, o nome "vetor" vem de Hamilton, que o usou para o que ele chamou de "parte vetorial", em oposição à "parte escalar" de um quatérnio. Mas a ideia de um vetor como segmento de linha surgira décadas antes. Formou parte do cálculo baricêntrico de Mobius e o cálculo de equipolências de Bellavitis no século XIX. O período relevante para axiomatização e aceitação estende-se de 1875 a 1940. A álgebra linear básica tem como conceito básico o espaço vetorial ou, mais geralmente, o conceito de módulo. Na obra Ausdehnungslehre ou ainda (Teoria da Extensão) publicada por Grassmann, este distinguia a AL como uma teoria formal independente de alguma interpretação, a partir de sua aplicação na Geometria, isto é, Grassmann criou uma Geometria abstrata e mais geral. Peano (1888) foi o primeiro a identificar a noção abstrata de espaço vetorial no domínio da geometria. Banach, Hahn e Wiener descobriram a noção de um espaço vetorial normalizado através de suas pesquisas em análise. Frobenius conclui que o conjunto-solução de um sistema homogêneo é um subespaço vetorial de algum espaço vetorial ou os quatérnios estudados por Hamilton no século XIX, constituem um espaço vetorial de dimensão no R^4 sobre um corpo R. Enfim, todos estavam interessados em uma noção que generalizasse as propriedades algébricas e topológicas de vários espaços, contribuindo para a constituição da noção atual de espaços vetoriais.

Palavras-chave: História da matemática. História da Álgebra Linear. Espaços vetoriais.

[180] Instituto Federal do Pará (IFPA). matos2001@gmail.com
[181] Instituto Federal do Pará (IFPA). demetrius.araujo@hotmail.com

INTRODUÇÃO

Nos primórdios a humanidade precisou-se contar, logo precisou medir. As práticas de medição eram importantes, desde que o homem se estabeleceu a partir de seu estilo de vida nômade e começou a usar materiais de construção; ocupando terras e comércio com seus vizinhos. Inicialmente, tínhamos distância ou segmento de reta, mais tarde seria chamada de distância entre dois pontos, a qual era a menor distância.

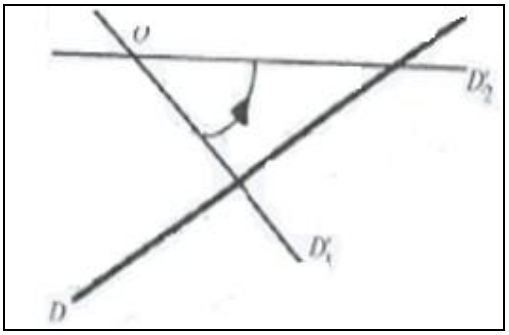
As práticas com a disciplina Álgebra Linear de um modo geral, há uma facilidade no ensino dos objetos matrizes e sistemas lineares, mas quando se inicia o ensino espaços vetoriais, subespaços, base e dimensão aparecem as dificuldades. Estes conteúdos são introduzidos aos estudantes sem conexões com conteúdo já estudados no ensino básico.

Segundo Bruter (1998), as primeiras representações dos fenômenos luminosos desempenharam um papel muito importante para o nascimento da Geometria. O raio luminoso era o mais trabalhado dos fenômenos, sendo que Euclides desenvolveu na obra Óptica, escrito na primeira metade do século III a.C, uma teoria descritiva deste fenômeno. Tratava os raios luminosos como linhas retas geométricas.

Já havia ideias para se gerar o espaço. Segundo Bruter (1998, p. 90), a partir de uma reta D e de um ponto O exterior a D, é possível se gerar o plano, pois este é obtido pela rotação em torno de O de uma outra régua, de uma outra reta D’ que passa por O e se apoia da reta D. Logo uma reta D e um ponto exterior a ela geram um plano. Da mesma forma se tivermos duas retas D’1 e D’2 concorrentes, que se interceptam em O. Fazendo as retas rodarem em torno do seu ponto de encontro O de modo que se apoiem sobre a mesma reta D, estas geram o plano (Figura 1a).

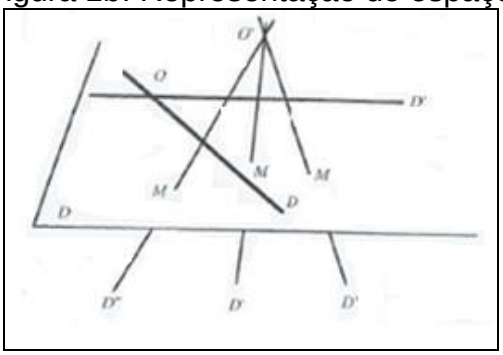
Caso consideremos um plano gerado por D e D’ e um ponto O exterior ao plano. As retas D’ passando por O’ e que se apoia em M do plano. Quando M percorre o plano D’ descreve o espaço usual de três dimensões (Figura 1b).

Figura 24a: Representação do plano.



Fonte: Bruter (1998, p. 90).

Figura 1b: Representação do espaço.



Fonte: Bruter (1998, p. 90).

A TRANSGRESSÃO DA GEOMETRIA ANALÍTICA

O trabalho de Oresme do século XIV, Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum [Tratado de configurações qualidades e movimentos] escrito, inicialmente, em latim, que abordava um sistema de representações geométricas com o intuito de explicar e representar por figuras geométricas, causas de determinados fenômenos físicos, isto é, Oresme introduziu figuras geométricas para representar o comportamento das qualidades. Na obra Oresme busca uma abordagem qualitativa e métrica moderna com a natureza (matematização da natureza), trazendo representações gráficas inovadoras (MENDES, 2015).

Concebera a ideia de usar coordenadas retangulares (latitude e longitude) e as figuras geométricas resultantes para distinguir entre as distribuições uniformes e não uniformes de várias quantidades, mesmo estendendo a definição para incluir figuras tridimensionais. Segundo Mendes (2015, p. 221), Oresme procurou apresentar e explicar a ciência de figurar qualidades e movimentos, com a intenção de apontar possíveis causas dos diversos fenômenos naturais. Na linha horizontal representava um objeto ou o tempo e nas verticais as intensidades. Com seus estudos tornou o que seria um elemento qualitativo como a velocidade em uma grandeza quantitativa e que podia ser medida.

Foi com a obra Tratado sobre as configurações das formas e sua teoria das proporções, e funções ligadas as representações gráficas, foi que Oresme lançara as

bases para a Geometria Analítica (daqui em diante GA). No século XVII, iniciava-se uma revolução científica na qual os Elementos, já não atendiam as necessidades da época, sendo assim precisava-se criar novos métodos para se resolver tais problemas.

Comte (1843) relatou em sua obra intitulada Traité élémentaire de géometrie analytique a deux et a trois dimensions [Tratado elementar de Geometria Analítica em duas e três dimensões], a aproximação fundamental entre conceitos geométricos e conceitos algébricos, embora tendo sido estabelecido pela primeira vez, com intuito de melhorar a Geometria, durante séculos, o progresso real durante os séculos, era provavelmente, ainda mais favorável para o desenvolvimento análise matemática.

Segundo Comte (1843) a ideia proposta por Descartes sobre a GA, era destinar, a generalizar, tanto quanto possível, as mais possíveis teorias geométricas, de acordo com sua íntima subordinação para modelos analíticos, em apresentação a diferentes questões como de métodos uniformes aplicados a todas as figuras corretamente definidas, como as da Geometria Plana.

Revelava a sua visão da ciência como o estudo da natureza e destacava na obra La Geómetrie, no qual Descartes (1637), propunha uma aplicação de um método geral de unificação racionalista do saber, a aritmetização da Geometria, representando diversas figuras geométricas por equações em x e em y, e a partir do Discurso do Método aparece as ideias de análise e síntese dentro do tratado de Descartes, sendo a matriz do que mais tarde seria a GA.

A Álgebra no século XVIII se impõe como um método de fazer matemática, pois mostrava o caminho, tornando os problemas de Geometria mais fáceis, isto é, permitia tratar os problemas geométricos a partir dos números. A partir daí criou-se um caráter de corpo, consagrando-se com a GA.

A AL surge como um estado avançado da GA, mas a mesma cria um corpo de conhecimento e se desprende da GA, neste momento se desenvolve a axiomática e deixa de ter um olhar da GA. Diríamos que a AL é uma GA sofisticada.

No século XVIII estudou-se a teoria de curvas planas superiores, que eram curvas de grau superior a dois, estudado inicialmente por Isaac Newton (1642-1727) em seu Enumeratio Linearum Tertii Ordinis [Uma enumeração das Linhas Terceira Ordem], em 1704 e mais tarde em 1707 por James Stirling (1692-1770) em seu Linea

Tertii Ordinis Neutonianae [Linhas de Terceira Ordem Neutoniana], que mostrou que uma curva algébrica de grau **n** (em x e y) é determinada por n.(n + 3)/2 pontos.

Leonhard Euler (1707-1783) ao escrever a obra intitulada *Uma aparente contradição na doutrina das linhas curvas*, que tem relação com o paradoxo de Cramer e também está relacionado com as curvas algébricas, identificando a natureza do problema. Euler trouxe à luz a ideia de que um sistema de equações não tem necessariamente de ter uma solução. Em seus trabalhos não havia teoria estabelecida e sim manipulações algébricas. Esse matemático revelou que em alguns casos, quando n equações não são suficientes para determinar n incógnitas, dando exemplos do que hoje é conhecido como sistemas indeterminados de equações lineares, ou seja, são sistemas de equações de curvas algébricas que não possuem solução, pois uma ou mais equações são dependentes das outras, surgindo neste estudo a ideia de dependência linear.

Euler (1750) na obra Sur Une Contracdiction APPA – Rente Dans La Doctrine des Lignes Courbes [Uma aparente contradição na teoria de curvas] resolvera tal sistema pelo método da substituição e eliminação e observou que quando se multiplica a primeira equação por 2, a segunda por (-1) e se soma, obtêm-se 0 = 0, pois se elimina a variável x e a outra variável, também é eliminada, como se verifica (Sistemas S11 e S12):

$$3x - 2y = 5 \quad x\,(2) \qquad (S_{11})$$

$$\begin{cases} -6x + 4y = -10 \quad x\,(-1) \\ 6x - 4y = 10 \qquad\qquad\qquad\qquad (S_{12}) \\ 6x - 4y = 10 \end{cases}$$

Embora Euler tivesse como objetivo encontrar soluções do sistema linear pelo método da substituição e eliminação, de maneira implícita, acabou evidenciando a importância da dependência linear, entretanto Euler não definiu o que seria dependência linear entre as equações do sistema nem elaborou uma teoria para isso.

Frobenius (1877) fora um dos primeiros a definir, como conhecemos hoje, as noções de dependência e independência linear simultaneamente, por equações e n-uplas vinculando-a com a ideia apresentado por Euler (1750) de uma dependência inclusiva.

SISTEMAS LINEARES

O Egito detinha os documentos matemáticos mais antigos que chegaram aos dias atuais, entre outros destaca-se os papiros de Rhind e de Moscou, que juntos continham 110 problemas, sendo boa parte deles de origem prática, com questões sobre pão, cerveja, e balanceamento de rações para o gado. Alguns problemas eram resolvidos por uma equação linear com uma incógnita, utilizando-se de um método que, mais tarde na Europa, ficou conhecido por regra da falsa posição (RIBEIRO, 2009, p.3).

Sistemas estes estudados na Babilônia e na China. Na China, no registro de representação por diagramas, os chineses representavam os sistemas lineares 3x3 por meio de seus coeficientes escritos com banas de bambu sobre os quadros de um tabuleiro, descobrindo um método de resolução que até hoje é muito utilizado, que é o método de resolução por eliminação. Exemplos desse procedimento encontram-se no documento Nove capítulos sobre a arte da matemática, provavelmente do século III a.C.

Com o estudo da GA e de curvas geométricas os sistemas lineares foram estudados de modo qualitativo por Euler como mostramos em sua obra datada de 1750. Para compreender o domínio das relações existentes entre as equações de um sistema linear criou um campo fértil para o desenvolvimento de alguns conceitos em AL, como os espaços vetoriais, subespaços vetoriais, matrizes, posto e também a noção de independência linear, o que torna o seu estudo imprescindível para esta pesquisa.

Gauss desenvolveu o método que levou seu nome “eliminação de Gauss” no contexto da astronomia, pois tal método para determinar informações sobre a órbita elíptica de um asteroide chamado Pallas, descoberto em 1802 por Heinrich Olbers. Então na obra Elementis Ellipticis Palladis, Gauss (1874), pretendia determinar detalhes de elementos elípticos sobre a órbita de Pallas, escolhendo um conjunto de medições para determinar a excentricidade e inclinação da órbita de Pallas.

Os sistemas homogêneos aparecem na Dodgson (1867, p. 48 e p. 51) publicou An Elementary Treatise On Determinants, onde anuncia:

i) Em um sistema homogêneo de n equações a n - r incógnitas, cuja matriz não aumentada é evanescente; tem uma (n - r) - upla solução onde dois componentes ou menos não são nulos e r + 1 equações são dependentes das restantes. Reciprocamente se o sistema tem uma solução não nula, a matriz não aumentada é evanescente[182].
ii) Um sistema homogêneo de n equações a n + r incógnitas tem sempre (n + r) - upla soluções onde pelo menos dois componentes não são nulos.

Jean le Rond d'Alembert (1717-1783) fora o primeiro a considerar que ao encontrarmos a solução geral das equações não homogêneas, assim chamada por ele, é a soma de uma solução particular e da solução geral da equação homogênea correspondente.

Para Frobenius (1877) o máximo de soluções independentes que um sistema homogêneo podia admitir, além de considerar o fato de que a solução geral do sistema é uma combinação linear qualquer das soluções independentes.

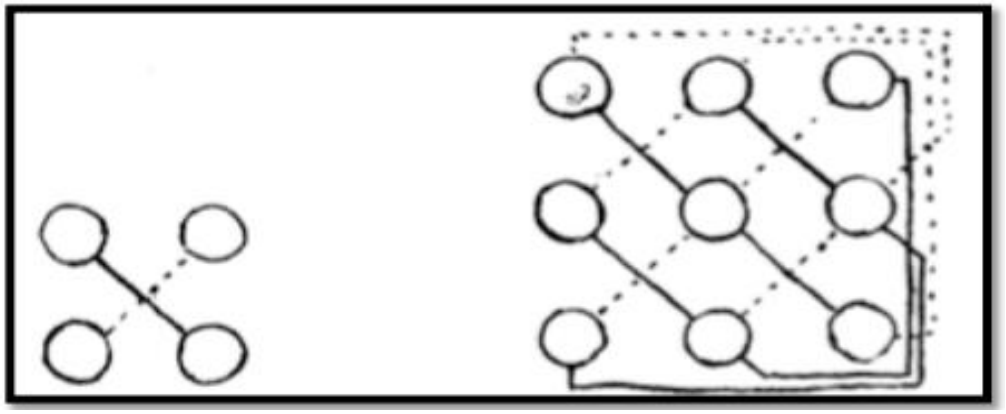
DETERMINANTES

A ideia de um determinante surge no Japão e na Europa em quase exatamente o mesmo tempo. Seki em 1683 escreveu o Method of solving the dissimulated problems, onde trata introduzido determinantes e seus métodos gerais para o seu cálculo, com base em exemplos. Assim ele foi capaz de encontrar determinantes de 2 × 2, 3 × 3, 4 × 4 e 5 × 5 matrizes e aplicou-as para a resolução de equações.

Mikami (1914) reescreve o método da posição dos coeficientes dispostos de forma retangular do manuscrito original de Seki para os casos de 2x2 e 3x3, onde as linhas pontilhadas e reais, ou as linhas vermelhas e pretas no manuscrito original, são usados para indicar os sinais que o produto dos elementos ligados por estes linhas, terá no desenvolvimento, as linhas pontilhadas correspondente ao positivo assinar e as linhas de reais para o sinal negativo, se todos os elementos positivos, conforme Figura 2.

[182] Se um bloco quadrado ser tal que o seu determinante desaparece, ou se um bloco longo ser tal que o determinante de cada um dos seus menores principais desaparece: em qualquer dos casos, o bloco é dito ser evanescente (DODGSON, 1867).

Figura 2: Manuscrito de Seki sobre determinantes.



Fonte: Mikami (1914, p. 12).

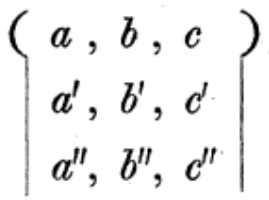
Segundo Dorier (1995) no estudo da teoria das equações lineares em conjunto com a teoria de determinantes representa o contexto em que os primeiros conceitos teóricos (dependência, posto e dualidade) relacionadas com a teoria do espaço vetorial foram criadas e aplicadas em dimensão finita. Entre 1750 e o início do século 20, foram os determinantes permanecem em todos os problemas, tanto prático quanto teóricos, envolvendo linearidade, exceto em alguns trabalhos relacionados à Geometria.

MATRIZES

Com a necessidade de estudar a natureza do contato entre duas cônicas apresenta as matrizes a partir da ideia de determinantes, aparecem na obra de Sylvester (1850) intitulada Additions to the articles on a new class of theorems, and On pascal's Theorems onde, logo, utiliza o termo matriz para generalizar um resultado sobre o número de determinantes pertencentes a um sistema de menores considerando matrizes retangulares.

As matrizes aparece, também, no trabalho publicado por Cayley (1858) intitulado *A memoir on the theory of matrices* [A memória na teoria de matrizes], apesar de já conhecer o trabalho de Sylvester, considera nesta obra, somente matrizes quadradas e retangulares como mostra a Figura 3.

Figura 3: Matriz revelada na obra de Cayley.



Fonte: Cayley (1858, p. 17).

Esta noção de matriz surge naturalmente a partir de uma de uma *abreviação* (notação abreviada) de um sistema de equações lineares, como segue no sistema a seguir (não apresentava as chaves). As operações com matrizes, também, são apresentadas na obra de Cayley.

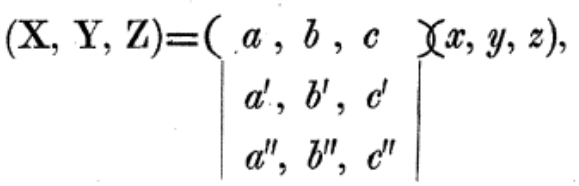
x = ax + by + cz

y = a'x + b'y + c'z

z = a''x + b''y + c''z

Este pode ser representado da seguinte forma (CAYLEY, 1858, p 17) (Figura 4):

Figura 4: Representação do sistema linear feita por Cayley.



Fonte: Cayley (1858, p.17).

ESPAÇOS VETORIAIS

Desde a Grécia antiga os gregos já utilizavam a *Regra do paralelogramo* – (*Paralelogramo de velocidades*) associados a problemas físicos, como força, por exemplo e que tinham uma base na Geometria para lhes auxiliar na solução de problemas de ordem da física.

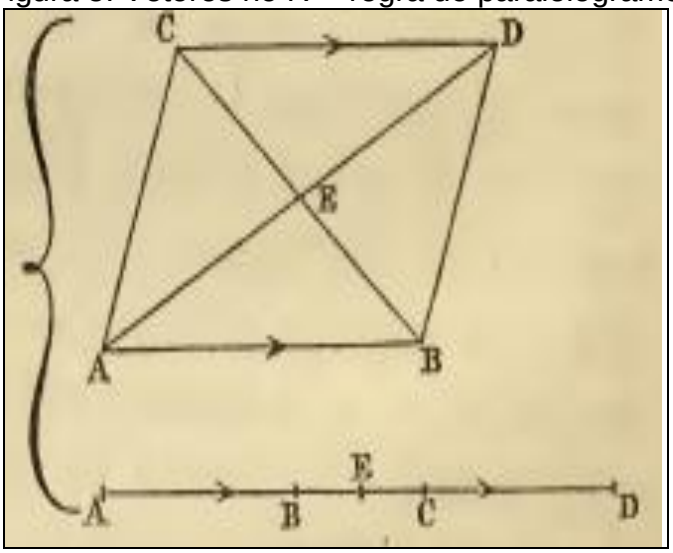
Möbius (1827) no estudo sobre a noção de segmento de linha orientado, em sua obra *Barycentrishe Calcul* [Cáculo do baricentro] criou um sistema geométrico com aparência vetorial, revelando que um segmento é a diferença entre dois pontos.

A *obra Calcolo delle Equipollenze* de Giusto Bellavitis publidada em 1833, afirma que se aproxima de um estilo mais euclidiano sobre vetores, como por exemplo, Em equipolências, como em equações, uma linha pode ser transferida de um lado para outro, desde que o sinal seja trocado ou ainda, duas linhas retas são chamadas equipolentes se elas são iguais, paralelas e dirigidas no mesmo sentido..

Na obra de Hamilton (1866) Elements of Quaternions em generalizar veio das similaridades geométricas entre os complexos e vetores no plano no espaço tridimensional.

Era possível se multiplicar em três dimensões (multiplicação que leva em conta o produto vetorial e o escalar), onde se levaria em consideração a razão dos comprimentos e a rotação entre a direção dos vetores, conforme Figura 5.

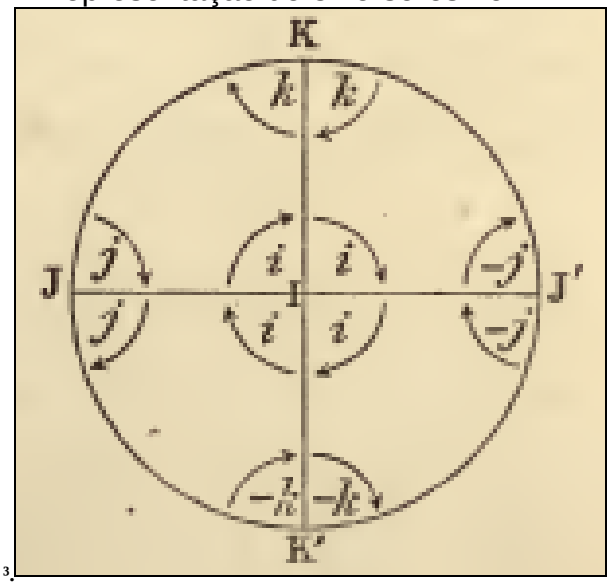
Figura 5: Vetores no R^2 - regra do paralelogramo.



Fonte: Hamilton (1866, p. 2).

Uma primeira ideia de rotações e quatérnius apresentadas por Hamilton - representação de 3 versores no R^3 (Figura 6). Um vetor unitário ou versor num espaço vetorial normalizado é um vetor, mais comumente um vetor espacial, cujo comprimento é 1. O vetor normalizado aqui é sinônimo do vetor unitário.

Figura 6: Rotações e quatérnius apresentadas por Hamilton
representação de 3 versores no R^3.



Fonte: Hamilton (1866, p. 157).

Para o pesquisador os números complexos podiam ser vistos como pontos em um plano e que poderiam ser adicionados e multiplicados juntos usando certas operações geométricas.

Na obra Die Lineale Ausdehnungslehre, ein never Zweig der Mathematik dargestellt und durch Anwendungen auf die übrigen Zweige der Mathematik, wie auch auf die Statik, Mecanik, die lehre vom Magnetismus und die krystallonomie erläutert ou simplesmente, Ausdehnungslehre ou ainda (Teoria da Extensão) publicada por Grassmann (1844), distinguia a AL como uma teoria formal independente de alguma interpretação, a partir de sua apliacação na Geometria, isto é, Grassmann criou uma Geometria abstrata e mais geral.

A AL adquire um caráter mais axiomático com o surgimento dos espaços vetoriais. A teoria da Extensão de Grassmann (1844), pode ser considerado como uma primeira teoria formal da AL de dimensão finita, décadas à frente de todos os outros tais desenvolvimentos, isto é, apenas apreciadas, no entanto por volta de 1920 por Cartan que utilizava o produto externo para criar uma Álgebra Externa, e assim fundamentando da Álgebra Multilinear. A teoria da Extensão é baseada na intuição geométrica, tomando uma posição formalista. O pesquisador antecipa muitos

resultados na AL, os quais só são descobertos quase um século mais tarde e que clarifica o papel desempenhado pela Geometria e Álgebra no desenvolvimento de AL.

Assim define Grassmann (1862): Um espaço vetorial V é um conjunto de objetos, denominados vetores, junto com as operações chamadas soma e multiplicação por escalar, que satisfazem os onze axiomas enumerados a seguir em uma linguagem atual, pois por exemplo no axioma (2) o autor escrevera a ^ (b + c) = a ^ b + a ^ c (p.49), ou ainda (7) (A + A1) ^ b = A ^ b + A1 ^ b (p. 52):

(1) a + b = b + a
(2) a + (b + c) = (a + b) + c
(3) a + b - b = a
(4) a - b + b = a ....
(5) $\alpha\beta = \beta\alpha$
(6) $\alpha\beta\gamma = \alpha(\beta\gamma)$
(7) (a + b) γ = a γ + b γ
(8) $a(\alpha + \beta) = a\alpha + a\beta$
(9) a.1 = a
(10) $\alpha\beta = 0$, $se \alpha = 0 ou \beta = 0$
(11) $a / \beta = a.\frac{1}{\beta}$, $\text{se}\ \beta \neq 0$ (GRASSMANN, 1862, p. 52).

Na primeira edição do Ausdenhungslehre já apresentava as definições de noções de subespaço, base, dimensão e projeção de elementos para subespaços, além de realizar um estudo de mudança de base definindo a transformação elementar de base (produto elementar é toda transformação linear invertível) e provou-se a identidade dim (V + W) = dim V + dim W – dim (V ∩W), o qual mostra que a soma da dimensão é a intersecção de dois subespaços.

Dependência linear e dimensão eram conceitos centrais na proposta da Teoria implementada por Grassmann, além de apresentar uma ideia moderna sobre espaços vetoriais, como veremos adiante.

Peano (1888) publica em sua obra intitulada Calcolo geométrico [Cálculo geométrico], segundo Ausdenhungslehre de Grassmann a primeira definição axiomática de espaços vetoriais, sendo chamada de sistema linear, mas a definição de espaço vetorial foi introduzido na matemática e ficou amplamente conhecido por volta de 1923, quando Hermann Weyl (1923) publica em Berlin sua obra Zeit und Materie [Tempo e matéria] entre outros, os quais publicaram a definição formal sobre os sistemas lineares de Peano, que em sua obra denominou de vetores coletores lineares, apesar de Grasmman (1862) não ter apresentado ou melhor não ter colocado em uma linguagem acessível.

Peano (1888) define *sistemas lineares* como algo bem próximo do que entende hoje por espaços vetoriais, como segue: Há alguns sistemas de entes sobre os quais podemos definir, onde ($\cap$) indica conjunção e (<) uma implicação:

> i) Dados dois entes **a** e **b** do sistema, então a proposição **a = b,** que expressa uma condição entre eles, satisfeita por pares de entes em que são válidas as equações lógicas:
> (a=b) = (b=a), (a=b) $\cap$ (b=c) < (a=c)
> ii) Definiu a + b que tem que satisfazer a condição:
> (a=b) < (a+c=b+c), a+b = b+a, a+(b+c) = (a+b)+c
> iii) Sendo a do sistema e m $\in Z_+^*$, onde **ma** é a soma de **m** entes iguais a **a**, então:
> (a=b) < (ma=mb); m(a+b) = ma + mb; (m+n)a = ma + na; (mn)a = m(na); 1a = a
> iv) E por fim 0a=0, isto é, o produto de 0 por a é 0 (zero), assim como, a – a = 0 ou a + 0 = a (PEANO, 1888, p.142).

Waerden (1930) tinha um poder de síntese e estilo simples de escrever ajustando textos matemáticos como, os Espaços de Banach à Teoria Topologica do Grupo. Esse pesquisador comenta que suas pesquisas em Análise se deram a partir do método axiomático de Hilbert. Em sua obra é possível se verificar no primeiro capítulo enfoca o trabalho com espaços vetoriais.

Muitas contribuições de Álgebra Moderna a linearidade veio com a contribuição de Steinitz (1910) na obra Algebraische Theorie der Körper onde prova um gerador minimal, além de definir claramente a dependência linear sobre um campo R e uma extensão finita de ordem n.

Com relação a Álgebra Moderna, ainda sobre sua contribuição na axiomatização de espaço vetorial, a Teoria das Equações se tornou fundamental, e a Teoria dos Determinantes sendo ainda menos importante neste processo.

Apareceram estudos com dimensão infinita, como as obras de Wronski e Cauchy no início do século XIX permitem estabelecer uma base teórica para sistemas de equações diferenciais lineares para o final do século.

O matemático Riesz foi primeiro a definir um subespacço vetorial de funções, como conhecemos hoje. A Teoría dos operadores compactos de Riesz, tratou da topologia, permitindo Riesz desenvolver uma interpretação geométrica da distância euclidiana num espaço com um número infinito de coordenadas.

Assim há uma convergência de ideias de Álgebra, Geometria, Análise e Topologia. A formalização diz respeito à estrutura topológica, então a definição de espaço vetorial foi dada em especial por Banach (1932), por meio da teoria na dimensão infinita, onde trabalha a dimensão finita.

Birkhoff e Mac Lane (1941, p 170) publicam na obra Survey of Modern Algebra, uma abordagem axiomática de espaços vetoriais, que são evocados a partir da Álgebra Moderna. Um espaço vetorial V sobre um campo F foi dito ser um conjunto V com um operação + que é um grupo abeliano e que satisfaça as seguintes quatro axiomas, ou leis da Álgebra Vetorial:

(V1) a (x + y) = ax + ay
(V2) (a + b) x = ax + bx
(V3) (ab) x = a (bx)
(V4) l.x = x
(V5) (a1 + a2) + (b1 + b2) = (a1 + b1, a2 + b2)
(V6) c (a1, a2) = (ca1, ca2)
(V7) $\alpha + \beta = \beta + \alpha$
(V8) $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$
(V9) $c(\alpha + \beta) = (c\alpha + c\beta)$
(V10) 1. α = α (BIRKHOFF; MAC LANE, 1941, p. 170).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo revelou que o estudo qualitativo dos sistemas lineares perpassou pelas práticas chinesas, estudo dos determinantes e das matrizes, pois podemos dizer que a álgebra vetorial é um caso especial de álgebra matricial.

Peano (1888) publica uma versão mais condensada do Ausdehnungslehre intitulado Calcolo Geometrico em que no final da obra, em um pequeno capítulo final, definiu axiomaticamente, o que denominou de um sistema linear, que é a primeira definição axiomática de um espaço vetorial. Mais tarde Burali e Forti publicaram uma obra de Geometria diferencial condensando os trabalhos de Grassmann e Peano e o tornando mais acessível.

Em 1930, os espaços de Hilbert, espaços vetoriais topológicos, grupos topológicos e estrutura vetoriais. Do lado da análise, o elemento chave foi o estudo abstrato das interações entre aspectos algébricos e topológicos. No algébrico, o estudo

se deu módulos finitamente gerados e assim prosseguiu mais ou menos independentemente do lado da análise, onde o uso de abstrações foi destinado a estudar espaços de Hilbert de dimensão infinita e os Espaços Banach.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BANACH, S. **Théorie des Operadores de Linéaires**. Warszawa. 1932.

BELLAVITIS, G. ***Calcolo delle Equipollenze****. 1833.*

BIRKHOFF, G.; MAC LANE, S. **A Survey of Modern Algebra**. Disponível em: < https://pt.scribd.com/doc/127988704/Birkhoff-a-Survey-of-Modern-Algebra >. Acesso em: 11 set 2016.

BRUTER, C. P. **Compreender as matemáticas. As dez noções fundamentais.** Instituto Piaget. 1998.

CAYLEY, A. **A memoir on the theory of matrices. Philosophical Transactions of the Royal Society of London**. 148, 17–37, 1858.

COMTE. A. **Traité Élémentaire de géométrie analytique a deux et a trois dimensions**. Paris, 1843.

DODGSON, C. T. **An Elementary Treatise on Determinantes**. Oxford. Londres. 1867.

EULER, L. **Sur une contradiction apparente dans la doctrine des lignes curbes. In: Berlin, D. A. der W. zu** ". Histoire de l'Académie royale des sciences et des belles lettres de Berlin: avec les mémoires pour la même année, tirez des registres de cette Académie. Germany: Berlin: Editora: Chez Ambroise Haude, v. 4, 1750. p. 219 – 233.

FROBENIUS, F. G. **Ueber das Pfaffsche Problem. Flachen.Journal Für Die Reine und Angewandte Mathematik**. Berlin. V. 82. p. 353. 1875.

FROBENIUS, F. G. **Ueber Systeme und Gewebe Algebraischen Flachen.Journal Für Die Reine und Angewandte Mathematik**. Berlin. v. 82. 1877. p. 353.

GAUSS, C. F. **Werke, Sechster Band, Disquisitio de Elementis ellipticis Palladis ex Oppositionibus Annorum** 1803, 1804, 1805, 1807, 1808, 1809, Konigliche Gesellschaft der Wissenschaften. Gottin- gen. Itália: Napoli,1874. p. 3-24.

GRASSMANN, H. ***Die lineale Ausdehnungslehre***. Leipzig: Wiegand. 1844.

GRASSMANN, H. ***Die Ausdehnungslehre, vollstandig und in strenger Form bearbeitet*****.** Berlin: Enslin. 1862.

HAMILTON, W. **Frontmatter. Elements of Quaternions (Cambridge Library Collection - Mathematics**, p. I). Cambridge: Cambridge University Press. 1866.

MENDES, I. A. **História da matemática no ensino: entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisa**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

MIKAMI, Y. **On the Japanese Theory of Determinants**. Isis, 1914. p. 9-36.

MÖBIUS, A. F. **Der Barycentrische Calcul: Ein neues Hülfsmittel zur analytischen Behandlung der Geometrie**. Leipizig. 1827.

PEANO, G. **Calcolo geometrico secondo l'Ausdehungslere di H. Grassmann preceduto dalle operazioni dela logica dedutiva**. Torino, 1888.

RIBEIRO, A. J. **The notion of equation and its different conceptions: an investigation based on historical and epistemological aspects**. R. B. E. C. T., v. 2, n. 1, jan./abr. 2009.

SANDER, D.F. **Hermann Grassmann and creation of linear algebra**. Mathematical Association of America. 1979. ~~P~~p 809 – 819.

SEKI. **Method of solving the dissimulated problems**. 1683.

STEINITZ, E. **Algebraische Theorie der Körper, Journal für die reine und angewandte Mathematik** 137 (1910), 167-309; reprint ed., ed. H. Hasse and R. Baer, Berlin/Leipzig: De Gruyter, 1930.

SYLVESTER, J. J. **Additions to the articles "on a new class of theorems", and "on pascal's theorems**". In: BAKER, H. F. 1850. The Collected Mathematical Papers of James Joseph Sylvester, v. 1. Cambridge, University Press, 1904. p. 145–151.

WAERDEN, V. D. **Moderne Algebra**. Springer, Berlin, 1930.

WEYL, H. **Zeit und Materie**. Berlin, 1923.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

HOMENAGEM À MICHELL ROLLE (1652 – 1719)
o personagem e seu teorema

Lucas Benjamin Barbosa Souza [183]
Fábio José da Costa Alves [184]

RESUMO

Uma das preocupações das pesquisas em Educação Matemática consiste na busca de abordagens no uso da História da Matemática voltada para o ensino nos diferentes níveis. Dentre as diferentes formas de trabalhar a História da Matemática, damos destaque neste trabalho ao tratamento de biografias, uma vez que por meio o estudo de personalidades dentro da história é possível compreender os eventos passados, a evolução de determinado objeto matemático relacionado e (re)conhecer os diferentes contextos que influenciaram a realização de eventos históricos. O objetivo deste texto é apresentar a possibilidade do uso da História da Matemática em sala de aula a partir do estudo de biografias. Assim, discorremos sobre o matemático Michel Rolle (1652 – 1719), cujas homenagens serão realizadas considerando seu tricentenário de morte neste ano de 2019, onde destacamos desde alguns aspectos de sua vida pessoal até suas contribuições para o desenvolvimento do conhecimento matemático no século XVII e XVIII na Europa, culminando no desenvolvimento do teorema que leva seu nome. O estudo de biografias, no caso a de Rolle, nos permitiu aprofundarmos dentro dos estudos do cálculo diferencial e da análise matemática, principalmente na compreensão do Teorema de Rolle e outros teoremas que o utilizam como suporte, fato que corrobora com a eficácia dessa abordagem histórica em sala de aula.

Palavras-chave: História da Matemática. Biografias. Ensino de Matemática. Michel Rolle. Teorema de Rolle.

[183] Universidade do Estado do Pará (UEPA). benjamin.souza31@gmail.com
[184] Universidade do Estado do Pará (UEPA). fjca@uepa.br

INTRODUÇÃO

Despertar o interesse e a atenção dos alunos em sala de aula é um dos desafios enfrentados constantemente pelo professor de matemática hoje. Esta disciplina apresenta destaque no que concerne a resistência por parte do alunado. Nesse sentido, a busca de metodologias e recursos didáticos inovadores são alvos de pesquisas em Educação Matemática, na qual temos destaque do uso da História da Matemática como um recurso didático auxiliar. No entanto, devemos refletir em como fazer o uso desse recurso em sala de aula, mas primeiramente é preciso ressaltar a existências de variadas formas desse uso da história da matemática.

Saito (2016) evidencia que relacionar a História da Matemática e o Ensino de Matemática não se prende a utilização de narrativas que acabam por reproduzir situações e problemas históricos em sala de aula, não obstante coloco essa abordagem como pouco efetiva no processo de compreensão da construção do conhecimento matemático. É destacado, então a utilização da História da Matemática pautada em tendências historiográficas atualizadas por estas

> [...] torna-se mais interessante porque não tem por foco os conteúdos matemáticos em si, nem os procedimentos, métodos, técnicas ou algoritmos, mas o processo da construção desses mesmos conteúdos, métodos, técnicas ou algoritmos historicamente contextualizados (SAITO, 2016, p.8. Grifo nosso).

Segundo Chaquiam (2017), pesquisas recentes apontam que o uso da História da Matemática constitui-se uma dinâmica interessante para a iniciação de conteúdo, discussão de problemas e a realização de comparação de conceitos matemáticos fatores que podem potencializar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Dentre essas pesquisas, destacamos as que relacionam Matemática e História apresentando-os como recurso a ser utilizado em sala de aula, porém de modo a explorar fatos do passado, a relação entre diferentes contextos, a construção de conceitos matemáticos, as contribuições de diferentes personagens para com o desenvolvimento de determinado objeto matemático e por fim, o levantamento de biografias. (CHAQUIAM, 2017, p.13).

Referente ao último, o levantamento de biografias, dentro do uso da História da Matemática consiste em ir além da descrição de determinado personagem, isto é, devem-se ressaltar as contribuições deste (e outros relacionados a este) no desenvolvimento de determinado tema, considerando sua imersão dentro de um da realidade em que o cenário local e mundial e como este cenário contribui e influência no desenrolar dos eventos, uma vez que, todos nós somos influenciados e norteados por diferentes fatores exógenos a nós mesmos que por vezes não estão presentes no está escrito.

A compreensão do contexto na utilização das biografias como abordagem da História da Matemática é elencada por Ribeiro (2004), para o autor

> [...] foi necessária a leitura de vários outros livros e de documentos que descrevessem a época, a vida particular do autor, os costumes dos povos, quais eram os governantes, quais os acontecimentos [...] e como encontrava-se o campo científico, sobretudo, o modo como a matemática e a filosofia se encontravam difundidas (RIBEIRO, 2004, p. 1.).

Sendo essa preocupação essencial por parte do pesquisador na exploração de biografias nas pesquisas em História da Matemática, em específico na usa utilização como abordagem em sala de aula.

Sem perder o enfoque matemático, ou seja, com relação ao objeto matemático em sua essência a ser tratado no material, concordamos com Schubring (1997) no sentido de que nesse tipo de abordagem

> a descoberta dos conceitos é apresentada em toda a sua extensão e a legitimação para seu uso é baseada nas possibilidades de aumentar o interesse dos alunos e motivá-los para o estudo da Matemática. Por outro lado, a abordagem indireta envolve a apresentação de uma análise da gênese dos problemas, dos fatos e das demonstrações envolvidos no momento decisivo dessa gênese (SCHUBRING, 1997, p. 157. Grifo nosso).

Evidenciando a evolução da Matemática como um processo cercado de descobertas, de avanços e retrocessos, cujas concepções foram construídas e consolidadas ao longo do tempo, com fases contínuas e de rupturas. Essa observação segundo Souza e Chaquiam (2018) possibilita uma maior compreensão dos conceitos

matemáticos e do nicho em que estes estão empregados, além de despertar o interesse dos alunos pela disciplina e fomentar a pesquisa.

Nosso objetivo em fim é apresentar a possibilidade do uso da História da Matemática em sala de aula a partir do estudo de biografias que segundo Priore (2009) possibilita uma forma eficiente do conhecimento passado atendendo não só a exigências herméticas da academia, mas também as demandas sociais. Além de se constituir um instrumento educativo enquanto divulgador de personalidades reais que sirvam de exemplo no forje dos indivíduos formados pela educação (CARINO, 1999, p. 178.).

Assim, ressaltamos neste texto alguns aspectos da vida e legado de Michel Rolle (1652 – 1719) que, embora não seja conhecido pelo público geral, é conhecido e reconhecido por muitos estudiosos das ciências, principalmente pelo desenvolvimento do teorema que leva seu nome.

Neste ano de 2019 ocorre o tricentenário de sua morte, em comemoração à sua memória, apresentamos traços biográficos, suas principais contribuições ao desenvolvimento da Matemática, em específico, no desenvolvimento do cálculo e da análise que culmina no seu teorema que serve de subsídio no desenvolvimento de outros importantes teoremas neste campo.

RECORTE BIBLIOGRÁFICO DE ROLLE E CONTRIBUIÇÕES

Iniciamos os traços biográficos de Micheal Rolle destacando suas principais características e pensamentos, de modo que possamos compreender a realização de alguns eventos que influenciaram no desenvolvimento do conhecimento matemático durante o século XVII e XVIII. Não tendo registro de sua face em foto, apresentamos abaixo um de suas possíveis pinturas.

FIGURA 1: Michel Rolle (1652 – 1719)



Fonte: Google Imagens (2018).

Nascido dia 21 de Abril de 1652, em Ambert, Basse-Auvergne na França, sendo filho de lojista, Rolle teve educação elementar, porém teve dificuldades de frequentar a escola por ser autodidata. Assim, grande parte de sua aprendizagem se deu por estudos realizados por conta própria. Casou ainda jovem mudando-se para Paris em 1675 e sustentou sua família trabalhando para tabeliões e advogados.

Dentre seus estudos, Rolle apresentava maior interesse na ciência euclidiana, de Arquimedes e Newton, dando enfoque a álgebra e análise diofantina o que o levou a resolver um difícil problema em aberto dentro da área, publicou sua solução em 1682. O problema de Ozanam, como foi conhecido, consistia em encontrar quatro números de tal forma que a diferença entre cada um deles e a soma dos três primeiros é um quadrado perfeito. Podemos escrever este problema matematicamente, da seguinte forma: encontrar quatro números x, y, z e w tal que $y - x = z - y = w - z = x + y + z = n^2$

Desta forma Rolle resolveu o sistema de quatro equações lineares gerado a partir do problema cuja solução foi dada por

$$x = -\left(\frac{2}{3}\right)n^2; y = \left(\frac{1}{3}\right)n^2; z = \left(\frac{4}{3}\right)n^2 \text{ e } w = \left(\frac{7}{3}\right)n^2$$

Em que podemos tomar um múltiplo de três para n, isto é, $n = 3k$, para obtenção do quarteto de soluções.

Podemos verificar a solução proposta por Rolle tomando $k = 1$, logo teríamos $n = 3.1 = 3 \therefore n^2 = 9$.

Disso segue que: $x = -\frac{2}{3}.9 = -\frac{18}{3}; y = \frac{1}{3}.9 = \frac{9}{3}; z = \frac{4}{3}.9 = \frac{36}{3};\ w = \frac{7}{3}.9 = \frac{63}{3}$

Logo, temos que: $y - x = \frac{9}{3} - \left(-\frac{18}{3}\right) = \frac{27}{3} = 9$

$$z - y = \frac{36}{3} - \frac{9}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

$$w - z = \frac{63}{3} - \frac{36}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

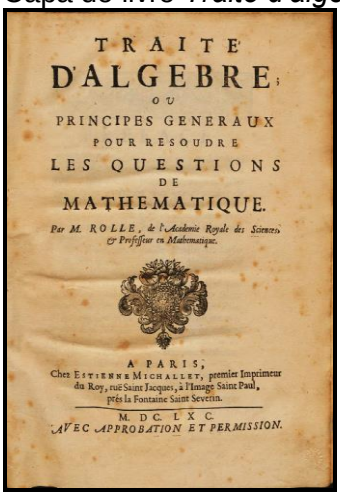
$$x + y + z = -6 + 3 + 12 = 9$$

Por tanto, de fato, $y - x = z - y = w - z = x + y + z = n^2 = 9$, dado $k = 1$, porém sendo aplicado para todo $n = 3k$ com $k \in N$.

A solução de Rolle foi considerada elegante e lhe deu fama entre os matemáticos, como consequência de sua publicação Rolle recebeu uma bolsa de estudos, trabalho como tutor do filho do Marquês de Louvois e admissão como membro da Royal Academy of Sciences em 1685.

Seu maior trabalho foi o livro “Traite d’algebre” publicado em 1690, sobre a álgebra das equações, que incluí seus estudos na “teoria da cautela” e no “método em cascata” que permite a exploração de diferentes raízes da equação $f(x) = 0$. Abaixo temos a imagem da capa do livro escrito por Rolle.

FIGURA 2: Capa do livro *Traite d’algebre* (1690).


TRAITE
D'ALGEBRE;
OU
PRINCIPES GENERAUX
POUR RESOUDRE
LES QUESTIONS
DE
MATHEMATIQUE.
Par M. ROLLE, de l'Academie Royale des Sciences, & Professeur en Mathematique.
A PARIS,
Chez Estienne Michallet, premier Imprimeur du Roy, rue Saint Jacques, à l'Image Saint Paul, prés la Fontaine Saint Severin.
M. DC. LXC.
AVEC APPROBATION ET PERMISSION.

Fonte: Rolle (1690).

Nesse livro é estabelecido a notação para o número de raízes de um polinômio e provou uma versão polinomial do teorema que hoje tem seu nome. Um ano depois, ele pública sua obrar *Demonstration d'une methode pour resoudre les egalitez de tous les degre*z, em que seu método é explicado detalhadamente, além de apresentar as demonstrações completas de seus resultados, que estão faltando no *Traite d'algebre*.

O método de Rolle consistia ao fato de que a derivada de uma equação $f(x) = 0$ é uma equação obtida da multiplicação de $f(x)$ pela progressão aritmética $0, 1, \dots, n$, isto é, se $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$ então sua derivada é dada por $a_1x + 2a_2x^2 + \cdots + na_nx^n = 0$. Rolle demonstrou que se a equação $f(x)$ tem solução num intervalo (a, b) então a derivada tem ao menos uma solução $c \in (a, b)$ em que observamos a derivada de $f(x) = 0$. Em notação atual, método acima consiste no teorema desenvolvido por Rolle, o qual será apresentado adiante.

Rolle foi um dos personagens que criticaram fortemente o cálculo, compondo um grupo maioria admiradores da geometria sintética da antiguidade. Sua crítica se dirigia em específico a validade dos novos métodos infinitesimais apresentados na época (BLAY, 1986).

Embora possamos considerar irônico por seu teorema ser essencial para provas básicas de cálculo diferencial, Rolle descreve o cálculo como coleção de falácias engenhosas e se esforçou para demonstrar os resultados eram errôneos e baseados em um raciocínio incorreto, recebendo respostas por parte de Jean Bernoulli (1667 – 1748) e Pierre Varignon (1654 – 1722). Além disso, Rolle discutiu com veemência sobre o assunto que a Académie des Sciences foi forçada a intervir em várias ocasiões (BOYER, 1974, p. 319.).

Entre as várias conquistas supracitadas, Rolle ajudou a avançar a concepção em relação a ordem de tamanho aceita atualmente para números negativos. Descartes, por exemplo, visualizou –2 como menor que –5. Rolle precedeu a maioria de seus contemporâneos ao adotar a atual convenção em 1691.

Por fim, Rolle aceitou o uso do cálculo infinitesimal, embora nunca tenha percebido que seu teorema se tornaria um dos principais pilares do cálculo diferencial. Morreu em Paris no ano de 1719 deixando importantes contribuições junto a outros personagens para com o desenvolvimento da matemática no século XVII e XVIII.

O TEOREMA DE ROLLE

Apresentamos a seguir um importante teorema publicado pelo matemático francês Michel Rolle no livro “Méthode pour résoudre les égalitéz”, em 1691, o famoso Teorema de Rolle que “consiste em determinar os pontos do gráfico de um função contínua e derivável em um dado intervalo em que a reta tangente possui inclinação igual a zero” (NETTO, 2017, p. 38).

Junto ao enunciado, apresentamos sua demonstração, descrita por Netto (2017), por conseguinte explanamos exemplo de funções em que o teorema é válido, encerrando com sua contribuição para o desenvolvimento de outros relacionados a ele dentro da análise matemática.

Enunciado e demonstração

Seja $f: [a,b] \to R$ contínua em $[a,b]$ e derivável em (a,b), com $f(a) = f(b)$. Então, existe um ponto $c \in (a,b)$ tal que $f'(c) = 0$.

Demonstração: Como f é contínua, pelo Teorema do Valor Extremo[185], f assume um valor máximo absoluto e um valor mínimo absoluto em $[a,b]$.

Sejam M e m, respectivamente o máximo absoluto e mínimo absoluto de f. Então, se f for constante, teremos $m = m = f(a) = f(b)$, e consequentemente $f'(x) = 0 \ \forall \ x \in [a,b]$. Logo, qualquer número entre a e b pode ser tomado para c.

Suponhamos agora que $M \neq m$. Então, como $f(a) = f(b)$ devemos ter $M = f(c)$, para algum $c \ \forall \ a < c < b$. Então para $x < c$ teremos $x - c < 0$ e também $f(x) - f(c) \leq 0$ e, portanto,

$$\frac{f(x) - f(c)}{x - c} \geq 0$$

Como f é derivável em (a,b), temos que:

[185] Seja $f: [a,b] \to R$ uma função contínua, então f assume um valor máximo absoluto e um valor mínimo absoluto no intervalo $[a,b]$.

$$\lim_{x \to c^-} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} = f'(c) \geq 0$$

Do mesmo modo, se $x > c$, então $x - c > 0$, e também $f(x) - f(c) \geq 0$, e assim,

$$\frac{f(x) - f(c)}{x - c} \leq 0$$

Daí, temos

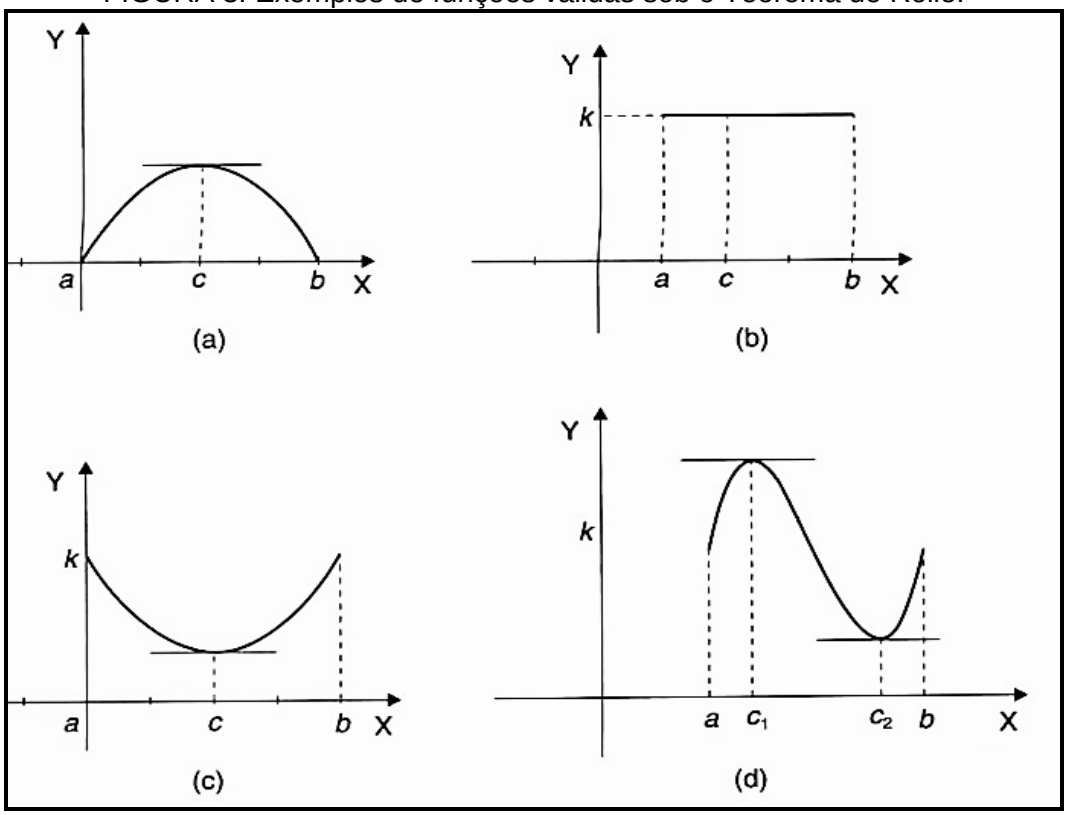
$$\lim_{x \to c^+} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} = f'(c) \leq 0$$

Portanto, como $f'(c) \geq 0$ e $f'(c) \leq 0$, a única possiblidade é $f'(c) = 0$

■

Flemming e Gonçalves (2006) descreve alguns exemplos de funções em que o Teorema de Rolle é válido, como vemos a seguir.

FIGURA 3: Exemplos de funções válidas sob o Teorema de Rolle.



Fonte: Flemming e Gonçalves (2006, p.197).

Podemos observar as condições para o Teorema de Rolle sendo verificadas nos exemplos a seguir.

Consideremos a função $f(x) = \frac{x^2-4x}{x-2}$ e o intervalo $I = [0,4]$, como $D(f) = \{x \in R | x \neq 2\}$, temos f(x) contínua em todos os pontos de seu domínio, considerando porém o intervalo I temos que $2 \in I$, logo a função $f(x) = \frac{x^2-4x}{x-2}$, não é contínua em $x = 2$ e portanto o Teorema de Rolle não se verifica.

Consideremos agora a função $f(x) = \frac{x^2-4x}{x+2}$ e o intervalo $I = [0,4]$, como $D(f) = \{x \in R | x \neq -2\}$, temos $f(x)$ contínua em todos os pontos de seu domínio, incluindo o intervalo I (1).

Seja $h(x) = x^2 - 4x$ e $g(x) = x + 2$, funções polinomiais, temos $h(x)$ e $j(x)$ contínuas e deriváveis em seus domínios, como $g(x) = \frac{h(x)}{j(x)}$ então $g(x)$ é derivável em todo seu domínio (2).

Tomando I, com $a = 0$ e $b = 4$ temos que $f(0) = \frac{0^2-4.0}{0+2} = 0$ e $f(4) = \frac{4^2-4.4}{4+2} = 0$, logo $f(0) = f(4) = 0$ (3).

Portanto o Teorema de Rolle é verificado em $f(x) = \frac{x^2-4x}{x+2}$, isto é, existe um $c \in I$ talque $f'(c) = 0$.

Este teorema, por conseguinte, serviu de base para o desenvolvimento de outros apresentados a seguir.

O TEOREMA DE ROLLE COMO SUPORTE

Neste texto destacamos três resultados matemáticos desenvolvidos e demonstrados a partir do Teorema de Rolle, são eles o Teorema de Cauchy, o Teorema do Valor médio e o Teorema de L'hospital. Explanamos abaixo enunciado e demonstração respectivamente destes teoremas.

Teorema de Cauchy

Se duas funções $f, g: [a,b] \to R$ são contínuas em $[a,b]$ e deriváveis em (a,b) com derivadas que não se cancelem no mesmo ponto e $g(a) \neq g(b)$, existe pelo menos um ponto $c \in (a,b)$ tal que $\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$. Sua demonstração é direta, com efeito, basta aplicar o Teorema de Rolle a função $H(x) = g(x).[f(b) - f(a)] - f(x).[g(b) - g(a)]$.

Demonstração: Por f, g serem contínuas em $[a,b]$ e deriváveis em (a,b) então $H(x)$ por sua vez também é contínua em $[a,b]$ e derivável em (a,b). Determinando $H(a)$ e $H(b)$ temos

$$H(a) = f(b).g(a) - f(a).g(a) - f(a).g(b) + f(a).g(a)$$
$$= f(b).g(a) - f(a).g(b)$$

$$H(b) = f(b).g(b) - f(a).g(b) - f(b).g(b) + f(b).g(a) = f(b).g(a) - f(a).g(b)$$

Como $H(a) = H(b)$ podemos aplicar o Teorema de Rolle, o que implica que existe um ponto $c \in (a,b)$ tal que $H'(c) = 0$. Temos que

$$H'(c) = g'(c).[f(b) - f(a)] - f'(c).[g(b) - g(a)]$$

Como $H'(c) = 0$ segue que

$$g'(c).[f(b) - f(a)] - f'(c).[g(b) - g(a)] = 0$$
$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$$

■

Teorema do Valor Médio

Em particular, ao tomarmos na situação acima, a função $g(x) = x$ encontramos o famoso Teorema de Lagrange, também conhecido como o Teorema do Valor Médio. Apresentamos a seguir a demonstração adaptada de Netto (2017).

Seja $f: [a,b] \to R$ uma função contínua em $[a,b]$ e derivável em (a,b). Então existe um número $c \in (a,b)$ tal que $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

Dados $P_1(a, f(a))$ e $P_2(b, f(b))$. A equação da reta $\overleftrightarrow{P_1P_2}$ é dada por

$$y - f(a) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)$$

Fazendo $y = h(x)$, teremos

$$h(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) + f(a)$$

Como $h(x)$ é polinomial, ela é contínua e derivável em R.

Tomemos uma função $g(x) = f(x) - h(x)$. Essa função determina a distância vertical entre um ponto $(x, f(x))$ do gráfico de f e o ponto correspondente na reta secante $\overleftrightarrow{P_1P_2}$.

Temos, assim:

$$g(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) - f(a)$$

Observamos que a função $g(x)$ cumpri os requisitos do Teorema de Rolle, isto é, com efeito:

$f(x)$ e $h(x)$ são contínuas em $[a, b]$, logo $g(x)$ é contínua em $[a, b]$ (1).

$f(x)$ e $h(x)$ são deriváveis em (a, b), logo $g(x)$ é derivável em (a, b) (2).

$$g(a) = f(a) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(a - a) - f(a) = 0$$

$$g(b) = f(b) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(b - a) - f(a) = 0$$

Temos $g(a) = g(b) = 0$, logo existe $c \in (a, b)$ tal que $g'(c) = 0$. Portanto

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

■

Esta relação expressa o valor do aumento de uma função como um produto do aumento da variável independente pelo valor da derivada em um ponto intermédio e é conhecido como a fórmula dos incrementos finitos.

Teorema de L'hospital

Por fim temos o Teorema de L'hospital. Dado f e g funções deriváveis em um intervalo I que não contem a, com $f(a) = g(a) = 0$ e $g(x)$ e $g'(x)$ não se anulam nos pontos de I além de a e existe $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$. Então existe $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ e mais que o

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Aqui, o Teorema de Rolle não aparece explicito e a demonstração completa do Teorema, consiste na explanação de cada caso de indeterminação o que não é viável devido o espaço dado para este texto, além de não ser nosso enfoque. Objetivamos aqui ressaltar a contribuição do Teorema de Rolle, no desenvolvimento de resultados matemáticos, entre eles, o Teorema de L'hospital. Consideramos que o Teorema de Rolle serviu como uma fonte apodítica e inspiração para essa importante proposição matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O recorte apresentado sobre a vida de Michel Rolle nos permite perceber a conexão existente entre os objetos matemáticos, evidenciando uma matemática interligada e não fragmentada como as vezes somos levados a crer e nessa conexão vemos uma ideia servir de base para a produção de novos pensamentos, evidenciando o processo de desenvolvimento do conhecimento.

Conhecer o contexto em que o Rolle viveu nos levou a compreender a vasta produção matemática neste período, bem como a coexistência de vários personagens em que uns serviram de inspiração para outros e também que alguns discordavam das ideias de outros, ademais, isto faz parte desse processo.

Alguns percalços foram superados na produção deste material, dentre os obstáculos superados, ressaltamos as dificuldades na obtenção de referências, principalmente tratando-se de um trabalho envolto a biografia de um personagem. Além

disso, o trabalho no estabelecimento da relação personagem, objeto e contexto dentro do par História e Matemática.

Tais percalços nos levaram a perceber o quanto desafiador é trilhar os caminhos da pesquisa em História da Matemática, que não pode ser esquadrinhada, uma vez que

> Não há consenso em como se fazer uma pesquisa em história da matemática. Cada pesquisa recebe uma abordagem diferenciada, justamente porque cada uma delas se ocupa de diferentes objetos [...] dar regras para a produção da história é tão difícil quanto descobrir um teorema ou construir uma nova prova. É mais fácil sugerir algumas coisas a serem evitadas (RIBEIRO, 2004 *apud* MAY, 1973, p.29).

Logo, de certo modo, conclui-se também que há uma pluralidade de ideias dentro da pesquisa em História da Matemática, incluindo quando esta é voltada ao ensino. Constatamos então que uma das formas de fazer uso deste recurso é por meio da investigação de biográficas e que elas potencializam o processo de ensino e aprendizagem e podem servir de despertador da curiosidade e motivação dos alunos no aprender e fazer matemática.

Acreditamos ter atingido o objetivo proposto (da produção do texto didático) e esperamos que este material possa colaborar não só para o ensino de matemática nos diferentes níveis, mas também para a potencialização das pesquisas dentro da área da Educação Matemática que possuam enfoque nas biográficas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BLAY, M. Deux moments de la critique du calcul infinitésimal: Michel Rolle et George Berkeley. In: **Revue d'histoire des sciences**, tome 39, n°3, 1986. Etude sur l'histoire du calcul infinitésimal. pp. 223-253. 1986.

BOYER, C. B. **História da Matemática**; tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

CARINO, J. A biografia e sua instrumentalidade educativa. **Educação & Sociedade**. vol. 20, n. 67, pp.153-182. 1999.

CHAQUIAM, M. **Ensaios temáticos:** história e matemática em sala de aula. Belém: SBEM/SBEM-PA, 2017.

FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A:** funções, limite, derivação e integração. 6 ed. Pearson Education, 2006.

PRIORE, M. D. Biografia: quando o indivíduo encontra a história. **Topoi**. Rio de Janeiro – RJ. vol.10, n.19, pp.7-16. 2009.

RIBEIRO, D. M. Aspectos relevantes da pesquisa histórica: alguns pontos de vista. In: **VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Anais do VIII ENEM. Recife – PE. 2004.

ROLLE, M. **Traité d'algèbre ou principes généraux pour résoudre les questions de** mathématique. A Paris, 1690**.** ETH-Bibliothek Zürich**.** Shelf Mark: Rar 3190**.** Persistent Link: http://dx.doi.org/10.3931/e-rara-16898.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**. São Paulo – SP. vol. 3, n. 1, pp. 3-19. 2016.

SCHUBRING, G. Relações entre a História e o Ensino da Matemática. In: NOBRE, S. (Ed.) **Anais do Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática e Seminário Nacional de História da Matemática**, p. 157-163. Águas de São Pedro – SP, 1997.

SOUZA, L. B. B.; CHAQUIAM. M. Uma história do conceito de derivada. In: **I Congresso Pan-Amazônico de Matemática.** ANAIS do I COPAM. Belém – PA. 2018.

ISSN 2236-4102

IMPRESSÕES DE FUTUROS PROFESSORES ACERCA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Élida Maiara Velozo de Castro[186]

RESUMO

Neste estudo temos por objetivo discutir as impressões dos alunos, de um curso de Licenciatura em Matemática, sobre História da Matemática. Para isso elegemos como foco de investigação a seguinte questão: o que se evidencia das impressões do futuro professor de matemática acerca da História da Matemática? Para tanto, assumimos a abordagem qualitativa conforme Bogdan e Biklen (1982). Os dados foram coletados por meio de questionário aplicado a alunos do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição Pública, no início da disciplina de História e Filosofia da Matemática. Os resultados apontam que, mesmo a maior parte dos alunos tenha cursado disciplinas pedagógicas e específicas, o conhecimento apresentado ainda vem do senso comum e que, embora os alunos reconheçam a importância da História da Matemática para o ensino e aprendizagem, eles só conseguem estabelecer a relação entre elas – história e matemática – quando os termos aparecem juntos. Concluímos, portanto, que as impressões dos alunos retratam uma fragmentação História-Matemática, que alertam para a necessidade de pensar práticas capazes de superar esses paradigmas dentro do próprio curso para que sejamos capazes de formar profissionais que reconheçam na História da Matemática potencialidades para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Palavras-chave: História da Matemática. Formação inicial. Licenciatura em Matemática.

INTRODUÇÃO

A preocupação com a formação inicial de professores de Matemática aptos a desenvolver práticas educacionais que contemplem aspectos históricos, se deve ao fato de reconhecer que a Matemática tem origens, que muitas vezes, se entrelaçam com a história da humanidade.

[186] Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). elidamaiara.vc@gmail.com.

Para isso, a formação do professor – inicial ou continuada deverá favorecer tal reconhecimento e provocar reflexões acerca da História da Matemática, enquanto disciplina, enquanto campo de estudo, como fundamento para justificar conhecimentos matemáticos aprendidos e/ou ensinados por eles ou, mesmo, como metodologia de ensino. Em acordo com Mendes e Chaquiam (2016), de modo geral, compreendemos a história como "uma história das explicações e compreensões sobre os objetos existentes no mundo e das construções de realidades que podem ser estruturadas e reestruturadas na medida em que a sociedade reflete, se reinventa e redireciona seu modo de ser", ou seja, exige um movimento cultural dinâmico de construção da realidade. Assim, segundo Brito (2017) a História da Matemática e a Educação Matemática podem colaborar para a formação do professor, na medida em que busca estabelecer diálogo entre a formação específica, formação pedagógica e prática docente.

Nesse sentido, um passo inicial para essa formação é a identificação e a valorização dos saberes, experiências e impressões dos professores em formação inicial, foco de investigação deste estudo. Isso por acreditarmos que os alunos (professores em formação) estão carregados de impressões pessoais fruto de sua vivência acadêmica, pessoal e profissional, as quais corroboram para a formação de opiniões já formalizadas ou de senso comum. Para Francelin (2004 apud COTRIM, 2002, p.46) um "[...] vasto conjunto de concepções geralmente aceitas como verdadeiras em determinado meio social recebe o nome de senso comum".

A partir dessa identificação inicial é possível fundamentar, delinear e definir encaminhamentos e traçar estratégias para o trabalho em sala de aula, pois permite a valorização do que o sujeito sabe, da forma como ele pensa ou expressa sua opinião para então, contribuir para a sistematização desses conhecimentos ou na construção de novos.

Diante disso, temos por objetivo discutir as impressões dos alunos, de um curso de Licenciatura em Matemática, sobre História da Matemática. Esperamos com este estudo, contribuir com indicações sobre elementos que trazem a baila considerações sobre a aprendizagem pessoal e profissional do professor em formação inicial ao passo que, para além de aprender para si, aprende para ensinar matemática

a partir de elementos com fundamentos históricos, dentro de um contexto social e político.

Nas seções subsequentes abordamos considerações teóricas sobre a História da Matemática. Também, apresentamos os aspectos metodológicos deste estudo e como os dados de investigação foram organizados. Por fim, apontamos reflexões sobre a investigação realizada, seguidas das considerações finais.

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

D'Ambrósio (1999, p.2) define história como sendo "a narrativa de fatos, datas e nomes associados à geração, à organização intelectual e social e à difusão do conhecimento -- no nosso caso conhecimento matemático -- através das várias culturas ao longo da evolução da humanidade". Segundo o autor, para estudos de História é de fundamental importância o reconhecimento de fatos, de datas e de nomes, além da interpretação associada ao objeto definido de nosso interesse, isto é, do corpo de conhecimentos em foco. Ainda afirma que a História da Matemática depende do que se entende por Matemática.

Segundo Lopes e Ferreira (2013, p. 77) muitas vezes os "conteúdos passam a ideia de que sempre tiveram a mesma forma, abstrata e sem contextualização, do jeito que se conhece na escola". Disso decorre a visão de que a Matemática é descontextualizada e isolada das outras áreas do conhecimento, assim como a ideia de que seus conteúdos constituem um mundo à parte, sem relação com os outros saberes nem com a vida dos estudantes. Superar esse pragmatismo exige a compreensão e a significação de que os conhecimentos matemáticos não surgiram sistematizados, prontos e acabados, mas que resultam de construções humanas que emergiram, na maioria das vezes, da necessidade de resolver uma situação real ou a partir da curiosidade em resolver problemas diversos. Tal assertiva se apoia na ideia de que "ao conhecer a História da Matemática (HM), o aluno a percebe como uma ciência desenvolvida pela humanidade, passível de erros e construída a partir de muitas tentativas em solucionar problemas cotidianos" (IBIDEM, p.78).

Segundo Mendes e Chaquiam (2016, p.12)

> não se trata de apenas mostrar que os conceitos abordados pela matemática acadêmica têm uma história, mas que muitas vezes remonta ao nascimento da história em si, e que tudo o que é ensinado já foi pensado e praticado por outros há muito tempo. Nós nos limitamos ao presente, ou, às primeiras ocorrências sobre um conceito ou tópico matemático, sem seguir todos os desenvolvimentos da teoria para a qual eles foram submetidos, no momento de conduzir a apresentação que fazemos tradicionalmente, em nossos cursos.

Nesse sentido, faz-se necessário delinear o que se entende por Matemática. D'Ambrósio (1999), por exemplo, nos apresenta uma acepção para a Matemática, baseado no dicionário Aurélio, como sendo "ciência que investiga relações entre entidades definidas abstrata e logicamente". Ainda, que a matemática "é uma produção social construída nessa realidade objetiva, mas que também recebe uma carga subjetiva na medida em que se estabelece entre o individual e o coletivo em busca de solucionar problemas das mais diversas ordens em todos os tempos" (MENDES; CHAQUIAM, 2016, p. 14).

Reflexões acerca dessa compreensão evidenciam o caráter filosófico da Matemática. Assim, compreendemos que, em certa medida, a História da Matemática e a Filosofia da Matemática estão entrelaçadas.

> Uma vez identificados os objetos do estudo, a relação de fatos, datas e nomes depende de registros, que podem ser de natureza muito diversa: memórias, práticas, monumentos e artefatos, escritos e documentos. Essas são as chamadas *fontes históricas*. E a interpretação depende de ideologia, na forma de uma filosofia da história. Essa é a essência do que se chama historiografia (D'AMBRÓSIO, 2012, p.339).

Para Lopes e Ferreira (2013, p.78), apresentar a natureza da matemática enquanto "ciência" desenvolvida pela humanidade, passível de erros e construída a partir de muitas tentativas em solucionar problemas cotidianos", possibilita despertar atitudes e valores pertinentes frente aos saberes matemáticos. Nesse sentido, esperamos que os alunos sejam capazes de perceber que a origem da matemática se deu a partir da busca por resolver problemas cotidianos, conhecer também as preocupações de vários povos em diferentes momentos históricos.

> Em todas as civilizações há alguma forma de matemática. As idéias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as idéias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber (D'AMBRÓSIO, 1999, p.1).

Falar em ideias matemáticas, por sua vez, nos remete a conhecimento matemático, discutido a partir da ciência acadêmica, o qual de certa forma privilegia determinada região e momento na evolução da humanidade (D'AMBRÓSIO, 1999). Isso se deve ao fato de que, quando tratamos da origem do conhecimento matemático, nos referimos à povos ou regiões específicas sem considerar influências e contribuições de outras culturas na evolução dessa forma de conhecimento.

> Dar dar-se conta de que a construção de um conceito pode exigir outros recursos metodológicos além do simples enunciado da definição formal – a qual é, em si, um objeto histórico variável, formalizado de acordo com o desejo de busca vivido pelo meio e conduzido pelo contexto ao qual se incorporará o objeto matemático definido – é algo que desestabiliza as concepções dos docentes e lhes faz refletir sobre sua prática (CURY; MOTTA, 2008, p.79).

Lançar um olhar sobre os processos de construção do conhecimento dos alunos a partir de uma perspectiva histórica coloca-nos em contato com a história de diversos estudiosos em matemática e suas construções ou descobertas e oportuniza perceber que o conhecimento está em movimento.

> O primeiro passo na compreensão desse processo com vistas a estabelecer ações e conexões entre a matemática, sua história e seu ensino é necessário que se faça alguns esclarecimentos acerca dos significados atribuídos ao termo história e de que modo a matemática está situada nessa história, de modo a fornecer materiais informativos para a realização de transposições que contribuam para o exercício do ensinar e do aprender matemática com significado, e que a história da matemática não é apenas uma história de definições de objetos matemáticos, mas de um processo criativo que envolve sociedade, cultura e cognição (MENDES; CHAQUIAM, 2016, p.13).

Nesse sentido, propomos a reflexão sobre algumas impressões dos alunos sobre História da Matemática e aspectos direta ou indiretamente relacionados ao

assunto. Tais reflexões são fundamentadas no contexto de investigação escrito a seguir.

ASPECTOS METODOLÓGICOS DO ESTUDO

A disciplina de História e Filosofia da Matemática, contexto em que realizamos a coleta de dados da presente investigação, possui como objetivos: compreender as características de a-historicidade, linearidade, terminalidade (prontidão), individualidade, descontextualização e neutralidade marcadamente presentes nos discursos sobre o conhecimento matemático; identificar a história e a filosofia da Matemática como fontes teóricas de compreensão dos problemas relacionados à Matemática e seus reflexos no ensino e aprendizagem. Essa disciplina é oferecida no quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática e é composta por uma carga horária total de setenta e duas horas aula anuais, ou seja, duas horas aula semanais. Ao discutir as impressões dos alunos, de um curso de Licenciatura em Matemática, sobre História da Matemática, foco de estudo deste trabalho, vislumbramos proporcionar reflexões sobre as práticas desenvolvidas nas aulas, bem como sobre a formação de formar profissionais que reconheçam na História da Matemática potencialidades para o ensino e aprendizagem de Matemática.

A presente pesquisa segue a abordagem qualitativa, “envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes.” (BOGDAN; BIKLEN, 1982).

Para tratamento dos dados seguimos os pressupostos da Análise de Conteúdo proposta por Bardin (1977, p.42).

> um conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando obter, por meio de procedimentos sistemáticos, e objetivos de descrição de conteúdo da mensagem, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) desta mensagem.

Segundo Bardin (1977), essa metodologia de análise, consiste na busca tanto por conhecer aquilo que está por trás das palavras sobre as quais o pesquisador se debruça, quanto por realidades por meio das mensagens (comunicação). Essa metodologia conduz a organização do trabalho em três fases: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados[187].

Os dados foram coletados por meio de questionário entregue a oito alunos do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática, de uma Universidade pública do Paraná, na primeira aula da disciplina de História e Filosofia da Matemática. Sendo que para responder tal questionário, os alunos não utilizaram nenhuma fonte de consulta, ou seja, as respostas obtidas retratam as impressões pessoais e subjetivas. Ainda que tal questionário, pudesse ser aplicado em outros momentos da disciplina ou do próprio curso, essa opção por desenvolvê-lo na disciplina de História e Filosofia da Matemática se deu devido à necessidade de refletir as compreensões dos alunos e, assim, poder delinear o modo de se desenvolver o trabalho durante o ano letivo, estabelecendo uma interlocução entre as impressões identificadas e o objetivo da disciplina.

As nove questões que compõem o questionário proposto aos alunos encontram-se explicitadas no quadro 1 a seguir:

QUADRO 1 - Questões propostas aos alunos.

1. O que você compreende por Matemática?
2. Por que estudar Matemática?
3. O que você compreende por História?
4. Para que serve a História?
5. Quais as influências da História da Matemática para o ensino e aprendizagem de Matemática?
6. Se houve, descreva como foi seu contato com a História da Matemática na sua vida escolar.
7. O que é conhecimento? Cite exemplos.
8. Como acontece o conhecimento matemático?
9. Como nós conhecemos algo?

Fonte: Autoras

[187] Foge ao foco deste trabalho realizar a descrição e localização das fases explicitamente, bem como pelo espaço limitado para detalharmos tais etapas neste momento, optamos por uma descrição metodológica mais concisa.

Após responder as questões por escrito, realizamos a discussão de todas elas, confrontando ou aproximando opiniões dos alunos. Os registros escritos dos alunos foram recolhidos para organizamos as respostas e buscamos identificar suas similaridades e/ou particularidades.

Neste estudo, optamos por abordar apenas as respostas obtidas das perguntas 1, 3 e 5, pois, neste momento, são as que podem nos fornecer elementos adequados para atender ao nosso objetivo de pesquisa.

Para tratamento dos dados, organizamos as respostas em dois quadros. No Quadro 2, apresentamos as respostas referentes às perguntas de número 1 e 3 supracitadas. Na primeira coluna do quadro dispusemos os alunos nominados A1, A2, A3... A8, na segunda coluna as respostas referentes às impressões dos alunos sobre a Matemática (M), e na terceira coluna as que figuram sobre suas impressões acerca de História (H). Desse modo, ao longo de nossas análises podemos nos referir ao depoente como A1H, ou seja, a resposta do aluno A1 para a pergunta sobre História ou A2M como sendo a resposta sobre Matemática dada pelo aluno A2. No Quadro 3, seguimos a mesma linha de raciocínio indicando a segunda coluna por I (influências), assim A3I é o depoente que refere-se à impressão do aluno A3 em função da pergunta I.

IMPRESSÕES DOS ALUNOS ACERCA DA MATEMÁTICA E DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: ANÁLISE E DISCUSSÃO

Nessa seção apresentamos, analisamos e discutimos as respostas dos alunos em três questões propostas. Embora as interpretações carreguem experiência da pesquisadora, propiciam um olhar sob o que se mostra das impressões dos alunos acerca da História da Matemática, objetivo do presente estudo.

Sendo assim, iniciamos nossa investigação por meio da transcrição das respostas dos alunos para as questões: O que você compreende por Matemática? e; O que você compreende por História?

QUADRO 2 - Impressões dos alunos acerca da “Matemática” e da “História”

Depoente	Matemática - M	História – H
A1	Matemática é uma ciência exata e abstrata que exige do raciocínio lógico e que está presente em tudo.	A história é o que estuda e analisa o que já aconteceu, estuda o desenvolvimento do homem com o tempo.
A2	É uma ciência exata ou até mesmo humana, pois surgiu na filosofia.	História são os registros de um povo, civilização, acontecimentos da humanidade.
A3	Matemática é uma das principais ciências. É essencial para o desenvolvimento tecnológico e da sociedade.	História é o acúmulo de fatos produzidos pela sociedade. A trajetória dessa sociedade.
A4	Matemática é uma ciência proveniente do campo de pensamento humano, mas ao mesmo tempo uma ferramenta utilizada para auxiliar as pessoas possibilitando que elas operem em questões do dia a dia de forma lógica.	A história serve para além de manter viva boa parte das lembranças de determinado povo ou civilização.
A5	É uma ciência da natureza, é um meio de se obter respostas.	História é o que foi construído pelo homem, o que foi descoberto, provado, vivido, experiências, o que ocorreu com a natureza, fenômenos.
A6	A matemática é uma ciência de grande importância devido ao rigor que possui e de sua utilização em diversas outras ciências.	É a ciência baseada no estudo dos fatos.
A7	É uma ciência que estuda as técnicas e fenômenos contidos nos meios da sociedade e da natureza que podem ser representados numericamente ou através de expressões algébricas.	História é a ciência que estuda os fenômenos da sociedade de maneira cronológica.
A8	É tudo. Vejo como sendo instrumento essencial ao ser humano, contar, lógica, quantidades. Não vivemos sem.	Algo passado de gerações em gerações, com o intuito de reviver, lembrar ou contar um fato importante, que não pode ser esquecido.

Fonte: Registro dos alunos.

Diante da análise das respostas dos alunos, classificamos suas impressões e as categorizamos conforme tabela a seguir.

TABELA 1 - CATEGORIAS QUANTO AS IMPRESSÕES DOS ALUNOS ACERCA DA MATEMÁTICA

Categorias	Depoentes em M
Ciência	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7
Ubíqua	A1, A8
Instrumentalista	A3, A4, A5, A6
Conceitos matemáticos	A7, A8

Fonte: Autoras.

Foi possível reconhecer nas respostas que a maioria deles apresenta, a Matemática é compreendida como ciência. Essa maneira de perceber a matemática pode estar relacionada ao fato de que o aluno a perceber que a humanidade desenvolveu a matemática enquanto corpo de conhecimentos, resultado de estudos, erros e acertos, inspirados por problemas cotidianos. Essa potencialidade pode e deve ser explorada nas aulas da disciplina de História da Matemática.

A ubiquidade, isto é, o que está presente em toda parte, também é identificada em duas respostas dos alunos. Tais respostas nos levam a compreender que a visão Ubíqua, ou seja, de que da Matemática “é tudo” (A8M) ou “está presente em tudo” (A1M) constitui-se na segunda categoria identificada.

Também é possível perceber o caráter instrumentalista presente nos argumentos apresentados, ou seja, alguns alunos concebem a matemática como um meio, um instrumento, uma ferramenta para ser utilizada em algumas situações e/ou contextos. Tal percepção nos leva a ponderar, que alguns alunos consideram a matemática como um conjunto de regras e fatos que, embora nem sempre se relacionam, mas que são úteis.

Ainda notamos o indicativo de que pensar a Matemática remete a ideias de conceitos/conteúdos matemáticos, ou seja, de certa forma reduz-se a matemática ao acúmulo de “conteúdo”. Isso fica evidente quando o aluno cita: numericamente e expressões algébricas (A7M), contar e quantidades (A8M).

No que concerne as impressões dos alunos expressas na segunda pergunta “O que é História?”, classificamos as respostas em cinco categorias conforme tabela a seguir.

TABELA 2 - CATEGORIAS QUANTO
AS IMPRESSÕES DOS ALUNOS ACERCA DA HISTÓRIA

Categorias	Depoentes em H
Remente ao passado	A1, A4, A5, A8
Situacional	A2, A3, A5, A6, A7, A8
Processual	A1, A3, A8
Humanal	A1, A2, A3, A4, A5, A7
Ciência	A6, A7

Fonte: Autoras.

Na primeira categoria identificamos as respostas que associam a História a algo passado, nesse sentido surge como uma ferramenta para lembrar ou compreender algo a partir do que já está posto, que aconteceu. Essa impressão de que é algo que faz alusão ao passado, nos permite inferir que os alunos concebem a História como algo cristalizado e não consideram algo em movimento ou modificável.

A segunda categoria, situacional, nos traz as respostas em que os alunos deixam transparecer uma concepção associada ao estudo, acúmulo e/ou registro de algum fato, situação, acontecimento ou fenômeno em que se fundamenta a História, ou seja, a História como resultado de circunstâncias existentes, criadas, naturais ou vivenciadas.

Respostas que evidenciam impressões que consideram a História como um processo, algo em desenvolvimento (A1H), uma trajetória (A3H) ou algo passado de geração em geração (A8H), nos levam a nossa terceira categoria, das respostas com caráter Processual.

O reconhecimento da categoria humanal nos depoentes baseia-se no fato de que as repostas dos alunos revelam que suas impressões de História estão ligadas àquilo que mostra-se relativo ao homem(sociedade, povo ou civilização), seja no passado, no meio ou em desenvolvimento. Ainda há a percepção de História como Ciência que estuda “fatos” ou “fenômenos” (A6H e A7H). Essa impressão que figura a quarta categoria.

Para além de pensar na História e na Matemática como ponto de partida, o que nos permite traçar estratégias de trabalho para as aulas da disciplina acima mencionada, buscamos provocar reflexões acerca da História da Matemática seus reflexos no ensino e aprendizagem, tendo em vista o objetivo da própria disciplina.

Nesse contexto, trazemos para análise outra questão que neste momento julgamos importante para nossas discussões: Quais as influências da História da Matemática para o ensino e aprendizagem de Matemática? As respostas encontram-se no quadro a seguir.

QUADRO 3 - Impressões dos alunos acerca História da Matemática

Depoentes	Influências – I
A1	A compreensão de como foi descoberto e desenvolvido, cada parte do que é ensinado na matemática. Entender de onde veio e porque as contas são feitas de tal maneira é essencial para compreensão do conteúdo.
A2	A história é muito importante para o ensino e aprendizagem da Matemática, pois podemos observar desde registros pré-históricos que já haviam princípios de contagem de conjuntos quantidades, a matemática sempre esteve presente na humanidade mesmo nas civilizações mais antigas.
A3	A história da matemática permite contextualizar o saber matemático nas condições que deram origem a eles. Esse contexto dá sentido à certos saberes matemáticos.
A4	Ver a história da matemática na minha visão ajuda a compreender a própria matemática compreender o contexto no qual determinado conceito foi construído o descoberto ajuda a compreendê-lo.
A5	Alunos tem as fórmulas e meios prontos para algumas perguntas ou problemas, meios diretos para se chegar a uma resposta. Não precisam pensar muito ou ter que descobrir meios alternativos para solucionar em suas questões. É importante passar esse conhecimento adiante para que os alunos possam experimentar usar e quem sabe melhora-lo.
A6	Acredito que aprender a matemática de uma maneira contextualizada permite uma aprendizagem mais significativa, pois é possível observar o processo de construção de conceitos.
A7	A história da matemática influencia de maneira que a matemática não é pronta e acabada, ela auxilia para a construção do conhecimento ao mesmo tempo em que se aprende o contexto histórico.
A8	É muito importante por trazer junto de si o espírito do matemático, onde traz o sentido de porquê estudar matemática, nos dando ou talvez esclarecendo uma situação. A história da matemática se bem contada, pode e deve ser instigadora, criando ao aluno a vontade de se aprofundar no conteúdo que lhe foi apresentado.

Fonte: Registro dos alunos.

Das respostas obtidas, após uma leitura cuidadosa, foi possível estabelecer quatro categorias, listadas na Tabela 3 abaixo.

TABELA 3 – CATEGORIAS QUANTO AS IMPRESSÕES DOS ALUNOS ACERCA DA INFLUÊNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO E APENDIZAGEM

Categorias	Depoentes em I
Compreensão de conceitos/conteúdos	A1, A3, A4, A6, A7, A8
Contextual	A3, A4, A6, A7
Fonte para novos conhecimentos	A5, A8
Humanal	A2
Motivacional	A8

Fonte: Autoras.

Para seis dos oito alunos que responderam ao questionário, a História da Matemática influência no ensino e aprendizagem de Matemática ao passo que possibilita ou facilita a compreensão e/ou construção do conhecimento matemático (conceitos, saberes e conteúdos) o que nos permite classificar a primeira categoria. Tais depoentes podem contribuir na formação do futuro professor, pois pode levá-lo a repensar recursos metodológicos que favoreçam a construção de conceitos para além de enunciados e definições prontas e acabadas. Assim, essas respostas nos indicam que, para além de lucidar que aspectos históricos favorecem a construção de conceitos, o uso da História da Matemática, trazem nuances de que o contexto vivenciado pode desencadear conhecimentos matemáticos. Nesse encalço, impressões que retratam a História da Matemática como algo vinculado a um contexto (A7I, A4I) ou que salientam o trabalho contextualizado (A6I e A3I), constituem a segunda categoria: Contextual.

A categoria nominada “Fonte para novos conhecimentos” advém das respostas com perspectiva de futuro, ou seja, os alunos que compreendem que a História da Matemática pode proporcionar que conhecimentos já existentes sejam aprofundados (A8I), aprimorados (A5I) ou que novos conhecimentos sejam construídos. As respostas com esse viés podem fornecer elementos para superar a ideia de que a Matemática é uma ciência inquestionável, o que é um aspecto positivo na formação inicial de professores que irão atuar na Educação Básica.

Outra visão sobre a História da Matemática vem associada a atividades humanas, considerando a evolução, a prática e estratégias que se fizeram (e se fazem) presente ao longo do tempo (A2I).

Por fim, percebemos que uma resposta tem característica motivacional, ou seja, se preocupa que a História da Matemática seja capaz de delinear o “porquê” (A8I) de seu ensino, ou seja, o uso da História pode permitir a construção ou a compreensão de significados matemáticos pelos alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para realizar nossas considerações, relembramos nosso objetivo que consiste em discutir as impressões dos alunos, de um curso de Licenciatura em Matemática, sobre a História da Matemática. Assim, reforçamos a importância de tratar aspectos ligados à formação inicial de professores de matemática e como proporcionar que estes discutam e aprimorem seus conhecimentos para que a História da Matemática possa ser utilizada para fins educacionais.

A História da Matemática nos cursos de formação de professores deve vir tanto como componente curricular para que os alunos realizem reflexões sobre a Matemática numa concepção histórica, quanto para que eles, enquanto futuros professores pensem sobre possíveis abordagens na sua prática de sala de aula.

Embora os alunos considerem que a Matemática pode ser descrita como uma ciência que não é pronta e acabada, nenhum deles descreve que ela é uma construção histórica, quando perguntado o que é a Matemática. Aspectos históricos somente são associados a Matemática quando eles passam a responder a questão número 5. Isso indica que, mesmo a maior parte dos alunos tenha cursado disciplinas pedagógicas e específicas, a maioria das respostas apresentadas ainda vem do senso comum e que, embora os alunos reconheçam a importância da História da Matemática para o ensino e aprendizagem, eles só conseguem estabelecer a relação entre elas – história e matemática – quando aparecem juntas.

Tais características conduzem a considerar que pode haver descontextualização e neutralidade marcadamente presentes nos discursos sobre o conhecimento matemático, tanto historicamente como nas impressões dos futuros professores, compreendê-las, é um dos objetivos da disciplina. Acreditamos que, para

tanto, partir desse primeiro olhar sobre as questões postas possa corroborar com o aprimoramento ou a construção de conhecimentos pertinentes ao tema ao longo do desenvolvimento das aulas.

Entretanto, apesar de as questões terem sido respondidas sem consulta a nenhum material, identificamos que os alunos apresentam certo conhecimento fundamentado em experiências acadêmicas anteriores. Como por exemplo, o fato de definir a Matemática como ciência, resposta dada pela maioria dos alunos. Isso nos leva a considerar que, no decorrer do curso, essa ideia pode ter sido discutida em outros momentos e possibilita que os alunos tenham essa visão comum.

A partir das constatações realizadas com base nas respostas dos alunos reconhecemos a necessidade de que na disciplina de História e Filosofia da Matemática, sejam explorados o desenvolvimento do conhecimento matemático e a articulação entre aspectos conceituais e históricos. Isso porque, a disciplina tem como um de seus objetivos identificar a história e a filosofia da Matemática como fontes teóricas de compreensão dos problemas relacionados à Matemática e seus reflexos no ensino e aprendizagem.

Concluímos, portanto, que as impressões dos alunos retratam uma fragmentação História-Matemática, que alertam para a necessidade de pensar práticas capazes de superar esses paradigmas dentro do próprio curso para que sejamos capazes de colaborar na formação de profissionais que reconheçam na História da Matemática um caminho de compreender, ensinar e vivenciar Matemática. Estudos sobre como impressões dos alunos, acerca desse mesmo contexto, após cursar a disciplina de História da Matemática, se constituem como fonte de investigação para futuros trabalhos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70 Ltda, 1977.

BOGDAN, R. e BIKLEN, S.K. **Qualitative Research for Education**. Boston, Allyn and Bacon, inc., 1982

BRITO, A. J. A história da matemática e da educação matemática na formação de professores. **Educação Matemática em Revista**, n. 22, p. 11-15, 2017.

CURY, H. N.; MOTTA, C. E. M. Histórias e estórias da matemática. In: CARVALHO, Luiz Mariano et al. (Ed.). História e tecnologia no ensino da Matemática. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

D'AMBROSIO, U. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: UNESP, 1999.

_____. Tendências e Perspectivas Historiográficas e Novos Desafios na História da Matemática e na Educação Matemática. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.14, n.3, 2012.

FRANCELIN, M. M. Ciências Senso Comum e Revoluções Científicas: Ressonância e Paradoxos. **Ci. Inf**., Brasília, v.33, n.3, p.26-34, 2004.

LOPES, L. S.; FERREIRA, A. L. A. Um olhar sobre a história nas aulas de matemática. **Abakós**, v. 2, n. 1, p. 75-88, 2013.

MENDES, I. A.; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática:** fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ (UNESPAR). Proposta Pedagógica Curricular de Matemática. União da Vitória, 2013.

ISSN 2236-4102

INSERINDO ATIVIDADES DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO COTIDIANO DAS AULAS DE MATEMÁTICA DO IFRN

Severino Carlos Gomes [188]
Bernadete Morey [189]

RESUMO

O presente artigo é parte de um projeto de ensino e pesquisa em andamento que tem objetivo duplo: promover formas de colaboração não individualistas de aprendizagem por meio do trabalho de *labor conjunto* envolvendo tarefas em história da matemática; e despertar/incentivar nos alunos o gosto pela resolução de atividades não padronizadas e pela exploração de novas possibilidades de ensino e aprendizagem. Para o desenvolvimento do projeto, buscamos na Teoria da Objetivação elementos teóricos para a construção de atividades de ensino e aprendizagem; e a concepção de *labor conjunto* como procedimento metodológico de aplicação e desenvolvimento destas atividades em sala de aula. O público alvo são estudantes do primeiro ano do ensino médio, em cursos profissionalizantes integrados, do Instituto Federal do Rio Grande do Norte enquanto que o tema da história da matemática abordado é a matemática da antiga mesopotâmia.

Palavras-chave: Teoria da Objetivação. Labor Conjunto. Atividades com História da Matemática. Ensino Médio.

INTRODUÇÃO

O presente artigo é parte de um projeto de ensino e pesquisa em andamento que tem objetivo duplo: 1) promover formas de colaboração não individualistas de

188 Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN). severocarlosgomes@gmail.com
189 Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGCM/UFRN). bernadetemorey@gmail.com

aprendizagem por meio do trabalho de *labor conjunto* com tarefas em história da matemática; 2) despertar/incentivar nos alunos o gosto pela resolução de atividades não padronizadas e pela exploração de novas possibilidades de ensino e aprendizagem

Em nosso referencial teórico buscamos na Teoria da Objetivação elementos para a construção de atividades de ensino e aprendizagem e na concepção de labor conjunto como procedimento metodológico de aplicação e desenvolvimento destas atividades em sala de aula.

Outros aspectos teóricos fundamentais do projeto objeto deste relato estão nos estudos sobre a importância da análise historiográfica na busca por recursos para o ensino de matemática e nas ideias sobre atividades de investigação matemática em sala de aula explicitadas em Morey e Gomes (2018).

O público alvo são estudantes do primeiro ano do ensino médio do Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN) campus Natal Zona Norte, dos cursos de eletrônica, comércio e informática para internet, enquanto que o tema da história da matemática de nossa escolha é a matemática da antiga mesopotâmia.

Assim, este artigo se apresenta com as ideias do estudo teórico até então desenvolvido em tal projeto. Primeiramente, estão os motivos histórico-pedagógicos que justificam nossa escolha pelo estudo da Mesopotâmia Antiga no ensino médio. Posteriormente, contextualizamos as salas de aula do IFRN campus Natal Zona Norte e apresentamos de forma sucinta o labor conjunto, um dos pilares da Teoria da Objetivação. Por fim, apresentamos breve descrição das atividades e algumas considerações sobre o trabalho.

ESTUDO DA ANTIGA MESOPOTÂMIA NO ENSINO MÉDIO

As ideias iniciais para nosso estudo surgiram a partir de reflexões sobre posturas assumidas por nós mesmos professores, nossos colegas e, às vezes, por nossos alunos pós-graduandos. Acontece de ao nos darmos conta das coisas interessantes que poderiam fazer parte de nossa vida profissional

envolvendo linguagem bem distinta daquelas a que estamos acostumados, como por exemplo, as línguas mortas: latim, sumério, copta, grego antigo, etc., já estamos na idade adulta e temos a sensação de ser muito tarde para começar do zero. Tendo constatado isso repetidas vezes em pesquisadores colegas de trabalho, alunos pós-graduandos e até mesmo em graduandos, propusemo-nos a buscar modos de minimizar barreiras que venham a dificultar a entrada num mundo novo por meio do trabalho junto a estudantes mais jovens, isto é, atuando junto a estudantes do ensino médio.

Estamos então à procura de atividades para serem desenvolvidas com os alunos de ensino médio. Atividades tais que abram espaço para a ousadia característica dos adolescentes e ao mesmo tempo permitam que estes desenvolvam habilidades que lhes serão úteis em suas futuras profissões. Aqui estamos focando nossa atenção nas habilidades ligadas diretamente à autonomia, à exploração, ao risco, à interpretação de fatos e à busca de subsídios para tomadas de decisões.

Pensamos então num estudo histórico-pedagógico em História da Matemática Antiga cujo objetivo é introduzir alunos de ensino médio em atividades de interpretação de artefatos e linguagens da história antiga, dando ênfase aqueles de viés matemático. Para precisar um pouco mais, diremos que as atividades previstas são diversificadas e centradas na Matemática da Antiga Mesopotâmia destacando o estudo dos rudimentos de sua linguagem escrita, de seus sistemas de medida, de seus sistemas de numeração, etc.

O estudo da matemática mesopotâmica, como exposto em Morey e Gomes (2018), se presta muito bem a um trabalho pedagógico nos moldes aqui propostos, pois as fontes disponíveis representam a vida social e econômica em detalhes que permitem a elaboração de atividades originais para a sala de aula. Qual é esta sala de aula, veremos na seção seguinte.

AS SALAS AULAS DE MATEMÁTICA NO IFRN CAMPUS NATAL ZONA NORTE

No Rio Grande do Norte a expansão dos antigos CEFET, atuais IFRN, levou a instituição a crescer de 2 campus para 21. Existem campus do IFRN em todas as regiões do estado. Em Natal existem três campi distintos: Natal-Central, Natal-Zona Norte e Natal-Cidade Alta. Cada campus oferece distintos eixos orientadores de curso técnico. Assim, no campus Natal Zona Norte (IFRN/ZN), os eixos orientadores oferecidos são: o eixo tecnológico (com cursos de eletrônica e informática) e o eixo com viés à gestão e negócios (com cursos de comércio e marketing). Não existe um eixo orientador para licenciatura ou bacharelado em matemática.

Os ingressantes no IFRN/ZN têm idade entre 15 e 17 anos e o perfil dos estudantes no primeiro ano não apresenta diferenças marcantes entre os diferentes cursos técnicos (comércio, eletrônica e informática para internet), no entanto, em relação aos processos que ocorrem na sala de aula de matemática podemos destacar três grupos com perfis notadamente distintos.

Chamaremos de primeiro o grupo dos alunos que estão sempre envolvidos nas aulas. Geralmente, estes fazem todas as tarefas não importando o tipo, o grau de dificuldade ou a maneira como estas tarefas são propostas. Em geral, o número de alunos desse grupo não passa de 25% da quantidade de alunos do primeiro ano do ensino médio.

Um segundo grupo contrasta sensivelmente com o primeiro. Neste grupo os alunos são apáticos, não se envolvem nas tarefas, estão completamente desmotivados e alguns destes, a partir dos seus próprios relatos, se sentem inferiores em relação aos estudantes do primeiro grupo no que se refere à aprendizagem matemática. Para boa parte dos alunos deste segundo grupo, segundo seus próprios relatos, aprender matemática é algo quase inatingível. O número de alunos deste grupo, dependendo do curso, varia entre 20% e 30% da quantidade de alunos da turma.

Há um terceiro grupo de alunos, entre 40% e 60% do curso, que apresentam dificuldades de alguma natureza: deficiência cognitiva (de aprendizagem), deficiência física ou outra deficiência de caráter psicopedagógico. Muitos desses alunos não conseguem ler e compreender um pequeno texto. A maioria dos alunos deste terceiro

grupo se esforçam para aprender mesmo com dificuldades, procurando sempre que possível expor suas opiniões, interpretar situações, compreender determinados conteúdos matemáticos. Eles sempre procuram se envolver nas aulas e nas tarefas. A disposição destes alunos nos leva a acreditar que eles gostam das aulas de matemática.

O perfil socioeconômico dos alunos do IFRN/ZN também é bastante heterogêneo. Alguns gozam de uma situação socioeconômica confortável, enquanto outros (entre 20% e 30% de cada turma) certamente necessitam de algum tipo de ajuda da instituição para continuar frequentando as aulas: dinheiro para transporte, refeições, fardamento escolar, consultas médicas oftalmológicas e aquisição óculos. Há ainda alguns casos extremos de desamparo social que muitas vezes demoram para serem detectados.

Os alunos ingressantes também se diferenciam com relação ao tipo de escola em que cursaram o ensino fundamental (5º ao 9º ano). No IFRN/ZN há turmas com até 60% de alunos oriundos de escolas públicas. Não é raro acontecer que mais da metade dos alunos ingressantes no IFRN/ZN não atingiram 50% de acertos na prova de matemática durante o exame de seleção. Vale ressaltar que a situação em outros campi, como por exemplo, o campus central de Natal, o perfil dos ingressante é outro.

É neste contexto que nasce o projeto de ensino e pesquisa cujo um dos objetivos é criar nas aulas do primeiro ano do ensino médio do IFRN/ZN formas de colaboração não individualistas. Dada as fortes diferenças nos perfis dos alunos, é nossa preocupação promover paulatinamente uma unidade e identidade no grupo de alunos que frequenta as mesmas aulas e evitar que a separação que se nota na entrada se torne ainda maior com o decorrer dos anos escolares.

Formas não individualistas de colaboração é um dos pontos centrais da Teoria da Objetivação, teoria de aprendizagem de viés sociocultural que tem no *labor conjunto* a abordagem de ensino e aprendizagem.

LABOR CONJUNTO NAS AULAS DE MATEMÁTICA

De caráter sociocultural e semiótico, a Teoria da Objetivação é uma teoria de aprendizagem que atribui à cultura, aos signos, aos artefatos, aos gestos, papel fundamental na tomada de consciência dos objetos do conhecimento (RADFORD, 2006). Além disso esta teoria defende que as salas de aula não produzem apenas conhecimento, mas também subjetividades. Ou seja, na Teoria da Objetivação a aprendizagem tanto é um processo de conhecimento quanto um processo de tornar-se. (RADFORD, 2015, 2008).

Com relação à configuração didática de atividades de ensino e aprendizagem, a Teoria da Objetivação considera que toda atividade está associada a uma tarefa e está constituída por uma série de problemas. Neste sentido, a configuração da atividade deve levar em conta três elementos: 1) condições gerais para execução da atividade, 2) considerações sobre os problemas, e 3) considerações sobre a forma de colaboração humana.

Portanto, ao planejar a atividade, primeiramente, o professor deve estar ciente do que já sabem os alunos e envolver, na medida do possível, o uso de artefatos (material concreto, tecnológico, etc.) na atividade. Com relação aos problemas, eles deverão ser interessantes do ponto de vista dos alunos, possibilitar a tomada de consciência dos objetos do conhecimento estudados através de níveis profundos de conceituação. Os problemas devem se inter-relacionar de forma que exista uma unidade conceitual e contextual, além de apresentar uma complexidade conceitual crescente.

Com relação ao terceiro elemento, a forma de colaboração humana, refere-se à organização da aula como um espaço para reflexão crítica e de interação profunda entre os estudantes e entre os estudantes e o professor. Ou seja, os problemas propostos na atividade devem exigir compromisso, engajamento, trabalho mútuo de interpretação, reflexão e diálogo entre todos os participantes. (RADFORD, 2014). É o labor conjunto.

No labor conjunto, a aprendizagem consiste em perceber e dar sentido ao conhecimento histórico-cultural de forma ativa e criativa. Também, professores e

alunos trabalham juntos, mas eles não fazem as mesmas coisas. A ideia de labor conjunto como postulada pela Teoria da Objetivação traz consigo uma conceituação diferente da divisão do trabalho na atividade de sala de aula e uma conceituação diferente do professor e dos alunos.

BREVE DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

Em poucas palavras, podemos dizer que na sala de aula queremos apresentar aos alunos a sociedade mesopotâmica antiga, no entanto, tal apresentação deverá estar imersa na proposição de atividades desafiadoras que os induza a conhecer novas forma de organização social, novos (para eles) sistemas de pensamento, novos sistemas de numeração, novos sistemas de medida, novos sistemas de escrita, etc.

Ao mesmo tempo, o trabalho na sala de aula deve ser organizado de modo que os alunos nos pequenos grupos entre em contato com o Outro na pessoa dos colegas de grupo e com o coletivo de sala de aula. O teor das atividades inclui assistir vídeos, debates no pequeno grupo e no grande grupo, busca de informação complementares na WEB, resolução de tarefas e problemas, decifrar sistemas simbólicos, etc.

Para o primeiro encontro escolhemos um vídeo (*A Stray Sumerian Tablet*) produzido pela Universidade de Cambridge sobre um tablete de 4.200 anos relacionado à fabricação de sabão. O vídeo tem duração de 6 minutos e consiste numa apresentação bastante circunstanciada do tablete em foco. Já providenciamos a colocação de legendas em português. Este tablete ficará no centro de nossa atenção enquanto propomos e resolvemos em labor conjunto as distintas tarefas já relacionadas. Outros artefatos que farão parte de nosso trabalho são o tablete YBC 7289 (diagonal do quadrado), o HS 217a (multiplicação por 9) e tabletes com distintas unidades de medida;

Como os alunos são do primeiro ano dos cursos técnicos/profissionalizantes em informática, eletrônica e comércio, acreditamos que vão se sentir instigados pelas tarefas de:

- Elaboração de tabelas que os mesopotâmicos usavam por meio de breves programas de computador;
- Debater, a partir de leituras prévias, sobre a utilidade de tais tabelas e seu modo de usar;
- Elaborar programa de computador de transformação de unidades de medidas;
- Dado um tablete já decifrado, buscar a confirmação da decifração dada;
- De modo autônomo e sem ajuda das fontes, "decifrar" tabletes fáceis, como, por exemplo, o da multiplicação por 9.

A primeira etapa consistirá em quatro encontros de duas horas-aula cada, em dias letivos consecutivos, a partir da segunda semana de aula de 2019. Na primeira etapa está previsto que os encontros se darão durante o horário regular da turma de alunos participantes. A escolha do horário deve-se ao fato de o desenho do projeto priorizar a participação de todos os alunos independente de sua simpatia ou não pela matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos neste artigo parte de projeto com finalidade de promover formas de colaboração não individualistas de ensino e aprendizagem e despertar nos alunos o gosto pela resolução de atividades de investigação utilizando a história da matemática.

Para enfrentarmos os desafios de uma sala de aula heterogênea em diversos aspectos (sociais, emocionais, cognitivos, etc.) que influenciam diretamente na aprendizagem, utilizamos fundamentos teóricos e metodológicos da Teoria da Objetivação pois esta teoria pressupõe a Educação Matemática "*como un esfuerzo político, social, histórico y cultural cuyo fin es la creación de individuos éticos y reflexivos que se posicionan de manera crítica en prácticas matemáticas constituidas histórica y culturalmente*." (RADFORD, 2014, p. 135)

Neste sentido, nossa expectativa é que devido à natureza não trivial de tais atividades, aliada ao labor conjunto como metodologia de ensino postulada pela Teoria

da Objetivação, o projeto venha a promover uma atmosfera na qual os alunos se sintam em pé de igualdade quanto ao desenvolvimento das tarefas. Mas somente a natureza das atividades não será suficiente para aproximar os alunos entre si caso as atividades não tenham um desenho adequado. Felizmente, o desenho de atividades no marco teórico da Teoria da Objetivação leva muito a sério o trabalho em grupos e a cooperação entre os participantes da sala de aula.

Neste início de estudo, o resultado mais importante para nós será a fusão (ou não) dos grupos de alunos descritos na terceira seção deste artigo num coletivo único da sala de aula. Será que o labor conjunto ajudará a reduzir as desigualdades? Durante o evento XIII SNHM em 14-17 abril já teremos o que dizer sobre isto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MOREY, B. GOMES, S. Matemática mesopotâmica: história para o professor de matemática. **Rematec**, n.27. p. 6-23, 2018.

RADFORD, L. Methodological Aspects of the Theory of Objectification. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8(18), p. 547-567, 2015.

RADFORD, L. On teachers and students. In: Liljedahl, P.; Nicol, C.; Oesterle, S.; Allan, D. (Eds.). **Proceedings**... Vancouver, Canada: PME, 2014.

RADFORD, L. The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. In: RADFORD, L.; SCHUBRING, G.; SEEGER, F. (Eds.). **Semiotics in mathematics education**: Epistemology, history, classroom, and culture. Rotterdam: Sense Publishers, 2008.

RADFORD, L. Elements of a Cultural Theory of Objectification. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa:** Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking, p. 1



ISSN 2236-4102

IVAN DE QUEIROZ BARROS E A INTRODUÇÃO DO CÁLCULO NUMÉRICO NA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Gabriel Soares Bádue [190]

RESUMO

Apresentamos a seguir uma história acerca da introdução da disciplina Cálculo Numérico nos programas da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, entre as décadas de 1950 e 1960, com ênfase na participação do professor Ivan de Queiroz Barros que foi um dos protagonistas deste processo. A Análise Numérica, em geral, e o Cálculo Numérico, em particular, está entre os temas que temos pesquisado nos últimos anos, que entre os resultados mais recentes está nossa tese de doutorado que trata da institucionalização da matemática aplicada na Universidade de São Paulo. Para tanto, além da pesquisa bibliográfica, utilizamos um denso acervo documental obtido em diversos órgãos da referida instituição. Deste modo, a história que aqui apresentamos, sobre a construção do espaço que foi dedicado ao Cálculo Numérico a partir dos anos 1950, é parte fundamental para a discussão acerca da construção do campo da matemática aplicada, que tem como marco na Escola Politécnica da USP, a criação da cadeira nº 20, em 1962, por meio da reunião das disciplinas de Cálculo Numérico e Complementos de Matemática. Além desta cadeira, a criação de outros espaços, como o Centro de Cálculo Numérico, reflete a consolidação da área, principalmente a partir da segunda metade dos anos 1960.

Palavras-chave: História do Cálculo Numérico. História da Matemática Aplicada. História da Informática. Escola Politécnica. USP.

[190] Universidade Federal de Alagoas (UFAL). profgabrielbadue@gmail.com

INTRODUÇÃO

O objetivo do presente trabalho é apresentar uma história acerca da participação do professor Ivan de Queiroz Barros no processo de inserção do Cálculo Numérico como disciplina dos cursos da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP).

A referida proposta é resultado de pesquisa realizada durante nosso doutoramento, que resultou na tese defendida no último mês de setembro acerca do processo de institucionalização da Matemática Aplicada na Universidade de São Paulo, a partir da sua Escola Politécnica, demarcado pela criação da Aula nº 01, sob o nome de *Cálculo de Observações e Estatística, Cálculo Gráfico e Mecânico, Nomografia*, em 1940, e pela organização do Departamento de Matemática Aplicada do IME/USP, em 1970. Neste ínterim, a primeira aparição do termo *Matemática Aplicada* nos currículos da Politécnica se deu na criação da Cadeira nº 20, em 1962, que reuniu as disciplinas isoladas de *Cálculo Numérico* e *Complementos de Matemática*, criadas ao longo dos anos 1950 (BÁDUE, 2018).

O Cálculo Numérico, objeto de análise deste trabalho, foi introduzido nos currículos da Escola Politécnica em substituição a Aula nº 01, tendo o professor Ivan de Queiroz Barros como um dos responsáveis pela sua organização a partir de sua chegada na USP como instrutor da Escola Politécnica, em 1958. Além da inserção nos currículos de graduação, as ações empreendidas pelos pesquisadores que se dedicaram a referida área culminaram, a partir do inícios dos anos 1960, na consolidação do campo da Análise Numérica, que se firmou como uma importante área entre os pesquisadores do Departamento de Matemática da Escola Politécnica, que no início dos anos 1970 se reuniram em torno do Departamento de Matemática Aplicada do IME.

Em termos metodológicos, além da pesquisa bibliográfica, nosso trabalho se baseia em um farto conjunto de fontes, constituído de anuários, atas de órgãos colegiados, ofícios, portarias, decretos, leis, relatórios de atividades, entre outros documentos. Tais informações foram acessadas por meio de sites oficiais, entre os quais da Assembleia Legislativa de São Paulo, Câmara Federal e Diário Oficial da

União, e nos seguintes órgãos da Universidade de São Paulo, quando de nossa pesquisa realizada no processo de doutoramento: Centro de Apoio à Pesquisa Histórica da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras; Arquivo Histórico da Escola Politécnica; Biblioteca do Instituto de Matemática e Estatística; Secretaria do Departamento de Matemática Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística; Biblioteca da Escola; Arquivo Geral; e Secretaria Geral.

Por fim, esta introdução é seguida por três seções. Na primeira apresentamos algumas considerações acerca da trajetória do professor Ivan de Queiroz Barros, enfatizando suas contribuições no processo de introdução do Cálculo Numérico desde a Escola de Engenharia de São Carlos, onde iniciou sua carreira docente, até a USP. Em seguida, apresentaremos algumas considerações acerca da história do Cálculo Numérico, em especial no caso brasileiro, para o qual Fabiane Noguti afirma que, possivelmente, a Escola de Engenharia de São Carlos tenha sido a primeira instituição brasileira a ofertar a referida disciplina, tendo Ivan de Queiroz Barros como o primeiro professor (NOGUTI, 2005). Nesta parte incluímos os episódios envolvendo as contribuições do professor Ivan para a consolidação da Análise Numérica na USP, incluindo o Cálculo Numérico. Por último, fechamos o presente texto com as considerações finais.

IVAN DE QUEIROZ BARROS: o “catedrático” em Cálculo Numérico

Ivan de Queiroz Barros nasceu em São Paulo, em dois de junho de 1928 (BARROS, 1984a). Aos dezessete anos, no início de 1946, ingressou na Escola Politécnica, tendo sido aprovado em primeiro lugar no concurso de habilitação, se formando Engenheiro Civil, em 1950. Após alguns anos atuando como engenheiro, iniciou sua carreira docente em 1953, como “instrutor responsável pela disciplina Cálculo Numérico do 1º e 2º anos da Escola de Engenharia de São Carlos”, onde atuou em Regime de Tempo Parcial até o início de 1958 (BARROS, 1984b). Deste modo, Ivan de Queiroz Barros nos relatou, em depoimento concedido no início de 2017, ter sido o terceiro professor contratado pela EESC, sendo o primeiro brasileiro (os outros

dois eram franceses). No período em que atuou na EESC, permanecia por três dias da semana no interior paulista, fazendo o deslocamento São Paulo - São Carlos por via ferroviária. Sobre esse tempo, descreveu: “Na recém-criada EESC, atuava de forma independente, como especialista da disciplina de Cálculo Numérico, sendo tratado como um catedrático. Entre suas atribuições ministrava aulas, aplicava provas e preparava material didático que eram utilizados nos cursos” (BARROS, 2017).

Em consonância ao depoimento registrado acima, Fabiane Noguti aponta que o curso de Cálculo Numérico que começou a ser ofertado na EESC em 1953, possivelmente foi o primeiro curso da área, oferecido a nível de graduação entre as instituições brasileiras. Neste sentido, a autora descreve que a contratação de Ivan de Queiroz Barros se deu a partir da indicação de alguns de seus antigos professores da Escola Politécnica, entre os quais ela destaca Eurico Cerruti e Theodoreto de Arruda Souto. O primeiro, foi o primeiro professor da Politécnica a assumir a disciplina de Cálculo Numérico, e o segundo, na condição de diretor da Escola, endossou a indicação de Barros, como “professor especialista em Cálculo Numérico” (NOGUTI, 2005, p. 09).

Após cinco anos de idas e vindas, em 1958 retornou à Escola Politécnica da USP, como “instrutor responsável pela disciplina Cálculo Numérico” (BARROS, 1984b), em Regime de Dedicação Integral, condição na qual permaneceu até o final de 1962, quando foi contemplado com uma bolsa para estudar em Stanford (EUA) (BARROS, 2017). Neste período, o Cálculo Numérico era uma disciplina vinculada a cadeira nº 01, *Cálculo Diferencial e Integral*, cujo titular era o professor José Octávio Monteiro de Camargo, situação que só foi modificada em 1962, com a criação da cadeira nº 20, intitulada *Matemática Aplicada*, que absorveu a referida disciplina (BÁDUE, 2018). No entanto, apesar da subordinação a Monteiro de Camargo entre os anos 1950 e 1960, Ivan de Queiroz Barros aponta uma “certa” autonomia em sua atuação no aludido período.

> Apesar de ter sido contratado como Professor Assistente na Politécnica, tinha atribuições de um catedrático. Ministrava disciplinas e confeccionava as apostilas que eram utilizadas nas aulas, que se distribuíam por dois [primeiros] anos dos cursos de engenharias. No início atuava só, mas com o passar do tempo e do fortalecimento da

> disciplina sob minha responsabilidade, outros professores foram contratados para dividir as atividades da área. Além das atividades ligadas ao Cálculo Numérico, também ficavam sob nossa responsabilidade tarefas atribuídas aos assistentes, como as revisões nas apostilas da cátedra de Cálculo Diferencial e Integral, produzidas pelo prof. J. O. Monteiro de Camargo. Trabalhava em regime de tempo integral, o que acontecia com mais dois ou três assistentes, já que a maioria era contratada no regime de tempo parcial.
> A relação entre catedráticos e assistentes era distante. Os catedráticos eram “reis”, suas palavras eram “lei”. Fisicamente ficavam separados. Enquanto os catedráticos tinham salas próprias, os assistentes ficavam alojados em salas compartilhadas. Não havia muita comunicação e cooperação. Os assistentes se “viravam” sozinhos, progrediam por esforço próprio (BARROS, 2017).

Paralelamente as atividades docentes, em 1962, obteve o título de Doutor Engenheiro pela Escola Politécnica. Neste processo, além da defesa da tese intitulada *Problemas Numéricos de Aproximação*, frequentou os seguintes cursos de pós-graduação: *Delineamento de Experiências*, em 1956, ofertado pelo professor Ruy Aguiar da Silva Leme; *Integração de Lebesgue* e *Espaços Funcionais*, em 1959, ministrados pelos professores Jaurés Cecconi e José de Barros Neto, respectivamente; *Seminários de Análise Funcional*, de 1959 a 1961, organizados pelo professor Chaim S. Hönig; *Funções Analíticas*, *Problema de Cauchy*, *Teoria dos Reticulados*, *Introduction to problems of modern algebra* e *Funções recursivas*, em 1962, ministrados pelos professores Domingos Pizanelli, Geraldo Ávila, Morgado, Dov Tamari e Mario Tourasse, respectivamente. Os quatro últimos foram realizados na Universidade do Ceará (BARROS, 1984b).

Ressaltamos que no período em questão, os programas e pós-graduação ainda não estavam estabelecidos, de forma que até o final dos anos 1950 o título de doutor era concedido aos candidatos que elaborassem uma tese que deveria ser defendida junto a uma banca examinadoras, compostas por doutores. No âmbito da Politécnica, este processo foi alterado no início da década de 1960, por meio do decreto 39.558 de 1961, que além da defesa da tese, passou a exigir a realização de pelo menos dois cursos de doutoramento, ministrados por professores com notório saber, que se aproximavam das atuais disciplinas de pós-graduação (BÁDUE, 2018).

Já com o título de doutor, Ivan de Queiroz Barros recebeu uma bolsa de estudos que possibilitou sua permanência por quase três anos na Universidade de

Stanford, instituição pela qual recebeu o título de *Master of Science*[191], em 1965. Neste período se dedicou a área da matemática aplicada, neófita entre os pesquisadores brasileiros naquela ocasião. Neste sentido, entre os anos de 1963 e 1965, frequentou os seguintes cursos na universidade californiana: Numerical Analysis, Hyperbolic Partial Differential Equations, Advanced Reading and Research, Non-linear progamming, Advanced Partial Differential Equations, Pro-seminar, Functional Analysis, Methods of Mathematical Physics, Advanced Ordinary Differential Equations, Modern Algebra, Real Variable Functions, Complex Variable, Harmonic Analysis (BARROS, 1984b).

Quando de seu retorno ao Brasil no final de 1965, foi recontratado pela Escola Politécnica na condição de professor doutor, responsável pela disciplina de Cálculo Numérico na Escola. Em 1968, após aprovação em concurso, tornou-se Livre-docente da Escola Politécnica, sendo transferido para o Departamento de Matemática Aplicada do IME, em 1970, por ocasião da reorganização que se deu na USP afim de atender as exigências impostas pela Reforma Universitária de 1968 (Ibid). No IME, permaneceu até 1984, quando de sua aposentadoria como professor adjunto do instituto. Nesses quase quinze anos assumiu diversas funções no instituto, incluindo a suplência na primeira chefia do Departamento de Matemática Aplicada, tendo sido protagonista na consolidação tanto dos cursos de graduação quanto dos programas de pós em área aderentes à Matemática Aplicada. Após sua aposentadoria no IME, foi contratado como docente da Escola Politécnica para ministrar as disciplinas PEF-111 e PEF-112, subordinadas ao Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações (BARROS, 1984a).

Para além de sua atuação na USP, entre 1969 e 1973 foi contratado como professor titular da Universidade de Campinas, ficando afastado da USP entre 1971 e 1973, período em que se dedicou com exclusividade as atividades no Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação da Unicamp, inclusive assumindo a chefia de seu Departamento de Matemática Aplicada (BARROS, 1984b).

[191] Sobre a obtenção do título de metre após o título de doutor, Ivan nos explicou em seu depoimento que como já havia elaborado uma tese pouco tempo antes da concessão da bolsa optou por não escrever um novo trabalho. No entanto, a carga horária cumprida por ele nos cursos da universidade de Stanford possibilitou a concessão do título de Mestre em Matemática Aplicada.

IVAN DE QUEIROZ BARROS E O CÁLCULO NUMÉRICO NA USP

Como apresentamos em nossa tese de doutorado, um dos marcos no processo de institucionalização da Matemática Aplicada na Universidade de São Paulo foi a criação da disciplina Cálculo Numérico, em meados da década de 1950, tendo o professor Ivan de Queiroz Barros uma importante participação na consolidação deste espaço, mesmo estando ausente nos anos seguintes a aprovação da inclusão da disciplina nos programas da Escola (BÁDUE, 2018).

Segundo Herman Goldstine, os fundamentos do Cálculo Numérico foram estabelecidos em métodos desenvolvidos entre os séculos XVI e XIX (GOLDSTINE, 1977 apud BIRKHOFF, 1978). Na mesma direção, Fabiana Noguti utliza a expressão "matemática numérica" ao tratar de métodos que deram origem ao que no século XX passamos a denominar de Cálculo Numérico, ou de maneira mais abrangente, de Análise Numérica (NOGUTI, 2005). Em ambos os casos, os autores se referem a métodos gráficos e numéricos utilizados na resolução de problemas nos quais os métodos analíticos não apresentam solução. Neste sentido, Fabiana Noguti afirma que a organização do Cálculo Numérico como disciplina se deu a partir dos anos 1920, "quando todos os métodos gráficos de solução de problemas numéricos [foram incluídos] ao corpo da matemática numérica" (NOGUTI, 2005, p. 05).

No caso da Escola Politécnica da USP, apesar de o Cálculo Numérico só aparecer formalmente em seus currículos no final da década de 1950, há indícios de que os métodos numéricos e gráficos já estavam presentes entre os assuntos incluídos em seus programas já nas primeiras décadas de seu funcionamento. Tal característica, pode ser utilizada para explicar a inclusão de uma disciplina dedicada a Nomografia durante os anos 1920, na qual eram explorados a realização de cálculos por meio de ábacos, tabelas e escalas. Mais à frente, em 1940, esses conteúdos foram reunidos sob a égide de Aula nº 01 - *Cálculo de Observações e Estatística; Cálculo Gráfico e Mecânico; Nomografia* (BÁDUE, 2018).

Esta composição curricular pendurou por pouco mais de uma década quando o Departamento de Matemática, resgatando proposta já formulada pelo então chefe do Departamento de Física, professor Luiz Cintra do Prado, apresentou à Congregação da

Escola Politécnica proposta de uma reformulação em seus currículos, alterando diretamente a cadeira nº 02 - *Geometria Analítica e Projetiva* e a Aula nº 01. Deste modo, aos vinte e um dias do mês de dezembro de 1952, José Octávio Monteiro de Camargo apresentou à Congregação a seguinte proposta, subscrita também pelos professores João Augusto Breves Filho, Benedito Castrucci, Pedro Moacyr do Amaral e Eurico Cerruti.

> 1. Que o biênio fundamental desta Escola se constitua exclusivamente das ciências puras básicas da Engenharia e de Desenho.
> 2. Que se mantenha, (digo) matenha o status-quo relativo ao conjunto de disciplinas e seu grupamento em cadeiras e aulas que compõe o atual Departamento de Matemática desta Escola. Alterando os nomes: da cadeira de Geometria Analítica e Projetiva, que passará a denominar-se Geometria Analítica e elementos de Projetiva, consentâneo com a tradição e a realidade, e da aula nº 1 Cálculo de Observações e Estatística; Cálculo Gráfico e Mecânico; Nomografia, que passará, com as mesmas disciplinas, a denominar-se Cálculo Numérico a ser ministrada ainda em dois anos, em uma aula de exposição e duas de laboratório semanais. Deverá ser anexada a Cadeira de Cálculo Diferencial e Integral; Cálculo Vetorial, para ser lecionada por um primeiro assistente ou Prof. Adjunto, mantido o caracter de Laboratório de Matemática (POLI, 1952).

A análise da proposta transcrita acima demonstra que que tal reforma estava centrada em três mudanças: a inclusão da disciplina de Cálculo Numérico, em substituição a Aula nº 01; a concentração das disciplinas básicas nos dois primeiros anos, dentre as quais estava o Cálculo Numérico, que seria dividido em duas partes; e uma alteração na composição da cadeira nº 02.

Após intenso debate, a referida proposta foi aprovada pela Congregação, a qual, a partir de sua implantação, marcaria um novo tempo no ambiente da Politécnica, especialmente para o Departamento de Matemática.

> a oferta do Cálculo Numérico contribuiu no processo de transformação que viria a ocorrer na Escola na década seguinte. Para além da disciplina, o Cálculo Numérico foi uma das áreas propulsoras de pesquisas na Politécnica, tendo acompanhado de perto a organização da área de computação na universidade. Neste sentido, dois importantes marcos nessa história são: a criação do Centro de Cálculo Numérico[192], que um ano após sua inauguração foi renomeado como

[192] Para mais informações sobre o Centro de Cálculo Numérico, consultar nossa tese, na qual dedicamos um capítulo à história da referida instituição (BÁDUE, 2018).

> Centro de Computação Eletrônica, e a instituição da cadeira nº 20 - Matemática Aplicada, que incorporou a disciplina de Cálculo Numérico, antes subordinada a cadeira nº 01. Ambos acontecimentos ocorreram na primeira metade da década de 1960 e foram decisivos no processo de institucionalização da Matemática Aplicada na USP, que culminou com a formação do departamento homônimo em 1970, quando da criação do Instituto de Matemática e Estatística (BÁDUE, 2018, p. 124).

Aprovadas as mudanças citadas acima, a Congregação passou a discutir quem ficaria responsável pela nova disciplina. Considerando que os assuntos que estavam sendo incluídos em seus currículos eram relativamente novos entre os politécnicos, o colegiado decidiu-se pela contratação de professores estrangeiros que teriam a missão de introduzi-los entre os membros da Escola. Deste modo, foram contratados os professores Lothar Collatz, da Politécnica de Hannover, Fritz Stussi, da Escola Politécnica de Zurich, e Odone Belluzi, da universidade de Bolonha. Esses docentes, "especialistas em Cálculo Numérico e Aplicações Técnicas, Cálculo das Estruturas e Ciência das Construções" (BÁDUE, 2018, p. 125) estiveram na Escola até 1957, quando Eurico Cerruti assumiu a disciplina por cerca de um ano, até a contratação de Ivan de Queiroz Barros, no início de 1958 (POLI, 1953).

Considerando a experiência adquirida em sua passagem pela EESC e as condições encontradas quando de sua contratação como instrutor da Escola Politécnica, Ivan de Queiroz Barros teve importante participação na organização e consolidação do Cálculo Numérico na Politécnica, tanto como disciplina, como área de pesquisa. Neste segundo caso, principalmente, após seu retorno de Stanford, em 1966.

Com relação aos conteúdos abordados nos referidos cursos, distribuídos entre os dois primeiros anos dos cursos da Escola, a análise das publicações produzidas pelo professor Ivan[193] e dos programas das disciplinas por ele ministradas na EESC nos levam a acreditar que entre os assuntos abordados estavam: aproximação nas operações elementares; nomogramas; sistemas lineares; polinômios, diferenças finitas, interpolação e aplicações; equações f(x)=0; probabilidades e erros de observações; mínimos quadrados; tabelação de funções por meio de séries; e equações diferenciais (NOGUTI, 2005; BARROS, 1984b).

[193] Entre as obras produzidas para o ensino da graduação estão: Cálculo de Probabilidades, Teoria dos Erros de Observação, Cálculo de Diferenças, Notas de Análise Numérica e Introdução ao Cálculo Numérico (BARROS, 1984b).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo Micheli Benzi e Elena Toscano, apesar dos avanços conquistados pela Análise Numérica ao longo do século XX, principalmente após a introdução dos computadores eletrônicos, sua história ainda não foi objeto de interesse dos historiadores da ciência, ou mais especificamente, dos historiadores da matemática. Neste sentido, as autoras apontam que poucos trabalhos sobre este tema foram produzidos, o que o torna um campo aberta para ser explorado (BENZI & TOSCANO, 2014).

Nesta mesma direção se encontra a história do cálculo numérico brasileiro. Entre os poucos trabalhos que encontramos sobre a temática, está a dissertação de Fabiane Noguti, publicada em 2005, que trata da história do Cálculo Numérico na Escola de Engenharia de São Carlos, que segundo a autora, pode ter sido a primeira instituição brasileira a oferecer a aludida disciplina em um curso de graduação (NOGUTI, 2005).

Desta forma, pegando o “gancho” apresentado por Fabiane Noguti sobre a participação de Ivan de Queiroz Barros neste processo, chegamos a sua atuação na Escola Politécnica, instituição na qual professor Ivan foi praticamente o primeiro docente brasileiro contratado especificamente para atuar na referida área. Assim, entendemos que ele teve um papel central na consolidação da disciplina, além de expandir suas atividades para a pesquisa e pós-graduação.

Portanto, a consolidação da Análise Numérica no início dos anos 1960, resultado da combinação entre o aumento de interessados pela área a partir da inclusão do Cálculo Numérico nos currículos da Politécnica e a inserção dos computadores eletrônicos nas atividades científicas, produzira um conjunto de mudanças na estrutura universitária, entre as quais a criação do Centro de Cálculo Numérico e da Cadeira nº 20, nomeada de *Matemática Aplicada*, que reuniu as disciplinas de Cálculo Numérico e Complementos de Matemática, até então estavam vinculadas a Cadeira nº 01.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BÁDUE, G. S. A institucionalização da Matemática Aplicada na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (1940 – 1970). 2018. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador-BA.

BENZI, M.; TOSCANO, E. Mauro Picone, Sandro Faedo, and the numerical solution of partial differential equations in Italy (1928–1953). Numer Algor, New York, n. 66, 2014.

BIRKHOFF, G. A History of numerical analysis from the 16th through the 19th century. Historia Mathematica, Cambridge, 1978.

NOGUTI, F. C. H. O livro “Théorie des approximations numériques et du calcul abrégé”, de Agliberto Xavier. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita, Rio Claro-SP.

FONTES

BARROS, I. Q. **Termo de contratação de Ivan de Queiroz de Barros pela Escola Politécnica**. Universidade de São Paulo. 1984a.

_____. **Curriculum Vitae Detalhado**. 1984b.

_____. **Depoimento do professor Ivan de Queiroz Barros sobre sua trajetória profissional**. Entrevista concedida ao autor em: 09 mar. 2017.

POLI**. Ata da 711ª sessão da Congregação da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**. 1952.

POLI**. Ata da 718ª sessão da Congregação da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**. 1953.

ISSN 2236-4102

JOGOS QUE CONTAM HISTÓRIAS - COMUNICAÇÃO ORAL: os indígenas no Espírito Santo

Claudia A. C. de Araujo Lorenzoni[194]
Lígia Arantes Sad[195]

RESUMO

O artigo apresenta resultados parciais de uma pesquisa em andamento junto aos Tupinikim e Guarani em Aracruz, no Espírito Santo. O artigo descreve atividades desenvolvidas na educação escolar local, englobando conjuntamente ideias de matemáticas e saberes tradicionais. Aborda o uso em espaços de educação escolar indígena de jogos tradicionais indígenas e os conhecimentos/saberes tradicionais historicamente relacionados a eles. Tem por objetivo apontar a integração entre história da matemática e jogos como possibilidade aos desafios postos à educação escolar indígena quanto ao encontro entre os saberes tradicionais e os saberes ocidentais expressos na matemática, enquanto componente curricular. Toma como referências centrais princípios da história cultural, da história da matemática relativa a constituição epistemológica básica do pensar matemático e de jogos tradicionais. Como procedimento metodológico, adotou-se uma revisão bibliográfica caracterizando possíveis rastros originários de alguns jogos, concomitante a um trabalho de campo para levantamento de jogos entre os Guarani e Tupinikim por meio de observação, encontros de formação continuada e entrevistas com professores indígenas, além de uma mostra cultural na escola municipal indígena guarani do Estado. Conclusões iniciais apontam para contribuições a uma educação matemática indígena com mais significado e novos subsídios de interesse à historicidade dos grupos indígenas locais.

Palavras-chave: História da Matemática. Educação escolar indígena. Jogos tradicionais.

[194] Instituto Federal do Espírito Santo, *campus* Vitória (Ifes-Vitória). claudia.araujo@ifes.edu.br.

[195] Instituto Federal do Espírito Santo, Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância (Ifes-Cefor). ligia.sad@ifes.edu.br.

POVOS TRADICIONAIS, JOGOS E MATEMÁTICA

Na contemporaneidade, entre as formas culturais históricas de matematizar considera-se atividades básicas como contar, medir, ordenar, classificar, desenhar, jogar e inferir, conforme perspectivas próximas assinaladas por Zaslavsky (1989), Bishop (1999) e D'Ambrosio (2001). Do entrelaçamento dessas atividades básicas provém todo o arcabouço dos saberes matemáticos historicamente constituídos em seus processos diferenciados de transformação cultural. Especificamente, situa-se o espaço de discussão deste presente artigo nessa confluência da formação histórica de um fazer matemático ensejado por jogos culturais tradicionais entre povos indígenas, aldeados há centenas de anos no Espírito Santo. Nesse sentido, o artigo apresenta resultados parciais de uma pesquisa em andamento junto aos Tupinikim e Guarani em Aracruz, no Espírito Santo

No País, é comum o termo "tupiniquim" ser usado no sentido de "nacional", "brasileiro". O emprego do termo dessa forma pode ofuscar a história e a existência desse povo habitante do Brasil desde antes da chegada dos colonizadores portugueses. Em aldeias situadas no município de Aracruz, ao Norte do Estado do Espírito Santo, os Tupinikim, juntamente com os Guarani, vivem aldeados numa área de 18212,3314 hectares de extensão, segundo a Fundação Nacional do Índio (Funai). Dados de 2014, indicam um total de 3018 indígenas habitando a região, sendo a maioria Tupinikim.

Os Tupinikim, os Guarani e, de um modo geral, os povos indígenas têm produzido e transmitido, ao longo de sua história, saberes que são próprios à sua condição material, social, política, religiosa, etc. determinados por uma racionalidade que lhes é específica. Em meio ao trabalho sócio-histórico organizado e controlado no interior de cada grupo social desenvolve-se uma maneira particular de produção de conhecimento. Em relação a populações indígenas é pertinente a observação de Nascimento (2004, p. 88), "a percepção da totalidade que a vivência de uma doutrina de semelhança propicia ao índio permite que tudo aquilo que faz parte de seu *habitat* seja muito mais do que aparência objetiva de ser".

Em Lorenzoni (2014) são apresentados grafismos da cestaria dos Guarani e os significados atribuídos por eles, paralelamente a ideias que poderiam ser chamadas de matemáticas. Mostra-se que o sentido matemático de cada grafismo não está desassociado do seu significado cultural. Além do que, em sociedades tradicionais os processos de comunicação de noções e saberes costumam se realizar via oralidade, "por contatos primários, mais próximos do concreto, da intuição sensível e da rotina da vida diária" (NASCIMENTO, 2004, p. 85). Há de se supor que na educação escolar indígena o encontro entre saberes tradicionais e o componente curricular Matemática, nos seus moldes eurocêntricos de argumentação, demonstração e abstração, pode se tornar conflituoso. Por isso, um modo de harmonizar os estranhamentos pode ser a via de utilização de elementos culturais e históricos, como são certos artefatos e jogos.

Na legislação brasileira, são considerados Povos e Comunidades Tradicionais:

> grupos culturalmente diferenciados e que se reconhecem como tais, que possuem formas próprias de organização social, que ocupam e usam territórios e recursos naturais como condição para sua reprodução cultural, social, religiosa, ancestral e econômica, utilizando conhecimentos, inovações e práticas gerados e transmitidos pela tradição (BRASIL, 2007).

Conhecer a historicidade e explorá-la em conjunção com ideias matemáticas a serem introduzidas na educação escolar indígena passa, então, por conhecer e reconhecer os saberes tradicionais da comunidade e viabilizar o emprego dos conhecimentos, inovações e práticas produzidos nesse encontro para a solução de problemas do grupo.

Geralmente, pode-se pensar que investigações sobre um possível matematizar local, dentro das matemáticas de algumas culturas, oportuniza contribuir não só localmente, mas como Onstad (2017) ressalta, contribuem até mesmo no sentido de novas perspectivas, resultados e raciocínios até então desconhecidos dentro da matemática acadêmica mais global.

Por outro âmbito, em Grando (2010) encontram-se diferentes jogos indígenas: na forma de desafios, de atividades corporais e de jogos de tabuleiros. Neste texto, daremos especial atenção a jogos que têm uma historicidade, são caracterizados com 'arremesso de peças' ou 'de tabuleiro' e se assemelham de algum modo a jogos da

cultura indígena local, os quais são investigados como recursos didáticos a serem utilizados em oficinas e sala de aula de matemática. Ao mesmo tempo, no procedimento das investigações provocam-se práticas narrativas, com características das culturas indígenas envolvidas, que segundo Burke (2005, p.158) “oferecem pistas importantes para o mundo em que foram contadas”, instigando interesses históricos que ajudam a constituir o delineamento de identidades.

O MILHO E OS TUPINIKIM: Um jogo de dados?

Para Coutinho (2009), muitos jogos são reminiscências de rituais mágicos e religiosos. O autor destaca, por exemplo, o uso de dados como elementos de jogos como “descendentes dos astrágalos, búzios e outros objetos que adivinhos jogavam para ver o futuro” (p. 44). Embora, com as transformações sociais e culturais, os jogos tenham adquirido outros sentidos, como o lúdico. A seguir, apresentamos jogos com alguns desses materiais como peças, juntamente a um jogo do povo Tupinikim.

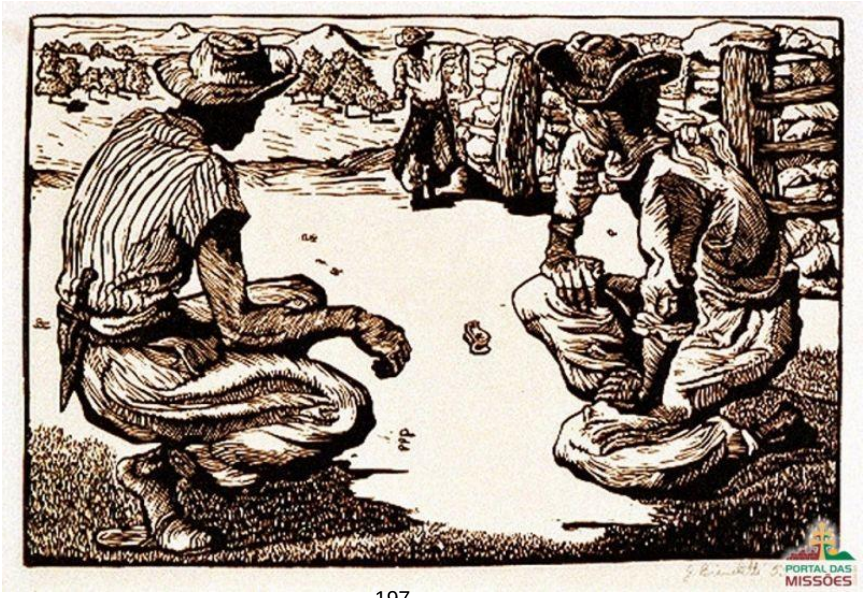
Em Mlodinow (2011), encontramos informações a respeito de um jogo praticado desde a Antiguidade, pelos gregos, com astrágalos de animais:

> (...) dispondo de uma abundância de carcaças animais, o que jogavam eram astrágalos, feitos de ossos do calcanhar. Um astrágalo tem seis lados, mas só quatro deles são estáveis o suficiente para permitir que o osso se apoie sobre eles. Estudiosos modernos apontam que, em virtude da anatomia do osso, as probabilidades de que caia em cada um dos lados não são iguais: são de aproximadamente 10% para dois dos lados e de 40% para os outros dois. Um jogo comum consistia em jogar 4 astrágalos. O resultado considerado como o melhor era raro, mas não o mais raro de todos: tratava-se do caso em que os 4 astrágalos caíam em lados diferentes. Tal resultado se chamava jogada de Vênus. A jogada de Vênus tem uma probabilidade de aproximadamente 384/10 mil. (MLODINOW, 2011, p.41)

Há referências a um jogo com astrágalo de boi entre os esportes tradicionalistas do Estado do Rio Grande do Sul, como ilustra a figura a seguir[196].

[196] Matéria jornalística “Jogos Farroupilhas: conheça as regras do Jogo do Osso”, 2015. Disponível em http://g1.globo.com/rs/rio-grande-do-sul/semana-farroupilha/2015/noticia/2015/09/jogos-farroupilhas-conheca-regras-do-jogo-do-osso.html. Acesso em 02 jan. 2019.

FIGURA 1: JOGO DO OSSO



Fonte: Site Portal das Missões[197].

Nessa modalidade de jogo, o astrágalo recebe duas chapas, uma de bronze e a outra de ferro, transformando-se na peça do jogo. A tava, como é chamada a peça, é arremessada por cada participante e sua posição relativa ao solo determina a pontuação do jogador. São consideradas 8 posições possíveis. A próxima figura mostra duas delas.

FIGURA 2: POSSIBILIDADE DE ARREMESSO DA TAVA



Fonte: Site Portal das Missões[198].

[197] Disponível em http://www.portaldasmissoes.com.br/site/view/id/1450/status/success. Acesso em 02 jan. 2019.
[198] Disponível em http://www.portaldasmissoes.com.br/site/view/id/1450/tava-ou-jogo-do-osso.html.. Acesso em 04 jan. 2019.

Em Magalhães (2007, p.114), há registros de um antigo jogo praticado entre os Tupinikim no Espírito Santo em que são lançados grãos de milho sobre uma superfície. O relato colhido pela autora apresenta as regras, do que intitulamos aqui de “Jogo do Milho Queimado”:

> Tomávamos 6 grãos de milho e, com a ponta de um pauzinho resistente – que podia ser de cedro, bem fininho, em brasa, marcávamos o lado mais macio de cada grão. Assim, cada grão ficava com um lado marcado (queimadinho) com um ponto preto e, no outro, o mais duro e brilhoso, ficava tal como era. De um jeito que, no lado brilhoso, não pudesse transparecer o ponto marcado do outro. Assim, cada criança tomava posse de seus seis grãos marcados. Sentávamos no chão em forma de roda e combinávamos quem começaria o jogo. Com cada das mãos em forma de concha, juntas e entrelaçadas, sacudíamos as 6 pecinhas que ficavam ali dentro. Então, próximo do chão largávamos, cada um de nós, ao mesmo tempo, as peças. Contávamos as peças de cada um, que estavam no chão, mas somente as que tinham o ponto preto para cima. Aquele que tinha menos peças com pontos pretos saía do jogo. [...] E assim continuávamos até surgir o vencedor. Jogávamos várias rodadas no mesmo dia com as mesmas peças. [...] Esse é um jogo muito antigo, meus pais, meus avós, meus bisavós já jogavam. Meus bisavôs contaram que os bisavôs deles jogavam isso. (ACERVO DAS AUTORAS, 2018)

Em 2008, encontramos relatos de um Tupinikim a respeito do mesmo jogo dessa vez intitulado “Jogo do Buzo”, em referência aos búzios utilizados como peças em vez de grãos de milho, talvez a troca fosse favorecida pela proximidade das terras indígenas do litoral de praias, onde os búzios são encontrados. Nesse caso, as partes côncava e convexa nos búzios têm o papel das faces queimadas e não-queimadas nos grãos de milho. Segundo os depoimentos, o jogo era mais comum entre os homens e jogado muitas vezes em encontros de bar. Por se tratar de “jogo de índio”, foi associado a badernas e chegou a ser proibido no Município.

Em julho de 2017, por meio do Programa Ação Saberes Indígenas na Escola, ministramos uma oficina de Matemática para 30 professores indígenas do município de Aracruz. A oficina teve como objetivo proporcionar a experiência de um “fazer matemático”, procurando levantar uma reflexão sobre a importância do jogo no contexto indígena e discutir suas potencialidades no ensino da matemática escolar. Para tanto, demos destaque ao “Jogo do Milho Queimado”, por meio dele foram

realizadas discussões e atividades (inclusive com problemas matemáticos) desenvolvidas coletivamente ou em grupos menores.

Uma primeira observação sobre o Jogo foi sua semelhança com jogos ‘de arremesso de peças’ como o de astrágalos e mesmo de lançamento de um dado. No caso do astrágalo os gaúchos consideram oito possíveis resultados, enquanto que os gregos antigos consideravam seis possibilidades de resultado e respectivos lados, da mesma forma que hoje podemos obter com um dado cúbico. No caso do Jogo Tupinikim, cada jogador tem 7 possibilidades de resultado quando lança seus grãos (ou búzios), conforme o número de peças com pontos pretos voltados para cima (de 0, quando não aparecem grãos queimados, a 6 quando em todos aparecem os queimados).

Ao jogarmos na oficina com os grãos previamente preparados, percebemos que, semelhantemente a um astrágalo, alguns grãos são irregulares e podem não mostrar nenhuma das duas faces esperadas. O jogo original traz a situação da escolha dos grãos e do seu preparo por cada jogador, e daí a vantagem de integrar os alunos no preparo do material, com a produção e controle dos mesmos.

A oficina estimulou nos participantes o interesse pelo uso de jogos e brincadeiras na educação escolar, como reconhecimento do papel dos jogos na identidade dos povos indígenas, como ilustra o depoimento a seguir:

> Achei importante a formação de hoje, pois os alunos precisam realmente de um ensino diferenciado e descontraído, pois, crianças aprendem muito mais através de brincadeiras. Na aldeia, as crianças aprendem a pescar, brincando de pescar. Aprendem a fazer casa, brincando de fazer casa. É assim com armadinhas e artesanatos. (Depoimento de professor indígena, ACERVO DAS AUTORAS, 2017)

Motivados pelo “Jogo do milho queimado”, alguns professores têm buscado identificar outros jogos tradicionais. Posteriormente ao momento da oficina, muitos relataram o quão positivas foram as experiências com o jogo em suas respectivas salas de aula, estimulando a atividades básicas como contar, agrupar (classificar) e inferir. Ademais, incentiva a continuar pesquisando historicamente em meio às especificidades culturais indígenas, atuando e trocando experiências com eles, na pretensão conjunta de contribuir à historicidade de suas tradições e para a educação escolar indígena.

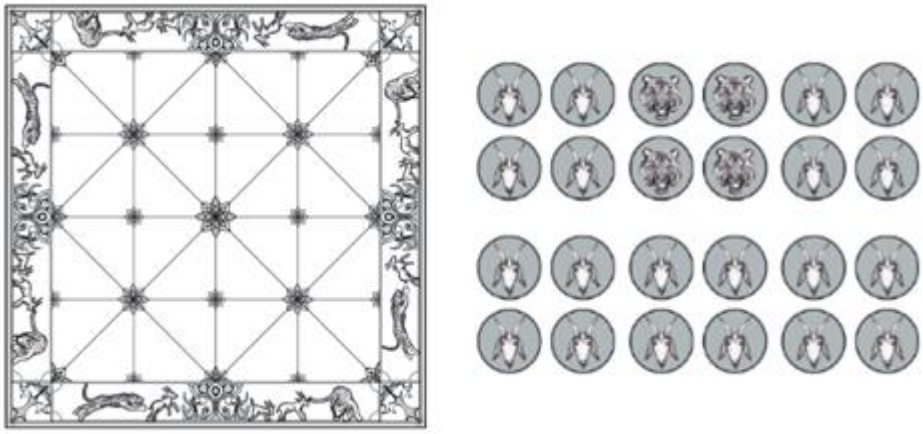
OS GUARANI E O JOGO DA ONÇA

Existem imprecisões quanto às origens de muitos dos jogos antigos de tabuleiro, mesmo porque eles sofrem transformações com o tempo e os diversos contatos culturais, convergindo com o comentário de Alves (2003, p.5) quando afirma que “jogos tradicionais brasileiros carregam a marca de nossa miscigenação, a mistura do europeu (essencialmente o português), do negro e do índio fez surgir uma combinação genética e cultural influenciando a vida social do brasileiro”.

Nesse sentido, também está o alerta de Grando (2010) a respeito da falta de registros sobre a origem dos jogos indígenas, se foram criados pelos indígenas ou aprendidos com os colonizadores, subjugados pelo dominador e miscigenando algumas ideias e costumes. Talvez por isso, no caso do jogo de tabuleiro indígena tradicional observado entre os Guarani e Tupinikim, tenhamos verificado proximidades de regras, movimentos e peças. Em geral, esses jogos são caracterizados por simulações, nas quais “todas as situações visam planejar, avaliar e calcular sua posição em um jogo, real ou não, figurando ensinamentos que têm na base a estratégia” (FERREIRA, VINHA & SOUZA, 2008, p. 49).

Alguns jogos de tabuleiro derivam de arquiteturas de templos sagrados, e foram talhados em diversos materiais, os “objetos (pedras, figuras etc.) por vezes simbolizam pessoas ou animais ferozes, ambos com poderes que estimulam desafios” e contribuem para “refletir sobre as representações sociais da sociedade que o pratica” (GRANDO, 2010, p.29). Ou seja, até se tornar um jogo tido como tradicional, ele vai agregando significados que são moldados pela sociedade do local que o adota. Exemplos podem ser citados também em outros continentes, como o *Bagh Chal* (FIGURA 3), do Nepal, que representa uma batalha entre tigres e cabras (PERERA; OLIVERAS & OLIVERAS, 2016) ou o antigo jogo viking *Hnefatafl* (FOTO 1) que simula sagas medievais. O *Hnefatafl* inicia com forças desiguais e representa estratégias tomadas por reis e exércitos para expansão, trazendo semelhanças com alguns jogos de padrão europeu como xadrez.

FIGURA 3: Tabuleiro decorado do *Bagh Chal* e representação das peças



Fonte: PERERA, OLIVERAS & OLIVERAS, 2016.

FOTO 1: Tabuleiro e peças do *Hnefatafl*.



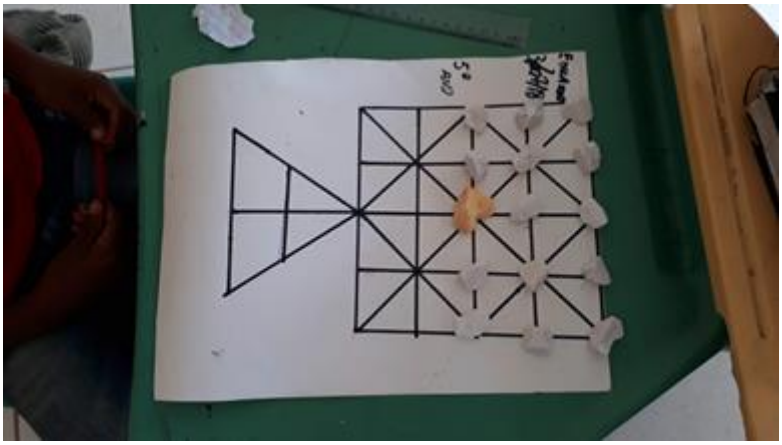
Fonte: Acervo das autoras, Oslo, 2017.

O jogo de tabuleiro indígena que evidenciamos aqui é o denominado *Jogo da Onça* que também inicia com forças desiguais, quais sejam a onça e os cachorros. Segundo Grando (2010), o jogo é encontrado nos primeiros registros históricos dos grupos étnicos entre os Manchakeri (Acre), os Bororo (Mato Grosso), e os Guarani (São Paulo).

O *Jogo da Onça* também é conhecido como *Jogo da Onça e dos cachorros*, porque envolve, além da imponente e importante figura do animal onça, 14 cachorros como personagens. As peças representam força e ataque, a onça mostrando sua força e os cachorros habilidade de ganhar com o ataque em alcateia. O tabuleiro é

habitualmente traçado na terra e pedras são usadas como peças na representação do tabuleiro. A foto seguinte mostra o tabuleiro confeccionado por um aluno de 5º ano na Escola Guarani em uma das atividades que organizamos como parte da pesquisa e as peças na posição inicial. As pedras brancas representam os cachorros e pedra colorida representa a onça.

FOTO 2: Tabuleiro e peças de Jogo da Onça



Fonte: Acervo das autoras, 2018.

As regras do Jogo da Onça são descritas com base em Lima & Barreto (2005), sendo que é disputado em dupla de jogadores. Um jogador fica com a onça (centro do tabuleiro) e outro com os 14 cachorros nos lugares marcados atrás da onça. O jogador com a onça inicia a partida movendo sua peça para qualquer casa adjacente que esteja vazia. Qualquer movimento, da onça ou dos cachorros, deve seguir pelas linhas – segmentos de reta traçados no tabuleiro. O jogador com os cachorros move qualquer uma de suas peças também para uma casa adjacente que esteja vazia, alternando as jogadas com o jogador com a onça. As peças podem se mover em qualquer direção. Uma das estratégias da onça é tomar cuidado para não entrar em sua toca (parte triangular do tabuleiro). Caso isso aconteça, ela poderá ser mais facilmente encurralada pelos cachorros. A onça captura um cachorro quando salta sobre ele para uma casa vazia (apesar de não pode saltar dois juntos), mas os cachorros não podem pular sobre a onça. A captura da onça pode acontecer em qualquer sentido em que ela não puder mais se mexer. O jogador com a onça pode fazer mais de uma captura de cachorros na mesma jogada, se for possível. Vence a partida o jogador com a onça se

consegue capturar cinco cachorros ou o jogador com os cachorros quando consegue imobilizar a onça.

Nas palavras do professor guarani Mauro Carvalho (Karai), “o jogo é igual à natureza” (ACERVO DAS AUTORAS, 2018), pois representa a relação entre os dois personagens: a onça é capaz de matar um cachorro, mas eles juntos conseguem cercá-la ou afugentá-la. A presença desses animais na memória cultural dos Guarani se expressa, por exemplo, na narrativa de uma anciã colhida por uma de suas netas :

> Numa floresta distante havia uma onça e um bando de cachorros. Certo dia, a onça foi até os cachorros e quando ele chegou os cachorros o cercaram.
> Então, a onça ficou com muita raiva, e pegou um dos cachorros e comeu. Logo fugiu, voltando para sua toca.
> Os cachorros ficaram muito tristes porque a onça comeu um cachorro, e resolveram ir à casa da onça e falaram para ela:
> -Queremos que você vá embora dessa floresta!
> E a onça respondeu:
> Não irei! E SAIAM DA MINHA CASA!
> Assim, os cachorros foram embora e noutro dia falaram novamente na toca da onça, porém, desta vez levaram carne, e lhe perguntaram:
> -Por que você matou e comeu um de nós? Por isso queremos que você vá embora daqui.
> E então a onça lhes disse:
> -Irei embora, mas quero que vocês tragam muita carne para mim.
> E assim os cachorros fizeram, trouxeram bastante carne, a onça encheu a barriga e foi embora. E nunca mais foi vista naquela floresta.
> E os cachorros viveram felizes para sempre. (ACERVO DAS AUTORAS, 2018)

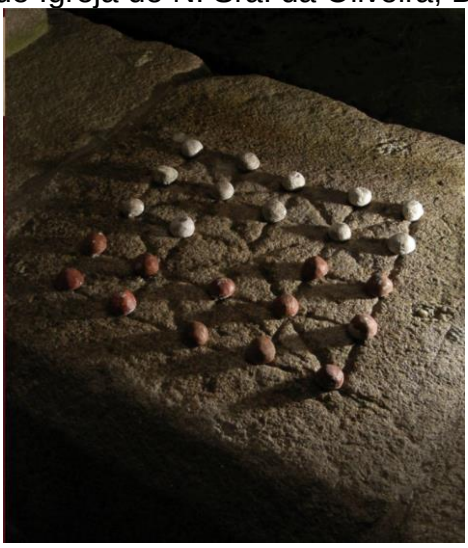
Entre os Guarani no Espírito Santo, encontramos uma outra versão de jogo de tabuleiro, dessa vez simulando uma disputa entre “gatinhos e ratinhos”, como nos relatou a mesma anciã em 2017. A história e os detalhes do jogo ainda estão em fase de pesquisa. Algumas características identificadas são o tabuleiro, formado por 42 casas dispostas em 7 fileiras de 6 casas cada uma, e o número de 12 peças para cada um dos dois jogadores. O jogador tem como objetivo ganhar as peças do adversário ou criar uma disposição de peças que impeça qualquer movimento às pedras do adversário.

No envolvimento do jogar, esses dois jogos permitem explorar o desenho, medição e escala, por exemplo, na construção do tabuleiro (segmentos cruzados,

paralelos e perpendiculares), ou reconhecimento de polígonos e suas propriedades, além de ideias de contagem e operações, entre outras. Contudo, esse é um olhar dentro dos significados da matemática escolar não indígena, que pode ser estimulada a ser utilizada na escola indígena.

Ambos os jogos indígenas de tabuleiro mencionados têm aproximações com o jogo *Alquerque*, que se acredita tenha chegado à Europa pelos árabes, onde era nomeado *Al-Quirkat*, embora haja origens remotas de tabuleiros de pedras semelhantes no templo egípcio de Kurna, em 1400 a.C., conforme Millán (2012).

Figura 4: Tabuleiro de Alquerque Igreja de N. Sra. da Oliveira, Braga, Portugal



Fonte: CARREIRA; ALBERTO & FERNANDES (2004)

Desse jogo do Alquerque existem centenas de variantes e aproximações pode-se observar com os dois jogos indígenas que anteriormente apresentamos. Em especial, no tipo de tabuleiro, jogo a dois e a locomoção das várias peças, além de semelhanças no modo das estratégias do jogar.

Outros exemplos de similitude de jogos talvez pudessem ser levantados nessa busca de construção de aprofundamento da historicidade dos jogos indígenas locais e suas possíveis relações com o fazer matemático, mas devido ao caminhar da pesquisa nos restringimos a indicar estas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS: o Jogo e a História da Matemática

Do ponto de vista da história da matemática, a formação de um fazer matemático histórico ensejado por jogos culturais tradicionais entre os Guarani e Tupinikim do Espírito Santo, instigou a investigações no campo epistemológico da constituição de formas de atividades básicas de matematizar.

Diante das observações e das atividades partilhadas, bem como dos rastros históricos obtidos como dados da pesquisa até o momento, acreditamos que uma abordagem de saberes tradicionais na perspectiva de uma história da matemática (ou da história de um matematizar) pode contribuir para uma educação matemática indígena com mais significado e proporcionar subsídios de interesse à historicidade dos grupos indígenas locais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BISHOP, Alan. **Enculturación matemática**: la educación matemática desde uma perspectiva cultural. Barcelona, Espãna: Paidós Ibérica, 1999.

BRASIL. Decreto nº 6.040, de 07 de fevereiro de 2007. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 07 de fevereiro de 2007.

BURKE, Peter. **O que é história cultural?** Tradição de Sérgio G. de Paula. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2005.

CARREIRA, A.; ALBERTO, E. FERNANDES, L. **Catálogo da Exposição Pedras que Jogam**: Jogos de tabuleiro de outras épocas. Lisboa: Departamento de Matemática da F. C. U. L.; Museu da Cidade, CML, 2004. 32p.

COUTINHO, Luis Francisco Baroni. Mehinaku: design gráfico de um jogo de tabuleiro. 178 folhas. **Monografia.** Desenho Industrial. FAAP - Fundação Armando Álvares Penteado. São Paulo, 2009. Disponível em: https://issuu.com/lfbaroni/docs/mehinaku. Acesso em: 25 dez. 2018.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autentica, 2001.

MILLÁN, Germán Paloma. **Los Juegos de mesa**: creación y producción. Trabajo fin de máster - Universidad de Granada, Granada, España, 2012.

GRANDO, Beleni Saléte (Org.). **Jogos e culturas indígenas**: possibilidades para a educação intercultural. Cuiabá: EdUFMT, 2010.

LORENZONI, Claudia A. C. A.. Os Guarani do Espírito Santo: Um estudo de motivos gráficos da cestaria. **Anais/Actas (...)** do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática. 1ªed.: , 2014, v. , p. 889-909.

LIMA, Mauricio de Araujo; Barreto, BARRETO, Antônio. **O Jogo da Onça e Outras Brincadeiras Indígenas**. São Paulo: Panda Books, 2005.

MAGALHÃES, Dóris Reis de. **Concepções, crenças e atitudes dos educadores tupinikim frente à matemática**. 2007. Dissertação (Mestrado) - Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2007.

MLODINOW, Leonard. **O andar do bêbado.** Como o acaso determina nossas vidas. Rio de Janeiro: Zahar, 2011.

NASCIMENTO, Adir Casaro. **Escola indígena**: Palco das diferenças. Campo Grande: UCDB, 2004.

ONSTAD, Torgeir. Is the Mathematics We See the Mathematics They Do? **Journal of Mathematics and Culture**. December 2017 11(3).

PERERA, Carlos Sergio Gutiérrez; OLIVERAS, Alicia Fernández; OLIVERAS, María Luisa. Play in Scientific and Mathematical Non-Formal Education: Bagh Chal, a Tigers-and-Goats Game. **Proceedings (...)** 4th Annual International Conference on Cognitive - Social, and Behavioural Sciences. Future Academy, 2016.

ZASLAVSKY, Claudia. Intregación de las matemáticas al estúdio de las tradiciones culturales. **ISGEm Newslester**, v. 4, n. 2, 1989. Disponível em web.nmsu.edu/~pscott/isgem.htm. Acesso em nov. 2017.



ISSN 2236-4102

JUAN CARAMUEL Y LOBKOWITZ
As contribuições na Matemática e outras ciências

Marisa Raquel de Melo Pereira [199]
Lucieli M. Trivizoli [200]

RESUMO

Neste trabalho iremos abordar aspetos biográficos de Juan Caramuel y Lobowitz, intelectual espanhol do século XVII que contribuiu em várias áreas das ciências. Nosso interesse por esse autor e suas obras surgiu no contexto das discussões do Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática GHMEM – UEM, e a partir da nossa busca por informações sobre o tema não encontramos publicações brasileiras tendo esse autor ou suas obras como objeto de pesquisa. Fizemos um levantamento bibliográfico no portal de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e encontramos 12 artigos publicados cujos títulos faziam menção ao termo “Caramuel”, a partir da leitura informativa, elencamos 3 trabalhos para serem analisados nesse estudo, os quais versam sobre as contribuições de Juan Caramuel y Lobowitz na área da Matemática, da Arquitetura e também sobre sua biografia, que nos fornece pistas importantes sobre as áreas de atuação desse erudito barroco. Os demais artigos encontrados relacionam-se com as áreas da filologia, música, mística e teologia e, por apresentarem menor conexão com a Matemática não serão objeto deste trabalho. Também na busca de informações biográficas sobre o autor, utilizamos um artigo publicado pela Real Sociedad Matemática Española. A análise dessas obras nos dará subsídios para compreender a relevância desse pensador e suas contribuições no campo científico, percepções que serão expostas no desenvolvimento do presente artigo.

Palavras-chave: Caramuel. Biografia. Matemática. Arquitetura. Engenharia militar.

[199] Universidade Estadual de Maringá (UEM). marisaraquelmelo@gmail.com
[200] Universidade Estadual de Maringá (UEM). lmtrivizoli@uem.com.br

INTRODUÇÃO

Nesse trabalho iremos destacar a figura de Juan Caramuel y Lobowitz, intelectual do século XVII que trouxe contribuições para diversas áreas das ciências, incluindo a Matemática e a Teologia. Nosso interesse por esse personagem surgiu no contexto das discussões do Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática GHMEM – UEM por ocasião dos estudos sobre o uso de imagens e fontes originais para a discussão da Matemática e História da Matemática no ensino, com o texto de Demattè e Furinghetti (2011), o qual apresentava uma imagem retirada do livro *Mathesis Biceps vetus et nova*, de Juan Caramuel y Lobowitz.

Tentando entender melhor esse autor e sua relevância no meio científico iniciamos as buscas de materiais que explanassem sobre sua vida e obra, e não encontramos materiais escritos no Brasil sobre esse autor. Fizemos uma busca no catálogo de periódicos da Capes, buscando por artigos cujo título fizesse menção do nome “Caramuel”, como resultado de busca obtivemos 12 artigos, destacando a influência de Juan Caramuel nas áreas da teologia, filosofia, música, gramática, arquitetura, matemática e também em assuntos bélicos como a Guerra dos Trinta Anos[201].

Segue abaixo a tabela relacionando os 12 artigos encontrados em nossa busca.

TABELA 1: ARTIGOS RELACIONADOS AO TRABALHO DE CARAMUEL

Artigo	**Autor (es)**	**Ano**	**Área**
Juraj križanić's 'Asserta Musicalia' in Caramuel's Newly Discovered Autograph of 'Musica'	Ivan Golub	1978	Música
La gramática castellana de Caramuel (1663)	María Dolores Martínez Gavilán	1990	Gramática

[201] A Guerra dos Trinta Anos foi uma série de conflitos entre os anos de 1618 e 1648. Católicos e protestantes disputavam territórios em vários estados-nações europeus. Os sucessores aos tronos eram favoráveis, ora aos católicos, ora aos protestantes.

Phoenix Europae: Juan Caramuel y Lobkowitz in prospettiva bibliografica.	Maria Cristina Misiti	2007	Filosofia
Juan de Caramuel y su Declaración Mystica de las Armas de España (Bruselas, 1636)	Victor Mínguez	2007	Teologia
Defending Probabilism: The Moral Theology of Juan Caramuel – By Julia Fleming (Resenha)	Rosemarie E. Gorman	2008	Teologia
Defending Probabalism: the Moral Theology of Juan Caramuel. By Julia Fleming (Resenha)	Alexander Lucie-Smith	2008	Teologia
Caramuel en Alemania y Austria (1644-1654)	Julián Velarde Lombraña	2009	Teologia
El paradigma metrico del siglo XVII: el Primus Calamus de Juan Caramuel.(Report)	Marx Arriaga Navarro	2009	Gramática
Novotny, Daniel D.: Ens rationis from Suarez to Caramuel: A Study in Scholasticism of the Baroque Era	Matthew Minerd	2016	Filosofia
El dialecto oblicuo de don Luis de Góngora y Argote según monseñor Juan Caramuel y Lobkowitz	Ricardo Perez Martínez	2017	Gramática
Juan Caramuel y la primera historia de la arquitectura	María Elisa Navarro Morales	2018	Arquitetura
Who Discovered the Binary System and Arithmetic? Did Leibniz Plagiarize Caramuel?	Juan Ares ; Juan Lara ; David Lizcano; Maria Martínez	2018	Matemática

Fonte: As autoras

Conforme pode ser observado na Tabela 1, as obras que tratam sobre as contribuições de Caramuel abarcam várias áreas de conhecimento, como música, gramática, filosofia, teologia, matemática, arquitetura e etc. Tendo como foco do nosso trabalho as contribuições de Caramuel para a Matemática, a partir dos resultados de busca, usando a leitura informativa segundo os critérios mencionados por Lakatos e Marconi (2003), fizemos a seleção dos artigos a serem usados como embasamento para esse trabalho, a saber: um artigo na área da Matemática; um artigo na área da Arquitetura, por entender a afinidade que esta área possui com a Matemática e um artigo na área da Teologia que narra a biografia de Caramuel nos anos de 1644-1654,

este artigo foi selecionado dado o momento histórico que ele retrata, a fase final da guerra dos Trinta Anos, no qual Caramuel esteve envolvido e desenvolveu estudos sobre a engenharia bélica. Também para compreender melhor a biografia desse autor, recorremos ao artigo de Santiago Garma, publicado no website da Real Sociedad Matemática Española.

A partir desse trabalho de cunho bibliográfico, neste artigo teceremos nossas observações sobre a importância desse pensador e suas obras no desenvolvimento do pensamento científico do século XVII.

JUAN CARAMUEL Y LOBOWITZ: Aspectos Biográficos

Juan Caramuel y Lobowitz nasceu em 1606 em Madrid, Espanha. Segundo Garma (s.d), seu pai Lorenzo Caramuel Lobowitz era o engenheiro do exército do rei Felipe III da Espanha, e desde cedo Juan Caramuel y Lobowitz (a quem nos referiremos doravante usando o nome Caramuel) desenvolveu o gosto pela matemática e astronomia, influenciado pelo pai que também era astrônomo. O pai de Caramuel também o incentivou a estudar outras áreas do conhecimento: aos 10 anos ele já compunha versos e iniciou seus estudos de gramática na escola em Madrid. Aos 14 anos, Caramuel ingressou na Universidade de Alcalá em Henares, onde recebeu uma completa formação humanista, em Gramática, Retórica e Poética e Filosofia. Aos 17 anos Caramuel ingressou na Ordem Cisterciense[202], onde recebeu o hábito da ordem em 1625, no Mosteiro de La Espina, na Diocese de Palencia. Garma (s.d) afirma que neste mosteiro Caramuel conheceu Frei Pedro Ureña, que era especialista em música, matemática e astronomia. A influência de Ureña no trabalho de Caramuel ficará evidenciada, entre várias citações, na publicação da obra *Nova Music,* publicada em Viena, em 1645.

[202] Ordem monástica criada em 1098, por Roberto de Champagne, abade de Molesme na Borgonha, seguido por um grupo de vinte e um monges que haviam abandonado o seu mosteiro para realizar plenamente o ideal de vida proposto por São Bento.
Fonte: <http://www.mosteirodeclaraval.org.br/cistersienses.php>

Nos anos que se seguiram, Caramuel passou por vários mosteiros, onde estudou Teologia, e após a finalização de sua formação, lecionou nos colégios da ordem cisterciense e na Universidade de Salamanca. Garma (s.d) afirma que após esse período Caramuel passou um tempo em Portugal, onde aprendeu gramática chinesa. Em 1631, ele chegou a Lovaina, onde pôde na biblioteca de Aulne ter acesso a uma obra condenada pela inquisição espanhola, *Stegenographia* do abade Juan Tritemio (1462-1516), um tratado sobre linguagem codificada. Essa obra o influenciou no estudo da linguagem codificada e também no estudo da Cabala judaica, desde então ele começou a inserir anagramas em seus trabalhos, o que contribuiu para os estudos de combinatória.

Garma (s.d) explica que Caramuel mantinha correspondência com vários pensadores iminentes de sua época, como Pierre Gassendi, filósofo e matemático francês; Anton Maria Schyrleus de Rheita, padre e astrônomo tcheco; Athanasius Kircher, jesuíta, matemático, físico e inventor alemão; Marin Mersenne, padre, teólogo, matemático, teórico musical, e filósofo francês; René Descartes, filósofo, físico e matemático francês; Fábio Chigi, que mais tarde se tornaria o papa Alexandre VII, entre outros. Suas correspondências tratavam de assuntos dos mais variados, como matemática, astronomia, física, teologia, música entre outros.

Segundo Garma (s.d.) no ano de 1635, Lovaina foi sitiada pelo príncipe de Orange[203], com o apoio dos franceses. Caramuel organizou os estudantes e clérigos da cidade unindo-se às tropas do cardeal Infante Dom Fernando como engenheiro militar. As estratégias usadas com êxito na defesa da cidade lhe renderam vários títulos de honra como o de abade de Melrose, na Escócia, e vigário geral dos cistercienses, na Inglaterra, na Escócia e na Irlanda. Em 1638 recebeu o grau de doutor em Teologia, apesar da resistência política e religiosa dos jansenistas[204].

Garma (s.d) explica que Caramuel deixou Lovaina em 1644 após ser nomeado abade do mosteiro cisterciense de Disemberg, na diocese de Mainz, no Baixo Palatinado. A abadia tinha sido praticamente destruída e a maioria dos monges tinham

[203] Título dado ao monarca da Holanda.
[204] Grupo religioso de seguidores das ideias do bispo Cornelius Otto Jansenius, suas doutrinas foram refutadas pela Igreja Católica.

se convertido ao protestantismo como resultado da Guerra dos Trinta. Caramuel teve que se estabelecer em Kreutznach, na Alemanha uma cidade perto da abadia, mas de acordo com os resultados da guerra ele precisava mudar de cidade com frequência.

Segundo Verlarde-Lombraña (2009) Caramuel percebeu que na Alemanha não poderia usar as mesmas estratégias contra os protestantes[205] que na Espanha ou Itália, onde se atiravam livros na fogueira ou os colocavam no *Index*[206]. Na Alemanha era necessário ler os livros proibidos e conhecer as doutrinas dos hereges para poder combatê-las usando a dialética. Caramuel chegou a recorrer a um tribunal de última instância de causas civis, reivindicando os territórios de sua abadia ocupados pelos protestantes, mas a cidade caiu no domínio dos franceses, que eram favoráveis aos protestantes. Ele se refugiou em Frankenthal que acabou sendo sitiada, mas ele não abandonou a cidade, conforme explica Verlarde-Lombraña (2009), Caramuel colocou em prática o conhecimento de fortificação que havia aprendido com o pai e já tinha usado em 1635 no cerco de Lovaina pelos franceses e holandeses, anos mais tarde ele publicou a obra *Art Militar*, um trabalho que foi expandido com base em outra experiência semelhante em Praga.

Com o fim do sítio de Frankenthal, Caramuel se dedicou as funções eclesiásticas, conforme indica Velarde-Lombraña (2009), exercendo o cargo de vigário geral, introduziu uma reforma dos mosteiros de sua ordem na diocese e também na Alemanha Meridional. Introduziu também uma reforma de ordem religiosa e litúrgica, tendo como base a música e o retorno ao canto gregoriano, assim chamado por ter sido composto durante o período do papa Gregório Magnus, entre 590 a 604. Nas palavras de Velarde-Lombraña (2009, p. 142, tradução nossa) Caramuel "por meio da harmonia musical, buscou constituir um exercício e um paradigma de harmonia religiosa e política. Boa liturgia implica em boa disciplina monástica, condição de uma boa organização política."

[205] As Reformas Protestantes tiveram como marco, a publicação das 95 teses na catedral de Wittemberg, Alemanha, pelo monge Martinho Lutero, em 1517. Outros movimentos de Reforma ocorreram paralelamente em outras partes do território europeu, como na Suíça, com João Calvino. Lutero protestava contra a idolatria e corrupção por parte do clero da Igreja Católica e por não se retratar foi excomungado da Igreja e tido como herege. Seus seguidores, assim como os dos demais reformadores ficaram conhecidos como "protestantes".

[206] O *Index*, ou *Index Librorium Prohibitorum* é a lista de livros proibidos pela Igreja Católica. Foi instituído em 1559 pelo papa Paulo IV, e revogado em 1966 no Concílio Vaticano II.

Segundo Velarde-Lombraña (2009), é possível datar a chegada de Caramuel à cidade de Praga, na primavera de 1647, devido às influências políticas dos amigos de Caramuel. Ele se aproximou da corte e teve uma contribuição importante na questão da paz religiosa, especificamente, a Paz de Westfália, tratado que 1648 pôs fim à guerra dos Trinta Anos, conflito entre católicos e protestantes que envolveu disputas teológicas e políticas entre os anos de 1618 à 1648. Durante a permanência em Praga, Caramuel se distanciou da amizade de Chigi por questões teológicas, mas estabeleceu amizades influentes como a de Juan Marco Marci, médico da câmara do imperador Fernando III e protofísico do reino de Bohemia, e professor de medicina na Universidade de Praga, e também continuou a manter correspondência com Kircher.

Conforme nos relata Garma (sd) em 1649 em Viena, Caramuel retomou a correspondência com Rheita, Kircher, Chigi e seus amigos da Holanda. Em 1650 retornou a Praga, onde ele permaneceu até 1654, este período foi um dos mais férteis de sua produção literária dedicada à filosofia, teologia e gramática. Em 1654, teólogos holandeses iniciaram um processo contra uma das obras de Teologia que Caramuel havia publicado, e o arcebispo de Malinas, incitado pelos jansenistas emitiu um decreto em 1655 proibindo que seus textos fossem lidos, com a acusação de probabilista. Naquele ano seu amigo Chigi foi eleito Papa, com o nome de Alexandre VII, e Caramuel foi nomeado consultor da Congregação dos Ritos e censor do Santo Ofício, o que fez com que as críticas diminuíssem. Em 1654 em Roma, teve que defender sua nomeação como abade de Monserrat e em 28 de junho de 1655 voltou à Boêmia para assistir à coroação de Leopoldo I como rei da Hungria, mas em setembro daquele ano ele retornou para Roma. Ao longo dos anos 1655 a 1657 permaneceu em Roma, onde ele teve várias ações relacionadas à Congregação dos Ritos. Em 1656 e 1657 ajudou no cuidado de enfermos de uma peste que havia começado em Nápoles e se espalhado até chegar a Roma. Em 1658 fez uma pausa para estudar a língua chinesa, com um padre jesuíta que tinha acabado de chegar da China, Martino Martini.

Segundo narra Garma (s.d) sua estadia em Roma foi interrompida pela nomeação como bispo nas montanhas de Nápoles, que incluía as dioceses de Campânia e Satriano. Nesse período sua remuneração era baixa, e Caramuel dedicou-se a impressão de várias obras para ocupar o tempo e fugir da monotonia.

Em 1667 morreu seu amigo Chigi, papa Alexandre VII, que foi substituído por Clemente IX, que não melhorou o destino de Caramuel. Porém o novo papa morreu em 1669 e os cardeais decidiram por um papa transitório que levou o nome de Clemente X. Caramuel permaneceu em Campânia, mas apelou à rainha regente em Madrid sobre sua situação, e também caiu nas graças do papa Clemente X, ao responder uma questão teológica na qual havia sido consultado. O Papa aceitou nomeá-lo, em 1673, bispo de Vigevano, cidade onde continuou com suas atividades até 7 de setembro de 1682, quando morreu devido a uma febre maligna.

CONTRIBUIÇÕES NO CAMPO DA MATEMÁTICA E OUTRAS ÁREAS DAS CIÊNCIAS

Conforme pudemos observar com a biografia de Juan Caramuel y Lobowitz, desde cedo ele foi influenciado no interesse pela matemática por seu pai que era engenheiro militar e astrônomo.

Apesar de sua formação humanista, o período em que esteve no monastério para tornar-se monge cisterciense, o colocou em contato com o matemático, músico e astrônomo Pedro Ureña, que o influenciou no estudo da astronomia e também na música, que ficou evidenciado com a introdução do canto gregoriano nas reformas litúrgicas que promoveu posteriormente. Garma (s.d) afirma que na astronomia Ureña inventou um método para medir a longitude no mar de acordo com as posições da lua, o que pode ter sugerido a Caramuel como abordar esse problema. É importante destacar que o problema da longitude era uma questão importante nesse período, tendo em vista as grandes navegações. A influência de Ureña também aparece na reforma musical que Caramuel propõe em meados da década de 40, segundo Velarde-Lombraña (2009), a reforma da música gregoriana foi muito bem sucedida, o que foi reconhecido por seus amigos; em uma carta enviada a Kircher, Caramuel propõe um sistema de divisão das oitavas em 12 partes iguais, utilizando para isso os logaritmos de base 2, estabelecendo o “temperamento equalibe” que elimina a diferença entre sustenido e bemol, procedimento que foi consolidado por Sebastian Bach em 1722.

Conforme indica Garma (s.d) Caramuel também realizou estudos sobre o movimento do pêndulo, e trocou correspondências com Juan Marco Marci sobre o problema da longitude no mar. Velarde-Lombraña (2009) indica que Caramuel compartilhou com Marci e Kircher o desejo de resolver o problema da quadratura do círculo, e embora Kircher não tenha compartilhado uma possível solução que tinha encontrado, Caramuel continuou trabalhando no problema, entre seus manuscritos estão vários trabalhos sobre a quadratura do círculo: Um tratado de cerca de 20 fólios intitulado *De Quadratura circuli*, outro incompleto, do qual se conserva o começo, e se intitula *Astrologia. Quadratoris Circuli. Joannis Caramuer cisterciensi Monachi, ex propria sententia.* Talvez por modéstia, Caramuel não deu à imprensa suas muitas especulações sobre isso e com o passar do tempo, ele se lembrou, talvez com ironia, das tentativas juvenis.

Conforme Garma (s.d) durante o período como bispo de Campânia, Caramuel organizou uma escola com a intenção de educar os jovens e, na ausência de livros, imprimiu os seus próprios, que usou em suas aulas, em 1667 imprimiu um *Cursus Ethicus seu Moralis* que inclui vários volumes e, nesse mesmo ano, assumiu a impressão de um *Cursus Mathematicarum Facultatum* que desde 1666 já estava sendo escrito e que, pouco a pouco, se tornou uma enciclopédia de toda a Matemática até então conhecida e das ciências que foram baseados em Matemática. Alguns anos depois, em 1670, ele imprimiu dois volumes que ele terminou, que ele chama de *Mathesis Biceps* , que são: *Mathesis Vetus, novis operationum compendiis e demonstratibus dilucidata* ; II *Mathesis Nova, Veterum invenis confirmata* . O trabalho foi concluído mais adiante com os dois volumes projetados III e IV *Mathesis Mathesis Architectonica astronômico.*

Morales (2017) destaca em seu artigo o trabalho de Caramuel relacionado à arquitetura, e a autora postula que *Arquitectura civil recta y oblicua* (1678-1679), é o primeiro tratado em que aparece uma história da arquitetura como tal, e que Caramuel foi o primeiro escritor a entender a história da arquitetura como parte essencial da educação do arquiteto. Morales (2017) indica que o interesse pela obra *Arquitectura civil recta y oblicua* de Caramuel, foi despertado no início do século XX, com a reforma da fachada Catedral de Vigevano, um dos legados de Caramuel na arquitetura. Em seu

texto, a autora destaca aspectos sobre a história da arquitetura e a forma como Caramuel estruturou sua obra e embora a autora não destaque o aspecto matemático é intrínseca a relação entre a matemática e a arquitetura, em que podemos inferir que Caramuel tenha utilizado na construção da fachada de Vigevano o conhecimento matemático acumulado ao longo de sua vida enquanto engenheiro militar e na construção de fortificações.

Por fim, fazemos menção do artigo de Ares et. al (2017), que destaca o trabalho de Caramuel na descrição do sistema binário. Segundo os autores, a descoberta do sistema binário tem sido atribuída à Leibiniz, por grande parte dos historiadores de Matemática, mas conforme é apresentado pelos pesquisadores, o sistema binário teria sido inventado por Thomas Harriot, e também de forma independente por Juan Caramuel. Os autores postulam que na obra *Mathesis Audax* (1642), Caramuel discute:

> a) A introdução da linguagem da matemática em lógica, física e teologia ou literalmente encontrar uma solução aritmética e geométrica para os problemas de gravação em lógica, física e teologia através de números e linhas. Mais precisamente, a primeira parte deste trabalho é intitulada Logica Mathematice Tradita. Então, Caramuel, não Leibniz, também foi o primeiro a falar sobre lógica matemática.
> b) A possibilidade de se adotar uma ou outra base numérica: Caramuel reconheceu essa possibilidade ressaltando que, na trigonometria, Henry Gellibrand passou da base 60 para a base 100 e afirmou que havia uma diversidade de sistemas numéricos.
> c) A noção de sistemas de numeração.
> d) O sistema binário (30 anos antes de Leibniz) e outros sistemas numéricos.
>
> (ARES et al, 2017, p. 177-178, tradução nossa)

A tese defendida pelos autores vai além de apresentar Caramuel e Harriot como inventores do sistema binário, e conclui que Leibiniz fez plágio do trabalho de Caramuel, as razões para essa conclusão incluem: a questão cronológica; as correspondências tanto de Caramuel como de Leibiniz com Marin Mersenne, um

importante contato na rede de troca de informações sobre questões científicas; citações de obras de Caramuel nos textos de Leibiniz, incluindo citações da obra *Mathesis Audax*, o que indica que Leibiniz conhecia a obra e uma tendência de Leibiniz de utilizar o plágio.

Embora tenhamos focado nossa atenção às contribuições de Caramuel na área da Matemática e ciências correlatas, há ainda uma vasta contribuição do mesmo nas ciências humanas, sobretudo na Teologia e Filosofia e também na Filologia, mas essas abordagens fogem do escopo do trabalho proposto. A partir do que pudemos apresentar, teceremos agora nossas considerações.

CONSIDERAÇÕES

Ao estudar alguns aspectos da vida e obra desse pensador do século XVII, tivemos a oportunidade de mergulhar em um período histórico de descobertas e mudanças no campo científico, e podemos inferir que Juan Caramuel y Lobowitz é muito mais que um produto de seu tempo. Ares et al (2017) afirmam que mais de dois séculos à frente de seu tempo, Caramuel seguiu a linha dos intuicionistas e construtivistas ou gerativistas, em vez do método lógico e formalista ou estruturalista. Ele era realmente um construtivista, considerando, como o prefácio de seu trabalho *Mathesis Biceps* afirma, que os números derivam do ato de contar, e contar pressupõe um indivíduo contando. Consequentemente, se não houver numerador, não haverá numeração e, se não houver numeração, não haverá números. Aqui o sujeito operacional não pode ser deixado de fora (intuicionismo): é o próprio desenvolvimento das operações gnosiológicas que leva, isto é, produz o número. Vale destacar que conforme Bicudo e Garnica (2011) assim como Machado (2009) apresentam, as principais concepções sobre o que é matemática e sua relação com a realidade convergem para três grandes troncos: o Logicismo, o Formalismo e o Intuicionismo. O logicismo concebe a matemática e o conhecimento matemático como uma construção lógica; o formalismo intencionava estabelecer a Matemática como a ciência dos sistemas formais e a escola intuicionista que concebe a Matemática como uma atividade totalmente autônoma e autossuficiente.

Podemos inferir também essa postura à frente do seu tempo, pelo fato de Caramuel, mesmo sendo católico cisterciense, não ter se privado da leitura de obras que haviam sido condenadas pela Igreja Católica, e também por manter uma postura diplomática no trato das questões religiosas.

Estudar o contexto histórico que levou Juan Caramuel às suas contribuições na Matemática traz consigo o estudo do teólogo, filósofo, diplomata, astrônomo, compositor, arquiteto, engenheiro, linguista, entre tantos outros títulos que podemos dar a esse pensador. A matemática desenvolvida por Caramuel estava ligada a aspectos práticos do contexto em que vivia, influenciado por guerras e no contexto das grandes navegações, problemas como saber determinar a longitude de um navio no meio mar, calcular grandes distâncias, ou decodificar mensagens torna-se uma preocupação cotidiana, sobretudo para um engenheiro militar, função que Caramuel exerceu em alguns momentos de sua vida.

Certamente não conseguimos esgotar esse assunto, antes pudemos ter um panorama geral da vida desse erudito do século XVII, esperamos que esse breve ensaio sirva como motivação às pesquisas futuras, não apenas no campo da matemática, mas também nas demais áreas onde se pode constatar a influência de Caramuel.

REFERÊNCIAS

ARES, J. et al. Who Discovered the Binary System and Arithmetic? Did Leibniz Plagiarize Caramuel? **Science And Engineering Ethics**, [s.l.], v. 24, n. 1, p.173-188, 9 mar. 2017. Springer Nature. http://dx.doi.org/10.1007/s11948-017-9890-6.

BICUDO, M. A. V; GARNICA, A.V. M. **A Filosofia da Educação Matemática**. 4ª Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

DEMATTÈ, Adriano; FURINGHETTI, Fulvia. History, Figures and Narratives in Mathematics Teaching. In: KATZ, Victor; TZANAKIS, Constantino (Ed.). **Recent Developments on Introducing a Historical Dimension in Mathematics Education.** Washington: The Mathematical Association Of America, 2011. Cap. 10. p. 101-112.

GARMA, Santiago. **Caramuel Lobkowitz, Juan (1606-1682)**. DivulgaMat Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas. Disponível em: <http://vps280516.ovh.net/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=3377%3Acaramuel-lobkowitz-juan-1606-1682&catid=45%3Abiograf-de-matemcos-espas&directory=67&showall=1> Acesso em: 26 set 2018.

LAKATOS, E. M; MARCONI, M. de A. **Fundamentos de metodologia científica.** 5ª Ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade**. 7.ed. São Paulo: Cortez, 2009.

VELARDE-LOMBRAÑA J. Caramuel en Alemania y Austria (1644-1654). **Azafea: Revista de Filosofía**. V.1, p. 129-183, 19 Nov 2009 . Disponível em: <http://revistas.usal.es/index.php/0213-3563/article/view/3592> Acesso em 30 out 2018.

ISSN 2236-4102

LEONARDO DA VINCI e a matemática no período renascentista

Andreza Thalia Menezes Monteiro [207]
Ellen Adriana Nogueira Oliveira [208]
Fábio José da Costa Alves [209]

RESUMO

Considerando discussões sobre possibilidades para melhorar o ensino de matemática nos diversos níveis da educação, objetivou-se apresentar a história de Leonardo Da Vinci e suas contribuições, em especial, na matemática, fatos que podem contribuir para melhoria do processo de ensino de matemática. Fundamentando-se em Chaquiam (2017) que enfatiza a História da Matemática como um valioso instrumento no processo de ensino-aprendizagem desta disciplina e em Monteiro e Mendez (2012) que destacam a biografia como um meio interessante de levar o aluno à história, foi elaborado esse texto. A partir da pesquisa realizada nota-se que a biografia tem sua importância porque mostra o aparecimento de aspectos históricos no desenvolvimento das sociedades. Assim sendo, nas aulas de matemática isto pode favorecer a compreensão do aluno em relação aos conteúdos abordados pelo professor. Para tanto, utilizamos uma metodologia de aspecto qualitativa por meio de uma pesquisa bibliográfica de viés histórico em livros e sites sobre Leonardo da Vinci e a matemática. Desse modo, observa-se que a participação deste cientista na matemática foi importante para o desenvolvimento de vários temas relevantes na Matemática, corroborado pelas contribuições de outros matemáticos. Conclui-se que ao conhecer a história de Da Vinci e suas contribuições à Matemática é possível relacionar tópicos históricos e biográficos com os conteúdos nas aulas de matemática, dentre eles, as contribuições relacionadas ao número de ouro e phi.

Palavras-chave: História da Matemática. Matemática renascentista. Leonardo da Vinci.

[207] Universidade do Estado do Pará **(UEPA).** andrezathaliamm@gmail.com**.**
[208] Universidade do Estado do Pará **(UEPA). E**llenadri@gmail.com**.**
[209] Universidade do Estado do Pará **(UEPA).** fjca@uepa.br

INTRODUÇÃO

A inclusão da História da Matemática na educação vem sendo discutida nas últimas décadas por inúmeros pesquisadores, pois tem a finalidade de contribuir para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem desta disciplina.

Estudos apontam que aulas ditas tradicionais, alicerçada na memorização, são imensamente fatigantes e desestimulantes; a decorrência dessa metodologia é que muitos alunos abandonam a vontade de aprender o conteúdo, e o desvio de atenção se torna inevitável, conforme Lopes e Ferreira (2013). Por outro lado, como recurso didático atrelado ao ensino de matemática, acredita-se que a História da Matemática pode tornar as aulas mais dinâmicas e interessantes.

Pesquisas indicam metodologias eficazes e recursos didáticos voltados ao ensino de matemática que podem melhorar a formação dos professores, bem como, o processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina. Dentre vários recursos associados ao ensino de matemática, podemos enfatizar a História da Matemática, que segundo Chaquiam (2017), que é uma valiosa ferramenta na potencialização dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, em diversos conteúdos e em todos os níveis de ensino, possibilitando uma visão crítica da construção histórica da Matemática.

Utilizar a história da matemática como recurso no processo de ensino de matemática poderá beneficiar a assimilação dos conteúdos pelos alunos e, além disso, segundo Lopes e Ferreira (2013),

> [...], ao perceber a fundamentação histórica da matemática, o professor tem em suas mãos ferramentas para mostrar o porquê de estudar determinados conteúdos, fugindo das repetições mecânicas de algoritmos. O resgate da história dos saberes matemáticos ensinados no espaço escolar traz a construção de um olhar crítico sobre o assunto em questão, proporcionando reflexões acerca das relações entre a matemática e outras áreas de conhecimento. (LOPES e FERREIRA, 2013, p. 77)

O interesse em saber como alguém viveu ou como contribuiu para a história apresenta-se como uma boa oportunidade de investigação social. Para Monteiro e Mendez (2012), a biografia é uma possibilidade interessante para levar os alunos a

pensar historicamente, uma vez que a análise de trajetórias individuais permite a avaliação de estratégias e ações de diferentes atores em diferentes épocas e posições. De acordo com Carino (1999), do ponto de vista da instrumentalidade educativa, essas vidas marcantes possibilitarão a construção de modelos de conduta “revolucionários” em face dos modelos estabelecidos pelo paradigma vigente, onde a biografia passa a ser um ponto de partida.

Diante do exposto, temos a biografia como uma importante abertura para os estudos, onde através da curiosidade o aluno aumentará o interesse por informações a respeito do biografado e de suas contribuições para a sociedade. Dentre as personalidades biografadas temos Leonardo da Vinci que, embora tenha vivido a maior parte da sua vida no século XV, é reconhecidamente um intelectual do período denominado de Renascimento.

De acordo com Capra (2008), ele desenvolveu sozinho uma abordagem empírica de ciência, que compreendia a observação sistemática da natureza, o raciocínio lógico e algumas formulações matemáticas – as principais características do que hoje é conhecido por método científico.

A unidade transcendente da ciência e da arte e a expansiva seminação, são a essência do modelo de Leonardo. Da Vinci tinha uma grande criatividade científica, uma curiosidade intelectual e uma engenhosidade perceptiva e ainda haviam várias descobertas a serem feitas. Com a junção disso ele teve forças para se tornar um grandioso intelectual, que é conhecido como pintor, no entanto, é um homem dedicado em todas as áreas do saber e da ciência.

Para Da Vinci a empiria e a matemática revelavam a natureza na sua verdade e objetividade, porque tudo na natureza são razões e proporções. Gillispie (2007) ressalta que:

> Da Vinci começou, então, a sentir que a matemática tinha a chave para os “poderes” da natureza. Seus trabalhos nos campos da hidrologia, geologia, meteorologia, biologia e psicologia humana voltaram-se cada vez mais para a busca das “regras” geométricas desses poderes por meio da experiência visual, da experiência e da razão. (GILLISPIE, 2007, p. 1616)

A partir execução da pesquisa, de cunho bibliográfico, e das considerações iniciais, objetivou-se apresentar recortes relacionados à história de Leonardo Da Vinci e suas contribuições em várias ciências com ênfase na matemática.

TRAÇOS BIOGRÁFICOS

A vida pessoal de Leonardo da Vinci é pouco conhecida, de acordo com o seu biógrafo mais antigo, Giorgio Vasari, ele era um homem bonito, charmoso e gracioso, mas não deixou uma imagem definitiva de si mesmo. (ATALAY, 2011) Não se sabe exatamente onde Leonardo nasceu, mas muitos biógrafos apresentam a data de 15 de Abril de 1452, na vila toscana de Anchiano, perto de Vinci, nas proximidades de Florença. Filho ilegítimo de Ser Piero di Antonio da Vinci e Caterina, uma camponesa. Adotou o sobrenome Da Vinci, por causa da sua cidade natal, Leonardo morreu no ano de 1519.

Quando criança ele cresceu com sua mãe, avó e um camponês, com quem sua mãe viria a casar-se. Nos próximos dez anos, ele viveu com a família de seu pai, em Vinci. Não chegou a ser reconhecido formalmente, sendo desprovido dos benefícios do nome da família. Vários autores especulam que Leonardo recebera bastante atenção, tanto pela família de sua mãe quanto pela família do pai (madrasta e avó), quase que uma adoração. Esses fatores “ foram oferecidos como ingredientes possíveis para a sua psique incomum, sua sensibilidade requintada, impulso sobre-humano, superando inteligência e provável homossexualidade - embora isso tudo seja conjectura” (ATALAY, 2011, p.4).

A formação educacional de Leonardo não foi formal, ele estudava em casa, com um tutor. Esse formato de estudo não incluía latim ou grego, o que limitou o conhecimento dos trabalhos de autores clássicos em sua linguagem original, mas também possibilitou a imunidade a algumas concepções da academia.

De acordo com seu pai, Leonardo apresentava talento para música e arte, desta forma, o mesmo decidiu que da Vinci se tornaria aprendiz de Andrea del Verrocchio, que era ourives, escultor e pintor, sendo este um dos artistas mais influentes de

Florença. Como aprendiz de Verrocchio ele aperfeiçoou suas habilidades no desenho e aprendeu algumas técnicas de pintura.

Em 1482 oferece seus serviços a Ludovico Sforça, apresentando-se como engenheiro, arquiteto e pintor, mudando-se para Milão, onde ficaria por dezesseis anos, retornando para Florença após isso. No texto de Atalay (2011) temos que em 1506 Leonardo retorna à Milão e recebe o título de Pintor e Engenheiro do Rei. Nesse período conhece o jovem artista Francesco Melzi, que se tornou seu aprendiz e discípulo mais próximo, sendo esta relação descrita como de devoção mútua, uma relação de pai e filho. Em 1516, o rei da França, Francis I convidou o artista e seus assistentes para a França. Da Vinci levou seus manuscritos, sua coleção de livros e Mona Lisa, criada na década anterior, em Florença.

Leonardo Da Vinci viveu setenta e cinco anos em um tempo de frequentes guerras e revoltas sociais e políticas, mas onde também houve uma grande evolução das artes e do intelecto. Nunca se casou e não há indícios de que teve filhos. Da Vinci morreu em 2 de Maio de 1519, deixando Mona Lisa para Francis I e seus livros e manuscritos para Melzi.

AS CONTRIBUIÇÕES DE LEONARDO DA VINCI NOUTRAS ÁREAS

A paixão de Leonardo pela natureza surge durante a infância, ao observar a natureza como artista e como cientista. Ele tinha uma caverna-secreta, o que também inspirou sua paixão pela geologia. As paisagens desenhadas por Da Vinci eram ricas em detalhes, delineadas a partir de uma visão física e geológica do artista. Leonardo usou códigos para classificar as rochas, supondo suas possíveis origens, identificando rochas sedimentares – bem antes das classificações geológicas. (ATALAY, 2011)

Na ciência, ele buscava invenções que tornassem a vida mais eficiente, confortável e interessante. Acreditava que as próprias invenções da natureza eram de longe mais bonito ("nada está faltando, e nada é supérfluo") e que deveríamos começar tentando imitar as próprias criações da natureza. "Se os pássaros podem voar, os humanos também podem voar".

A maioria de suas invenções não foram produzidas, mas serviram de base para à posteridade. Entre os desenhos por ele apresentados, podemos identificar bicicletas, automóveis, tanques, paraquedas, máscara de mergulho, tesoura, submarino, entre outros. No campo científico, ele realizou experimentos com trajetória balística e dissecação de corpos. Com grande facilidade, Da Vinci atuou como anatomista, botânico, geômetra, físico, arquiteto, engenheiro mecânico, engenheiro hidráulico, engenheiro civil, e até mesmo engenheiro aeronáutico.

Alguns de seus desenhos de anatomia e botânica eram tão sofisticados que demoraram até três séculos para serem superados. Para ele, a arquitetura, astronomia, biologia, química, geologia, engenharia, matemática, filosofia e química são galhos de uma mesma árvore, que deriva de uma grande e unificada estrutura, o universo. (ATALAY, 2011). Graças às suas habilidades científicas e artísticas, desenvolveu desenhos minuciosos, com grande riqueza de detalhes.

> Observação e documentação eram fundidas num único ato. Ele usou seu talento artístico para produzir desenhos de uma beleza espantosa e que ao mesmo tempo serviam de diagramas geométricos. Para Leonardo, o desenho foi o veículo perfeito para formular seus modelos conceituais – uma "matemática" perfeita para a sua ciência das formas orgânicas. (CAPRA, 2008, p. 30)

Por meio da dissecação de corpos estudou anatomia de maneira mais precisa e juntamente com sua arte, conseguiu representar com detalhes a forma do corpo humano. Baseado nas ideias de Marco Vitruvius, que relacionava a proporcionalidade da arquitetura com as do homem de boa formação e que, um homem com as pernas e braços abertos caberia perfeitamente dentro de um quadrado e círculo, Leonardo criou o Homem Vitruviano e a obra tornou-se o mais famoso desenho de proporções do corpo humano (BEZERRA, 2002).

Durante quarenta anos, Da Vinci reuniu suas ideias e pensamentos em anotações, assim como observações das empirias, desenhos, projetos arquitetônicos e tecnológicos. Parte dessas anotações foi perdida e a sobrevivente está dispersa entre bibliotecas, museus e coleções particulares. Enquanto seus escritos estavam ocultos, diferentes estudos foram (re)iniciados por outros cientistas que, provavelmente, desconheciam o pioneirismo Da Vinci.

Sobre a ciência moderna, Capra (2008, p. 29) sustenta que “Não posso deixar de afirmar que o verdadeiro fundador da ciência moderna foi Leonardo da Vinci, e me pergunto como o pensamento científico ocidental teria se desenvolvido se seus cadernos de notas tivessem sido conhecidos e estudados em profundidade logo após sua morte”. (CAPRA, 2008 p. 29). Além dessas contribuições houveram outras relacionadas à matemática, que são expostas a seguir, com destaque aos trabalhos que consideramos mais relevantes.

TRABALHOS NA MATEMÁTICA

Leonardo Da Vinci acreditava que a matemática tinha um papel essencial na criação de ideias cientificas, mantendo assim uma forte relação com a matemática, mas os benefícios dessa conexão infelizmente tiveram pouco impacto em seu tempo. Ele ficou fascinado por certos problemas geométricos que datavam da antiguidade clássica e estava convencido de que a geometria detinha a chave para interpretar a natureza.

Durante seu tempo em Milão, ele se tornou amigo do célebre matemático Luca Pacioli, que introduziu os estudos matemáticos de Euclides e Arquimedes. A amizade entre eles tornou-se tão forte que Leonardo desenhou com sua "mão esquerda inefável" - como disse Pacioli - "os cinco corpos geométricos" que ilustravam a edição, agora perdida, de De Divina Proportione, de Pacioli.

O encontro de Leonardo com a matemática não era em si uma novidade, já que esta é a base da perspectiva, a ciência do pintor, cujas regras eram ensinadas nos estudos da Renascença. Da Vinci defendia o método da repetição, pois para ele as regras matemáticas deveriam ser confirmadas pela verificação experimental. Geometria e Física estavam relacionadas e qualquer investigação que não pudesse ser demonstrada “matematicamente” não poderia ser considerada como ciência. O uso da linguagem matemática era importante para dar rigidez as suas apresentações científicas, todavia, na época em que Leonardo viveu, não havia uma linguagem matemática compatível para expor a ciência que estava sendo desenvolvida.

Muito embora seja reconhecido nas artes, Da Vinci, por sua inteligência e criatividade, foi um grande cientista e a relação que ele tinha com a matemática era mais científica que matemática.

No período da Renascença, a matemática estava dividida em aritmética, álgebra e geometria, Da Vinci tinha um enorme interesse pela geometria, e até chegou a desenvolver trabalhos na área da álgebra e da aritmética, no entanto não foram bem-sucedidos, conforme Capra (2008)

> (...) uma vez que sua abordagem da ciência era amplamente visual, não admira que todo seu pensamento matemático fosse geométrico. Ele nunca avançou muito na álgebra e, de fato, cometeu com frequência erros e deslizes em cálculos aritméticos simples. A matemática que realmente lhe interessava era a geometria, o que é evidente pelo seu elogio do olho como "o príncipe da matemática". (CAPRA,2008, p. 204)

Para Da Vinci, através da geometria os humanos poderiam interpretar a natureza, sendo assim, ele dividiu a geometria em três partes: a geometria da visão, a geometria da natureza e a geometria pura - que consiste na geometria euclidiana. Para ele não poderia haver ciência sem o teste da experiência visual e através de estudos percebeu que as forças da natureza tinham relações geométricas, assim a medição começou a fazer parte de suas observações.

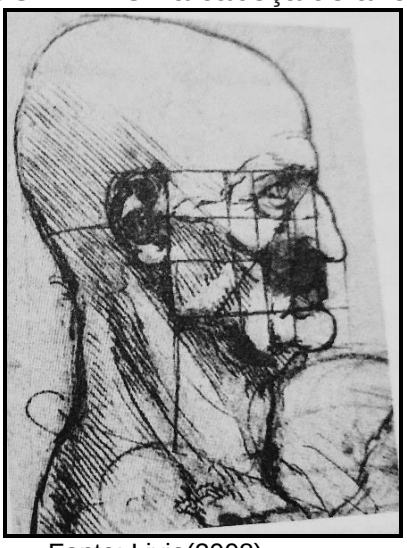
Por apreciar tanto a geometria, Leonardo desenvolveu uma relação entre as figuras geométricas para ilustrar progressões aritméticas, usando triângulos isósceles e pirâmides de linhas, referindo-se assim à progressão aritmética como "piramidal", conforme Capra (2008), ele sabia pela geometria euclidiana que em uma sequência de triângulos isósceles com bases a distâncias iguais do vértice, as medidas dessas bases, bem como as distâncias de seus pontos terminais a partir do vértice, formam progressões aritméticas.

Ele também estudou as proporções do corpo humano relacionando-as com o número áureo ou número de ouro. Número esse encontrado na razão entre muitas distâncias no nosso corpo. O número áureo, é considerado a ilustração extrema da perfeição, sendo assim, a ponte que uni a Matemática à Arte.

Em suas obras criava proporções em rostos, podemos destacar o desenho "uma cabeça de ancião" e as duas versões da "Virgem dos Rochedos". No desenho "uma

cabeça de ancião” Leonardo possivelmente usou da Razão Áurea, pois segundo Livio (2008), o retângulo no meio, à esquerda, por exemplo, é aproximadamente, um retângulo áureo. Esse desenho (figura 1) é uma evidência de que ele, usou de retângulos para mostrar as dimensões nas suas pinturas.

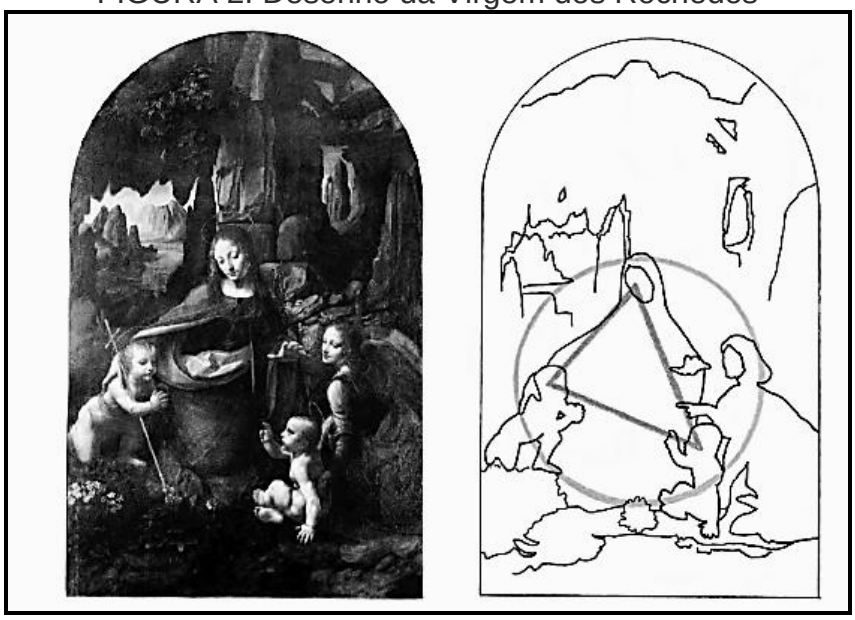
FIGURA 1: Uma cabeça de ancião



Fonte: Livio(2008)

Nas duas versões da “Virgem dos Rochedos”, ele usou formas simples, como o círculo e o triângulo (figura 2).

FIGURA 2: Desenho da Virgem dos Rochedos

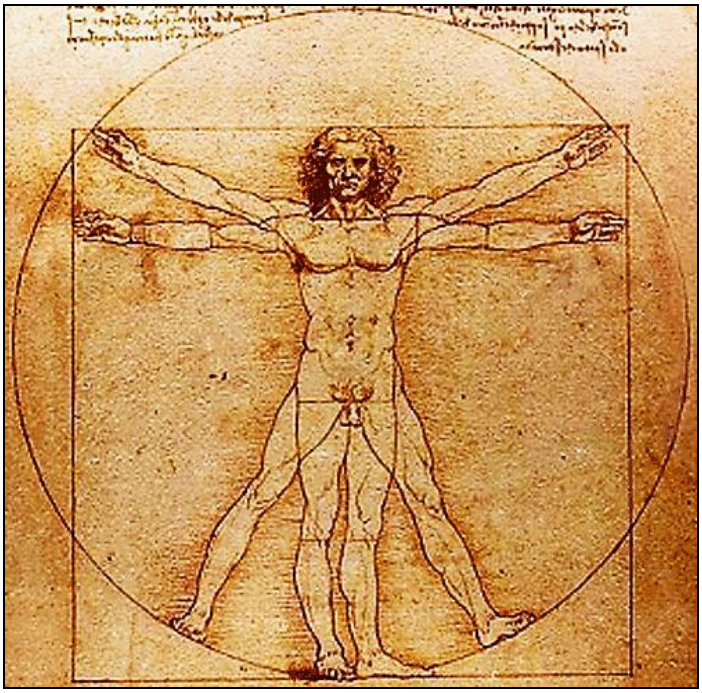


Fonte: Fainguelernt; Nunes (2015)

Entre as pessoas que inspiraram Da Vinci em suas experiências, temos Marco Vitrúvio. Ele tinha a ideia de encaixar as proporções do corpo humano dentro da figura de um quadrado e um círculo, várias tentativas foram realizadas, mas apenas Leonardo, se utilizando de seus conhecimentos sobre o corpo humano e sua inspiração buscada na natureza, cria um dos desenhos mais familiares da arte ocidental: o Homem Vitruviano, fazendo com que o encaixe saísse perfeitamente, dentro dos padrões matemáticos esperados.

O Homem Vitruviano (figura 3) é visto como um retrato da simetria básica do corpo humano. É interessante notar que a área total do círculo é idêntica à área total do quadrado (quadratura do círculo) e seu braço é igual a sua altura, com os braços e pernas abertos ele está inscrito em um círculo, cujo centro está localizado no umbigo do homem, esticando as pernas, a figura formada entre os pés no solo e os pés com as pernas esticadas forma um triângulo equilátero A relação da sua altura dividida pela altura do umbigo é a proporção áurea: 1,618. Este desenho pode ser considerado um algoritmo matemático para calcular o valor do número irracional *Phi ou número de ouro.*

FIGURA 3: Desenho do Homem Vitruviano



Fonte: significados.com.br/homem-vitruviano/

Várias linhas verticais e horizontais, se cruzam nesta figura determinando a divisão do quadrado em 16 partes iguais. Da relação da forma do quadrado com a forma do círculo, nasce o pentágono (que contém em si o número de ouro).

Com isso, pode-se observar que no período do Renascimento, Leonardo foi um cientista de destaque que se associou a sua ciência à matemática, desenvolveu diversos trabalhos usando a geometria e o número de ouro.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como finalidade apresentar a recortes biográficos a respeito do cientista Leonardo Da Vinci e destacar a possibilidade do uso da história como recurso para melhoria dos processos de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Constatou-se que a História da matemática não deve ser trabalhada isolada do ensino de matemática e que pode ser utilizada como um recurso didático auxiliador durante a abordagem dos conteúdos, pois a utilização da história no ensino de conceitos pode dar gerar maior significância para os alunos.

A relevância desse trabalho encontra-se na contribuição que o estudo da biografia traz para a Educação Matemática, especialmente na área da história da Matemática como recurso didático relacionado ao ensino de conteúdos matemáticos.

Conhecer personagens que contribuíram para a construção de conceitos matemáticos e compreender as dificuldades superadas ao longo dessa construção poderá ajudar o professor a buscar alternativas para facilitar a aprendizagem desses conteúdos pelo aluno, visto que muitas das dificuldades enfrentadas ao longo do tempo podem ser reproduzidas pelos alunos hoje.

Por fim, podemos concluir que durante o período renascentista viveu Leonardo da Vinci, cientista e intelectual que associou a arte, a ciência e a matemática revelando que tudo na natureza é razão e proporção, cujas contribuições ecoam até os dias atuais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ATALAY, Bulent. **Math and the Mona Lisa**: The art and science of Leonardo da Vinci. Smithsonian Institution, 2011.

BEZERRA, Armando José China. As proporções do corpo humano segundo vitruvius. **Admirável mundo médico**: arte na história da medicina. Brasília: Conselho regional de Medicina do DF, 2002. p.51.

CAPRA, Fritjof. **A ciência de Leonardo da Vinci**: um mergulho profundo na mente do grande gênio da Renascença. 1ª ed. São Paulo: Cultrix, 2008

CARINO, Jonaedson. **A biografia e a sua instrumentalidade educativa**. Educação & Sociedade, Ano XX, nº 67, Agosto, 1999.

CHAQUIAM, M. **Ensaios Temáticos:** história e matemática em sala de aula. Belém: SBEM/PA, 2017.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Katia Regina Ashton. **Fazendo arte com a matemática**. Recurso Eletrônico. 2ª ed. Porto Alegre: Penso, 2015.

GILLISPIE, Charles Coulston. **Dicionário de biografias cientificas**. Tradução de: Carlos Almeida Pereira... [et al]. Rio de Janeiro: Contraponto, 2007.

LIVIO, Mario. **Razão áurea:** a história de Fi, um número surpreendente. Tradução de: Marcos Shinobu Matsumura. 3ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.

LOPES, Lidiane Schimitz; FERREIRA, André Luis Andrejew. **Um olhar sobre a história nas aulas de matemática**. Belo Horizonte: Revista Abakós/PUC – MG, 2013. V. 2, n.1, p. 75-88.

MONTEIRO, Katani Maria Nascimento; MENDEZ, Natalia Pietra. **Gênero, biografia e ensino de História**. Aedos, v. 4, n. 11 . Setembro, 2012.

WHITE, Michael. **Leonardo**: O primeiro cientista. Tradução de: Sergio Moraes Rego. 4ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2002.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

"MATEMÁTICA: 101 PREGUNTAS FUNDAMENTALES": uma contribuição para a divulgação da História da Matemática

Severino Barros de Melo[210]

RESUMO

O presente relato de experiência complementa um outro apresentado no EMAP 2018, na UFPE (Campus do Agreste) e tem por objetivo socializar parte dos estudos e reflexões acerca da importância das obras de divulgação para a democratização dos conhecimentos em História da Matemática. Tais reflexões, em sua maioria apenas verbalizadas, emergiram nas aulas das disciplinas História da Matemática e Prática Docente e Metodologia do Ensino de Matemática, no curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Federal Rural de Pernambuco (campus Sede). No presente estudo enfocamos o conteúdo do livro *Matemáticas: 101 preguntas fundamentales* escrito pelo matemático alemão Alberecht Beutelspacher e ainda não traduzido no Brasil. Essa obra pode ser considerada sob certos aspectos como um trabalho de divulgação com ênfase na História da Matemática. Do ponto de vista metodológico trata-se de um estudo bibliográfico com um olhar voltado para o potencial histórico na supracitada obra. O livro aborda perguntas às mais variadas elaboradas pelos visitantes do primeiro museu alemão dedicado exclusivamente à Matemática. As respostas dadas por Beutelspacher contemplam onze aspectos da Matemática. Após a análise podemos inferir que o livro em estudo pode ser considerado um campo fértil para divulgação da História da Matemática, além de servir de fonte de inspiração à pratica docente de professores que ensinam Matemática.

Palavras-chave: História da Matemática**.** Ensino de Matemática. Obras de divulgação.

[210] Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) - sbmelo55@gmail.com

INTRODUÇÃO

O presente relato de experiência complementa um outro apresentado no EMAP 2018, na UFPE (Campus do Agreste) e tem por objetivo socializar parte dos estudos e reflexões acerca da importância das obras de divulgação para a democratização dos conhecimentos em História da Matemática. Tais reflexões, em sua maioria apenas verbalizadas, emergiram nas aulas das disciplinas História da Matemática e Prática Docente e Metodologia do Ensino de Matemática, no curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Federal Rural de Pernambuco (campus Sede). No presente estudo enfocamos o conteúdo do livro *Matemáticas: 101 preguntas fundamentales* escrito pelo matemático alemão Alberecht Beutelspacher e ainda não traduzido no Brasil. Essa obra pode ser considerada sob certos aspectos como um trabalho de divulgação com ênfase na História da Matemática. Do ponto de vista metodológico trata-se de um estudo bibliográfico com um olhar voltado para o potencial histórico na supracitada obra. O livro aborda perguntas às mais variadas elaboradas pelos visitantes do primeiro museu alemão dedicado exclusivamente à Matemática. As respostas dadas por Beutelspacher contemplam onze aspectos da Matemática. Após a análise podemos inferir que o livro em estudo pode ser considerado um campo fértil para divulgação da História da Matemática, além de servir de fonte de inspiração à pratica docente de professores que ensinam Matemática.

O potencial das obras de divulgação como fonte de inspiração para a prática docente em matemática foi destacado por Melo (2009) e Mendes (2013), dentre outros. De fato, a leitura de obras como como as de Hogbem (1952), Tahan (1957), Guedj (1999) e Amster (2005), dentre outras, revelam que apesar de não terem um objetivo didático são um campo fértil para professores de Matemática descobrirem novas formas de atuação na sala de aula e fora dela. Ademais, de forma tácita ou explicita tais obras fazem referência a História da Matemática sendo portanto elemento importante na perspectiva de uma educação à História da Matemática e de fonte de inspiração para o uso da História na prática docente.

Esta comunicação pretende estimular a capacidade de captar inspirações didáticas e metodológicas centradas na História, oriundas de leituras de obras de

divulgação e está estruturada em três partes: apresentação de Beutelspacher, apresentação do livro por ele escrito em sua concepção e estruturação e uma análise no que concerne ao potencial histórico presente na obra.

ALBRECHT BEUTELSPACHER

Albrecht Beutelspacher é um matemático alemão que nasceu em 5 de junho de 1950. É professor do Instituto de Matemática da Universidade de Giessen. Estudou Matemática entre 1969 e 1973 na Universidade de Tübingen e prossegiu seus estudos na Universidade de Mogúncia, onde obteve o título de doutor em 1976. Continuou nesta universidade até 1982, como pesquisador associado, onde foi professor em tempo parcial, até 1985. Trabalhou por dois anos no departamento de pesquisas da empresa Siemens e desde 1988 é professor de Geometria e Matemática Discreta da Universidade de Giessen.

Beutelspacher publicou 19 livros como autor ou coautor no campo da Matemática e na área de divulgação. Escreve num estilo que propicia uma leitura agradável. Fundou em 2002 em Giessen, o museu Mathematikum, o primeiro na Alemanha dedicado exclusivamente à Matemática, no qual foi diretor. Escreve uma coluna no periódico Bild der Wissenschaft e desde 2007 é moderador do programa Mathematik zun Anfassen, da emissora de televisão BR- alpha.

FIGURA1: FOTO DO MATEMÁTICO BEUTELSPACHER



Fonte: Wikimedia Commons (2018)

Foi agraciado com diversos premios pelo trabalho como matemático, como docente e divulgador da Matemática. Em 2000 foi o primeiro a receber o recém criado Communicator-Preis da Deutsche Forschungsgemeinschaft, com o qual são premiados pesquisadores que levam ao grande público resultados de seus trabalhos. Em 2003 recebeu o distintivo de honra da Sociedade Matemática Alemã. Em 2004 recebeu o primeiro Deutscher IQ-Preis pela criação do Mathematikum; o Benedictus-Gotthelf-Teubner-Förderpreis e o Prêmio IQ da Mensa, por sua atuação na Matemática. Em 2008 recebeu o Hessischer Kulturpreis por suas contribuições para a popularização da Matemática.

MATEMÁTICAS: 101 PREGUNTAS FUNDAMENTALES

Matemáticas: 101 preguntas fundamentales é fruto da experiência de Beutelspacher enquanto diretor do Mathematikum. Este museu interativo recebe por ano cerca de 150 mil visitantes de todas as idades. Por ocasião das visitas, as pessoas podem deixar perguntas oriundas da curiosidade provocada pela experiencia alí vivenciada. Dentre as milhares formuladas, o autor fez uma cuidadosa e dificil seleção para se chegar ao quantitativo que dá nome ao livro; ou seja, 101 perguntas as quais foram agrupadas em onze categorias: *fundamentos, números, formas e padrões, fórmulas, probabilidade, cálculo infinitesimal, aplicações, problemas, matemáticos, ensinar e aprender* além de uma parte final que o autor chamou de *miscelâneas*; ou seja, mistura de coisas diversas.

Com relação à experiência de selecionar e responder às questões propostas, Beutelspacher (2015, p.13-14) relata:

> (...) me fazem perguntas pessoalmente, alguns me escrevem por correio eletrônico e uns poucos recorrem ao meio tradicional de enviar carta pelo correio postal (....). As questões são muito variadas em todos os sentidos. Algumas consultas são de natureza matemática (....), existem perguntas sobre História da Matemática (...), certas questões são fáceis de responder (...) outras carregam em si dificuldades formidáveis (...) e algumas das consultas transcendem grandemente o âmbito seguro das matemáticas.

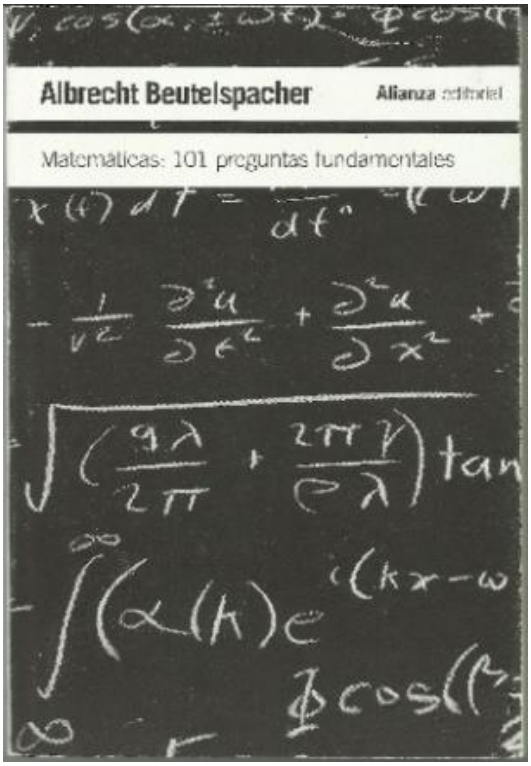
A tabela seguinte destaca a quantidade de questões selecionadas pelo autor com relação às categorias por ele criadas.

TABELA 1:NÚMERO DE PERGUNTAS POR CATEGORIA

Categorias	Nº de perguntas
Fundamentos da Matemática	**10**
Números	**21**
Formas e padrões	**14**
Fórmulas	**8**
Probabilidade	**6**
Cálculo Infinitesimal	**7**
Aplicações	**7**
Problemas	**7**
Matemáticos	**8**
Ensinar e Aprender	**6**
Miscelânea	**7**

Fonte: O autor (2018).

FIGURA 2: CAPA DO LIVRO.



Fonte: Alianza Editora.

Dentro das onze categorias criadas por Beutelspacher, grande parte das respostas às questões propostas pelos visitantes do museu carrega em si de forma tácita ou explicita alguma menção à História da Matemática.

Considerando as limitações naturais de uma comunicação, foge ao objetivo abordar as 101 questões apresentadas no livro; portanto, optamos por apresentar uma amostragem seguindo o relato do autor apresentado na citação precedente.

TABELA 2: PERGUNTAS NA CLASSIFICAÇÃO DE BEUTELSPACHER

Classificação	Perguntas
Perguntas de natureza Matemática	**Qual a probabilidade de ter seis acertos na Loteria Primitiva? Quantos grãos de arroz cabem em um tabuleiro de xadrez? O que é o último Teorema de Fermat?**
Perguntas sobre História da Matemática	**Desde quando existe o zero? Por que não existe o Premio Nobel para a Matemática? O que são os problemas de Hilbert?**
Questões fáceis de responder	**Quanto mede um papel A4? O número 13 dá azar? Quanto é 1/2 +1/3?**
Perguntas com dificuldades formidáveis	**Pode-se demonstrar tudo? Por que menos com menos dá mais? Tem que existir fórmulas?**
Perguntas que transcendem o âmbito seguro da Matemática.	**Podemos demonstrar a existência de Deus? Os extraterrestres podem entender a nossa Matemática? Por que os matemáticos se dão mal em fazer contas?**

Fonte: O autor (2018).

Breve análise do livro

De um modo geral, o livro é uma obra variada e a seleção de perguntas cobre temas da atualidade mas também se volta para saberes matemáticos fundamentais oriundos da antiguidade. Aborda questões curiosas, questões clássicas e estabelece interessantes reflexões sobre a importância da ciência em geral, e da Matemática em particular, sem descuidar de alguns acenos acerca da relação ensino e aprendizagem da Matemática. Nesta breve análise abordaremos primeiramente as onze seções e posteriormente nos deteremos sobre algumas perguntas, sobretudo as ligadas mais especificamente à História da Matemática.

A seção *fundamentos* propicia uma reflexão sobre a Matemática em sua especificidade: uma ciência com características únicas; ora aparentemente descoberta, ora aparentemente inventada, com alto grau de abstração e ao mesmo tempo concreta, servindo de instrumental para outros campos do conhecimento. A seção *números* nos leva a pensar não apenas na dimensão axiomática mas também sociocultural dos

números e nos remete a alguns obstáculos epistemológicos específicos na Matemática como a origem do zero, a criação dos números irracionais e complexos, dentre outros. As perguntas da seção *formas e padrões* parecem elaboradas por um público mais familiarizado com a Matemática.

Fórmulas é uma seção com algumas perguntas que nos remetem à problemas motivacionais abordados por professores de Matemática na educação básica. Por exemplo, quando da introdução ao estudo das progressões aritméticas e geométricas no ensino médio, é comum o professor fazer referência à soma dos números de um a cem, atribuído a Gauss quando criança, ou à lenda do tabuleiro de xadrez e os grãos de trigo.

A seção relativa à *probabilidade* revela nas perguntas uma inquietação quanto à incerteza de certos eventos. A passagem da Matemática do sim e do não para a Matemática do talvez, presente nos fenômenos aleatórios, causa uma certa perplexidade e, em relação ao senso comum, provoca um desejo de adivinhar eventos futuros.

A seção *cálculo infinitesimal* apresenta perguntas que ao longo da História da Matemática também foram postas. De fato, o desconforto diante do infinitamente grande e do infinitamente pequeno vem desde os paradoxos de Zenão na Grécia antiga até os trabalhos de Cantor no século XX. A seção *aplicações* apresenta perguntas que revelam a necessidade de se saber onde, na prática, a Matemática pode ser utilizada; na seção *problemas* algumas perguntas revelam um conhecimento mais aprofundado da Matemática, característico de um público diferenciado.

A seção *matemáticos* esclarece a respeito dos mais variados aspectos desta profissão pouco conhecida e por isto cercada de mistério. Sobe o *ensinar e aprender* as respostas tem o intuito de ajudar o leitor a superar dificuldades que aparecem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. A seção *miscelânea* apresenta respostas a questões que revelam uma visão meio mágica da Matemática, como uma ciência quase onipotente, capaz de dialogar com extraterrestres ou provar inclusive a existência de Deus.

Com relação aos tipos de perguntas, muitas fazem parte das dificuldades em se lidar com a matemática, explicitadas por Paulos (1994), Vitti (1995) e Baruc (1996),

dentre outros. Como exemplo destacamos: Por que a Matemática assusta? Por que a Matemática é tão difícil? Tais dificuldade, em que pese a situação caótica do ensino de Matemática em nosso país, evidenciada nas avaliações recentes do PISA, parecem ser gerais.

Há perguntas que formuladas na Alemanha parecem ser feitas no Brasil; como exemplos: “Quanto é 1/2 +1/3?” ou “O que significa a raiz quadrada de um número?” No que concerne a aspectos conceituais ou definições, há também sintonia entre a realidade da Europa e do Brasil, mesmo se em proporções diferentes. De fato, também em nossas aulas encontramos perguntas como as selecionadas por Beutelspacher: “Todo quadrilátero é um quadrado?” “O que é geometria não euclidiana?” “O que são os números transcendentes?” ou “O que é função exponencial?”, razão pela qual já desde os anos 40 do século XX, Melo e Souza decidiu editar um célebre Dicionário de Matemática.

A CURIOSIDADE ACERCA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

As lacunas relacionados à História da Matemática destacadas por Melo (2013) encontra sintonia com as perguntas dos visitantes do museu. Chama atenção a curiosidade em relação a questões históricas relativas às origens e ao desenvolvimento da Matemática; e, paradoxalmente, num continente caracterizado pela valorização da história, surpreende o fato de no caso específico da História da Matemática, identificarmos as mesmas dúvidas apresentadas pelos estudantes do nosso país.

Dentre as questões históricas que aparecem nas 101 perguntas, algumas propiciaram respostas muito ricas do ponto de vista histórico, por exemplo: desde quando existe Matemática? Pitágoras descobriu o Teorema de Pitágoras? Como os egípcios calculavam? Como os romanos calculavam? Desde quando existe o zero?

Obviamente, questões históricas envolvendo os Fundamentos da Matemática são sempre complexas e emergem em diversos cenários em várias partes do mundo como podemos ver em Davis e Hersh (1989), dentre outros. No livro em análise foram feitas perguntas interessantes e de grande complexidade. Por exemplo: o que é a

Matemática? O que é uma demonstração? Por que a Matemática é tão abstrata? Tais questões propiciaram respostas que levam o leitor a um percurso da matemática grega a nossos dias.

Um aspecto que vale a pena destacar diz respeito a estereótipos acerca de matemáticos, uma coisa que se observa por toda parte. Perguntas como: Por que os matemáticos vivem em outro mundo? reforça esta constatação. A curiosidade acerca da Matemática e da profissão de matemático também veio à tona: qual o maior matemático de todos os tempos? Qual o maior matemático da Alemanha? Por que não existe o Premio Nobel para a Matemática?

Algumas perguntas selecionadas pelo autor compõem o imaginário popular acerca do mistério e do superpoder deste campo do saber como a que deseja saber se o número 13 dá azar ou se podemos demonstrar a existência de Deus pela Matemática. Esta última questão nos remete a um episódio narrado por Hogben (1952, p.19) relativo ao tema da relação entre Matemática e Religião, protagonizado por Euler e Diderot. Naquela ocasião num debate público na corte russa, Euler com sólida formação religiosa e sabedor que Diderot não tinha muita intimidade com a álgebra e se dizia ateu, sentenciou: $\frac{a+b^n}{n}=x$, logo Deus existe. Sem ter condições de perceber que estava diante de uma brincadeira e que bastava atribuir valores para *a*, *b* e *n*, para encontrar o valor de *x*, sem contanto não provar nada, Diderot retirou-se frustrado e não mais se arriscou a debater naquela cidade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O livro estudado pode ser considerado uma interessante obra de divulgação em História da Matemática. Ademais, pode ajudar a nortear a prática docente dos professores que ensinam Matemática, por diversos motivos. Em primeiro lugar pelo conteúdo matemático que se manifesta nas variadas questões que inquietam a grande maioria dos alunos seja na educação básica, seja no ensino superior. As respostas

dadas pelo autor a tais questões alertam para aspectos crucias que devem ser levados em consideração nas abordagens dos diversos assuntos nas aulas de Matemática.

Outro aspecto que vale destacar é o potencial didático e metodológico que emerge pela leitura da obra, ao constatarmos o modo como o autor trata de forma clara e direta assuntos com diversos graus de complexidade no campo da Matemática e da Ciência em geral. É muito importante que o professor de Matemática desenvolva a capacidade de explicar de modo mais claro possível os diversos aspectos relativos à disciplina que ele ensina sem se descuidar da perspectiva histórica.

O livro pode ser visto também como fonte de inspiração para a prática docente dentro e fora do espaço da escola ao induzir ações alternativas agregadas às aulas de Matemática. Considerando o chão da escola, o livro de Beutelspacher pode fomentar a criação de laboratórios de ensino de Matemática, abordando também nesse espaço a História da Matemática. Fora do âmbito escolar, iniciativas como a criação do Mathematikum podem nortear projetos similares ou motivar visitas presenciais ou virtuais a espaços já existentes como a Maison de la Science (Paris), o museu da PUC (Porto Alegre) ou o Espaço Ciência (Recife).

Quanto às perguntas selecionadas pelo autor, estas podem ser fonte de inspiração para avaliações diagnósticas, indispensáveis para a atuação efetiva na prática docente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALIANZA EDITORA (Espanha). **Matemáticas:** 101 problemas fundamentales. Disponívelem:<https://www.alianzaeditorial.es/libro.php?id=2618225&id_col=100508&id_subcol=100510>. Acesso em: 28 abr. 2018.

AMSTER, Pablo. **La matemática como uma de las belas artes**. Buenos Aires: Século XXI Editores, 2005.

BARUC, Stella. **Insucesso e Matemáticas**. Lisboa: Relógio D'Água Editores, 1996.

BEUTELSPACHER, Albrecht. **Matemática: 101 preguntas fundamentales**. Madri: Alianza editorial, 2015.

DAVIS, Philips J. e HERSH, Reuben. **A Experiência Matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

GUEDJ, Denis. **O Teorema do Papagaio**. São Paulo: Companhia das Letras, 1999.
HOGBEN, Lancelot. **Maravilhas da Matemática**. Porto Alegre: Editora Globo,1952.

MELO E SOUZA, Júlio Cesar. **Dicionário Curioso e Recreativo da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Getúlio Costa, 1940.

MELO, Severino Barros de. **A matemática no ensino fundamental: uma abordagem didática centrada em problemas com motivação histórica**. Campinas (SP): SBHMAT, 2013.

MELO, Severino Barros de. **Um estudo sobre a relação entre matemática e religião na obra de Pascal**. Tese de doutorado do programa de Pós graduação em educação. UFRN, 2009.

MENDES, Iran e SILVA Circe. **Publicações sobre História da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

PAULOS, John A . (1994). **Analfabetismo em Matemática e suas consequencias**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1994.

TAHAN, Malba. **O Homem que Calculava**. Rio de Janeiro: Ed. Conquista, 1957.
VITTI , Catarina Maria. **Matemática com Prazer.** Piracicaba (SP): Editora Unimep, 1995.

WIKIMEDIA COMMONS (Org.). **File:Albrecht Beutelspacher cropped.jpg.** Disponível:<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Albrecht_Beutelspacher_cropped.jpg>. Acesso em: 28 abr. 2018.



ISSN 2236-4102

MATEMÁTICA EPISTOLAR
DIFUSÃO DE SENTIMENTOS E CONHECIMENTOS

Maria Aparecida Roseane Ramos[211]

RESUMO

O presente trabalho é fruto de minha tese e da pesquisa "Matemática epistolar" por meio da análise de correspondências trocadas entre matemáticos que em muito contribuíram para a difusão dessa ciência nos séculos XVII ao XIX. A história da Matemática revela que por meio de epístolas, descobertas, novas teorias foram divulgadas antes mesmo de serem publicadas nos meios científicos da época além de revelar sentimentos entre seus pares.

Palavras-chave: Matemática. História. Epístola.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho se caracteriza como pesquisa documentária, histórica e pedagógica quando destaca a relevância de trocas epistolares entre cientistas na difusão de conhecimentos como instrumentos de comunicação. Todas as fontes são traduções de documentos escritos na língua francesa, respeitando-se a semântica e a retórica próprias no cenário do século XVII ao século XIX. Algumas

[211]Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB).aparecidaroseane.ramos@yahoo.com.br

cartas se encontram traduzidas em minha tese *Adrien-Marie Legendre (1752-1833) e seus trabalhos em Teoria dos Números* desenvolvida em 2007-2010 na Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Na ocasião, apontamos algumas correspondências entre o matemático Legendre e outros acadêmicos que em muito contribuíram para a difusão das ciências. Em conjunção com essas informações incrementamos outros textos que fazem parte do meu projeto de pesquisa, em andamento, "Matemática epistolar: difusão de conhecimentos", realizado na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, instituição onde atuo como docente.

A etimologia da palavra *epístola* origina-se no grego antigo com o significado de ordem, mensagem, bem como no latim com o significado de carta ou mensagem escrita e não assinada. Esse termo pode ser utilizado para denominar textos escritos em forma de carta e quando reunidas, as epístolas de determinado autor, podem ser publicadas por seu interesse histórico, literário, institucional, religioso ou documental. Muitos cientistas se comunicavam dessa forma e, tais cartas são de extrema importância para o avanço de descobertas e difusão das ciências. Na religião, o termo vem sendo utilizado há muito tempo, inclusive na Bíblia, onde encontramos no Novo Testamento as Epístolas de Paulo, doutrinas destinadas às comunidades cristãs em meados do primeiro século (D. C.). Também encontramos na literatura latina, as epístolas de Horácio (65 a.C - 8 a.C), Varrão (116 a.C - 27 a.C), Plínio (23 d.C - 79), Ovídio (43 a.C. - 17 ou 18 d.C), Sêneca (4 a.C. - 65) e Cícero (106–43 a.C) dentre outros filósofos romanos. As epístolas, no entanto, se diferem das cartas, pois emitem expressões e manifestos, além de discussões de questões que vão além dos interesses pessoais. Cunha (2002, p. 1) aponta que desde o final do século XX o interesse pela divulgação de correspondências vem aumentando pela análise das escrituras cotidianas entre pessoas comuns ou pelas escrituras científicas como fonte reveladora de hábitos, práticas, costumes de uma época. Em Taton (2000, p. 57, tradução nossa), encontramos que as correspondências científicas estabeleceram uma estreita ligação entre história, filosofia, epistemologia e as ciências exatas e naturais. Portanto, o estudo de epístolas é um campo frutífero para a pesquisa científica com

vistas à difusão de conhecimentos que foram discutidos fora dos ambientes acadêmicos e das publicações em jornais científicos da época.

PERSONAGENS ENVOLVIDOS

Adrien- Marie Legendre (1752-1833): contemporâneo dos matemáticos Lagrange (1736-1813), Laplace (1749-1827), Monge (1746-1818) e Gauss (1777-1855) com importantes contribuições à Estatística, Teoria dos Números. Álgebra Abstrata e Análise Matemática. Legendre revelou um talento precoce para as ciências e aos 18 anos defendeu sua tese em Matemática e em Física. A cratera lunar Legendre tem esse nome em sua homenagem e dentre 72 cientistas, o seu nome está perpetuado na face Trocadero da Torre Eiffel em Paris.

August Leopold Crelle (1780-1855): matemático alemão. Fundador do periódico *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, também conhecido pelo apelido: *Journal de Crelle*. Fundado em 1826, tornou-se uma referência na comunidade matemática internacional no final do século XIX.

Carl Gustav Jakob Jacobi (1804-1851): matemático alemão que em muito contribuiu para o desenvolvimento de funções, integrais elípticas, dinâmica, equações diferenciais, Teoria dos Números além das equações diferencias ordinárias não-lineares. Jacobi foi o primeiro matemático judeu a ser nomeado professor em uma universidade alemã.

Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855): conhecido como Príncipe da Matemática, astrônomo, físico alemão que contribuiu muito em diversas áreas das ciências, dentre elas Teoria dos Números, Estatística, Análise Matemática, Geometria diferencial, Geodésia, eletroestática, astronomia e óptica.

Marie Sophie Germain (1776-1831): matemática, física e filósofa francesa com contribuições fundamentais à Teoria dos Números e à teoria da elasticidade. Marie-Sophie era autodidata, aprendendo com livros encontrados na biblioteca de seu pai. Ela é a ilustração típica do preconceito existente em relação ao trabalho feminino nos meios científicos de sua época e sob o pseudônimo “Monsieur Leblanc se

correspondeu com matemáticos consagrados como Legendre, Lagrange e Gauss. Morreu de câncer aos 55 anos de idade.

Marin Mersenne (1588-1648): padre, teólogo, matemático, teórico musical e filósofo francês. Ficou conhecido sobretudo pelo seu estudo dos chamados primos de Mersenne. O asteróide 8191 Mersenne foi batizado em sua homenagem.

Niels Henrik Abel (1802 - 1829): matemático norueguês cujo primeiro trabalho relevante foi a demonstração da impossibilidade de resolver equações algébricas com graus maiores do que cinco por meio de radicais ao estabelecer relações entre as raízes, cujo estudos foram complementados por Galois (1811-1832) que determinou a condição necessária e suficiente desse problema da Álgebra Abstrata. Alguns de seus trabalhos tratam de problemas de convergência, de diferenciação, de integração de séries. Juntamente com Legendre, Abel revolucionou os estudos das funções elípticas.

Pierre de Fermat (1601-1665): magistrado francês que dividia sua profissão no serviço público com estudos matemáticos que notabilizou toda Paris na época, embora não estivesse ligado a nenhuma academia. Uma característica de Fermat é que ele descobriu vários resultados da Teoria dos Números, mas não os demonstrou. Nessa teoria se englobam os números poligonais, além do seu famoso teorema, conhecido como Último Teorema de Fermat, sobre a insolubilidade da equação $x^n + y^n = z^n$ no conjunto dos números naturais para $n > 2$. O teorema foi completamente demonstrado em 1995 pelo matemático britânico Andrew Willes (1953 -).

Situação desfavorável à reprodução científica na extinção da Academia de Ciências de Paris no período da Revolução Francesa e criação de outras academias na Europa

Em Ramos (2010) encontramos que o meio científico francês se destacou pelo fértil desenvolvimento científico dos acadêmicos das províncias e da Academia de Ciências de Paris, instituição criada na monarquia de Luís XIV pelo ministro Colbert em 1666. Seus concursos anuais eram disputados pelos maiores cientistas da Europa e na época do despotismo esclarecido tornou-se uma fonte de inspiração para diversos soberanos que se esforçaram na tentativa de imitá-la. Vários deles incentivaram a

criação das academias nacionais, de centros de pesquisas e de ensino que permitiram os cientistas trabalharem em condições favoráveis. Foi o caso de Frederico II da Prússia que em 1740 restaurou a Academia de Berlim, criada por Leibniz em 1700 e atraiu a atenção e dedicação de Euler (1741 a 1766), Lagrange (1766-1787) e Lambert (1765-1777). A criação da Universidade de Göttingen em 1773 na Alemanha contribuiu para o afloramento dos primeiros trabalhos de Gauss. Na Rússia Pedro, “o Grande criou a Academia de São Petersburgo em 1724 que atraiu os matemáticos suíços Nicolas Bernoulli (1687-1759) e Euler (1707-1783) destacamos também a criação da Academia Real de Londres em 1768. Nesse contexto, enquanto a Matemática do século XVII foi caracterizada por um grande número de matemáticos amadores, no século XVIII ficou marcado pelas obras de cientistas, de professores de universidades britânicas, italianas, suíças, membros da Academia de Paris e matemáticos itinerantes, atraídos por Berlim ou por São Petersburgo devido à política dos reis esclarecidos (RAMOS, 2010, p 10).

No entanto a supressão da Academia de Ciências de Paris em 1793 prejudicou de forma significativa o desenvolvimento das ciências, das artes e das profissões, na contramão da vanguarda dos desenvolvimentos científicos na Europa nos séculos XVII e XVIII. O fechamento da Academia francesa foi conduzido pelo revolucionário Marat (1743-1793) em 1791, por interesse próprio uma vez que Marat nutria um grande ressentimento pelos acadêmicos, especialmente por Laplace, por terem rejeitado seu trabalho em Física de 38 páginas submetido à Academia em 1779, que dentre outros assuntos, eram críticas aos trabalhos de Newton. Marat chamava os acadêmicos de “aristocratas do saber” e segundo ele, era a representação de patrimônio elitista, instrumento de poder e de censura do Antigo Regime. Embora a maioria dos acadêmicos não sofresse nenhuma perseguição ostensiva, no período de 1793 a 1795, eles vivenciaram o período que ficou conhecido como *Terror:* regime instituído na França de 10 de novembro de 1793 a 28 de julho de 1794 pelo advogado e político francês Robespierre (1758-1794). Assim a Convenção Nacional se tornou o único centro de impulsão do governo que em princípio assumiu os três poderes. Um tribunal revolucionário foi constituído para julgar crimes políticos e era considerado inimigo

da Revolução aquele que obstruía a liberdade pela força. Julgado sem testemunhas e sem direito advogado, duas sentenças eram possíveis: a liberdade ou a morte por guilhotina. Nesse período, três figuras eminentes das ciências foram submetidas a esse processo público: o astrônomo Bailly (1736-1793), o químico Lavoisier (1743-1794) e o matemático Condorcet (1743-1794), que, pela ligação com o Antigo Regime, foram vítimas do movimento de perseguições denominado de Período de Terror. A árdua e difícil incumbência de defender a Academia de Paris coube ao químico Lavoisier, um dos acadêmicos mais ilustre da época. Lavoisier fez uma defesa sólida da instituição, destacando a excelência dos trabalhos ali publicados no domínio das ciências e das artes. Seus discurso foi em vão pois Lavoisier foi guilhotinado em 8 de maio de 1794. Esse triste episódio histórico restringiu a produção e a publicação de trabalhos científicos em jornais e boletins, assim como na supressão dos prêmios dos concursos da Academia. A dissolução da Academia de Ciências de Paris em 1793, impulsionou a criação das Escolas Normais onde Galois (1811-1832) foi um dos alunos, e Escolas Centrais para o ensino elementar de Matemática, Ciências Físicas e Naturais. As Escolas Militares e Politécnicas se tornaram referências para o ensino superior, cuja finalidade, segundo Taton (2000, p. 405, tradução nossa), era “o estabelecimento de instituições científicas, militares e técnicas’’. Dois anos depois da supressão da Academia, no dia 22 de agosto de 1795, foi criado o Instituto Nacional das Ciências e de Artes que incorporou alguns dos acadêmicos. Em 1805, o Instituto foi transferido para o antigo Colégio das Quatro Nações. A partir de 1816 a Academia de Paris retomou a sua autonomia e até hoje faz parte do Instituto, atual Instituto da França. No século XIX, foram criadas, a Sociedade de Matemática (1865), Sociedade Francesa de Matemática (1872), Círculo Matemático de Palermo (1884), Sociedade Americana de Matemática (1888) e Sociedade Alemã de Matemática (1890). Na passagem dos séculos XVIII para o XIX, outros importantes meios de divulgação foram criados na Europa, a exemplo do Jornal da Escola Politécnica (1795), dos Anais Matemáticos de Gergonne (1810), do Jornal de Matemática Pura e Aplicada (1836) de Liouville, que conjuntamente com os Comptes Rendus (1835) das seções da Academia de Ciências de Paris, na França e Diário de Crelle (1826)

em Berlim, dentre outros meios de divulgação científicas em muito contribuíram para a difusão de pesquisas, de correspondências de matemáticos nos século XVIII-XIX (RAMOS, 2010, p. 18-19).

MATEMÁTICA EPISTOLAR ENTRE OS PARES

Além de contribuírem significativamente para o avanço da Matemática contém relações afetivas entre seus pares. Muitas cartas possuem apenas fragmentos como algumas correspondências entre Fermat e Mersenne.

1) Duas epístolas entre Fermat e Mersenne em1636: segundo Goldstein (2004, p. 19), Fermat e Mersenne trocaram em torno de 40 cartas com conteúdos de níveis e assuntos variados sobre Aritmética entre 1636-1665. Em 1636 Fermat escreveu a Mersenne sobre a criação de um dispositivo para determinar as partes alíquotas (partes iguais) de 120 bem como sobre os números amigáveis que são números pares onde um deles é a soma dos divisores do outro. Por exemplo, os divisores de 220 são 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 e 110, cuja soma é 284. Por outro lado, os divisores de 284 são 1, 2, 4, 71 e 142 e a soma deles é 220. Ele também se refere a uma outra carta enviada a Beaugrand, matemático francês membro da Academia de Mersenne onde Mersenne organizava encontros entre cientistas e frequentemente viajava pela Europa para se encontrar com alguns deles. Esse círculo de cientistas europeus foi por vezes designado por Academia de Mersenne, uma precursora da Academia de Ciências fundada em 1666 por Colbert, ministro de Luis XIV. Sobre o mesmo teor da qual não obteve resposta referente ao par de números amigáveis (17296, 18416), que foi descoberto de forma independente pelos matemáticos Ibn al-Banna e Al-Farisi no século XV e redescoberto por Fermat sobre o qual escreveu a Mersenne em carta de junho de 1636:

> Há algum tempo enviei ao Sr. Beaugrand uma proposição sobre para determinar infinitos números amigáveis, sobre os quais lhe escrevi numa carta anterior, eu me dispus a resolver o problema. Se ele não perdeu essa carta, certamente ele lhe enviará para publicação na Academia. Aguardo a vossa opinião sobre essa proposição. (TANNER; HENRY, 1894, p. 21- tradução nossa)

Nesse mesmo ano, registramos uma carta de Mersenne a Fermat cujo teor se refere criação de outro dispositivo sobre as partes alíquotas de 120:

> Senhor,
> A respeito de vossa carta (carta desaparecida de Fermat a Beaugrand de 1636), com muito orgulho criei uma sequência numérica qualquer A, B, C, D, E, F de razão 2 e primeiro elemento igual a 2 as partes alíquotas de 120 a qual compartilho nesse momento. Á partir da sequência A, B, C, D, E, F formemos a nova sequência G, H, I ,K , L, M cujos elementos são os antecessores dos números G, H, I ,K, L, M bem como a sequência N, O, ,P ,Q , R, S formada pelos sucessores dos números da sequência G, H, I ,K, L, M. Como um dos números G, H, I ,K, L, M, por exemplo K, que dividido por um número N da última ordem distante de quatro filas à esquerda resulta num número primo; o triplo desse número primo multiplicado pelo número que precede imediatamente a K, será o número procurado. Como 15 dividido por 3 é igual a 5 que é um número primo triplo de 15 que multiplicado por 8 é 120. Acrescento ao que disse sobre as partes alíquotas de números na décima observação da primeira parte do prefácio geral o método de encontrar o número semelhante a 120 conforme o dispositivo:

G	H	I	K	L	M
1,	3,	7,	15,	31,	63,
A	B	C	D	E	F
2,	4,	8,	16,	32,	64,
N	O	P	Q	R	S
3,	5,	9,	17,	33,	65,

(TANNER; HENRY, 1894, p. 21-22, tradução nossa)

Analisando documentos das obras de Fermat, não há nenhum registo de carta ou de fragmento de carta com a resposta de Fermat a Mersenne a esse respeito.

2) Correpondência entre Legendre e Crelle sobre Abel e Jacobi (1827): quando os trabalhos de Abel sobre resolução algébrica de equações começaram a chamar a atenção da comunidade matemática, Legendre desconhecia os estudos de Abel bem como de Jacobi conforme carta enviada a Crelle no início de 1827que foram publicados em jornais da época:

> O que o Sr. me falou sobre o jovem Abel é absolutamente de acordo com a ideia que eu tinha dos grandes talentos dele, ao percorrer o caderno de vosso jornal onde se encontra um agradável tratado sobre funções elípticas. O Sr. Poisson me enviou no ano passado o caderno que enviastes para ele, pouco tempo depois de eu ter recebido a bela descoberta do Sr. Jacobi publicada no jornal do Sr. Schumacher através de uma carta a mim enviada pelo próprio autor. Essas

> produções dos dois jovens cientistas que até então me eram desconhecidos, me proporcionaram tanto o sentimento de satisfação quanto o de admiração. (CRELLE *apud* HOLMBOE, 1839, p. VIII, tradução nossa)

3) Carta de Jacobi a Legendre com ênfase na lei de reciprocidade quadrática (1827): em 5 de agosto de 1827 Jacobi escreve a Legendre sobre alguns de seus estudos sobre a lei de reciprocidade quadrática ou lei de reciprocidade dos resíduos quadráticos que estabelece uma relação particular entre dois números primos ímpares: se N é um número qualquer e *p* um número primo não divisor de N, tem-se que quando c é um número primo 4*n* + 1, o expoente $\frac{c-1}{2}$ é par. Caso contrário, quando c é da forma 4*n* + 3, esse expoente é ímpar. Esse método amplia a lei de reciprocidade para potências maiores do que dois

> Há muito tempo realizo algumas pesquisas sobre a Teoria dos Números, que me conduziram a resultados muito curiosos sobre a bela parte da disciplina aberta aos matemáticos pela vossa lei de reciprocidade (Jacobi faz alusão à relação entre Análise Indeterminada e Teoria dos Números). De fato, partindo da nova teoria sobre a divisão da circunferência proposta pelo Sr. Gauss na oitava seção de *Disquisitiones Aritmeticae*, descobri um método que me levou aos teoremas fundamentais sobre a teoria de resíduos quadráticos, cúbicos, bi quadrados e mesmo sobre resíduos de potências maiores. Para dar uma ideia sucinta, transcrevo aqui a demonstração do teorema fundamental relativa aos resíduos quadráticos com base nesses novos princípios.
>
> Sejam *p* um número primo ímpar, *x* a raiz da equação $\frac{x^p-1}{x-1} = 0$ e *g* uma raiz primitiva da congruência $g^{p-1} - 1 \equiv 0 \bmod p$. Então $x^g - x^{g^2} + x^{g^8} + \ldots - x^{g^{p-2}} = + \sqrt{(-1)^{\frac{p-1}{2}} p}$. Em geral, temos que $x^q - x^{qg} + x^{qg^2} - x^{qg^8} + \ldots - x^{qg^{p-2}}$ é igual a $+ \sqrt{(-1)^{\frac{p-1}{2}} p}$ ou igual a $- \sqrt{(-1)^{\frac{p-1}{2}} p}$, conforme *g* seja resíduo quadrático ou não resíduo quadrático de *p*.
> Mas sendo *q* um número primo, desprezando-se os múltiplos de *q*, temos que $x^g - x^{g^2} + x^{g^8} + \ldots - x^{g^{p-2}} = (x^g - x^{g^2} + x^{g^8} + \ldots - x^{g^{p-2}})^q = (-1)^{\frac{p-1}{2}\cdot\frac{q-1}{2}} \cdot p^{\frac{q-1}{2}} \sqrt{(-1)^{\frac{p-1}{2}} p}$. Portanto *q* será resíduo ou não resíduo quadrático de *p*, conforme $(-1)^{\frac{p-1}{2}\cdot\frac{q-1}{2}} \cdot p^{\frac{q-1}{2}}$ dividido por *q* deixa restos +

> 1 ou − 1, o que é precisamente, a lei de reciprocidade, ou de acordo com o Sr. Gauss, o teorema fundamental dos resíduos quadráticos. (JACOBI, 1998, p. 394, tradução nossa)

Ramos (2010, p. 251) destaca que três meses depois Legendre responde a Jacobi revelando ao amigo que ainda não havia apreciado suas descobertas por causa dos trâmites de publicação do livro *Teoria dos Números* (1830). No entanto, assegura ao amigo que iria analisá-las tão logo pudesse e que seus estudos seriam contemplados nessa obra. De fato Legendre realizou a terceira e última demonstração da lei: ‘‘dados dois números primos ímpares e distintos *p* e *q* então $\left(\frac{q}{p}\right) = \left(\frac{p}{q}\right)(-1)^{\frac{p-1}{2}\cdot\frac{q-1}{2}}$, com os argumentos de Jacobi, conforme *Teoria dos Números* (1830), Artigo 681, parágrafo VI, Vol. II, p. 391-3. (RAMOS, 2010, p. 230)

4) Carta de Abel a Legendre sobre funções elípticas (1828): Abel era dois anos mais jovem do que Jacobi e faleceu em 1829 aos 27 anos de idade. Foi professor de Matemática em Christiania, onde, primeiramente, ensinou Matemática elementar e mais tarde, Cálculo infinitesimal. Com muita avidez, impulsionado pelo seu professor Homboe (1795- 1850), se empenhou em estudar os trabalhos de Cálculo Diferencial e Integral de Euler (1707-1783), os trabalhos de Lacroix (1765-1843), Poisson (1781-1840), Gauss, Legendre e Lagrange. Manteve contato com alguns deles, como Legendre, Cauchy (1789-1857) e Crelle (1780-1855), do qual foi um amigo íntimo e um dos colaboradores do jornal que ele dirigia. Após estudar as obras de Lagrange em 1821, Abel se empenhou em demonstrar a impossibilidade se resolver equações do quinto grau por meio de radicais. Em 1824 ele conseguiu demonstrar a condição necessária mas não suficiente publicada e está presente no livro Legendre “*Teoria dos Números”* de 1830. (RAMOS, 2010)

Em carta de 25 de novembro de 1828, Abel demonstrou um grande contentamento em se corresponder com seu mestre Legendre ao declarar:

> Foi um dos momentos mais felizes de minha vida por merecer a atenção de um dos grandes matemáticos do nosso século. Isso me incentivou a me empenhar com mais zelo os meus estudos, os quais continuarei com ardor e os atribuirei mais a vós do que a mim, por ter sido guiado pela tua luz.

> [...] Não fiques zangado comigo Senhor, pois ainda ouso apresentar, mais uma vez, as minhas descobertas. Sobretudo sobre funções elípticas e as funções mais gerais da teoria de equações algébricas. Estou muito feliz por ter encontrado uma regra sobre como reconhecer se uma equação qualquer pode ser solúvel por radicais ou não. Um corolário de minha teoria diz que é impossível resolver equações de graus superiores a quatro. (ABEL, 1864, p. 279, tradução nossa.)
> Contrariamente ao que ocorreu entre Legendre e Jacobi que tiveram um amplo relacionamento através de inúmeras cartas, enquanto que as informações sobre o relacionamento entre Abel e Legendre são baseadas em apenas duas das três cartas que foram trocadas entre esses dois matemáticos. (Holmboe, 1839, p. VIII-XI; Abel, 1864, p. 271 tradução nossa)

5) Carta de Legendre à Sophie Germain revelando informações sigilosas sobre um de seus trabalhos submetido à Academia de Paris (1811): Stein (2006) aponta que Sophie Germain, por seu talento superior, não mantinha um bom relacionamento com os matemáticos de sua época, e sob o pseudônimo de M. Leblanc, se correspondeu com Legendre, Lagrange e Gauss. Tempos depois, identificada com seu verdadeiro nome, Sophie Germain estudou o livro *Teoria dos Números* de Legendre, em Paris e tempos depois, segundo Stein (2006), ela e Legendre trocaram várias cartas que revelaram uma grande amizade e uma forte relação de confiança mútua. Em 1811 Sophie Germain submeteu à Academia de Paris um de seus trabalhos, sobre elasticidade que envolvia equações diferenciais, para ingressar nessa instituição. Na ocasião, Legendre que era um dos membros dessa comissão, privilegiou a sua amiga com informações sigilosas sobre esse trabalho que ainda estava sob análise, conforme Carta de 4 de dezembro de 1811:

> Senhorita, não tenho boas notícias sobre a análise do vosso *Mémoire*. Achamos que a vossa equação principal não é exata mesmo admitindo a hipótese de elasticidade em cada ponto... O Sr. Lagrange achou que, segundo essa hipótese, a equação verdadeira deve ser da forma
>
> $$\left(\frac{d^2z}{dt^2} + k^2\left(\frac{d^4z}{dx^4} + 2\frac{d^4z}{dx^2dy^2} + \frac{d^4z}{dy^4}\right)\right) = 0,$$ onde z é ínfimo.
>
> [...] Imagino que a mesma questão terá novamente num novo prazo e isso é mais do que necessário para sonhar com a vitória. (LEGENDRE *apud* STEIN, 2006, p. 18, tradução nossa)

No ano de 1823, Sophie Germain contribuiu com alguns estudos sobre números primos especiais, denominados “primos de Germain (2, 3, 5, 7, 11, 23, 29, 41, 53, 83,

89, 113, 131,..)" em um dos suplementos *do Ensaio de Teoria dos Números* de Legendre. Em linguagem moderna, o Teorema de Sophie Germain possui o seguinte enunciado: "Seja p um número primo ímpar. Se existe um número primo auxiliar θ tal que existam duas p-ésimas potências mod θ consecutivas e não nulas e não sendo o próprio p uma p-ésima potência mod θ então nenhuma solução x, y ou z da equação de Fermat $x^p + y^p = z^p$ pode ser divisível por p^2. (LEGENDRE, 1823, p. 16-7, tradução nossa). Esse mesmo teorema também faz parte do trabalho "Sobre alguns objetos da Análise Indeterminada e particularmente sobre o Teorema de Fermat" para p < 100, bem como de outros trabalhos com números primos denominados "primos de Germain": "se n e 2n + 1 são números primos, então segundo a equação de Fermat, um dos números x, y, z é divisível por n"; também que ''se em geral se um dos números x, y, z for divisível por n então, necessariamente, ele será por n^2 e o mesmo ocorrerá para x + y + z = p, onde p é número primo'' (LEGENDRE, 1823, p. 5; 9, tradução nossa).

6) Carta de Jacobi a Legendre sobre a determinação das funções X e Y que satisfazem à equação $4(X^n - 1) = (X - 1)(Y^2 \pm nZ^2)$, onde n é um número primo da forma $4i \pm 1$ (1830):

> Senhor,
>
> [...] As distrações de uma longa viagem e de outras circunstâncias interromperam o fluxo dos meus trabalhos e eu não consegui retomá-los tão cedo. Eu estava acostumado a vos falar sobre Matemática e de pô-lo à par das novidades que porventura merecessem a vossa indulgência. Mas após ter recebido o precioso presente de um exemplar da terceira edição de vossa obra sobre Teoria dos Números eu me permito ir mais longe do que simplesmente me desculpar. A maior parte do volume II é inteiramente nova e mais uma vez admiro esse espírito vigoroso que vence todas as dificuldades, mesmo numa idade avançada, ainda serve de estímulo a jovens matemáticos que se dedicam ao progresso da ciência. [...] gostaria de fazer uma observação relativa à equação $4\left(\frac{x^n - 1}{x - 1}\right) = Y^2 \pm nZ^2$. Para encontrar Y, vossa obra apresentou uma regra para desenvolver $2^{(x-1)^{\frac{n-1}{2}}}$ e substituiu os coeficientes pelos menores resíduos das divisões por *n.* Essa regra que também se encontra na segunda edição somente pode ser utilizada para números primos não muito grandes. Em cada um dos

> casos os valores dos coeficientes de Y e Z são determinados por fórmulas conhecidas que expressam os coeficientes de uma equação por meio das somas das potências de suas raízes, somas que no nosso caso são ou $\frac{-1+\sqrt{\pm n}}{2}$ ou $\frac{-1-\sqrt{\pm n}}{2}$. Assim, uma vez que Y = $2(x-r)(x-r^4)\,(x-r^9)\,\ldots\,(x-r^{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2})$ = $2x^{\frac{n-1}{2}} + a_1 x^{\frac{n-3}{2}} + a_2 x^{\frac{n-5}{2}} + \ldots$, a regra é correta para os três coeficientes a_1, a_2, a_3, mas deixa de ser para os demais desde que n ultrapasse um certo limite. De maneira que os coeficientes de Y e Z podem ser maiores do que $\frac{1}{2}n$, e mesmo n e suas potências (JACOBI, 1998, p. 453, tradução nossa).

Esse resultado faz parte da adição aos artigos 511 e 512 do Parágrafo II, Quinta parte das segunda e terceira edições do *Ensaio...* (1808, 1830), em que Legendre desenvolveu um método para determinar todos os casos dos polinômios Y e Z que satisfazem à equação $4X = Y^2 \pm nZ^2$, onde n é um número primo da forma $4i \pm 1$ e X um polinômio igual ao quociente de $x^n - 1$ dividido por $x - 1$, com fundamento na hipótese insuficiente que os coeficientes dos diferentes termos da função Y são menores do que $\frac{1}{2}n$. De fato, essas modificações foram frutos das observações na carta de Jacobi a Legendre de 02 de julho de 1830, onde o primeiro sugeriu correções aos erros cometidos por Legendre na obra *Teoria dos Números* publicada em 30 de abril de 1830. O erro encontrado na fórmula $Y = 2(x-r)(x-r^4)\,(x-r^9)\,\ldots\,(x-r^{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2})$ = $2x^{\frac{n-1}{2}} + a_1 x^{\frac{n-3}{2}} + a_2 x^{\frac{n-5}{2}} + \ldots$ pertence ao primeiro membro $2(x-r)(x-r^4)\,(x-r^9)\,\ldots\,(x-r^{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2})$ que, segundo Legendre, não é igual ao polinômio Y, mas sim igual a $Y + \sqrt{\pm n}\,Z$ e isso foi apontado na carta resposta de Legendre a Jacobi de 01 de outubro de 1830. Complementando essas informações, Jacobi sugeriu algumas modificações ao método de Legendre, em que os coeficientes da função Y eram menores do que $\frac{1}{2}n$. (RAMOS, 2010, p. 211-212)

7) Sobre esse mesmo assunto, porém numa ótica diferente, apresentamos a carta de 1831 que Sophie Germain, sob o pseudônimo de M. Leblanc, escreveu a Gauss sobre

a determinação das funções X e Y que satisfazem à equação 4 $\frac{(x^{N-1})}{(X-1}$ =$Y^2 \pm nZ^2$, onde N é um número primo da forma 4i $\pm$ 1 :

> Senhor,
> Admiro seus Disquisitiones arithmeticae (1801) há algum tempo e os uso em meus estudos. No último capítulo contém, dentre outras assuntos em belíssimo teorema sobre a equação $\frac{4(Z^n-1)}{x-1} = Y^2 \pm nZ^2$ (1) ... Creio que a mesma pode ser reescrita como $\frac{4(Z^{n^s}-1)}{x-1} = Y^2 \pm nZ^2$ onde n é um número primo e s um número qualquer... Tenho muito prazer em colaborar nesse trabalho ao tempo de me familiarizar com esse método em minhas novas descobertas. Essa última tem uma relação com a equação de Fermat $x^n + y^n = z^n$ cuja impossíbilidade com números inteiros foi demonstrada para n = 3 e n = 4. Creio que consigo provar essa impossibilidade para n = $p-1$ onde p é um número primo da forma 8K7. (STEIN, p. 255, tradução nossa)

Esse último destaque se refere às contribuições de Sophie Germain ao livro *Disquisitiones aritmecae* (1801) que abarca a Teoria dos Números, escrito em latim em 1798 quando Gauss tinha 21 anos. Gauss reuniu teorias variadas e generalidade de resultados que foram tratados com elegância e concisão dos métodos das teorias criadas por ele. Nessa belíssima obra encontramos a teoria de congruência que é base na Aritmética e da Teoria da ciclotomia sobre a resolução das equações do tipo $x^n - 1 = 0$, que por meio de equações do segundo grau permite determinar possibilidade da circunferência ser dividida em n partes iguais. A obra contém apenas a metade dos verdadeiros estudos de Gauss e muitos deles foram publicados postumamente pelo seu filho em 1855.

CONCLUSÃO

Buscamos socializar e evidenciar a importância e os desafios das trocas epistolares entre matemáticos como meio de divulgação da evolução de conhecimentos nos séculos XVII - XIX. Nesse período, esse meio de comunicação foi bastante utilizado pelos mais renomados matemáticos contemporâneos que

superaram as dificuldades da distância e da falta de outros meios de divulgação de seus estudos. Muitas cartas se perderam ao longo do caminho ou no tempo, a exemplo de algumas cartas de Fermat. Sejam nas dificuldades de transmissão, sejam pelo desaparecimento de fontes primárias, os estudos sobre cartas manuscritas de teor científico, filosófico, sentimental ou literário não devem se limitar ao âmbito dos pesquisadores, especialistas em História da Matemática ou especialistas de outras áreas do conhecimento. Sobretudo, por aqueles que com fins diversos se enveredam num meio privilegiado de informações na compreensão do micro social da evolução de teorias que foram compartilhadas entre pares fora do ambiente das academias e dos meios de publicações impressas da época. Esse trabalho é fruto da experiência de minhas aulas da disciplina História da Matemática bem como de alguns resultados da minha pesquisa *Matemática Epistolar: difusão de conhecimentos*, em andamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABEL, N. H. Lettre de Abel à Legendre. Mémoires de l' Académie des Sciences de l'Institut de France, Vol. 6, 1828, rééd. Paris: Gauthier-Villars, 1864, p. 271-279.

ARQUIVOS da Academia de Ciências de Paris. Disponível em: <http://fr.wikipedia.org/wiki/academie _des sciences>. Acesso em: 23 fev. 2010.

EPISTOLA. Disponível em : http://www.estudopratico.com.br/epistola-o-que-e-como-surgiu-e-suas-caracteristicas. Acesso em : 20 jan 2015.

CUNHA, Maria Teresa Santos. A escrita epistolar e a história da educação. Gt 02/ história da educação**.** Caxambu: 25º reunião da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 29 de setembro a 2 de outubro de 2002 Disponível em: 25reuniao.anped.org.br/pôsteres/mariateresasantoscunhap02.rtf. Acesso em: 29 jan. 2015.

GOLDSTEIN, C. L'Arithmétique de Pierre Fermat dans le contexte de la correspondance de Mersenne: une approche microsociale. Sciences et téchniques en perspective, IIe série, 8, 2004, p. 14 – 47.

HOLMBOE, B. Oeuvres Complètes de N. H. Abel, mathématicien, avec des notes et développements, rédigées par ordre du Roi. Tome Premier, Chapitres I et II, Christiania: Chr. Gröndahl, 1839, p. I-XVI; 1-24.

JACOBI, C. G. J. Correspondance mathématique entre Legendre et Jacobi. p 390-461, Berlin: ed. C. W. Borchard, Journal fûr die reine und angerwandte Mathematik, Bud. p. 205-279, Leipzig: B. G. Stuttgart, 1998.

LEGENDRE, Adrien Marie. Sur quelques objets d'analyse indéterminée et particulièrement sur le théorème de Fermat. Mémoire de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France, Paris: Imprimerie Royale, n. 6, 1823, p. 1-60.

RAMOS, Maria Aparecida Roseane, Adrien-Marie Legendre (1752-1833) e seus trabalhos em Teoria dos Números, (Tese de Doutorado), Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal: UFRN, 2010. Disponível em: <http://bdtd.bczm.ufrn.br/tedesimplificado/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=4000.

_____Projeto de Pesquisa: Matemática Epistolar, difusão de conhecimentos. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB. Em andamento.

STEIN, A. Sophie Germain: mathématicienne extraordinaire. Claremont: SRIPPS The women´s College, April, 2006, 79 p.

TANNERY, Paul; HENRY, Charles. Ouevres de Fermat. 1894. Disponível em: gallica.bnf.fr/Bibliothèque nationale de France. Acesso em: 01 jun. 2015.

TATON, R. Le rôle et l´importance des correspondances scientifiques aux XVII^{e} et XVIII^{e} siècles. Etudes d'histoire des sciences. Tome 47, Belgium: Brepolis Publishers, 2000, p. 57 – 68; 272 – 304; 404 – 535.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

NIELS HENRIK ABEL (1802 – 1829)
190 anos depois

Dayson Wesley Lima Castro [212]
Natanael Freitas Cabral [213]
Arilson da Conceição Rocha[214]

RESUMO

A partir das considerações a respeito do ensino de Matemática, nas quais abordam a necessidade de uma superação aos modelos tradicionalmente exercidos em sala por meio de metodologias alternativas, este trabalho tem por objetivo elaborar um texto fundamentado na biografia de Niels Henrik Abel, de modo a destacar suas contribuições científicas para a Matemática e que este possa ser utilizado na formação inicial ou continuada de professores de matemática. Considera-se que a inclusão de aspectos históricos no ensino de Matemática pode favorecer a desmistificação de que esta disciplina é imutável, quando na verdade os argumentos matemáticos podem ser questionados e sofrerem modificações conforme o desenvolvimento do conteúdo matemático, o qual é caracterizado pela sua construção histórica. Assim, destaca-se o recurso da biografia como uma alternativa na qual é possível observar os sucessos e fracassos de um determinado personagem, visto que a instrumentalidade educativa da biografia favorece a troca de experiências individuais e coletivas. Com isto, esta pesquisa foi fundamentada em uma metodologia qualitativa por meio de uma pesquisa bibliográfica de cunho histórico, na qual buscamos os traços biográficos e as contribuições à Matemática de Abel em livros, sites e trabalhos acadêmicos que retravam a importância da vida e dos estudos deste matemático. Deste modo, observou-se que os estudos de Abel trouxeram novas perspectivas nas áreas as quais centraram suas pesquisas, como a exemplo do estudo das equações algébricas de grau cinco ou superior e da teoria das funções elípticas.

Palavras-chave: História da Matemática. Biografia. Ensino de Matemática. Niels Henrik Abel. Funções Elípticas.

[212] Universidade do Estado do Pará (UEPA). daysoncastro3297@gmail.com
[213] Universidade do Estado do Pará (UEPA). natanfc61@yahoo.com.br
[214] Universidade do Estado do Pará (UEPA). arilsonrocha0@gmail.com

INTRODUÇÃO

As discussões inerentes ao ensino são corriqueiramente abordadas por pesquisadores em Educação Matemática, nas quais buscam encontrar soluções para as dificuldades de aprendizagem dos conteúdos e melhorar a transmissão do conhecimento matemático entre o professor e os alunos. Estas discussões acarretam uma visão reflexiva para as metodologias de ensino que são empregadas em sala de aula, possibilitando um vasto repositório de alternativas didáticas que podem ser aplicadas no ambiente escolar.

Entre tantas abordagens de ensino que já foram estudadas e fundamentadas, salienta-se as Tendências da Educação Matemática que possibilitam novas perspectivas para a prática dos professores de Matemática com atividades desvinculadas ao modelo tradicional de ensino expositivo, propiciando uma maior integração e interação dos alunos com os objetos matemáticos estudados.

Entre estas novas abordagens de ensino, destacou-se a História da Matemática como um recurso didático que pode favorecer o processo de ensino-aprendizagem desta disciplina. Este recurso tem se configurado uma ferramenta de contribuição na potencialização da aprendizagem dos conteúdos matemáticos pois permite a criação de um pensamento crítico da construção histórica da Matemática. Segundo Mendes e Chaquiam (2016),

> Pesquisas atuais indicam que a inserção de fatos do passado pode ser uma dinâmica bastante interessante para introduzir um determinado conteúdo matemático em sala de aula, tendo em vista que o aluno pode reconhecer a Matemática como uma criação humana que surgiu a partir da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano, conhecer as preocupações dos vários povos em diferentes momentos e estabelecer comparações entre os conceitos e procedimentos matemáticos do passado e do presente. (MENDES e CHAQUIAM, 2016, p. 79)

Por meio desta consideração, enxergamos que a introdução dos fatos históricos nas aulas pode permitir um melhor entendimento do conteúdo a ser abordado em sala desmistificando que a Matemática é uma disciplina que possui como característica a memorização de fórmulas e procedimentos de resolução pré-

estabelecidos. Analisando o uso da história da matemática, Chaquiam (2017) aponta que

> (...) na introdução de elementos históricos na sala de aula por meio dos textos originais ou de biografias de matemáticos ilustres estamos fazendo uma abordagem direta da história da matemática em sala de aula. Nesse tipo de abordagem a descoberta dos conceitos é apresentada em toda sua extensão e a legitimação para seu uso é baseada nas possibilidades de aumentar o interesse dos alunos e motivá-los para o estudo da Matemática. (CHAQUIAM, 2017, p. 17)

Com isto, consideramos que a biografia e as contribuições dos personagens históricos que consolidaram os fundamentos dos conteúdos matemáticos podem fortificar a Matemática como uma construção humana.

Analisando a da importância das biografias para o ensino, Carino (1999) aborda que

> A importância específica da biografia como instrumento educativo parece óbvia, pois é nos exemplos de vivências humanas reais que a educação vai buscar os modelos com os quais procura forjar a imagem de homem a ser formado pela educação. Porém, filosoficamente falando, o óbvio não pode ser ponto de chegada, mas de partida. Além de constatar a instrumentalidade educativa explícita na maioria das biografias, é necessário ir além, procurando desvendar as motivações por detrás dessa utilização dos relatos de vida. É preciso resgatar a importância da individuação, porém, sem a ingenuidade isolacionista. O cruzamento entre a apropriação individual do mundo e a recorrência das conexões comuns à coletividade humana é o lócus da inteligibilidade acerca da relação entre o uno e o múltiplo, entre o ser individual e o ser social. (CARINO, 1999, p. 178)

Nesse sentido, a utilização de biografias nas aulas de Matemática pode favorecer com que os alunos percebam que os antigos cientistas também obtiveram suas dificuldades para a formulação de suas teorias, além de compreenderem a evolução histórica na qual o conteúdo matemático desenvolvido pelo matemático perpassou por modificações ou complementações em relação ao seu conceito de origem. Assim sendo, o aluno pode fazer diferentes representações dos conceitos matemáticos até que haja bases teóricas suficientes para que o professor formalize na linguagem formal da disciplina.

Destacamos com isto, a história de Niels Henrik Abel, um matemático nascido na Noruega e que em pouco tempo de vida trouxe grandes contribuições para a

Matemática e áreas afins. Apesar de em sua terra natal não receber o reconhecimento devido a seus estudos, não conseguiu tornar-se professor de nenhuma universidade, mas seus trabalhos se tornaram notáveis em teoremas e teorias que atualmente levam seu nome. Além do mais, um matemático francês chamado Charles Hermite (1822-1901) declarou que “Ele deixou material para que os matemáticos se ocupem por 500 anos”, como forma de admiração às contribuições de Abel (EVES, 2004, p. 534).

A partir destas considerações iniciais e para nortear o desenvolvimento da pesquisa bibliográfica de abordagem qualitativa que gerou este trabalho, ficou estabelecido como objetivo elaborar um texto fundamentado na biografia de Niels Henrik Abel, de modo a destacar suas contribuições científicas para a Matemática e que este possa ser utilizado na formação de professores de matemática.

TRAÇOS BIOGRÁFICOS DE NIELS HENRIK ABEL

Niels Henrik Abel foi um matemático norueguês que nasceu em 5 de agosto de 1802, período no qual seu país passou por problemas políticos e econômicos em virtude das guerras comandas por Napoleão Bonaparte entre a transição dos séculos XVIII e XIX na Europa. Nesta época a Noruega se constituía parte do território dinamarquês, e este país saiu derrotado em uma batalha no porto de Copenhague pelas tropas britânicas em 1807. A partir desta derrota, tanto a Dinamarca quanto a Noruega sofreram bloqueios econômicos impedindo a exportação de madeira e a importação de grãos que geraram uma forte crise nestes países.

FIGURA 1: Retrato de Niels Henrik Abel.



Fonte: O’Connor e Robertson (1998).

Abel cresceu em um país em meio à fome e extrema pobreza, além de possuir muitos problemas familiares pois, segundo O'connor e Robertson (1998), seu pai, Sören Georg Abel, era um homem que investia suas finanças em bebidas e sua mãe, Ane Marie Simonson, foi acusada de ter uma moral negligente. O pai de Abel era formado em teologia e filologia, além de possuir um espírito nacionalista o qual o fez atuar ativamente pelo movimento de independência da Noruega pois trabalhava em um órgão legislativo.

Acerca da educação de Abel, até os trezes anos de idade ele foi educado pelo seu pai na paróquia onde foi nomeado ministro após a morte do avô de Abel. Em 1815, Abel e seu irmão mais velho foram enviados para a Escola da Catedral situada em Christiania, atual cidade de Oslo, de onde também se fundou a Universidade de Christiania, em 1813, com a retirada de bons professores da escola para atuar nesta instituição. Na escola, Abel se mostrou um aluno comum com uma certa facilidade para Matemática e Física. No entanto, em 1817 com a entrada de um novo professor chamado Bernt Holmboë, Abel começa a sentir-se atraído pelas obras de grandes matemáticos.

Nas aulas de Holmboë, Abel começou a ter contato direto com as obras de Leonard Euler, Isaac Newton, d'Alembert, Lagrange e Laplace que fizeram com que ele se destacasse entre os demais alunos. A admiração de Holmboë pela dedicação de Abel possibilitou garantir uma bolsa de estudos ao jovem matemático para permanecer na escola após a morte de seu pai em 1820, tal ato permitiu com que Abel estudasse o problema da solução da equação de quinto grau e chegasse a uma possível fórmula de solução. No entanto, após orientações do matemático dinamarquês Ferdinand Degen, Abel tentou fazer uma aplicação de sua fórmula em um exemplo e percebeu que seu método não estava correto.

Ao ingressar na Universidade de Christiania em 1821, Abel conseguiu apoio financeiro de um professor de Astronomia chamado Christopher Hansteen. A partir de 1823, Abel começou a fazer suas publicações em um jornal científico organizado por Hansteen, as primeiras delas retratavam sobre equações funcionais e integrais. Neste mesmo ano, Abel começou a fazer suas viagens para se encontrar com matemáticos para trocar informações sobre suas descobertas. Por meio destas viagens, Abel retoma

o problema das equações de grau cinco ou superior demonstrando a impossibilidade de uma expressão geral.

A partir da afinidade que Abel foi adquirindo com outros matemáticos em suas viagens por Copenhague, Berlim, Paris e entre outras cidades europeias, suas produções científicas foram alcançando mais relevância científica. Suas contribuições foram memoráveis à Matemática, que após a morte de Abel oriunda de Tuberculose em 6 de abril de 1829 com 26 anos de idade, a Academia Francesa de Ciências concedeu ao seu nome o *Grand Prix* pelos seus feitos.

Observando as significativas contribuições de Niels Henrik Abel para a Matemática, a seguir destacamos algumas obras de sua autoria ressaltando a relevância científica de cada uma delas.

A PRODUÇÃO CIENTÍFICA DE NIELS HENRIK ABEL

Em *Oplasning ofet Par Opgaver ved bjoelp af bestemte Integraler* (Soluções de alguns problemas por meio de integrais definidas), Abel conseguiu a primeira solução para uma equação integral, um estudo muito importante para a História da Matemática, mas que segundo Gillispie (2007), esse trabalho não teve tanta relevância à comunidade científica pois foi escrito em norueguês. Neste trabalho Abel tratou de um problema mecânico acerca do movimento de um ponto de massa em uma curva analisando a influência da gravidade. Abel escreveu um artigo mais detalhado sobre a integração das expressões funcionais, no entanto este manuscrito desapareceu na Universidade de Christiania, e acreditasse que alguns resultados apareceram em trabalhos posteriores a este.

Ao escrever sobre a impossibilidade da solução por meio de radicais das equações de grau cinco ou superior, Abel teve que publicar por conta própria com recursos escassos *Mémoire sur les équations algébriques où on démontre l'impossibilité de la resolution de l'équation générale du cinquième degré* (Dissertação sobre as equações algébricas onde se demonstra a impossibilidade de resolver a equação geral do quinto grau). Esta foi a primeira tentativa de divulgação deste

resultado, no entanto, mau sucedida visto que nenhum matemático reagiu à publicação.

Posteriormente, em suas viagens pela Europa e as contribuições de alguns amigos matemáticos, Abel detalha com mais consistência o resultado da impossibilidade de resolução de equações quínticas ou superiores e publica um artigo no *Journal für die reine und angewandte Mathematik* (Revista de Matemática Pura e Aplicada)[215]. Com isto, Abel desenvolveu bases algébricas importantes para a discussão das extensões do estudo dos Grupos e dos Corpos. Referente ao estudo dos Grupos em que por definição um grupo G é um conjunto munido de uma operação "$*$", denotado pela configuração $(G, *)$, que satisfaz três propriedades fundamentais:

1. Associatividade: $(a * b) * c = a * (b * c)$, para quaisquer a, b e $c \in G$;
2. Elemento neutro: $g * h = h * g = g$, em que g e $h \in G$;
3. Inverso: $g * g' = g' * g = 1$, com g e $g' \in G$;

E ainda,

4. Comutatividade: $a * b = b * a$, para todo a e $b \in G$.

Grupos que satisfazem a quarta propriedade acima são comumente chamados de grupos comutativos ou abelianos em referência aos estudos de Abel nesta área.

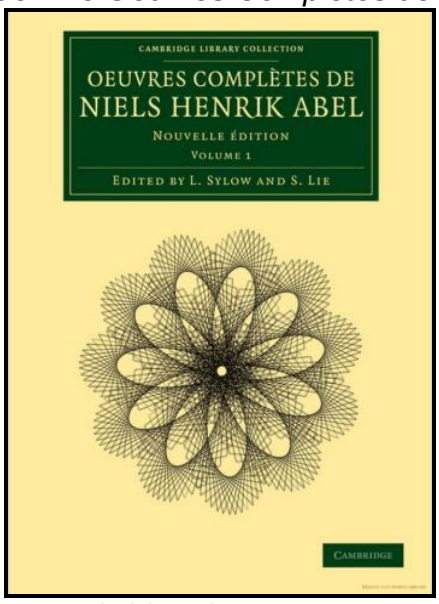
Em um trabalho posterior retratando de equações resolvíveis por radicais, Abel reconheceu que o único matemático que tentou mostrar a impossibilidade de solução das equações gerais foi o italiano Paolo Ruffini (1765-1822), que publicou um artigo sobre o tema, mas que não apresentava provas compreensíveis e satisfatórias (KATZ, 2010, p. 858). Esse resultado é conhecido como Teorema de Abel-Ruffini que, segundo Carneiro (2018), diz que "não existem fórmulas resolutivas gerais que determinem corretamente as soluções de uma equação algébrica de grau 5 ou maior" (p. 15). Este teorema fundamentou o aprofundamento dos estudos de Évariste Galois (1811-1832) acerca das especificações de sua aplicação desenvolvendo a Teoria dos Grupos também chamada de Teoria de Galois, na qual estabeleceu conexões entre o estudo dos Grupos e a solubilidade das equações algébricas.

[215] Também conhecido como *Journal de Crelle* (Jornal de Crelle) em referência a seu criador August Leopold Crelle (1780-1855), matemático alemão que obteve uma restrita amizade com Abel e grande admiração pelos seus trabalhos. Fundado em 1826, cuja primeira edição conteve sete artigos de Abel e se tornou referência na comunidade matemática internacional do século XIX.

Ao perceber que outro jovem matemático chamado Karl Gustav Jakob Jacobi (1804-1851) anunciou alguns resultados referentes à teoria da transformação de integrais elípticas em uma revista de Astronomia, Abel escreveu uma série de artigos sobre este assunto e alegou que os resultados de Jacobi surgiram de seus próprios resultados. A partir desta disputa intelectual, Abel publicou *Solution d'um problème general concernant la transformation des fonctions elliptiques* (Solução de um problema geral sobre a transformação de funções elípticas) como uma resposta ao trabalho de Jacobi. Posteriormente, preparou um artigo intitulado *Précis d'une théorie des fonctions elliptiques* (Compêndio de uma teoria de funções elípticas) que foi publicado após sua morte; além de um livro cujo tema foi *Fundamenta nova theoriae functionum ellipticarum* (Fundamentos da nova teoria de funções elípticas). Com estes trabalhos, Abel expandiu os estudos sobre as funções elípticas.

Em decorrência da limitação de páginas para esta pesquisa restringimos os comentários sobre as obras de Abel e indicamos o livro *Oeuvres Complètes de Niels Henrik Abel* (Obras Completas de Niels Henrik Abel)[216] a quem desejar obter outras informações sobre os trabalhos científicos deste matemático.

FIGURA 2: Capa do livro *Oeuvres Complètes de Niels Henrik Abel*.



Fonte: Abel (2012).

[216] O livro não apresenta uma versão em língua portuguesa e sua versão online no Google Acadêmico encontra-se de forma parcial. Sumariamente no livro consta todos os trabalhos de Abel de forma integral apresentando uma riqueza de detalhes aos escritos originais do autor.

Observando as diversas contribuições à Matemática levantadas anteriormente, a seguir retratamos alguns desdobramentos do estudo das funções elípticas as quais originaram-se por meio dos estudos de Abel.

AS FUNÇÕES ELÍPTICAS SEGUNDO ABEL E SUAS APLICAÇÕES ATUAIS

Conforme a discussão feita na sessão anterior, percebemos que o estudo das funções elípticas obteve um grande salto por meio dos estudos de Abel em uma corrida acadêmica com Jacobi, mesmo que alguns pressupostos indicam que Gauss já havia descoberto alguns princípios das funções elípticas. O desenvolvimento matemático nesta área com as pesquisas destes personagens, credita-os como os propulsores deste campo de pesquisa.

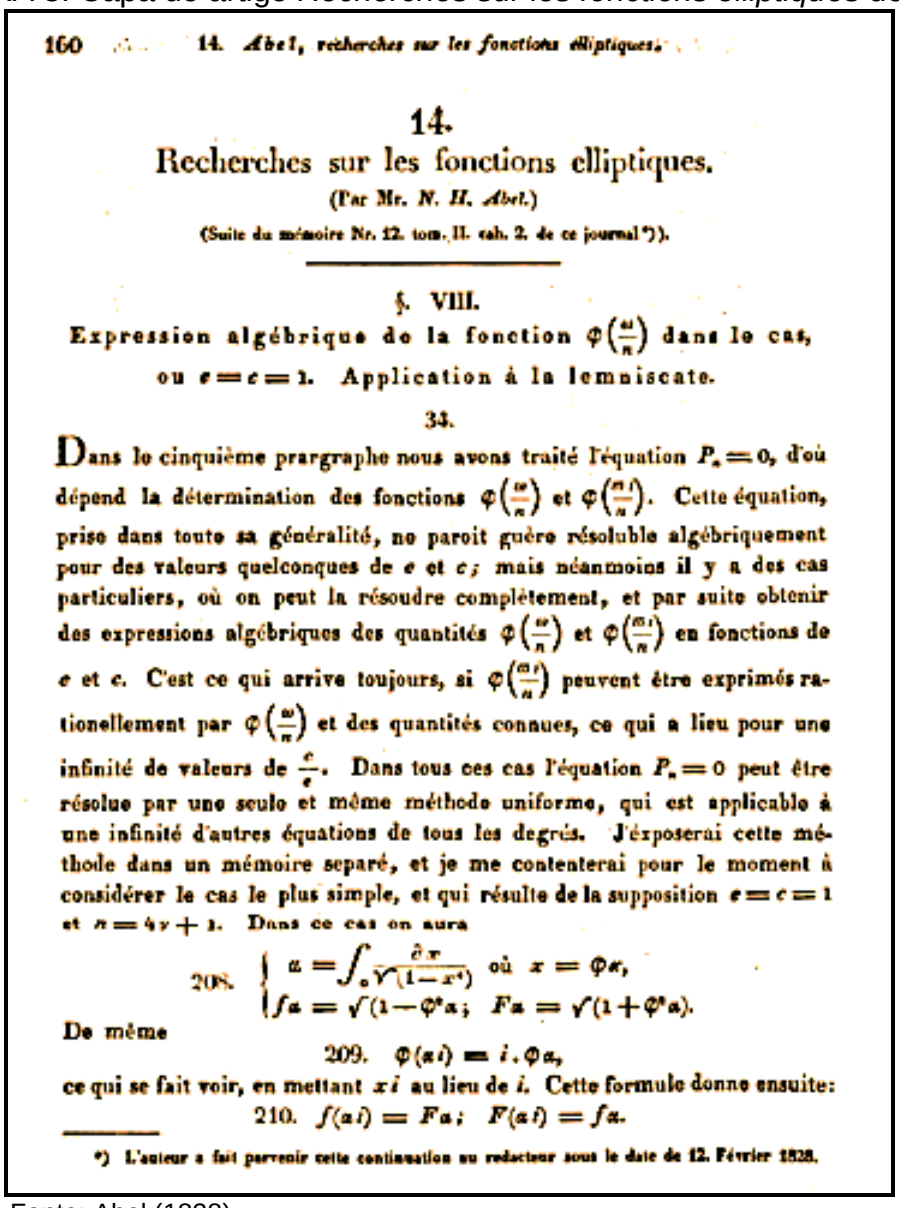
A partir dos estudos de Abel, as funções elípticas se tornaram uma vasta e natural generalização das funções trigonométricas, o que se constituiu um ramo de pesquisa bastante explorado no século XIX. As pesquisas de Abel sobre as funções elípticas permitiram apresentar esta teoria com grande riqueza de detalhes, visto que incluiu explicações sobre periodicidade dupla, expansões em séries infinitas, produtos e somas em forma de teoremas.

O primeiro relato sobre os estudos de Abel acerca das funções elípticas, registra-se em 1826, em um encontro com Adrien Marie Legendre (1752-1833), matemático que tinha muito interesse nesta área de pesquisa e surpreendeu-se com os dotes matemáticos de Abel (GILLISPIE, 2007, p. 40). A partir deste encontro, Abel preparou um artigo para ser apresentado na Academia Francesa de Ciências sobre as funções elípticas incluindo teoria e aplicações.

Este trabalho apresentado intitulou-se *Mémoire sur une proprieté générale d'une classe très-étendue de fonctions transcendentes* (Dissertação sobre uma propriedade geral de uma classe muito conhecida de funções transcendentes) no qual teve como avaliadores Legendre e Cauchy (1789-1857). O relatório no qual apontava o resultado deste trabalho de Abel não foi estabelecido pois o segundo avaliador considerou que o manuscrito estava ilegível mas que não o desanimou a prosseguir suas pesquisas, com isto o documento só foi divulgado após a morte de Abel.

Após a notável injustiça de Cauchy a respeito do trabalho de Abel apresentado na Academia Francesa de Ciências, Abel trabalhou com assiduidade no artigo *Recherches sur les fonctions elliptiques* (Pesquisas sobre as funções elípticas), cuja a primeira folha deste artigo está ilustrado na Figura 3. Ao publicar este artigo, Abel inovou radicalmente a teoria das integrais elípticas a renomeando para a teoria das funções elípticas.

FIGURA 3: Capa do artigo *Recherches sur les fonctions elliptiques* de Abel.



160 14. Abel, recherches sur les fonctions elliptiques.

14.
Recherches sur les fonctions elliptiques.

(Par Mr. N. H. Abel.)

(Suite du mémoire Nr. 12. tom. II. cah. 2. de ce journal*).

§. VIII.
Expression algébrique de la fonction $\varphi\left(\frac{\omega}{n}\right)$ dans le cas, ou $e = c = 1$. Application à la lemniscate.

34.

Dans le cinquième prargraphe nous avons traité l'équation $P_n = 0$, d'où dépend la détermination des fonctions $\varphi\left(\frac{\omega}{n}\right)$ et $\varphi\left(\frac{m\iota}{n}\right)$. Cette équation, prise dans toute sa généralité, ne paroit guère résoluble algébriquement pour des valeurs quelconques de e et c; mais néanmoins il y a des cas particuliers, où on peut la résoudre complétement, et par suite obtenir des expressions algébriques des quantités $\varphi\left(\frac{\omega}{n}\right)$ et $\varphi\left(\frac{m\iota}{n}\right)$ en fonctions de e et c. C'est ce qui arrive toujours, si $\varphi\left(\frac{m\iota}{n}\right)$ peuvent être exprimés rationellement par $\varphi\left(\frac{\omega}{n}\right)$ et des quantités connues, ce qui a lieu pour une infinité de valeurs de $\frac{c}{e}$. Dans tous ces cas l'équation $P_n = 0$ peut être résolue par une seule et même méthode uniforme, qui est applicable à une infinité d'autres équations de tous les degrés. J'exposerai cette méthode dans un mémoire separé, et je me contenterai pour le moment à considérer le cas le plus simple, et qui résulte de la supposition $e = c = 1$ et $n = 4\nu + 1$. Dans ce cas on aura

$$208. \quad \begin{cases} \alpha = \int_0^x \frac{\partial x}{\sqrt{(1-x^4)}} & \text{où } x = \varphi\alpha, \\ f\alpha = \sqrt{(1-\varphi^4\alpha)}; & F\alpha = \sqrt{(1+\varphi^4\alpha)}. \end{cases}$$

De même

$$209. \quad \varphi(\alpha\iota) = \iota.\varphi\alpha,$$

ce qui se fait voir, en mettant $x\iota$ au lieu de ι. Cette formule donne ensuite:

$$210. \quad f(\alpha\iota) = F\alpha; \quad F(\alpha\iota) = f\alpha.$$

*) L'auteur a fait parvenir cette continuation au redacteur sous le date de 12. Février 1828.

Fonte: Abel (1828).

Esta obra se tornou referência aos matemáticos da época de Abel, visto que em uma nova perspectiva, as funções elípticas se configuraram uma vasta e natural generalização das funções trigonométricas.

Desde o primeiro trabalho sobre as funções elípticas, orientado por Legendre, Abel desenvolveu o que se considera por alguns matemáticos sua obra-prima: o conhecido Teorema de Abel. Tal teorema determina que "qualquer soma pode ser expressa como um número fixo p de integrais de uma dada função algébrica, com integrandos que são funções algébricas dos argumentos originais". Este número p é denominado como o gênero da função. Nesse sentido, o Teorema de Abel é uma generalização da relação de Euler nas integrais elípticas.

Segundo Gillispie (2007, p. 41), em uma reunião na Academia Francesa em 1827, Legendre elogiou Abel e Jacobi pelos seus estudos que elevaram o estudo das funções elípticas a um patamar elevado para matemáticos tão jovens. Apesar disto, Jacobi admitiu que se fundamentou nos resultados de Abel para progredir em suas pesquisas, o que deixou Legendre decepcionado. No entanto, não há como negar que as bases matemáticas para as funções elípticas foram fortemente alicerçadas com as pesquisas destes dois matemáticos.

Analisando o estudo inicial das funções elípticas, Bérgamo (2018) salienta que

> Legendre apresentou importantes resultados neste ramo da matemática, como a obra *Exercises du Calcul Intégral*, que reúne propriedades básicas e tabelas das integrais elípticas.
> Apesar de suas notáveis contribuições, foram os trabalhos de Niels Henrik Abel (1802-1829) e Carl Gustav Jakob Jacobi (1804-1851) que ganharam notoriedade. Além de considerar as funções inversas das integrais elípticas, as quais chamados hoje de funções elípticas, Abel publicou uma teoria estabelecendo uma analogia com a teoria das funções trigonométricas. Já Jacobi foi responsável por introduzir a função seno da amplitude de *u* (atualmente, adotamos sn *u*) e foi quem provou a dupla periodicidade das funções elípticas.
> Tanto os trabalhos de Abel como os de Jacobi foram fundamentais para o desenvolvimento da teoria das funções elípticas, que durante o século XIX, se constituiu numa das áreas de pesquisa mais importantes da matemática, e que, ainda hoje, continua tendo a sua relevância no ramo das ciências exatas. (BÉRGAMO, 2018, p. 20)

A partir dos estudos de Legendre, Abel e Jacobi, as funções elípticas tomaram novas perspectivas as quais ainda obtêm sua relevância à comunidade científica atual.

Conforme Simão (2013), uma função elíptica, por definição, segue a expressão integral:

$$\int \frac{F(x)}{\sqrt{P(x)}}\, dx\,,$$

em que $F(x)$ é uma função algébrica racional e $P(x)$ representa um polinômio de grau três ou quatro em x. A partir desta definição formulada por Legendre, foi possível determinar três ordens para as integrais elípticas.

A integral elíptica de primeira ordem é determinada como

$$F(x,k) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{(1-k^2t^2).(1-t^2)}}\, dt\,,$$

a de segunda ordem é definida por:

$$E(x,k) = \int_0^x \frac{1-k^2t^2}{\sqrt{(1-k^2t^2).(1-t^2)}}\, dt\,,$$

e a de terceira ordem define-se por:

$$\Pi(x,n,k) = \int_0^x \frac{1}{(1+nt^2).\sqrt{(1-k^2t^2).(1-t^2)}}\, dt\,,$$

com o parâmetro real k variando entre 0 e 1 nos três casos.

Estas integrais favoreceram os estudos de Abel e Jacobi para o aprofundamento do estudo das funções elípticas, além de que essas três formas de integrais são também conhecidas como formas canônicas.

Atualmente, as aplicações das funções elípticas são comumente relacionadas entre os campos científicos da Matemática e da Física. Bérgamo (2018) utilizou as funções elípticas como uma aplicação à resolução aos sistemas periódicos de mecânica, como o pêndulo simples e o peão simétrico. O primeiro destes foi gerado a partir das chamadas Funções Elípticas de Jacobi, o qual teve como fundamentação os trabalhos de Abel, assim observando a velocidade e o ângulo do pêndulo fazem com que o mesmo se comporte de modo análogo a um oscilador harmônico simples, que graficamente é descrito for funções trigonométricas também estudadas por Abel.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Compreender que o ambiente educacional necessita de novas abordagens metodológicas de ensino, bem como adoção de recursos didáticos, é uma atitude que

deve ser tomada pelos atuais e futuros professores de Matemática. A inclusão da História desta disciplina ainda aparenta ser uma tarefa de difícil realização nas salas de aula por não haver esclarecimentos suficientes acerca de seus benefícios.

Escrever um breve relato da biografia e dos trabalhos científicos relacionados à Matemática de Abel não foi uma atividade simples, mas trabalhosa por não haver tantas fontes confiáveis a respeito do assunto. No entanto, consideramos que o objetivo de elaborar um texto fundamentado na biografia de Niels Henrik Abel, de modo a destacar suas contribuições científicas para a Matemática e que este possa ser utilizado na formação inicial ou continuada de professores de matemática, foi alcançado e que pode trazer ricas informações sobre a utilização da História em sala de aula.

Por meio deste trabalho esperamos proporcionar novas perspectivas no que diz respeito ao recurso didático da História da Matemática, não somente para o personagem no qual esta pesquisa foi centrada, Niels Henrik Abel, mas que possa servir de fundamentação para a pesquisa bibliográfica de outros matemáticos que ao longo dos anos se dedicaram a desvendar a beleza desta disciplina tal como a conhecemos atualmente e que está em constante desenvolvimento.

Portanto, esta pesquisa nos proporciona um olhar mais reflexivo sobre nossas práticas profissionais docentes, a convidar professores, alunos e pesquisadores buscarem compreender a construção histórica dos conteúdos matemáticos em diferentes níveis de ensino. E a partir destes desdobramentos, caracterizar a Matemática como uma ciência construída pelas ações humanas passível de erros e acertos, e vinculada como uma articulação dos problemas cotidianos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABEL, Niels Henrik. **Obras Completas de Niels Henrik Abel**. Nova edição. Editado por L. Sylow e S. Lie. Título Original: Oeuvres Complètes de Niels Henrik Abel. Nova York: Universidade de Cambridge, 2012. Disponível em: https://scholar.google.com.br/scholar?hl=pt-BR&as_sdt=0%2C5&q=Oeuvres+Compl%C3%A8tes+de+Niels+Henrik+Abel&btnG=. Acesso em: 27 dez. 2018. (Versão parcial disponível online).

ABEL, Niels Henrik. Pesquisas sobre as funções elípticas. Título original: Recherches sur les fonctions elliptiques. **Journal für die reine und angewandte Mathematik (Jornal de Matemática Pura e Aplicada)**, Göttingen (Alemanha), v.3, n. 12, p. 160-190, 1828. Disponível em: https://gdz.sub.uni-goettingen.de/id/PPN243919689_0003?tify={%22pages%22:[166],%22panX%22:0.415,%22panY%22:0.757,%22view%22:%22%22,%22zoom%22:0.273}. Acesso em: 3 jan. 2019.

BÉRGAMO, José Vinicius Zapte. **Teoria das funções elípticas e aplicações em soluções de sistemas periódicos de mecânica**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista, UNESP, Rio Claro, 2018.

CARNEIRO, Renato. **Equações algébricas:** estudos e sala de aula. Dissertação (PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas da Universidade Federal de Ouro Preto, UFOP, Ouro Preto, 2017.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaios temáticos:** história e matemática em sala de aula. Belém: SBEM/SBEM-PA, 2017.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução de: Hygino H. Domingues. Título original: An Introduction to the History of Mathematics. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

GILLISPIE, Charles Coulston. **Dicionário de biografias científicas**. Tradução de: Carlos Almeida Pereira. Título original: Dictionary of scientific biography. Rio de Janeiro: Contraponto, 2007.

KATZ, Victor J. **História da Matemática**. Fundação Calouste Gulbenkian: Lisboa, 2010.

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de Matemática:** sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016.

O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. **Niels Henrik Abel**. Saint Andrews: Escola de Matemática e Estatística da Universidade de Saint Andrews, Escócia, 1998. Disponível em: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Abel.html. Acesso em: 3 dez. 2018.

SIMÃO, Cleonice Salateski. **Uma introdução ao estudo das funções elípticas de Jacobi**. Dissertação (PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, UEM, Maringá, 2013.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

O CONCEITO DE SENO EM TRATADOS DO SÉCULO XV e XVII: uma conversa entre a trigonometria teórica e prática

Verusca Batista Alves [217]
Ana Carolina Costa Pereira [218]

RESUMO

Estudos que visam articular a história da matemática com o ensino não são novos. No entanto, uma corrente mais atual busca por uma Interface que promova a reflexão sobre o processo histórico relativo aos conhecimentos matemáticos, mediante a questões didáticas, metodológicas e epistemológicas. Tomando a Interface como base, esse texto discorre sobre o conceito de seno, por meio do estudo de dois momentos, o século XV e o XVII, através das obras de dois personagens, Regiomontanus (1436-1476) e William Oughtred (1574-1660), com o objetivo de confrontar os conhecimentos matemáticos presentes nos documentos *De Triangulis Omnimodis Libri Quinque* (1533) com os de *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument (1633).* Entende-se que essa ação é necessária para ser possível conhecer as influencias que Regiomontanus proporcionou no estudo das matemáticas, até William Oughtred. Para isso, a pesquisa caracteriza-se como histórico-documental no qual foi realizado o estudo cruzado de dois tratados históricos – um excerto da obra *De Triangulis Omnimodis Libri Quinque* (1533) de Johan Müller Regiomontanus e o capítulo XIII do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument (1633)* de William Oughtred. Os documentos possuem características próprias, um sendo voltado a questões teóricas e o outro à prática, mas que, compreende-se bem as relações expostas em *The Circles of Proportion...* mediante os estudos em *De Triangulis...* . O estudo cruzado entre os séculos XV e XVII levantam questões sobre o significado e a definição do conceito de seno, e revela que não há somente uma forma de se conhecer esse processo histórico.

Palavras-chave: Seno. Regiomontanus. William Oughtred. História da Matemática. Interface.

[217] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE). Email: veruscah.alves@gmail.com
[218] Universidade Estadual do Ceará (UECE). Email: carolina.pereira@uece.br

INTRODUÇÃO

Articular a história da matemática com o ensino de matemática, não é um tema recente nas pesquisas brasileiras. Encontra-se na literatura, diversos estudos com vistas a questões didáticas e metodológicas, que supõe da história da matemática diversos papéis, tais como, associação com seminários, a relação com outros tipos de pesquisa como as Tecnologias Digitais, assim como o desenvolvimento de ordem construtiva da história[219].

De modo mais recente, outras pesquisas[220] investigam essa relação também mediante a questões históricas e epistemológicas e buscam promover essa articulação entre a história e o ensino de matemática, por meio de um conjunto de ações e produções que buscam promover a reflexão sobre o processo histórico relativo aos conhecimentos matemáticos, denotado por Interface[221] (SAITO; DIAS, 2013a).

Dessa forma, o texto discorre sobre o conceito de seno, por meio do estudo de dois momentos, o século XV e o XVII, através de dois personagens de cada período, Regiomontanus (1436-1476) e William Oughtred (1574-1660). O intuito é confrontar os conhecimentos matemáticos que foram utilizados em *De Triangulis Omnimodis Libri Quinque* (1533) com os de *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument (1633).*

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Levando em consideração os movimentos realizados para a constituição desse estudo, entende-se que ele é caracterizado como histórico - documental, pois tem como base a utilização de elementos históricos valendo-se "[...] de materiais que não

[219] Para mais detalhes sobre os estudos mencionados, vide Mendes (2009, 2015), Chaquiam (2015), Sousa (2016), Pereira (2015), Pereira e Pereira (2016).
[220] Para se conhecer sobre os novos estudos na área da Educação Matemática articulada a História da Matemática, vide Saito (2015), Saito (2016a, 2016b), Dias e Saito (2009), Saito e Dias (2013a, 2013b), e Pereira e Saito (2018).
[221] Para mais sobre a construção de uma Interface entre história e ensino de matemática, consulte Dias e Saito (2009), Pereira e Saito (2018), Saito (2016a, 2016b), Saito e Dias (2013a, 2013b).

recebem ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa" (GIL, 2002, p. 45). No que diz respeito a esses materiais, tomou-se como base dois textos históricos provenientes de estudos de pós-graduação (uma dissertação em construção e uma tese), cujo uma primeira análise sobre eles já foi realizada.

Os textos foram, um excerto da obra *De Triangulis Omnimodis Libri Quinque* de Johan Müller Regiomontanus (1436-1476), mais especificamente o primeiro livro no qual, o foco principal esteve no teorema 20 e que trata da definição de seno no estudo de triângulos planos e esféricos. O segundo documento foi o capítulo XIII do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument (1633)* de William Oughtred (1574-1660), que trata do estudo de triângulos planos e esféricos por meio da Trigonometria.

Tais procedimentos evocam-se na tentativa de se compreender as relações entre o conceito de seno, tratado por Regiomontanus (1436-1476) no século XV e William Oughtred (1574-1660) durante o século XVII. Para isso, fez-se um estudo cruzado entre os dois documentos históricos, buscando identificar essas relações tomando como base os pressupostos da teoria da Interface, ressaltando a tentativa de compreender os aspectos matemáticos dos séculos XV e XVII.

O SENO NOS SÉCULOS XV E XVII

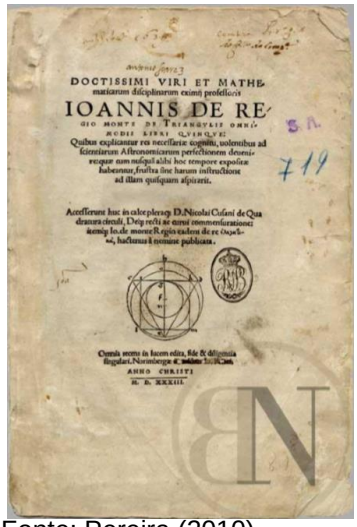
As diversas histórias sobre a matemática já escritas, principalmente as que são voltadas ao ensino, destacam personagens e conceitos que tiveram importância para determinado tipo de conteúdo. Embora grande parte desse material tenha sido influenciado pela necessidade de se estudar a história da matemática no ensino, a construção se deu por educadores matemáticos que, possivelmente, não tinham noção da historiografia[222] que utilizavam (SAITO, 2016b).

[222] Historiografia é aqui entendida como a escrita da história.

Um desses conteúdos matemáticos é o seno, no qual a significância do seu estudo está relacionada a função seno que frisa um gráfico, uma fórmula e tabelas prontas. No entanto, há elementos importantes de serem destacados quando se fala do seno no que concerne o significado de sua definição.

Uma mudança significativa que ocorreu durante os séculos XV e XVI foi a realocação de alguns estudos, como exemplo, com a publicação de *De Triangulis Omnimodis Libri Quinque* (figura 01), no qual "[...] Regiomontanus subtraiu a trigonometria da astronomia, inaugurando uma nova vertente de estudos matemáticos" (SAITO, 2015, p. 181). Nessa obra, Regiomontanus trata do estudo de triângulos planos e esférico, com algumas definições, dentre as quais, a de seno.

FIGURA 01: FRONTISPÍCIO DA OBRA DE TRIANGULIS OMNIMODIS LIBRI QUINQUE (1533)

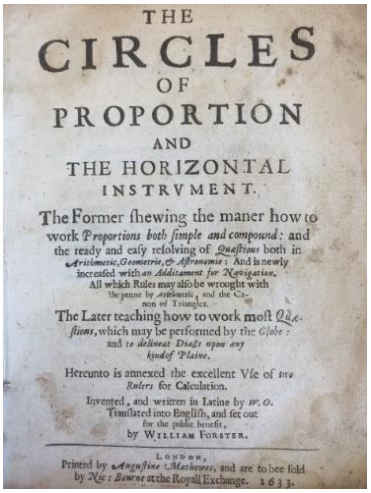


Fonte: Pereira (2010)

Já em 1633, uma obra de William Oughtred foi publicada, *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument* (figura 02) e, um excerto do documento trata também do estudo de triângulos planos e esféricos, especificando algumas noções gerais e regras necessárias para os cálculos nesses dois tipos de triângulos e um dos assuntos relacionados é o seno[223].

[223] Embora Oughtred tenha pulicado anos mais tarde sua obra *Trigonometrie (1657)*, sabe-se que os primeiros tratamentos relativos ao estudo da trigonometria surgiram em *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument (1633).*

FIGURA 02: FRONTISPÍCIO DE THE CIRCLES OF PROPORTION AND THE HORIZONTAL INSTRUMENT (1633)



THE
CIRCLES
OF
PROPORTION
AND
THE HORIZONTAL
INSTRVMENT.

The Former ſhewing the maner how to work *Proportions both ſimple and compound:* and the ready and eaſy reſolving of *Queſtions* both in *Arithmetic, Geometrie, & Aſtronomie:* And is newly increaſed with *an Addicament for Navigation.* All which Rules may alſo be wrought with the penne by *Arithmetik*, and the Ca- non of Triangles.

The Later teaching how to work moſt *Que-ſtions*, which may be performed by the *Globe:* and *to delineat Dyals upon any kind of Plaine.*

Hereunto is annexed the excellent Vſe of *two Rulers* for Calculation.

Invented, and written in Latine by *Wr. O.* Tranſlated into Engliſh, and ſet out for the publik benefit, by WILLIAM FORSTER.

LONDON,
Printed by *Auguſtine Mathewes*, and are to bee ſold by *Nic: Bourne* at the Royall Exchange. 1633.

Fonte: Oughtred (1633)

O conteúdo é abordado na obra de Oughtred de modo prático, direcionando a como resolver algumas questões que envolvam os triângulos e algumas noções básicas para o entendimento delas. No entanto, ele não se preocupa com a demonstração matemática, como se nota no trecho:

> Quando qualquer triângulo é dado para ser resolvido por Trigonometria, note as partes dele (ambos os lados ou ângulos) que são dados e conhecidos, uma pequena linha traçada cruza cada tal parte: e note a parte desconhecida que é procurada com um pequeno círculo. (OUGHTRED, 1633, p. 96, tradução nossa)

Oughtred (1633) explicita que para se conhecer e compreender a Trigonometria nos triângulos planos ou esféricos, é necessário a atribuição de um pequeno círculo, que nos remete a uma circunferência traçada em alguma parte desse triângulo. Porém, a partir desse ponto, é finalizado o capítulo e não há qualquer demonstração matemática sobre como desenvolver a resolução.

Para compreender o que Oughtred diz nesse trecho, com as noções do próprio período, é preciso buscar as referências dele, numa perspectiva de não atribuir conhecimentos matemáticos modernos[224]. Tomando tal pensamento, volta-se ao século XV para os estudos de Regiomontanus, que também publicou um tratado relativo a trigonometria nos triângulos plano e esférico, destacando o conceito de seno.

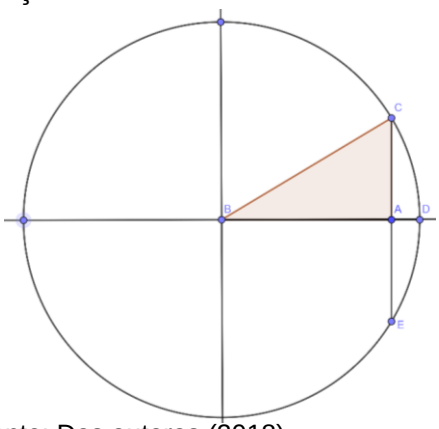
[224] Refere-se a conhecimentos matemáticos modernos como os conceitos já conhecidos no século atual.

No período do século XV, o seno era significado por uma "[...] perpendicular traçada de uma extremidade de um arco de um círculo para o diâmetro que foi traçado pela outra extremidade do arco" (PEREIRA, 2010, p. 67). Já o complemento do arco, era definido como o sendo da diferencia entre o arco e um quadrante. No primeiro livro de Regiomontanus, o teorema 20 mostra a seguinte definição de seno:

> Em todo triângulo retângulo, um dos quais o vértice agudo é o centro de um círculo e cuja [hipotenusa] é seu raio, o lado que subtende a este ângulo agudo é o seno reto do arco adjacente ao lado oposto ao ângulo dado, e o terceiro lado do triângulo é igual ao seno do complemento do arco (HUGHES, 1967, p. 58).

Segundo esse teorema, dado um triângulo, toma-se um ângulo agudo como centro de uma circunferência tornando a hipotenusa o raio desta circunferência. Assim, ilustra-se na figura 03, um triângulo $\Delta \mathbf{ABC}$, cujo a hipotenusa é $\overline{\mathbf{BC}}$, esta também sendo o raio de uma circunferência e o ângulo agudo em questão é $\mathbf{C\hat{B}A}$.

FIGURA 03: REPRESENTAÇÃO NO GEOGEBRA
DA DEFINIÇÃO DE SENO DE REGIOMONTANUS



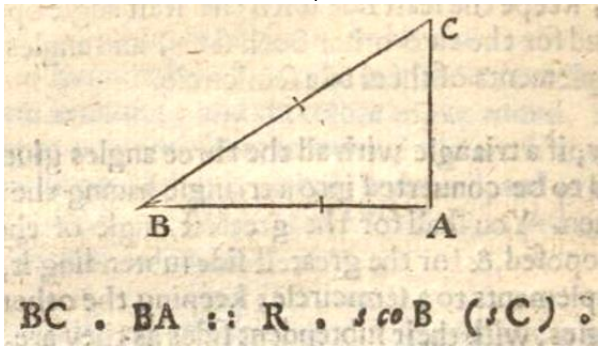
Fonte: Das autoras (2018)

O teorema segue anotando que o lado que subtende ao ângulo $\mathbf{C\hat{B}A}$, é denotado de seno reto do arco $\mathbf{CD}$, ou seja, o lado $\overline{\mathbf{CA}}$ do triângulo. E o terceiro lado, $\overline{\mathbf{AB}}$, é o seno do complemento, também representados na figura 01.

Retomando ao que Oughtred (1633, p. 96) menciona, fica claro a associação do raio de uma circunferência para o estudo do seno e do complemento do seno, quando o autor diz que "[...] a parte desconhecida que é procurada com um pequeno círculo. "

É possível compreender também as relações que Oughtred utiliza em sua obra, no estudo dos triângulos, quando o autor apresenta a seguinte relação (figura 04). Oughtred ilustra um triângulo $\Delta\mathbf{ABC}$, reto em $\boldsymbol{A}$, e logo em seguida uma expressão algébrica que contém algumas simbologias explicadas por ele em um introdutório sobre as noções que o leitor precisará para compreender as resoluções. De acordo com Oughtred (1633, p. 96) "[...] algumas magnitudes são tomadas separadamente como; o $\boldsymbol{sBA}$, que é o seno da base; $\boldsymbol{scoBC}$, que é o seno do complemento da hipotenusa".

FIGURA 04: RELAÇÃO PARA O CÁLCULO DO SENO
E DO COMPLEMENTO DO SENO, SEGUNDO OUGHTRED (1633)



Fonte: Oughtred (1633, p. 98)

Levando em conta a explicação de Oughtred, a partir da figura 04, tem-se a relação: $\boldsymbol{BC\ .\ BA :: R\ .\ scoB\ (sC)}$ (1)

onde, $\boldsymbol{scoB}$ é o seno do complemento relativo ao ângulo $\hat{\mathbf{B}}$ ou $\mathbf{C\hat{B}A}$; $\boldsymbol{sC}$ é o seno do ângulo $\hat{\mathbf{C}}$ ou $\mathbf{B\hat{C}A}$; $\mathbf{R}$ é o raio.

Com isso, pode-se analogamente relacionar que na figura 02, $\overline{\mathbf{AC}}$ é a representação do seno e $\overline{\mathbf{BA}}$ o complemento do seno (relativos ao ângulo $\hat{\mathbf{B}}$). A partir desse entendimento, percebe-se que a expressão (1) pode ser reescrita da seguinte forma: $\boldsymbol{BC\ .\ BA :: R\ .\ (sC)}$ (2)

$$\boldsymbol{BC\ .\ BA :: R\ .\ scoB} \qquad (3)$$

Isso ocorre devido a maneira como Oughtred escreve essa expressão, que segue como sendo uma proporção, apresentada e discutida em outro excerto de sua obra[225]. Desse modo, é importante destacar que o (.) ponto relaciona os termos $\overline{\mathbf{BC}}$ e

[225] Como Alves e Pereira (2018) apontam, a obra *The Circles of Proportion...* contém diversos capítulos sobre vários conteúdos matemáticos, não se detendo a uma obra sobre um tema em específico.

$\overline{\mathbf{BA}}$, e (::) dois pontos, é a representação de uma proporção. Assim, (1), (2) e (3) são proporções. Tomando (2), pode-se reescrevê-la, em termos modernos, da seguinte forma, de modo a facilitar a compreensão do leitor:

$$\frac{BC}{BA} = \frac{R}{sC} \qquad (2')$$

Oughtred não define o valor do raio, no entanto, como afirma Pereira (2010), Regiomontanus nesse tipo de estudo já adotada o raio igual a 1. Com isso, da expressão (2'), tem-se: $\frac{BC}{BA} = \frac{1}{sC}$ (4)

que em termos atuais, entende-se como $sC = \frac{BA}{BC}$ e, do mesmo modo $scoB = \frac{BA}{BC}$.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante desse breve exposto sobre o seno nos estudos de Regiomontanus e William Oughtred, percebe-se a princípio as diferentes versões de ordem prática e teórica que os autores tratam em seus textos. Regiomontanus direciona-se a teoremas com as demonstrações enquanto que Oughtred preocupa-se com a prática. Apesar disso, entende-se bem as relações expostas em *The Circles of Proportion...*, quando se trata do seno, ao remetermo-nos ao teorema de Regiomontanus e ao emprego de valores fixos, como o raio, já adotado por ele como 1.

Por meio desse estudo cruzado entre os séculos XV e XVII, nota-se que a história das matemáticas sobre o seno, levantam interessantes percepções sobre o significado e a definição desse conceito como por exemplo, de que não há uma única forma de se conhecer esse processo histórico. Com isso, destaca-se que os estudos relativos a história e ao ensino de matemática caminham para segmentos que proporcionem também análises historiográficas, epistemológicas e didáticas, (re) significando essa articulação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Verusca Batista; PEREIRA, Ana Carolina Costa. O instrumento "círculos de proporção" exposto na obra de William Oughtred (1633): um elemento na interface entre história e ensino de matemática. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 7, n. 2, p.89-108, 2018.

CHAQUIAM, Miguel. **História da matemática em sala de aula**: proposta para integração aos conteúdos matemáticos. São Paulo: Livraria da Física, 2015. 10 v. (História da matemática para o ensino).

DIAS, Marisa da Silva; SAITO, Fumikazu. Interface entre história da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: IV SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÂO MATEMÁTICA, 2009, Brasília, **Anais...** . Brasília: SBEM, 2009.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

HUGHES, B. **Regiomontanus on triangles**. Madison, U.S.A.: University of Wisconsin, 1967.

MENDES, Iran Abreu. **História da Matemática no Ensino**: Entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (História da Matemática para Professores).

_____. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna LTDA, 2009.

OUGHTRED, W. **The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument***.* Londres: EBBO Editions, 1633. Tradução de William Forster.

_____. **Trigonometrie**: Google Books, 1657.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Aspectos históricos da régua de cálculo para a construção de conceitos matemáticos**. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (História da Matemática para o Ensino).

_____. **A obra de triangulis omnimodis libri quinque de Johan Müller Regiomontanus (1436-1476):** uma contribuição para o desenvolvimento da trigonometria. 329f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Sociais Aplicadas. Programa de pós-graduação em Educação, 2010.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; PEREIRA, Daniele Esteves. Uso de fontes históricas no ensino de matemática e a educação básica: desafios, limites e possibilidades. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa; ALVES, Francisco Régis Vieira (Org.). **Ciências e Matemática**: investigações no ensino. Curitiba: CRV, 2016. p. 29-50.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. In: SEMINÁRIO CEARENSE DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 3., 2018, Fortaleza. **Anais**... . Fortaleza: EDUECE, 2018. p. 1 - 12.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

_____. História e Ensino de Matemática: Construindo Interfaces. In: SALAZAR, Jesús Flores; GUERRA, Francisco Ugarte (eds.). **Investigaciones em Educación Matemática**. Lima: Fondo Editorial, PUCP, 2016, p. 253-291.

_____. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática**. Ensino da Matemática em Debate**, v. 3, n. 1, 2016, p. 3-19.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciênc. educ. (Bauru),** Bauru , v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

_____. Interface entre história e ensino de matemática: aspectos teóricos e metodológicos. In: CIBEM, 8., 2013, Montevideo**. Anais**... . Montevideo: Anais, 2013. p. 7502 - 7509. Disponível em: <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/645.pdf> . Acesso em: 05 dez. 2018.

SOUSA, Giselle Costa de. História da Matemática e Tecnologias de Informação e da Comunicação. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa; ALVES, Francisco Régis Vieira (Org.). **Ciências e Matemática**: investigações no ensino. Curitiba: CRV, 2016. p. 51-66.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

O CONTEÚDO MATEMÁTICO INSERIDO NAS EPISTOLAS TEMÁTICAS DE EULER À PRINCESA ALEMÃ: uma análise a partir das correspondências sobre mecânica

Daniele Esteves Pereira Smith[226]
Romulo Everton de Carvalho Moia[227]

RESUMO

O artigo apresenta uma possibilidade de releitura de uma fonte história a partir da tradução e investigação do levantamento de conteúdos matemáticos presentes no livro *Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie.* Trata-se de um sucesso literário do século XVIII escrito integralmente sob o gênero epistolar pelo matemático e físico suíço Leonhard Paul Euler (1707-1783). A obra originou-se para atender a um pedido feito pelo Rei da Prússia, Frederico II, o grande (1712-1786) para que Euler aceitasse ser o tutor responsável pela educação intelectual de sua sobrinha, a princesa Anhalt-Dessau (1745-1808). O método de ensino-aprendizagem por meio de epístolas, eleito para a educação da monarca alemã resultou em uma coletânea de 234 correspondências nas quais o autor versava sobre teoria musical, Filosofia, Mecânica, Óptica, Astronomia, Teologia e Ética entre outros. Segundo a perspectiva freireana sobre correspondências com fins pedagógicos, podemos atribuir novos valores metodológicos à obra a fim de que a mesma possa ser utilizada como fonte de estudos e apoio para professores de matemática da Educação Básica na elaboração de atividades para o ensino desta disciplina à luz de procedimentos atuais e novos canais de comunicação do século XXI.

Palavras-chave: História da matemática. Cartas científico-filosóficas. Ensino de matemática.

[226] UFPA. danieleyz@gmail.com.
[227] UFPA. romuloecm@gmail.com.

INTRODUÇÃO: O gênero epistolar

Este artigo é resultado de algumas reflexões oriundas de pesquisas em fontes históricas, mais especificamente na obra *Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie* (*Cartas a uma princesa alemã sobre diversos temas de Física e Filosofia),* a partir da qual teceremos considerações a cerca da necessidade do homem se comunicar desde os longínquos tempos dos primórdios da humanidade por meio de registros escritos, passando pela criação da escrita, pelo surgimento das cartas e, culminando com o tratamento de cartas como fontes históricas de pesquisas, principalmente na área educacional e, mais especificamente no campo da História da Matemática, como é exemplificado pelas epistolas científico-filosóficas escritas pelo matemático e físico suíço Leonhard Paul Euler (1707-1783) no século XVIII.

De acordo com Pereira (2014), as cartas foram agrupadas por temática e de acordo com seu potencial pedagógico, para posteriormente elencar os conteúdos matemáticos segundo os eixos temáticos norteadores dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs de matemática e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio.

O trajeto investigativo perpassou pelos variados usos das cartas ao longo da história, até atingir o seu potencial como ferramenta pedagógica no século XVIII até culminar com o seu como material de estudos e aporte na elaboração de atividades didáticas para o ensino de Matemática.

Na complementação do suporte teórico revisitamos a pedagogia freireana da correspondência, a qual afirma que o gênero carta é intencionalmente pedagógico, pois, busca aproximar escritor e leitores, valorizando o diálogo como um processo de humanização entre quem escreve e quem lê. (FREIRE, 2000).

Pela Pedagogia da Correspondência, Freire dispende muita importância à forma, à relação, ao método utilizado, buscando aliar o cuidado da linguagem com a justa importância exigida aos conteúdos e os saberes científicos. (COELHO, 2011).

OS PRIMEIROS TRAÇOS DA ESCRITA EPISTOLAR

Escritas que se impuseram na história como documentos de evidências históricas e tradição secular, as cartas sempre atuaram como uma forma de comunicação ou conversação escrita entre pessoas ausentes. Moldando-se com o passar dos anos, passaram por intensas modificações de ordem física, estrutural, logística e funcional.

Desde as primeiras cartas escritas em tábuas de argila, surgidas na Babilônia e na Assíria no final do III milénio a.C., seguidas pelas cartas em terracota, passando pelas tábuas de madeira, os pergaminhos, os papiros no Egito e na Mesopotâmia, até chegarem na atualidade como endereços eletrônicos ou e-mails enviados por correio digital, as missivas cruzaram o tempo e foram moldando-se conforme as exigências sociais vigentes. Estima-se que a 4000 anos a. C., na China, e a 2500 anos a. C., no Egito, já existiam redes de mensageiros composta por escravos ou homens livres que faziam circular diversas mensagens entre cidades e pessoas.

> Olhando para a história da humanidade, é visível que escrever cartas é uma tradição secular. Cartas foram escritas com diferentes propósitos, como o de informar grandes descobertas, declarar amor ou saudade, articular uma guerra, descrever lugares... (CAMINI, 2012, p. 6)

Muitas vezes denotando sentimentos, emoções ou relatando experiências, as cartas de amor ou amizade, censura ou conselhos, pedidos ou agradecimentos, de famílias ou de negócios constituíram-se em uma prática social recorrente entre povos de culturas e classes distintas. Pinsky e de Luca (2011) relembram que, a partir do século XVIII o hábito da correspondência difundiu-se na Europa e na América, pelo fato de que a alfabetização ampliou-se, o hábito da leitura difundiu-se, as práticas arquivísticas intensificaram-se e o ato de escrever cartas invadiu o universo feminino e deixou de ser cultivado preferencialmente pelos homens. Concomitantemente a todas estas mudanças de costumes que intensificaram as trocas de cartas, o envio e o recebimento de notícias pelas missivas tornou-se mais ágil e regular com a melhoria dos serviços postais impulsionadas por meios de transporte mais eficientes como o

trem e o navio a vapor, além de que a profissão de carteiro adquiriu destaque social pela sua relevância de seus serviços prestados a sociedade da época.

O crescimento do gênero epistolar no século XVIII é assinalado pela ocupação do território educacional. Passaram a ser utilizadas na formação de jovens, pelo reconhecimento de seu papel como “arte formadora da existência”. Malatian (2009). Esta nova dimensão atribuída ao texto epistolar é enfatizada por Pineau (1996) quando justifica que as correspondências neste século constituíam um espaço educacional por evidenciarem a interiorização de normas e valores. A atribuição escolar pode ser percebida em cartas de educadores como Luís Antonio Verney (1991) e Johann Heinrich Pestalozzi (2006), um dos precursores da Pedagogia Contemporânea.

O contexto educacional europeu no século XVIII demostrava que a ciência havia se tornado fonte de interesse e de diversão para a aristocracia e para a classe média. É importante destacar a influência do iluminismo neste século, o qual utilizou a ciência como influente instrumento político para acometer concepções conservadoras e absolutistas sobre o poder político que se apoiavam em concepções religiosas dogmáticas da teologia católica. Malet (2002).

AS CARTAS DE LEONHAD EULER A UMA PRINCESA ALEMÃ

Os propósitos de divulgação científica, de progresso técnico e material, de ética e de crítica social embalavam o momento histórico vivenciado na Europa do século XVIII. É nesta atmosfera que Leonhard Euler produz *Lettres à une princesse d’Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie* (*Cartas a uma princesa alemã sobre diversos temas de Física e Filosofia*), uma obra científica para leigos, na qual deixa seu legado filosófico publicado pela Academia Imperial de Ciências. As cartas foram escritas em língua francesa após o autor ser convidado pelo rei da Prússia Frederico II, o Grande, para residir em Berlim onde acabara tornando-se tutor da Princesa Anhalt-Dessau, sua sobrinha, fato que o levou a ministrar aulas sobre os mais variados assuntos.

> Estas cartas foram publicadas em São Petersburgo entre 1768 e 1772 e, compiladas em três volumes. Tornaram-se um “best-seller” imediato: Foram traduzidas rapidamente em todos os principais idiomas e por muito tempo permaneceram como a sinopse mais amplamente distribuída sobre a cultura científica e filosófica popular. (FELMANN, 2007, p.73 tradução nossa).

A obra reúne um conjunto de 234 epistolas caracterizado por uma gama de conteúdos das mais diferentes áreas, entre elas teoria musical, Filosofia, Mecânica, Óptica, Astronomia, Teologia e Ética divididas em partes quase equivalentes, incorporando exposições sobre vários assuntos pertencentes à Matemática. Revelam ainda as perspectivas religiosas e a própria personalidade de Euler.

Esclarecemos que para a leitura direcionada das *Lettres* com fins didáticos, optamos em agrupar as cartas por aproximação e afinidades temáticas, com o intuito de favorecer a identificação de intersecções entre os tópicos e subdivisões da matemática, evitar a repetição desnecessária de informações e, destacar o potencial pedagógico das missivas.

O primeiro grupo de correspondências direcionadas à princesa Anhalt-Dessau são as *Lettres* I e II que trazem como tema central a mecânica quando discutem distância percorrida, movimento, e velocidade.

De acordo com a versão espanhola da obra referência da tese preparada por Pérez (1990)

> Iniciam-se as *Cartas* com algumas considerações gerais sobre a extensão (I) e a velocidade (II). Por meio das quais deve-se constituir uma *ideia adequada* de quantidade, ressaltando os traços característicos desta: ser mais ou menos suscetível, e dispor de parâmetros para determiná-la. Estes parâmetros no caso da velocidade são o espaço percorrido (a extensão) e o tempo utilizado. (PÉREZ, 1990, p. 53)

A seguir, apresentamos a nossa tradução[228] sobre as duas correspondências e os conteúdos matemáticos, assim como de outras áreas do conhecimento apontados nas mesmas.

[228] Estas e as demais traduções das outras cartas são parte integrante da tese da autora principal deste artigo.

TRADUÇÃO DA *LETTRES* I: (Sobre a extensão)

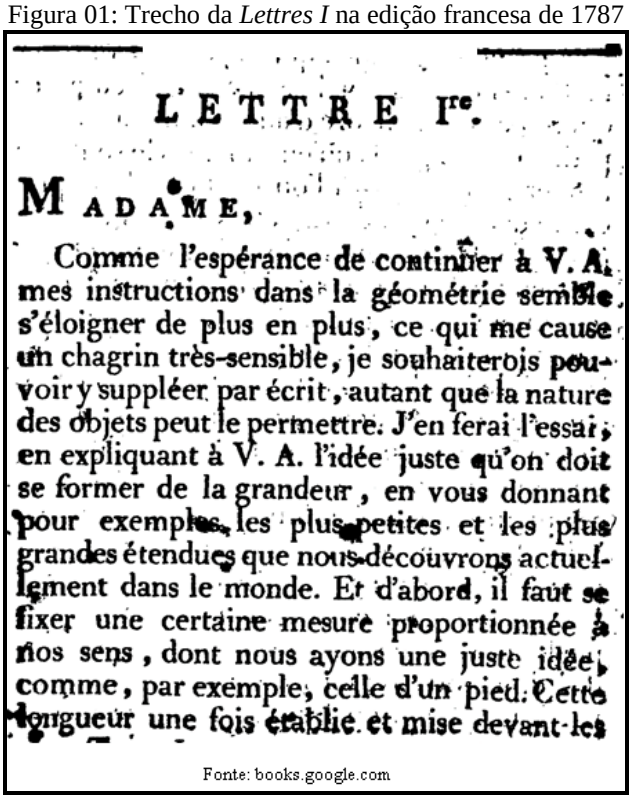
Senhora:

Como a esperança de continuar instruindo a Vossa Alteza na geometria parece ir embora mais uma vez, o que me causa muito pesar, desejaria realizá-la por escrito enquanto permitam a natureza dos temas. Vou fazer uma prova explicando a Vossa Alteza a ideia adequada que se deve formar da quantidade, a partir da qual se compreendem tanto as menores quanto as maiores extensões que conhecemos atualmente no mundo. Em primeiro lugar, é necessário determinar certa medida proporcional a nossos sentidos, da qual tenhamos uma ideia precisa, como por exemplo, a de um pé. Uma vez estabelecida esta longitude e posta diante dos olhos, nos servirá para conhecer todas as longitudes, tanto as maiores quanto as mínimas. Aquelas, determinando quantos pés contem; estas, sinalado que parte de um pé lhes convêm. Pois tendo a ideia de um pé, se tem também a de sua metade, da quarta, da oitava parte, que se chama polegada, a de sua centésima e de sua milésima parte, a qual é tão pequena que quase escapa a nossa vista. Mas é preciso tomar em conta que existem animais que não são tão grandes, e que tem membros que tem circulação sanguínea, contendo ainda a outros insetos vivos tão pequenos comparados a eles, como estes comparados a nós. De onde se pode compreender que as quantidades mais diminutas existem atualmente no mundo e que se encontram divididas em partes infinitamente menores. Assim, por exemplo, ainda a dez milésima parte de um pé seja difícil ao nosso olhar, é maior que o tamanho de um animal inteiro, e lhe pareceria muito grande essa dimensão se tivesse conhecimento. Passemos dessas pequenas quantidades, nas que se perde o nosso espirito, para as maiores. Vossa alteza conhece a longitude de uma milha e de aqui a Magdeburgo há 18. Uma milha consta de 24.000 pés e serve para medir as distancias entre as regiões da terra, para não utilizar grandes números como sucederia valendo-se do pé. Assim, sabendo que uma milha vale 24.000 pés, quando se diz que Magdeburgo fica distante de Berlin 18.000 milhas se tem uma ideia mais clara do que se dissesse que esta distância é de 432.000 pés, este número tão grande obscureceria nosso entendimento. Da mesma forma se terá uma ideia adequada do tamanho de toda a terra sabendo que se contorno contém

5.400 milhas. Mais tendo a terra a forma de um globo, se estima o diâmetro desse globo em 1.720 milhas. Isso nos proporciona uma justa ideia do diâmetro da terra, do que nos serve depois para medir as grandes distancias que se descobrem nos céus. Entre os corpos celestes a lua está mais perto. Sua distância da terra está por volta de 30 diâmetros, ou seja, 51.600 milhas, ou bem um 1.238.400.000 pés. Mas se ver que a primeira medida de 30 diâmetros da terra é a mais clara. O sol está arredor de 300 vezes mais longe do que a lua, portanto uma distância de 9.000 diâmetros da terra nos proporciona um conhecimento mais evidente que se quiséssemos expressar em milhas ou em pés. Vossa alteza sabe que a terra gira ao redor do sol no espaço de um ano, e que o sol permanece em repouso. Agora bem, além da terra, ainda existem outros cinco corpos semelhantes que giram igualmente ao redor do sol, mais com distâncias, ou menores, como Mercúrio e Vênus, ou maiores, como Marte, Júpiter, e Saturno, que se chamam planetas. Todas as outras estrelas que vemos, exceto os cometas, são denominadas fixas, pois sua distância é incomparavelmente maior que ao do sol. Suas distâncias de nós são sem dúvida extraordinariamente desiguais,daí procede que algumas pareçam maiores que as outras. Porém a mais próxima certamente está a mais de 5.000 vezes mais distante que o sol, e portanto sua distância sobre passa os 45.000.000 de diâmetros da terra, que em milhas seriam 77.400.000.000. Por último, multiplicando esse número por 24.000, daria esta prodigiosa distância expressada em pés. Entretanto, esta é a distância das estrelas fixas mais próximas a nós, as mais longínquas que vemos distanciam umas cem vezes mais. Agora bem, é importante imaginar que todas essas estrelas, tomadas em conjunto, não constituem mais que uma pequeníssima parte de todo o universo, com respeito a qual essas imensas distâncias não são maiores que um grão de areia em relação a terra. Essa imensidão é obra do Todo Poderoso, que governa tanto os maiores corpos como os menores, *e que dirige o êxito da guerra na qual estamos empenhados.*

Berlim, 19 de abril de 1760.

Figura 01: Trecho da *Lettres I* na edição francesa de 1787



LETTRE Ire.

MADAME,

Comme l'espérance de continuer à V. A. mes instructions dans la géométrie semble s'éloigner de plus en plus, ce qui me cause un chagrin très-sensible, je souhaiterois pouvoir y suppléer par écrit, autant que la nature des objets peut le permettre. J'en ferai l'essai, en expliquant à V. A. l'idée juste qu'on doit se former de la grandeur, en vous donnant pour exemples les plus petites et les plus grandes étendues que nous découvrons actuellement dans le monde. Et d'abord, il faut se fixer une certaine mesure proportionnée à nos sens, dont nous ayons une juste idée, comme, par exemple, celle d'un pied. Cette longueur une fois établie et mise devant les

Fonte: books.google.com

TRADUÇÃO DA *LETTRES* II: (Sobre a velocidade)

Com a esperança de que Vossa Alteza agradecerá a continuação de meus ensinos, das que tomei a liberdade de lhe apresentar uma prova na parte anterior, passarei a desenvolver a ideia de velocidade, uma espécie particular de quantidade, sendo suscetível de mais ou de menos. Quando se transporta uma coisa ou passa de um lugar a outro, se lhe atribui uma velocidade. Se um corredor a cavalo e um mensageiro a pé vão a Berlin a Magdeburgo nos dois casos se admite certa velocidade, mas se diz que a velocidade do primeiro é maior que a do último. Trata-se, pois, de examinar qual é a diferença que introduzimos entre essas duas velocidades. Não é o caminho, idêntico para o correio e o mensageiro, se não que a diferença se encontra visivelmente no tempo que um e outro empregam em realizar o mesmo recorrido. A velocidade do correio é sem dúvida maior, porque emprega menos tempo em percorrer o caminho de Berlin a Magdeburgo; E a velocidade do mensageiro é menor, pois emprega mais tempo em fazer o mesmo trajeto. Portanto está claro que,

para se formar uma ideia adequada da velocidade, é necessário atender a duas espécies de quantidade por vez: o caminho percorrido e o tempo passado. Assim, um corpo que percorre no mesmo tempo o dobro do caminho, tem uma velocidade dobrada; se percorre no mesmo tempo o triplo do caminho, sua velocidade é considerada três vezes maior, e assim sucessivamente. Conhecer-se-á, em consequência, a velocidade de um corpo quando se sabe o caminho que percorre em um certo tempo. Para conhecer a velocidade de minha caminhada quando vou a Lytzow, tenho observado que realizo 120 passos em um minuto, mais cada um dos meus passos vale dois pés e meio, logo minha velocidade é tal que ando em um minuto um caminho de 300 pés. Em uma hora percorro um caminho sessenta vezes maior, isto é 18.000 pés; o que não constitui ainda uma milha que, ao conter 24.000 pés, exigiria uma hora é 20 minutos. Logo, se quisesse caminhar de aqui a Magdeburgo precisaria utilizar 24 horas completas. Eis aqui uma ideia exata da velocidade com a que sou capaz de caminhar, a partir dela se compreende facilmente o que é uma maior velocidade ou menor. Assim, se um mensageiro fosse daqui a Magdeburgo em 12 horas, sua velocidade seria duas vezes maior que a minha, e se fosse em 8 horas sua velocidade seria três vezes maior. Nós observamos grandes diferenças entre as velocidades neste mundo. Uma tartaruga nos dar um exemplo de uma velocidade pequena; se não realiza nada mais que um pé por minuto, sua velocidade é 300 vezes menor que a minha, pois eu realizo 300 pés em um minuto. Mas conhecemos também velocidades bem maiores. A do vento é muito variável; uma brisa percorre 10 pés em um segundo, ou 600 pés em um minuto, como resultado caminha duas vezes mais rápido que eu. Um vento que corre 20 pés em um segundo, ou 1.200 em um minuto já é bastante forte. Um vento que viaja a 50 pés em um segundo é extremamente forte, ainda que sua velocidade não seja nada mais que dez vezes maior que a minha e que precise 2 horas e 24 minutos para ir daqui a Magdeburgo.

Segue depois a velocidade do som, que caminha 1000 pés em um segundo e, portanto 60.000 pés em um minuto. Em consequência é 200 vezes maior que a velocidade do meu andar. Se se dispara um canhão em Magdeburgo e fosse possível que o ruído alcançasse até Berlin, chegaria depois de 7 minutos de tempo. Uma bala

de canhão se move mais ou menos com a mesma velocidade, mas quando se emprega a maior das cargas, bem poderia percorrer 2.000 pés em um segundo ou 120.000 em um minuto. Essa velocidade nos parece admirável ainda que apenas exceda em 400 vezes a de minha caminhada a Lytzow, e é também a maior velocidade que percebemos aqui em baixo, na terra. Mas nos céus existem velocidades muito maiores, ainda que nos pareçam tão lentos os movimentos, vossa alteza sabe que a terra gira ao redor do seu eixo no espaço de 24 horas, em consequência para cada ponto do equador essa velocidade percorre 5.400 milhas em 24 horas, em quanto que eu não poderia viajar mais que 18 milhas. Essa velocidade é 300 vezes maior que a minha, apesar de ser menor que a velocidade máxima de uma bala de canhão. Mas a terra se move ao redor do sol no espaço de um ano e com esta velocidade percorre 128.250 milhas em 24 horas, logo esta velocidade é dezoito vezes mais rápida que a de uma bala de canhão. A maior velocidade que conhecemos é sem dúvida a da luz, que percorre 2.000.000 de milhas a cada minuto e excede a uma bala de canhão em 400.000 vezes.

22, de abril de 1760.

RESULTADOS

A forma como Euler apresentava seus conteúdos no longínquo século XVIII é hoje recomendada pelos documentos oficiais a fazerem parte das práticas escolares em substituição de abordagens fragmentadas, como possibilidade de estabelecer a interlocução entre a matemática com outras áreas do conhecimento.

Nas *Lettres* I e II, o cálculo de distâncias, as unidades de medida de comprimento (pé, polegada e milha), a conversão entre medidas, o seu uso adequado de acordo com a situação utilizada, são conteúdos matemáticos identificáveis no texto que podem estabelecer os canais de diálogos entre outros conteúdos contidos no bloco Grandezas e Medidas dos PCN de matemática e outras áreas do conhecimento.

Abaixo, listamos alguns conteúdos matemáticos identificados e outros que podem emergir a partir do uso didático das *Lettres* I e II na Educação Básica:

Conteúdos matemáticos:

1. Unidades de medida de comprimento não usuais (pé, polegada e milha)

2. Relações de equivalência entre as medidas de comprimento;
3. Sistema métrico decimal;
4. Outros sistemas de medida (peso, volume, área);
5. Unidades de medidas não usuais (peso, volume, área);
6. Conversão de unidades de medidas;
7. Medidas de tempo;
8. Cálculo de distâncias;
9. Relação entre tempo e distância;
10. Grandezas direta e inversamente proporcionais;
11. Proporcionalidade;
12. Dobro e triplo de números naturais;
13. Frações ($\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$);
14. Diâmetro de figuras planas e espaciais.

Outros conteúdos:

Coordenadas geográficas;

Distancias entre o Sol, a Lua e os planetas;

O sistema solar;

Fauna;

Revolução Francesa;

Velocidade média.

Um exemplo de utilização dessas primeiras cartas pode ser usada via História da matemática para buscar explicações no século XVIII, especificamente na Revolução Francesa, para desvendar como as implicações políticas, sociais, econômicas e culturais advindas da ascensão de uma outra classe social no poder respingaram em toda a Europa e, até hoje seus reflexos são perceptíveis no sistema de medidas de comprimento[229] adotado e calendários vigentes.

229 Em 1898, A tradução das *Lettres* em castelhano divulgou todas as unidades de medida utilizadas até o período que antecedeu ao sistema métrico decimal. O sistema métrico foi instituído na França pela lei de 7 de abril de 1795. Na Espanha eram usadas as léguas espanholas equivalentes a 8000 varas

Assinalamos que os conteúdos encontrados nestas e nas outras cartas, permitem no mínimo algumas dezenas de possibilidades de serem trabalhadas por práticas escolares que podem recorrer ao uso da História da matemática na sala de aula para contemplar o exercício da transversalidade entre esta disciplina e outras áreas como as ciências naturais, a física, a geografia, a história, a língua portuguesa, línguas estrangeiras, ensino de artes e música.

As discussões levantadas sinalizaram para possibilidades concretas de entrelaçamento entre os conteúdos matemáticos extraídos do bojo da obra com metodologias de ensino atuais a partir do redimensionamento do uso de cartas pedagógicas segundo a perspectiva freiriana da correspondência e, principalmente da utilização de novas vias de comunicação do século XXI, ambas visando o diálogo e a aproximação entre quem escreve e quem lê

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). **Parâmetros Curriculares Nacionais:** *matemática.* Brasília, DF.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio**. Vol. 2. Brasília, 2006.

CAMINI, I. (2012) **Cartas pedagógicas***: aprendizados que se entrecruzam e se comunicam*. Porto Alegre: ESTEF.

COELHO, E. P. **Pedagogia da correspondência**: Paulo Freire e a educação por cartas e livros. Brasília: Líber Livro, 2011.

EULER, L. (1990). ***Cartas a una princesa de Alemania sobre diversos temas de física y filosofia*.** Edición preparada por Carlos Mínguez Pérez. Zaragoza: Universidad, Prensas Universitarias.

FELLMANN, E. A. (2007). **Leonhard Euler**. Trad. Erika Gautschi e Walter Gautschi. Basel, Suíça: Birkhäuser Verlag.

castelhanas ou 24000 pés. Passou a ser obrigatório neste país em de 19 de julho de 1849. (PÉREZ, 1990).

FREIRE, P. (2000). **Pedagogia da indignação**. *Cartas pedagógicas e outros escritos*. São Paulo, Editora UNESP.

MALET, A. (2002). Divulgación y popularización científica en el sigo XVIII: entre la apología cristiana e la propaganda ilustrada. *Quark*, Barcelona, n. 26, p. 13-23, oct. / dic.

PEREIRA, D. E**. Correspondências científicas como uma relação didática entre história e ensino de matemática:** o exemplo das cartas de Euler a uma princesa da Alemanha. Tese (Doutorado). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação. Natal/RN, 2014, 276 f.

PÉREZ, C. M. Prefácio. In: EULER, L. **Cartas a una princesa de Alemania sobre diversos temas de física y filosofia**. Zaragoza: Universidad, Prensas Universitarias, 1990.

ISSN 2236-4102

O CRESCIMENTO DIMENSIONAL DAS REPRESENTAÇÕES FIBONACCIANAS NUMA PERSPECTIVA EPISTEMOLÓGICO-MATEMÁTICA: Números Gaussianos e Hipercomplexos

Rannyelly Rodrigues de Oliveira [230]
Maria Helena de Andrade [231]

RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento epistemológico-matemático da sequência generalizada de Fibonacci apontando elementos de seu processo histórico-evolutivo numa perspectiva de crescimento dimensional a partir da inserção de unidades imaginárias e variáveis na sua relação recorrente original. Para isso, a fase inicial, as análises prévias, da Engenharia Didática foi assumida como aporte teórico-metodológico, assim, foi dada ênfase à descrição dos pressupostos epistemológicos, didáticos e cognitivos relativos ao modelo Fibonacciano. Dessa forma, no âmbito didático-cognitivo, foi discutido como a sequência de Fibonacci é abordada na disciplina de História da Matemática, identificando em que contexto histórico ela surgiu e qual relação recursiva a representa. E, o escopo epistemológico é constituído, com gênese na sequência de Fibonacci, por definições e relações bidimensionais e quaterniônicas que geram números gaussianos e hipercomplexos inerentes ao modelo de Fibonacci. À vista disso, esta pesquisa tem o objetivo de apresentar outras propriedades matemáticas Fibonaccianas que ampliam o repertório da Matemática Pura e que, muitas vezes, são negligenciadas pelo viés da História da Matemática. Por fim, compreende-se que a emblemática sequência Fibonacciana apresentada nos livros clássicos de História da Matemática, admite representações complexas no plano e no espaço de quatro dimensões. O que explicita um desenvolvimento na sua estrutura algébrica, de modo que designa a dilatação da literatura pertinente à História da Matemática.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. História da Matemática. Sequência de Fibonacci. Números Gaussianos. Quaternions.

[230] Rede de Ensino do Estado do Ceará – SEDUC. nanny-rockstar@hotmail.com
[231] Rede Municipal de Ensino de Fortaleza – SME. helenaeducadoramat@gmail.com

INTRODUÇÃO

Este trabalho relata o desenvolvimento, numa perspectiva epistemológico-matemática, da sequência generalizada de Fibonacci. Dessa forma, são apresentados aspectos didáticos, cognitivos e epistemológicos que destacam o processo histórico-evolutivo do modelo Fibonacciano. Todavia, através de uma visão panorâmica sobre a História da Matemática (HM), vale salientar que os livros clássicos de HM, como por exemplo as obras de Estrada, e*t al*. (2000), Eves (2004) e Boyer (2006), focam na descrição da biografia de matemáticos e do contexto histórico em que as definições e relações matemáticas foram formuladas. Contudo, é importante compreender que a HM é inacabada e passa por um processo contínuo de evolução. E, algumas relações matemáticas presentes nesses livros admitem outras representações algébricas e geométricas, assim, proporcionando o surgimento de outros teoremas e outras propriedades que ocorre por meio da verificação da validade das relações matemáticas.

À vista disso, pretende-se com este artigo apresentar uma discussão algébrica das relações oriundas do modelo de Fibonacci de modo a enfatizar a existência de uma evolução epistemológico-matemática desse modelo matemático. O que, geralmente, não é discutido nos livros de HM. Dessa forma, esse processo ocorre através da complexificação da recorrência unidimensional descrita como: $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, \forall\ n \in \mathbb{N}$ feita a partir da inserção de unidades imaginárias que, consequentemente, possibilita a sua representatividade em dimensões superiores que, neste caso, foca-se em duas dimensões através dos números gaussianos e das relações bidimensionais e em quatro dimensões por meio dos Quaternions. Assim, esses números complexos são definidos para o modelo de Fibonacci.

Segundo Oliveira (2018), essa representação complexa não somente marca a evolução da sequência generalizada de Fibonacci, como também contribui para ampliar a literatura da HM. Destarte, esta pesquisa tem o objetivo de descrever outras definições e relações matemáticas atinentes à Sequência de Fibonacci (SF) que ampliam o repertório da Matemática Pura e que, muitas vezes, são negligenciadas pelo viés clássico da HM.

Com isso, foi usada a seguinte questão norteadora: qual aporte teórico-metodológico possibilita estudar o desenvolvimento histórico-evolutivo da sequência generalizada de Fibonacci numa abordagem complexa no contexto epistemológico-matemático? Para isso, foram assumidos os pressupostos da Engenharia Didática (ED) com enfoque teórico na sua fase inicial, as análises prévias, que é caracterizada pelo levantamento bibliográfico e pela descrição dos aspectos didáticos, cognitivos e epistemológicos relativos ao modelo de Fibonacci no âmbito da disciplina de HM. A seguir, será discutida a ED.

PRESSUPOSTOS DA ENGENHARIA DIDÁTICA

A ED é uma metodologia de pesquisa que foi desenvolvida na França por Artigue (1995) especificamente para a Didática da Matemática (DM). Nesse sentido, Pais (2002, p. 9) explica que a DM está intrinsecamente associada à concepção de conceitos matemáticos e, consequentemente, com a construção epistemológica das relações matemáticas. Além do mais, essa engenharia oferece um percurso metodológico que permite realizar um transposição didática de conteúdos não-escolares. E, para isso, adota-se como pressupostos elementos da dimensão didática, cognitiva e epistemológica.

Nesse sentido, conforme Pais (2002, p. 101), a ED é organizada em quatro fases consecutivas: análises prévias, concepção e análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori* e validação. Almouloud & Silva (2012, p. 26) explicam que as análises prévias abrangem: uma revisão bibliográfica sobre as definições matemáticas que se pretende explorar, uma descrição do cenário de ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos e das restrições onde se pretende efetivar a realização didática. Ou seja, com isso, são feitas descrições dos aspectos didáticos, cognitivos e epistemológicos que envolvem a SF. Posteriormente, na segunda etapa (concepção e análise *a priori*), tem-se que:

> • Descrever as escolhas feitas no nível local (relacionando-as eventualmente com as seleções globais) e as características da situação adidática desenvolvida;
> • Prever campos de comportamentos possíveis e tentar demonstrar como a análise permite controlar seus significados e assegurar, particularmente, que se tais comportamentos esperados ocorreram, é por consequência do desenvolvimento visado pela aprendizagem (ALMOULOUD & SILVA, 2012, p. 27).

Por conseguinte, na experimentação, é feita a realização didática planejada na etapa anterior. E, finalmente, a análise *a posteriori* e a validação se caracterizam pela análise dos dados coletados durante a situação didática. Para isso, é realizada uma comparação com a análise *a priori*, buscando interpretar os resultados e se eles, de fato, validam as hipóteses levantadas. “Assim, é possível analisar se ocorrem e quais são as contribuições para a superação do problema, caracterizando a generalização local que permitirá a validação interna do objetivo da pesquisa” (POMMER, 2013, p. 26).

Ademais, este trabalho foi desenvolvido apenas na fase inicial da ED. Desse modo, o cenário didático-cognitivo é a disciplina de HM e o campo epistêmico-matemático é o modelo complexo de Fibonacci com ênfase nos números Gaussianos e Quaterniônicos. O pilar epistemológico-matemático da ED oportunizou evidenciar o processo histórico-evolutivo da sequência generalizada de Fibonacci. Doravante, a tríade didática-cognição-epistemologia será descrita.

CENÁRIO DIDÁTICO-COGNITIVO: disciplina de História da Matemática

Esta pesquisa abrange um cenário didático-cognitivo que aborda a formação inicial do professor de Matemática relativa à disciplina de História da Matemática. Assim, ao observar a matriz curricular do curso de Licenciatura em Matemática do IFCE, campus Fortaleza, pode-se apontar que a ementa da disciplina de História da Matemática direciona a discussão sobre o conceito de número; os sistemas de numeração; o processo histórico-evolutivo da Álgebra e Geometria; a biografia dos

matemáticos que contribuíram de forma relevante para o desenvolvimento da Matemática Pura.

Nessa disciplina, segundo Oliveira (2018), quando se faz um levantamento bibliográfico dos livros clássicos de História da Matemática adotados pelo IFCE, tais como as obras dos autores: Estrada, e*t al*. (2000), Eves (2004) e Boyer (2006), é possível compreender que algumas relações matemáticas são apresentadas, não pormenorizadamente, assim, não explicitando uma discussão algébrica. No repertório histórico-matemático, encontra-se a descrição do contexto da Idade Média, período em que o matemático italiano Leonardo Pisano propõe um problema que dá origem à Sequência de Fibonacci.

Desse modo, a Idade Média europeia abrange um cenário marcado pela influência das cruzadas. E, no âmbito educacional, vale enfatizar que, nesse período, foram criadas as Universidades de Paris, Pádua, Nápoles, Oxford e Cambridge. Além do mais, os matemáticos seguiam na carreira acadêmica ou em atividades comerciais. Na área da matemática, acontecia a expansão dos números indo-arábicos impulsionada por Alexandre de Villedieu (francês), John de Halifax (inglês) e Leonardo de Pisa (italiano) (BOYER, 2006, p. 172).

À vista disso, vale destacar que, conforme Boyer (2006, p.173), Leonardo Pisano (1180-1250), conhecido como Fibonacci (Figura 1), exercia uma função comercial através de viagens, pelas quais conheceu os números indo-arábicos. Dessa forma, em 1202, Leonardo escreveu o livro *Liber Abbaci*, onde é proposto o problema que fundamenta o modelo de Fibonacci.

FIGURA 1: LEONARDO PISANO.



Fonte: Eves (2004, p. 293).

Além do mais, numa abordagem histórico-evolutiva da SF, Santos (2017) apresenta a extensão da SF para termos de índices inteiros e Oliveira (2018) discute a complexificação da sequência generalizada de Fibonacci a partir da inserção de unidades imaginárias e variáveis em suas representações vetoriais. Na concepção de Oliveira (2018), a discussão algébrica, fundamentada em argumentos matemáticos, possibilita verificar a validade de teoremas e propriedades e desenvolver outras relações matemáticas oriundas do modelo de Fibonacci. O que amplia a literatura da HM presente nos livros clássicos de HM. Com isso, a seguir, será apresentada a gênese e a complexificação do modelo de Fibonacci.

CAMPO EPISTÊMICO-MATEMÁTICO: Modelo Complexo de Fibonacci

Os aspectos epistemológicos tratados neste trabalho são relativos ao processo evolutivo da estrutura algébrica das relações oriundas da complexificação da sequência generalizada de Fibonacci. Assim, o modelo de Fibonacci surgiu na Idade Média com o seguinte problema: “Quantos pares de coelhos serão produzidos num ano, começando com um só par, se em cada mês cada par gera um novo par que se torna produtivo a partir do segundo mês?” (BOYER, 2006, p.174). A resolução dessa questão gera a seguinte sequência numérica $\{1, 1, 2, 3, 5, ...\}$ denominada, posteriormente, de Sequência de Fibonacci. Além disso, os termos dessa sequência podem ser descritos pela recorrência unidimensional $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, \forall\ n \in \square$.

Vislumbrando apresentar as diferentes representações atinentes à SF, a partir da inserção da unidade imaginária *i* na recursividade de dimensão única, são abordados os números complexos definidos como Gaussianos de Fibonacci, em seguida, com a presença de duas variáveis, são estudados as relações recorrentes bidimensionais e, com quatro variáveis, os Quaternions Fibonaccianos.

Os Números Gaussianos de Fibonacci e Recursividades Bidimensionais

Os números complexos surgem como uma proposta de ampliar as simbologias numéricas partindo do conjunto dos números reais com a inserção da componente

imaginária *i*. Esse processo de extensão gera o conjunto dos Números Complexos, no qual os elementos possuem a seguinte forma $z = a + bi$ com $a, b \in \mathbb{R}$, onde a, b são, respectivamente, partes real e imaginária de um número complexo.

Desse modo, quando as partes real e imaginária assumem valores iguais aos termos da SF, então, define-se um número complexo de Fibonacci. Nessa representação, Jordan (1965) apresenta os Números Gaussianos de Fibonacci descritos na forma algébrica: $Gf_n = f_n + f_{n-1}.i$ com os valores iniciais $Gf_0 = i$ e $Gf_1 = 1$. Esses números complexos Fibonaccianos surgem com a finalidade de generalizar algumas identidades unidimensionais (Tabela 1) para o plano complexo.

TABELA 2: IDENTIDADES UNI E BIDIMENSIONAIS FIBONACCIANAS.

Identidades Unidimensionais para os Números de Fibonacci	**Identidades Bidimensionais para os Números Gaussianos de Fibonacci**
$\sum_{i=1}^{n} f_{2i-1} = f_{2n}$	$\sum_{i=0}^{n} Gf_{2i+1} = f_{2n+2} + (f_{2n+3} - 1)i$
$\sum_{i=1}^{n} f_{2i} = f_{2n+1} - 1$	$\sum_{i=1}^{n} Gf_{2i} = (f_{2n+1} - 1) + (f_{2n+2} - 1)i$
$\sum_{i=1}^{n} f_i = f_{n+2} - 1$	$\sum_{i=1}^{n} Gf_i = (f_{n+2} - 1) + (f_{n+3} - 2)i$
$\sum_{i=0}^{5} f_{n+i} = 4.f_{n+4}$	$\sum_{i=0}^{5} Gf_{n+i} = 4.Gf_{n+4}$
$\sum_{i=0}^{9} f_{n+i} = 11.f_{n+6}$	$\sum_{i=0}^{9} Gf_{n+i} = 11.Gf_{n+6}$

Fonte: Elaboração dos autores.

À vista disso, primeiramente**,** como $Gf_n = Gf_{n-1} + Gf_{n-2} \Leftrightarrow Gf_{n-1} = Gf_n - Gf_{n-2}$, pode-se escrever os números gaussianos de modo que:

$$Gf_1 = Gf_2 - Gf_0$$
$$Gf_2 = Gf_3 - Gf_1$$
$$Gf_3 = Gf_4 - Gf_2$$
$$\vdots$$

$$\vdots$$
$$Gf_{2n-1} = Gf_{2n} - Gf_{2n-2}$$
$$Gf_{2n} = Gf_{2n+1} - Gf_{2n-1}$$

Todavia, ao observar os termos de índices ímpares, pode-se extrair a seguinte relação: $\sum_{j=1}^{n} Gf_{2j-1} = Gf_{2n} - Gf_0$. Observe:

$$Gf_1 = Gf_2 - Gf_0$$
$$Gf_3 = Gf_4 - Gf_2$$
$$Gf_5 = Gf_6 - Gf_4$$
$$\vdots$$
$$Gf_{2n-3} = Gf_{2n-2} - Gf_{2n-4}$$
$$Gf_{2n-1} = Gf_{2n} - Gf_{2n-2}$$

E, quando se avalia somatórios de números Gaussianos e por um processo indutivo matemático, pode-se verificar que:

$$\sum_{j=0}^{2} Gf_j = Gf_0 + Gf_1 + Gf_2 = (3+2i) - 1 = Gf_{2+2} - 1$$
$$\sum_{j=0}^{3} Gf_j = Gf_0 + Gf_1 + Gf_2 + Gf_3 = (5+3i) - 1 = Gf_{3+2} - 1$$
$$\sum_{j=0}^{4} Gf_j = Gf_0 + Gf_1 + Gf_2 + Gf_3 + Gf_4 = (8+5i) - 1 = Gf_{4+2} - 1$$
$$\vdots$$
$$\sum_{j=0}^{n+1} Gf_j = \sum_{j=0}^{n} Gf_j + Gf_{n+1} = Gf_{n+2} - 1 + Gf_{n+1} = Gf_{n+2} + Gf_{n+1} - 1 = Gf_{n+3} - 1 = Gf_{(n+1)+2} - 1.$$

Além do mais, inspirados nos argumentos matriciais de Gould (1981), pode-se determinar fórmulas que simplificam as relações oriundas do processo de complexificação da sequência generalizada de Fibonacci. Nessa abordagem matricial, são consideradas as seguintes matrizes: $X = \begin{pmatrix} 1+i & 1 \\ 1 & i \end{pmatrix}$ e $Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_2 & f_1 \\ f_1 & f_0 \end{pmatrix}$ e como $\det Q = -1 \neq 0$ e $\det X = i - 2 \neq 0,$ então, as matrizes X e Q admitem inversa. Com isso, para $n \geq 1$, pode-se verificar o seguinte teorema:

Teorema 1: A Fórmula de Cassini com $n \geq 0,$ para os números Gaussinanos de Fibonacci, é: $Gf_n \cdot Gf_{n+2} - Gf_{n+1}^2 = (2-i)(-1)^{n+1}$.

Demonstração: Como $\det(X) = i - 2$, $\det(Q) = f_0.f_2 - f_1^2$ e $\det(X) \cdot \det(Q^n) = = (2-i)(-1)^{n+1}$.

E, realizando a seguinte operação $X \cdot Q^n = \begin{pmatrix} Gf_{n+2} & Gf_{n+1} \\ Gf_{n+1} & Gf_n \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\det(X \cdot Q^n) = Gf_n \cdot Gf_{n+2} - Gf_{n+1}^2$, então, pode-se escrever $\det(X \cdot Q^n) = \det(X).\det(Q^n)$

$\Rightarrow Gf_n \cdot Gf_{n+2} - Gf_{n+1}^2 = (2-i)(-1)^{n+1}$. ■

O raciocínio inferencial mobilizado pela indução matemática permite verificar, para os números Gaussianos de Fibonacci, a validade das relações: $Gf_n = f_n + f_{n-1}i$ e $Gf_n = f_n + f_{n+1}i$. Primeiramente, pode-se operar que $X \cdot Q^n = = \begin{pmatrix} 1+i & 1 \\ 1 & i \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} f_{n+1} & f_n \\ f_n & f_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{n+2} + f_{n+1}i & f_{n+1} + f_n i \\ f_{n+1} + f_n i & f_n + f_{n-1}i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Gf_{n+2} & Gf_{n+1} \\ Gf_{n+1} & Gf_n \end{pmatrix}$. Logo, a partir dessa igualdade matricial, pode-se obter que $Gf_n = f_n + f_{n-1}i$ desde que $Gf_0 = i$ e $Gf_1 = 1$.

Por outro lado, quando se assume a matriz $Y = \begin{pmatrix} 1+i & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$, pode-se efetuar $Y \cdot Q^n = \begin{pmatrix} 1+i & i \\ i & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} f_{n+1} & f_n \\ f_n & f_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{n+1} + f_{n+2}i & f_n + f_{n+1}i \\ f_n + f_{n+1}i & f_{n-1} + f_n i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Gf_{n+1} & Gf_n \\ Gf_n & Gf_{n-1} \end{pmatrix}$, de onde se determina: $Gf_n = f_n + f_{n+1}i$ desde que $Gf_0 = i$ e $Gf_1 = 1 + i$. Assim, é relevante compreender que a matriz $Y \cdot Q^n = \begin{pmatrix} Gf_{n+1} & Gf_n \\ Gf_n & Gf_{n-1} \end{pmatrix}$ é generalizada por indução matemática. A forma algébrica $Gf_n = f_n + f_{n+1}i$ é estudada por Halici (2013) que usa a notação $C_n = f_n + f_{n+1}.i$ como um número complexo de Fibinacci definido, assim, para generalizar o modelo bidimensional de Fibonacci em quatro dimensões através dos Quaternions.

Além do mais, numa perspectiva de crescimento dimensional, Harman (1981), Oliveira, Alves & Paiva (2017) apresentam em seus trabalhos relações recorrentes bidimensionais definidas a partir da inserção da unidade imaginária *i* e de duas variáveis na recursividade unidimensional da sequência generalizada de Fibonacci $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$, $\forall\ n \in \square$. Essas relações recorrentes bidimensionais geram números

com a seguinte forma algébrica: $G(n,m) = f_n.f_{m+1} + f_{n+1}.f_m.i$. Dessa forma, tem-se a seguinte definição:

Definição 1: Sejam $G(0,0) = 0, G(1,0) = 1, G(0,1) = i$ e $G(1,1) = 1 + i$, os números na forma $G(n,m)$ satisfazem às seguintes relações recorrentes bidimensionais:

$$G(n+2,m) = G(n+1,m) + G(n,m)$$
$$G(n,m+2) = G(n,m+1) + G(n,m).$$

Teorema 2: Sejam $n, m \in \mathbb{N}$, os números da forma $G(n,m)$ são escritos na seguinte forma algébrica: $G(n,m) = f_n f_{m+1} + f_{n+1} f_m i$.

Demonstração: Por indução matemática, pode-se recorrer às seguintes propriedades $G(n,0) = f_n,\ G(0,m) = f_m i,\ G(n,1) = f_n + f_{n+1} i$ e $G(1,m) = f_{m+1} + f_m i$. Logo, segue que:

$$G(n,m+2) = G(n,m+1) + G(n,m)$$
$$G(n,2) = G(n,1) + G(n,0) = f_1 G(n,0) + f_2 G(n,1)$$
$$G(n,3) = G(n,2) + G(n,1) = f_2 G(n,0) + f_3 G(n,1)$$
$$G(n,4) = G(n,3) + G(n,2) = f_3 G(n,0) + f_4 G(n,1)$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$G(n,m) = G(n,m-1) + G(n,m-2) = f_{m-1} G(n,0) + f_m G(n,1) \therefore G(n,m) = f_n.f_{m+1} + f_{n+1}.f_m i.$$

■

À vista disso, no próximo tópico, serão discutidos os números quaterniônicos definidos para o modelo de Fibonacci.

Os Números Quaterniônicos de Fibonacci

Os Quaternions representam uma extensão dos números complexos bidimensionais para quatro dimensões e, por isso, são categorizados como números hipercomplexos. Dessa forma, de modo geral, são definidos pela equação $q = q_0 1 + q_1 e_1 + q_2 e_2 + q_3 e_3$ com $(e_1)^2 = (e_2)^2 = (e_3)^2 = e_1.e_2.e_3 = -1$, essa forma algébrica é esquematizada em duas partes: (q_0, q_1, q_2, q_3) que compõe a parte escalar real e a base $(1, e_1, e_2, e_3)$ que constitui a parte vetorial onde e_1, e_2, e_3 são números complexos (HALICI, 2012, 2013).

Dessa forma, quando a parte escalar é composta pelos termos reais da sequência de Fibonacci, define-se, então, os Quaternions de Fibonacci (QF). E, de modo análogo, todavia, quando a parte escalar é composta pelos números complexos de Fibonacci, são obtidos números hipercomplexos denominados de Quaternions Complexos de Fibonacci (QCF) ou Biquaternions. Com isso, segundo Halici (2012, 2013), pode-se considerar as seguintes definições quaterniônicas:

Definição 2: O Quaternion de Fibonacci possui a seguinte forma algébrica:

$$Q_n = F_n + F_{n+1}e_1 + F_{n+2}e_2 + F_{n+3}e_3.$$

Definição 3: O Quaternion Complexo de Fibonacci é descrito por:

$$R_n = Q_n + i.Q_{n+1} = C_n + C_{n+1}e_1 + C_{n+2}e_2 + C_{n+3}e_3.$$

Os Quaternions são vetores com quatro dimensões que permitem vislumbrar representações Fibonacciana em direção a uma extensão de suas relações para dimensões superiores. Assim, as definições 2 e 3, permitem determinar representações matriciais para os Quaternions de Fibonacci. Nessa abordagem, Halici (2013) discute duas visualizações matriciais quadradas de ordem 4 x 4 e 8 x 8 (Tabela 3) Desse modo, essas matrizes possuem bases compostas pelas matrizes definidas para $i^2 = -1$ dispostas na Tabela 2.

TABELA 2: BASES MATRICIAIS.

Bases Matriciais para os Números Quaterniônicos de Fibonacci
$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \ \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$
$S_0 = \begin{pmatrix} \sigma_0 & \bar{0} \\ \bar{0} & \sigma_0 \end{pmatrix}, S_1 = \begin{pmatrix} i\sigma_2 & \bar{0} \\ \bar{0} & -i\sigma_2 \end{pmatrix}, \ S_2 = \begin{pmatrix} \bar{0} & \sigma_0 \\ -\sigma_0 & \bar{0} \end{pmatrix}, S_3 = \begin{pmatrix} \bar{0} & i\sigma_2 \\ i\sigma_2 & \bar{0} \end{pmatrix}$
$A_0 = I_2 \otimes S_0 = \begin{pmatrix} S_0 & 0 \\ 0 & S_0 \end{pmatrix}, \ A_1 = I_2 \otimes S_1 = \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_1 \end{pmatrix},$ $A_2 = I_2 \otimes S_2 = \begin{pmatrix} S_2 & 0 \\ 0 & S_2 \end{pmatrix}, \ A_3 = I_2 \otimes S_3 = \begin{pmatrix} S_3 & 0 \\ 0 & S_3 \end{pmatrix}.$
$\eta_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, I_4 = \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix}$
$K = \eta_1 \otimes I_4 = \begin{pmatrix} 0 & I_4 \\ -I_4 & 0 \end{pmatrix}$

Fonte: Elaboração dos autores.

TABELA 3: REPRESENTAÇÕES MATRICIAIS.

Representações Matriciais para os Quaternions de Fibonacci
$$Q_n = F_n.S_0 + F_{n+1}.S_1 + F_{n+2}.S_2 + F_{n+3}.S_3 = \begin{pmatrix} F_n & F_{n+1} & F_{n+2} & F_{n+3} \\ -F_{n+1} & F_n & -F_{n+3} & F_{n+2} \\ -F_{n+2} & F_{n+3} & F_n & -F_{n+1} \\ -F_{n+3} & -F_{n+2} & F_{n+1} & F_n \end{pmatrix}.$$
$$R_n = C_n.S_0 + C_{n+1}.S_1 + C_{n+2}.S_2 + C_{n+3}.S_3 = \begin{pmatrix} C_n & C_{n+1} & C_{n+2} & C_{n+3} \\ -C_{n+1} & C_n & -C_{n+3} & C_{n+2} \\ -C_{n+2} & C_{n+3} & C_n & -C_{n+1} \\ -C_{n+3} & -C_{n+2} & C_{n+1} & C_n \end{pmatrix}.$$
$$R_n = (F_n + KF_{n+1})A_0 + (F_{n+1} + KF_{n+2})A_1 + (F_{n+2} + KF_{n+3})A_2 + (F_{n+3} + KF_{n+4})A_3 =$$ $$= \begin{pmatrix} F_n & F_{n+1} & F_{n+2} & F_{n+3} & F_{n+1} & F_{n+2} & F_{n+3} & F_{n+4} \\ -F_{n+1} & F_n & -F_{n+3} & F_{n+2} & -F_{n+2} & F_{n+1} & -F_{n+4} & F_{n+3} \\ -F_{n+2} & F_{n+3} & F_n & -F_{n+1} & -F_{n+3} & F_{n+4} & F_{n+1} & -F_{n+2} \\ -F_{n+3} & -F_{n+2} & F_{n+1} & F_n & -F_{n+4} & -F_{n+3} & F_{n+2} & F_{n+1} \\ -F_{n+1} & -F_{n+2} & -F_{n+3} & -F_{n+4} & F_n & F_{n+1} & F_{n+2} & F_{n+3} \\ F_{n+2} & -F_{n+1} & F_{n+4} & -F_{n+3} & -F_{n+1} & F_n & -F_{n+3} & F_{n+2} \\ F_{n+3} & -F_{n+4} & -F_{n+1} & F_{n+2} & -F_{n+2} & F_{n+3} & F_n & -F_{n+1} \\ F_{n+4} & F_{n+3} & -F_{n+2} & -F_{n+1} & -F_{n+3} & -F_{n+2} & F_{n+1} & F_n \end{pmatrix}.$$

Fonte: Elaboração dos autores.

A seguir, os dados coletados serão discutidos de modo a apresentar os resultados relevantes que evidenciam o processo histórico-evolutivo da sequência generalizada de Fibonacci no viés epistemológico-matemático.

RESULTADOS E ANÁLISES

Ao estudar as representações complexas inerentes ao modelo de Fibonacci, são observadas duas abordagens: bidimensionais e quadridimensionais. Primeiramente, há uma evolução notacional do termo de Fibonacci através dos números gaussianos de

Fibonacci com as seguintes formas algébricas: $Gf_n = f_n + f_{n-1}i$ desde que $Gf_0 = i$ e $Gf_1 = 1$ e $Gf_n = f_n + f_{n+1}i$ para $Gf_0 = i$ e $Gf_1 = 1 + i$.

À vista disso, ao considerar a inserção de duas variáveis e da unidade imaginária *i* na recorrência unidimensional $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$, $\forall\ n \in \mathbb{N}$, obtém-se duas recursividades bidimensionais: $G(n+2,\ m) = G(n+1, m) + G(n, m)$ e $G(n, m+2) = G(n, m+1) + G(n, m)$, assim sendo, são gerados os números bidimensionais na forma $G(n,m) = f_n f_{m+1} + f_{n+1} f_m i$. Além do mais, com inserção de três componentes imaginárias, no espaço de quatro dimensões, são gerados os números quaterniônicos na forma algébrica $Q_n = F_n + F_{n+1}e_1 + F_{n+2}e_2 + F_{n+3}e_3$.

TABELA 4: EQUAÇÕES QUATERNIÔNICAS.

Equações para Matrizes Quaterniônicas de Fibonacci
(I) $\begin{cases} Q_n = F_n.S_0 + F_{n+1}.S_1 + F_{n+2}.S_2 + F_{n+3}.S_3 \\ Q_{-n} = F_{-n}.S_0 + F_{-n+1}.S_1 + F_{-n+2}.S_2 + F_{-n+3}.S_3 \\ R_n = C_n.S_0 + C_{n+1}.S_1 + C_{n+2}.S_2 + C_{n+3}.S_3 \\ R_{-n} = C_{-n}.S_0 + C_{-n+1}.S_1 + C_{-n+2}.S_2 + C_{-n+3}.S_3 \end{cases}$
$(II)\ \begin{cases} R_n = (F_n + KF_{n+1})A_0 + (F_{n+1} + KF_{n+2})A_1 + (F_{n+2} + KF_{n+3})A_2 + (F_{n+3} + KF_{n+4})A_3 \\ R_{-n} = (F_{-n} + KF_{-n+1})A_0 + (F_{-n+1} + KF_{-n+2})A_1 + (F_{-n+2} + KF_{-n+3})A_2 + (F_{-n+3} + KF_{-n+4})A_3. \end{cases}$

Fonte: Elaboração dos autores.

Ademais, os Quaternions e Biquaternions geram matrizes quadradas de ordem 4x4 onde os termos $a_{ij} = -a_{ji}$, possuem $i \neq j$ e $i, j > 0$, onde a_{ij} é a posição dos termos. E, o primeiro índice de "*a*" indica a linha e o segundo designa a coluna da matriz. As equações em (II) geram matrizes quadradas de ordem 8x8 que podem ser representadas simplificadamente como: $R_n = \begin{pmatrix} Q_n & Q'_n \\ -Q'_n & Q_n \end{pmatrix}$ e $R_{-n} = (-1)^n . \begin{pmatrix} Q_{-n} & -Q'_{-n} \\ Q'_{-n} & Q_{-n} \end{pmatrix}$, onde se pode verificar que $a_{ij} = -a_{ji}$. Logo, o traço das matrizes (soma de seus elementos da diagonal principal) é, respectivamente, igual a $4.F_n$, $4.C_n$, $8.F_n$, $-4.F_n$, $4.(-F_n + iF_{n-1})$ e $-8.F_n$.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao decorrer desta pesquisa, pode-se compreender que as relações complexas bidimensionais e quaterniônicas denotam um processo de evolução da sequência generalizada de Fibonacci, a qual, inicialmente, permite a representação geométrica de seus termos na reta real. Além do mais, os números complexos e hipercomplexos, ou seja, os gaussianos e os quaternions, direcionam a uma abordagem matricial e vetorial do modelo de Fibonacci.

Assim sendo, essas propriedades matemáticas emergentes da complexificação da SF concretizam, além da ampliação do acervo da Matemática Pura, a expansão da literatura pertinente aos compêndios da HM. Esse fato é negligenciado, muitas vezes, pelo viés histórico descrito nos livros clássicos de HM adotados nos cursos de Licenciatura em Matemática. Portanto, a abordagem apresentada neste trabalho oportuniza, assumindo os pressupostos da ED (didática, cognição e epistemologia), o desenvolvimento de uma concepção epistemológico-matemática, quanto a se fazer HM, do professor de Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. **Engenharia didática: evolução e diversidade.** Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem., Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012.

ARTIGUE, M. Ingeniería didáctica. In: ARTIGUE, M., DOUADY, R., MORENO, L. (org.). GÓMEZ, P. (Ed.). **Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.** Bogotá: una empresa docente & Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V., 1995, p. 33-59.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** Tradução: Elza F. Gomide. 2 ed. São Paulo: Ed Edgard Blücher, 2006.

ESTRADA, M. F. et al. **História da Matemática.** Lisboa: Universidade Aberta, 2000.

EVES, H. Introdução à **História da Matemática.** Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas – SP: Editora Unicamp, 2004.

GOULD, H. W. **A history of the Fibonacci q-matrix and a higher-dimensional problem.** The Fibonacci Quarterly, v. 19, n. 3, p. 250-257, 1981.

HALICI, S. **On Fibonacci Quaternions.** Adv. Appl. Clifford Algebras, 22(2), 321-327, 2012.

HALICI, S. **On Complex Fibonacci Quaternions.** Adv. Appl. Clifford Algebras, 23, 105-112, 2013.

HARMAN, C. J. **Complex Fibonacci Numbers.** The Fibonacci Quarterly, 19, p. 82 – 86, 1981.

JORDAN, J. H. **Gaussian Fibonacci and Lucas Numbers.** The Fibonacci Quarterly, v. 3, n. 4, p. 315–318, 1965.

OLIVEIRA, R. R. **Engenharia Didática sobre o Modelo de Complexificação da Sequência Generalizada de Fibonacci: Relações Recorrentes n-Dimensionais e Representações Polinomiais e Matriciais**. Dissertação de Mestrado Acadêmico – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PGECM do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE. Fortaleza: IFCE, 2018. Disponível em: <http://pgecm.fortaleza.ifce.edu.br/apresentacao-do-programa/>

OLIVEIRA, R. R.; ALVES, F. R. V.; PAIVA, R. E. B. **Identidades bi e tridimensionais para os números de Fibonacci na forma complexa.** REVISTA ELETRÔNICA PAULISTA DE MATEMÁTICA, v. 11ic, p. 91-106, 2017.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

POMMER, W. M.. **A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares.** São Paulo, 2013. Disponível em: http://stoa.usp.br/wmpommer/files/3915/20692/Livro+Eng%C2%AA+Did%C3%A1tica+2013.pdf . Acessado em: 03/03/2017.

SANTOS, A. A. **Engenharia Didática sobre o estudo e ensino da Fórmula de Binet como modelo de generalização e extensão da sequência de Fibonacci.** Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PGECM do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE. Fortaleza: IFCE, 2017, 162p. Disponível em: <http://pgecm.fortaleza.ifce.edu.br/apresentacao-do-programa/>

ISSN 2236-4102

O DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNESP-RIO CLARO/SP E O PROGRAMA DE MESTRADO EM MATEMÁTICA, COM ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA
uma investigação inicial de sua criação

Carlos Roberto de Moraes[232]
Angelica Raiz Calabria[233]

RESUMO

O presente trabalho tem por finalidade acrescentar informações à História da Matemática do Brasil e é a continuação de uma pesquisa sobre a professora Eurides Alves de Oliveira (1928-2010), na qual procuramos relatar uma breve biografia e suas principais contribuições ao Departamento de Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), campus de Rio Claro. Num primeiro momento, neste estudo biográfico, destacamos desta professora sua carreira acadêmica e sua relação com seus alunos de graduação e pós-graduação, por meio de depoimentos. Entretanto, o foco deste trabalho, desta vez, está em complementar a história do Departamento de Matemática que ora mencionamos, por meio da apresentação de como foi a criação de um programa de pós-graduação que existiu em tal departamento. Este programa consistia no Programa de Mestrado em Matemática, com área de concentração em Fundamentos da Matemática, que foi instituído em 1983 e extinto em 1995. Neste programa, a professora Eurides atuou como docente e orientou alguns alunos e, também, colaborou com sua criação. Para obter tais informações, recorremos a entrevistas com os alunos que fizeram parte deste programa, quando ativo, bem como os professores cadastrados. Nesta perspectiva, apresentaremos um breve histórico do Departamento de Matemática, buscando destacar a criação deste curso de pós-graduação articulando com as informações contidas na breve biografia da professora Eurides e outras referências constatadas sobre o programa.

Palavras-chave: História da Matemática do Brasil. Eurides. Departamento de Matemática. Pós-Graduação. Fundamentos da Matemática.

[232] Centro Universitário da Fundação Herminío Ometto (UNIARARAS). carlosmoraes@fho.edu.br.
[233] Centro Universitário da Fundação Herminío Ometto (UNIARARAS). angelica@fho.edu.br

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa está relacionada com a área de História da Matemática do Brasil, a qual teve início na década de 1990, especificamente com o trabalho de doutorado[234] de Clóvis Pereira da Silva e com o retorno de alguns pesquisadores que estavam realizando doutorado no exterior com trabalhos referentes a área de História da Matemática, o que resultou no reconhecimento desta área como campo de investigação (NOBRE, 2007). Neste sentido, pretendemos acrescentar informações a esta área, visto que esta pesquisa teve início com um estudo biográfico sobre a professora Eurides Alves de Oliveira, no qual destacamos, nesta trajetória, as suas contribuições ao Departamento de Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), do campus de Rio Claro/SP, e, também, a sua relevância para a formação de seus alunos de graduação e pós-graduação.

Desta forma, nosso trabalho inicial se constituiu em uma investigação que abordasse o tema biografias, um dos grandes temas que envolvem os estudos de investigações historiográficas. O nosso propósito foi o de tornar evidente no âmbito da História da Matemática brasileira personagens que participaram de fatos considerados históricos ou que contribuíram expressivamente para que tal fato acontecesse. Ou ainda, estas personagens fizeram parte da formação de algum indivíduo de forma peculiar, ou participou na criação de instituições e departamentos.

Assim, dissertamos sobre a professora Eurides Alves de Oliveira, que trabalhou no Departamento de Matemática da UNESP – campus de Rio Claro/SP, uma pessoa detentora de vasta sabedoria e que contribuiu de maneira relevante no curso de graduação e pós-graduação, que havia na época, principalmente com relação às orientações de seus alunos.

Neste momento, a proposta de trabalho que ora apresentamos, tem a intenção de prosseguir com a descrição de alguns traços históricos sobre a criação do programa de pós-graduação do Departamento de Matemática da UNESP-Rio Claro/SP. Tal

[234] Doutorado em História da Ciência, orientado por Shozo Motoyama, em 1989, pela Universidade de São Paulo (USP). Título da tese: Uma História do Desenvolvimento da Matemática Superior no Brasil, de 1810 a 1920.

programa era de Mestrado em Matemática, com área de concentração em Fundamentos da Matemática, instituído em 15 de julho de 1983 e que, posteriormente, foi extinto em 29 de agosto de 1995. E destacamos a professora Eurides como uma das protagonistas desta breve descrição histórica, por ter sido subcoordenadora e docente deste programa, orientando alguns alunos e, também, por ter sido chefe do departamento na época de sua criação e que, ainda sob investigação, buscamos constatar sua possível contribuição para tal efetivação.

Além disso, destacaremos os outros professores que estavam credenciados neste programa, dentre os quais estão presentes professores de outras instituições, neste caso, a Universidade de São Paulo (USP). Outro destaque, será o de evidenciar os alunos que concluíram suas dissertações no período de atividades do programa. Porém, a convalidação de estudos e validação dos títulos foi reconhecida após 15 anos da extinção do programa.

Portanto, decidimos destacar a criação deste programa de pós-graduação para agregar informações à história do Departamento de Matemática da UNESP – Rio Claro/SP. Para tanto, nas próximas subseções, apresentaremos uma breve biografia da professora Eurides e, sucintamente, a história do Departamento de Matemática.

Breve Biografia da professora Eurides Alves de Oliveira (1928-2010)

Eurides Alves de Oliveira, filha de Euclides Alves de Oliveira e Virgínia Mattos Oliveira, nasceu em 26 de outubro de 1928, na cidade de São Carlos, interior de São Paulo. É graduada em Licenciatura e Bacharelado em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade Católica de Campinas (hoje, Pontifícia Universidade Católica (PUC-Campinas)), formando-se em tais cursos no ano de 1955.

Após concluir a graduação, atuou como professora do Ensino Básico, na época, denominada como professora secundária, na cidade de Campinas. Neste período, acontecia o Movimento da Matemática Moderna e, em virtude deste fato, a Secretaria da Educação sugeriu que os professores realizassem alguns cursos e financiou a ida

destes professores a São Paulo. Um deles foi a professora Eurides, quem realizou o curso em Teoria dos Conjuntos, Lógica e Álgebra. Porém, acreditava ser muito pouco a realização destes cursos e segundo esta própria professora, em entrevista[235], relatou que, por meio de uma sugestão do professor Ubiratan D'Ambrosio, veio a Rio Claro para estudar Lógica com o professor Mário Tourasse Teixeira (1925-1993), docente do Departamento de Matemática da Faculdade de Filosofia de Ciências e Letras de Rio Claro (FFCL-Rio Claro)[236]. No início, professora Eurides participava de seminários e, posteriormente, este departamento necessitou de professores e foi convidada a fazer parte do quadro docente.

Deste modo, de acordo com o seu Prontuário (s/d), a professora Eurides iniciou sua carreira docente na FFCL-Rio Claro como Assistente da Cadeira de Álgebra, no período de 1964 a 1966. Em seguida, de 1966 a 1968, passou a instrutora da Cadeira de Álgebra Moderna. Apesar de estar assumindo este cargo no Ensino Superior, continuou vinculada aos grupos escolares ginasiais, no entanto, em 26 de agosto de 1964 foi autorizado seu afastamento do Ginásio Estadual "Luiz Martini", situado na cidade de Mogi Guaçu, com a intenção de ficar à disposição à FFCL-Rio Claro. Este afastamento foi prorrogado até 31 de dezembro de 1965, estendendo-se por mais um ano, porém, de outro grupo escolar, o Ginásio Estadual de Vinhedo. Esses afastamentos foram sendo prorrogados até fevereiro de 1977, quando a referida professora é declarada estável como professora universitária junto ao Departamento de Matemática e Estatística do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da UNESP-Rio Claro, exonerando do seu cargo no magistério secundário.

Contudo, antes de ser considerada professora estável, realizou os estudos necessários para obter o grau de doutor. E, constatamos em seu prontuário, especificamente na data de 04 de abril de 1973, a seguinte informação

> [...] Aprova-se a constituição da seguinte Banca Examinadora para defesa de tese de doutoramento a que submeterá EURIDES ALVES DE OLIVEIRA – na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro

[235] Esta entrevista foi realizada pelo autor deste trabalho com a finalidade de obter informações para seu doutorado, já concluído.

[236] Na época em que a professora Eurides ingressou no Departamento de Matemática, este pertencia a FFCL de Rio Claro. Porém, em 1976, foi criada a Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", incorporando esta faculdade.

> Doutores: Mário Tourasse Teixeira, Edison Farah, Jacob Zimbarg Sobrinho, Benedito Castrucci e Newton Carneiro Afonso da Costa – Suplentes: Ubiratan D'Ambrozzio e Gilberto Francisco Loibel (PRONTUÁRIO, s/d, s/p).

Em 09 de outubro de 1973, foi homologado o resultado da defesa de tese, intitulada "Universos ordenados", em Ciências pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro.

Além de atuar como docente, a professora Eurides também ocupou alguns cargos administrativos no Departamento de Matemática, dentre eles destacamos a chefia deste departamento nos anos de 1975/1976 e 1985/1986 e foi subcoordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação, na área de concentração em Fundamentos da Matemática nos anos de 1989/1990 e 1991/1992. Permaneceu neste Departamento, como professora, até a data de sua aposentadoria em 04 de dezembro de 1992. E sua trajetória de vida se encerra com seu falecimento em 19 de junho de 2010.

Nesta perspectiva, buscamos apresentar, parcialmente, a trajetória de vida da professora Eurides, para expor suas atribuições dentro do Departamento de Matemática, com a intenção de considera-la como personagem da história de tal departamento.

Descrições históricas sobre o Departamento de Matemática da UNESP – Rio Claro/SP: o Programa de Mestrado em Matemática, área de concentração em Fundamentos da Matemática

O Departamento de Matemática da UNESP-Rio Claro foi criado junto com a inauguração da FFCL-Rio Claro, em 1958. Para a constituição deste departamento e a estruturação do curso de Matemática, foi convidado, pelo diretor João Dias da Silveira, o professor Nelson Onuchic (1926-1999), que na época, era professor do Departamento de Matemática do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Mauro (1999) nos afirma que este professor fez a composição do primeiro quadro docente do Departamento de Matemática de Rio Claro, que incialmente foi formado por cinco docentes, a saber: o próprio professor Nelson (cadeira de Álgebra Moderna e Análise

Matemática), o professor Heitor Gurgulino de Souza (cadeira de Física Geral e Experimental), o professor Mário Tourasse Teixeira (cadeira de Geometria Analítica e Projetiva), a professora Júnia Borges Botelho (instrutora de ensino da cadeira de Álgebra Moderna) e a professora Lourdes de la Rosa Onuchic (esposa do professor Nelson e auxiliar de ensino da cadeira de Álgebra Moderna). Este grupo de professores

> [...] além de ficarem responsáveis pela organização e elaboração dos trabalhos do curso, supririam a necessidade das disciplinas constantes do primeiro ano. A partir dos anos seguintes, o quadro docente seria ampliado com a contratação de professores catedráticos e assistentes, também de acordo com as disciplinas do currículo (MAURO, 1999, p. 108).

Ainda de acordo com Mauro (1999), após a composição deste quadro docente e as matrículas dos primeiros alunos, organizou-se a primeira turma do curso de Matemática na modalidade em licenciatura, em 1959. E, a partir da segunda turma, começaram a ser contratados novos professores e dentre eles destacaremos, novamente, a professora Eurides Alves de Oliveira, que iniciou sua história no Departamento de Matemática de Rio Claro por meio de sua contratação no ano de 1964. Esta professora também fez parte do primeiro quadro docente da modalidade de bacharelado em Matemática deste departamento, que iniciou em 1976.

Com relação ao surgimento de um curso de pós-graduação neste departamento, o qual é objeto de estudo desta investigação, iniciou uma proposta, em 1979, entre os professores, que cogitavam a organização de um programa relacionado ao Ensino de Matemática (MAURO, 1999). Assim, de acordo com esta autora, em 1981, foi elaborada tal proposta, que sugeria a instituição do Programa de Pós-Graduação em Matemática, com áreas de concentração em Ensino de Matemática e Fundamentos de Matemática, em nível de mestrado. A autorização para o funcionamento deste programa deu-se através da Resolução UNESP, n. 29, de 15 de julho de 1983, tendo sua primeira turma iniciado em março de 1984 (MINISTÉRIO, 2010).

Mauro (1999) nos relata que um dos motivos da escolha da área ter sido Fundamentos da Matemática foi pelo fato de existir, na época, três docentes que trabalhavam na área de Lógica Matemática, a qual não possuía destaque dentro dos Departamentos de Matemática das outras universidades. E os professores do

Departamento de Matemática da UNESP-Rio Claro que atuavam em Fundamentos da Matemática, eram: o professor Mário Tourasse Teixeira, o professor Irineu Bicudo e a professora Eurides Alves de Oliveira. Estes foram os professores que foram credenciados neste programa de pós-graduação junto com a colaboração de professores de outras áreas e, também, de outras universidades. Contudo, este programa de mestrado foi extinto, permanecendo ativo de 1984 a 1995. Durante este breve período houve uma relevante constituição de trabalhos, sendo elaboradas doze dissertações.

Posteriormente, em 1986, reformulou-se o curso de pós-graduação em Matemática e passou a funcionar, desde então, o curso de pós-graduação em Educação Matemática, com área de concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos, em nível de mestrado e, em 1993, iniciou o doutorado (MAURO, 1999). Além desse curso de pós-graduação, o departamento, atualmente, também possui o Programa em Matemática Profissional (PROFMAT) e o Programa de Pós-Graduação em Matemática, em nível de mestrado profissional, criado em 2008.

Assim, finalizamos este tópico, apresentando uma breve biografia da professora Eurides e a destacando no meio da trajetória da criação do Departamento de Matemática da UNESP-Rio Clao/SP, com a finalidade de constatar se esta professora colaborou com tal trajetória através da instituição de um programa de Mestrado, do qual foi subcoordenadora e, também, docente e orientadora. Nas próximas seções, especificaremos a estrutura de nosso trabalho e as principais propostas de nossa pesquisa.

FUNDAMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

Revisão de Literatura e/ou quadro teórico e Metodologia

Num primeiro momento, temos como fundamentação teórica textos e trabalhos relacionados ao tema Biografias e a importância deste tema para a área de História da

Matemática do Brasil, visto que é um gênero que se encontra inexplorado neste campo de investigação. Por este motivo, iniciamos nosso trabalho realizando um estudo biográfico da professora Eurides, principal objeto da pesquisa, para que pudéssemos mudar essa carência de biografias.

Esta falta de informações sobre biografias também pode ser constatada em Calabria (2015), quando retrata um trecho da tese de doutorado de Baraldi (2003), na qual relata que há uma escassez de informações sobre professores que fizeram parte de determinados contextos peculiares à vida de alguém. Assim, as informações de tais pessoas ou personagens, muitas vezes, aparecem em simples notas de rodapé ou então nem existe.

Assim, para a escrita de tal biografia, inicialmente, nos baseamos em alguns aspectos apresentados por Borges (2008), na qual esta autora descreve vários tipos de biografias e enfatizamos aquela que relaciona a biografia e seus casos extremos, na qual considera “o personagem não representativo, singular para sua época” (BORGES, 2008, p. 214); citando como exemplo o personagem Menocchio, de O queijo e os vermes, obra do historiador italiano Carlo Guinzburg, quem iniciou a chamada micro-história. Quando descrevemos a trajetória da professora Eurides, de maneira semelhante, adotamos a proposta da micro-história, considerada uma nova perspectiva para a História, a qual é analisar modestas realidades a partir da trajetória de vida de determinado indivíduo, isto é, fazer como Carlo Guinzburg fez com o seu personagem Menocchio, o colocou em evidência no contexto de sua história, fazendo-o aparecer e o tornando protagonista. Portanto, situamos a professora Eurides no contexto do Departamento de Matemática, por meio de um dos elementos que fizeram parte da história deste departamento, o qual foi a criação do Programa de Mestrado, com área de concentração em Fundamentos da Matemática.

Desta forma, esta proposta de trabalho, ainda, continua com o foco em acrescentar informações a área de História da Matemática do Brasil, contudo, faremos isto descrevendo um dos aspectos que consideramos relevante à história do Departamento de Matemática da UNESP – Rio Claro/SP, que foi a instituição do programa de pós-graduação, citado anteriormente. No que diz respeito aos aspectos metodológicos, tomaremos como base documentos e depoimentos dos personagens

envolvidos no processo de criação deste programa, buscando, através dessas informações, obter uma relevante descrição desse processo, o qual podemos relacionar, novamente, com a ideia de micro-história, ou seja, tornar significativo aquilo que não tem muita expressão.

RESULTADOS PARCIAIS

Esta investigação encontra-se em sua fase inicial e é a continuação do estudo biográfico da professora Eurides Alves de Oliveira, uma das protagonistas da história do Departamento de Matemática de Rio Claro/SP. Todavia, destacaremos, agora, os fatos que ocasionaram a criação de um curso de pós-graduação, já extinto, o qual pertenceu a este departamento e que esta professora fez parte do quadro docente credenciado neste programa.

Ao decidirmos realizar esta pesquisa tivemos como ideia preliminar procurar documentos oficiais que relatassem como foi criado e quais seus principais propósitos.

Neste sentido, foi encontrado um documento, o qual é um parecer, que relata a convalidação de estudos e validação nacional dos títulos obtidos neste curso de pós-graduação em nível de mestrado. Com apenas este documento, conseguimos identificar:

- As datas de criação e extinção, que são, respectivamente, 15 de julho de 1983 e 29 de agosto de 1985;
- Os nomes dos alunos que cursaram, neste período, o programa, bem como seus orientadores, título de suas dissertações e os membros da banca examinadora (no total, foram doze alunos que completaram seus estudos e elaboraram suas dissertações);
- Os professores credenciados no programa, destacando que haviam professores que não possuíam vínculo com a UNESP, porém, participavam do programa como professores colaboradores (no total, foram credenciados vinte professores, dentre os quais seis eram os colaboradores).

Por meio deste documento, podemos dizer, que conseguimos informações satisfatórias para podermos elaborar a descrição da criação do programa de pós-graduação e a relevância que teve para a história do Departamento de Matemática da UNESP-Rio Claro/SP.

Assim, realizaremos entrevistas com os alunos e docentes credenciados e constatados neste parecer, com a finalidade de compormos o que foi o Programa de Mestrado em Matemática, com área de Fundamentos de Matemática da UNESP-Rio Claro/SP, e as causas de sua extinção e, também, investigar os motivos de ter sido convalidado os estudos e validado os títulos dos alunos somente 15 após sua extinção.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho, retomando aos apontamentos já citados, tem como finalidade acrescentar informações ao campo de investigação de História da Matemática do Brasil por meio da descrição dos fatos que ocasionaram a criação do curso de pós-graduação em nível de mestrado, com área de concentração em Fundamentos da Matemática, que pertenceu ao Departamento de Matemática da UNESP-Rio Claro/SP. Este programa não existe mais, porém teve como docente credenciada a professora Eurides Alves de Oliveira, proposta inicial de nossa pesquisa, a qual deu continuidade para este trabalho. Esta professora foi subcoordenadora deste programa e contribuiu para sua criação.

Deste modo, argumentamos que esta pesquisa se encontra em andamento e evidenciamos seus resultados parciais, os quais serão complementados com as entrevistas dos alunos e professores que fizeram parte deste programa.

Assim, nosso principal objetivo é apresentar esta investigação finalizada, com a descrição da história do Programa de Mestrado, no XIII Seminário Nacional de História da Matemática e, desta forma, podemos dizer que, após concluído e apresentado este trabalho, contribuímos na complementação de parte da história do Departamento de Matemática da UNESP-Rio Claro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORGES, V.P. Fontes Biográficas: grandezas e misérias da biografia. In: Fontes Históricas. Carla Bassanezi Pinsky (org.). 2ª edição. São Paulo: Contexto, 2008.

CALABRIA, A. R. Francisco Antonio Lacaz Netto (1911-1991): um estudo biográfico. Tese (doutorado). 205f. Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Unesp – Rio Claro. 2015.

MAURO, S. A História da Faculdade de Filosofia de Ciências e Letras de Rio Claro e suas contribuições para o movimento de Educação Matemática. Dissertação (mestrado). 159f. Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Unesp – Rio Claro. 1999.

MINISTÉRIO da Educação / Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CES N. 31/2010: convalidação de estudos e validação nacional dos títulos obtidos no curso de Mestrado em Educação, área de concentração em Fundamentos da Matemática, ministrado pela Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho (UNESP). Brasília: 2010

NOBRE, S. R. Ubiratan D'Ambrosio e o movimento científico e institucional da História da Matemática no Brasil. In: Ubiratan D'Ambrosio: conversas, memórias, vida acadêmica, orientandos, educação matemática, etnomatemática, história da matemática, inventário sumário do arquivo
pessoal. Wagner Rodrigues Valente (org.). São Paulo: Annablume; Brasília: CNPq, 2007.

PRONTUÁRIO Funcional – EURIDES ALVES DE OLIVEIRA – Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro. Sem data. Sem paginação.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

O ESTUDO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS INCORPORADOS NO MANUSEIO DA BALHESTILHA INSERIDA NO DOCUMENTO CHRONOGRAPHIA, REPORTORIO DOS TEMPOS...(1603)

Antonia Naiara de Sousa Batista [237]
Ana Carolina Costa Pereira [238]

RESUMO

Nos últimos anos é crescente a produção de pesquisas que visam aproximar a história da matemática do ensino de matemática. Muitas delas apresentam estudos teóricos, ensaios e proposta de aplicação da história da matemática na Educação Básica. Desta forma, viu-se na construção da interface a possibilidade de articular essas duas esferas de conhecimento, a educação matemática e a história da matemática, sendo está última pautada em uma perspectiva historiografia atualizada. Nesse estudo fizemos uso de um instrumento matemático, conhecido por balhestilha ou radio astronômico, inserido no documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*(1603), destinado para realizar observações na navegação e na astronomia. Esse estudo se trata de um recorte de uma dissertação, e no presente momento visa apresentar um breve estudo dos conhecimentos matemáticos incorporados no manuseio da balhestilha, que podem vir a se tornar potencialmente didático para a exploração de conhecimentos matemáticos. Baseamos esta pesquisa na construção da interface, no qual foi realizado em outro trabalho os dois movimentos necessários dentro desse processo, como o movimento do pensamento da formação do conceito matemático e contexto no qual os conceitos matemáticos foram desenvolvidos, para que no momento seguinte se pudesse construir uma atividade. Essa atividade foi proposta dentro de um curso de extensão universitária, e foi baseada em três etapas, sendo, o tratamento didático do documento, intencionalidade e plano de ação, e o desenvolvimento. A atividade visava encontrar possíveis potenciais didáticos para a construção de conhecimentos matemáticos. No decorrer do curso os discentes destacaram mais rapidamente conhecimentos matemáticos que estavam presentes no manuseio do instrumento, como o estudo de triângulos e ângulos. Assim, esse estudo tem o intuito de contribuir para os estudos que vem apoiando o uso de estratégias e

[237] Universidade Estadual do Ceará (UECE). naiara.batista@uece.br
[238] Universidade Estadual do Ceará (UECE). carolina.pereira@uece.br

recursos fornecido pela história da matemática, pautados em uma perceptiva historiográfica atualizada, sob a concepção de construção da interface, que vise proporcionar a construção de conhecimentos matemáticos.

Palavras-chave: Interface. Ensino de matemática. História da matemática. Balhestilha. Conhecimentos matemáticos.

INTRODUÇÃO

São diversos os autores que desenvolvem pesquisas com o intuito de aproximar dois campos de conhecimentos, entre eles, a história da matemática e a educação matemática. Dentre esses pesquisadores pode-se destacar Chaquiam (2017), Miguel e Miorim (2008), Mendes (2009), Fossa (2012), Fauvel e Maanen (2002), entre outros.

Alguns deles apresentam estudos teóricos acerca do uso da história da matemática na sala de aula, outros visam apresentar propostas de como inseri-la no ensino de matemática, e outros tantos mostram algumas aplicações da história da matemática no campo da educação matemática.

Baroni, Texeira e Nobre (2004) deixam claro que essa tentativa de unir a história da matemática com o ensino de matemática, teve início por volta dos anos 70 e 80, e no caminhar até século XXI foi crescendo o número de pesquisas envolvendo essa temática. No entanto, os autores ressaltam que a maior parte desses trabalhos apresentam reflexões e experiências sobre o uso da história da matemática no ensino e listam um serie de argumentos a favor do seu uso em sala de aula, mas não deixam claro um consenso sobre essas ideias, e, além disso, ressaltam a carência de bases mais sólidas para esses estudos.

Desta forma vimos na proposta do grupo de pesquisa de História e Epistemologia na Educação Matemática (HEEMa) coordenado pelo Prof. Dr. Fumikazu Saito, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC - SP) e pela Profa. Dra. Marisa da Silva Dias, da Universidade Estadual Paulista (UNESP), a possibilidade de aproximar a história da matemática do ensino de matemática, de maneira a articular essa história da matemática pautada em uma perspectiva historiográfica atualizada, visando a construção de uma interface, proposta pelo grupo de pesquisa.

Desta forma tomou-se como objeto de estudo nesta pesquisa um instrumento matemático[239] bastante usado entre os séculos XIV e XVIII, denominado por balhestilha ou radio astronômico, que se encontra exposto no documento redigido por Figueiredo (1568-1622), intitulado *Chronographia, Reportorio dos Tempos...,* publicado em 1603.

Assim, este estudo é um recorte de uma dissertação[240] de mestrado, e que tem por intuito no momento, apresentar um breve estudo dos conhecimentos matemáticos incorporados no manuseio da balhestilha, em especial, sobre triângulos, que podem vir a se tornar potencialmente didáticos para a exploração desse e de outros conhecimentos matemáticos.

APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Visando aproximar a história da matemática do ensino de matemática, buscou-se na construção da interface proposta por Saito e Dias (2013), a possibilidade de promover o ensino de conhecimentos matemáticos de maneira significativa.

Para articular a história da matemática dentro da construção de interface, apoiou-se em uma perspectiva historiográfica atualizada[241], que segundo Saito (2015, p. 27) “a (re)construção histórica, dessa maneira, procura partir do passado em direção ao presente na medida que é a partir de um acontecimento do passado que se deve entender o presente, e não o contrário”.

A partir do momento que se articula a história da matemática nessa vertente, inicia-se a realização de dois movimentos dentro da interface que seria o, “contexto no qual os conceitos matemáticos foram desenvolvidos” e “o movimento do pensamento na formação do conceito matemático” (SAITO, DIAS, 2013, p. 92 e 95). Pode-se destacar que esses movimentos foram realizados em um outro trabalho, dito anteriormente.

[239] Segundo Saito (2015, p. 187), os instrumentos matemáticos seriam aqueles que “foram concebidos para medir aquilo que Aristóteles denominava “quantidades” (distâncias e ângulos)”.
[240] Vide: Batista (2018).
[241] Para mais informação sobre as perspectivas historiográficas, tradicional e atualizada vide: Saito (2015), Beltran, Saito e Trindade (2014).

Após a realização desses dois movimentos iniciamos a construção da atividade, a qual pautamos nas três etapas apresentadas por Saito e Dias (2013, p. 101) que são: “1) Tratamento didático do documento; 2) Intencionalidade e plano de ação; e 3) Desenvolvimento”.

O tratamento didático dos textos que apresentam a fabricação e o uso da balhestilha foram de extrema relevância nessa fase, inclusive para a aplicação da atividade, pela questão de compreensão por parte dos discentes em relação as palavras e expressões presentes nos textos. Na visão de Saito e Dias (2011) é através da linguagem e das formas de expressões no texto, que ocorre a revelação de aspectos históricos da geração e disseminação de conhecimentos matemáticos de um determinado período.

Na segunda etapa, segundo Pereira e Saito (2019, p. 5 - 6), “uma vez delineada a intenção pela qual atividade foi elaborada, parte-se para o plano de ação, que consiste em planejar a aplicação das atividades”. Nesse momento, procura-se realizar o planejamento para que tal atividade alcance determinado objetivo dentro do nível de ensino estipulado, que no momento foi, a formação de professores.

E por fim, na terceira etapa, Saito e Dias (2013, p.104) ressaltam que

> Durante o desenvolvimento, como também após, no momento de síntese, os sujeitos podem questionar sobre os conhecimentos, materiais e práticas de uma época. Com isso, é possível observar que o interesse histórico parte dos sujeitos, diferentemente de propostas que inserem várias informações históricas antes de introduzirem um assunto.

Nessa etapa ocorre a aplicação da atividade planejada, através dela pode se perceber questões de ordem matemática, epistemológica ou histórica que emergem do processo de articulação entre os textos, a balhestilha e os discentes. Desta forma, as etapas colaboram entre si para que se possa encontrar potenciais didáticos que nos possibilite a construção de conhecimentos matemáticos, que aparecem prontos nos livros didáticos, de maneira a articular o contexto histórico do conceito com os documentos oficias, como Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A BALHESTILHA E O DOCUMENTO *CHRONOGRAPHIA, REPORTORIO DOS TEMPOS...*

A balhestilha é um instrumento matemático, destinado para medir distâncias angulares e que foi bastante usado entre os séculos XIV e XVIII, para diversas finalidades. Dentre os vários documentos que ela aparece, irá se tratar aqui, da obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...,* publicada em 1603, de autoria de Manoel de Figueiredo (1568-1622), na qual o instrumento aparece com a denominação de balhestilha ou radio astronômico.

Esse documento congrega distintos conhecimentos que estavam dispostos em diversos seguimentos do saber em torno do final do século XVI e início do século XVII, entre eles podemos destacar questões voltadas para o movimento das estrelas, dos planetas, polos, círculos de esfera, entre outros voltados para a astronomia, aspectos voltados para a geografia e astrologia, elementos do calendário, número áureo, período lunares, eclipses, além da discussão sobre o tempo e suas partes, envolvendo questões religiosas e da sagrada escritura.

Ademais é um documento que difere de outras obras intituladas "*Chronographia"*, publicadas em torno do seu período de divulgação, por ter um Livro Sexto, que contém a fabricação e uso de três instrumentos voltados para campos distintos do conhecimento, como o quadrante geométrico destinado para medidas lineares na agrimensura; diferentes tipos de relógios destinados para medir o tempo, sendo as suas construções baseadas nos meridianos, equinócios, círculos máximos, círculo polar, entre outros; e por fim, a balhestilha ou radio astronômico, destinado para observações dos astros em relação à linha do horizonte e para medir a distância entre dois astros, respectivamente (figura 1).

Figura 1 - Balhestilha



Fonte: Figueiredo (1603).

Como podemos ver na figura 1, o instrumento aparentemente é simples, composto por apenas duas peças: o “virote” ou “régua quadrada”, chamada assim por Figueiredo (1603), que é uma vara comprida, com os quatro lados iguais, formada por retângulos; e a “soalha”, “pinacido” ou “pinacidio” também denominada assim pelo autor, que seria um pedaço de madeira de comprimento menor que o virote, com um orifício no seu centro para inserir o virote.

Nesse documento a balhestilha ou radio astronômico como Figueiredo (1603) designa, é voltada para realizar medições na navegação e na astronomia. Todavia a mesma já vinha sendo usada desde o século XIV, na astronomia por Levi ben Gerson[242], com o nome de bastão ou *baculus* (latin). Foi usada também no campo da agrimensura, durante século XVI e XVII, por Leonard Digges[243], Petrus Ramos[244], que a nomeavam como báculo. E assim, esse instrumento permeou por vários campos do saber, chegando até as grandes navegações.

DESENVOLVIMENTO DO CURSO E DA ATIVIDADE

A atividade desenvolvida nesse estudo, aconteceu por meio de um curso de extensão universitária intitulado, “Os conhecimentos matemáticos incorporados na articulação entre a fábrica e o uso da balhestilha, inserida na obra *Chronographia,*

[242] Vide: Goldstein (2011).
[243] Vide: Castillo (2016).
[244] Vide: Pereira e Saito (2019).

Reportorio dos Tempos..., de 1603”, ministrado no período de 23 a 26 de julho de 2018, com carga horária total 20h/a.

Contamos com a presença de onze participantes, sendo seis professores já graduados, cinco pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e um pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (UEVA). A outra parte foi formada por cinco discentes em processo de formação inicial na UECE. Todos compartilhando em comum, o curso de Licenciatura em Matemática.

O curso aconteceu em quatro encontros e todos os discentes se organizaram em grupos. No primeiro encontro foi ministrada a parte teórica, dando ênfase ao contexto no qual o documento, *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* e a balhestilha estavam em inseridos. A partir do segundo encontro, foi dado início a aplicação da atividade, que se dividiu em três momentos.

O primeiro momento, que foi realizado no segundo dia, foi entregue a cada grupo uma balhestilha construída, juntamente com a descrição da fabricação do instrumento, e posteriormente, foi disponibilizada a descrição do uso da balhestilha, para que eles pudessem articular os textos com a manipulação do instrumento, de maneira a elencar diferentes conhecimentos matemáticos que pudessem ser potencialmente didáticos para o ensino de conceitos matemáticos.

O segundo momento que aconteceu no terceiro dia, cada equipe buscou realizar de maneira adaptada, um dos processos de observação mencionados no Livro Sexto, da *Chronographia, Reportorio dos Tempos...,* que seria a medição de um astro em relação a linha do horizonte.

E por fim, o terceiro momento, que ocorreu no quarto dia, sendo a mesma situação executada no segundo momento, porém, em um observatório da UECE, Otto de Alencar, por volta dás 17h30min. Devido ao horário, não se pode usar como referência uma estrela, restando apenas recorrer a lua como o astro no procedimento de medição. Assim esse estudo tem por intuito apresentar parte dos resultados que se pode coletar perante a interação entre os grupos, a balhestilha e os textos.

O ESTUDO DE ALGUNS CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS ENVOLVIDOS NO POSIOCIONAMENTO DE MEDIÇÃO COM A BALHESTILHA

Mediante a aplicação da atividade pode-se perceber inicialmente a dificuldade dos participantes em relação ao manuseio da balhestilha, principalmente, em torno da posição que ela deveria ser colocada. Isso acabou refletindo também em relação ao posicionamento das peças do instrumento, gerando assim, a possibilidade de emergir um possível potencial didático para o ensino de conceitos matemáticos.

Como foi dito anteriormente às peças que compõem a balhestilha são a soalha e o virote e alguns grupos relataram que ao manuseá-las diversos triângulos começavam a ser formados, entre eles, retângulo, retângulo e isóscele, equilátero, isóscele, como pode ser visualizado na figura 2.

Figura 25: Triângulos formados no manuseio da balhestilha



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2018).

Na figura 2 pode-se observar que alguns discentes usam os próprios dedos para indicar que tal parte da soalha, no caso metade dela, já formava um triângulo retângulo com o virote, quando se observa o objeto na vertical. Enquanto outros participantes se utilizam de ferramentas, como o esquadro, que possui um ângulo de 90º, para verificar se a soalha estava perpendicular ao virote, pois segundo o grupo 2 (2008),

> Vimos conceitos de retas perpendiculares e ângulos, onde foi observado na soalha em relação ao virote, e o ângulo seria o campo de visão obtido, que consistia em por o olho na extremidade do virote, apontando para o astro a soalha auxilia e fornece a marcação do ângulo.

Veja que neste momento a partir da manipulação da soalha com o virote começam a emergir o estudo de triângulos e também de ângulos. No caso dos triângulos, os discentes perceberam que a soalha em relação ao virote possui uma relação de perpendicularismo, formando um ângulo de 90º, gerando assim triângulos retângulos. E a soalha em relação ao objeto a ser medido estabelece uma relação de paralelismo.

Os discentes perceberam que os tipos de triângulos podem ser identificados também em relação aos ângulos marcados no virote, pois eles representam o ângulo de visualização do observador em relação a dois pontos estabelecidos. Logo esses três elementos, os raios visuais que saem do olho do observador, o ângulo marcado no virote pela soalha, e a própria soalha, formam diversos tipos de triângulos.

Outros grupos optaram por investigar se o instrumento poderia ser utilizado de outras maneiras, e quais triângulos poderiam aparecer também, como por exemplo, na horizontal, como observa-se na figura 3.

Figura 26: Outros posicionamentos com a balhestilha



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2018).

Na figura 3 nota-se que integrantes do grupo 2 posicionam a balhestilha em cima da mesa, no sentido de verificar se com o virote inclinado, a medida daria certo e quais triângulos seriam formados. O grupo 3, posicionou o instrumento na horizontal, depois na vertical, concluindo que em ambas as maneiras de colocá-la a medição daria certo, pois permanecia-se um triângulo isósceles.

No entanto, o grupo 2 teve dificuldades ao colocar o virote inclinado, sem formar um ângulo de 90º graus com a soalha, pois, o triângulo envolvido no processo de medição passa a não ser mais isósceles e sim escaleno.

Todavia o que se torna potencial nesse processo é poder articular por meio do manuseio da soalha a formação desses triângulos não só a partir dos seus lados, mas também a partir dos ângulos postos no virote, que na verdade, são os ângulos de visualização do observador, de maneira que os discentes consigam ver a empregabilidade deles na articulação do instrumento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na busca pela tentativa de articular a história da matemática com a educação matemática, encontrou-se na construção da interface essa possibilidade, pois a mesma visa articular ambos os campos, sem que um sobreponha o outro. E ainda tem a preocupação com a construção do conhecimento matemático dentro desse processo.

Assim esse estudo visa usar o instrumento, no caso da balhestilha, como um revelador de conhecimentos matemáticos e práticas de um determinado período, ao invés de considerá-lo um mero artefato. Desta forma, a partir dos movimentos propostos dentro da construção da interface, procurou-se construir uma atividade que permita o encontro de possíveis potenciais didáticos.

Portanto, esse estudo procurou mostrar que por meio da atividade proposta dentro do curso, os discentes puderam perceber alguns conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio da balhestilha, principalmente relacionados ao estudo de triângulos e de ângulos, que futuramente, poderão ser explorados como elementos potencialmente didáticos para a construção histórica desses conhecimentos matemáticos ou de outros mais especificamente, no ensino de matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut; TEIXEIRA, Marcos Vieira; NOBRE, Sergio Roberto. A investigação científica em história da matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em educação matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Educação matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez Editora, 2004. p. 164-185.

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhestilha, inserida no documento Chronographia, Reportorio dos Tempos..., aplicado na formação de professores.** 2018. 124 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018.

BELTRAN, Maria Helena Roxo; SAITO, Fumikazu; TRINDADE, Lais dos Santos Pinto. **História da Ciência para formação de professores.** São Paulo: Livraria da Física, 2014. 128 p.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: Mec, 1998.

BRASIL, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ensino Médio. Brasília: Ministério da educação, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/12/BNCC_19dez2018_site.pdf >. Acesso em: dez. 2018.

CASTILLO, Ana Rebeca Marinho. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso do báculo (cross-staff) em A Boke Named Tectonicon de Leonard Digges.** 2016. 121 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Puc, 2016.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaios temáticos:** História da matemática em sala de aula. Belém: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2017. 241 p.

FAUVEL, Jonh; VAN MAANEN, Jan. **History in Mathematics Education:** The ICMI Study. New York/boston/dordrecht/london/moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002.

FIGUEIREDO, Manoel de. **Chronographia Reportorio dos tempos, no qual se contem VI. partes, f. dos tempos:** esphera, cosmographia, e arte da navegação, astrologia rustica, e dos tempos, e pronosticação dos eclipses, cometas, e sementeiras. O calendario Romano, com os eclypses ate 630. E no fim o uso, a fabrica da balhestilha, e quadrante gyometrico, com hum tratado dos relogios. Lisboa. 1603.

FOSSA, John Andrew. **Ensaios sobre a educação Matemática.** 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

GOLDSTEIN, Bernard Raphael. **Levi ben Gerson and the Cross Staff Revisited.** In: Aleph 11, Heft 2/2011, p. 365–383.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica no ensino de matemática.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2009.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática:** Proposta e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. **A reconstrução do báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática.** Revista Cocar, Pará, v. 12, n. 24, p.1-25, 2019 (no prelo).

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. **História e Epistemologia na Educação Matemática:** Histórico do grupo. Disponível em: <https://heemaweb.wordpress.com/>. Acesso em: 07 jul. 2018.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: Uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, São Paulo, v. 19, n. 1, p.89 -111, 2013.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. **História da matemática para professores:** Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011. 63 p.

ISSN 2236-4102

O ESTUDO DE POLIEDROS NA IDADE CONTEMPORÂNEA

João Nazareno Pantoja Corrêa [245]
Pedro Franco de Sá [246]

RESUMO

Neste artigo, tendo em vista a importância da história dos conteúdos matemáticos no ensino de matemática, buscamos oferecer ao docente de matemática uma literatura que busque suprir a demanda no que se refere ao ensino de Poliedros por meio da evolução do desenvolvimento deste conteúdo através dos principais estudiosos que contribuíram com seus trabalhos para sua evolução em ordem cronológica juntamente com seus traços biográficos e suas respectivas contribuições na Idade Contemporânea. Optamos por este período tendo em vista tratarmos de estudos mais recentes e pela grande extensão da linha do tempo do desenvolvimento deste conhecimento, que como verificamos no decorrer de nossa pesquisa, se desenvolve desde o período neolítico até como conhecemos atualmente. Concluirmos que o estudo de poliedros sofreu uma evolução ao longo do tempo, e que a concepção histórica dos conteúdos matemáticos pode nos levar a compreensão mais aprofundada de conhecimentos matemáticos, proporcionando a realização de uma melhor abordagem em sala de aula.

Palavras-chave: História. Matemática. Poliedros. Evolução.

INTRODUÇÃO

A história dos conteúdos matemáticos no ensino de matemática é de grande importância, uma vez que pode favorecer a compreensão e o entendimento de conhecimentos matemáticos na forma de como evoluíram até chegarem como são

[245] Universidade do Estado do Pará (UEPA). E-mail: joaonpcorrea@hotmail.com
[246] Universidade do Estado do Pará (UEPA). E-mail: pedro.franco.sa@gmail.com.

vistos atualmente, como afirma Santos (2009, p. 19), “é importante olhar para o passado para estudar matemática, pois perceber as evoluções das ideias matemáticas observando somente o estado atual dessa ciência não nos dá toda a dimensão das mudanças”.

Nesta perspectiva, apresentamos neste artigo parte da evolução de conteúdos matemáticos que abordam poliedros através da contribuição de estudiosos na idade contemporânea, optamos por este período tendo em vista tratarmos de estudos mais recentes e pela grande extensão da linha do tempo do desenvolvimento deste conhecimento, que como verificamos no decorrer de nossa pesquisa, se desenvolve desde o período neolítico até como conhecemos atualmente.

Com a evolução do tema apresentamos as biografias sintetizadas dos principais estudiosos que contribuíram para o desenvolvimento do tema, procurando construir um texto que demonstre a evolução dos estudos sobre poliedros a partir dos seus trabalhos em ordem cronológica seguindo até as considerações finais.

SÍNTESE BIOGRÁFICA E A CONTRIBUIÇÃO DOS PRINCIPAIS ESTUDIOSOS

Como já mencionado, o tema de poliedros será apresentado por meio dos personagens que irão nos proporcionar uma visão de sua evolução na Idade Contemporânea, seguindo uma ordem cronológica como contribuidores do referido tema no respectivo período temos: Adrien-Marie Legendre, Louis Poinsot, Augustin-Louis Cauchy, Eugène Catalan, Jules Henri Poincaré, David Hilbert, Elon Lages Lima, Ludwig Schläfli, Victor Schlegel, Willem Abraham Wythoff, Jeffrey Miller, Harold Coxeter, Norman Johnson, Victor Zalgaller, Robert Connelly, John Horton Conway, Luisma Escudero e equipe.

O matemático francês Adrien-Marie Legendre, que nasceu na cidade de Paris, em 18 de setembro de 1752, e viveu até o ano de 1833. Foi professor da escola militar de Paris, recebendo em 1782 o Grande Prêmio da Academia de Ciências de Berlim, se tornando membro da Academia de Ciências de Paris no ano seguinte, onde publicou

trabalhos de matemática e física. Em 1788, entrou para a Sociedade Real de Londres, tornando-se membro da Academia de Ciências londrina em 1789.

Legendre, foi o primeiro a demonstrar a relação de Euler, sendo considerada a primeira correta para a preposição (LIMA, 1991), a anunciando da seguinte forma: “Seja S o número de ângulos sólidos de um poliedro, H o número de suas faces, A o número de suas arestas; eu digo que teremos sempre S + H = A + 2” (LEGENDRE, 1817, p. 228, tradução nossa do original em francês).

Logo após, Legendre faz a demonstração da relação de Euler:

> Tome no interior de um poliedro um ponto de onde você leve as linhas retas aos vértices de todos seus ângulos; imagine então que do mesmo ponto, como centro, descrevemos uma superfície esférica que seja encontrada por estas linhas em todos os pontos; junte estes pontos por arcos de grandes círculos, de maneira a formar sobre a superfície da esfera polígonos correspondente e o mesmo número de faces do poliedro; Seja ABCDE um de seus polígonos e seja n o número de seus lados; sua superfície será s – 2n + 4, s será a soma dos ângulos A, B, C, D, E. Se avaliarmos similarmente a superfície de cada um dos outros polígonos esféricos, e que adicionados todos juntos, concluímos que sua soma na superfície da esfera representada por 8, é igual a soma de todos os ângulos dos polígonos menos duas vezes o número de seus lados mais quatro tomado de vezes que ele tem de faces. Ou, como todos os ângulos que se ajustam em torno de um mesmo ponto A vale quatro ângulos retos, a soma de todos os ângulos do polígono é igual a 4 tomados como de vezes que ele tem de ângulos sólidos; ela é feita a 4S. Então o dobro do número de lados AB, BC, CD, etc. é igual ao quádruplo do número de arestas ou = 4A, porque a mesma aresta é lado de duas faces: portanto teremos 8 = 4S – 4A + 4H; onde tomando um quarto de cada membro, 2 = S – A + H; portanto S + H = A + 2. (LEGENDRE, 1817, p. 228-229, tradução nossa do original em francês).

Para obter mais informações sobre a demonstração de Legendre, o leitor poderá consultar o trabalho de Santos (2014) e Costa (2013), os quais abordam com maior aprofundamento os estudos de Legendre sobre a relação de Euler para poliedros.

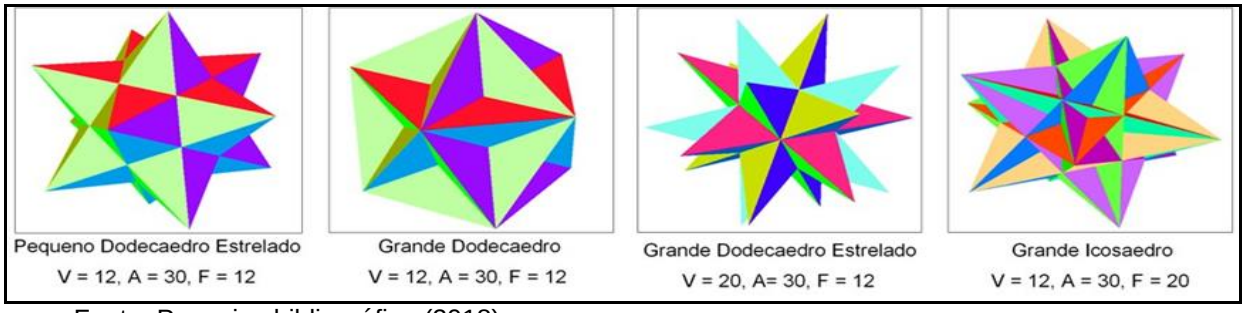
Um outro importante contribuidor para a evolução do conhecimento de poliedros neste período, foi o matemático francês Louis Poinsot, que nasceu em 03 de janeiro de 1777, em Paris, e lá estudou na *École Polytechnique*, e depois em 1797 se transferiu para *École Nationale des Ponts et Chaussées*, onde cursou engenharia, decidiu desistir da ideia de se tornar um engenheiro e se tornar um professor de matemática, atuando neste trabalho de 1804 até 1809 no Liceu Bonaparte, em Paris, sendo em seguida

nomeado inspector-geral da Universidade Imperial e depois professor assistente na *École Polytechnique.*

Poinsot, em 1810 descobre quatro poliedros estrelados, a saber: o pequeno dodecaedro estrelado, grande dodecaedro, grande dodecaedro estrelado e o grande icosaedro, compreendendo provavelmente que estes eram regulares associando aos cinco poliedros de Platão (platônicos), que já eram conhecidos desde a antiguidade, e utilizando possivelmente a relação descoberta por Euler.

Como Kepler já havia descoberto o pequeno dodecaedro estrelado e o grande dodecaedro estrelado, ficaram os quatro estrelados descobertos conhecidos como poliedros de Kepler-Poinsot, e em seu trabalho afirma que existem pelo menos nove poliedros regulares, os platônicos e os que descobrira:

FIGURA 1: POLIEDROS DE KEPLER-POINSOT



Fonte: Pesquisa bibliográfica (2018)

Depois da descoberta de Poinsot, chegamos as contribuições de Augustin-Louis Cauchy, que nasceu em 21 de agosto de 1789, e faleceu no dia 23 de maio de 1857 na cidade de Sceaux, próximo a Paris, e as suas últimas palavras foram dirigidas ao Arcebispo de Paris: “O homem morre, mas suas obras ficam” (EVES, 2004, p. 532).

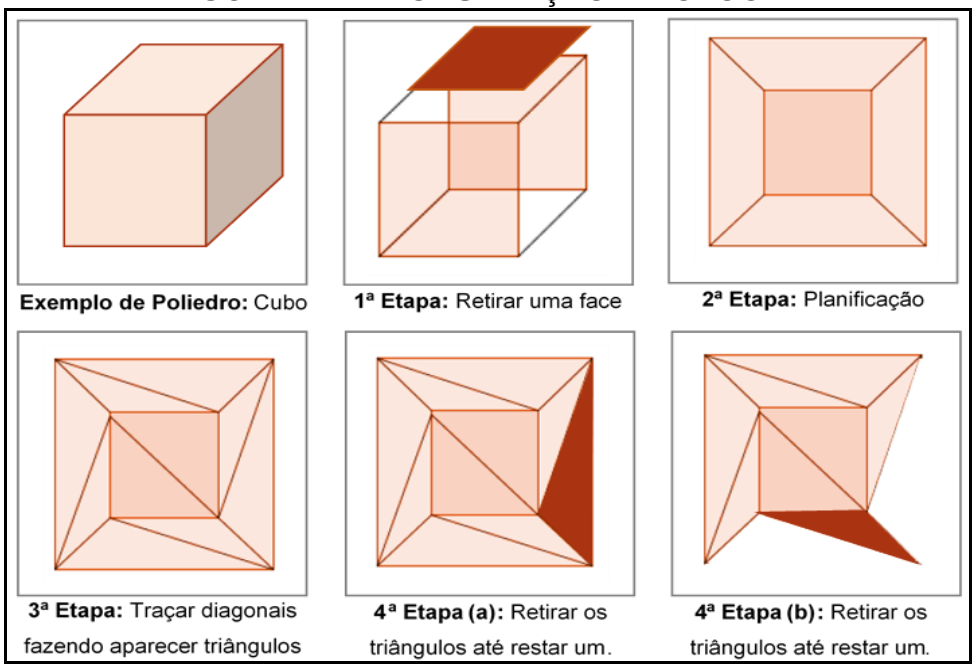
Cauchy provou, em 1813, a existência de apenas nove poliedros regulares dentro da ideia da definição que tinham na época, contribuído com a validação das ideias de Poinsot, e em 1811 já havia demonstrado que os ângulos de um poliedro convexo são determinados pelas suas faces.

Em 1813, publicou um artigo sobre polígonos e poliedros, demonstrando para um caso particular de poliedros a relação de Euler é válida, a qual será nosso enfoque entre suas contribuições para evolução dos estudos de poliedros, uma vez que essa demonstração é a mais divulgada para esta relação (LIMA, 1982, p. 58).

A demonstração de Cauchy possui quatro etapas com objetivo de mostrar que V – A + F = 2, para tanto, propõe nas etapas que a afirmação V – A + F = 1 é válida se retirarmos uma face de um poliedro, esta não altera o número de V e A, mas diminui F em uma unidade deste poliedro (LIMA, 1982 p. 57-74).

Para tentar buscar um melhor entendimento e visualização da demonstração de Cauchy buscaremos ilustrar as etapas desta, tomando como exemplo de poliedro no processo o hexaedro (cubo) a seguir:

FIGURA 2: DEMONSTRAÇÃO DE CAUCHY

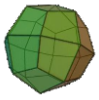
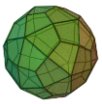


Fonte: Lima (1982)

Em sua demonstração, Cauchy sugere apenas duas possibilidades na disposição dos triângulos após a planificação do poliedro para serem retirados, não levando em consideração outras disposições as quais são apresentadas em outros trabalhos como de Lima (1982).

Em 1865, o matemático belga Eugène Catalan nascido em 1814 em Bruges na Bélgica, e que se distingui pelos seus estudos sobre geometria e teoria dos números, publica o texto chamado "*Mémoire sur la théorie des polyèdres*", onde realiza o primeiro estudo sistemático da dualidade nos poliedros, no qual apresenta a lista dos duais dos poliedros arquimedianos, os quais ficaram conhecidos como Sólidos de Catalan.

QUADRO 1: SÓLIDOS DE CATALAN

SÓLIDOS DE CATALAN						
						
Tetraedro triakis 12 faces	Dodecaedro rômbico 12 faces	Octaedro triakis 24 faces	Hexaedro tetrakis 24 faces	Icositetraedro deltoida 24 faces	Dodecaedro disdiakis 48 faces	Triacontaedro rômbico 30 faces
						
Icosaedro triakis 60 faces	Dodecaedro pentakis 60 faces	Hexecontaedro deltoidal 60 faces	Triacontaedro disdiakis 120 faces	Icositetraedro pentagonal 24 faces	Hexecontaedro pentagonal 60 faces	

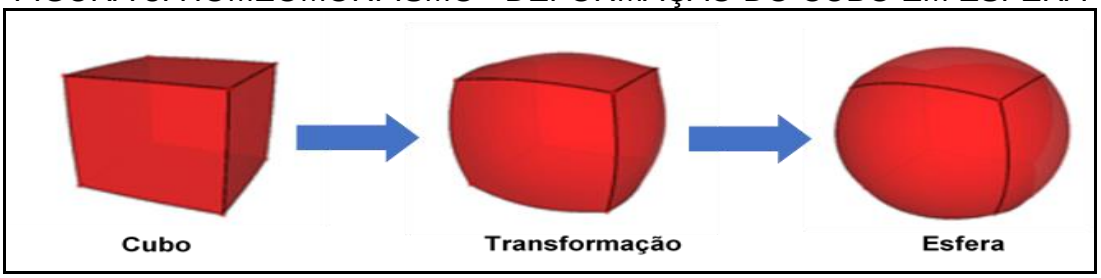
Fonte: Pesquisa bibliográfica (2018)

Jules Henri Poincaré, conhecido como um dos maiores matemáticos de seu tempo, nasceu em Nancy na França em 1854, estudou Engenharia na *École Polytechnique*, e realizou doutorado na Universidade de Paris, conseguiu desenvolver realizações em todos os ramos da matemática, sendo ele que apresentou uma solução para a discussão da relação descoberta por Euler.

De acordo com Lima (1982), a solução definitiva para o fim da discussão dada por Poincaré (1893), veio através da compreensão que a relação de Euler é um teorema de Topologia, área que se preocupa com propriedades de objetos geométricos que são preservadas quando esses objetos são deformados e não de Geometria, como se acreditava, de modo que a relação de Euler passou a se chamar neste caso de característica de Euler-Poincaré.

Poincaré concluiu que a característica da relação se tratava de um invariante topológico de um poliedro P o número V – A + F, de modo que atualmente podemos escrever na forma X(P) = V – A + F, e quando um poliedro possui X(P) = 2, este é homeomorfo (‘homeo’= mesmo, ‘morfo’= forma) a esfera, ou seja, de modo geral o poliedro pode ser transformado em esfera quando deformado, como mostra o exemplo da figura 3, a seguir:

FIGURA 3: HOMEOMORFISMO - DEFORMAÇÃO DO CUBO EM ESFERA



Fonte: Pesquisa bibliográfica (2018)

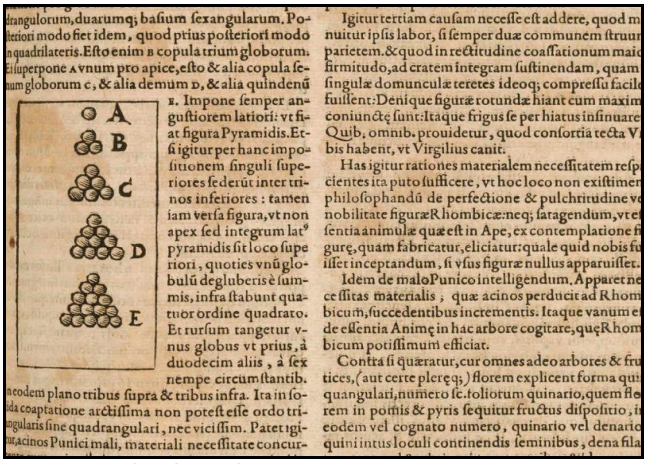
Um outro matemático que contribuiu significativamente para o estudo dos poliedros foi David Hilbert, conhecido como um dos maiores matemáticos do século XX, que nasceu no ano de 1862 em *Königsberg*, cidade conhecida hoje como Kaliningrado, na Alemanha, onde estudou na Universidade de *Königsberg*, falecendo em 1943 em *Göttingen*, cidade deste mesmo país.

Dentre as contribuições de Hilbert é especialmente conhecida uma lista com 23 (vinte e três) problemas matemáticos, apresentados por ele no congresso Internacional de Matemáticos de Paris (primeiramente dez, posteriormente publicou os demais), em 1900, os quais alguns não foram resolvidos até nossos dias, mesmo existindo prêmios para aqueles que encontrem suas soluções.

Nos problemas de Hilbert, os poliedros são tratados no terceiro e no décimo oitavo problema, os quais já foram resolvidos. O terceiro problema questiona se dois poliedros que possuem o mesmo volume são congruentes por corte, ou seja, é sempre possível tomar dois poliedros de mesmo volume e decompor um em poliedros menores de tal maneira que os reorganizando seja possível montar o outro. A resposta negativa foi dada por Max Dehn, aluno de Hilbert em 1902, com a construção de um novo invariante, que ficou conhecido como teorema de Dehn.

O décimo oitavo problema de Hilbert ou conjectura de Kepler (1611) trata da construção em um espaço euclidiano com poliedros congruentes a forma mais densa de empacotamento de esferas, em outras palavras, qual seria a melhor forma poliedral de empilhamento de esferas. Kepler afirmou que existiam duas maneiras mais eficientes que são na forma piramidal cúbica e hexagonal.

FIGURA 4: PANFLETO DA CONJECTURA



frangulorum, duarumq; basium sexangularum. Po-
steriori modo fiet idem, quod prius posteriori modo
in quadrilateris. Esto enim B copula trium globorum.
Ei superpone A vnum pro apice, esto & alia copula se-
nium globorum C, & alia demum D, & alia quindenũ
E. Impone semper an-
gustiorem latiori: vt fi-
at figura Pyramidis. Et-
si igitur per hanc impo-
sitionem singuli supe-
riores sederũt inter tri-
nos inferiores: tamen
iam versa figura, vt non
apex sed integrum lat⁹
pyramidis sit loco supe
riori, quoties vnũ glo-
bulũ degluberis è sum-
mis, infra stabunt qua-
tuor ordine quadrato.
Et rursum tangetur v-
nus globus vt prius, à
duodecim aliis, à sex
nempe circumstantib.
eodem plano tribus supra & tribus infra. Ita in so-
lida coaptatione arctissima non potest esse ordo tri-
angularis sine quadrangulari, nec vicissim. Patet igi-
tur, acinos Punici mali, materiali necessitate concur-

Igitur tertiam causam necesse est addere, quod m
nuitur ipsis labor, si semper duæ communem struu
parietem. & quod in rectitudine coassationum maio
firmitudo, ad cratem integram sustinendam, quam
singulæ domunculæ teretes ideoq; compressu facile
fuissent: Denique figuræ rotundæ hiant cum maxim
coniunctę sunt: Itaque frigus se per hiatus insinuare
Quib. omnib. prouidetur, quod consortia tecta V
bis habent, vt Virgilius canit.

Has igitur rationes materialem necessitatem resp
cientes ita puto sufficere, vt hoc loco non existimer
philosophandũ de perfectione & pulchritudine ve
nobilitate figuræ Rhombicæ: neq; faragendum, vt e
sentia animulæ quæ est in Ape, ex contemplatione fi
gurę, quam fabricatur, eliciatur: quale quid nobis fu
isset inceptandum, si vsus figuræ nullus apparuisset.

Idem de malo Punico intelligendum. Apparet ne
cessitas materialis; quæ acinos perducit ad Rhom
bicum, succedentibus incrementis. Itaque vanum e
de essentia Animę in hac arbore cogitare, quę Rhom
bicum potissimum efficiat.

Contra si quæratur, cur omnes adeo arbores & fru
tices, (aut certe plerę q;) florem explicent forma qui
quangulari, numero sæ. foliorum quinario, quem fle
rem in pomis & pyris sequitur fructus dispositio, i
eodem vel cognato numero, quinario vel denario
quini intus loculi continendis seminibus, dena fila

Fonte: Kepler (1611)

Kepler estava certo, porém essa confirmação, isto é, a solução deste problema foi realizada apenas em 1998 por Thomas Hales, sendo publicada nos *Annals of Mathematics* (2005). Porém, foi só completamente aceita após a demonstração por casos provada através de agrupamentos com cálculos computacionais complexos publicada em 2015 por Thomas Hales e colegas de trabalho.

De volta ao contexto da demonstração de Cauchy, falaremos do grande matemático brasileiro Elon Lages Lima, que nasceu em 1929, na cidade de Maceió, iniciou seus estudos universitários em Fortaleza, graduando-se em Matemática pela Faculdade Católica de Filosofia do Ceará em 1952, e Bacharelou-se em Matemática na Universidade Federal do Rio de Janeiro, realizando posteriormente mestrado e doutorado (PhD) na Universidade de Chicago, suas principais áreas de interesse eram topologia diferencial, topologia algébrica, e geometria diferencial.

Lima no ano de 1982, escreveu um trabalho intitulado “O teorema de Euler sobre Poliedros”, que foi motivado a partir da leitura de Lakatos (1976), onde fala da trajetória histórica de Poliedros e do teorema de Euler, sua validade e uma análise crítica da demonstração de Cauchy, entre outras coisas.

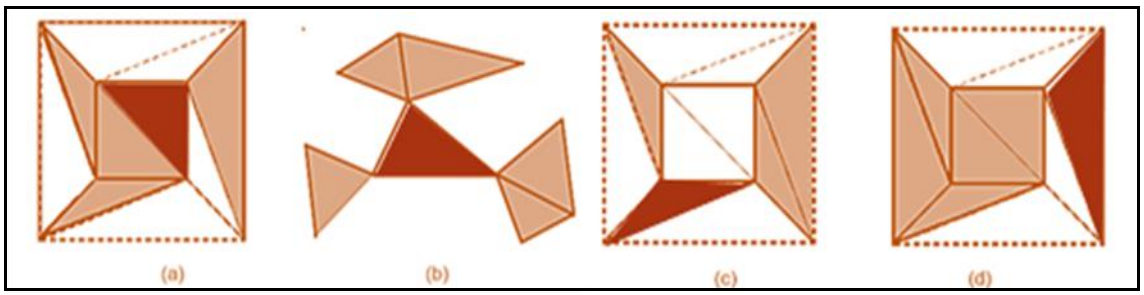
Segundo Lima (1982), apesar da relação descoberta por Euler ter características que a tornam atraente na representação de poliedros que podemos verificar a validade de V – A + F = 2, esta não é válida para todos os poliedros como acreditava quando a descobrira, e ainda em nenhum momento Euler definiu especificamente o que seriam

“poliedros” durante seus estudos, de modo a deixar lacunas em torno de sua importante descoberta.

Lima (1982) chama a atenção para o fato de que todo poliedro convexo satisfaz à relação de Euler, mas que, porém, existe grande facilidade em se encontrar exemplos de poliedros não convexos que satisfazem a relação, existindo uma grande discussão em torno desta. Essa grande discussão durou mais de um século como mostram as notas de rodapé do livro de Lakatos (1976).

No que se refere a demonstração de Cauchy, Lima (1982) mostra a existência de outras quatro possibilidades de remoção de faces do poliedro plano resultante (triângulo), a saber: quando o triângulo a ser retirado tem duas arestas livres mas nenhum dos seus vértices é livre, quando o triangulo a ser retirado tem as três arestas livres mas nenhum de seus vértices é livre, quando o triângulo a ser retirado tem três arestas e dois vértices livres ou quando o triângulo a ser retirado tem três arestas e dois vértices livres (LIMA, 1982, p. 69).

FIGURA 6: OUTRAS POSSIBILIDADES



Fonte: Pesquisa bibliográfica (2018)

Um outro grande contribuidor para o estudo de poliedros, agora em outras dimensões, foi o matemático suíço Ludwig Schläfli, nasceu na cidade de Seeberg na Suíça em 1814 e faleceu em 1895 em Berna, pertencente ao mesmo país. Ele fez importantes contribuições na área da geometria e em outras áreas da matemática, sendo considerado um dos três arquitetos da geometria multidimensional, juntamente com Arthur Cayley e Bernhard Riemann.

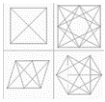
Schläfli de 1850 até 1852 trabalhou em sua obra prima “*Theorie der vielfachen Kontinuität*” (Teoria da Múltipla Continuidade), onde ele inventa os Politopos, que são

análogos de maior dimensão de polígonos e poliedros, ou seja, são generalizações, para um número arbitrário de dimensões (finitas), dos conceitos conhecidos de polígonos e poliedros, em outras palavras são o termo geral da sequência: ponto (dimensão 0), segmento (dimensão 1), polígono (dimensão 2), poliedro (dimensão 3), etc.

Ao desenvolver sua teoria encontra, entre outras coisas, uma versão de maior dimensão da conhecida relação de Euler, determina então os Politopos Regulares, os quais são equivalentes primos tridimensionais de polígonos regulares e dos sólidos platônicos, mostrando a existência de seis na quarta dimensão e três em todas as dimensões superiores.

Schläfli concebeu a notação $\{p,q\}$ para poliedros regulares, onde p indica o número de lados de cada polígono e q o número de polígonos que incidem em cada vértice do poliedro, essa notação ficou conhecida como símbolo de Schläfli para poliedros (KLAASEN, 1994).

QUADRO 2: EXEMPLOS DE POLÍTOPOS CONVEXOS DE 4 DIMENSÕES

NOME	FAMÍLIA	SÍMBOLO DE SCHLÄFLI	VÉRTICES	BORDAS	FACES	CÉLULAS	FIGURAS DE VÉRTICES	POLITOPO DUPLO	IMAGEM
Pentacoron	simplex	{3,3,3}	5	10	10 triângulos	5 tetraedros	tetraedros	(auto-dual)	
Octácoron , teseracto	politopo de medição	{4,3,3}	16	32	24 quadrados	8 cubos	tetraedros	16 células	
Hexadecacoron ou 16-cell	atravessar politopo	{3,3,4}	8	24	32 triângulos	16 tetraedros	octaedro	Tessect	

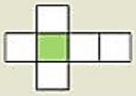
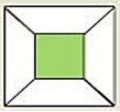
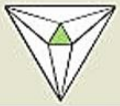
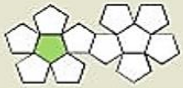
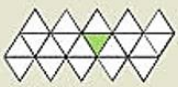
Fonte: Coxeter (1969)

O trabalho de Schläfli envolvendo geometria, mesmo com suas contribuições especialmente em análise sendo conhecidas, não receberam a devida atenção. Porém, no século XX, os Politopos começaram a ser analisados a partir de seus estudos por outros matemáticos, os quais desenvolvem vastamente o assunto, como veremos de forma sintetizada a seguir.

O matemático alemão Victor Schlegel, que viveu de 1843 até 1905, é conhecido por promover a álgebra dos trabalhos de Hermann Grassmann e a criação de um

método para visualizar Politopos, que ficou conhecido como diagrama de Schlegel, o qual é uma representação que transporta as arestas de um poliedro para um desenho no plano, em outras palavras, é como se um objeto tridimensional fosse achatado.

QUADRO 3: DIAGRAMA DE SCHLEGEL

POLIEDRO	VISÃO	PLANIFICAÇÃO	DIAGRAMA DE SCHLEGEL
Tetraedro			
Cubo			
Octaedro			
Dodecaedro			
Icosaedro			

Fonte: Pesquisa bibliográfica (2018)

Em 1886, Schlegel introduz seu diagrama para realizar o estudo das propriedades combinatórias e topológicas dos Politopos, e geralmente é usado para a visualização de politopos de quatro dimensões.

O matemático holandês Willem Abraham Wythoff, nasceu em 1865 na cidade de Amsterdã, falecendo no ano de 1939, frequentou a Universidade de Amsterdam, obtendo seu Ph.D. em 1898, possui trabalhos envolvendo teoria dos jogos combinatória, teoria dos números e geometria.

Na geometria ficou conhecido pela criação dos poliedros uniformes, que foram chamados de Poliedros Uniformes de Wythoff, o qual trata de uma forma de construir um poliedro uniforme ou azulejos planos, e pelo símbolo usado como uma notação para esses objetos geométricos, conhecido hoje como Símbolo de Wythoff. Segundo Coxeter, Longuet-Higgins e Miller (1954) poliedros uniformes podem ser definidos como poliedros transitórios de vértices com faces regulares.

O matemático inglês e pioneiro da computação Jeffrey Miller que nasceu em 1906 e faleceu no ano de 1981, dedicou-se ao trabalho com teoria dos números e geometria, em particular poliedros, onde criou o conhecido monstro de Miller, o "*great dirhombicosidodecahedron*", ou grande dirombicosidodecaedro, que possui 124 faces, sendo composto por 40 triângulos, 60 quadrados e 24 pentagramas.

Miller contribuiu com sugestões para a pesquisa de Coxeter relacionadas a teoria das estrelações de poliedros, as quais ficaram conhecidas como regras de Miler. Em 1938, Coxeter, HT Flather, John Flinders Petriee e Patrick du Val seguindo essas regras escreveram um livro chamado "*The Fifty-Nine Icosahedra*" (Os Cinquenta e Nove Icosaedros) sobre os cinquenta e nove icosaedros encontrados na pesquisa. Miller e Coxeter na década de 1930, encontraram 12 poliedros uniformes novos, apenas um passo na classificação completa que ocorreria apenas na década de 1950. Miller faleceu em 1981.

Considerado um dos principais responsáveis pelos avanços da geometria no seu tempo, o geômetra canadense Harold Coxeter, nasceu na cidade de Londres em 1907 no Reino Unido, mas passou a maior parte de sua vida no Canadá, é considerado um dos maiores geômetras do século XX, seus trabalhos mais conhecidos são com politopos regulares e geometria de dimensões superiores.

Coxeter trabalhou por 60 anos na Universidade de Toronto e publicou doze livros, como o "*Regulares Polytopes*", publicado em 1947, o qual apresenta um levantamento abrangente da geometria de polítopos, a generalização de polígonos regulares e poliedros regulares para dimensões superiores.

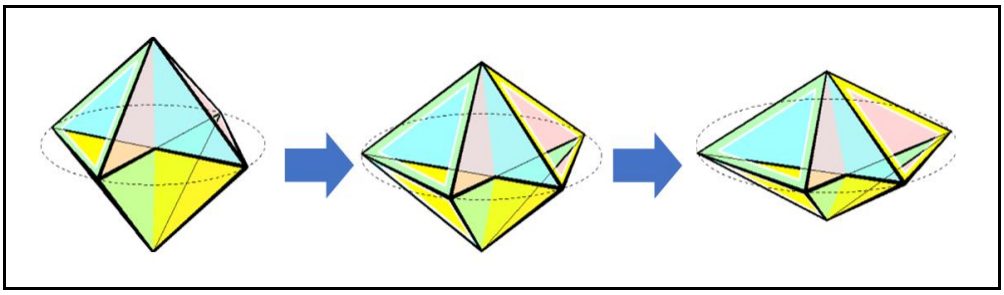
O matemático Norman Johnson, nascido em 1930, que obteve seu Ph.D. na Universidade de Totonto, no ano de 1966, com a supervisão de Coxeter, com o título em português Teoria de Polítopos Uniformes e Favos de mel.

Segundo Weisstein (2009), Johnson em 1966, conseguiu enumerar 92 poliedros não-uniformes com faces regulares, os quais são atualmente conhecidos como Sólidos de Johnson, que se caracterizam sendo poliedros convexos em que as faces constituem polígonos regulares e todas as arestas possuem o mesmo comprimento, e que não são sólidos platônicos, sólidos arquimedianos e as duas famílias infinitas de prismas e antiprismas.

O matemático russo Victor Zalgaller nascido em 1920, é conhecido por trabalhos em diversos campos da matemática, mas principalmente pelos resultados obtidos nos estudos de poliedros convexos. Em 1969, provou que a lista de Johnson estava completa. A Johnson, também é atribuído o credito de ter nomeado todos os poliedros estrelados uniformes, bem como seus duplos.

O matemático estadunidense Robert Connelly nasceu na Pensilvânia, em 1942, estudou na Universidade Carnegie Mellon, em 1964, e recebeu seu Ph.D. na Universidade de Michigan em 1969, atualmente é professor na Universidade de Cornell. Ele descobriu poliedros flexíveis, um exemplo desses poliedros se encontra no Museu Nacional da História Americana.

FIGURA 8: EXEMPLO DE POLIEDRO FLEXÍVEL



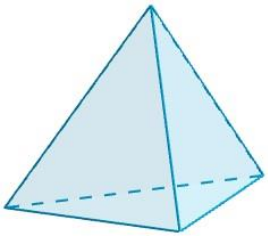
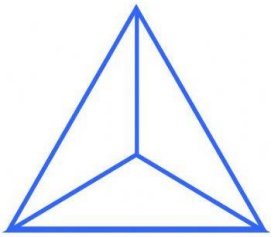
Fonte: Pesquisa bibliográfica (2018)

O matemático inglês John Horton Conway, nasceu em 1937, é atuante em diversas áreas da matemática, atualmente é professor emérito na Universidade de Princiton, em Nova Jersey. Conway e George W. Hart com o objetivo de construir poliedros com mesma simetria, expandiram a ideia de usar operadores, como por exemplo o truncamento que foi definido por Kepler.

Conway criou uma notação para poliedros que é divulgada por Hart, a qual é usada na descrição de poliedros baseada em um poliedro semente, o qual é modificado por várias operações de prefixo. Inicialmente especifica um poliedro "semente" usando uma letra maiúscula de acordo com a letra inicial, por exemplo, sólidos platônicos são denominados T (tetraedro), O (octaedro), C (cubo), I (icosaedro) e D (dodecaedro), já os demais poliedros como os Pn (prismas), An (antiprismas), e Yn (pirâmides), onde n > = 3, que especifica o número de lados da base do poliedro. Com

letras minúsculas precedendo a letra maiúscula as operações a serem executadas no poliedro são então especificadas.

QUADRO 4: NOTAÇÃO DE CONWAY - TETRAEDRO

Poliedro	**Tetraedro**	**=**	**Pirâmide**
Notação de Conway	*T*	=	Y_3
Imagem		=	

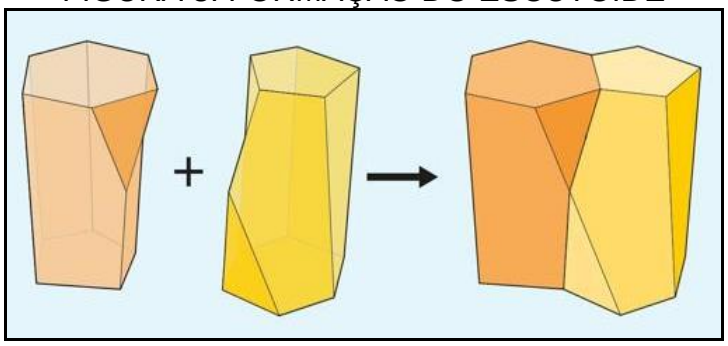
Fonte: Pesquisa bibliográfica (2018)

Ao pensarmos que todas as possibilidades sobre o estudo de poliedros já existem haviam sido conhecidas, isto é, que todos os tipos de poliedros já foram descobertos e estudados, a ciência e nos traz o escutoide (scutoid), o mais novo poliedro do mundo, que foi descoberto por cientistas quando realizavam o estudo das células que formam a pele humana (GRIMA, 2018).

Os cientistas responsáveis pela descoberta foram Luisma Escudero, do Departamento de Biologia Celular da Universidade de Sevilha e do Instituto de Biomedicina de Sevilha, o qual é o principal responsável pelo estudo, e seu grupo de pesquisa. O trabalho de Escudero buscava descrever as células epiteliais, no sentido de descobrir como estas se constituem.

O escutoide possui a forma semelhante a de um prisma, porém tem características distintas, uma vez que uma de suas extremidades possui cinco arestas e a outra seis, formando um “Y” que divide uma dessas extremidades em duas, e consequentemente resultando em um triângulo como podemos observar na figura a seguir:

FIGURA 8: FORMAÇÃO DO ESCUTOIDE



Fonte: Grima (2018)

Segundo Grima (2018), as implicações desta descoberta podem trazer avanços significativos para criação de órgãos de impressão em 3D, uma vez que permite a identificação de padrões epiteliais saudáveis em sua geometria, ajudando na identificação de um crescimento considerado anormal. De modo geral, a pesquisa contribui para a criação de órgão artificiais, a partir da descoberta que as células da pele têm um formato geométrico de um poliedro peculiar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho podemos notar que os conhecimentos matemáticos, exemplificados aqui através do estudo de poliedros na Idade Contemporânea, não estão “prontos” e sim sofrem evolução através da contribuição de grandes mentes ao longo do tempo, as quais foram construídas com muito esforço e dedicação na formação e em seus estudos. E a concepção histórica dos conteúdos matemáticos pode nos levar a compreensão mais aprofundada de conhecimentos matemáticos, proporcionando a realização de uma melhor abordagem em sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo. Edgar Blucher LTDA. 2013.

COSTA, T. L. da. **Uma análise da abordagem da fórmula poliedral de Euler em livros didáticas de matemática**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2013.

COXETER, H.S.M. **Introduction to Geometry,** John Wiley & Sons Inc., 1969.

COXETER, H.S.M; LONGUET-HIGGINS, M.S.; MILLER, J.C.P. **Uniform Polyhedra**. Philosophical Transactions of the Royal Society A. Royal Society. 246 (916). p. 401-450, 1954. Disponível em: <https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rsta.1954.0003>. Acesso em: ago. 2018.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas. Editora UNICAMP. 2004.

GRIMA, C. **Te presento al escutoide, la forma geométrica que te da forma**. ABC Ciência. Disponível em: < https://www.abc.es/ciencia/abci-presento-escutoide-forma-geometrica-forma-201807301258_noticia.html>.Acessoago 2018

HALES, T. C. **A proof of the Kepler conjecture**; Annals of Mathematics, 162 (2005), 1065–1185.

KEPLER, J. ***The Six-Cornered Snowflake***. Edited and translated from the Latin by Colin Hardie, with essays by L. L. Whyte and B. F. J. Mason. Oxford, U.K.: Oxford University Press. 1966.

KLAASEN, D. L. **Poliedros regulares**. In: EVES, Howard. Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula; v. 3. São Paulo: Editora Atual, 1994.

LAKATOS, I. **A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações.** Tradução de Nathanael C. Caixeiro, Rio de janeiro, Zahar Editores, 1978.

LEGENDRE, Adrien-Marie. **Élements de Géometrie**. Chez Firm Didot Frères, 1817.

LIMA, E. L. **O Teorema de Euler sobre poliedros**. Noticiário da Sociedade Brasileira de Matemática. Ano XII, nº 2. p. 57-74. 1982.

SANTOS, L. M. dos. **Metodologia do ensino de Matemática e Física: Tópicos de história da física e da matemática**. Curitiba: Ibpex, 2009.

SANTOS, O. J. dos. **A relação de Euler para poliedros**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal. RN. 2014.

WEISSTEIN, E. W. **MathWorld–A Wolfram Web Resource**, 2009. Disponível em: <http://mathworld.wolfram.com/>. Acesso em: ago. 2018.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

O MÉTODO SAIAM® DE APLICAÇÕES MATEMÁTICAS: uma tabuada revolucionária par efetuar operações e resolver problemas

Antonio Luiz Oliveira Batista [247]
Josinalva Estacio Menezes [248]

RESUMO

O método SAIAM DE APLICAÇÕES MATEMÁTICAS é um método de construção de tabuadas que foi criado e desenvolvido pelo um estudioso e pesquisador autodidata autor deste trabalho. O referido método foi projetado para capacitar um indivíduo a aprender, de forma mais breve, a partir do 3^o e 4^o anos do ensino fundamental, as operações de multiplicação, divisão, potenciação. Ainda com base na construção de tabuadas, o método também funciona como ferramenta auxiliar para resolver problemas com essas operações, porcentagem, números inteiros positivos e decimais. Considera-se que o método da construção de tabuadas difere para melhor do tradicional criado por ter apenas 32 caracteres, dois operadores e um algoritmo enquanto o tradicional tem 270 caracteres, o que pode tornar traumático o seu aprendizado. Neste trabalho, será mostrado como funciona o método, as vantagens do mesmo e os resultados das pesquisas feitas até o momento a seu respeito. Serão também apresentados resultados motivadores, tais como a possibilidade de reduzir o espaço de tempo requerido para aprendizagem dos conteúdos citados e as respostas positivas dos que participaram das pesquisas anteriores, ou seja, crianças e professores. Serão também apresentados alguns exemplos de construção de tabuadas e também algumas resoluções das operações e aplicações citadas.

Palavras-chave: Método SAIAM. Tabuada. Aprendizagem de Matemática. Multiplicação. Divisão.

[247] Autor autodidata. descobrirmatematicaja@gmail.com
[248] Universidade de Brasília (UnB). jomene@bol.com.br.

INTRODUÇÃO

O Método SAIAM de aplicações matemáticas é o resultado de uma pesquisa de quatro anos (1990 a 1994). Experimentalmente, foi mostrado em agosto de 1992, no ll Encontro Pernambucano de Educação matemática-ll EPEM na UFRPE e no lll Encontro de Educação Matemática da Zona Norte – São Paulo-SP realizado em outubro de 1992 no colégio Sir Isaac Newton. Posteriormente, foi aperfeiçoado na forma de três experiências para verificação de sua aplicabilidade pedagógica nos seguintes eventos:

- Escola Estadual Professor Epitácio André Dias
- Escola Estadual Professora Cândida de Andrade Maciel
- Centro Educacional do Recife-CER.

A denominação SAIAM é anagrama de Maias, em homenagem a essa civilização, que inspirou esse trabalho.

Este método é um recurso simples e eficiente que poderá ser utilizado na prática pedagógica com o objetivo de minimizar dificuldades encontradas no processo de ensino- aprendizagem de matemática na educação básica.

Com ele cria-se uma alternativa que possibilita uma ruptura com a prática tradicional do ensino nesta disciplina: a de induzir os alunos à memorização automática e exaustiva de tábuas de multiplicação. Isto porque, tendo como pressuposto o conhecimento da adição, eles podem desenvolver capacidade de construir tabuadas multiplicativas sem limites de algarismos. No decorrer desta construção, os educandos são levados a compreender e pôr em prática a relação existente entre adição, multiplicação, divisão, potenciação e porcentagem, o que o tornará mais eficiente seu aprendizado.

Considerando a importância e a necessidade do indivíduo adquirir o conhecimento matemático para formação da cidadania (MENEZES, 2009), bem como a necessidade do aprendizado da resolução de problemas não apenas para a formação do cidadão, como também na preparação para a vida (DANTE, 1996), o método vem trazer uma forma simples, eficiente a até lúdica, para a aprendizagem das operações, que vai auxiliar na resolução de problemas.

O Método Saiam de Aplicações Matemáticas teve seu início a partir de uma investigação minuciosa da potência quadrada dos números inteiros. Notou-se nestas potências a existência de uma sequência de terminações unitárias, fixas e imutáveis. Esta sequência é composta por dez números, e nela verifica-se a repetição dos quatro primeiros dígitos, numa sequência invertida a partir do sexto digito enquanto que o quinto e o décimo digito não se repetem. A sequência é a seguinte: **1, 4, 9, 6, 5; 6, 9, 4, 1, 0**. Desta forma, nota-se que o cinco e o zero não se repetem. O número **1** é o **1º** algarismo da sequência, é repetido no **9º**; o **4**, que é o **2º** algarismo da sequência, é repetido no **8º**; o **9**, que é o **3º** algarismo da sequência, é repetido no **7º**; e o **6**, que é o **4º** algarismo da sequência, é repetido no **6º**.

Após observação desta sequência numérica unitária (fixa e imutável) existente na potência quadrada dos números inteiros de **1** a **100**, também verificada nas potências cúbicas, quartas e quintas.

Depois de confirmadas este tipo de sequências, foi escolhido aleatoriamente a dezena **23** para que se fizesse um estudo nos seus produtos.

Partiu-se então para investigação das tábuas multiplicativas de **1** a **99** (cada número deste multiplicado até **999**), em que se percebeu também a existência de nove sequências unitárias (fixas e imutáveis). A unidade **1** tem a sua sequência unitária exclusiva, que é: **1,2,3,4,5,6,7,8,9,0;** a da unidade **2** é: **2,4,6,8,0,2,4,6,8,0**; a da unidade **3** é **3,6,9,2,5,8,1,4,7,0**; a da unidade **4** é **4,8,2,6,0,4,8,2,6,0;** a da unidade **5** é **5,0,5,0,5,0,5,0,5,0**; a da unidade **6** é **6,2,8,4,0,6,2,8,4,0**; a da unidade **7** é **7,4,1,8,5,2,9,6,3,0**; a da unidade **8** é **8,6,4,2,0,8,6,4,2,0**; a da unidade **9** é **9,8,7,6,5,4,3,2,1,0**; o zero, que aparece como décimo algarismo em todas as sequências das unidades é também a décima sequência constatada, sendo formada única e exclusivamente por ele, marcando o retorno a 1ª das sequências unitárias, pois a **1ª** sequência é igual a **11ª**, que é igual a **21ª**...., a **2ª** que é igual a **12ª, 22ª**..., a **3ª** que é igual a **13ª, 23ª** ..., e assim por diante, até a 10ª sequência, que é igual a **20ª, 30ª** ..., havendo somente estas nove sequências unitárias (fixas e imutáveis), sendo a décima a sequência do zero, que indica a ausência de unidades; assim temos o retorno das sequências unitárias depois do zero.

A forma final a que se chegou foi a seguinte: deste trabalho resultaram **99** tabuadas, sendo necessário utilizar um material cujas dimensões dificultavam seu manuseio e sua compreensão. Com o desenvolvimento da pesquisa, obteve-se uma simplificação do método.

Primeiramente, reduzindo-se cada tábua multiplicativa as três linhas: duas compostas por dez algarismos cada, nas quais se encontravam as dezenas dos produtos; e uma que tem o mesmo número de algarismo do multiplicador com o qual deseja operar, se este for menor ou igual a **50**. Se o multiplicador for igual ou maior que **51**, o número de algarismos que a compõe é a diferença é a diferença para cem do número do multiplicador. Nesta linha, se encontravam as centenas e as milhares dos produtos. Em seguida, percebeu-se que as nove sequências unitárias poderiam ser simplificadas em apenas três, pois na sequência da unidade **1** estão implícitas as sequências das unidades **2, 8** e **9**; na sequência da unidade **3** estão implícitas as sequências das unidades **4, 6** e **7**.

A simplificação das sequências unitárias deu origem a uma fonte numérica composta por três linhas sendo as duas primeiras com onze dígitos e a terceira com dez dígitos, com a qual são construídas quaisquer tabuadas multiplicativas, sem limite.

A FONTE NUMÉRICA

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

0 3 6 9 2 5 8 1 4 7 0

5 0 5 0 5 0 5 0 5 0

Com a primeira linha da fonte numérica são construídas as tabuadas cujos multiplicadores tenham terminações unitárias **1, 2, 8** ou **9**; com a segunda linha da fonte numérica são construídas as tabuadas cujos multiplicadores tenham terminações unitárias **3**, **6**, **4** ou **7**. E com a terceira linha da fonte numérica temos a terminação unitária 5, totalizando as nove unidades.

Para facilitar a construção das tábuas, o algarismo 0 (zero) se repete a esquerda nas duas linhas da fonte numérica referente aos multiplicadores com terminações unitárias **1** e **3**, pois a sequência da unidade **1** é lida no sentido inverso ao

da unidade **9**, visto da esquerda para a direita, assim como a sequência da unidade **3** tem sua leitura realizada no sentido inverso ao da unidade **7**. Para saber se na sequência de qualquer unidade ocorre inversão no sentido da leitura com relação à outra, basta adicionarmos uma unidade à outra, a qual a soma seja dez: **1 + 9 = 10; 2 + 8 = 10; 3 + 7 = 10; 4 + 6 = 10**.

As sequências de multiplicadores com terminações unitárias pares estão implícitas nas dos multiplicadores com terminações unitárias impares, havendo a exclusão dos impares e a repetição dos pares na mesma ordem em que se encontram. Isto pode ser observado no seguinte exemplo:

1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 0
2 , 4 , 6 , 8 , 0 , 2 , 4 , 6 , 8 , 0

Para uma melhor verificação desta inversão, serão colocados a seguir (uma ao lado da outra) as sequências das unidades que, adicionadas, somam dez:

1 9	**2 8**	**3 7**	**4 6**
2 8	**4 6**	**6 4**	**8 2**
3 7	**6 4**	**9 1**	**2 8**
4 6	**8 2**	**2 8**	**6 4**
5 5	**0 0**	**5 2**	**0 0**
6 4	**2 8**	**8 5**	**4 6**
7 3	**4 6**	**1 9**	**8 2**
8 2	**6 4**	**4 6**	**2 8**
9 1	**8 2**	**7 3**	**6 4**
0 0	**0 0**	**0 0**	**0 0**

Constatada a existência da fonte numérica nas terminações unitárias dos multiplicadores, será descrita a maneira de usá-la para a construção das tabuadas.

Como forma de utilização da fonte na construção de tábuas multiplicativas é necessário o auxílio dos operadores **A** e **B**, e um algoritmo. O primeiro, representa o

valor do algoritmo que por ventura acompanhem as unidades e, caso inexistam, seu valor será zero. O segundo é o seguinte colocado ao seu lado esquerdo, por isso seu valor é sempre **A + 1**, e sua quantidade será igual a da unidade que inicia a sequência. Para a construção das tábuas, o operador **A** é colocado ao lado direito da unidade que inicia a sequência de multiplicadores. Quando o algarismo da sequência é de maior valor que o anterior, é colocado ao seu lado direito o operador **A**; quando é de menor valor, coloca-se o operador **B**.

Escolhida a unidade na sua tábua existirão tantos operadores **B** quanto seja o valor, por exemplo em: **8 x 10 = 80** existem **8** dezenas, logo existirão **8** operadores **B**.

Após a colocação, adiciona-se o **1°** ao **2°** e a soma é colocada ao lado esquerdo de **2ª** unidade da sequência. Em seguida, a soma do **1°** com o **2°** operador é adicionado ao operador que aparece ao lado do **3°** algarismo ao seu lado esquerdo e assim continua-se adicionando até o décimo algarismo ao seu lado esquerdo e assim continua-se adicionando até o décimo algarismo da sequência. Se o valor da soma de todos os operadores for igual ao **1°** algarismo da tabuada que foi construída, ela está correta; se não, houve erro na adição. Serão demonstradas em três agrupamentos, as tábuas multiplicativas das nove unidades construídas com a utilização da fonte: o primeiro agrupamento com as tábuas das unidades **1, 2, 8** e **9**, o segundo agrupamento com as tábuas das unidades **3, 4, 6 e 7**, e o terceiro com a tábua da unidade **5**. Tem-se então:

A = 0 e B = 1

01 A	**09 A**	**02 A**	**08 B**
0 + A = 02 A	**0 + B = 18 B**	**0 + A = 04 A**	**0 + B = 16 B**
0 + A = 03 A	**1 + B = 27 B**	**0 + A = 06 A**	**1 + B = 24 B**
0 + A = 04 A	**2 + B = 36 B**	**0 + A = 08 A**	**2 + B = 32 B**
0 + A = 05 A	**3 + B = 45 B**	**0 + B = 10 B**	**3 + B = 40 B**
0 + A = 06 A	**4 + B = 54 B**	**1 + A = 12 A**	**4 + A = 48 A**
0 + A = 07 A	**5 + B = 63 B**	**1 + A = 14 A**	**4 + B = 56 B**
0 + A = 08 A	**6 + B = 72 B**	**1 + A = 16 A**	**5 + B = 64 B**
0 + A = 09 A	**7 + B = 81 B**	**1 + A = 18 A**	**6 + B = 72 B**
0 + B = 10 B	**8 + B = 90 B**	**1 + B = 20 B**	**7 + B = 80 B**

Assim como vimos o agrupamento na primeira linha, com as unidades 1, 2, 8 e 9, seguiremos agora para exemplificar a segunda linha, com as unidades 3, 6, 7 e 4, mais a terceira linha da unidade 5. Fecha-se assim o agrupamento de três linhas obtidas na fonte. Sabendo-se que

A = 0 e B = 1

03 A	07 A	04 A	06 B	05 B
0 + A = 06 A	0 + B = 14 B	0 + A = 08 A	0 + B = 12 B	0 + B = 10 B
0 + A = 09 A	1 + B = 21 B	0 + B = 12 B	1 + A = 18 A	1 + A = 15 A
0 + B = 12 B	2 + A = 28 A	1 + A = 16 A	2 + B = 24 B	1 + B = 20 B
1 + A = 15 A	2 + B = 35 B	1 + B = 20 B	3 + B = 30 B	2 + A = 25 A
1 + A = 18 A	3 + B = 42 B	2 + A = 24 A	4 + A = 36 A	2 + B = 30 B
1 + B = 21 B	4 + A = 49 A	2 + A = 28 A	4 + B = 42 B	3 + A = 35 A
2 + A = 24 A	4 + B = 56 B	2 + B = 32 B	5 + A = 48 A	3 + B = 40 B
2 + A = 27 A	5 + B = 63 B	3 + A = 36 A	6 + B = 54 B	4 + A = 45 A
2 + B = 30 B	6 + B = 70 B	3 + B = 40 B	7 + B = 60 B	4 + A = 50 B

Da mesma forma como foram construídas as tábuas multiplicativas unitárias (através da fonte) são construídas também as tábuas multiplicativas de dezenas, centenas, milhares, etc., pode–se observar a seguir como isto ocorre na construção das tábuas multiplicativas do **03**, **13** e do **213**, para qual utiliza-se a segunda linha da fonte numérica.

A = 0 e B = 1 B = 0 + 1	A = 1 e B = 2 B = 1 + 1	A = 21 e B = 22 B = 21 + 1

03 A	13 A	213 A
0 + A = 06 A	1 + A = 26 A	21 + A = 426 A
0 + A = 09 A	2 + A = 39 A	42 + A = 639 A
0 + B = 12 B	3 + B = 52 B	63 + B = 852 B
1 + A = 15 A	5 + A = 65 A	85 + A = 1065 A
1 + A = 18 A	6 + A = 78 A	106 + A = 1278 A
1 + B = 21 B	7 + B = 91 B	127 + B = 1491 B
2 + A = 24 A	9 + A = 04 A	149 + A = 1704 A
2 + A = 27 A	10 + A = 17 A	170 + A = 1917 A
2 + B = 30 B	11 + B = 30 B	191 + B = 2130 B

Construídas estas tábuas, será agora exemplificado o modo de aplicá-las em operações de multiplicação, divisão, potência e porcentagem. Seguindo algumas regras, tais como por exemplo; na multiplicação, potência e porcentagem faze-se

leitura de resultados nas tábuas sobre o multiplicado com leitura da direita para esquerda, lendo-se unidade a unidade solicitada transportando os valores solicitados com junção sempre na ordem do valor que vier e quando o 0 (zero) simplesmente projeta-se a leitura próxima da unidade do multiplicado fazendo-se junção do (zero) na ordem anteriormente solicitada e com junção ao lado do (zero) faz-se a junção na ordem do valor que ficar ao lado do (zero). Passando por estes exemplos, segue a forma de divisão que projeta uma leitura da esquerda para direita, contrário as outras maneiras de agir, a divisão lê-se o dividendo pelo divisor cada parte divisível em mostras na tábua do divisor, encontrando valor menor ou igual ao divisor. Vamos aos exemplos com tábuas construídas. Primeiro, três exemplos de multiplicação:

```
  2 3 7 4          2 3 7 4          2 3 7 4
     X 3              x 1 3            x 2 1 3
     1 2              5 2              8 5 2
   2 1              9 1            1 4 9 1
 0 9              3 9              6 3 9
 6      .         2 6      .       4 2 6      .
 7 1 2 2          3 0 8 6 2        5 0 5 6 6 2
```

A seguir, três exemplos de divisão:

```
9'7'2'6 | 3    .        9 7'2'6 | 13       .        9 7 2'6 | 213      .
9 .      3242           91      748,153....       8 5 2    45,6619....
0 7                     0 6 2                     1 2 0 6
  6 .                     5 2 .                   1 0 6 5 .
  1 2                     1 0 6                   0 1 4 1 0
  1 2 .                   1 0 4 .                   1 2 7 8 .
    0 6                     2 0                     0 1 3 2 0
    ( 0 )                   1 3 .                     1 2 7 8 .
                              7 0                     0 0 4 2 0
                              6 5 .                       2 1 3 .
                                5 0                       2 0 7 0
                                3 9 .                     1 9 1 7 .
                              ( 1 1 )                   ( 0 1 5 3 )
```

Vêm então três exemplos de potenciação:

$3^3 = 9 \times 3 = 27$

$1\,3^3 =$ 3 9
1 3 0
1 6 9 x 1 3 = 1 1 7
78
13 .
2197

$213^3 =$ 6 3 9
2 1 3
4 2 6 .
4 5.3 6 9 x 2 1 3 = 1 9 1 7
1 2 7 8
6 3 9
1 0 6 5
8 5 2 .
9.6 6 3.5 9 7

Finalmente, mostramos três exemplos de cálculo de porcentagem:

3% de 7582
7 5 8 2
x 3 .
0 6
2 4
1 5
2 1 .
2 2 7,4 6

13% de 7582
7 5 8 2
x 1 3 .
2 6
1 0 4
6 5
9 1 .
9 8 5,6 6

213% de 7582
7 5 8 2
x 2 1 3 .
4 2 6
1 7 0 4
1 0 6 5
1 4 9 1 .
1 6.1 4 9.6 6

CONCLUSÃO

Terminamos os exemplos diretos com a situação, ficando apenas na compreensão de que o método Saiam de aplicações matemáticas mostra-se eficaz quanto a exatidão dos resultados obtidos através de sua aplicação para resolver problemas que envolvam multiplicação, divisão, potência e porcentagem.

Ao ter sido posto em prática em estabelecimentos educacionais de ensino básico, onde foi utilizado com o objetivo de encontrar produtos, verificou-se que facilita a aprendizagem da matemática pelos alunos. Isto por que, através desse método eles exercitam a adição e identificam em certo período de tempo a relação existente entre esta operação e a multiplicação.

No final da realização de cada curso, notou-se que grande maioria dos educandos se encontravam aptos a construir as tábuas e obter resultados positivos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BATISTA, Antonio Luiz Oliveira. **O Método SAIAM de aplicações matemáticas.** Minicurso apresentado no III Encontro de Educação Matemática da Zona Norte-SBEM-PE. São Paulo: SBEMPE-Colégio Sir Isaac Newton, 1992.

BATISTA, Antonio Luiz Oliveira. MONTEIRO Jr., Fídolo Retumba Carneiro. **O Método SAIAM de aplicações matemáticas.** Minicurso apresentado no II Encontro Pernambucano de Educação Matemática. Recife: UFRPE, 1992.

_____ . **O Método SAIAM de aplicações matemáticas.** Minicurso apresentado na I Semana de Matemática da UFRPE: Reflexões sobre o ensino da matemática no advento do terceiro milênio. Recife: UFRPE, 13-17.11.2000.

_____ . **O Método SAIAM de aplicações matemáticas.** Minicurso apresentado na Ação de Extensão “Março no LACAPE”. Recife: UFRPE, março de 2001.

_____ . **O Método SAIAM de aplicações matemáticas.** Minicurso apresentado no I Encontro de Educação Matemática da Região Metropolitana Norte. Paulista: SBEM-PE-Escola Menino Jesus, 08-09.12. 2000.

DANTE, Luiz Roberto. **A didática da resolução de problemas**. São Paulo: Ática, 1996.

MENEZES, Josinalva Estacio (org.). **Educação Matemática de jovens e adultos:** reflexões, experiências e proposta metodológica. Recife: UFRPE, 2009. Série Contexto Matemático, vol. 7.

ISSN 2236-4102

O PROBLEMA DOS 21 VASOS DE MALBA TAHAN: leituras e escrituras no ensino de matemática

Fabio Colins[249]
Daniele Esteves Pereira Smith[250]

RESUMO

A leitura e a escrita não é uma prática pedagógica muito comum nas aulas de matemática. No entanto, há gêneros textuais específicos da matemática, como por exemplo, as narrativas que compõe o livro O homem que calculava, de autoria de Malba Tahan. Nesta perspectiva, este artigo tem como objetivo discutir sobre as atividades de leitura e de escrita nas aulas de matemática no Ensino Fundamental. A pesquisa assumiu uma abordagem qualitativa do tipo exploratória. A investigação foi desenvolvida em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de São Francisco do Pará. As atividades foram organizadas a partir do problema dos 21 vasos retirados do livro O homem que calculava. Os registros escritos pelos estudantes foram analisados com a finalidade refletir sobre os conhecimentos mobilizados durante as aulas. A metodologia utilizada nas discussões foi a partir da análise de conteúdo. O estudo apontou que atividades de leitura e de escrita tornam o ensino de matemática mais significativo para os alunos, além de mobilizar conhecimentos matemáticos.

Palavras-chave: Ensino. Matemática. Malba Tahan. Leitura. Escrita.

[249]Universidade Federal do Pará (UFPA). formador.ufpa@gmail.com
[250] Universidade Federal do Pará (UFPA). danielez@gmail.com

INTRODUÇÃO

A linguagem da matemática tem passado por diversas fases, tendo-se algumas delas, concedido um destaque relevante, a ponto de se ter privilegiado questões puramente formais em relação às de conteúdo. O fato de a aprendizagem de um meio de comunicação estar subordinada ao ato de comunicar, ou seja, a aprendizagem de um código e de suas regras de funcionamento não deve, nem pode ser desconectada do que pretende ser comunicado. Sob esta concepção, a matemática pode ser vista como um "objeto de ensino", onde o matemático descobre a matemática numa realidade externa a ele, mas após a descoberta de um resultado matemático é necessário justificá-lo dentro de uma estrutura formal e só então fica pronto para ser ensinado.

A pergunta geratriz que orientou a investigação consistiu no seguinte questionamento: *em que termos atividades de leitura e de escrita nas aulas de matemática mobilizam conhecimentos inerentes ao processo de ensino-aprendizagem da matemática escolar?* Na perspectiva de respondê-la, a proposta de pesquisa recorreu aos estudos de Smole e Diniz, Itacarambi, Nacarato e Lopes, entre outros. Autoras que estudam a linguagem matemática nos diversos gêneros textuais.

Nesta perspectiva, este artigo tem como objetivo discutir sobre as atividades de leitura e de escrita nas aulas de matemática organizadas a partir do o livro *O homem que calculava*, de autoria de Malba Tahan. No que concernem os aspectos metodológicos, este estudo assumiu uma abordagem qualitativa do tipo exploratória. A investigação foi desenvolvida em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de São Francisco do Pará. As atividades foram organizadas a partir do problema dos 21 vasos.

A pesquisa foi desenvolvida durante duas semanas, contabilizando uma carga horária de doze horas de atividades em sala de aula. O material empírico é resultante dos registros escritos pelos estudantes, que foram analisados com a finalidade de refletir sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados durante as aulas, sobretudo, as estratégias de resolução dos problemas.

O estudo apontou que atividades de leitura e de escrita, na perspectiva da resolução de problemas, tornam o ensino de matemática mais significativo para os alunos, além de mobilizar conhecimentos matemáticos. Portanto, ler, escrever e resolver problemas, é uma prática que precisa estar presente nas aulas de matemática.

LEITURA, ESCRITA E MATEMÁTICA

Muitos professores afirmam que seus alunos não sabem ler, por isso não conseguem resolver os problemas matemáticos propostos na escola. No entanto, parece também não querer assumir a responsabilidade de ensiná-los a ler, pois em qualquer área do conhecimento, a leitura deve possibilitar a compreensão das diferentes linguagens, inclusive a linguagem matemática.

Em uma situação de aprendizagem significativa, a leitura é reflexiva e exige que o leitor se posicione diante de novas informações, buscando, a partir da leitura, novas compreensões sobre o conteúdo estudado. Por isso, um dos grandes desafios enfrentados pela escola é o de fazer com que os estudantes **se** tornem leitores fluentes, pois grande parte das informações que necessitamos para viver em sociedade e construir conhecimentos são encontradas na forma escrita. Conforme menciona Cândido (2009, p. 92),

> [...] a leitura de textos que envolvem Matemática, seja na conceitualização específica de objetos desse componente, seja na explicação de algoritmos, ou ainda, na resolução de problemas, vai além da compreensão do léxico: exige do leitor uma leitura interpretativa. Para interpretar, o aluno precisa de um referencial linguístico e, para decifrar os códigos matemáticos, de um referencial de linguagem matemática.

Assim sendo, é importante que o leitor tenha apropriação dos signos da língua, pois é provável que a compreensão verbal do problema seja anterior à compreensão de natureza matemática (BRITO, 2006). Dessa forma, para os problemas em linguagem verbal escrita, num primeiro momento, fazem-se necessária a leitura e a compreensão deles a partir da linguagem da matemática, para depois, compreender a natureza dos conteúdos matemáticos. O autor chama atenção para os problemas bem

estruturados, ou seja, aqueles que se apresentam como textos bem objetivos, com coesão e coerência e que trazem em seu enunciado marcas linguísticas que ligam os elementos de forma a apresentar uma organização sequencial e com possibilidade de ser interpretado.

Dessa forma, a leitura dar-se na construção interativa entre o leitor e o texto por meio de um processo no qual o pensamento e a linguagem estão envolvidos em trocas contínuas. Ler é uma atividade dinâmica, que abre ao leitor amplas possibilidades de relação com o mundo e compreensão da realidade que o cerca, que lhe permite inserir-se no mundo cultural da sociedade em que vive.

A leitura de um problema matemático exige que o leitor se posicione e situe-se diante de novas informações, que busque no texto novas compreensões, podendo fazer fluir muitas experiências, novos desafios, e desenvolver abertura para compreender melhor outros textos. Para isso, é necessário compreender o que o problema expressa, perceber a intenção de quem o elabora, destacar informações que ajude na resolução, elaborar estratégias de leitura etc. Essa leitura precisa ser reflexiva, ou seja, produzir questionamentos, dúvidas e discordâncias. Ela pode ser vista como um processo de comunicação da linguagem matemática.

Assim, a leitura é um processo interativo. A interação deve ocorrer entre os conhecimentos prévios desse leitor e as informações novas contidas no texto que está sendo lido. O resultado da compreensão é a construção de uma representação mental decorrente dessa interação. Assim, pode-se dizer que ler e compreender um problema matemático escrito significa saber decodificá-lo linguisticamente, reconstruí-lo no seu significado matemático para poder codificá-lo novamente em linguagem matemática.

Para Smole e Diniz (2001, p. 70), a compreensão de um texto é, sobretudo,

> [...] um processo que se caracteriza pela utilização que o leitor faz, no ato de ler, do conhecimento que ele adquiriu ao longo de sua vida: o conhecimento linguístico, o conhecimento textual, o conhecimento de mundo. Para chegar à compreensão do que leu e, consequentemente, para aprender algo novo a partir da leitura realizada, é preciso que conhecimentos anteriores sejam ativados durante a leitura e que o leitor indague, questione, busque e procure identificar os aspectos relevantes de um texto, encontrando pistas e percebendo os caminhos que o texto sugere.

Conforme exposto pelas autoras, compreender um texto não é tarefa fácil. Pois requer interpretação, decodificação, análise, síntese, seleção, antecipação e autocorreção. No entanto, ler para aprender matemática sugere uma relação intrínseca com a linguagem matemática, com sua semântica, com sua sintaxe e sua organização dos conceitos.

Outra prática necessária nas aulas de matemática é a escrita. O ato de escrever não possui a mesma fluidez que o ato de oralizar, pois quando escrevemos não podemos recorrer facilmente aos vários argumentos disponíveis na interação oral. No entanto, segundo Smole e Diniz (2001, p. 23), a "escrita junta-se ao oral e ao desenho para ser usada como mais um recurso de representação das ideias dos alunos". Dessa forma, a expressão das ideias matemáticas por meio da escrita e do desenho precisa ser fomentada nas aulas, sobretudo, nas atividades de resolução de problemas.

Assim, tanto a escrita quanto o desenho, auxiliam o resgate da memória, uma vez que muitas discussões orais poderiam ficar perdidas sem o registro em forma de texto. O texto escrito amplia as possibilidades de comunicação matemática. Dessa maneira, escrever permite que, além do próprio aluno, seus pais, colegas de outras classes e até mesmo outras pessoas possam ter acesso ao que foi pensado e vivido. Para Smole e Diniz (2001, p. 23) "trabalhar com as diferentes funções da escrita em sala de aula leva a criança a procurar descobrir a importância da língua escrita e de seus múltiplos usos, ao mesmo tempo em que as ideias matemáticas são aprendidas". Pensar dessa forma nos leva a compreender a importância do uso de símbolo para representar a linguagem matemática.

No entanto, se expressar pela linguagem matemática não é simples, pois sua linguagem requer rigor. Portanto, ao exigirmos dos alunos uma linguagem que consideramos adequada e precisa, corremos o risco de impedir que alguns deles tenham acesso ao sentido dos enunciados matemáticos, o qual se constrói a partir de uma linguagem aproximada, em um trabalho em que o importante é a articular significações, relacionar ideias e etapas de raciocínio.

A escrita e o registro por meio de desenhos auxiliam na aprendizagem matemática de forma significativa, pois ajuda no encorajamento diante de situações problemas, na reflexão sobre as operações matemáticas, no esclarecimento de ideias e conceitos matemáticos e como um catalisador para as discussões em atividades em grupo, sobretudo, ajuda o aluno a aprender o que está sendo estudado.

O professor de matemática pode explorar o trabalho com a resolução de problemas. Pois nessa perspectiva metodológica os alunos podem recorrer aos vários conceitos e ideias matemáticas. Assim, a resolução de problemas, nesta proposta de pesquisa, é vista como uma atividade de investigação, cujo ponto de partida é a análise qualitativa, ou seja, ter ideia da situação, delimitá-la, ter claro os objetivos, isto é, o que se busca. Por isso, ter claro a concepção de problema é um primeiro passo para o docente compreender as produções dos alunos.

Nestes termos, esta pesquisa considera um problema matemático como um portador textual, portanto, há necessidade de se ensinar e promover situações de aprendizagem para ler estes textos. Pois há nesses textos palavras que têm significados diferentes (de natureza matemática) e que dificultam a compreensão. Para Itacarambi (2010, p. 14) o “questionamento na interpretação do texto ajuda, na maioria das vezes, a avaliar as respostas dadas pelos alunos e a verificar que a interpretação do professor não é a única possível”. Nessa direção, o problema matemático assume papel de instrumento de contextualização, a partir do momento em que propõe situações que exigem uma solução matemática e que direcionam para o questionamento, a pesquisa e a inserção das operações dentro de um contexto (ITACARAMBI, 2010).

Portanto, a leitura nas aulas de Matemática pode ser pensada como uma prática de ensino. Conforme Fonseca e Cardoso (2009, p. 66),

> [...] a leitura de textos que tenham como objeto, conceitos e procedimentos matemáticos, história da matemática, ou reflexões sobre Matemática, seus problemas, seus métodos, seus desafios podem, porém, muito mais que orientar a execução de determinada técnica, agregar elementos que não só favoreçam a constituição de significados dos conteúdos matemáticos, mas também colaborem para a produção de sentidos da própria Matemática e de sua aprendizagem pelo aluno.

O professor de Matemática pode orientar praticar ou viabilizar leituras de textos matemáticos em parceria com o professor de Língua Portuguesa, não só na perspectiva de ensino da Matemática, mas também na perspectiva de desenvolvimento da compreensão leitora. Entre os textos que são proporcionados aos alunos, os professores podem selecionar alguns em que estejam presentes informações numéricas, informações veiculadas por meio de gráficos e tabelas, leitura de mapas, textos com ideias matemáticas etc.

Portanto, nas atividades de leitura e de escrita por meio de situações problemas os professores necessitam ter vontade e capacidade criativa para reorganizar suas aulas. Ele precisa sair de trivial (definição-exemplo-exercício) e partir para propostas didáticas mais significativas e contextualizadas.

A ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA

A organização de um trabalho de pesquisa é, na maioria das vezes, um longo caminho cheio de idas e vindas, mudanças de rumos, retrocessos, até que, após um certo período de amadurecimento, surge um horizonte para a investigação. Nesse sentido, esta pesquisa assumiu uma abordagem qualitativa do tipo exploratória (FIORENTINI; LORENZATO, 2006).

O contexto de investigação foi uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de São Francisco do Pará. O professor de matemática da turma disponibilizou duas semanas de aula para que fosse desenvolvida a pesquisa. Portanto, durante doze horas de atividades em sala de aula os alunos realizaram tarefas de leitura e de escrita por meio da resolução de problemas, metodologia adotada pelo docente.

As atividades foram organizadas a partir do problema dos 21 vasos retirados do livro O homem que calculava. Inicialmente foi apresentado o livro aos alunos e feita a leitura coletiva das aventuras de Beremiz Samir, O homem que calculava.

Foi explicado também que o verdadeiro autor do livro chamava-se Júlio César de Mello e Souza, e que ele usava o pseudônimo de Malba Tahan. A obra conquistou a atenção de toda a turma, pois por meio das aventuras e do clima de romance os alunos deleitaram-se na leitura e passaram a olhar a matemática por um viés mais significativo. Em seguida, o livro foi disponibilizado em formato digital para todos os alunos da turma, isso ajudou na organização das atividades. Portanto, as primeiras aulas foram exploratórias. Nas atividades seguintes foram distribuídas cópias impressas de um dos problemas da coletânea de Malba Tahan. O episódio escolhido pelos alunos foi o *Caso dos 21 Vasos*.

> Ia o eloquente calculista prosseguir em suas estranhas observações sobre o número sagrado, quando avistamos, à porta da hospedaria, nosso dedicado amigo o cheique Salém Nasair, que acenava repetidas vezes chamando por nós.
> Disse o cheique Salém: – Sinto-me feliz por tê-lo encontrado agora, ó calculista! Sua chegada, não só para mim, como para três amigos que se acham nesta hospedaria foi altamente providencial.
> E acrescentou com simpatia e visível interesse:
> - Venham! Venham comigo que o caso é muito sério.
> Levou-nos a seguir para o interior da hospedaria. Conduziu-nos por um corredor meio escuro, úmido, até o pátio interno, acolhedor e claro. Havia ali cinco ou seis mesas redondas. Junto a uma dessas mesas achavam-se três viajantes que me pareceram estranhos.
> Os homens quando o cheique e o calculista deles se aproximaram, levantaram-se e fizeram o salã. Um deles parecia muito moço; era alto, magro, tinha os olhos claros e ostentava belíssimo turbante amarelo cor de ovo, com uma barra branca, onde cintilava uma esmeralda de rara beleza; os dois outros eram baixos, ombros largos e tinham pele escura como beduínos da África.
> Disse o cheique apontando para os três muçulmanos:
> - Aqui estão, ó calculista, os três amigos. São criadores de carneiros em Damasco. Enfrentam agora os problemas mais curiosos que tenho visto. E esse problema é o seguinte: Como pagamento de pequeno lote de carneiros, receberam aqui, em Bagdá, uma partida de vinho, muito fino, composta de 21 vasos iguais, sendo: 7 cheios; 7 meio cheios e 7 vazios.
> Querem agora dividir os 21 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho. Repartir os vasos é fácil. Cada um dos sócios deve ficar com sete vasos. A dificuldade ao meu ver, está em repartir o vinho sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão. Será possível, ó calculista, obter uma solução para este problema?
> Beremiz depois de meditar em silêncio durante dois ou três minutos, respondeu:

> - A divisão dos 21 vasos, que acabais de apresentar, ó cheique, poderá ser feita sem grandes cálculos. Vou indicar a solução que me parece mais simples.
>
> (MALBA TAHAN, 2010, p. 53-54)

Após a leitura e a discussão da história, a turma foi orientada para realizar duas atividades: a primeira tarefa consistiu na leitura e interpretação do texto proposto, que contribuiu também para a compreensão do problema. A segunda tarefa estava centrada na resolução do problema dos 21 vasos. Os estudantes teriam que efetuar a partilha conforme narrado na história. Essa segunda atividade tomou duas aulas, pois inicialmente os estudantes apresentaram dificuldade para executá-la. Mas com a interação com os colegas ideias emergiram.

Para solucionar o problema os alunos participaram de discussões sobre a situação e fizeram registros escritos e desenhos que ilustrassem a resolução, pois esses foram instrumentos de comunicação das ideias matemáticas. Os estudantes acabaram utilizando mais de um recurso para descrever as soluções. O interessante foram as diversas possibilidades de enfrentamento da situação problema. Dessa forma, os registros construídos pelos estudantes (escrita e desenho) foram analisados com a finalidade refletir sobre os conhecimentos mobilizados durante as aulas e as estratégias de resolução.

A COMUNICAÇÃO DAS IDEIAS MATEMÁTICAS

A escrita e a leitura, por meio da resolução de problemas, podem aproximar ainda mais os alunos da aprendizagem da língua materna e do aprofundamento das ideias matemáticas. Exemplo disso, podemos observar nas produções dos estudantes diante do episódio do livro de Malba Tahan.

FIGURA 1: REGISTRO DE UM ALUNO

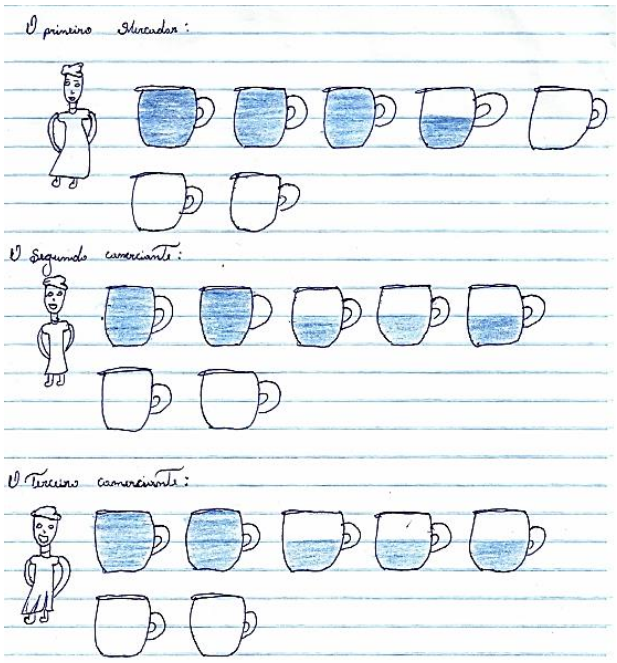


Fonte: Colins e Smith (2018)

Na imagem acima fica evidenciado a importância do registro por meio de desenhos. O aluno manifestou sua forma de enfrentar a situação problema. Essas características levam-nos a considerar a importância de aprender matemática para ler textos e ler textos para aprender matemática. Prática que precisa aparecer com mais frequência nas aulas de matemática da Educação Básica. Esse tipo de trabalha possibilita ao aluno familiarizar-se com a linguagem e os símbolos próprios da matemática.

Conforme Smole e Diniz (2001), os professores precisam organizar rotinas de leitura, independentemente das aulas de língua portuguesa, que articule momentos de leitura individual, oral, silenciosa ou compartilhada de modo que, nas aulas de matemática, os estudantes defrontem com situações efetivas e diversificadas de leitura. Ler livros, ler jornais, ler mapas, ler contas de energia elétrica, ler regras de jogos etc. são práticas necessárias, no entanto, é difícil formar leitores proficientes, pois envolve vários processos: cognitivos, afetivos e sociais.

FIGURA 2: REGISTRO DE UM ALUNO



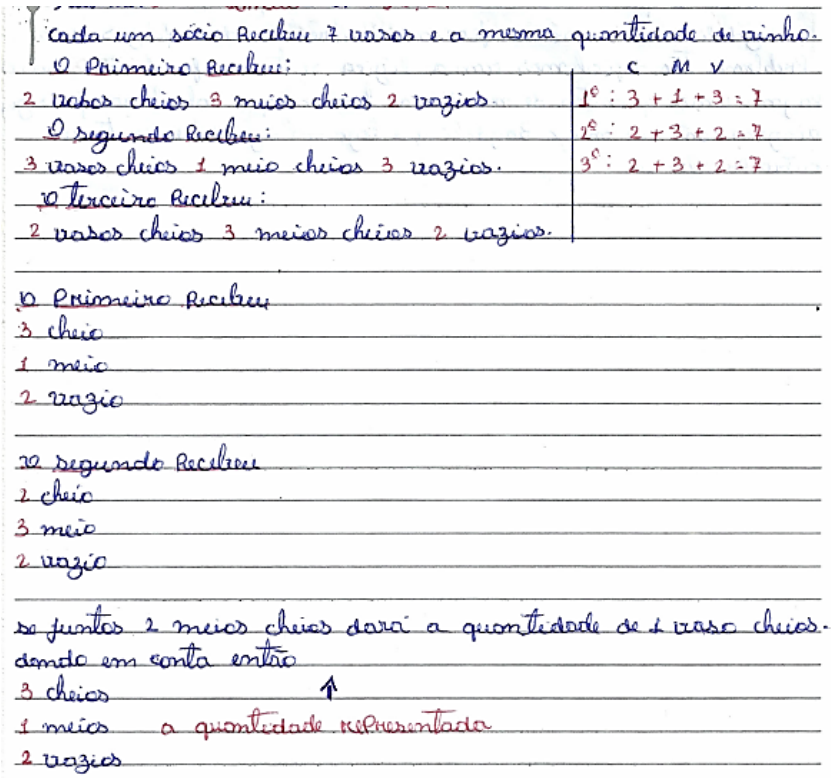
Fonte: Colins e Smith (2018)

A atividade com o livro de Malba Tahan incentivou os alunos a buscarem diferentes formas de resolver problemas e refletir sobre seus processos de resolução da situação proposta. Tais processos podem se manifestar por meio de algoritmos convencionais, de esquemas, da oralidade ou até mesmo por meio de desenhos.

Outro aspecto relevante foi a aceitação e a análise, por parte dos alunos, das diversas estratégias de resolução como válidas e importantes para o desenvolvimento da aprendizagem matemática. Essa atividade conduziu os estudantes para a compreensão de que a ideia matemática pode admitir diferentes formas de expressão e uma expressão pode representar diferentes ideias e contextos matemáticos. Isso implica um grande desafio para o professor de matemática, “pois se trata de uma compreensão que nos obriga a sair da cômoda posição de atribuir a cada símbolo ou expressão matemática um significado único e, reciprocamente, a cada ideia uma única forma de representação” (NACARATO; LOPES, 2009, p. 123). Assim, um mesmo modelo matemático pode ser trabalhado por meio de diversas estruturas semânticas, favorecendo ao aluno reconhecer isomorfismos matemáticos através da diversidade de sentidos atribuídos às estratégias de resolução dos problemas.

A ênfase na produção escrita nas aulas de matemática resulta em concepções sobre como se dá o processo de construção do conhecimento matemático pelos alunos. A escrita nas aulas de matemática assume um papel de instrumento mediador entre o sujeito e o objeto de conhecimento. Isso se evidencia na produção do aluno 3.

FIGURA 3: ESCRITA DA RESOLUÇÃO



Fonte: Colins e Smith (2018)

Nesse registro percebe-se a importância da escrita para comunicar as ideias matemáticas. Apesar de o estudante ter recorrido aos cálculos aritméticos para enfrentar essa situação, deu maior ênfase à justificativa escrita dos cálculos.

A atividade mostrou também que resolver um problema matemático não consiste no simples reconhecimento de situações típicas e/ou aplicar estratégias recorrentes de aplicação de algoritmos, em que a única tarefa é desenvolver o passo a passo dos procedimentos indicados pelo professor. No entanto, as estratégias de resolução apresentadas nessa proposta são construções que começam com o planejamento qualitativo, levantamento de hipóteses e têm como pressuposto a aprendizagem ativa (ITACARAMBI, 2010).

As respostas dos alunos revelaram que estão sempre em busca de um novo caminho para resolver o problema. Por isso, segundo os estudantes, não causou estranheza fazer desenhos ou registros escritos na tentativa de encontrar a solução, pelo contrário, essa foi a estratégia mais recorrente nas resoluções.

Para Smole e Diniz (2001) muitas vezes, nas situações de resolução de problemas, os alunos optam por representar suas soluções com base no contexto ou na estrutura do problema, o que varia de acordo com a segurança de cada um. Das várias representações que fizeram, uma ou outra se aproximou da técnica operatória, conforme a figura 3, o que não se traduz necessariamente em algoritmo tradicional.

Ler e escrever nas aulas de matemática proporcionou uma diversidade de estratégias de resolução. Um dos alunos recorreu à linguagem algébrica para expressar suas ideias matemática, conforme a figura 4.

FIGURA 4: REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA



Fonte: Colins e Smith (2018)

A estrutura do raciocínio matemático foi organizada da seguinte maneira: 1M representou o primeiro mulçumano; 2M o segundo e o 3M o terceiro mulçumano. Isso evidenciou a utilização da linguagem algébrica. Essa estratégia foi utilizada como recurso de ampliação da compreensão do problema, além de ser um veículo de acesso a outros tipos de raciocínio. Ao fazer o registro o aluno exteriorizou um conhecimento matemático, revelando sua interpretação do próprio problema e o domínio que possui dos conteúdos matemáticos que fazem parte da atividade proposta.

Para Smole e Diniz (2001), os professores de matemática, sobretudo, não podem esquecer que uma das principais tarefas da escola é formar alunos que façam uso da leitura e da escrita com autonomia em todas as áreas do currículo. Por esse motivo, a pesquisa propõe que durante as aulas de matemática os estudantes possam ser convidados a registrar e comunicar informações e suas próprias descobertas.

No entanto, precisamos fazer uma ressalva sobre os registros por meio de desenhos. As atividades de desenhar por desenhar não se constitui em uma forma de comunicação, pois esta implica interação com outros estudantes. Para que isso ocorra, é necessário organizar atividades que garantam apreciação dos desenhos produzidos pelos alunos, ou seja, fazer com que os desenhos sejam realmente um veículo de transmissão de ideias. Sendo assim, é importante propor situações nas quais desenhar envolva discussão com os colegas e troca de ideias.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa que teve como objetivo discutir sobre as atividades de leitura e de escrita nas aulas de matemática no Ensino Fundamental apontou que atividades de leitura e de escrita tornam o ensino de matemática mais significativo para os alunos, além de mobilizar conhecimentos matemáticos.

Outro aspecto foi a resolução de problemas como metodologia de ensino da matemática, pois se olharmos nesta perspectiva, tornou-se um momento em que os alunos tiveram a oportunidade de encontrar caminhos diferentes e desenvolver relações entre a leitura, a escrita e o desenho. Por outro lado, o professor precisa assegurar que eles tenham acesso à linguagem matemática por meio de situações desafiadoras.

Para tanto, é preciso que sejam encorajados a se engajarem ativamente nas situações propostas. Nesse sentido, partimos do pressuposto de que o trabalho com diferentes explorações e reformulações, na busca de desenvolver o interesse pela leitura do problema, possibilita a exploração da linguagem matemática.

Outro aspecto positivo constatado na pesquisa é a organização de ambiente propício à resolução de problemas. O fato de disponibilizar o livro digitalizado

incentivou-os a procurar ler mais e querer resolver os problemas, além de mais ativos no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Sobre a matemática escolar os alunos passaram a vê-la como importante para sua formação acadêmica e pessoal. Quebraram o paradigma de que há sempre uma única forma de resolver um problema e de que não vale a pena disponibilizar muito tempo para resolvê-lo. Por outro lado, é preciso salientar novamente que esse trabalho não é tarefa simples, pois requer tempo de depende muito de um planejamento bem elaborado. Trabalhar na perspectiva metodológica da leitura e da escrita nas aulas de matemática por meio da resolução de problemas não inclui experimentações eventuais, nem permite improviso ou falta de clareza quanto ao conhecimento matemático, mas um trabalho didático-pedagógico sistematizado.

REFERÊNCIAS

BRITO, F. R. M. de. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. *In*: BRITO, F. R. M. de (Org.). Solução de problemas matemáticos e matemática escolar. Campinas: Alínea, 2006.

CÂNDIDO, Jussara. Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. Campinas: Artmed, 2009.

FIORENTINI, Dario. LORENZATO, Sérgio. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FONSECA, M. da C. F. R. CARDOSO, C. de A. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática e Matemática para ler o texto. *In*: NACARATO, Adair. LOPES, Celi. Escrituras e leituras na educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

ITACARAMBI, Ruth Ribas. Resolução de Problemas no Ensino Fundamental. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

NACARATO, Adair. LOPES, Celi. Escrituras e leituras na educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SMOLE, Kátia Stocco. DINIZ, Maria Ignez. Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

TAHAN, Malba. O Homem que Calculava. 79. ed. Rio de Janeiro: Record, 2010.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

OS ARTIGOS "CALCULO VERBAL, CALCULO GRAPHICO E CALCULO PRATICO" de Raja Gabaglia

Juliana Martins[251]

RESUMO

Esse trabalho tem o intuito de apresentar apontamentos iniciais sobre os artigos "Calculo Verbal, Calculo Graphico e Calculo Pratico", escritos por Eugênio de Barros Raja Gabaglia e publicados na Revista da Escola Polytechnica em 1897. Apesar de ter tipo renome na época em que viveu, o autor, assim como a maioria dos textos que escreveu são pouco conhecidos na área de História da Matemática no Brasil. Nesse sentido, o presente trabalho contribuirá apresentando (de modo sintético), ao leitor uma de suas publicações. Os comentários acerca dos artigos pretendem proporcionar um panorama geral dos temas que Gabaglia aborda no texto, utilizando excertos do próprio autor, e apresentar os referenciais que ele utilizou. Ao final foram feitos comentários sobre as impressões iniciais do texto estudado, destacando a originalidade do trabalho dado à época em que foi escrito. A composição desse trabalho teve como base os próprios escritos do autor, disponibilizados por meio de cópia em Silva (1998).

Palavras-chave: História da Matemática. História dos Números. Raja Gabaglia.

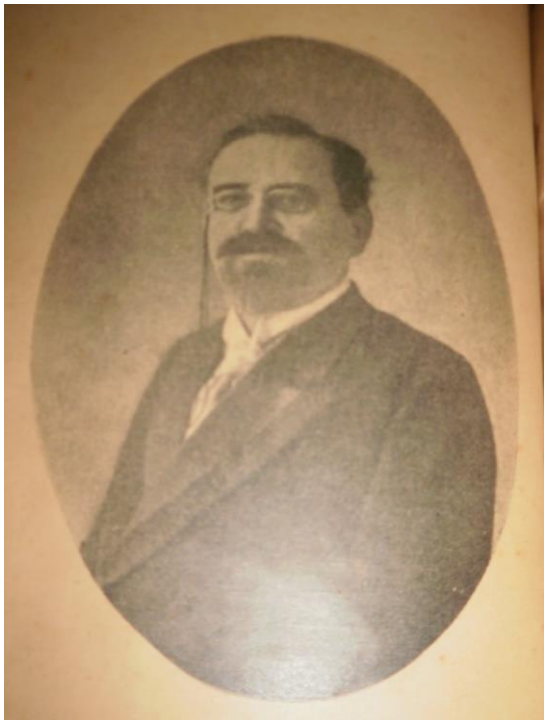
INTRODUÇÃO

Esse trabalho tem o objetivo de apresentar apontamentos iniciais sobre os textos "Calculo Verbal, Calculo Graphico e Calculo Pratico", escritos por Eugênio de Barros Raja Gabaglia e publicados em 1897.

[251] Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", (Unesp – Rio Claro).
E-mail: juliana.mat19@yahoo.com.br

Raja Gabaglia foi professor de matemática e engenheiro, viveu no Rio de Janeiro entre os anos de 1862 a 1914. Lecionou em diversas instituições de ensino da época, contudo, destaca-se em sua vida profissional o período em que trabalhou no Colégio Pedro II, inicialmente como professor substituto, depois lente catedrático e por último, como diretor.

FIGURA 1: RETRATO DE EUGÊNIO DE BARROS RAJA GABAGLIA



Fonte: Caderno do Ensino (1929), NUDOM 2014.

Além de seus dois principais ofícios Gabaglia dedicava tempo estudando assuntos que perpassam por muitas áreas do conhecimento. Como resultado desses estudos, publicava textos em importantes revistas da época. Em um primeiro momento ao observar seus trabalhos, notamos que o autor:

> "Passa de uma tese sobre geografia política à um curso de navegação interior, escrito para lecionar na Academia da Marinha. De uma pequena nota sobre a numeração dos índios brasileiros à textos sobre a história da matemática e o papiro Rhind." (MARTINS, 2018, p.1)

Os trabalhos que Gabaglia escreveu foram organizados em um quadro que intitulamos por "Obra de Raja Gabaglia", este foi apresentado no Seminário Nacional

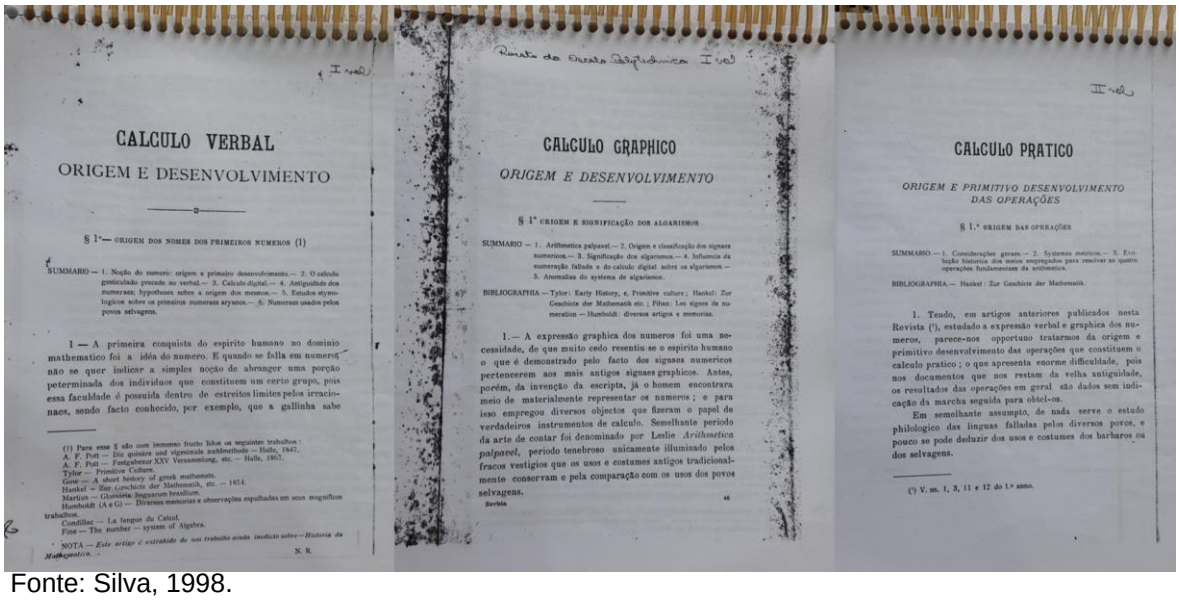
de História da Matemática (2017). No quadro mencionado é possível obter um panorama geral da produção do autor ao mesmo tempo em que notamos a diversidade dos textos que publicou.

De sua obra destaco abaixo os textos que dizem respeito à área que Gabaglia teve certa predileção: a História da Matemática.

- Os artigos Calculo Verbal, Calculo Graphico, Calculo Pratico – (1897, 69 páginas no total).
- O artigo Distincção entre os logarithmos neperianos e naturaes – (1899, 5 páginas).
- O livro O mais antigo documento mathematico conhecido (papyro Rhind) – (1899, 136 páginas).
- O artigo A evolução do conceito do infinitesimo em mathematica – parte primeira – Dos Gregos a Cavalieri – (1919, 65 páginas).

Para a composição desse estudo optou-se em focar nos artigos publicados em 1897: “Calculo Verbal, Calculo Graphico e Calculo Pratico”, os quais estão disponibilizados no trabalho de Silva (1998). Para esse estudo inicial damos atenção ao primeiro parágrafo do primeiro artigo.

FIGURA 2: PRIMEIRA PÁGINA DOS ARTIGOS:
CALCULO VERBAL, GRAPHICO E PRATICO



CALCULO VERBAL

ORIGEM E DESENVOLVIMENTO

§ 1.º— ORIGEM DOS NOMES DOS PRIMEIROS NUMEROS (1)

SUMMARIO — 1. Noção do numero: origem e primeiro desenvolvimento.— 2. O calculo gesticulado precede ao verbal.— 3. Calculo digital.— 4. Antiguidade dos numeraes; hypotheses sobre a origem dos mesmos.— 5. Estudos etymologicos sobre os primeiros numeraes aryanos.— 6. Numeraes usados pelos povos selvagens.

1 — A primeira conquista do espirito humano no dominio mathematico foi a idéa do numero. E quando se falla em numero, não se quer indicar a simples noção de abranger uma porção peterminada dos individuos que constituem um certo grupo, pois essa faculdade é possuida dentro de estreitos limites pelos irracionaes, sendo facto conhecido, por exemplo, que a gallinha sabe

(1) Para esse § são com immenso fructo lidos os seguintes trabalhos:
A. F. Pott — Die quinare und vigesimale zahlmethode — Halle, 1847.
A. F. Pott — Festgabenur XXV Versammlung, etc. — Halle, 1863.
Tylor — Primitive Culture.
Gow — A short history of greek mathematic.
Hankel — Zur Geschicte der Mathematik, etc. — 1874.
Martius — Glossaria linguarum brasilium.
Humboldt (A e G) — Diversas memorias e observações espalhadas em seus magnificos trabalhos.
Condillac — La langue du Calcul.
Fine — The number — system of Algebra.

NOTA — *Este artigo é extrahido de um trabalho ainda inedito sobre — Historia da Mathematica.* —

N. R.

CALCULO GRAPHICO

ORIGEM E DESENVOLVIMENTO

§ 1.º ORIGEM E SIGNIFICAÇÃO DOS ALGARISMOS

SUMMARIO — 1. Arithmetica palpavel.— 2. Origem e classificação dos signaes numericos.— 3. Significação dos algarismos.— 4. Influencia da numeração fallada e do calculo digital sobre os algarismos.— 5. Anomalias do systema de algarismos.

BIBLIOGRAPHIA — Tylor: Early History, e, Primitive culture; Hankel: Zur Geschicte der Mathematik etc.; Fiban: Les signes de numeration — Humboldt: diversos artigos e memorias.

1.— A expressão graphica dos numeros foi uma necessidade, de que muito cedo resentiu-se o espirito humano o que é demonstrado pelo facto dos signaes numericos pertencerem aos mais antigos signaes graphicos. Antes, porém, da invenção da escripta, já o homem encontrara meio de materialmente representar os numeros; e para isso empregou diversos objectos que fizeram o papel de verdadeiros instrumentos de calculo. Semelhante periodo da arte de contar foi denominado por Leslie *Arithmetica palpavel*, periodo tenebroso unicamente illuminado pelos fracos vestigios que os usos e costumes antigos tradicionalmente conservam e pela comparação com os usos dos povos selvagens.

Revista

CALCULO PRATICO

ORIGEM E PRIMITIVO DESENVOLVIMENTO DAS OPERAÇÕES

§ 1.º ORIGEM DAS OPERAÇÕES

SUMMARIO — 1. Considerações geraes.— 2. Systemas metricos.— 3. Evolução historica dos meios empregados para resolver as quatro operações fundamentaes da arithmetica.

BIBLIOGRAPHIA — Hankel: Zur Geschicte der Mathematik.

1. Tendo, em artigos anteriores publicados nesta Revista (1), estudado a expressão verbal e graphica dos numeros, parece-nos opportuno tratarmos da origem e primitivo desenvolvimento das operações que constituem o calculo pratico; o que apresenta enorme difficuldade, pois nos documentos que nos restam da velha antiguidade, os resultados das operações em geral são dados sem indicação da marcha seguida para obtel-os.

Em semelhante assumpto, de nada serve o estudo philologico das linguas falladas pelos diversos povos, e pouco se pode deduzir dos usos e costumes dos barbaros ou dos selvagens.

(1) V. os. 1, 3, 11 e 12 do 1.º anno.

Fonte: Silva, 1998.

Os apontamentos iniciais escritos nesse trabalho pretendem situar o leitor sobre os temas que Gabaglia aborda no texto, com atenção ao primeiro parágrafo do primeiro artigo. Por fim, segue as considerações finais a partir da primeira impressão do texto.

“CALCULO VERBAL, CALCULO GRAPHICO E CALCULO PRATICO”

Em 1897 o professor de matemática Eugênio de Barros Raja Gabaglia publicou uma série de artigos sobre a “origem e o desenvolvimento do calculo verbal, graphico e pratico”, na Revista da Escola Polytechnica. Esses artigos, assim como a maioria dos estudos que compõe a obra de Gabaglia, pouco aparecem na história da matemática no Brasil e por isso merecem destaque nesse trabalho.

Os textos foram publicados conforme podemos observar na Figura 2, abaixo do título dos artigos seguem os títulos dos parágrafos (§) – que correspondem aos nossos capítulos –, e em seguida figuram os sumários com as seções que fazem parte de cada capítulo.

O primeiro artigo, possui a seguinte estrutura:

Calculo Verbal – Origem e Desenvolvimento

§ 1º- Origem dos nomes dos primeiros numeros

SUMMARIO – 1. Noção do numero: origem e primeiro desenvolvimento. – 2. O calculo gesticulado precede ao verbal. – 3. Calculo digital. – 4. Antiguidade dos numeraes; hypotheses sobre a origem dos mesmos. – 5. Estudos etymologicos sobre os primeiros numerais aryanos. – 6. Numeraes usados pelos povos selvagens.

Segundo o autor a primeira conquista do homem no domínio da matemática foi o estabelecimento da “idéa do numero”. Isto é, a capacidade de abstrair de um grupo concreto de elementos uma característica particular: o número de elementos que formam o conjunto. Para ele, essa característica não varia qualquer que seja a mudança dos elementos constitutivos do grupo.

Nesse ponto vemos a aproximação da ideia de número com a ideia de quantidade ou contagem. Isso significa que independente que quantos elementos possui um conjunto determinado, esse conjunto sempre possuirá uma quantidade de elementos.

Ainda na primeira seção Gabaglia comenta que após alcançada a ideia de número, uma outra propriedade pode ser deduzida, esta talvez seria o “postulatum fundamental da arithmetica”, que é: “o numero de objectos, existentes em um grupo qualquer de objectos distinctos, é independente da especie desses objectos, do modo em que se acham dispostos, e da maneira segundo que se podem associar, formando novos grupos”.

Ao comparar dois grupos de objetos quaisquer e distintos, o homem concluiu que o número de objetos nos grupos é o mesmo se, para cada objeto do primeiro grupo existe um correspondente no segundo grupo, e vice-versa. Se não há tal correspondência o número de objetos de cada grupo é diferente.

A partir dessas descobertas o homem pode executar a operação fundamental da aritmética – “o contar”.

> Contar um grupo é estabelecer a correspondencia um a um entre os individuos desse grupo e os individuos de um certo grupo representativo, escolhido para base de comparação. Pelo contar, o homem exprime o numero de objectos existentes em grupos de qualquer especie sempre em termos de um grupo determinado: esse grupo póde ser de traços feitos em madeira ou em pedra, de seixos, sementes, dedos, palavras, symbolos escriptos, etc.; (GABAGLIA, 1897, pp. 9-10)

Na seção 2 Gabaglia afirma que inicialmente os primeiros meios de representação do número de objetos de um grupo, foi pela representação dos próprios objetos do grupo e a recitação de seus nomes. No entanto, essa representação não diz respeito ao número de elementos do grupo, e sim representa cada elemento individualmente. Para resolver essa questão, iniciou-se o processo de contagem, logo, em vez dos próprios objetos e seus nomes, foram empregadas representações para o número de objetos do grupo. Por exemplo, o termo que indica *mão* em um grande número de línguas, representa a quantidade cinco.

Assim, as mãos e os pés tornaram-se modelos de representação de grupos de quantidades. Segundo o autor:

> ainda hoje em povos selvagens e até nas classes ignorantes de povos civilisados para contar empregam-se sempre os dedos; os coroados do rio Xipotó tem uma palavra para dez e, comtudo, quando empregam-na, apresentam sempre os dedos das mãos; os negros d’Africa apresentam

> os dedos dos pés quando precisam ennunciar numeros, estando acocorados, posição que habitualmente tomam para tratar de negocios e conversar. (GABAGLIA, 1897, p. 10)

Posteriormente nomes foram dados aos gestos e modelos que indicavam os números, dando início a criação dos numerais. É nesse sentido que o autor escreve que o cálculo gesticulado precede ao cálculo verbal.

Na terceira seção 3 “Calculo Digital”, Gabaglia comenta que o contar pelos dedos é próprio da natureza humana pelos seguintes argumentos, em primeiro lugar é um processo universal, empregado tanto pelos povos selvagens, pelas pessoas sem instrução como auxílio de operações mentais efetuadas em números para que não possuem nomes e em nações civilizadas como meio de passar para métodos aritméticos complexos. Em segundo, o cálculo digital é instintivo, visto que é como toda criança de qualquer raça principia o contar, sempre empregado pelos surdos-mudos.

Na seção 4 Gabaglia comenta que em geral os numerais são palavras ou símbolos que pertencem ao primeiro período da formação da língua de cada povo e, por consequência, de origem e significação difíceis de determinar. Contudo, estudiosos procuraram achar no nome dos numerais uma significação em objetos concretos da cultura e muitos exemplos foram encontrados nas línguas primitivas dos povos selvagens. Já em povos “capazes de certo desenvolvimento intelectual" perceberam logo cedo a característica essencialmente abstrata do número e a inconveniência de representá-lo por uma imagem concreta.

A partir dos estudos de seus contemporâneos Gabaglia supõe que os povos arianos contaram, no princípio, com poucos numerais e só depois, quando já conheciam o caráter abstrato do número avançaram na representação dos numerais. Segundo o autor na numeração dos egípcios a imagem determinada por um traço faz referência a um objeto; dois traços fazem referência a dois objetos e três traços faz referência a três ou mais objetos (representar a pluralidade).

> Si é verdade, como tudo leva a crer, a hypothese de ter primitivamente sido 3 ou 4 o limite da numeração aryana, não ha outro motivo para encontrar nos numeraes até quatro a minima referencia aos dedos. Todas as pesquizas feitas sobre esses primeiros numeraes tem sido em absoluto improficuas, servindo apenas para mostrar a antiguidade de taes palavras. (GABAGLIA, 1897, p. 15)

Do estudo dos primeiros numerais entre os selvagens, tema da seção 6, conclui-se que muitas tribos possuem poucos numerais e contam por meio dos dedos. Além disso, rarissimamente encontram-se nos quatro primeiros numerais qualquer coisa que ao menos longinquamente lembre o cálculo gesticulado.

Gabaglia adverte que certas extravagâncias são espalhadas por muitos viajantes sobre a capacidade aritmética de certas tribos já que existem diversas causas para a não exatidão das informações sobre os seus numerais.

Nesse ponto dos comentários, destacamos que o texto relativo terceiro parágrafo da página 18, até o segundo parágrafo da página 19, figura também no livro Matemática Divertida e Curiosa de Malba Tahan, sob o título de “A numeração entre os selvagens”. Isto é, um recorte da seção 6 que fala sobre o nome de alguns numerais antigos dos povos americanos, informados por viajantes habilitados.

A seguir apresentamos a estrutura da sequência do texto. Para esse trabalho os parágrafos que seguem não foram comentados.

§ 2° Systemas de numeração

SUMMARIO – 7. Origem dos systemas de numeração falada. – 8. Bases do systema de numeração, influencia da natureza physica e intelectual do homem na escolha da base. – 9. Anomalias apresentadas pelos numeraes. – 10. Limite alcançado pelos diversos povos no calculo verbal, experiencias comprobatórias de que os irracionais podem contar.

Calculo Graphico – Origem e desenvolvimento

§ 1° Origem e significação dos algarismos

SUMMARIO – 1. Arithmetica palpável. – 2. Origem e classificação dos signaes numericos. – 3. Significação dos algarismos. – 4. Influencia da numeração falada e do calculo digital sobre os algarismos. – 5. Anomalias do systema de algarismos.

§ 2º - Systemas de algarismos

SUMMARIO – 6. Classificação dos systemas de algarismos. – 7. Conclusões geraes.

Calculo Pratico – Origem e desenvolvimento

§ 1° Origem das operações

SUMMARIO – 1. Considerações geraes. – 2. Systemas métricos. – 3. Evolução histórica dos meios empregados para resolver as quatro operações fundamentaes da arihmetica.

§ 2° Origem das fórmas artificiaes do numero

SUMMARIO – 4. Fórmas articiaes do numero, origem da fracção sua notação. – 5. Origem do numero incomensurável, seu conceito pelos gregos e pelos hindus. – 6. Origem do numero negativo. Antiguidade da equação. – 7. Origem do numero imaginário.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A intenção do presente trabalho foi apresentar ao leitor um panorama geral dos temas que Gabaglia abordou em seus artigos sobre a origem e o desenvolvimento dos cálculos verbal, gráfico e prático, com especial atenção ao primeiro parágrafo do primeiro artigo, quais referenciais utilizou em seus estudos e tecer algumas considerações iniciais sobre o texto.

Do conhecimento que se tem sobre a produção em história da matemática no Brasil, acredito que esses textos constituem um trabalho original e inédito dado à época em que foram escritos. Os referenciais utilizados foram seus contemporâneos e as discussões empregadas estão recheadas de pontos de vista, por vezes, finalizadas com sua própria opinião.

Miguel e Miorim (2011, p. 23), conjecturaram a hipótese que esse o trabalho de Gabaglia tenha sido o primeiro texto de autor brasileiro a abordar aspectos relacionados ao tema utilizando os mais recentes estudos antropológicos daquele período e de outros países.

No decorrer do texto nota-se que existe uma preocupação do autor em se fazer claro e referenciar os estudos em que baseia, pois a seu ver um trabalho dessa natureza (histórica), exige informações seguras de fontes seguras.

Conforme escrito em uma nota de rodapé na primeira página do primeiro artigo, Gabaglia estava escrevendo um “trabalho inedicto sobre – Historia da Mathematica”, do

qual os artigos sobre os cálculos verbal, gráfico e pratico foram extraídos. Logo, é possível concluir que da diversidade de temas que se debruçou a estudar, a história da matemática lhe ganhou mais atenção.

Em pesquisas futuras pretende-se dar continuidade ao estudo mais detalhado desses textos e de outros que o autor escreveu, no intuito de divulgar os trabalhos de Gabaglia e sua participação na área da História da Matemática no Brasil.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GABAGLIA, E. de B. R. Calculo Verbal, Calculo Graphico e Calculo Pratico. In: Revista da Escola Polytechnica, Rio de Janeiro, Typografia Americo Martins &C. I vol. 1897, pp. 8-21; 87-101; 361-380. II vol. 1897, pp. 101-109; 137-149.

MARTINS, J. Apontamentos iniciais sobre a contribuição de Eugênio de Barros Raja Gabaglia para a história da matemática no Brasil. Trabalho apresentado In: XII Seminário Nacional de História da Matemática – UNIFEI, Itajubá – MG, 2017.

MARTINS, J. Um apanhado sobre a obra de Raja Gabaglia. In: Caderno de Resumos do 8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática – UNIOESTE, Foz do Iguaçu – PR, 2018.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. História na Educação Matemática: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2011, 2 ed. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

SILVA, M. R. F. da.; HARIKI, S. Raja Gabaglia. Trabalho de Iniciação Científica. São Paulo: IME-USP, 1998.

TAHAN, M. Matemática Divertida e Curiosa. 15ª edição. Rio de Janeiro: Record, 2001.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

O TEOREMA DE PITÁGORAS: um caso particular de algo mais geral

Dulcyene Maria Ribeiro [252]
Andréia Büttner Ciani [253]

RESUMO

Este artigo aborda o que chamamos de uma extensão ou generalização do conhecido Teorema de Pitágoras para a área de outras figuras, além dos quadrados sobre os lados de um triângulo retângulo. A proposição 47 do livro I dos *Elementos* de Euclides, conhecida por Teorema de Pitágoras, e enunciada como "*nos triângulos retângulos, a soma das áreas dos quadrados tomados sobre os catetos é igual à área do quadrado tomado sobre a hipotenusa"*, é um dos resultados mais "populares" da matemática escolar, o que não ocorre com a sua generalização. Nos triângulos retângulos, esta generalização pode ser expressa como o fato do resultado da soma das medidas das áreas das figuras, tomadas sobre os catetos, ser igual à medida da área da figura semelhante às outras duas, tomada sobre a hipotenusa. Atualmente, a chamada generalização do teorema atribuído a Pitágoras é muito pouco divulgada dentre os que ensinam Matemática, seja na Universidade ou na Educação Básica. Mas, nem sempre foi assim. Por isso, recorremos à pesquisa histórica para trazer à tona algumas abordagens sobre a generalização e o ensino do teorema de Pitágoras, que constam em alguns materiais elaborados e utilizados em outras épocas. O próprio livro *Os elementos*, de Euclides o traz, mas não é preciso voltar tantos séculos para encontrar tais abordagens. Materiais utilizados no ensino da engenharia militar no século XVIII, os livros de Dechales e Ozanam, um livro didático brasileiro da primeira metade do século XX e alguns materiais recentes trazem esta generalização e formas de ensiná-lo. A busca por materiais que apresentem a generalização do teorema de Pitágoras para outras figuras não foi exaustiva, no entanto, temos fortes indícios de que esta não consta em livros didáticos atuais.

Palavras-chave: Generalização do Teorema de Pitágoras. História da Matemática. Elementos de Euclides.

[252] Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste). E-mail: dulcyenemr@yahoo.com.br.
[253] Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste). E-mail: andbciani@gmail.com.

INTRODUÇÃO

A proposição 47 do livro I dos *Elementos* de Euclides, enunciado como "*nos triângulos retângulos, a soma das áreas dos quadrados tomados sobre os catetos é igual à área do quadrado tomado sobre a hipotenusa"*, é um dos resultados mais "populares" da matemática escolar, conhecido como Teorema de Pitágoras, No entanto, a sua generalização, a de que o resultado que é válido para quadrados foi estendido para outras figuras é pouco conhecido, mesmo entre os que ensinam matemática.

Um curso desenvolvido com professores da rede estadual de ensino, no estado do Paraná, no ano de 2012, chamou-nos a atenção o fato de que nenhum deles sequer tinha qualquer conhecimento sobre a generalização do Teorema de Pitágoras. Também não encontramos menções à generalização nos livros didáticos atualmente usados no Brasil. Alguns poucos apontamentos sobre esta generalização figuram apenas em alguns trabalhos de pós-graduação, ou em materiais específicos, como a apostila disponibilizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA da iniciativa de preparação dos estudantes para a Olimpíada Brasileira das Escolas Públicas – OBMEP.

Mas nem sempre foi assim. Uma das autoras desse texto, durante as atividades de pesquisa de seu pós-doutorado, identificou, em alguns dos materiais que analisava, abordagens sobre a generalização do teorema de Pitágoras. Isso nos inspirou a buscar mais elementos sobre a generalização. Por isso, nesse texto destacaremos como esse resultado figura em alguns materiais elaborados e utilizados ao longo da história da Matemática e de seu ensino.

A DEMONSTRAÇÃO DE EUCLIDES

Considerando a tradução do livro de Euclides realizada por Irineu Bicudo, trazemos, a seguir, a proposição 31, do livro 6, de *Os elementos*, bem como sua demonstração, que apresenta a generalização do teorema de Pitágoras.

> *31. Nos triângulos retângulos, a figura sobe o lado subtendendo o ângulo reto é igual às figuras semelhantes e também semelhantemente descritas sobre os lados contendo o ângulo reto.*
> Seja o triângulo retângulo ABC, tendo o ângulo sob BAC reto; digo que a figura sobre a BC é igual às figuras semelhantes e também semelhantemente descritas sobre as BA, AC.
> Fique traçada a perpendicular AD.
> Como, de fato, no triângulo retângulo ABC, foi traçada a perpendicular AD do ângulo reto junto ao A até a base BC, os triângulos ABD, ADC junto à perpendicular são semelhantes tanto ao todo ABC quanto entre si. E, como o ABC é semelhante ao ABD, portanto, como a CB está para a BA, assim a AB para a BD. E, como três retas estão em proporção, como a primeira está para a terceira, assim a figura sobre a primeira para a semelhante e semelhantemente descrita sobre a segunda. Portanto, como a CB está para a BD, assim a figura sobre a CB para a semelhante e semelhantemente descrita sobre a BA. Pelas mesmas coisas, então, também como a BC para a CD, assim a figura sobre a BC para a sobre a CA. Desse modo, também como a BC para as BD, DC, assim a figura sobre a BC para as semelhantes e semelhantemente descritas sobre as BA, AC. Mas a BC é igual às BD, DC; portanto, também a figura sobre a BC é igual às figuras semelhantes e semelhantemente descritas sobre as BA, AC.
> Portanto, nos triângulos retângulos, a figura sobre o lado subtendendo o ângulo reto é igual às figuras semelhantes e semelhantemente descritas sobre os lados contendo o ângulo reto; o que era preciso provar. (EUCLIDES, 2009, p. 264. Itálico como no original).

Numa linguagem mais próxima aos dias de hoje, podemos descrever essa proposição, que estende o teorema de Pitágoras ao caso de figuras semelhantes de qualquer espécie, da seguinte maneira: *Em triângulos retângulos, a medida da área de uma figura qualquer construída sobre a hipotenusa é igual à soma medidas das áreas das figuras semelhantes à primeira, construídas sobre os catetos*.

A GENERALIZAÇÃO NOS MATERIAIS DE ENSINO DA ENGENHARIA MILITAR

O ensino da Geometria e da Matemática, de uma maneira geral, entre os séculos XVII e XVIII, esteve fortemente baseado no livro *Os Elementos,* de Euclides. Há muitas traduções e edições desta obra, com comentários e acréscimos de autores europeus contemporâneos aos séculos referidos.

Em particular, destacamos o caso da formação dos engenheiros militares em Portugal, de onde vieram vários dos engenheiros militares que atuaram no Brasil. Os

conteúdos do livro de Euclides aparecem nos manuscritos de autoria desses engenheiros enquanto alunos. Os professores usavam um material que tomavam como base para ditar os ensinamentos matemáticos aos seus alunos sendo que, dentre estes ensinamentos, estavam os conteúdos de *Os Elementos*.

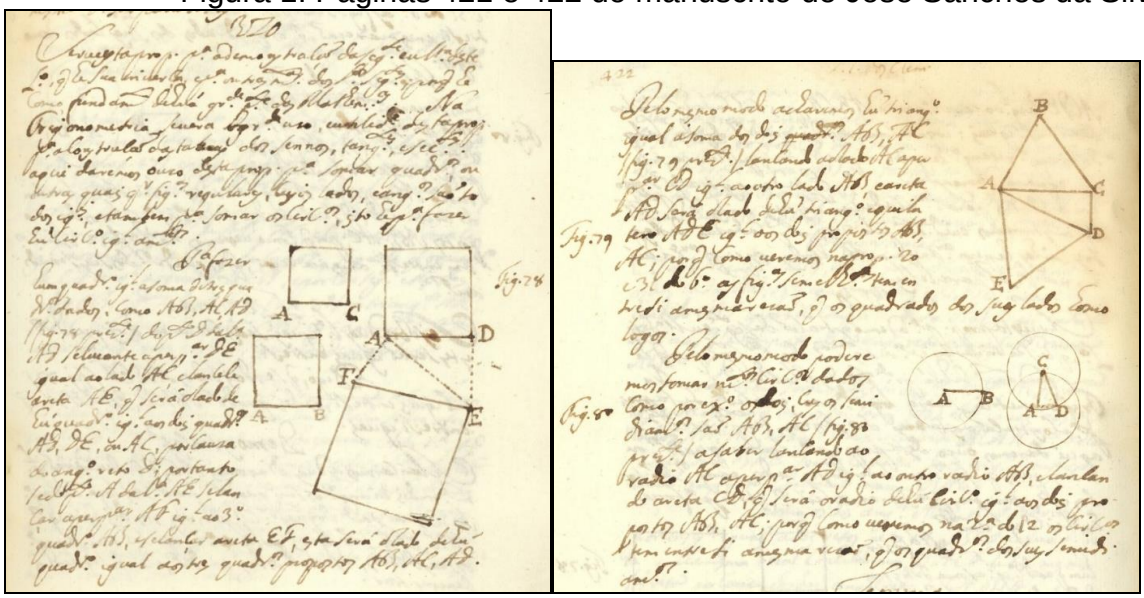
O manuscrito da Biblioteca Nacional de Portugal (BNP), intitulado *Elementos de Euclides* ou *Tratado de Geometria Elementar*[254], considerado notas de aulas tomadas por alunos que frequentaram a Academia Militar da Corte portuguesa, de autoria atribuída a José Sanches da Silva, evidencia a forma como o Teorema de Pitágoras foi tratado e ensinado nesta instituição, pelo menos na década de vinte do século XVIII, já que o manuscrito é datado como de 1722.

Mais especificamente, o manuscrito é uma releitura dos seis primeiros, mais o 11º e 12º livros dos *Elementos* de Euclides. Além do enunciado das proposições e de suas demonstrações, o manuscrito também indica, em cada uma dessas proposições, uma maneira de utilização, seja para a demonstração de outras proposições ou para uso prático dos engenheiros. Há um manuscrito atribuído a Manoel de Azevedo Fortes (1660-1749), na Biblioteca Pública de Évora (BPE)[255], cujo conteúdo é considerado idêntico a esse manuscrito da BNP. Segundo Ferreira (2013), o texto de Fortes é considerado uma tradução da versão dos *Elementos* de Euclides, do francês Jacques Ozanam. Acredita-se então que o professor Azevedo Fortes, com base no texto francês, organizou as lições que ditava aos seus alunos, como o José Sanches da Silva.

No caso da proposição 47 do Livro I, depois de apresentar a demonstração que foi feita por Euclides, propõe-se nos manuscritos usos e métodos de demonstração: "[...] aqui daremos o uso desta prop. p.^{a} somar quadr.^{os} ou outras quaisq.^{r} fig.^{as} regulares, cujos lados, e ang.^{os} são todos ig.^{s}, e também p.^{a} somar os circ.^{os}, isto he, p.^{a} fazer hu circ.^{o} ig.^{l} am.^{bos}." (SILVA, 1722, p. 421). São destacados os exemplos utilizando quadrados, triângulos e círculos, incluindo as imagens ilustrativas para esses casos. As imagens seguintes são do manuscrito de José Sanches.

254 BNP, Cod. 5194/2.
255 BPE, Códice Manizola, Nº 258.

Figura 1: Páginas 421 e 422 do manuscrito de José Sanches da Silva



Fonte: BNP, Códice 5194/2

O texto que trata das figuras semelhantes, descrito nas imagens está transcrito para a grafia atual a seguir:

> Para fazer um quadrado igual a soma de dois quadrados dados, como AB, AC, AD (figura 78 presente) do ponto D do lado AD se levante a perperdicular DE igual ao lado AC e lance a reta AE, que será o lado de hum quadrado igual aos dois quadrados AD, DE ou AC, por causa do ângulo reto D, portanto, se do ponto A do lado AE se lançar a perpendicular AF igual ao 3º quadrado AB e se lançar a reta EF, esta será o lado de um quadrado igual aos três quadrados propostos AB, AC, AD. Pelo mesmo modo acharemos um triângulo igual a soma dos dois quadrados AB, AC (fig. 79 presente) lançando do lado AC a perperdicular CD igual ao outro lado AB e a reta AD será o lado de um triângulo equilátero ADE igual aos dois propostos AB, AC, porque como veremos na proposição nº 31 do 6º as figuras semelhantes tem entre si a mesma razão que os quadrados dos seus lados homologos.
> Pelo mesmo modo poderemos tomar muitos círculos dados como por exemplo os dois cujos semidiametros são AB, AC (figura 80 presente) a saber lançando do raio AC a perpendicular AD igual ao outro radio AB e lançndo a reta CD que será o raio de um círculo igual aos dois propostos AB, AC porque veremos na 2ª do 12 os círculos tem entre si a mesma razão que os quadrados dos seus semidiametros. (SILVA, 1722, p. 421-422).

Ao analisar, verificamos que o resultado que garante a validade, foi mencionado, mas não demonstrado, o que realmente só foi feito na proposição 31 do livro 6. No

manuscrito de Silva, essa proposição é apresentada da seguinte maneira: “Se sobre os três lados de um triângulo retângulo se descrevem três retilíneos semelhantes, o que for descrito sobre a hipotenusa será igual à soma dos outros dois.” (p. 582). Ao descrever o Uso é destacado que: “Esta propriedade serve mais geralmente para somar muitas figuras, do que a 47 do 1º.” (SILVA, 1722, p. 583). Como já dissemos, os usos que ilustrou a validade desse resultado foram expostos na proposição 47 do livro 1.

Considerando que os professores usavam um material como base para ditar os ensinamentos matemáticos aos seus alunos e entre esses ensinamentos estavam os conteúdos de *Os Elementos*, pode-se dizer que um desses materiais base é o livro *Cours de Mathematique*, do francês Jaques Ozanam (1640-1718), que ao que tudo indica foi a fonte utilizada para o ditado aos alunos da Academia militar da corte portuguesa, contemporâneos de José Sanches da Silva, autor do manuscrito já citado. A seguir apresenta-se como a generalização do teorema se dá no material de Ozanam e do também francês Dechales (1621-1678).

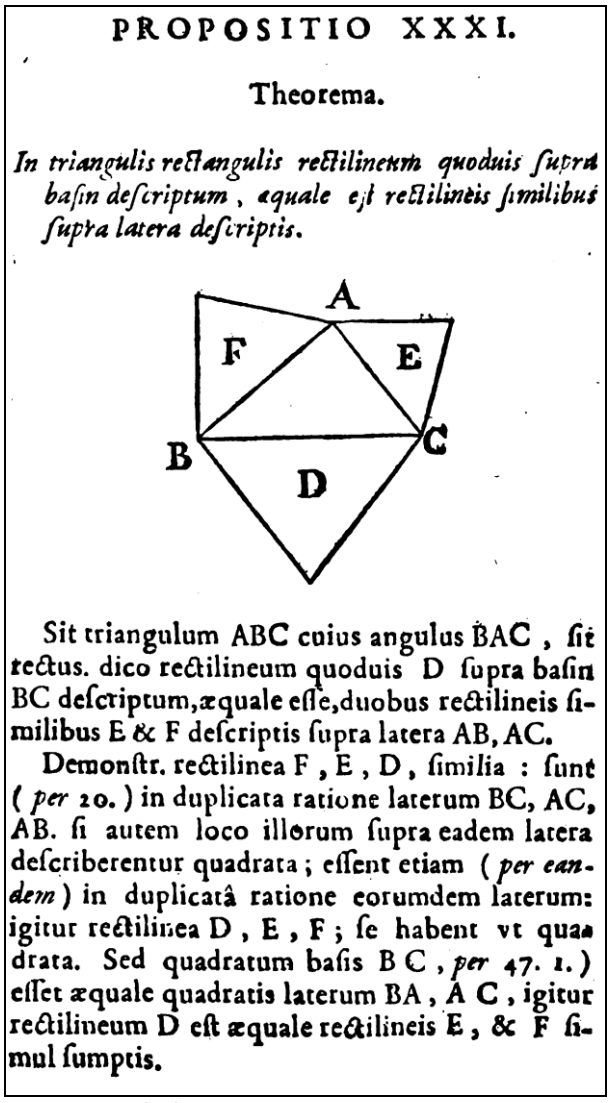
A GENERALIZAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS PARA DECHALES E OZANAM

Famoso pelo número de edições e pelo número de assuntos abordados, os livros do francês Claude François Milliet Dechales (1621-1678) foram dos mais editados no século XVII. Sua obra completa, compilada em três tomos e cada um desses em tratados, totalizando 31 tratados, além de Matemática, abordou Mecânica, Óptica, Perspectiva, Arquitetura Civil, Astronomia, Náutica, Música e muitos outros assuntos.

O livro que aborda conteúdos de Matemática, como Aritmética e Trigonometria, incluindo *Os Elementos* de Euclides, é o tomo primeiro, denominado *Cvrsvs sev mvndvs mathematicvs: Complectens Evclidis Libros Octo, Arithmeticam, Theodosij sphærica, Trigonometriam, Geometriam practicam, Mechanicam, Staticam, Geographiam vniuersalem, Tractatum de Magnete, Architecturam Ciuilem, & Artem*

tignariam. Em relação ao livro de Euclides, Dechales se limita a apresentar as demonstrações tal como elas estão na versão de *Os Elementos*, sem fazer acréscimos e comentários. Os livros de Dechales, tinham um alcance mais geral, indo além das aulas de formação militar.

Figura 2: Página do livro *Cvrsvs sev mvndvs mathematicvs,* de Dechales



PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

In triangulis rectangulis rectilineum quoduis ſupra baſin deſcriptum, æquale eſt rectilineis ſimilibus ſupra latera deſcriptis.

Sit triangulum ABC cuius angulus BAC, ſit rectus. dico rectilineum quoduis D ſupra baſin BC deſcriptum, æquale eſſe, duobus rectilineis ſimilibus E & F deſcriptis ſupra latera AB, AC.

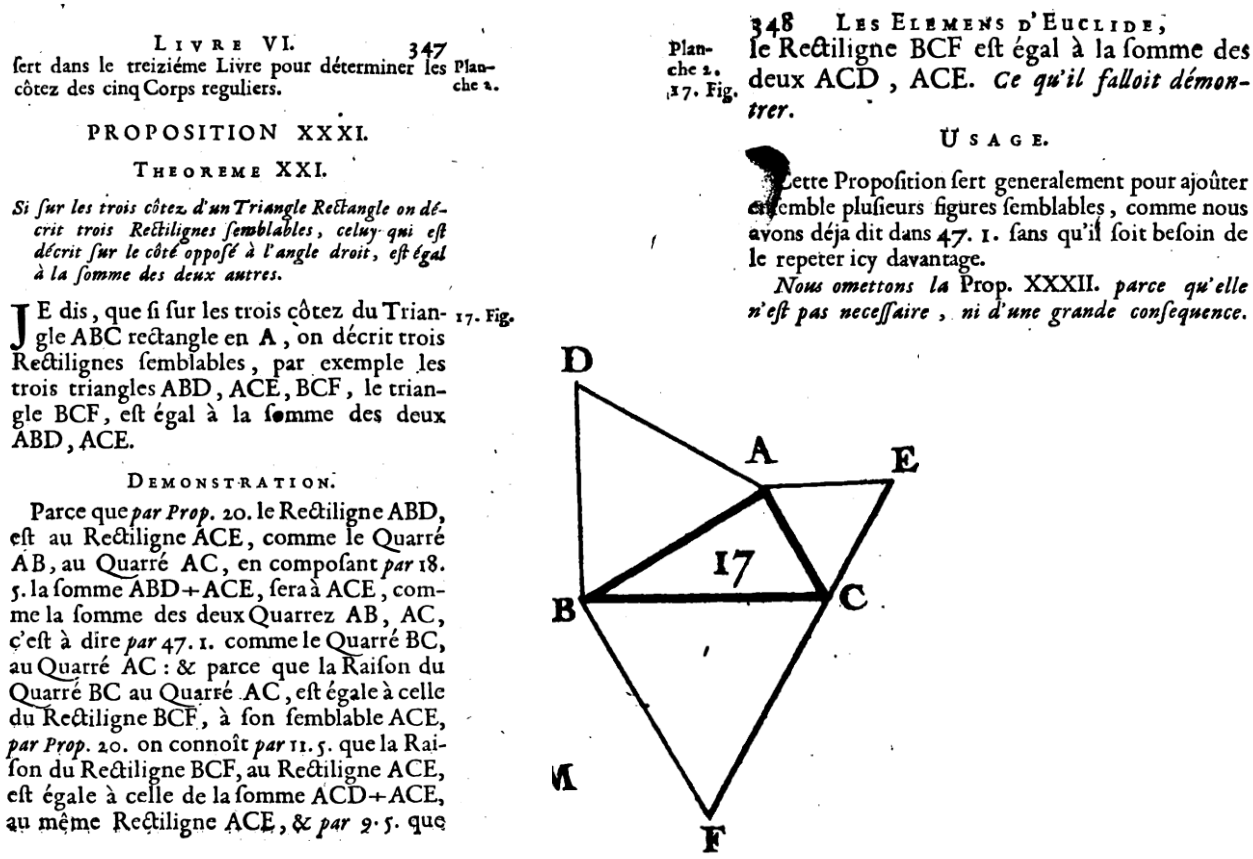
Demonſtr. rectilinea F, E, D, ſimilia : ſunt (*per* 20.) in duplicata ratione laterum BC, AC, AB. ſi autem loco illorum ſupra eadem latera deſcriberentur quadrata; eſſent etiam (*per eandem*) in duplicatâ ratione eorumdem laterum: igitur rectilinea D, E, F; ſe habent vt quadrata. Sed quadratum baſis BC, (*per* 47. 1.) eſſet æquale quadratis laterum BA, AC, igitur rectilineum D eſt æquale rectilineis E, & F ſimul ſumptis.

Fonte: Dechales, v. 1, p. 59

Na obra de Dechales também só estão os livros 1 ao 6 e o 11 e 12, totalizando os oito livros de Euclides, do total de 13 que compõe *Os Elementos*. Os outros livros de Euclides não tratam exclusivamente de geometria e tornou-se comum as versões dos séculos XVII e XVIII não trazerem os livros 7, 8, 9, 10 e 13, seguindo a versão latina de Frederico Comandino (1509-1575).

A seguir estão as imagens do livro de Ozanam a respeito da proposição 31 do Livro 6 de Euclides. Nesse livro, além da demonstração em si, como em Dechales, são propostos usos que deixaram os ensinamentos do livro mais próximos ao que deveria saber o engenheiro militar.

Figura 3: Páginas do livro *Cours de Mathematique*, de Ozanam



LIVRE VI. 347

sert dans le treiziéme Livre pour déterminer les côtez des cinq Corps reguliers. Planche 2.

PROPOSITION XXXI.

THEOREME XXI.

Si sur les trois côtez d'un Triangle Rectangle on décrit trois Rectilignes semblables, celuy qui est décrit sur le côté opposé à l'angle droit, est égal à la somme des deux autres.

JE dis, que si sur les trois côtez du Triangle ABC rectangle en A, on décrit trois Rectilignes semblables, par exemple les trois triangles ABD, ACE, BCF, le triangle BCF, est égal à la somme des deux ABD, ACE. 17. Fig.

DEMONSTRATION.

Parce que *par Prop.* 20. le Rectiligne ABD, est au Rectiligne ACE, comme le Quarré AB, au Quarré AC, en composant *par* 18. 5. la somme ABD+ACE, sera à ACE, comme la somme des deux Quarrez AB, AC, c'est à dire *par* 47. 1. comme le Quarré BC, au Quarré AC: & parce que la Raison du Quarré BC au Quarré AC, est égale à celle du Rectiligne BCF, à son semblable ACE, *par Prop.* 20. on connoît *par* 11. 5. que la Raison du Rectiligne BCF, au Rectiligne ACE, est égale à celle de la somme ACD+ACE, au même Rectiligne ACE, & *par* 9. 5. que

348 LES ELEMENS D'EUCLIDE,

Planche 2. 17. Fig. le Rectiligne BCF est égal à la somme des deux ACD, ACE. *Ce qu'il falloit démontrer.*

USAGE.

Cette Proposition sert generalement pour ajoûter ensemble plusieurs figures semblables, comme nous avons déja dit dans 47. 1. sans qu'il soit besoin de le repeter icy davantage.

Nous omettons la Prop. XXXII. *parce qu'elle n'est pas necessaire, ni d'une grande consequence.*

Fonte: Ozanam, 1693, p. 347-348 e estampa 2 do Livro 6.

A seguir, apresentamos uma tradução para o português, de uma transcrição nossa do original, conforme consta na Figura 3, para o francês, a qual suprimimos neste artigo.

PROPOSIÇÃO XXXI.

Teorema XXI.

Se nos três lados de um triângulo retângulo se descreve três polígonos semelhantes, aquele que é descrito, no lado oposto ao ângulo reto, é igual à soma dos outros dois.

> Digo, se sobre os três lados do triângulo ABC, retângulo em A, se descreve três polígonos semelhantes, por exemplo, os três triângulos ABD, ACE, BCF, o triângulo BCF é igual à soma dos outros dois ABD, ACE.
>
> Demonstração.
>
> Pela Prop. 20, a figura ABD e a figura ACE, [...]
>
> Uso
>
> Essa proposição é geralmente usada para adicionar áreas de polígonos semelhantes, como já dissemos em 47.1, o que não é necessário repitir aqui. (OZANAM, 1693, p. 347-348).

Realmente, o uso foi apresentado e demonstrado ao ser exposta a proposição 47 de livro I. A forma de exposição segue exatamente o que foi registrado no manuscrito de José Sanches da Silva que já citamos. Também como já mencionado, esse livro de Ozanam parece ter sido o material base utilizado pelo professor que ditava as lições aos alunos da Academia Militar, pois as lições nos manuscritos estão exatamente como no material de Ozanam. No manuscrito de Fortes, as figuras que remetem a cada proposição, estão em estampas ao final do livro, tal como no livro de Ozanam. Já no manuscrito de Silva, as figuras estão ao longo do texto, o que também se repete no livro de Dechales.

Enquanto nos manuscritos e no livro de Ozanam, ao demonstrar a proposição 47 do livro 1, foram apresentados os usos, que continham casos em que o teorema de Pitágoras era válido também para outras figuras, em Dechales há apenas a demonstração do teorema de Pitágoras para os quadrados.

O TEOREMA DE PITÁGORAS NO LIVRO *CURSO DE MATHEMATICA*, DE EUCLIDES ROXO, CECIL THIRÉ E MELLO E SOUZA.

No livro *Curso de Mathematica*, 4º ano, de Euclides Roxo, Cecil Thiré e Mello e Souza há informações de que o teorema de Pitágoras também poderia ser generalizado para outros polígonos, além de quadrados.

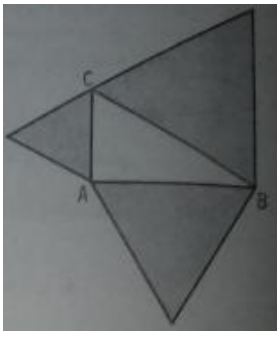
No capítulo XIII, que trata de áreas, figuras equivalentes e relação entre áreas de figuras semelhantes, os autores, na sessão 38 abordam o teorema de Pitágoras. Iniciam do seguinte modo:

> A proposição famosa, conhecida em Mathematica pela denominação de *theorema de Pythagoras* (*) poderá ser enunciada do seguinte modo:
> *O quadrado construído sobre a hypothenusa é equivalente à somma dos quadrados construídos sobre os catetos* (**). (ROXO, THIRÉ, MELLO e SOUZA, 1938, p. 241. Itálico e asteriscos como no original)

Os asteriscos utilizados remetem a duas notas de rodapé. A primeira apresenta algumas informações sobre nacionalidade e época que teria vivido Pitágoras. A segunda informa que o teorema de Pitágoras "não passa de um caso particular de um teorema mais geral", o qual era comumente atribuído a Alexis Claude Clairaut (1712-1765) mas que segundo *Ozanam* (*Recréations mathématiques et physiques*) é devido a *Pappus* (ROXO; THIRÉ; MELLO e SOUZA, 1938, p. 241. Itálico como no original).

Ao escrever que o teorema de Pitágoras é apenas um caso particular, os autores nos fornecem indício de que haveria outras maneiras mais gerais. Na direção de uma generalização, os autores apresentam uma demonstração do teorema por decomposição de polígonos.

Na sequência, utilizando a fórmula do cálculo da área do triângulo equilátero, concluem que o teorema vale também para os triângulos equiláteros. Vejamos:

> No triangulo rectangulo ABC os elementos a, b e c são, como sabemos, ligados pela relação (*): $a^2 = b^2 + c^2$
>
> Multiplicando todos os termos dessa igualdade pelo numero $\frac{\sqrt{3}}{4}$, vem:
>
> $$a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = b^2 \frac{\sqrt{3}}{4} + c^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$$
>
> O primeiro membro exprime a área do triangulo equilatero construído sobre a hypothenusa; o segundo membro é a somma das áreas dos triangulos equilateros construídos sobre os catetos.
> Podemos, pois, concluir a seguinte propriedade:
> O triangulo equilatero construído sobre a hypothenusa é equilavalente à somma dos triangulos equilateros construídos sobre os catetos.
> De um modo geral:
>
> 
>
>
> *O polygono regular construído sobre a hypothenusa é equivalente a somma dos polygonos semelhantes construídos sobre os cathetos (*)*. (ROXO; THIRÉ; MELLO e SOUZA, 1938, p. 243-244. Itálico e asteriscos como no original)

O asterisco dessa citação remete à seguinte nota de rodapé: “Do mesmo modo demonstraríamos que para três polygonos semelhantes quaisquer S, P e Q construídos respectivamente sobre a, b e c (lados homólogos dos polygonos), teríamos: S = P + Q” (ROXO; THIRÉ; MELLO e SOUZA, 1938, p. 244).

Os autores não apresentam demonstrações para os casos de outros polígonos, mas apresentam para o círculo.

Nesse caso, propõem um novo subtítulo: “Determinação do raio do círculo equivalente à somma de dois círculos dados”. (ROXO; THIRÉ; MELLO e SOUZA, 1938, p. 244), seguido das explicações:

> Sejam R e R’ os raios de dois circulos dados. Queremos determinar o raio de um terceiro circulo cuja área seja igual à somma das áreas dos dois primeiros.
> Tracemos um triangulo rectangulo ABC cujos cathetos sejam respectivamente iguaes a R e R’.
> A hypothenusa R” desse triangulo será o raio do circulo procurado.
> Com efeito. Do triangulo rectangulo ABC tiramos:
>
> $$R''^2 = R^2 + R'^2$$
>
> Multiplicando todos os termos dessa igualdade por a, vem:
>
> $$aR''^2 = aR^2 + aR'^2$$
>
> Essa igualdade nos mostra que o circulo de raio R” é equivalente à somma dos circulos de raio R e R’.
> Conclusão:
> *O circulo construído sobre a hypothenusa é equivalente à somma dos círculos construídos sobre os cathetos*. (ROXO; THIRÉ; MELLO e SOUZA, 1938, p. 244-245. Itálico como no original)

Na sequência, os autores ainda apresentam o problema da determinação da área das Lúnulas de Hipócrates, concluindo que a partir da validade do Teorema de Pitágoras é possível traçar, sobre os lados de um triângulo retângulo, semicircunferências.

Apesar da apresentação de casos particulares e da nota de rodapé da página 244 mencionar que o resultado se estende a quaisquer polígonos semelhantes, o resultado não foi generalizado para quaisquer figuras semelhantes, nem tão pouco referenciada a obra de Euclides, ao apresentar a validade do resultado para esses polígonos, para o círculo e para as lúnulas.

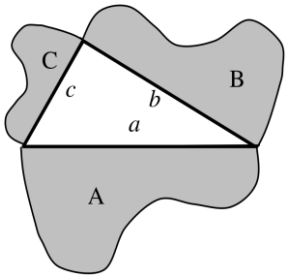
GENERALIZANDO O TEOREMA DE PITÁGORAS

O Teorema de Pitágoras enuncia que em “[...] qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos.” (WAGNER, 2015, p. 4).

Sabe-se que a propriedade 31 do livro 6 de *Os elementos* de Euclides apresenta uma generalização do teorema de Pitágoras que o estende ao caso de figuras semelhantes de qualquer espécie: “*Em triângulos retângulos, a área de uma figura qualquer construída sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas das figuras semelhantes à primeira, construídas sobre os catetos*.”

Agora, imaginemos figuras semelhantes quaisquer, construídas sobre os lados de um triângulo retângulo.

Figura 4: Teorema de Pitágoras para uma área qualquer



Fonte: Wagner (2015, p. 12).

A apostila disponibilizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) da iniciativa de preparação dos estudantes para a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), apresenta uma sequência lógica que traz consigo as ideias da demonstração. Assim, Wagner (2015, p.12) considera A, B e C as áreas das figuras semelhantes representadas na Figura 4, construídas sobre a hipotenusa a e sobre os catetos b e c de um triângulo retângulo. Toma como sabido o resultado que a razão entre as áreas de figuras semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança e aplica este resultado obtendo que $\frac{A}{B}=\left(\frac{a}{b}\right)^2$, o que implica em $\frac{A}{a^2}=\frac{B}{b^2}$ (1). De maneira análoga obtém $\frac{A}{a^2}=\frac{C}{c^2}$ (2). Daí, de (1) e (2) chega à igualdade $\frac{A}{a^2}=\frac{B}{b^2}=\frac{C}{c^2}$.

Leva em consideração a propriedade das proporções, obtendo como implicação que $a^2 = b^2 + c^2$ e conclui que A = B + C.

Afirma que isto significa que “[...]. se figuras semelhantes são construídas sobre os lados de um triângulo retângulo, a área da figura construída sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas das figuras construídas sobre os catetos. Esta é uma generalização do teorema de Pitágoras”. (WAGNER, 2015, p. 13).

Em nenhum momento o referido autor menciona que essa é uma proposição do livro de Euclides ou de onde quer que seja.

Outro trabalho que apresenta um estudo detalhado sobre as generalizações e extensões do teorema de Pitágoras foi realizado por Silva (2014). O autor apresenta várias extensões do Teorema de Pitágoras, em termos de equivalência de áreas, para os polígonos e, também algumas extensões para outros tipos de figuras, não necessariamente polígonos, ou seja, figuras “*não retilíneas*”, formadas por segmentos de retas e/ou por arcos de circunferência, além de extensões usando as lúnulas de Hipócrates, mostrando que todas elas preservam o padrão pitagórico. Além disso, apresenta as generalizações e demonstrações do teorema de Pitágoras apresentadas por Pappus (c. 290 – 350) e por George Polya (1887–1985). Citamos a seguir, a generalização de Polya apresentada em Silva (2014, p. 77):

> Se as figuras construídas sobre os lados de um triângulo retângulo, independentes de sua forma geométrica, forem semelhantes, então o padrão pitagórico das áreas é satisfeito, isto é, a área da figura construída sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas das figuras construídas sobre os catetos.

Apesar de ser um trabalho com riqueza de detalhes e demonstrações de extensões e de generalizações do teorema de Pitágoras, não foi feito qualquer menção que esse resultado já figurou no livro *Os elementos* de Euclides.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Pelo exposto vimos que a generalização do teorema de Pitágoras, um resultado apresentado no livro 6 da obra *Os elementos* de Euclides e nas edições que se seguiram dessa obra, já foi ensinada e figura em livros didáticos utilizados ao longo da

história da Matemática, como nas aulas de engenharia militar do século XVIII que formaram os engenheiros, cujos alguns atuaram no Brasil. Também vimos que a generalização figurou em livros didáticos utilizados no Brasil no começo do século XX, como no livro de Roxo, Thiré e Mello e Souza (1938).

A associação a figuras quaisquer, além de quadrados, não é comum de ser vista nos dias de hoje, não figura nos livros didáticos utilizados no Brasil atualmente e são poucos os professores que o conhecem. Por isso, a importância de destacar o que foi ensinado na época aos alunos da Academia militar e também que esse conhecimento já foi ensinado aos alunos aqui no Brasil.

Além disso, uma diferença notada é que apenas nos materiais dos séculos XVII e XVIII há referências a que o resultado é uma das proposições do livro de Euclides. Isso não aparece nem no material brasileiro do início do século XX, que foi cuidadoso em apresentar notas de rodapé com informações sobre alguns autores citados, mas não mencionou Euclides. Não podemos afirmar se foi por esquecimento ou por desconhecimento.

Nos poucos materiais atuais que apresentam a generalização do teorema, não vimos qualquer menção a que esse resultado já figura num dos livros de matemática mais antigo, no caso, *Os elementos*. Fica a impressão de que o resultado apresentado é conhecimento recente, fruto do trabalho de matemáticos atuais, reforçando implicitamente a visão empírico-indutivista e ateórica (PÉREZ *et al*, 2001). Nessa visão deformada a Ciência é vista como construção do puro acaso, em que “o descobridor” não usou nenhuma teoria, não se baseou em nenhum modelo anterior e mesmo assim chegou a um conhecimento importante e válido matematicamente.

Esse é um fato que acreditamos indicar a necessidade de que ao menos os professores conheçam a história da Matemática, a história dos conhecimentos que ensinam, pois mesmo que não ensinem aos seus alunos a generalização do teorema, é importante que a conheçam, que esse resultado existe e que já figurou em muitos materiais de ensino, além de não ser nenhum conhecimento novo.

Acreditamos que seria adequado os materiais atuais que tratam do assunto, mencionar que ele já foi apresentado por Euclides no seu *Os elementos*.

Além disso, os professores não conhecem as ideias gerais do livro *Os Elementos*, muito menos algumas propriedades específicas, como as mencionadas, e acabam por desconhecer completamente alguns resultados ligados aos conhecimentos que ensinam.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DECHALES, Claude François Milliet. **Complectens Evclidis libros octo, Arithmeticam, Theodosii Spharica, Trigonometriam, Geometriam practicam, Mechanicam, Staticam, Geographiam universalem, Tractatum de Magnete, Architecturam civilem, & Artem tignariam**: Tomus primus. Oficina Anissoniana, 1674.

EUCLIDES. **Os elementos**. Trad.: Irineu Bicudo. São Paulo: Editora Unesp, 2009.

FERREIRA, Maria Elisabete Barbosa. **Teoria(s) de Proporções em Portugal na Primeira Metade do Século XVIII**. 2013. 154p. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Formação Contínua de Professores. Área de Especialização em Matemática, Universidade do Minho, Braga, 2013.

FORTES, Manoel de Azevedo. **Geometria especulativa, trigonometria esférica, modo de riscar e dar aguadas nas plantas militares**. 1724. Biblioteca Pública de Évora, Cod. Manizola 258. (manuscrito)

OZANAM, Jacques. **Curs de Mathematique**: qui comprend toutes les parties de cette science les plus utiles & les plus necessaires à un homme de guerre... Paris: Impresso por chez Jean Jombert, 1693.

PÉREZ. Daniel Gil. *et al*. Para uma imagem não deformada do trabalho científico. **Ciência e Educação**, Bauru, v.7, n.2, p.125-153, 2001.

ROXO, Euclides; THIRÉ, Cecil; MELLO e SOUZA, Julio César de. **Curso de Mathematica,** 4º anno. 4 ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1938.

SILVA, João Evangelista Brito da. **Teorema de Pitágoras**: algumas extensões/generalizações e atividades com o Software GeoGebra. 2014. 152p. Dissertação (Mestrado profissional) – Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, São José do Rio Preto, 2014.

SILVA, José Sanches da. **Elementos de Euclides ou Tratado de Geometria Elementar**. 1722. Biblioteca Nacional de Portugal, Cod 5194/2.

WAGNER, Eduardo. **Teorema de Pitágoras e Áreas**. Rio de janeiro, IMPA, 2015. 86p.



ISSN 2236-4102

O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E MATEMÁTICA RECREATIVA EM SALA DE AULA

Maria da Conceição Alves Bezerra[256]
Eloisa Myrela de Araújo Nunes[257]

RESUMO

O objetivo princial do artigo é apresentar alguns estudos que discutem o uso da História da Matemática e da Matemática Recreativa em sala de aula. Para tanto, o estudo consistiu de uma abordagem metodológica qualitativa, e diversos estudos reforçam as contribuições da Matemática Recreativa em sala de aula (COSTA, 2014; BÁRTLOVÁ, 2016; SEGANTINI, 2015). A partir dos resultados desses estudos, como também do reconhecimento das possibilidades do uso de jogos, quebra-cabeças, quadrados mágicos, enigmas, dentre outros, como recurso didático utilizado no dia a dia, promovendo a concentração, curiosidade, autoconfiança, autoestima, e de auxiliar na aquisição de atitudes. O uso da História da Matemática estimula e atrai os estudantes, além de contribuir para auxiliá-los a pensar sobre conceitos matemáticos. Tais resultados nos permitem concluir que os estudos destacam as contribuições da História da Matemática e da Matemática Recreativa em sala de aula e defendemos a importância didática desse tipo de atividade para o ensino de Matemática.

Palavras-chave: História da Matemática. Matemática Recreativa. Educação Matemática.

[256] Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). mcabst@hotmail.com
[257] Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). eloisamyrela@gmail.com.

INTRODUÇÃO

Jogos, quebra-cabeças e brincadeiras, são atividades tão antigas quanto as civilizações. Alguns jogos existem há milhares de anos e hoje em dia, aprendemos sobre jogos antigos principalmente quando eles estão relacionados com a Matemática Recreativa, por exemplo, a Mancala, que usa uma placa que lembra um ábaco, um velho dispositivo de cálculo.

A Matemática Recreativa envolve jogos, puzzles matemáticos, enigmas, charadas, quebra-cabeças, figuras mágicas, problemas históricos, além de outras atividades de caráter lúdico e pedagógico, cuja pretensão é dar soluções a certo problema (COSTA, 2014).

Para Sumpter (2015), a Matemática Recreativa é uma ferramenta importante para ensinar e aprender Matemática, pois pode ser vista como uma forma lúdica de apresentar problemas matemáticos e não só para diversão.

Diversos estudos (COSTA, 2014; SEGANTINI, 2015; BÁRTLOVÁ, 2016), reconhecem e valorizam a importância da Matemática Recreativa como uma ferramenta para entender, descrever e resolver problemas que não são necessariamente matemáticos.

Quanto à História da Matematica, pode ser considerada como um importante instrumento para o professor de Matemática em sala de aula que, “utilizando-se de fontes adequadas e atualizadas, pode promover entre seus alunos uma visão mais crítica em relação à matematica e à construção do conhecimento matemático” (SAITO, 2015, p. 12).

No âmbito desta investigação, as questões que propomos analisar e para as quais buscamos respostas ou indicações de caminhos possíveis foram: quais estudos e pesquisas discutem o uso da História da Matemática e da Matemática Recreativa? Existe conexão entre História da Matemática e Matemática Recreativa?

FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA E TEÓRICA

O trabalho desenvolvido neste estudo caracteriza-se por uma abordagem metodológica qualitativa, para tanto, fizemos um levantamento bibliográfico de pesquisas em Educação Matemática no banco de dissertações e teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal em Nível Superior – CAPES e dos Programas de Pós-Graduação, existentes no Brasil, e em outros países que tratam da História da Matemática e da Matemática Recreativa, além de livros, artigos e Anais dos Seminários de História da Matemática.

Com base no aporte teórico acerca do uso da História da Matemática, destacamos as pesquisas de Jankvist (2009), Mendes (2006), Miguel e Miorim (2004), Saito (2015) e Radford (2008), e com relação à Matemática Recreativa, apresentamos os estudos desenvolvidos por Singmaster (2008), Costa (2014), Segantini (2015), Sumpter (2015) e Bártlová (2016).

O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Muitos teóricos discutem acerca da instrumentalização didática da História da Matemática, a exemplo de Miguel e Miorim (2004), que a destacam como um campo de diálogo e não como um objeto de uso.

Mendes (2006) enfoca a elaboração e utilização de textos de História da Matemática como fonte de superação das dificuldades encontradas por professores de Matemática com relação aos conteúdos que ministram em suas salas de aula.

> A utilização da história no ensino da matemática surge como uma proposta que procura enfatizar o caráter investigatório do processo de construção do edifício matemático, podendo levar os estudiosos dessa área de pesquisa à elaboração, testagem e avaliação de atividades de ensino centradas na utilização de informações históricas relacionadas aos tópicos que pretendem ensinar (MENDES, 2006, p. 55).

Quanto ao uso da História da Matemática pode estar presente em sala de aula em diferentes contextos: de forma lúdica com problemas recreativos; os enigmas,

jogos, quebra-cabeças como fonte de pesquisa e conhecimento; atividades de leitura; além de apresentar a Matemática com várias possibilidades de atividades que vão além das listas de exercícios e memorização de regras e fórmulas.

Por que recorrer ao uso da história no ensino de Matemática? Radford (2008), afirma que nos últimos anos, esta questão foi respondida de várias maneiras:

- a história é útil para motivar alunos e professores – A história, por exemplo, na forma de biografias de matemáticos, pode desempenhar um papel motivacional;

- a história proporciona um panorama que vai além das meras tecnicalidades da Matemática contemporânea – Discutir a história de alguns problemas, pode ser uma maneira interessante de tornar os alunos sensíveis à natureza mutável da Matemática, permitindo enfatizar as contribuições de diferentes culturas;

- a história pode ser uma ferramenta para aprofundar nossa compreensão do desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos – A história não é apenas uma ferramenta para fazer matemática acessível aos nossos alunos.

Então, a história não é apenas uma ferramenta motivacional e nem uma forma de entender o pensamento matemático dos estudantes. A história é uma necessidade, pois sem história equivale a fechar, em nós mesmos, as portas para a compreensão da realidade e isso equivaleria a uma cegueira. A reconexão entre *ser* e *conhecer* é um dos desafios importantes para a dimensão histórica do século XXI (RADFORD, 2008).

A História da Matemática evidencia, aos alunos, que a Matemática evoluiu no tempo e no espaço, com base em especificidades intelectuais (JANKVIST, 2009). Para Jankvist (2009, p. 236), a História da Matemática serviria como uma "(...) tomada de decisões para o conteúdo, na forma de apresentação do assunto". Ao analisar a História da Matemática como uma ferramenta, afirma que a história funciona como elemento de motivação, ajudando a manter o interesse e o entusiasmo dos estudantes.

Jankvist (2009), apresenta dois argumentos para a inserção da História da Matemática em sala de aula, a história como *ferramenta* e como *meta.* Para o autor a história como *ferramenta* é utilizada como metodologia auxiliando o professor no ensino da Matemática e contém argumentos de como os alunos aprendem Matemática.

A História como *meta* salienta que o ensino de história não deveria ser um tópico independente, o foco está no desenvolvimento de aspectos da Matemática como

disciplina. Esses argumentos e abordagens se complementam e formam conexões possíveis de porque se utilizar a História da Matemática e como ela pode ser utilizada (JANKVIST, 2009).

Portanto, a História da Matemática pode oferecer subsídios para a elaboração de atividades que auxiliam no entendimento e no surgimento de novas ideias.

ESTUDO SOBRE MATEMÁTICA RECREATIVA

Estudos e pesquisas realizadas no Brasil e, em outros países corroboram com o crescimento de produção acadêmica e científica na área da Matemática Recreativa, a exemplo de Gardner (1998), Singmaster (2008), Costa (2014), Segantini (2015), Sumpter (2015) e Bártlová (2016).

O que conhecemos hoje como Matemática Recreativa tem uma longa história e vários divulgadores contribuíram para a sua disseminação, dentre eles, o americano Sam Loyd (1841 – 1911); o autor russo Yakov Perelman (1882 – 1942); o norte americano Martin Gardner (1914 – 2010); e o brasileiro Júlio César de Mello e Souza (1895 – 1974), sob o pseudônimo de Malba Tahan.

Atualmente, fala-se na importância do uso da Matemática Recreativa. Mas, afinal, o que é Matemática Recreativa?

A Matemática Recreativa inclui problemas elementares com soluções elegantes e, por vezes, surpreendentes. Engloba também jogos, quebra-cabeças, truques mágicos e curiosidades topológicas (BÁRTLOVÁ, 2016).

Para Costa (2014, p. 6), a Matemática Recreativa “(...) é aquela matemática que nos desafia a pensar, nos entretém e nos diverte quando pensamos nela”. Bártlová (2016), por sua vez, afirma que a Matemática é considerada recreativa se tiver um aspecto lúdico que pode ser entendido e apreciado por matemáticos e não matemáticos.

Entendemos que a Matemática Recreativa é constituída por problemas históricos, puzzles matemáticos, adivinhações, enigmas, charadas, anedotas, magia, cartas de jogar, quebra-cabeças, jogos, dentre outros.

As pesquisas desenvolvidas por Segantini (2015), Sumpter (2015), Costa (2014) e Bártlová (2016), destacam algumas possibilidades de uso da Matemática Recreativa em diferentes níveis de ensino, e afirmam que a utilização da Matemática Recreativa desempenha papel de motivação e ajuda o aluno a compreender os conteúdos.

Costa (2014, p. 13), afirma que a Matemática Recreativa "tem uma grande utilidade pedagógica, ao contemplar problemas que tornam a Matemática divertida independentemente do contexto em que são trabalhados".

Em estudo de intervenção com um grupo de alunos do Ensino Médio de uma escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio no município de São Mateus, norte do Estado do Espírito Santo, Segantini (2015), com o objetivo de investigar as apropriações e representações de problemas extraídos da obra *O Homem que Calculava*, de Malba Tahan, conclui que os problemas recreativos utilizados em sala de aula, despertam o interesse, a criatividade, imaginação e o uso de estratégias para a resolução de problemas, além de promover questionamentos e discussões em grupos entre os alunos. A autora evidencia também as dificuldades dos estudantes na leitura e interpretação dos enunciados dos problemas e nos cálculos matemáticos.

Como destaca Segantini (2015, p. 8), "os problemas selecionados abrangem aspectos culturais e sociais, para além dos conceitos matemáticos". Ainda segundo a autora, os problemas recreativos são como um suporte ao "(...) trabalho pedagógico em sala de aula, pois consideramos tais problemas viáveis para os professores trabalharem em suas aulas de matemática, tanto para introduzir conceitos matemáticos quanto para revisar os conteúdos" (SEGANTINI, 2015, p. 123).

Podemos observar que os estudos e pesquisas mencionadas anteriormente, enfatizam o uso da Matemática Recreativa, e defendemos a importância didática desse tipo de atividade para o ensino de Matemática.

Conexão entre História da Matemática e Matemática Recreativa

A História da Matemática fornece exemplos dessa conexão, por exemplo, nos problemas da Matemática Egípcia, no papiro de Rhind, também conhecido como Papiro de Ahmes (1650 a.C), na origem da Topologia, ou mais especificamente da

Teoria dos Grafos, está relacionada a um jogo, proposto por Euler (1707-1783), sobre a possibilidade de percorrer as sete pontes da cidade de Königsberg, sem passar pela mesma ponte duas vezes.

Nesse sentido, Costa (2014), afirma que A Matemática Recreativa pode ser considerada como à base da Matemática, por exemplo, os problemas que deram origem a Probabilidade e a Teoria dos Grafos, posteriormente, outras áreas da Matemática – como a Teoria de Números, Topologia, Geometria e Álgebra – foram estimuladas pelos problemas recreativos.

Como destaca Bártlová (2016), a Matemática Recreativa sempre desempenhou parte importante na História da Matemática e foi responsável pela origem de teorias e conceitos matemáticos que não existiriam sem ela.

A Matemática Recreativa tem vínculo com a História da Matemática, pois os problemas recreativos de culturas antigas (Mesopotâmia, Egito, Grécia, Árabe, China, Índia, dentre outras) servem como marcadores históricos úteis, para o desenvolvimento e a transmissão da Matemática e da cultura em geral.

A história dos puzzles matemáticos é paralela a História da Matemática. Os tipos de puzzles mais conhecidos e populares são os puzzles numéricos (sudoku), puzzles combinatórios (cubo mágico), puzzles topológicos (os puzzles de arame para separar), puzzles geométricos (Tangram) (COSTA, 2014).

Os jogos, como uma atividade lúdica podemos encontrar em várias culturas, desde as mais primitivas até as mais avançadas, alguns jogos têm relação com a História da Matematica e Matematica Recreativa, por exemplo, a Mancala.

Costa (2014, p. 14), destaca uma utilidade da Matemática Recreativa “(...) é a comunicação de aspetos da história e da cultura da matemática, permitindo que muitos problemas da antiguidade sejam (re)conhecidos e considerados”.

Para Bártlová (2016), a Matemática Recreativa é uma área ideal para trabalhar aspectos históricos e multiculturais da Matemática, e permite o desenvolvimento da criatividade, o prazer em fazê-la, traz em jogo emoções e nos faz sentir parte de um trabalho coletivo realizado pela a humanidade há milhares de anos.

A História da Matemática e Matemática Recreativa pode trazer contribuições para a Educação Matemática, pois a utilização da História da Matemática e da

Matemática Recreativa no ensino de Matemática pode promover alterações na estrutura da sala de aula como também na maneira de ensinar e de aprender os conteúdos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Educação Matemática conta, com contribuições de perspectivas teóricas para as questões relacionadas ao ensino/aprendizagem da Matemática. Dentre essas, encontram-se as perspectivas da História da Matemática e da Matemática Recreativa.

Os resultados dos estudos (COSTA, 2014; BÁRTLOVÁ, 2016; SEGANTINI, 2015; SUMPTER, 2015), nos permitem concluir que a utilização de atividades recreativas em sala de aula tem a vantagem de melhorar as atitudes dos alunos em relação à Matemática, bem como melhorar a sua compreensão da Matemática.

É importante o uso da História da Matemática e da Matemática Recreativa em diferentes níveis de ensino, não apenas objetivando a aplicação e/ou exploração de conteúdos específicos da Matemática, mas, visando o desenvolvimento de habilidades como: escrita, leitura, concentração, persistência, intuição, criatividade e diálogo, que irá ajudar a preparar os estudantes não apenas para níveis mais avançados de escolaridade, mas para atuarem como cidadãos críticos, reflexivos, conscientes e participativos diante dos desafios que a vida lhes propuser.

REFERÊNCIAS

BÁRTLOVÁ, T. **History and current state of recreational mathematics and its relation to serious mathematics.** Doctoral thesis. Charles University in Prague. Faculty of Mathematics and Physics – Department of Mathematical Analysis. Prague, 2016.

COSTA, O. **A matemática recreativa no ensino básico.** 2014. Dissertação (Mestrado em Ciências – Formação Continuada de Professores) - Área de especialização em Matemática, Universidade do Minho, 2014.

GARDNER, M. **Divertimentos matemáticos.** Tradução de Bruno Mazza. São Paulo: IBRASA, 1998.

JANKVIST, T. U. **A categorization of the "whys" and "hows" of using history in mathematics education.** Educational Studies in Mathematics 71(3), 235–261. 2009.

MENDES, I. A. **Matemática e Investigação em sala de aula:** tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Natal: Flecha do tempo, 2006.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática:** propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

RADFORD, L. **Beyond Anecdote and Curiosity.** The Relevance of the Historical Dimension in the 21st Century Citizen's Mathematics Education. In E. Barbin, N. Stehlíková, C. Tzanakis (Eds.), Proceedings of the 5th European Summer University (pp. 163-166). Prague: Vydavatelský servis, Plzeň, 2008.

SAITO, F. **História da Matemática e suas re(construções) contextuais.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. (Coleção história de matemática para professores).

SEGANTINI, C. **Problemas Recreativos na Obra o Homem que Calculava, de Malba Tahan, e a Resolução de Problemas.** Dissertação de mestrado no Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica. - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Universitário Norte do Espírito Santo, 2015.

SINGMASTER, D. De Viribus Quantitatis by Luca Pacioli: The First Recreational Mathematics Book. In Demaine, E. D. et al (Eds.), **A lifetime of puzzles:** a collection of puzzles in honor of Martin Gardner's 90th birthday (p. 77-122). Editora A. K. Peters, 2008.

SUMPTER, L. **Recreational Mathematics – Only For Fun?** Journal of Humanistic Mathematics, Volume 5 Issue 1 (January 2015), pages 121-138. DOI: 10.5642/jhummath.201501.07.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

O USO DE FONTES HISTÓRICAS PARA O ENSINO DE CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS
Um estudo da *De Divina Proportione*

Alison Sousa da Silva [258]
Ana Carolina Costa Pereira [259]

RESUMO

Na intenção de colaborar com a valorização do ensino de geometria na educação básica nacional e amenizar as dificuldades que os estudantes tem em compreender os conhecimentos geométricos, o presente trabalho apresenta um estudo preliminar que vem sendo desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará acerca da obra *De Divina Proportione*, do frade italiano Luca Pacioli (1445 - 1517), tendo como objetivo geral identificar os conhecimentos matemáticos incorporados nesse documento, através da discussão da obra e da descrição dos dados obtidos. A fim de atingir o objetivo explicitado, tomaremos como referência a perspectiva historiográfica atualizada nos estudos da primeira parte do manuscrito, a qual trata, em sua essência, da razão áurea. Propomos, então, uma interface entre história da matemática e ensino de matemática através dos estudos desse documento, de grande valor para a era renascentista, em prol da formação de professores da educação básica, no que se refere ao ensino de geometria.

Palavras-chave: *De Divina Proportione*. Luca Pacioli. Interface. História da Matemática. Ensino de Matemática.

[258] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE). E-mail: alisonsilva1803@gmail.com
[259] Universidade Estadual do Ceará (UECE). E-mail: carolina.pereira@uece.br

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, percebe-se que diversos estudos que buscam relacionar a história da matemática com o ensino de matemática têm se intensificado no Brasil[260]. Porém, mesmo com o desenvolvimento desses estudos, Saito (2016) mostra que, para os educadores matemáticos, há uma considerável carência de materiais históricos acessíveis, de forma que sua incorporação no ensino seja comprometida. Para tanto, faz-se necessária uma ligação entre história da matemática e ensino de matemática a fim de que o educador possa suprir a essa carência. Desta forma, o autor propõe a construção de uma interface para articular história da matemática e ensino de matemática através do estudo de um documento histórico que, de acordo com Pereira e Saito (2019, no prelo) se configuram como um tratado, um texto, um instrumento, ou ainda fotos, imagens, vídeos, dentre outros, que sejam ou possuam elementos potencialmente didáticos. Para tanto, Silva (2013, p. 38) ainda complementa que esses documentos são quaisquer:

> [...] vestígios do passado, deixados por sociedades e agentes, que nos permitem desvendar seus hábitos, seus costumes, suas produções culturais e, principalmente, suas formas de organização. Dentre os tais vestígios, documentos, manuscritos, livros e restos arqueológicos são apenas algumas das fontes históricas a partir das quais historiadores e pesquisadores da história das ciências, inclusive da História da Matemática, trabalham constantemente.

Dentre esses documentos, podemos destacar a obra *De Divina Proportione*, de Luca Pacioli (1445 - 1517). Segundo Bertato (2008, p. xviii),

> É uma obra escrita com grande preocupação em ser clara, objetiva e didática. Suas fontes teóricas mais importantes foram os Elementos de Euclides, o Timeu de Platão, as obras de Vitrúvio, as ideias dos neoplatônicos florentinos, e outras obras da Idade Média, do mundo clássico e do Humanismo da época, cujos nomes não são mencionados explicitamente.

[260] Recomendamos a leitura dos estudos de Baroni, Teixeira e Nobre (2004), D'Ambrósio (1999), Garnica (2012), Miguel e Miorim (2008), Mendes (2010), Miorim (1998), Saito e Dias (2011, 2013), Saito (2016), Nobre (2004, 2008), Saito (2012, 2015), Pereira e Saito (2018a, 2018b), entre outros.

Apesar de seus cálculos e demonstrações serem praticamente verbalizados, ou seja, com a ausência dos algoritmos os quais hoje conhecemos, a obra parece ser bastante clara, podendo ser uma excelente ferramenta didática para o ensino de geometria.

Desse modo, temos como objetivo o estudo da obra em questão, visando identificar os conhecimentos matemáticos incorporados no documento *De Divina Proportione*, através da discussão da obra e da descrição dos dados obtidos.

APORTES METODOLÓGICOS

Com o intuito de promover a aproximação entre a história da matemática e o ensino de matemática, propõe-se para este estudo a construção de uma interface, proposta por Saito e Dias (2013, p. 91-92) que a definem como "[...] a constituição de um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática".

A fim de que essa articulação seja possível, tomaremos como referencial a perspectiva historiográfica atualizada que, segundo Beltran, Saito e Trindade (2014, p. 46), "[...]propõe mapear e contextualizar os conhecimentos do passado, considerando-se não só as continuidades, mas também as descontinuidades". Além disso, Saito (2015, p. 27) ressalta que "a (re)construção histórica, dessa maneira, procura partir do passado em direção ao presente na medida que é a partir de um acontecimento do passado que se deve entender o presente, e não o contrário".

Com a articulação da história da matemática na vertente citada anteriormente, dá-se início a dois movimentos dentro da interface: "o movimento do pensamento na formação do conceito matemático" e "o contexto no qual o conhecimento é desenvolvido", os quais buscam alinhar diversas questões desses dois campos (PEREIRA; SAITO, 2019, no prelo). Vale ressaltar aqui que "não existe uma ordem para a execução desses dois movimentos, pois isso dependerá da forma pela qual a construção da interface será conduzida" (PEREIRA; SAITO, 2019, p. 4-5, no prelo).

Baseando-se em Saito (2015), damos início ao diálogo entre história da matemática e ensino de matemática na escolha do documento histórico *De Divina Proportione*. Nessa obra, escrita em dialeto italiano, com citações e trechos em latim, o autor descreve o processo de construção, utilização e aplicação de diversas formas onde se é possível identificar a presença da chamada “divina proporção”.

O FRADE LUCA PACIOLI E A OBRA *DE DIVINA PROPORTIONE*

Luca Pacioli (1445 - 1517), também conhecido como Lucas de Burgo, nascido em 1445 na pequena Sansepolcro, Itália, foi um frade da ordem dos Franciscanos que, no decorrer de sua vida, se dedicou a diversos estudos relacionados à matemática.

Após receber parte de sua educação de Piero dela Francesca (1410-1492), ainda na juventude, prestou serviços educacionais à família do comerciante Antonio Rompiansi ao mesmo tempo em que assistia lições de Domenico Bragadino. Com a experiência adquirida nos negócios de Rompiansi e o conhecimento reunido na escola de Bragadino, Pacioli passou a escrever trabalhos sobre aritmética, dos quais o primeiro foi dedicado aos irmãos Rompiansi em 1470, época, na qual, residiu em Roma aos cuidados do arquiteto Leon Battista Alberti (GILLISPIE, 1981, tradução nossa).

Após sua ordenação, em algum momento entre 1470 e 1477, findou seus estudos teológicos e iniciou uma peregrinação, lecionando matemática em diversas cidades da Itália e na Universidade de Perugia, em Zara, onde, durante sua estadia, escreveu um tratado de álgebra. Mais tarde, em 1494, “publicou sua obra intitulada *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalità*, que apresentou ao mundo o método das Partidas Dobradas, rendendo-lhe o título de "Pai da Contabilidade" (BERTATO, 2008, p. xv).

No ano de 1497, na corte de Ludovico Sforza, Duque de Milão, foi convidado pelo nobre para lecionar matemática, onde conheceu Leonardo da Vinci. Nesse mesmo tempo, em meio a várias trocas de favores entre eles, Pacioli concluiu sua obra *De Divina Proportione*, dedicada a Sforza e ilustrada por da Vinci. Tal informação é confirmada nas palavras do próprio frade em sua obra: (...) o pequeno livro intitulado

Divina Proporção. E com tanto entusiasmo que nele incluí esquemas feitos pela mão de nosso Leonardo da Vinci, para fazê-lo mais instrutivo à vista (PACIOLI *apud* BERTATO, 2008, p. xvii).

Além do manuscrito dedicado ao Duque de Milão, Bertato (2008) ainda cita outras duas versões: uma segunda, dedicada a Galeazzo de Sanseverino, general da corte, e uma terceira, provavelmente oferecida a Pier Soderini, autoridade de Florença. Sobre este último, afirma-se não se conhecer seu paradeiro.

Em linhas gerais, “o texto da versão impressa pode ser dividido em três partes principais, além do alfabeto paciolano” (BERTATO, 2008, p. xvii): na primeira parte, estudos sobre a “Divina Proporção”; na segunda, um tratado de arquitetura, baseado nos estudos de Vitruvio; na terceira, a tradução da obra de Pierro Della Francesca, *Libellus de Quinque Corporibus Regularibus*, do latim para o italiano. Bertato (2008, p. xvii) ainda cita que:

> Ao final da obra encontram-se as ilustrações dos poliedros, algumas ilustrações referentes à arquitetura, e o alfabeto apresentado por Pacioli e por ele denominado "alfabeto dignissimo antico". Tal alfabeto é uma tentativa de fornecer regras e princípios para a construção das letras que italianos e estrangeiros encontravam ao estudar os monumentos antigos. Pacioli não copiou o único alfabeto conhecido de Damianus Moyllus, publicado em 1480 e nem pôde copiar o manuscrito de Felice Feliciano de Verona, concluído em 1482. O frade é um dos primeiros que buscam proporções e comparações com o corpo humano e que utiliza unicamente a régua e o compasso para ensinar aos seus alunos a reconstrução das inscrições.

Em sua totalidade, a primeira parte da obra encontra-se dividida conforme o exposto no quadro 1:

QUADRO 1: Descrição da obra

CAPÍTULOS	CONTEÚDO
I ao VI	São apresentados nessa seção uma dedicatória ao Duque Ludovico Sforza, o prefácio da obra, algumas concepções sobre as matemáticas, um pequeno glossário prévio, a justificativa para o título da obra e sua indicação.
VII ao XXIII	Neste trecho, Pacioli apresenta os *effecti*, isto é, os “efeitos”, que são propriedades e resultados da Divina proporção.

XXIV ao XLVI	Aqui, há uma apresentação dos sólidos platônicos, bem como a construção dos sólidos inscritos uns nos outros. Ao final, justifica porque se limita a descrever 12 casos de inscrição.
XLVII ao LIII	Nesta seção, o autor descreve os corpos ditos “dependentes” dos citados anteriormente, dados em três variações: *Abscisus* (estrelados)*, Solidus* (sólidos) *e Vacuus* (“esqueletos”).
LIV	Neste capítulo, Pacioli trata da esfera de Campano, um poliedro de 48 faces quadriláteras não-regulares e 24 triângulos isósceles, muito empregado na arquitetura renascentista.
LV ao LVII	Aqui, faz uma apresentação filosófica dos sólidos platônicos e trata de suas inscrições na esfera.
LVIII ao LXIII	O trecho da obra trata dos corpos ditos “oblongos”, se referindo a prismas e cilindros através de um estudo de colunas.
LXIV ao LXVIII	É apresentado nestes capítulos um estudo sobre pirâmides.
LXIX e LXX	Pacioli declara suficiente o que apresentou até então e indica a *Summa* como complemento aos estudos desta obra, além de dar esclarecimentos sobre as ilustrações contidas em sua obra.
LXXI	O capítulo apresenta um pequeno dicionário de termos matemáticos relativos à geometria.

Fonte: Bertato (2008)

De acordo com Bertato (2008, p. xxii), a *De Divina Proportione* se encerra da seguinte forma:

> Após o "FINIS", na versão manuscrita, há o poema, que também se encontra em um manuscrito de Leonardo da Vinci, com variações na escrita, e figura no início da versão impressa em 1509, juntamente com outras. Nesta última, formando corpo com a primeira, encontramos a segunda parte, que trata da arquitetura, e depois a tradução do Libellus de Francesca, o alfabeto paciolano e as xilogravuras feitas a partir das ilustrações de Leonardo.

Após a invasão do exército francês em Milão, em 1499, Pacioli, dentre outros feitos, retornou a sua cidade natal, tornando-se superior do convento. Anos depois, renunciou seus privilégios e, pouco tempo após seu falecimento em 1517, “seus companheiros de cidade peticionaram para que ele fosse nomeado ministro da ordem para a província de Assisi” (GILLISPIE, 1981, p. 270, tradução nossa).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto nesse trabalho, percebe-se que o estudo de fontes históricas voltadas para o ensino de matemática pode fornecer subsídios educacionais de grande valor didático, sendo uma das formas o diálogo entre os campos da história da matemática e do ensino de matemática.

A partir do estudo que está sendo realizado, vemos que a obra *De Divina Proportione*, pode ser potencialmente didática para ser utilizada em sala de aula, para o estudo de conhecimentos geométricos devido à sua linguagem verbalizada, porém de fácil compreensão, promovendo, assim, o trabalho da abstração.

Dado esse estudo preliminar, que é um recorte de nossa pesquisa de mestrado, daremos continuidade à discussão da obra apresentada, a fim de que nossos esforços contribuam didaticamente na formação de professores na atualidade e, assim, o ensino de geometria na educação básica seja revisto e valorizado, tal como o ensino de diversos campos da matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut; TEIXEIRA, Marcos Vieira; NOBRE, Sergio Roberto. A investigação científica em história da matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em educação matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Educação matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez Editora, 2004. p. 164-185.

BELTRAN, Maria Helena Roxo; SAITO, Fumikazu; TRINDADE, Lais dos Santos Pinto. **História da Ciência para formação de professores.** São Paulo: Livraria da Física, 2014. (Temas em história da ciência).

BERTATO, Fábio Maia. **A "De Divina Proportione" de Luca Pacioli:** Tradução anotada e comentada. 2008. 322 f. Tese (Doutorado) - Curso de Filosofia, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Campinas, 2008.

D'AMBRÓSIO, U. A História da Matemática: Questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In. Bicudo, M. (Org.). **Pesquisa em educação matemática:** Concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

GARNICA, Antônio Vicente Marafioti; SOUZA, Luzia Aparecida. **Elementos de História e de Educação Matemática.** São Paulo: Cultura Acadêmica, Unesp, 2012.

GILLISPIE, Charles Coulston (Ed.). **Dictionary of scientific biography.** New York: Charles Scribner's Sons, 1981.

MENDES, I. A. **A investigação histórica na formação de professores de matemática**. Belém: EdUFPA, 2010.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na educação matemática:** propostas e desafios. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2008.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática.** São Paulo, SP: Atual, 1998.

NOBRE, Sérgio. **Leitura e escrita da história:** reflexões sobre a história da matemática. Ciência e Educação, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004.

NOBRE, Sérgio. **Tendências metodológicas no ensino de matemática.** Belém: EdUFPA, 2008.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. **A reconstrução do báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática.** Revista Cocar, Pará, 2019. No prelo.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Algumas breves considerações sobre o radius astronomicus na interface entre história e ensino de matemática. In: **SEMINÁRIO DE ESCRITAS E LEITURAS EM EDUCAÇÃO**, 5., 2018, Fortaleza. Anais do V Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática. Fortaleza: Eduece, 2018a. p. 1 - 10.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. In: **Seminário Cearense de História da Matemática**, 3., 2018b, Fortaleza. Anais... Fortaleza: Eduece, 2018. p. 1 - 12.

SAITO, Fumikazu. História e Ensino de Matemática: construindo interfaces. In: SALAZAR, Jesús Flores; GUERRA, Francisco Ugarte (Org.). **Investigaciones en Educación Matemática.** 1ed. Perú: Fondo Editorial PUCP, 2016. p. 253-291.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SAITO, Fumikazu. **History of Mathematics and History of Science:** some remarks concerning contextual framework. Educação Matemática Pesquisa, v. 14, n.3, p. 363-385, 2012.

SAITO, Fumikazu; DIAS, M. **Interface entre história da matemática e ensino:** Uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. Ciência & Educação, São Paulo, v. 19, n. 1, p.89-111, 2013.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. **História da matemática para professores:** Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011. 63 p.

SILVA, Ana Paula Pereira do Nascimento. **A leitura de fontes antigas como possibilidade didática:** um exemplo a partir do Almagesto de Ptolomeu. 2013. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013.

ISSN 2236-4102

PEDRO NUNES E O *JACENTE NO PLANO* NO ÂMBITO DE PESQUISAS NACIONAIS: Desvelando abordagens

Francisco Wagner Soares Oliveira [261]
Ana Carolina Costa Pereira [262]

RESUMO

Da tentativa de construir uma interface entre história e ensino da matemática a partir do processo de construção do *jacente no plano*, tem-se observado que estudos quanto a elementos da produção científica e biografia de Pedro Nunes têm sido uma prática recorrente por pesquisadores, principalmente portugueses. Uma possível justificativa, para a expressiva quantidade de trabalhos é que esse personagem foi responsável por apresentar alguns contributos aos temas científicos em quinhentos, dentre eles, destacam-se as suas inferências as práticas de navegação. Como exemplo, tem-se a concepção de novos instrumentos, como no caso do *anel náutico* e do *jacente no plano*. Dando lugar as pesquisas brasileiras, procura-se a partir de um levantamento bibliográfico, relatar as abordagens assumidas por pesquisas nacionais ao incorporarem Pedro Nunes e/ou o *jacente no plano*. Nesse sentido, sob a perspectiva de uma pesquisa bibliográfica, descrevem-se tanto as abordagens assumidas por pesquisas nacionais como também breves considerações quanto as realizadas no senário internacional. Ainda, expõem-se alguns elementos da referida tentativa de construção de interfaces.

Palavras-chave: Pedro Nunes, *Jacente no plano,* Ensino de matemática.

[261] Instituto Federal de ciências e tecnologia do Ceará (IFCE). E-mail: franciscowagner2007@gmail.com.
[262] Universidade Estadual do Ceará (UECE). E-mail: carolina.pereira@uece.br.

INTRODUÇÃO

Nos primeiros elementos da biografia de Pedro Nunes, nota-se que ele nasceu em Alcácer do Sal no ano de 1502, faleceu em 1578 e que durante esse período, exerceu dentre outras funções as de cosmógrafo, cosmógrafo-mor e de professor de assuntos científicos (LEITÃO, 2003). A abordagem assumida em suas considerações, são principalmente sustentadas nas matemáticas do período, prova disso pode ser observada em suas produções científicas. [263]

Sabe-se que são de autoria do lusitano o *Tratado da Sphera* (1537)*, De crepusculis* (1542)*, De erratis Orontii Finaei* (1546)*, Petri Nonii Salaciensis Opera* (1566) e o *Libro de algebra en arithmeticay geometria* (1567). Dessas obras, Pedro Nunes ainda fez algumas republicações como, por exemplo, *De arte atque ratione navigandi* (1573), a qual traz o texto das *Opera* (1566) e com paginações próprias o *De crepusculis* e o *De erratis Orontii Finaei*. Sobre elas, a Academia das Ciências de Lisboa juntamente com a Fundação Calouste Gulbenkian, apresentam em edições modernas o conteúdo dessas obras.

Em linhas gerais, nelas são contemplados conhecimentos referentes a geometria, álgebra, a navegação, a cosmografia, a astronomia, dentre outros. Alguns desses temas, em muitas das vezes são trabalhados de forma conjunta. No caso do *jacente no plano*, descrito na *Petri Nonii Salaciensis Opera* (1566) e nas suas reedições de 1573 e de 1592 as quais estavam voltadas as práticas teóricas da navegação e que seu conteúdo é apresentado sob um víeis da geometria pratica, entende-se que possivelmente a ele estejam incorporados em seu contexto de elaboração no mínimo elementos da geometria e navegação teórica.

O *jacente no plano*, trata-se de uma concepção teórica de Pedro Nunes indicada para determinar a altura do Sol acima do horizonte. Na interface entre história e ensino da matemática a que se pretende construir a partir do processo de construção desse instrumento, toma-se como fonte primária a descrição realizada em *De arte atque ratione navigandi* (1573). Contudo, utiliza-se a sua tradução para o português, apresentada na edição moderna Pedro Nunes – Obras vol. IV (2008).

[263] Para maiores detalhes sobre a biografia de Pedro Nunes, consulte: Costa (1969), Leitão (2003).

Dos esforços no sentido de construir essa interface, se chamou atenção notar a expressiva quantidade de pesquisas já realizadas sobre elementos da produção científica e biografia de Pedro Nunes. Mesmo a maioria delas se devendo a pesquisadores portugueses, no Brasil ainda se pode observar alguns estudos. No sentido de apresentar um recorte desse cenário, estuda-se sob o objetivo de relatar as abordagens assumidas por pesquisas nacionais ao incorporarem Pedro Nunes e/ou o *jacente no plano*.

De forma a obtê-lo, foi tomado como aporte metodológico a pesquisa bibliográfica. Sobre ela, sabe-se que além de ter como finalidade colocar o pesquisador em contato com todo o material já publicado sobre o tema, ainda a depender da intensão e abordagem assumida no estudo, pode possibilitar novas inferências (MARCONI; LAKATOS, 2003).

BREVES CONSIDERAÇÕES SOBRE PESQUISAS QUE ENVOLVEM PEDRO NUNES E/OU O *JACENTE NO PLANO* NO SENÁRIO INTERNACIONAL

Estudos que abordam de alguma forma elementos da produção científica e/ou biografia de Pedro Nunes é uma prática que pode ser observada desde o século XVI, um exemplo disso é que segundo Canas (2011a) João Baptista de Lavanha (c.1550-1624) já incorporava algumas das considerações do quinhentista as suas aulas na Academia das Matemáticas em Madrid.

Em um contexto mais atual, entende-se que as celebrações realizadas no ano de 2002, em comemoração aos 500 anos do nascimento de Pedro Nunes, foram responsáveis por impulsionar ainda mais estudos sobre o lusitano (LEITÃO, 2015?)[264]. Observando o decênio de 2002 a 2012, Leitão (2015?) fez um levantamento em um senário internacional, e conseguiu observa que nesse período foram produzidos mais de uma centena de trabalhos que estão relacionados com o quinhentista.[265]

[264] Um resumo das iniciativas realizadas em comemoração aos 500 anos de nascimento de Pedro Nunes vide Cardoso (2004): “Iconografia Noniana”.
[265] Para maiores detalhes ou acesso a esse levantamento, consulte Leitão (2015?): “Dez Anos de estudos sobre Pedro Nunes, 2002-2012. Uma biografia”.

Essas pesquisas, abordam elementos referentes as suas obras[266], a aproximação que tinha com os homens do mar, as contribuições ao avanço da ciência náutica, as referências científicas que leu, a atividade desempenhada na Universidade Portuguesa, sua vida, as linhas de rumo, a proposta cartográfica que discute suas relações com outros eruditos, os instrumentos propostos, dentre outros temas. [267]

Em linhas gerais, compreende-se que esses estudos estão a contemplar informações contextuais, historiográficas e epistemológicas sobre elementos da produção científica e/ou biografia de Pedro Nunes. No caso das pesquisas que de alguma forma abordam os instrumentos do cosmógrafo-mor, em especial o *jacente no plano*, nota-se que elas têm apresentado em sua maioria, algumas breves considerações relativas ao seu contexto de construção e uso[268].

ESTUDOS NACIONAIS QUE ENVOLVEM PEDRO NUNES E/OU O *JACENTE NO PLANO*

Como forma de identificar os estudos nacionais que envolvem Pedro Nunes e/ou o *jacente no plano*, fez-se uma busca em veículos de divulgação acadêmica, como periódicos de revistas, anais de evento e bancos de teses e dissertações. Para essa pesquisa, foram consideradas apenas as divulgadas a partir de 2010[269], na tabela a seguir, expõem-se os trabalhos a que se teve conhecimento:

TABELA 1 – Levantamento de trabalhos sobre Pedro Nunes e/ou *jacente no plano.*

PRODUÇÃO	TÍTULO	AUTOR (ES)	ANO
P1	Apropriação de Pedro Nunes por João Baptista Lavanha	Canas	2011
P2	Pedro Nunes e a distinção de dois tipos de trajetórias na navegação: a linha de rumo e o círculo máximo	Penteado	2011

[266] No que se refere as obras de Pedro Nunes, sabe-se que o trabalho de maior complexidade técnica e intelectual foram as publicações das edições modernas das obras do quinhentista (cf. LEITÃO, 2015?).
[267] A versão online de algumas dessas pesquisas está disponível em: <http://pedronunes.fc.ul.pt/links.html>. Acesso em: 28 dez. 2018.
[268] Sobre informações referentes ao *jacente no plano*, consulte: Almeida (2011), Canas (2011a, 2011b), Leitão (2008), Nunes (2012), Reis (2003).
[269] Caso considera-se um período ainda mais longo, destacam-se as pesquisas de: Bittencourt (2004), Carlini (2003), Sousa e Pereira (1999, 2001, 2002).

P3	O medievalismo na expansão marítima portuguesa: a influência do nominalismo na obra de Pedro Nunes	Girafa	2015
P4	A Coroa e a esfera: cosmografia e poder nas obras de Pedro Nunes (1537-1573)	Neto	2017
P5	Um estudo preliminar da obra *De arte atque ratione navigandi* (1573) de Pedro Nunes	Oliveira e Pereira	2018
P6	Instrumentos propostos por Pedro Nunes	Canas	2018
P7	Traços de uma história: um primeiro olhar da influência de Johann Müller Regiomontanus nas obras do matemático português Pedro Nunes	Pereira e Morey	2018

Fonte: Elaborada pelos autores

O trabalho P1, tem como autoria um pesquisador de Portugal, contudo, seu trabalho foi apresentado e está disposto nos anais do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática – ELBHM. Nele, Canas (2011b) trata de apresentar elementos que indicam a apropriação de Pedro Nunes por parte de João Baptista Lavanha, dentre eles, menciona o *jacente no plano*. Quanto a esse instrumento, nota-se que Canas (2011b), está a fazer uma espécie de comparação entre as descrições realizadas por Pedro Nunes e Lavanha. Nesse sentido, entende-se que em sua abordagem "comparativa" são elucidadas principalmente algumas questões iniciais de ordem epistemológicas sobre o instrumento.

Na pesquisa P2, Penteado (2011) utiliza as obras de Pedro Nunes para apresentar uma interpretação histórica sobre o conceito de linha de rumo. À luz desse objetivo, a autora aborda a história política de Portugal, uma visão geral dos textos do lusitano, a matemática nas obras do cosmógrafo, o conceito de linha de rumo e circulo máximo, o*Tratado da Esfera* (1537), *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar* (2008), dentre outros.

Em P3, Girafa (2015) aborda Pedro Nunes a partir de sua produção científica em quinhentos, isso para discutir a influência presente nela das teses nominalistas. Para tanto, o autor discorre sobre temas como a carreira de Pedro Nunes, renascimento português, nominalismo em Portugal e em Pedro Nunes, nominalismo e elementos de sua relação com a ciência, noção de ciência na obra do lusitano.

No estudo P4, observa-se em linhas gerais que sob uma abordagem específica de estudos voltados a história, Neto (2017) discute alguns elementos presentes nas obras de Pedro Nunes que estão voltados a cosmografia. O autor discorre mais

especificamente sobre o papel do quinhentista como tradutor de textos, um pouco do contexto em que ocorreram os descobrimentos portugueses, os descobrimentos de Pedro Nunes na cosmografia, as respostas do cosmógrafo-mor as dúvidas de Martim Afonso de Sousa, dentre outras.

Quanto ao estudo P5, exposto no caderno de resumos do 8º ELBHM, nota-se que Oliveira e Pereira (2018) a partir da tentativa de descrição da obra *De Arte Atque Ratione Navigandi* (1573) elencam elementos do contexto desse documento. Destacam, assim como Leitão (2008) que pelo idioma e rigor científico da obra, que o público que Pedro Nunes vislumbrou foi certamente erudito e que ela foi publicada com o intuito de solucionar problemas tipográficos da edição das *Opera* (1566).

Já em P6, trabalho também divulgado no caderno de resumos do 8º ELBHM, Canas (2018) apresenta algumas considerações quanto aos instrumentos propostos por Pedro Nunes. Em um primeiro momento, expõe os instrumentos indicados pelo cosmógrafo-mor, posteriormente dá ênfase a discutir e esclarecer elementos dos dois *instrumentos de sombras*, grupo no qual consta o *jacente no plano*.

A pesquisa P7, se desenvolve sob a intensão de apresentar um primeiro olhar acerca da influência de Johann Müller Regiomontanus (1436-1476) nas obras de Pedro Nunes. A partir de uma análise nas obras do quinhentista, Pereira e Morey (2018, no prelo) elencam alguns dos vestígios que indicam a apropriação de conhecimentos destacados por Regiomontanus pelo cosmógrafo-mor. Dentre as conclusões, as autoras afirmam que houve uma forte ligação de Pedro Nunes com o referido personagem.

NOTAS FINAIS

Pesquisas brasileiras que envolvem Pedro Nunes, têm se dedicado a estudar elementos de sua produção científica e biografia. A abordagem de estudo assumida para tanto, tem valorizado elencar e apresentar informações de caráter contextual, epistemológico e histórico. Em outras palavras, procuram expressar alguns dados conceituais, discutir a influência de outros personagens em suas obras, expor um

pouco da história dos descobrimentos português, informar a respeito das funções desempenhadas pelo quinhentista, dentre outras.

Já os estudos que incorporam o *jacente no plano*, identificados apenas em um contento Brasil-Portugal, nota-se uma abordagem próxima a estudos específicos em história. Corroboram para essa inferência, o fato de alguns se dedicarem a comparar a descrição de Pedro Nunes para o instrumento com a de outro personagem do período e ainda o fato de procurarem esclarecer elementos de seu contexto de construção e uso.

Ainda no que se refere as abordagens dadas ao estudo do *jacente no plano*, em trabalhos posteriores pretende-se está divulgando considerações observadas na interface entre história e ensino da matemática que vem sendo elaborada a partir de seu processo de construção. Nessa iniciativa, tem-se como pressuposto o entendimento de que a história pode favorecer o ensino de matemática.

Nela, sob uma perspectiva historiográfica atualizada, procura-se explorar elementos tanto do movimento do pensamento na formação dos conceitos matemáticos incorporados no instrumento como também do contexto no qual os conceitos foram desenvolvidos. Diante dessas ações, pretende-se em um futuro próximo está realizando e apresentando produções voltadas ao ensino.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Bruno José M. G. Pereira de. **A influência da obra de pedro nunes na náutica dos séculos XVI e XVII: um estudo de transmissão de conhecimento.** 2011. 595 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutoramento em História e Filosofia das Ciências, Universidade de Lisboa Faculdade de CiÊncias Secção Autónoma de História e Filosofia das Ciências, Lisboa, 2011. Disponível em: < http://repositorio.ul.pt/handle/10451/6699>. Acesso em: 12 jul. 2018.

BITTENCOURT, Marcos Aurélio. **O debate entre Pedro Nunes e Diogo de Sá**. 2004. 117 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, História da Ciência, São Paulo, 2004.

CANAS, António Costa. Instrumentos propostos por Pedro Nunes. In: **8º** Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática. **Caderno de resumos do 8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática.** Foz do Iguaçu/Paraná, Unioeste, p. 06, 2018.

CANAS, António José Duarte Costa. Apropriação de Pedro Nunes por João Baptista Lavanha. In: Encontro luso-brasileiro de história da matemática, 6., 2011b, Minas Gerais. **Anais do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática.** Rio Grande do Norte: Sbhmat, 2014. p. 45 - 70.

CANAS, António José Duarte Costa. **A obra náutica de João Baptista Lavanha (c. 1550 – 1624).** 2011a. 401 f. Tese (Doutorado) - Doutoramento em história especialidade – História dos Descobrimentos e Expansão, Universidade de Lisboa Faculdade de Letras Departamento de História, Lisboa, 2011a. Disponível em: < http://repositorio.ul.pt/handle/10451/6140>. Acesso em: 08 nov. 2018.

CARDOSO, Nuno Tarcísio. Iconografia Noniana. In: Pedro Nunes – Novos Saberes na Rota do Futuro. **Actas do Colóquio Jornadas do Mar 2002**. Alfeite: Escola Naval, 2002.

CARLINI, José Maria. **Pedro Nunes e sua resolução de equações**. 2003. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, História da Ciência, São Paulo, 2003.

COSTA, Abel Fontoura. **Pedro Nunes (1502-1578)**. Lisboa: Agencia Geral do Ultramar, 1969.

GIRAFA, Roberto Hugo. **O Medievalismo na Expansão Marítima Portuguesa: o nominalismo na obra de Pedro Nunes**. 2015. 129 f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Claro, Departamento de História, Rio Claro, 2015.

LEITÃO, Henrique. Anotações ao *De arte atque ratione nauigandi*. In ***Pedro Nunes. Obras*, vol. IV**, Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2008, p. 515-794.

LEITÃO, Henrique, «**Dez anos de estudos sobre Pedro Nunes, 2002-2012. Uma Bibliografia**», Memórias da Academia das Ciências de Lisboa, 2015?

LEITÃO, Henrique. Para uma biografia de Pedro Nunes: o surgimento de um matemático, 1502-1542. **Cadernos de Estudos Sefarditas**, Lisboa, v. 3, p.45-82, 2003. Disponível em: <http://www.catedra-alberto-benveniste.org/_fich/15/HENRIQUE_LEITAO.pdf>. Acesso em: 12 jul. 2018.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

NETO, Geraldo Barbosa. **A Coroa e a esfera: cosmografia e poder nas obras de Pedro Nunes (1537-1573)**. 2017. 175 f. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Doutorado em História, São Paulo, 2017.

NUNES, Paulo Jorge Antunes. **Os 17**>. Acesso em: 12 jul. 2018.

NUNES, Paulo Jorge Antunes. **Os instrumentos náuticos na obra de Pedro Nunes.** 2012. 162 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado de História Marítima, Universidade de Lisboa Faculdade de Letras Departamento de História, Lisboa, 2012. Disponível em: <

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Um estudo preliminar da obra *De arte atque ratione navigandi* (1573) de Pedro Nunes. In: 8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática – ELBHM. **Caderno de resumos do 8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática.** Foz do Iguaçu/Paraná, Unioeste, p. 73, 2018.

PENTEADO, Aline Mendes. **Pedro Nunes e a Distinção de Dois Tipos de Trajetórias da Navegação: a Linha de Rumo e o Círculo Máximo**. 2011. 208 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado em Educação Matemática, Unesp - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. 2011.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; MOREY, Bernadete Barbosa. Traços de uma história: um primeiro olhar da influência de Johann Müller Regiomontanus nas obras do matemático português Pedro Nunes. **Revista brasileira de história da matemática**, 2018, no prelo.

REIS, António Estácio do. Os instrumentos de medida. **As Novidades do Mundo: conhecimento e representação na Época Moderna, Lisboa**, Edições Colibri, 2003, pp. 145-167.

SOUZA, Cícero Monteiro de; PEREIRA, Silvana Lopes. A influência de Pedro Nunes na navegação portuguesa na época dos grandes descobrimentos. In: II Seminário de História da Matemática, 1999, Natal. **Anais do III Seminário Nacional de História da Matemática**. Natal: Editora da UFRN, 1999. v. 1.

SOUZA, C. Monteiro; PEREIRA, Silvana Lopes. As contribuiçòes de Pedro Nunes para a construção da Álgebra Moderna. In: IV Seminário Nacional de História da Matemaátca, 2001, Natal. **Anais do IV Seminário Nacional de HIstória da Matemática**. Natal: Editora da UFRN, 2001. v. 1.

SOUZA, Cícero Monteiro; PEREIRA, Silvana Lopes. **Pedro Nunes e a matemática do século XVI**. 01. ed. Recife: Imprensa da UFRPE, 2002.



ISSN 2236-4102

POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: uma proposta de atividade baseada na álgebra de al-Khwarizmi

Marlene Gorete de Araújo[270]
Fabian Arley Posada Balvin[271]

RESUMO

O presente artigo é um estudo bibliográfico e documental, de caráter qualitativo, e tem como objetivo apresentar aos leitores uma proposta de atividade que apresente aos professores de matemática uma fonte primária da matemática islâmica medieval, mais precisamente, a Álgebra de al-Khwarizmi. Para isso, primeiramente fazemos uma discussão acerca da vida e obras de al-Khwarizmi. Em seguida, apresentamos o principal trabalho de al-Khwarizmi, O Livro de Restauração e Balanceamento. Por fim, fazemos a apresentação de nossa proposta de trabalho com os professores. Como fundamentação teórica para a elaboração dessa proposta, utilizamos as ideias de Moretti e Radford (2016), D'Ambrósio (2009), Radford (2008) e Furinghetti e Paola (2003). Embora ainda não tenhamos aplicado a proposta de atividade, julgamos que ela seja de grande valia, uma vez que está fundamentada em nos teóricos que atuam na interseção da História da Matemática com a Educação Matemática. Esperamos, com essa proposta, que os professores conheçam um dos trabalhos mais importantes da álgebra e possam visualizar e compreender como, porque e para que o tratado de álgebra de al-Khwarizmi foi escrito. Julgamos que essas informações ampliarão os conhecimentos dos professores, levando-os a compreender que cada sociedade cria soluções para seus próprios problemas.

Palavras-chave: História da Matemática. Matemática islâmica. Al-Khwarizmi. História e ensino.

[270] Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). marllenearaujo@hotmail.com.
[271] Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). fapoba@gmail.com.

INTRODUÇÃO

Há alguns anos a história da matemática vem sendo utilizada no ensino de matemática seja como fonte de motivação, método de ensino, instrumento de desmistificação e desalienação dos conhecimentos matemáticos, formação e problematização de conceitos, valores, habilidades e competências, resgate da identidade cultural, etc. (MIGUEL, 1997). Além disso, acredita-se que o uso da história contribui para que o sujeito possa pensar a matemática como uma prática social historicamente constituída, que é pensada de acordo com as necessidades humanas e temporais (RADFORD, 2008).

Embora a história da matemática venha sendo utilizada e contada nas salas de aula, seja do ensino básico ou superior, ainda há diversos tópicos que raramente são visitados. Um desses tópicos é o referente à matemática islâmica, que vem sendo, ultimamente, o foco de nossos estudos.

O presente artigo é uma pesquisa bibliográfica e documental, de abordagem metodológica qualitativa, e faz parte de uma pesquisa de mestrado em andamento. Seu objetivo é apresentar aos leitores uma proposta de atividade que apresente aos professores de matemática uma fonte primária da matemática islâmica medieval, mais precisamente, a Álgebra de al-Khwarizmi.

Com isso, o artigo está dividido em três partes. A primeira delas, intitulada “Al-Khwarizmi e suas obras”, apresenta o estudioso islâmico al-Khwarizmi e seus principais trabalhos. Na segunda parte, “A Álgebra de al-Khwarizmi”, descrevemos o mais famoso trabalho de al-Khwarizmi, a época em que foi escrita, os objetivos da obra e os conteúdos abordados. Por fim, em “Apresentação da Álgebra de al-Khwarizmi aos professores”, nos pautamos em alguns autores para elaborar nossa proposta de trabalho com os professores. A aplicação dessa proposta com os professores está programada para março de 2019.

AL-KHWARIZMI E SUAS OBRAS

O primeiro sábio eminente da escola de Bagdá é o autor clássico da Matemática Islâmica: Abu Jafar Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi, que trabalhou na Casa da Sabedoria de Bagdá sob o reinado de al-Mamun. Em Bagdá, al-Khwarizmi trabalhava traduzindo e estudando trabalhos anteriores e escrevendo suas próprias obras.

Al-Khwarizmi nasceu por volta do ano de 780 e faleceu por volta do ano de 850. Embora haja opiniões contrárias, autores como Bulgákov, Rozenfeld e Ahmedov (1983), Berggren (2003) e Puig (2008a) defendem que al-Khwarizmi tenha nascido em Khwarizm região situada ao sul do lago Aral, norte do atual Uzbequistão. A região de Khwarizm foi conquistada pelos exércitos omíadas em 712 e, portanto, na época de al-Khwarizmi, fazia parte do califado islâmico.

Al-Khwarizmi na Casa da Sabedoria, era um dos membros mais importantes do grupo de matemáticos e astrônomos que trabalharam sob o patronato do califa al-Mamun. Embora tenha se destacado nos estudos sobre álgebra e o sistema de numeração posicional, al-Khwarizmi foi autor de um bom número de livros de outros campos do conhecimento. Puig (2008b) faz a seguinte lista dos trabalhos de al-Khwarizmi:

- Kitāb al-Mukhtasar fī hisāb al-jabr wa'l-muqābala (Livro de Restauração e Balanceamento, mais conhecido como A Álgebra de al-Khwarizmi);
- Kitāb al-hisāb al-'adad al-hindī (Livro de cálculo com os números hindus);
- Kitāb al-jamc wa't-tafrīq (Livro de adição e subtração);
- Kitāb sūrat al-ard (Livro de configuração da terra);
- Istikhrāj ta'rīkh al-Yahūd (Determinação do calendário judaico);
- Zīj as-Sindhind (Tabelas Astronômicas);
- Ma'rifa sica al-mashriq e kull balad (Determinação da amplitude orto em cada cidade);
- Ma'rifa samt min qibal al-irtifāc (Determinação do azimute de acordo com a altitude);

- 'Amal si'a ayy mashriq shi'ta min al-burūj fī ayy ard shi'ta bi'lhandasa (Construção geométrica da amplitude ortogonal de cada signo e para cada latitude);
- 'Amal al-sā'āt fī basīt al-rukhāna (Construção das horas no plano do quadrante solar);
- Tarā'if min 'amal Muhammad ibn Mūsā al-Khwārizmī: ma'rifat al-samt bi-as-asturlab (Novas aquisições de Muhammad ibn Mūsā al-Khwārizmī: o conhecimento do azimute pelo astrolábio);
- Kitāb 'Amal al-asturlāb (Livro sobre a elaboração do astrolábio);
- Kitāb al-rukhāma (Livro no quadrante solar);
- Kitāb al-'Amal bi'l-asturlāb (Livro sobre o uso do astrolábio);
- Kitāb al-Tārīkh.

Infelizmente, nem todos os livros citados chegaram até nós; alguns deles estão perdidos e sabemos de sua existência porque são citados em trabalhos de outros autores islâmicos.

O legado de al-Khwarizmi à sociedade islâmica incluiu uma maneira de representar números que levaram a métodos fáceis de computação, uma ciência da álgebra que ajudou a resolver problemas de herança e um mapa que mostrou a distribuição de cidades, mares e ilhas na superfície da Terra. Com isso, podemos dizer que al-Khwarizmi foi um dos principais e eminentes estudiosos em várias áreas do conhecimento, particularmente em matemática, astronomia e geografia, que contribuiu para o crescimento e desenvolvimento da ciência islâmica medieval.

A ÁLGEBRA DE AL-KHWARIZMI

O mais famoso e importante trabalho de al-Khwarizmi é, sem sombra de dúvidas, o Kitāb al-Mukhtasar fī hisāb al-jabr wa'l-muqābala, ou seja, O Livro de Restauração e Balanceamento. Muitos autores contemporâneos costumam chamá-lo simplesmente de Álgebra de al-Khwarizmi para não confundir com outros trabalhos de álgebra escritos mais tarde. Aqui, como estamos nos limitando ao período de al-

Khwarizmi, podemos falar apenas a Álgebra. Essa obra foi escrita por volta de 830 e consiste em um tratado sobre o cálculo de equações, utilizando as regras de restauração (al-jabr) e balanceamento (al-muqabala). Inclui também tópicos de geometria e problemas cotidianos da época.

Atualmente são conhecidos sete manuscritos da Álgebra, os quais encontram-se em bibliotecas distintas. O que se encontra em melhor estado de conservação é um manuscrito do século XIV que se encontra na Biblioteca da Universidade de Oxford. Esse é, sem sombra de dúvidas, o mais conhecido e estudado, pois as principais traduções existentes hoje da Álgebra de al-Khwarizmi foram feitas a partir desse manuscrito (CASTILLO, 2009).

O exemplar da Álgebra que estamos usando é El libro de Álgebra de Mohammed Ibn-Musa al-Jwarizmi, uma edição bilíngue (árabe-espanhol) com tradução, introdução e anotações de Ricardo Moreno Castillo (2009).

A Álgebra foi escrita por al-Khwarizmi a pedido do califa al-Mamun, o qual acolheu e deu proteção a al-Khwarizmi em seus estudos, como ele mesmo diz:

> El imán-Mamum (la gracia de Dios sea con él), emir de los creyentes (que con el califato que heredó, las ropas con que se honró, y los adornos con los que se investió, se la concedió el amor por la ciencia), que acoge, favorablemente, invita e extiende su protección y ayuda sobre aquellos que iluminan lo que está oculto y facilitan lo que es árido, me ha encargado que escriba un breve libro sobre el cálculo del álgebra y la reducción, que contenga lo más importante y delicado del cálculo que lo hombres aplican a sus necesidades, herencias, testamentos, particiones y negocios, y en todo lo que tratan entre ellos en la medida de la tierra, excavación de canales, construcciones y otras muchas cosas. (CASTILLO, 2009, p. 23-25).

Então, podemos inferir que o califa desejava uma obra com finalidades específicas, isto é, que mostrasse como fazer cálculos para resolver problemas relacionados às necessidades práticas, como herança, testamento, negócios, partilhas, além dos problemas relacionados agrimensura, escavação de canais, construções e muitas outras coisas.

A Álgebra de Al-Khwarizmi reflete o desejo do califa, pois, nela se destacam três partes. A primeira trata de resolução de equações de grau menor ou igual a dois, e é para o desenvolvimento posterior da matemática, a parte mais importante. Nela são

apresentadas as noções iniciais sobre equações e o modo de resolvê-las numericamente. Além disso, o autor recorre a um esquema geométrico, adequado a cada tipo de equação, com a finalidade de mostrar que a resolução proposta numérica proposta por ele é correta.

A segunda parte, também de caráter teórico, apresenta alguns tópicos de geometria elementar, segundo o modelo euclidiano. Embora seja breve e de caráter elementar, essa parte da Álgebra de al-Khwarizmi apresenta um material muito rico e útil para agrimensores, alarife e construtores (CASTILLO, 2009).

A terceira parte é a mais extensa e ocupa mais da metade do tratado. Ela é coleção composta por sessenta problemas sobre heranças e legados, onde são consideradas, para suas respectivas soluções, muitas das possibilidades previstas pelo direito testamentário islâmico. Entre esses problemas, há alguns que não apresentam um capital determinado, o que implica em indeterminações.

Em seu livro, al-Khwarizmi não usa os símbolos matemáticos aos quais estamos acostumados, o que torna a leitura mais trabalhosa para um leitor moderno. Sua álgebra é retórica, o que quer dizer que tudo o que é exposto é feito por meio de palavras. Além disso, ao ler seu tratado algébrico, pode-se perceber duas características marcantes do autor: sua prolixidade, uma vez que ele explica detalhadamente tudo o que é exposto, e sua religiosidade, tendo em vista que no decorrer de todo o seu livro ele faz menção a Alah.

APRESENTAÇÃO DA ÁLGEBRA DE AL-KHWARIZMI AOS PROFESSORES

Diversos pesquisadores em educação matemática da atualidade discutem acerca do uso pedagógico da história da matemática no ensino de matemática. Dentre esses, escolhemos, para fundamentação da proposta que iremos apresentar adiante os seguintes autores: Moretti e Radford (2016), D'Ambrósio (2009), Radford (2008) e Furinghetti e Paola (2003).

Para D'ambrosio (2009, p. 30), "a história da matemática é um elemento fundamental para se perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas,

desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época". Esse modo de utilizar a história permite enxergar essa ciência como uma necessidade humana, que muda de acordo com os aspectos econômicos, políticos e culturais da época, por exemplo. Além disso, essa visão pode provocar o rompimento da ideia errônea de que a matemática é uma ciência pronta e acabada. No entanto, ter uma visão crítica e histórica da matemática não implica, necessariamente, ter domínio das teorias e práticas anteriormente desenvolvidas, mas sim entender os modos de pensar, agir e resolver problemas dos povos antigos (D'AMBROSIO, 2009). Por esse motivo, conhecer a história do ontem pode, em muitos casos, facilitar a compreensão do hoje, uma vez que a história nos permite enxergar como e por que a matemática foi desenvolvida e/ou usada.

Conhecer a história permite, também, perceber, de acordo com Moretti e Radford (2016), que a matemática faz parte das produções humanas que visam atender às necessidades dos indivíduos em um determinado tempo e lugar. Nesse contexto,

> (...) o estudo da história da matemática deve permitir o reconhecimento das práticas sociais relacionadas à produção histórica e cultural de conceitos, assim como o reconhecimento, pelos educadores, dos limites e das mudanças qualitativas dessas práticas. (MORETTI; RADFORD, 2016, p. 510)

Desse modo, a história da matemática vai para além do estudo de meras sucessões de eventos (Radford, 2016), uma vez que esse estudo inclui o reconhecimento e valorização de ideias matemáticas desenvolvidas, manifestadas em meio a práticas sociais de uma determinada cultura. Além disso, a história da matemática permite visualizar as evoluções dessa ciência ao longo dos tempos.

Radford (2008, p. 163) discorre que podemos recorrer à história da matemática porque ela

> (...) nos fornece um panorama que vai além das meras tecnicalidades da matemática contemporânea. Discutir a história de certos problemas pode, de fato, ser uma maneira interessante de sensibilizar os alunos para a natureza mutável da matemática, permitindo enfatizar, ao mesmo tempo, as contribuições de diferentes culturas (RADFORD, 2008, p. 163).

Desse modo, inferimos que essa utilização pode ajudar na motivação de alunos e professores quanto ao seu estudo, visto que ao recorrer à história, a matemática pode ser vista como uma criação mediante às necessidades humanas.

Furinghetti e Paola (2003) apontam que antes de construirmos uma atividade histórica para uso em sala de aula, é necessário fazer uma navegação em textos sobre história da matemática, destacar momentos, pontos históricos e autores e ler as fontes originais. Só depois desses passos é que podemos, então, partir para a elaboração da proposta. Além disso, as autoras defendem o uso de fontes originais, uma vez que eles, além de comportarem a história, propriamente ditas, mostram características específicas da época, como a escrita, por exemplo. No entanto, para Furinghetti e Paola (2003, p. 6) a escolha do material utilizado em "sala de aula deve ser feita à luz dos fatores educacionais que se tem em mente", ou seja, os materiais devem estar de acordo com as competências e habilidades que se desejam alcançar ao final.

Concordamos com as posições acima apresentadas, porém, temos alguns pontos a acrescentar que dizem respeito à formação do professor de matemática.

Julgamos que seja importante que o professor de matemática conheça aquelas obras que marcaram o desenvolvimento da matemática. A Álgebra de al-Khwarizmi é uma dessas obras. Apresentá-la ao professor pode ajuda-lo a entender que a matemática não é um corpo de conhecimentos estático, mas sim, um todo orgânico que tem se desenvolvido até aqui e vai continuar a se desenvolver. Pode também promover o reconhecimento e valorização de ideias matemáticas desenvolvidas, manifestadas em meio a práticas sociais de uma determinada cultura. Além disso, ao ser apresentado às obras originais, o professor passa a conhecer a existência de obras e pessoas que foram fundamentais para o desenvolvimento da matemática, e de outras ciências, em um determinado período. Al-Khwarizmi, por exemplo, foi importante para o desenvolvimento da álgebra, assim como Euclides foi para a geometria.

Por outro lado, a apresentação da obra original ao professor não pode ser de forma descontextualizada. Uma obra enquanto corpo de conhecimentos é gerada no processo contínuo da prática social, da busca de satisfação das necessidades refletidas no fazer das pessoas e que vai se depositando na esfera da cultura. Sendo assim, a obra sempre responde a uma necessidade daquele momento, daquela

sociedade e ela responde dentro das suas possibilidades, dentro dos recursos à disposição naquele momento.

Falando de modo mais breve, as reflexões acima apontam para tarefas, que englobam questões, que aparecem abaixo formuladas ao lado dos recursos que podem ser usados na sua resolução. Essas tarefas compõem, então, nossa proposta de atividade.

1ª tarefa: O contexto

Árabe, Muçulmano e Islâmico: que diferenças e semelhanças há entre os termos? (Trabalho com textos).

Onde eu/você/nós estamos no mundo? (Trabalho com mapas e globo terrestre).

Como surgiu o mundo islâmico e em que parte do mundo se fixou? (Trabalho com textos e mapas). E hoje, onde está o mundo islâmico? (Trabalho com mapas). É o mesmo de séculos atrás? (Debate)

Quais os traços característicos da sociedade islâmica? (Trabalho com textos). O que levou ao florescimento da cultura e do saber? (Trabalho com textos). Quais ramos dos saberes se destacaram mais? (Textos). O que tinha a astronomia de tão importante? (Debate).

2ª Tarefa: O autor

Onde e quando viveu al-Khwarizmi? (Textos e mapas). Como viveu? O que fazia? (Textos).

3ª Tarefa: A obra

Porque esta obra foi escrita? (Usar para leitura a primeira página da obra). Após a leitura da primeira página da obra, o que mais ficamos sabendo a partir do que foi lido? (Debate).

Qual a estrutura da obra? Qual o conteúdo de cada parte? (Texto).

Qual a parte do livro que acabou sendo importante para o desenvolvimento da matemática? E a parte dos problemas práticos, qual sua importância? Porque? (Debate).

Como o autor faz a exposição do conteúdo? Que linguagem usa? Usou símbolos matemáticos? (Trecho do próprio livro para leitura).

4ª Tarefa: A resolução de equações

Como al-Khwarizmi resolvia as equações? Existia uma terminologia própria? (Trecho do próprio livro para leitura)

Quais as semelhanças e diferenças entre o método de al-Khwarizmi e o método que usamos atualmente? Quais as limitações do método de al-Khwarizmi? (Trecho do próprio livro para leitura)

A tarefas estão pensadas em sua estrutura, porém, para sua aplicação falta pensar ainda em outros aspectos, como por exemplo, a metodologia e a dinâmica dos encontros. No entanto, já decidimos que a fundamentação teórica da metodologia e dinâmica dessa proposta será pautada na Teoria da Objetivação de Luis Radford, porém, isto será detalhado em outro artigo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo faz parte de uma pesquisa de mestrado em andamento que tem como objetivo fazer um estudo histórico-pedagógico da Álgebra de al-Khwarizmi e destacar as contribuições que esse estudo pode ter para a Educação Matemática, mais precisamente para a formação do professor de matemática. Espera-se que este estudo produza como resultado, recomendações e estratégias para apresentar uma obra original, que em nosso caso é a Álgebra de al-Khwarizmi aos professores e licenciandos de matemática.

Nossa proposta está estruturada em tarefas que começam pela familiarização com o contexto histórico, geográfico e social, depois, vai se aproximando do autor e finalmente, focaliza a atenção na obra propriamente dita.

Por meio dessas tarefas, esperamos que os professores ampliem suas visões sobre a Álgebra de al-Khwarizmi, conhecendo assim um dos mais importantes trabalhos sobre álgebra já desenvolvidos. Julgamos que conhecer esse manuscrito é uma grande contribuição para a formação de um professor, uma vez que o que se apresenta é uma é uma das obras seminais no desenvolvimento da matemática posterior.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BERGGREN, J. L. **Episodes in the mathematics of medieval Islam**. New York: Springer-verlag, 2003.

BULGÁKOV, P. G.; ROZENFELD, B. A.; AHMEDOV, A. A. **Muhammad al-Khorezmi (c. 783 – c.850)**. Isdátelstvo Naúka: Moscou, 1983. (Em russo)

CASTILLO, R. **El libro del álgebra**: Mohammed Al Juarizmi. [S.l.]: NIVOLA libros y ediciones, 2009.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática:** da teoria à prática. 17. ed. Campinas: Papirus, 2009.

FURINGHETTI, F.; PAOLA, D. History as a crossroads of mathematical culture and educational needs in the classroom. **Mathematics In School**, [S. l.], v. 1, n. 37, p.37-41, jan. 2003.

MIGUEL, A. As potencialidades da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetekiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p. 73-105, 1997.

MORETTI, V.; RADFORD, L. Towards a culturally meaningful history of concepts and the organization of mathematics teaching activity. In: RADFORD, L.; FURINGHETTI, F.; HAUSBERGER, T. **Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics**. Montpellier: Irem de Montpellier, 2016. p. 503-512.

PUIG, L. Historias de al-Khwārizmī (1ª entrega). **Suma**, [badalona], n. 58, p.1-5, jun. 2008a.

PUIG, L. Historias de al-Khwārizmī (2ª entrega): los libros. **Suma**, [badalona], n. 59, p.105-112, nov. 2008b.

RADFORD, L. Beyond Anecdote and Curiosity. The Relevance of the Historical Dimension in the 21st Century Citizen's Mathematics Education. In BARBIN, E.; STEHLÍKOVÁ, N.; TZANAKIS, C. (Eds.), **Proceedings of the 5th European Summer University**, Prague: Vydavatelský servis, Plzeň, 2008.

RADFORD, L. Epistemology as a research category in mathematics teaching and learnig. In: HODGSON, B.; KUZNIAK, A.; LAGRANGE, J. **The didactics of mathematics**: Approaches and issues. Switzerland: Springer, 2016. p. 31-41.

ISSN 2236-4102

PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA- A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO OPÇÃO METOLÓGICA NO ENSINO DE GEOMETRIA
COMUNICAÇÃO ORAL

Denise Aparecida Enes Ribeiro[272]
José Lamartine Barbosa[273]

RESUMO

Vimos através deste trabalho apresentar uma experiência pedagógica realizada junto aos alunos de Prática de Ensino III e IV na Universidade Regional do Cariri- URCA. Buscamos averiguar se a História da Matemática pode propiciar aos licenciandos em Matemática uma visão mais clara de seu papel como futuros educadores numa perspectiva construtivista, sócio interacionista e interdisciplinar. A interdisciplinaridade vista com um novo paradigma e não só como exigência de documentos curriculares nacionais. Para isso realizamos junto aos alunos referidos atividades com o Teorema de Pitágoras com materiais geométricos concretos e textos onde a História da Matemática pode ser resgatada, e uma discussão sobre uma formação voltada para a promoção de professores reflexivos e pesquisadores da própria prática. Nosso aporte teórico se baseia em teorias que nos ajudem a perceber como a História da Matemática pode motivar o aluno na construção de seu próprio conhecimento e a combater uma visão eurocentrista dessa ciência. Ao final do processo realizamos um questionário para melhor analisar os resultados apontados. Concluímos pelo acompanhamento das atividades e análise de resultados, que a História da Matemática tem um grande potencial para mudanças de paradigmas no ensino de Geometria, superando a Racionalidade Técnica e buscando outrossim a Racionalidade Prática como modelo de formação de professores.

Palavras-chave: História da Matemática. Geometria. Prática de Ensino de Matemática.

[272] Universidade Regional do Cariri (URCA). lenirriber07@hotmail.com
[273] Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). lamartine.barbosa.@uol.com.br

INTRODUÇÃO

Muitas propostas têm sido feitas no sentido de inovar o ensino de Matemática. Isto se deveria a uma insistente rejeição por parte dos alunos, a caracterizando como difícil e até mesmo sem sentido, pois os mesmos não enxergam de que forma a mesma poderia ser útil em suas vidas. As propostas de mudanças, porém nem sempre chegam às salas de aulas rapidamente, mostrando uma resistência dos professores devido à sua própria formação que não contempla adequadamente uma dimensão da Práxis Docente.

Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, tem-se observado que a introdução de materiais concretos e do uso de jogos, na linha do pensamento construtivista de Piaget, tem prevalecido. Porém conforme o ensino avança, os mesmos vão sendo deixados de lado devido à cobrança com o conteúdo por parte dos gestores, pela preocupação com as provas externas.

Buscamos em nossa prática superar o modelo da Racionalidade Técnica, onde ocorre a dicotomia entre: Bacharelado e Licenciatura, Pedagógicas e Específicas, Inicial e Continuada. Como alternativa adotamos o modelo da Racionalidade Prática (PEREIRA, 1999). Neste sentido as disciplinas de Prática de Ensino são momentos marcantes e devem se firmar como o Eixo do Curso e promover em suas aulas a reflexão sobre uma prática formativa não tradicional e pautada na relação teoria e prática voltada para a formação de professores de matemática reflexivos e pesquisadores da realidade educacional a que se dirigem (PIMENTA E LIMA, 2009, p. 46.47).

Embora reconheçamos a importância das diversas metodologias, temos nos dedicado a estudar como a História da Matemática pode favorecer ao ensino aprendizagem. Buscamos em nossa prática a formação de professores reflexivos e pesquisadores, e então introduzimos atividades ligadas à História da Matemática que possam desafiá-los a desenvolverem-se na perspectiva da Racionalidade Prática. De acordo com Carr e Kemmis (1986. apud. DINIZ-PEREIRA, 2014), a visão prática concebe a educação como um processo complexo ou uma atividade modificada à luz de circunstâncias, as quais somente podem ser “controladas” por meio de decisões

sábias feitas pelos profissionais, ou seja, por meio de sua deliberação sobre a prática. De acordo com essa visão, a realidade educacional é muito fluida e reflexiva para permitir uma sistematização baseada apenas na técnica. Profissionais sábios e experientes desenvolverão julgamentos altamente complexos e agirão com base nesses julgamentos para intervir na vida da sala de aula ou da escola e influenciar os eventos de uma ou outra maneira.

> Mas os eventos da escola e da sala de aula terão sempre um caráter indeterminado e aberto. A ação dos profissionais em questão nunca controlará ou determinará completamente a manifestação da vida da sala de aula ou da escola (CARR e KEMMIS: 1986. p.36. apud DINIZ-PEREIRA, 2014).

Quanto á utilização da História da Matemática, Lopes&Ferreira (2013), (apud. CHAQUIAM. 2017, p.14) afirmam que a mesma vem se consolidando com área de conhecimento e investigação em Educação Matemática nos últimos anos. Lorenzato (2010, p. 101) nos fala da importância de se historiar o ensino como motivação para as aulas e usando de um recurso que muitos consideram distante da realidade da sala de aula de matemática que é considerada fria, se resumindo a números, fórmulas, sistematizações, todos longe da realidade e da vida do aluno. Temos ainda em Mendes:

> A História da Matemática constitui-se em uma proposta que enfatiza o caráter investigatório do processo de construção da Matemática, levando os estudiosos dessa área de pesquisa à elaboração, testagem e avaliação de atividades de ensino centradas no uso de informações históricas referentes aos tópicos que pretendem investigar. (MENDES, 2001, p.1).

Buscando ainda referência nas considerações de Fauvel (1991, apud. Miguel. et.al.209), sobre a importância da História da Matemática no ensino, concordamos com o mesmo quando afirma que:

- a história aumenta a motivação para a aprendizagem da matemática;
- humaniza a matemática;
- mostra seu desenvolvimento histórico e como os conceitos matemáticos se desenvolveram;

- contribui para a mudança de concepção dos alunos em relação à matemática e a quebra de mitos;

- suscita oportunidades para a investigação e pesquisa em tópicos matemáticos.

Mendes e Chaquian (2016) afirmam que a História da Matemática não é apenas uma definição de objetos matemáticos, mas de um processo criativo que envolve sociedade, cultura e cognição; onde se busca através dessas histórias compreender o contexto histórico e científico no qual determinado conceito foi gerado e o desafio de se fazer uma adequada transposição didática do mesmo, sem idealizações dos personagens envolvidos, mas ressaltando-se seu lado humano, profundamente humano. A Transposição Didática neste caso trata-se da teoria de Chevallard (1991) conforme Pais (2001, p.18-19), a qual não pretendo me aprofundar, para não desviar do foco do trabalho.

Analisando os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's, que se constituem em referencial para o ensino das diversas disciplinas nos Ensinos Fundamental e Médio, podemos verificar um destaque à questão da interdisciplinaridade. Em todos os níveis de ensino o termo interdisciplinaridade ocorre. Porém é nos PCN´s do Ensino Médio, que a questão da Interdisciplinaridade se destaca, pois este termo e seus cognatos aparecem cento e vinte e três vezes.

> Na perspectiva escolar, a interdisciplinaridade não tem a pretensão de criar novas disciplinas ou saberes, mas de utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver um problema concreto ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista. Em suma, a interdisciplinaridade tem uma função instrumental. Trata-se de recorrer a um saber diretamente útil e utilizável para responder às questões e aos problemas sociais contemporâneos. (BRASIL, 1999a, p.21).

De maneira geral, percebemos que a presença da interdisciplinaridade nos PCN's se dá como proposta de integração de disciplinas, como forma de inter-relacionar os fenômenos estudados, de estabelecer pontes entre as disciplinas e ainda como propostas de se trabalhar coletivamente.

O professor então se vê instigado a rever a sua prática numa nova perspectiva, a perspectiva interdisciplinar, pois como nos aponta Fazenda:

> [...] cada disciplina precisa ser analisada não apenas no lugar que ocupa ou ocuparia na grade, mas nos saberes que contempla nos conceitos enunciados e no movimento que esses saberes engendram [...]. Essa cientificidade, então originada nas disciplinas, ganha status de interdisciplinar no momento em que obriga o professor a rever suas práticas e a redescobrir seus talentos, no momento em que, ao movimento da disciplina, seu próprio movimento for incorporado (FAZENDA, 2008. p.18).

A interdisciplinaridade que buscamos com a Língua Portuguesa e a História deve ocorrer através da leitura e interpretação de textos sobre a atividade realizada, a história de vida do personagem em questão, ou mesmo lendas que agreguem informações de caráter histórico.

Para Fazenda (1995, p.63) “a atitude interdisciplinar visa, nesse sentido, uma transgressão aos paradigmas rígidos da ciência escolar atual, na forma como vem se configurando, disciplinarmente”. Enfim abrir aos alunos uma nova visão de mundo e da matemática, como disciplina que não está isolada dos fatos sociais e históricos. Observamos a transgressão ocorrer, quando os próprios alunos questionam o porquê de haver um texto em Matemática, pois a prática de leitura não é comum nesta disciplina.

Nesta atividade com o Teorema de Pitágoras, buscamos que os alunos compreendam suas aplicações práticas historicamente e sua necessidade de formalização. Mas como essa formalização é passada em nossas salas de aula? Será que há demonstrações? E que tipo de demonstrações? Mais rigorosas ou mais intuitivas, promovendo a compreensão muito mais que a memorização?

OBJETIVOS

- Verificar as possibilidades pedagógicas de atividades com figuras geométricas, por meios algébricos e geométricos, para demonstração do Teorema de Pitágoras, a partir da História da Matemática, numa perspectiva interdisciplinar.

- Promover a formação de professores reflexivos sobre a própria prática, a partir da memória dos alunos de como eram feitas as demonstrações em Geometria, e de

como este tipo de atividade realizada pode contribuir para o ensino/aprendizagem da Matemática, desde que realizada de maneira não convencional, utilizando de práticas alternativas.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta atividade pedimos aos alunos que em grupo formassem um quadrado com as figuras dadas (4 triângulos retângulos de medidas a e b e 1 quadrado de medida c.) e chegassem então à *figura 1.*

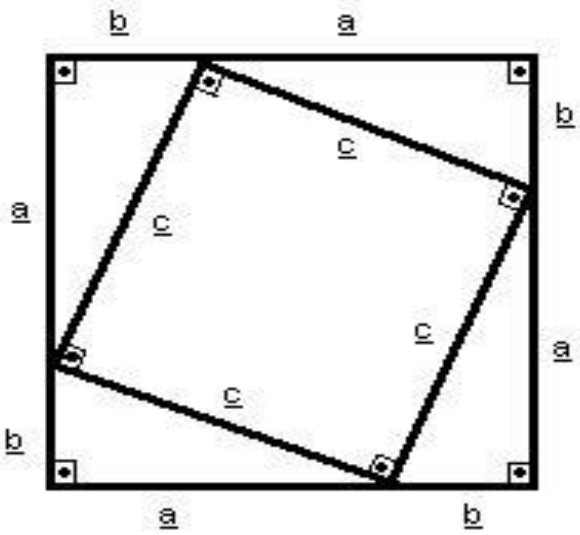


Figura 1-Fonte Internet

Observações: Nesta construção o professor deve formular alguns questionamentos reverentes aos conceitos a serem trabalhados. São questionamentos que de forma intuitiva irão ajudar os alunos em suas conjecturas e processos de raciocínios.

Pede-se aos alunos que retirem o quadrado maior da figura formada anteriormente e forme a mesma figura agora com os outros dois quadrados menores (quadrados de medida a e b, respectivamente), ou seja, 02 quadrados e 04 triângulos. A nova figura será a *figura 2.*

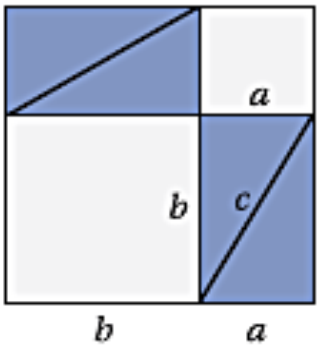


Figura 2-Fonte Internet

Em seguida pede-se aos alunos que de forma livre e intuitiva digam como através dessas figuras pode-se demonstrar a validade do Teorema de Pitágoras cuja fórmula já é de conhecimento de todos neste nível de ensino.

Neste momento (conforme o nível de ensino) alguns podem conhecer a fórmula algébrica e outros não, a intenção é que a atividade seja apresentada para inicializar o conceito do Teorema de Pitágoras. É então apresentada a história de Pitágoras, através da leitura e interpretação de um texto sobre o mesmo, sua importância para a Matemática e sobre a história do Triângulo Retângulo e o Teorema de Pitágoras, bem como relatar considerações sobre as 360 demonstrações possíveis, dos relatos acadêmicos e que esta demonstração apresentada dada é atribuída ao matemático Bháskara. Também discorremos sobre Bháskara e a matemática indiana. Espera-se a compreensão subjetiva da demonstração por comparação de áreas dos dois quadrados que formam as Figuras 1 e 2.

Ressaltamos ainda que o Teorema de Pitágoras era conhecido dos povos antigos, desta forma buscamos que o aluno compreenda que muitas vezes o conhecimento que nos chega é embasado numa visão eurocentrista, que ressalta a alguns autores como símbolos de uma cultura enquanto outros são relegados ao segundo plano.

A última atividade é demonstrar por *semelhança de triângulos* o teorema de Pitágoras, que é atribuída ao próprio Pitágoras. Nela se pede aos alunos que recortem as folhas A4 pela diagonal, de modo a formar dois triângulos retângulos. Um dos triângulos deve ser recortado novamente pela altura, onde teremos *três triângulos*

semelhantes. Comparam-se os três triângulos pelos lados e estabelecem-se relações que desembocam na relação do Teorema de Pitágoras que assim fica comprovado por semelhança de triângulos. Essas atividades foram adaptadas do livro: História nas Aulas de Matemática de Iran Abreu Mendes e Miguel Chaquian (2016) e aplicadas em turmas de Prática de Ensino de Matemática III e IV, justamente para demostrar de forma prática aquilo em debates e reflexões anteriores já havíamos discutido.

CONSIDERAÇÕES E RESULTADOS

Aplicamos um questionário aos alunos em que de um universo de 20 alunos, 8 eram de Prática de Ensino III e 12 de Prática de Ensino IV. Destes, 13 alunos responderam. As perguntas discorriam sobre se seus professores de Matemática do ensino básico já tinham feito a demonstração do Teorema de Pitágoras e de que maneira. Também pedíamos sua opinião sobre as atividades realizadas. Com relação á pergunta: Como seu professor de Geometria fazia essa demonstração, as respostas foram que a maioria não fazia (8- 63%), não se lembram (3- 23%), expositiva com exemplos (1- 7,6%) e uso de história com figuras geométricas (1-7,6%). Essa resposta nos mostra uma tendência dos professores não fazerem demonstrações aos alunos, apesar de em nossas faculdades grande parte do curso ser dedicado as disciplina específicas onde o rigor formal é bastante exigido.

Com relação á pergunta de como as demonstrações foram realizadas em nossas aulas, com uso de materiais geométricos manipulados e História da Matemática as respostas foram que:

- essa forma de trabalhar ajuda na maior aprendizagem da geometria 13-100%), pois,

– chamam mais a atenção do aluno (3-23%);

- ajuda a compreender melhor a demonstração, pois é feita passo a passo (3-23%),

- facilita a compreensão e torna mais prazeroso o aprendizado (2- 15,4%), - chama atenção e ajuda aprofundar os conceitos trabalhados (2-15, 4%).

Outras respostas afirmavam que aproxima o aluno de seu cotidiano, complementa a atividades, podem ajudar na compreensão dos conteúdos...

Quero ressaltar que estes dados são mais um indicativo para se fazer uma discussão e reflexão das práticas docentes em Geometria do que propriamente um levantamento quantitativo.

Seguimos então norteados pelos estudos de Van Hiele (1983) sobre a aprendizagem de Geometria (LINDQUIST e SHULT. 1994. P. 1-2; 8-16). Este autor nos apresenta um modelo desenvolvimentista onde os progressos dos alunos dependem muitos mais das etapas percorridas e estímulos ocorridos do que a idade. Evidencia assim o que ele chama de maturidade geométrica, que não tem a ver com a idade cronológica dos alunos, mas sim das atividades e oportunidades de desenvolver este tipo de raciocínio.

Nível 0 - Básico – *Visualização;*

Nível 1 - *Análise*,

Nível 2 - *Dedução Informal*;

Nível 3 - *Dedução Formal*;

Nível 4 - *Rigor*.

Em suas pesquisas evidencia-se a importância da Visualização como etapa inicial para se chegar aos outros níveis.

Respeitando-se os Níveis de Van Hiele e as etapas de desenvolvimento cognitivo de cada criança, pode-se ensinar geometria com significado, resgatando sua importância com a História da Matemática e o contexto em que suas maiores descobertas foram realizadas. Também se percebe que o excesso de formalismo em nossos cursos de licenciatura não significa que a matemática esteja sendo ensinada de forma rigorosa em nossas escolas, mas sim acaba gerando um desânimo no professor que ao invés de propor formas mais intuitivas de se fazer demonstrações com sentido aos alunos, muitas vezes acaba desistindo da tarefa e só apresenta os resultados já consagrados, o que por sua vez reforça os mitos em relação á matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscamos com estas atividades que os alunos se apropriem de conceitos Geométricos como o Teorema de Pitágoras, de forma primeiramente intuitiva e depois com o rigor formal esperado, porém paulatinamente, respeitando-se o seu desenvolvimento cognitivo e sua interação com o objeto de estudo de forma a que possa construir seu próprio conhecimento. De acordo com os estudos de Van Hiele (1983) o primeiro passo para o despertar do pensamento geométrico é a *Visualização*. Integramos a História da Matemática, para a compreensão dos alunos de que a Matemática não é feita de fórmulas mágicas e descontextualizadas, mas sim fruto de uma construção histórica e cultural humana. Segundo D'Ambrosio (2012) a disciplina que hoje denominamos de Matemática é na verdade uma etnomatemática que se originou e desenvolveu na Europa, tendo recebido algumas contribuições das civilizações indiana e islâmica, e que chegou à forma atual nos séculos XVI e XVII e então foi levada e imposta a todo mundo a partir do período colonial. O mesmo autor chama esta visão da matemática de uma visão eurocentrista, a qual queremos superar, através da História da Matemática no ensino.

Este relato busca contribuir para a Formação de Professores de Matemática, tanto na Perspectiva de Formação Inicial como Continuada, para que as inovações necessárias realmente cheguem às nossas salas de aula. Pode ser aplicada em cursos de formação de professores, em Licenciaturas de Matemática, cuja preocupação seja com a formação na dimensão da Racionalidade Prática como mencionado anteriormente buscando formar professores reflexivos e pesquisadores de sua própria prática. As escolas da rede pública e privada, também podem se beneficiar das metodologias desenvolvidas, se tiverem compromisso real com um ensino de matemática que seja motivador para o aluno construir seu próprio conhecimento.

Assim esperamos que esta pesquisa nos ajude a compreender como atividades de ensino de geometria de caráter interdisciplinar, a partir da História da Matemática, possam resgatar em nossos alunos, a significação, a motivação, a curiosidade, enfim o encantamento na aprendizagem da matemática.

Vislumbramos assim, saídas planejadas e estudadas de como tornar a matemática atrativa de se aprender, deixando ela de ser instrumento de exclusão, mas antes sim de autonomia e inclusão, vencendo o fracasso escolar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: matemática**. Brasília: MEC/SEB 1999.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: temas transversais**. Brasília: MEC/SEF 1998.

CROWLEY, M. L. **O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico**. In: LINDQUIST, Mary & SHULTE, Albert P. (organizadores), Aprendendo e Ensinando Geometria. São Paulo: Atual, 1994.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática, da Teoria á Prática**. 23. Ed. Campinas, São Paulo, Papiros, 2012. .

DINIZ-PEREIRA. J.E. **Da Racionalidade Técnica à Racionalidade Crítica: Formação Docente e Transformação Social.** Perspectiva em Diálogo: Revista Educação e Sociedade. Naviraí, v.01, n.01, p. 34-42, jan-jun. 2014.

FAZENDA, Ivani C. Arantes. **O que é interdisciplinaridade?** São Paulo, Cortez. 2008.

LORENZATO, Sérgio. **Para Aprender Matemática**. 3ª ed. Campinas, São Paulo, 2010.

MENDES. I.B.; CHAQUIAM. M. **História nas aulas de Matemática- fundamentos e sugestões didáticas para professores.** Belém: SBHMat. 2016.

MIGUEL, Antônio, [et. al]- **História da Matemática em Atividades Didáticas - 2ª ed. Revista. São Paulo**. Editora Livraria da Física, 2009.

PIMENTA, S.G. LIMA. M. S.L. **Estágio e Docência**. 3ª ed. São Paulo. Cortez. 2008.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

PRÁTICAS MATEMÁTICAS DE SYLVESTER REFLETIDAS NO PRIMEIRO VOLUME DO THE QUARTERLY JOURNAL OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS

Magno Luiz Ferreira[274]
Gérard Emile Grimberg[275]

RESUMO

O The Quartely Journal of Pure and Applied Mathematics (QJPAM) teve sua primeira edição no ano de 1857. Este periódico pode ser visto como herdeiro do Cambridge Mathematical Journal (CMJ, fundado em 1837) e do Cambridge and Dublin Mathematical Journal (CDMJ, fundado em 1846). Além de ter surgido com a intenção de tratar dos problemas apresentados no exame Tripos, estes jornais representam um fator importante no processo de divulgação das pesquisas matemáticas na Inglaterra do século XIX, fato que pode ser percebido no prefácio do (QJPAM), assinado pelos editores por James Joseph Sylvester (1814 – 1897) e Norman Macleod Ferrers (1829 – 1903): "se não se pode afirmar que criaram a atual escola de matemáticos ingleses, podem reivindicar ter fornecido a arena na qual puderam medir sua força e evidenciar suas capacidades" (SYLVESTER; FERRERS, 1857, p. III). Além de evidenciar o papel central da revista e suas antecessoras na pesquisa matemática do Reino Unido do século XIX, esta afirmação mostra a forma como as perspectivas dos editores a respeito da pesquisa em matemática podem, através dos jornais, influenciar os rumos das produções acadêmicas de um determinado período. Este trabalho tem como objetivo principal apresentar a relação entre as práticas matemáticas expostas no primeiro volume do QJPAM e os interesses de Sylvester nos anos de 1854 a 1857. Destaca-se que este período divide atenções com o inicio de uma carreira conturbada como professor da Royal Military Academy of Woolwich. Para atingir o objetivo deste trabalho estabelecemos conexões entre os autores, seus trabalhos e as técnicas utilizadas e publicadas por eles no primeiro volume do QJPAM com a correspondência e as publicações de Sylvester em outros jornais do mesmo período. Percebemos que temas presentes nas pesquisas de nosso protagonista acabam por preencher o jornal em questão. Em outras palavras, geometria algébrica, teoria dos invariantes, teoria das

[274] Universidade Federal do Rio de Janeiro / Instituto Federal do Rio de Janeiro (UFRJ/IFRJ). magno.ferreira@ifrj.edu.br.
[275] Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). gerard.emile@terra.com.br

formas e estudos sobre transformações representam a maioria das práticas comuns das edições de 1857. Esperamos que este trabalho possa contribuir para um entendimento mais solida a respeitos das práticas matemáticas que orbitaram o Reino Unido através do Quarterly no XIX.

Palavras-chave: Quartely Journal of Mathematics. James Joseph Sylvester. Práticas Matemáticas.

INTRODUÇÃO

Este trabalho é parte da pesquisa desenvolvida para a tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PEMAT) da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Estamos trabalhando com a trajetória de James Joseph Sylvester, matemático inglês que viveu de 1814 a 1897. O início de sua carreira apresentou grandes dificuldades por conta de sua orientação judaica. Para citar um exemplo, no final da década de 1830 ele não pode assumir uma vaga de professor de matemática em Cambridge e teve de se contentar com a cadeira de Filosofia Natural na University College.

Após uma tentativa frustrante na Universidade de Virgínia e uma ocupação Bífara (expressão utilizada por ele mesmo) como atuário em uma empresa de segurança, Sylvester alcançou certa estabilidade na carreira ao se tornar professor na Royal Military Academy em Woolwich em 1855.

Entre outros fatores, trajetória foi possível por conta de suas relações profissionais e sua proximidade com uma comunidade em formação de matemáticos britânicos no século XIX. Proximidade esta que pode ser materializada na através da edição do The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics (QJPAM). O objetivo desta comunicação é descrever as relações entre as práticas matemáticas expostas no periódico e os interesses de pesquisa de Sylvester, editor do jornal. De forma mais específica, estamos interessados em destacar o processo de construção do primeiro volume do jornal, o que se refere ao período de 1855 a 1857. Destacamos ainda que, segundo Crilly (2004), o Quarterly representou uma importância central na produção matemática da época.

Entendemos que uma discussão sobre as diferentes temáticas presentes no periódico, pode representar uma importante reflexão sobre os caminhos da pesquisa em matemática no período, no que diz respeito ao círculo profissional de Sylvester.

O QJPAM é a continuação do Cambridge and Dublin Mathemátical Journal (CDMJ), que, por sua vez, é uma ampliação do Cambridge Mathematical Journal (CMJ). De acordo com Crilly (2004), o CMJ surgiu como espaço para discussão de temas tratados no currículo do Mathematical Tripos, exame tradicional em Cambridge no século XIX e, nas palavras de Sylvester, representou uma arena frutífera para a pesquisa em matemática britânica.

Este artigo está organizado em 3 seções. Inicialmente fazemos uma breve descrição das transições entre os jornais CMJ, CDMJ e QJPAM e da relação de Sylvester com os mesmos. Em seguida, apresentamos nossos métodos e tomadas de decisão na seleção dos trabalhos analisados no Quarterly. Por fim, apresentamos as pesquisas que foram desenvolvidas no primeiro volume do jornal e uma discussão sobre as conexões entre elas e os interesses de pesquisa de Sylvester no período de 1855 a 1857. Esperamos que este trabalho possa contribuir para um entendimento mais solida a respeitos das práticas matemáticas que orbitaram o Reino Unido através do Quarterly no XIX.

O EXAME TRIPOS E O SURGIMENTO DE PERIÓDICOS ESPECIALIZADOS

De acordo com Ball (1889), o Tripos Mathematical tem início em 1725 como um exame de proficiência matemática. No entanto, foi oficialmente reconhecido pela universidade apenas em 1750 e a partir de 1753 se passa a atribuir os títulos de Wrangler e Senior, os quais são utilizados até os dias atuais.

O exame era oral e consistia de perguntas que tratavam de questões matemáticas e filosóficas. Ball (1889) destaca o fato de as questões serem encaradas como bases para discussões nas escolas. Desta forma, é possível entender que o Mathematical Tripos teve papel determinante na formação da comunidade matemática em torno de Cambridge. Dentre as várias regras do exame destacamos as que

entraram em vigor a partir de 1833. O mesmo passou a ocorrer em cinco dias, cada um com 5 horas e meia de duração, com o total de 27 horas e meia de trabalho.

Em 1837, Sylvester participou do exame nestes moldes tendo conquistado o título de Segundo Wrangler, com William Nathaniel Griffin sendo o Senior Wrangler daquele ano. Paralelamente, nascia o Cambridge Mathematical Journal, com o objetivo de valorizar a pesquisa em matemática na Inglaterra. Segundo Crilly (2004), este periódico refletiu o currículo tripos, tendo como grandes áreas de publicação em matemática Geometria Plana, Geometria Analítica de três Dimensões, Álgebra, Cálculo Diferencial e Cálculo de Diferenças Finitas.

O CMJ teve como primeiros editores Duncan Gregory (1813 – 1844) e Archibald Smith (1813 – 1872), ambos personagens preocupados com a imagem do jornal. Nesse sentido uma preocupação era que não se criasse a ideia de um mero espaço de soluções para problemas, mas sim se tornar um espaço para a exposição de modelos para os estudantes (CRILLY, 2004). Um bom indicio da relação próxima entre o Tripos e o CMJ pode ser exposto no fato de as publicações do primeiro volume terem se tornado base para definir as questões do exame.

A partir de 1844, novos editores assumiram o jornal, Leslie Ellis (1817–1859) e William Walton (1813–1901). Aqui tratam-se de dois nomes de peso em Cambridge, o que pode ser encarado como um momento importante para o início de um movimento de transição, quando o CMJ passa a apresentar necessidade de se internacionalizar. Com isso, em 1846 surge o Cambridge and Dublin Mathematical Journal (CDMJ), muito bem recebido pelos matemáticos da época como pode ser vista na declaração de Sylvester ao novo jornal:

> Recebo com muito prazer a conjunção auspiciosa de Cambridge e Dublin Mathematics sob sua orientação - como é provável que nos dê um grau muito material para introduzir um espírito católico entre seus leitores e exibir um espetáculo agradável e instrutivo da união das Irmãs Ciências de Análise e Geometria: a [Análise] a criação de uma Idade Metafísica e Utilitarista - a outra [Geometria], o renascimento sob uma forma mais madura e animada por um gênio mais ousado, das belas especulações de um período mais objetivo e imaginativo na história do mundo. [CUL K, S594, 18 de novembro de 1845] (CRILLY, 2004, p. 426)

Esse seria o primeiro passo de Sylvester na direção da revista, o que culminou com sua participação direta na versão produzida a partir de 1857, o The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics, do qual foi editor até a década de 1870. Como nas outras versões, o QJPAM também apresentava compromisso com a valorização da pesquisa em matemática. O editorial do primeiro volume reforça esse compromisso.

> Todos os que estão interessados na causa da Ciência Matemática estão cientes da grande e benéfica influência que foi trazida para o estudo da matemática neste país pela publicação de Cambridge e, posteriormente, das Revistas Matemáticas de Cambridge e Dublin, que, se não se pode dizer que criaram a atual escola de matemáticos ingleses, podem reivindicar ter fornecido a arena na qual puderam medir sua força e evidenciar suas capacidades. Causas, sobre a natureza das quais não é necessário insistir aqui, tendo recentemente levado à desistência do último destes Diários, tornou-se uma questão e um assunto de ansiedade entre vários de seus antigos colaboradores e apoiadores como o seu lugar era ser fornecido. (SYLVESTER; FERRERS, 1857, p. III)

Desta forma, podemos notar que o QJPAM surge com um possível ponto de convergência para as práticas matemáticas que manifestavam na época. Nesse sentido, entendemos que os editores do jornal exerciam influência sobre as temáticas expostas no mesmo, de forma direta ou indireta. A próxima seção apresenta os métodos utilizados para construir esta narrativa.

METODOLOGIA

Para este trabalho, utilizamos uma metodologia de rede de textos. De acordo com Brechenmacher (2006), uma rede de textos pode ser entendida como um espaço de interações entre as diferentes ações concretas de indivíduos e grupos de indivíduos, um espaço de circulação de práticas matemáticas.

Essas práticas podem ser percebidas através formas de representação, procedimentos operatórios, ideais, valores, interconexão entre vários domínios científicos. Uma análise da rede dá acesso ao significado que tais termos têm numa determinada região e num intervalo determinado de tempo. (BRECHENMACHER, 2013 Apud. SANTOS, 2015, p. 44)

Este método de pesquisa evidência práticas comuns a grupos específicos através de interesses explicitados em publicações. Além disso, é importante destacar que outras características que julgamos importantes, tais como: a possibilidade de se identificar tendências de pesquisa de uma época através de interconexões de pesquisadores; identificar influências entre dois (ou mais) campos de pesquisa.

Para estabelecer uma rede de textos é necessário ter em mente aspectos importantes a respeito da pesquisa, tais como: 1) O assunto principal da rede deve estar bem delimitado. 2) É importante que o contexto, no qual a rede será estabelecida, tenha suas características bem definidas. Em outras palavras, deve-se identificar período, local e os itens que serão investigados. 3) É preciso estabelecer os critérios de seleção. Sendo assim, o processo de coleta de dados geralmente é iniciado por um (ou mais) texto inicial. Logicamente, este texto está diretamente ligado ao tema de pesquisa (BRECHENMACHER, 2006).

Desta forma, buscamos estabelecer uma possível interação entre os autores presentes no primeiro volume do QJPAM através de suas ligações com as temáticas discutidas e publicadas por Sylvester em jornais no período de 1855 a 1857. Além disso, também destacamos sua correspondência, de modo que se torne possível estabelecer a narrativa das práticas matemáticas a partir do trabalho de Sylvester no período.

A narrativa está organizada em torno dos seguintes tópicos: 1) Como dito anteriormente, o assunto principal está definido pelos temas de interesse de Sylvester no período (Geometria Algébrica, Teoria dos Invariantes, Teoria da Formas e estudo das transformações). 2) As conexões entre as práticas matemáticas serão expostas por trabalhos que orbitam o primeiro volume do Quarterly. 3) A escolha dos artigos aqui apresentados está diretamente ligada com dois critérios, citação do texto (direta ou indiretamente) e semelhanças na prática produzida. Com isso, apresentamos a seguir, o processo de construção do QJPAM entre 1855 e 1857 em torno dos interesses de Sylvester.

A RELAÇÃO ENTRE SYLVESTER E AS PRÁTICAS MATEMÁTICAS QUE EMERGEM DO QJPAM VOL 1

Como apresentado anteriormente, o The Quarterly of Pure and Applied Mathematical Journal tem papel na divulgação da pesquisa em matemática britânica do século XIX (CRILLY, 2004). Além disso, sua ampliação para outros países do continente, fato que é comum na matemática britânica do século XIX conforme afirma Schubring (1996). A partir disso, podemos afirmar que a pesquisa britânica no século XIX tem um ponto de convergência importante nas produções expostas no QJPAM.

O trabalho de Sylvester e Ferrers no Quarterly se inicia em 1855. Trata-se de um jornal trimestral, que teve seu primeiro volume lançado em 1857, nos seguintes meses: nº 1: Abril[276], com 20 publicações, das quais 12 são divulgação de resultados ou notas, 6 são divulgação de problemas ou prêmios (seção chamada de Miscelânea) e 2 são correspondências dos editores; nº 2: Junho, com 19 publicações, das quais 14 são divulgação de resultados ou notas, 2 de miscelânea e 3 notas bibliográficas; nº 3: Setembro, com 23 publicações, todas de divulgação de resultados ou notas; nº 4: Dezembro, com 21 publicações, das quais 20 são divulgação de resultados ou notas e 1 divulgação de prêmios. Este volume contou com 28 autores[277]. Abaixo apresentamos a produção destes autores no jornal.

TABELA 1: Autores no QJPAM vol 1 (1857)

AUTOR	ABR	JUN	SET	DEZ	TOTAL
Arthur Cayley	3	5	1	4	13
James Sylvester	3	3	3		9
Norman Ferrers	2	2	3		7
Augutus de Morgan	1		3		4
Alfred Enneper			3	1	4
George Salmon			2	1	3
William Spottiswoose	2				2
Francesco Briochi				2	2
Francesco Faà de Bruno				2	2
Robert Carmichael		1	1		2
Wiliam Thomson	1			1	2
Hamnet Holditch		1			1
Andrew Hart			1		1

[276] Esse número foi publicado com atraso.
[277] 8 publicações não estão assinadas.

Wiliam Donkin		1			1
Frederick Pollock		1			1
Henry Droop				1	1
Arhtur Curtis		1			1
Arthur Cohen	1				1
Charles Creedy			1		1
E Harisson				1	1
Francis Newman				1	1
Charles Hermite	1				1
Macquorn Rankine				1	1
Reinhold Hoppe				1	1
WHL Russel	1				1
WS Okely				1	1

Fonte: Produção própria

Podemos notar que Cayley e Sylvester puxam a fila de autores no jornal. Este fato reforça a ideia de que os dois são pontos de convergências das práticas exposta no volume 1 do QJPAM.

Outra informação importante, diz respeito ao corpo editorial do jornal. Diferente do CMJ e do CDMJ, o Quarterly contava com assistência de edição de Arthur Cayley e George Stokes, além do correspondente internacional Charles Hermite. A partir daqui, passamos a descrever as características e o contexto das publicações que se relacionam com os interesses de pesquisa manifestados por Sylvester no período de 1855 a 1857.

No início deste período, Sylvester já se encontra bem estabelecido na comunidade científica por conta de seu trabalho na teoria dos invariantes desenvolvido desde o início da década. Os dois anos seguintes representaram um espaço para contatos e inspirações para a seleção artigos que surgiriam no QJPAM em 1857.

Tendo que dividir as atenções com seu novo trabalho na academia militar de Woolwich, ele se manteve ativo em torno de discussões sobre temas importantes que foram publicados. Em Fevereiro de 1855, uma correspondência com Augustus De Morgan mostra a semente de uma destas publicações:

> Com a folha da minha prova, veio um número bem usado do Cambridge & Dublin Mathematical Journal de fevereiro de 1854 - por que, não consigo imaginar. Isso é algum erro, não é? Se me referirem a alguma coisa, tenho minha própria cópia - e mandarei enviar o número dirigido a Spottiswoode, [De Morgan para Sylvester] (PARSHALL, 1998, p. 84)

De acordo com Parshall (1998), a folha de prova mencionada por De Morgan se referia ao resultado apresentado no artigo “On the dimensions of the roots of equations”, onde se discute teoria das curvas, o qual apareceu no número 1 do QJPAM de 1857. Neste trabalho, De Morgan as condições para se determinar o grau de todas as raízes da equação: $Ay^{\alpha} + By^{\beta} + \ldots + Zy^{\zeta} = 0$, onde os expoentes são números inteiros.

Além disso, De Morgan demonstrou preocupação com o nível de rigor das de provas de teoremas divulgadas através de periódicos. Mais especificamente, ele se preocupava com “insuficiências fundamentais”, como podemos notar no trecho abaixo,

> Por exemplo, se existe um teorema que pode ser completamente dependente, em sua extensão máxima, como mera consequência da continuidade, é que $\frac{\phi x}{\psi x}$ e $\frac{\phi' x}{\psi' x}$ são ambos zero, ambos finitos e iguais, ou ambos infinitos, sempre que $\frac{\phi x}{\psi x}$ é $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$. Agora, como está a prova? Temos que, nas provas dadas, $\frac{\infty}{\infty}$ depende de $\frac{0}{0}$ para sua prova. Suponha, então, que quando $\frac{\phi x}{\psi x}$ é $\frac{0}{0}$, acontece que $\frac{\phi' x}{\psi' x}$ é $\frac{\infty}{\infty}$. Como é provado neste caso? Eu responderei que nenhuma prova foi dada. Em seu segundo número, se você quiser, eu darei a prova. [De Morgan para Sylvester, 14 de fevereiro de 1855] (PARSHALL, 1998, p. 84)

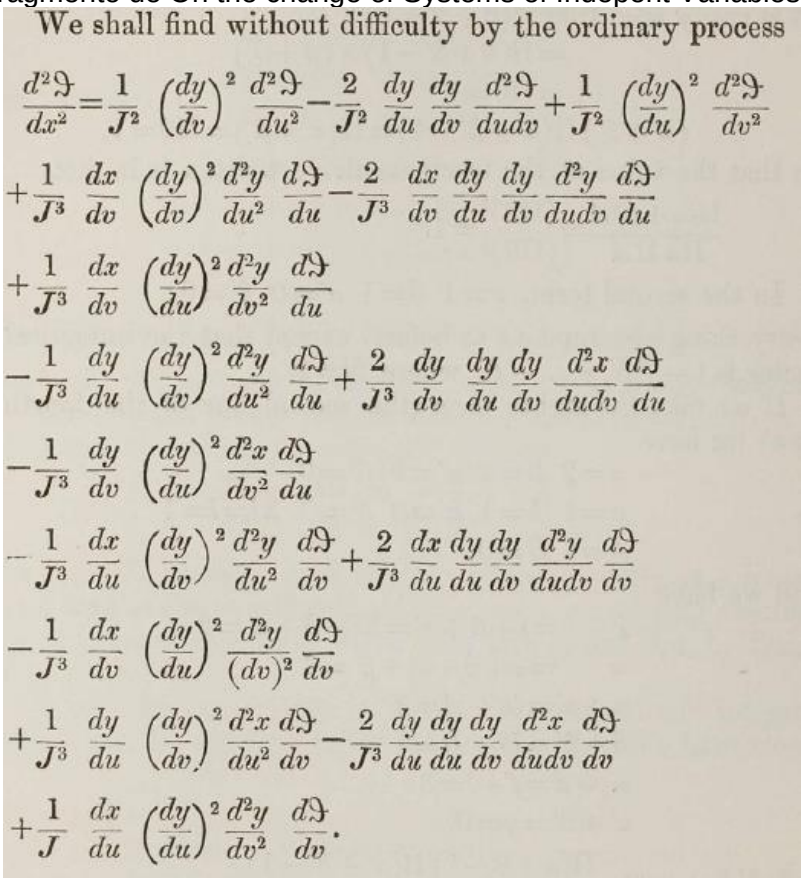
Este trecho da correspondência gerou o artigo “On Fractions of Vanishing or Infinite Terms” no terceiro número de 1857, discute as diferenças entre os tipos de indeterminação que surgem quando estudamos funções no infinito.

Em 1854 Sylvester publicou na Philosophical Maganize uma nota sobre a lei de Burman sobre inversão de variáveis independentes de um sistema de equações. Neste artigo ele apresenta a seguinte expansão: Seja $\mathbf{x = \phi u \text{ e denote } \frac{d^r x}{du^r} \text{ como } x_r}$. Tomando como exemplo $\frac{d^7 x}{du^7}$ ele apresenta

$$\begin{aligned}\frac{\mathbf{d^7 x}}{\mathbf{du^7}} = &-\mathbf{x_7} \div \mathbf{x_1^8} + \{(2,6)\mathbf{x_2 x_6} + (3,5)\mathbf{x_3 x_5} + (4,4)\mathbf{x_4 x_4}\} \div \mathbf{x_1^9} \\ &- \{(2,2,5)\mathbf{x_2 x_2 x_5} + (2,3,4)\mathbf{x_2 x_3 x_4} + (3,3,3)\mathbf{x_3 x_3 x_3}\} \div \mathbf{x_1^{10}} \\ &+ \{(2,2,2,4)\mathbf{x_2 x_2 x_2 x_4} + (2,2,3,3)\mathbf{x_2 x_2 x_3 x_3}\} \div \mathbf{x_1^{11}} \\ &- \{(2,2,2,2,3)\mathbf{x_2 x_2 x_2 x_2 x_3}\} \div \mathbf{x_1^{12}} + (2,2,2,2,3) \div \mathbf{x_1^{13}}\end{aligned}$$

Onde $(\mathbf{l},\mathbf{m},\mathbf{n},\dots) = \frac{1.2.3\dots.(\mathbf{l}+\mathbf{n}+\mathbf{m}+\dots)}{1.2\dots\mathbf{l}\times 1.2\dots\mathbf{m}\times 1.2\dots\mathbf{n}\times\dots}$ (BAKER, 1908). Este trabalho foi continuado no QJPAM com o artigo “On the change of Systems of Indepent Variables” no número 1 de 1857, onde Sylvester apresentou uma discussão um pouco mais detalhada separando as expansões por casos de duas e três variáveis e relacionando as transformações com o determinante Jacobiano, como pode ser visto nas imagens a seguir

Figura 1: Fragmento de On the change of Systems of Indepent Variables (Sylvester)



We shall find without difficulty by the ordinary process

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2}=\frac{1}{J^2}\left(\frac{dy}{dv}\right)^2\frac{d^2\vartheta}{du^2}-\frac{2}{J^2}\frac{dy}{du}\frac{dy}{dv}\frac{d^2\vartheta}{dudv}+\frac{1}{J^2}\left(\frac{dy}{du}\right)^2\frac{d^2\vartheta}{dv^2}$$
$$+\frac{1}{J^3}\frac{dx}{dv}\left(\frac{dy}{dv}\right)^2\frac{d^2y}{du^2}\frac{d\vartheta}{du}-\frac{2}{J^3}\frac{dx}{dv}\frac{dy}{du}\frac{dy}{dv}\frac{d^2y}{dudv}\frac{d\vartheta}{du}$$
$$+\frac{1}{J^3}\frac{dx}{dv}\left(\frac{dy}{du}\right)^2\frac{d^2y}{dv^2}\frac{d\vartheta}{du}$$
$$-\frac{1}{J^3}\frac{dy}{du}\left(\frac{dy}{dv}\right)^2\frac{d^2y}{du^2}\frac{d\vartheta}{du}+\frac{2}{J^3}\frac{dy}{dv}\frac{dy}{du}\frac{dy}{dv}\frac{d^2x}{dudv}\frac{d\vartheta}{du}$$
$$-\frac{1}{J^3}\frac{dy}{dv}\left(\frac{dy}{du}\right)^2\frac{d^2x}{dv^2}\frac{d\vartheta}{du}$$
$$-\frac{1}{J^3}\frac{dx}{du}\left(\frac{dy}{dv}\right)^2\frac{d^2y}{du^2}\frac{d\vartheta}{dv}+\frac{2}{J^3}\frac{dx}{du}\frac{dy}{du}\frac{dy}{dv}\frac{d^2y}{dudv}\frac{d\vartheta}{dv}$$
$$-\frac{1}{J^3}\frac{dx}{dv}\left(\frac{dy}{du}\right)^2\frac{d^2y}{(dv)^2}\frac{d\vartheta}{dv}$$
$$+\frac{1}{J^3}\frac{dy}{du}\left(\frac{dy}{dv}\right)^2\frac{d^2x}{du^2}\frac{d\vartheta}{dv}-\frac{2}{J^3}\frac{dy}{du}\frac{dy}{du}\frac{dy}{dv}\frac{d^2x}{dudv}\frac{d\vartheta}{dv}$$
$$+\frac{1}{J}\frac{dx}{du}\left(\frac{dy}{du}\right)^2\frac{d^2y}{dv^2}\frac{d\vartheta}{dv}.$$

Fonte: QJPAM vol 1 p. 47

Em Setembro de 1855, uma correspondência com Arthur Cayley se mostra representativa em relação das conexões internacionais de Sylvester e sua percepção das interpretações algébricas de ideias geométricas através da teoria dos invariantes.

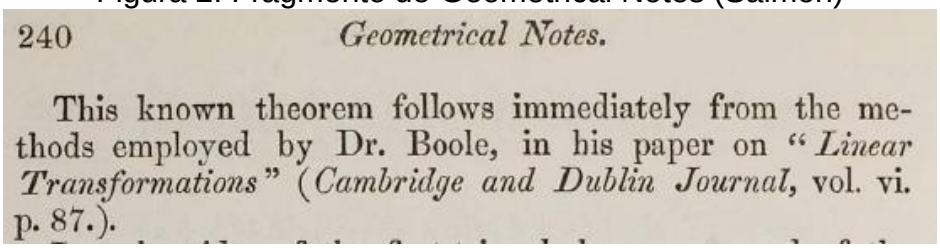
> Abordo esse assunto como você recomendou que eu fizesse à Associação em Glasgow. Encontrei os documentos do Enneper que são impressos para o próximo número do Jornal e que foram devidamente revisados por mim mesmo.

> Por todos os meios, deixe-nos ter sua avaliação para o artigo valioso de Salmon sem demora. Eu li o último e o considerei uma adesão muito importante à teoria da Eliminação - é claro que já existia na esperança, mas queremos que algum trabalho sólido seja realizado para consertar as idéias que agora flutuam nas mentes de alguns meia dúzia de nós e convertê-los em partes disponíveis do estoque comum de conhecimento. A invenção foi além do trabalho em nosso departamento de Álgebra. [Sylvester para Cayley, 8 de setembro 1855] (PARSHALL, 1998, p. 88)

Alfred Enneper publicou 3 artigos no número 3 do Quarterly de 1857, onde utiliza cálculo integral para tratar de funções transcendentais e outro na edição de Dezembro, sobre funções de variáveis complexas. Além disso, Parshall (1998) afirma que este trecho desta carta revela a percepção de ambos sobre a necessidade de um estabelecimento mais sólido da teoria dos invariantes. Segundo a autora, Sylvester entendia que o artigo “Geometrical Notes” de Salmon representava uma esperança nesse sentido.

Este trabalho, publicado no número 3 do QJPAM, tratou de assuntos que mereceram a atenção de Sylvester no inicio de seu trabalho com os invariantes nos primeiros anos da década de 1850, as interseções e pontos de contato de cônicas. Mais especificamente, ele trabalha com a equação de um círculo que intercepta outros 3 em ângulos retos. Salmon ainda apresenta uma discussão sobre transformações lineares iniciada por Boole no Cambridge and Dublin Mathematical Journal volume 6, como pode ser visto no fragmento abaixo

Figura 2: Fragmento de Geometrical Notes (Salmon)


240 *Geometrical Notes.*

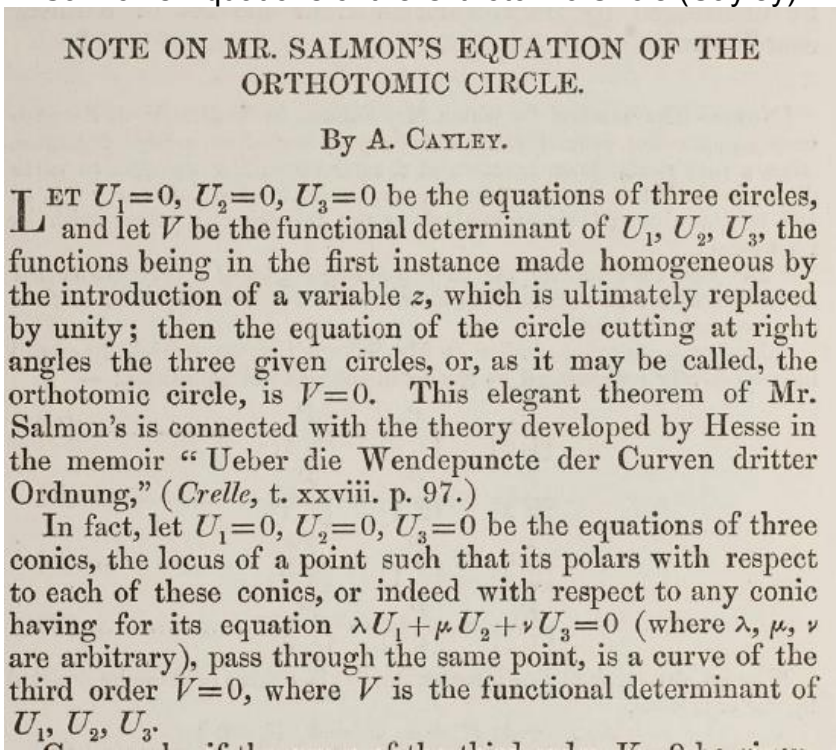
This known theorem follows immediately from the methods employed by Dr. Boole, in his paper on "*Linear Transformations*" (*Cambridge and Dublin Journal*, vol. vi. p. 87.).

Fonte: QJPAM vol 1 p. 240

Esta carta também rendeu uma discussão de Cayley sobre o trabalho de Salmon no mesmo jornal. Em “Note on Mr. Salmon’s Equations of the Orthotomic Circle” podemos encontrar a relação existente entre o artigo de Salmon e o trabalho

desenvolvido por Hesse no Jornal do Crelle número 28. Cayley mostra que o determinante funcional das três circunferências em questão é equivalente ao hessiano das cônicas e que a curva descrita pelos pontos ortogonais é descrita por este determinante.

Figura 3: Fragmento de Note on Mr. Salmon's Equations of the Orthotomic Circle (Cayley)



NOTE ON MR. SALMON'S EQUATION OF THE ORTHOTOMIC CIRCLE.

By A. Cayley.

Let $U_1=0$, $U_2=0$, $U_3=0$ be the equations of three circles, and let V be the functional determinant of U_1, U_2, U_3, the functions being in the first instance made homogeneous by the introduction of a variable z, which is ultimately replaced by unity; then the equation of the circle cutting at right angles the three given circles, or, as it may be called, the orthotomic circle, is $V=0$. This elegant theorem of Mr. Salmon's is connected with the theory developed by Hesse in the memoir "Ueber die Wendepuncte der Curven dritter Ordnung," (*Crelle*, t. xxviii. p. 97.)

In fact, let $U_1=0$, $U_2=0$, $U_3=0$ be the equations of three conics, the locus of a point such that its polars with respect to each of these conics, or indeed with respect to any conic having for its equation $\lambda U_1+\mu U_2+\nu U_3=0$ (where λ, μ, ν are arbitrary), pass through the same point, is a curve of the third order $V=0$, where V is the functional determinant of U_1, U_2, U_3.

Fonte: QJPAM vol 1 p. 242

A teoria dos invariantes também aparece em na publicação "Invariant of the Twelth Degree of the Quintic $(a,b,c,d,e)(x,y)^5$" do italiano Francesco Faà di Bruno. Neste aritgo, o autor apresenta o desenvolvimento do invariante de uma forma quintica binária. O interesse de Sylvester na teoria das formas também se faz presente no jornal. Em 1856, ele se encontrava investigando problemas relacionados as formas cúbicas, o que pode ser evidenciado em uma publicação na Philosophical Magazine XI com o título: "Note on an Intuitive Proof of the Existence of Twenty-Seven Conics of Closest Contact with a Curve of The Third Degree" (BAKER, 1908). Este trabalho também expõe o caráter geométrico dos trabalhos desenvolvidos por Sylvester ao tratar de pontos coincidentes entre uma cônica e uma curva. O assunto das cúbicas também é refletido no número 1 do primeiro volume do Quarterly através do artigo "Sur

les Formes Cubiques à deux Indéterminée” do francês Charles Hermite, que trata dos invariantes de formas desta natureza através de uma discussão aritmética através de decomposições de formas cúbicas em formas quadráticas. Encontramos evidências do trabalho com temática semelhante na carta de Sylvester para Cayley escrita 23 de Outubro de 1856, onde ele afirma estar trabalhando em uma técnica para encontrar soluções integrais para equações da forma $x^3 + y^3 + Az^3 = 0$.

Outra conexão sobre a teoria das formas está representada na carta de Enrico Betti para Sylvester, publicada na edição de Abril do QJPAM, onde ambos discutem um problema de determinar a função algébrica mais geral de várias grandezas A, B, C ,. . que pode satisfazer uma equação de grau p irredutível e primitiva, cujos coeficientes são funções racionais de A, B, C. Esta carta reforça o caráter internacional do jornal.

Com as conexões apresentadas até aqui, é possível notar que o primeiro volume do Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematical representou uma importante arena para estudo de transformações, teoria das formas e invariantes com uso de geometria de coordenadas e determinantes. Essas práticas são compartilhadas em outros artigos que não foram tratados aqui com: “On a Theorem relating to Reciprocal Triangles” de Cayley publicado na edição de Abril e utiliza determinantes e geometria de coordenadas; “On the Inversion of Curves” de Ferrers que utiliza geometria de coordenadas.

Por fim, entendemos que o estabelecimento desta comunidade de práticas matemáticas em torno do QJPAM permite a interpretação da evolução dos conceitos que emergiram do, e no, jornal.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Escolhemos, para este trabalho, uma narrativa que buscou estabelecer uma conexão entre os interesses de pesquisa de James Joseph Sylvester e alguns dos trabalhos publicados no primeiro ano do QJPAM. Foi possível observar temas como transformações, teoria dos invariantes e teoria das formas foram representados em artigos que podem ser conectados a correspondência apresentada e outras publicações do autor.

Entendemos que estas conexões são capazes de descrever o surgimento de um grupo de práticas matemáticas em comum que envolvem o tratamento geométrico do estudo de polinômios homogêneos (formas), o uso de teoria de eliminação e teoria dos determinantes. Além disso, estas conexões mostram um Sylvester ligado às pesquisas desenvolvidas no continente, como pode ser visto na carta para Enrico Betti, descrita na seção anterior, e nos trabalhos de autores como Faà di Bruno e Alfred Enneper.

Cabe ainda relembrar, que este trabalho faz parte de um estudo mais amplo que visa ampliar a rede de conexões iniciada em torno dos conceitos relativos a teoria dos invariantes e geometria algébrica. Desta forma, esperamos contribuir para uma compreensão mais solida para os eventos ocorridos no desenvolvimento da pesquisa matemática na metade do século XIX.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAKER, H. F. (ed) **The Collected Mathematical Papers of James Joseph Sylvester**: 1854 – 1873. v. 2. Cambridge: University Press, 1908. 731p.

BALL, W. W. R. **A History of the Study of Matematics at Cambridge**. Cambridge: University Press, 1889. 285p.

BRECHENMACHER, F. **Histoire du Theoreme de Jordan de la Decomposition Matricielle (1870-1930)**. Formes de Représentations et Méthodes de Décompositions. 2006. 729f. Tese (Doutorado em História das Ciências) - Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales, Paris.

CRILLY, T. The Cambridge Mathematical Journal and its descendants: the linchpin of a research community in the early and mid-Victorian Age. **Histótia Matemática**. London, n. 31, p. 455-497, 2004.

PARSHALL, K. H. **James Joseph Sylvester**: Life and Work in Letters. Oxford: Oxford University Press, 1998. 340p.

SANTOS, C. H. **Étienne Bobillier (1798-1840)**: Percurso Matemático, Docente e Profissional. 2015. 709f. Tese (Doutorado em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia) – UFRJ, Rio de Janeiro.

SHUBRING, G. Changing cultural and epistemological views on mathematics and different institutional contexts in 19th century Europe. In: GOLDSTEIN, C.; GRAY, J. **Myths, History, Identety.** Paris, p. 361 – 388. 1996.

SYLVESTER, J. J. ; FERRERS, N, (eds) **The Quarterly Journal of pure and applied Mathemati**cs. v.1. London: John W. Parker and Son, 1857. 436p.



ISSN 2236-4102

PROPOSIÇÃO CINCO DO *LIBER QUADRATORUM*
a regra de três como dispositivo didático para proporcionalidade

Denivaldo Pantoja da Silva [278]
José dos Santos Guimarães Filho [279]

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo buscar na proposição 5 do *Liber Quadratorum* fundamentos que permitam apresentar a Regra de Três como dispositivo didático eficaz, no sentido de apresentá-la como um instrumento de modelização matemática para auxiliar o estudo da noção de proporcionalidade geométrica. Para isso, buscamos a História da Matemática como abordagem metodológica aliada à noção de praxeologia. Os resultados mostram a Regra de Três como potente dispositivo didático para iniciação ao estudo da proporcionalidade geométrica por meio de um fazer de modelização matemática possível de ser utilizado na educação básica e, consequentemente, um dispositivo eficaz de formação de professores.

Palavras-chave: Regra de três. Liber Quadratorum. Praxeologia. Ensino. Proporcionalidade.

INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática tem sido objeto de pesquisas da Didática das Matemáticas e da Educação Matemática em busca de possíveis respostas para determinadas problemáticas com foco nas aprendizagens e organizações praxeológicas de objetos de ensino tais como proporcionalidade, Regra de Três entre outros (SILVA,2011,2017).

[278] Universidade Federal do Estado do Pará (UFPA). denivaldo@ufpa.br.
[279] Universidade Federal do Estado do Pará (UFPA). js_guima@hotmail.com.

Em geral, as pesquisas encaminham o uso de estratégias de ensino inovadoras capazes de estabelecer relações entre o que se considera aula “teórica” e as práticas de uso ordinário que acontecem na vida das pessoas. Tais relações têm como elemento facilitador o uso de materiais concretos que parece encontrar abrigo nas aprendizagens prazerosas por alunos e professores.

Mas, na aprendizagem da Matemática o saber em jogo pode organizar o processo de ensino e aprendizagem e os objetos concretos e qualquer dispositivo destinado ao ensino, a nosso ver, desempenham papel construtivo somente quando participam objetivamente do processo de construção do conhecimento matemático, vai além da motivação, cooperação e ao desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Nesse sentido, vimos na História da Matemática potencialidades na transmissão das ideias matemáticas que possam promover ao professor a oportunidade de desenvolver uma prática de ensino alternativa e diferenciada para seu trabalho em sala de aula de forma contextualizada. Além disso, contribuir para aprendizagem interdisciplinar e significados resistentes ao esquecimento imediato que em geral acontece com aprendizagem dos alunos no decorrer da formação acadêmica.

Desse modo, temos como objetivo buscar na proposição 5 do *Liber Quadratorum* fundamentos que nos possibilite apresentar a Regra de Três como dispositivo didático eficaz, no sentido de apresentá-la como um instrumento de modelização matemática para auxiliar o estudo da noção de proporcionalidade geométrica anunciada da seguinte maneira: *Encontre dois números de modo que a soma de seus quadrados faça um quadrado formado pela soma dos quadrados de outros dois outros números dados* (SIGLER, 1987, tradução nossa).

Portanto, este trabalho será desenvolvido na primeira seção breve histórico do *Liber Quadratorum* para apresentar a praxeologia da proposição 5. Em seguida, trataremos da proposição 5 na busca por elemento que encaminhem a construção de uma compreensão da mesma como um dispositivo didático seguindo a questão: **Como podemos desenvolver a noção de proporcionalidade geométrica, utilizando a Regra de Três como dispositivo didático?** Finalmente, nas considerações finais abordaremos de forma mais precisa nossas conclusões, apontando as potencialidades deste e de outros trabalhos futuros.

BREVE HISTÓRICO DO *LIBER QUADRATORUM*: a proposição cinco em evidência

O século XIII deixou muitos legados para a história da ciência, em meio a estes, temos Leonardo de Pisa, ou como ficou comumente conhecido Fibonacci, o qual, é considerado por Castillo (2007) o primeiro matemático medieval. Este preeminente matemático, deixou contribuições reconhecidamente até hoje, entre elas a obra denominada *Liber Quadratorum*, o Livro dos Quadrado segundo Oliveira (2013).

Escrito em 1225, este livro partilhou de um período de estabilidade na Europa, o que favoreceu Leonardo Fibonacci (daqui em diante, Fibonacci) aprofundar seus estudos viajando pelo norte da África, a Europa neste período estava sendo regida por Frederico II, um rei intelectual que apreciava a arte e a ciência. A seu pedido foi organizado um torneio matemático, que tem por convidado especial, Fibonacci, o qual, participou com maestria deste torneio, resolvendo os três problemas propostos a ele (CASTILLO, 2007).

Dentre os problemas propostos a Fibonacci, temos no primeiro uma atenção especial, pois motiva a construção do livro em questão. Este problema consiste em *encontrar um número quadrado que adicionado ou subtraído cinco permaneça um número quadrado* (SIGLER, 1987, tradução nossa). Outro ponto a ser evidenciado é que este livro foi dedicado ao rei Frederico II, que se tornou um admirador dos trabalhos de Fibonacci (GUIMARÃES FILHO, 2018).

O *Liber Quadratorum* é composto de vinte e quatro problemas, apresenta segundo Oliveira (2013) em seu conteúdo, problemas envolvendo a Teoria dos Números que, dentre outros, examina métodos para encontrar as ternas pitagóricas de várias formas, os quais, partem de uma ideia inicial de Fibonacci ao perceber que a soma de números ímpares tem uma relação direta com os números quadrados, apresentado na introdução do livro e demonstrado na quarta proposição.

Estes problemas serão denominados por nós de proposições, pois Fibonacci organiza de forma que as proposições apresentadas se constituam em ferramentas para um propósito maior de subsidiar uma apresentação (demonstração) concisa de uma resposta ao primeiro problema proposto a ele no torneio, que é designada de proposição dezessete no *Liber Quadratorum*.

Em nosso caso, na tentativa de alcançar nosso objetivo de buscar na proposição 5 fundamentos para apresentar a Regra de Três como um dispositivo didático para iniciação ao estudo da proporcionalidade geométrica, reconstruímos o enunciado da referida proposição como segue: *Encontre dois números quaisquer de modo que a soma de seus quadrados forme um quadrado, e que este quadrado possa ser formado pela soma de dois quadrados quaisquer diferentes dos dois primeiros*.

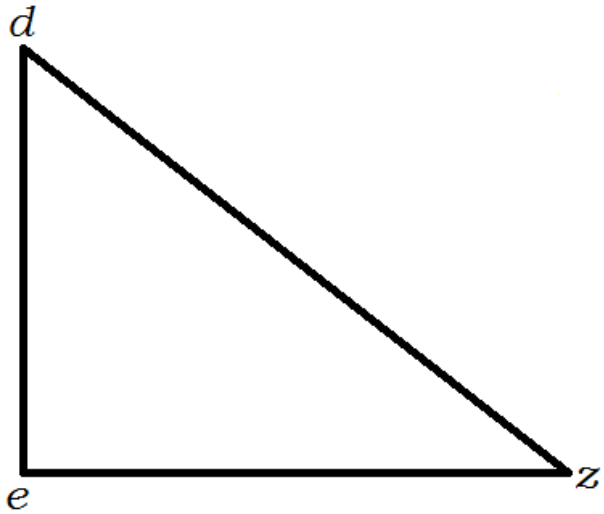
Para apresentar a demonstração dada por Fibonacci, a referida proposição e nossas inferências estarão em itálico as partes traduzidas diretamente do trabalho de Sigler (1987). Vale ressaltar também, que Fibonacci faz suas explicações em primeira pessoa, assim, todas as partes que traduzimos estarão em primeira pessoa, bem como, são preservadas as simbologias utilizadas por ele.

Fibonacci inicia a demonstração da proposição fazendo o seguinte comentário: *Deixe dois números .a. e .b. serem dados para que então a soma de seus quadrados forme um número quadrado .g.; deve-se encontrar dois outros números para que então a soma de seus quadrados seja igual ao número quadrado .g..*

Deixe quaisquer outros dois números serem encontrados para que a soma de seus quadrados seja um número quadrado. Esses dois números são representados com os segmentos .de. e .ez., e são colocados de modo que formem um ângulo reto, assim é nomeado o ângulo .dez.. Também, o segmento .dz. é localizado estando oposto aos lados .de. e .ez.. O número quadrado formado pelo segmento .dz. é igual ao número .g. ou não.

Desta forma, teremos três situações, assim, seguiremos com a condição de ser igual, e para esta, Fibonacci apresenta que: *Primeiro, se igual, então os dois outros números pelos quais a soma de seus quadrados seja igual a .g. são encontrados, um desses é igual ao segmento .de. e o outro ao segmento .ez.* expressas no triangulo da figura seguinte:

Figura 1: Representação geométrica da proposição 5.



Fonte: Guimarães Filho (2018).

Assim, segundo Leonardo Fibonacci temos que,

- $.a.^2+.b.^2=.g.$
- $.g.$ é um número quadrado
- $.dez.=$ ⊾

Se $.dz.^2=.g. \rightarrow .de.^2+.ez.^2=.g.=.dz.^2$

Seguindo esta proposição temos o comentário de Leonardo Fibonacci para a situação de não ser igual: *Se não, o número quadrado feito pelo segmento .dz., que é o número .g., não é igual ao número .g., ele será maior ou menor que .g..*

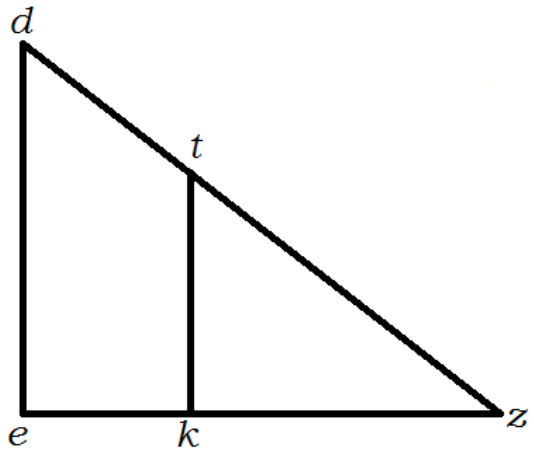
Dessa forma, temos para segunda situação $.dz.^2>.g.$. Leonardo Fibonacci comenta: *Primeiro, se maior, o quadrado formado pelo número .dz. é maior que a raiz quadrada de .g.; portanto, a raiz do número .g. é tomada igual ao número .i., e é colocada sobre o comprimento .dz., e é denotada por .tz.. E do ponto .t. se faz .tk., perpendicular a .ez.; .tk. é portanto paralelo a .de. Pelo triângulo .tkz. ser similar ao triângulo .dez., .zd. é para .zt., como .de. é para .tk.. Mas a proporção de .zd para .zt. é conhecida; ambos os comprimentos são de fato conhecidos.*

Similarmente, é mostrado que o segmento .zk. é conhecido com a proporção dele para .ze. assim como .zt. para .zd.; são portanto, conhecidos .tk. e .kz., que tem a soma de seus quadrados igual ao quadrado feito pelo segmento .tz.. Mas o quadrado

do número .tz. é igual ao quadrado do número .i., e .i. é de fato a raiz quadrada do número .g.. Portanto, o quadrado de .tz. é igual ao número .g.; dois números .tk. e .kz. são então encontrados com a soma de seus quadrados igual ao número quadrado .g.

Dessa forma, $.dz.^2 > .g.$, temos $.tz. = i$. logo, tomando o triangulo (figura 2) teremos as relações seguintes, onde denominamos C constante de proporcionalidade.

Figura 2 – Representação geométrica do comentário da proporção 5.1.

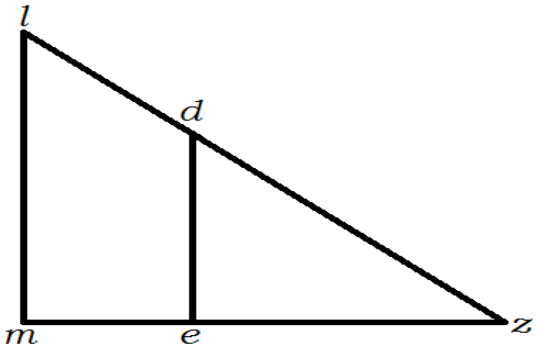


Fonte: Guimarães Filho (2018).

- $.g. = i^2$
- $\Delta .dez. \approx \Delta .tkz.$
- $\frac{.tz.}{.dz.} = C$
- $\frac{.tk.}{.de.} = C$
- $\frac{.kz.}{.ez.} = C$
- $.tk.^2 + .kz.^2 = .tz.^2 = .i.^2 = .g.$

Continuando a demonstração dada por Fibonacci, temos por fim, $.dz.^2 < .g.$, para tanto $.lz. = i$, assim, tomando o triangulo (figura 3) teremos as seguintes relações, onde denominamos C constante de proporcionalidade.

Figura 3 – Representação geométrica do comentário da proposição 5.2.



Fonte: Guimarães Filho (2018).

- $.g. = i.^2$
- $\Delta .dez. \approx \Delta .lmz.$
- $\frac{.dz.}{.lz.} = C$
- $\frac{.de.}{.lm.} = C$
- $\frac{.ez.}{.mz.} = C$
- $.lm.^2 + .mz.^2 = .lz.^2 = .i.^2 = .g.$

Afim de esclarecer sua demonstração, Fibonacci exemplifica esta proposição da seguinte forma, para:

- $.a. = 5$
- $.b. = 12$
- $.g. = 169$
- $.i. = 13$

Com isso temos que,

$$.a.^2 + .b.^2 = .g. \Rightarrow 5^2 + 12^2 = 169 \Rightarrow 25 + 144 = 169 = 13^2$$

E se temos $.dz.^2 > .g.$ e admitindo,

- $.de. = 15$
- $.ez. = 8$
- $.dz. = 17$
- $.tz. = 13$

Temos que,

$$.tk. = \frac{.zt. \times .de.}{.dz.} \qquad .kz. = \frac{.zt. \times .ez.}{.dz.}$$

$$.tk. = \frac{13 \times 15}{17} = \frac{195}{17} = 11\frac{8}{17} \qquad .kz. = \frac{13 \times 8}{17} = \frac{104}{17} = 6\frac{2}{17}$$

E dessa forma temos que,

$$.\boldsymbol{tk.}^2 + .\boldsymbol{kz.}^2 = .\boldsymbol{tz.}^2 \Rightarrow \left(\frac{\mathbf{195}}{\mathbf{17}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{104}}{\mathbf{17}}\right)^2 = \mathbf{13}^2 \Rightarrow \frac{\mathbf{38025}}{\mathbf{289}} + \frac{\mathbf{10816}}{\mathbf{289}} = \mathbf{13}^2$$

$$\Rightarrow \frac{\mathbf{48841}}{\mathbf{289}} = \mathbf{169} = \mathbf{13}^2 = .\boldsymbol{g}.$$

E se temos $.\boldsymbol{dz.}^2 < .\boldsymbol{g}.$ e admitindo que,

- $.\boldsymbol{de.} = \mathbf{4}$
- $.\boldsymbol{ez.} = \mathbf{3}$
- $.\boldsymbol{dz.} = \mathbf{5}$
- $.\boldsymbol{lz.} = \mathbf{13}$

Temos que,

$$.lm. = \frac{.zl. \times .de.}{.dz.} \qquad .mz. = \frac{.zl. \times .ez.}{.dz.}$$

$$.lm. = \frac{13 \times 4}{5} = \frac{52}{5} = 10\frac{2}{5} \qquad .kz. = \frac{13 \times 3}{5} = \frac{39}{5} = 7\frac{4}{5}$$

E desta forma temos que,

$$.\boldsymbol{lm.}^2 + .\boldsymbol{mz.}^2 = .\boldsymbol{lz.}^2 \Rightarrow \left(\frac{\mathbf{52}}{\mathbf{5}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{39}}{\mathbf{5}}\right)^2 = \mathbf{13}^2 \Rightarrow \frac{\mathbf{2704}}{\mathbf{25}} + \frac{\mathbf{1521}}{\mathbf{25}} = \mathbf{13}^2$$

$$\Rightarrow \frac{\mathbf{4225}}{\mathbf{25}} = \mathbf{169} = \mathbf{13}^2 = .\boldsymbol{g}.$$

Logo,

- Para $.\boldsymbol{dz.}^2 = .\boldsymbol{g}.$, temos $.\boldsymbol{a.}^2 + .\boldsymbol{b.}^2 = .\boldsymbol{g}. = .\boldsymbol{de.}^2 + .\boldsymbol{ez.}^2$;
- Para $.\boldsymbol{dz.}^2 > .\boldsymbol{g}.$, temos $.\boldsymbol{a.}^2 + .\boldsymbol{b.}^2 = .\boldsymbol{g}. = .\boldsymbol{tk.}^2 + .\boldsymbol{kz.}^2$;
- Para $.\boldsymbol{dz.}^2 < .\boldsymbol{g}.$, temos $.\boldsymbol{a.}^2 + .\boldsymbol{b.}^2 = .\boldsymbol{g}. = .\boldsymbol{lm.}^2 + .\boldsymbol{mz.}^2$.

Desta maneira, Fibonacci demonstra como podem ser encontrados infinitos valores para esta proposição, bem como, foi possível perceber que basta encontrar uma constante de proporcionalidade e multiplicá-la por qualquer valor para encontrar valores que obedeçam à relação expressa nesta proposição.

A PROPOSIÇÃO CINCO: fundamento de um dispositivo didático

Pensar um método de ensino eficaz de encaminhar a aprendizagem matemática na escola, demanda concentrar esforços na articulação de mecanismos, procedimentos e estratégias que possibilitem a ajuda ao estudo de objetos matemáticos escolares de modo objetivo e sistematizado, que promova o encontro das perspectivas de estudantes e professores a uma aprendizagem com significados, mesmo que seja na própria Matemática e a partir daí transpor para o enfrentamento de outras situações.

Sobre a questão de como ensinar Matemática na escola, cabe refletir sobre a afirmação de Lacroix (2013), para ele, a eficácia do ensino consiste principalmente em colocar ordem nas proposições, tornar evidente o encadeamento que as liga entre si e manter, tanto quanto possível, as oportunidades que se oferecem de lançar adiante algumas dessas visões fecundas que guiaram os inventores.

Uma estratégia que consideramos eficaz, que vai ao encontro do proposto por Lacroix (2013) anteriormente, para atender à essa necessidade de significação da aprendizagem matemática, é iniciar pelo estudo histórico da construção do objeto matemático e seguir esse processo de transposição discutindo possíveis sutilezas interpostas, isso permitirá certamente uma reflexão sobre o desenvolvimento histórico-epistemológico das noções matemáticas estudadas e afastaria o uso da História da Matemática onde se aplicam somente interpretações ingênuas (SCHUBRING, 2018).

Pais (2006) ao discutir o fazer matemático escolar nos faz pensar sobre a importância da dimensão didática ao evidenciar a função das estratégias de ensino: devem contribuir para que o aluno possa fazer matemática sob a orientação do professor, o qual deve buscar dinâmicas apropriadas que intensifique as interações

realizadas entre o aluno e o conhecimento matemático valorizando suas ações ao mobilizar noções e procedimentos para solução de problemas.

Nesse sentido, vislumbramos a Regra de Três como uma prática social, provida de história, constituir-se potencialmente em um dispositivo didático que cumpre o papel deflagrador de organizações praxeológicas, no sentido de promover o acesso ao processo de construção do conhecimento matemático, cujo fundamento reside, neste caso, no fazer da proposição 5 de Fibonacci, ou seja, proporciona a iniciação ao estudo da proporcionalidade geométrica tema da Matemática escolar. Para além disso, o fazer matemático desenvolvido na demonstração de Fibonacci, por meio da álgebra geométrica, poderá encaminhar para estudos em níveis mais avançados da Matemática.

Mas, alertamos que não é nosso propósito aqui esgotar as possibilidades de aplicação da proposição 5 ao ensino da Matemática, nem explorar na sua totalidade o rigor teórico que exige a Álgebra Geométrica, mas sim explorar alguns pontos que são potencialmente favoráveis ao didático, tomado aqui como “tudo aquilo que está relacionado com o estudo e com a ajuda para o estudo da Matemática” (CHEVALLARD, BOSCH, GASCON, 2001, p.46).

Desse modo, seguindo nosso objetivo buscamos possíveis respostas para a seguinte questão: **Como podemos desenvolver a noção de proporcionalidade geométrica, utilizando a Regra de Três como dispositivo didático?** Para enfrentá-la, tomamos como fundamento a proposição 5 demonstrada por Fibonacci como uma praxeologia matemática relativamente completa (CHEVALLARD, 1999; 2005).

Inicialmente vamos considerar a proposição 5 enunciada anteriormente do seguinte modo: *Encontre dois números quaisquer de modo que a soma de seus quadrados forme um quadrado, e que este quadrado possa ser formado pela soma de dois quadrados quaisquer diferentes dos dois primeiros.* Para atender nossos propósitos, passaremos a anuncia-la como um problema protótipo de Regra de Três da seguinte forma: Se conhecidos dois números quadrados cuja soma resulta em um quadrado, quais outros dois números quaisquer diferentes dos primeiros que também formam o mesmo quadrado?

A resposta parece não ser imediata. Mas, vamos usar o pensamento aritmético para nos auxiliar. O enunciado nos permite escolher dois números: o primeiro 5 e o segundo 12. A soma de seus quadrados é 169, isto é, $5^2 + 12^2 = 169$. Esse resultado corresponde a 13^2 como era de se esperar! Para os números desconhecidos, no entanto, sua escolha dependerá de duas situações: Se os números tomados formarem o mesmo número quadrado ou formarem um número quadrado diferente. No primeiro caso, é trivial, não há o que fazer, pois atende plenamente as condições do problema.

No segundo caso, temos que o número quadrado é diferente, logo, duas possibilidades devem ser consideradas: (i) o número quadrado é maior que o número quadrado dado (169); (ii) o número quadrado é menor que o número quadrado dado (169). Desse modo, teremos:

(i): Tomando os números 8 e 15, teremos que $8^2 + 15^2 = 289$, observe que 289 > 169 e ambos são números quadrados. Esse número foi tomado como referência para o cálculo dos dois números quaisquer desconhecidos que formarão o mesmo número quadrado dado inicialmente (169). Para isso estabeleceremos relações adequadas de proporcionalidade do número 13 que corresponde a raiz quadrada de 169 a partir da relação do 17, raiz quadrada de 289, com o 8 para determinar o primeiro valor desconhecido. Em seguida repete-se o mesmo procedimento para o número 15. Dessa forma teremos as seguintes sentenças: 17 está para 8, assim como 13 está para o primeiro número desconhecido, que juntas formam a proporção. Do mesmo modo, 17 está para 15 assim como 13 está para o segundo número desconhecido. Da primeira sentença chegamos a $\frac{104}{17}$ e da segunda, $\frac{195}{17}$, que são os dois números procurados. Prova:

$$\left(\frac{104}{17}\right)^2 + \left(\frac{195}{17}\right)^2 = \left(\frac{10816}{289}\right) + \left(\frac{38025}{289}\right) = \frac{48841}{289} = 169 = 13^2.$$

(ii): tomando os números 3 e 4, teremos que $3^2 + 4^2 = 25$, observe que 25 < 169 e ambos são números quadrados. Esse número foi tomado como referência para o cálculo dos dois números quaisquer desconhecidos que formarão o mesmo número quadrado dado inicialmente (169). Para isso estabeleceremos relações adequadas de proporcionalidade do número 13 que corresponde a raiz quadrada de 169 a partir da relação do 5, raiz quadrada de 25, com o 3 para determinar o primeiro

valor desconhecido. Em seguida repete-se o mesmo procedimento para o número 4. Dessa forma teremos: 5 está para 3, assim como 13 está para o primeiro número desconhecido formando a proporção. Do mesmo modo 5 está par 4 assim como 13 está o segundo número desconhecido. Da primeira sentença chegamos a $\frac{39}{5}$ e da segunda, $\frac{52}{5}$, que são os dois números procurados.

Prova:

$$\left(\frac{39}{5}\right)^2+\left(\frac{52}{5}\right)^2=\left(\frac{1521}{25}\right)+\left(\frac{2704}{25}\right)=\frac{4225}{25}=169=13^2.$$

Portanto, finalizamos a resolução do problema utilizando o pensamento aritmético analítico. Essa resolução adaptada de Fibonacci que acabamos de apresentar, pode ser trabalhada pelo professor inicialmente sem maiores problemas de ordem operatória, exigiria dos alunos certa capacidade de análise, que se adquire no desenvolvimento de estudos aritméticos. Por outro lado, podemos recorrer à Regra de Três que jogará o papel de dispositivo didático, com a vantagem de ser um instrumento prático, rápido e seguro para resolução de problemas dessa natureza. Senão vejamos:

Podemos iniciar dispondo os dados do problema inicial de modo adequado no quadro seguinte:

17	8
13	x

Formamos, então, a proporção geométrica usando x para o número desconhecido e determinamos seu valor pelo produto cruzado dos termos.

$$\frac{17}{13}=\frac{8}{x}\Rightarrow x=\frac{104}{17}$$

Do mesmo modo, chegaremos ao outro número desconhecido.

$$\frac{17}{13}=\frac{15}{x}\Rightarrow x=\frac{195}{17}$$

Portanto, os números procurados são $\frac{104}{17}$ e $\frac{195}{17}$.

Como notamos, essas resoluções de certa forma simples, mobilizam objetos e procedimentos que podem ser tratados pelo professor de Matemática nos diferentes níveis de ensino sem maiores dificuldades. Particularmente, ressaltamos neste trabalho, que as potencialidades didáticas eleitas a partir da proposição 5 do *Liber Quadratorum* como o estudo da proporcionalidade e da Regra de Três inter-relacionados, foram contempladas em conformidade com os limites de nosso objetivo. Mais ainda, podemos explorar não só a proporcionalidade geométrica, mas a própria Regra de Três algebrizada não explorados neste trabalho, do mesmo modo como estudado na escola atual ampliando as organizações praxeológicas que os manuais escolares apresentam.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Percebemos que ao resgatar o *Liber Quadratorum* para fins didáticos, surgiu a presença de objetos potenciais que podem auxiliar o fazer docente, seja no contexto escolar ou no acadêmico. De forma global, temos potencialidades didáticas nesta obra do século XIII já evidenciadas por Guimarães Filho (2018), quando aponta, em relação a conteúdos das séries escolares e que transcendem a obra.

Desta forma, Guimarães Filho (2018) sugere potencialidades diversas que o professor pode fazer uso tais como: explorar as ternas pitagóricas, elabora atividades envolvendo quadrados e potências, explorar a evolução da linguagem algébrica entre outros envolvendo a História da Matemática.

Centramos nossa atenção no fazer da proposição 5 para tentar mostrar um potencial evidente, a Regra de Três como um dispositivo didático. Vimos que esse dispositivo se mostra eficaz para inicialização do estudo da proporcionalidade geométrica, inclusive para Regra de Três, e mais, numa versão mais ampla pode ser tomada para preparação ao estudo de campos mais avançados da Matemática como a teoria das Proporções, Álgebra Geométrica entre outras, não evidenciado no trabalho de Guimarães Filho (2018).

Reafirmamos que há uma consequência imediata que decorre do tratamento da Regra de Três como dispositivo didático para o estudo da proporcionalidade geométrica desenvolvida no campo de práticas aritméticas, é que em continuidade ao estudo da proporcionalidade, esses problemas poderão ser modelizados por uma Regra de Três Algebrizada que de forma geral, deverá ser aplicada para tipos de problemas e até mesmo para gêneros de problemas.

Outro aspecto que este trabalho proporcionou foi a possibilidade de explorar as proposições de Fibonacci evidenciando a Regra de Três como dispositivo didático de modelização matemática capaz de integrar as dimensões aritmética, algébrica e geométrica.

Portanto, temos a convicção de que a resposta para nossa questão inicial - **Como podemos desenvolver a noção de proporcionalidade geométrica, utilizando a Regra de Três como dispositivo didático? -** pode ter sido descrita, mesmo que parcialmente, no desenvolvimento deste trabalho. Tentamos mostrar que é possível desenvolver o estudo da proporcionalidade por meio da Regra de Três potencias temas da Matemática Escolar estudadas atualmente, seja pela prática docente ou por manuais escolares, com base nas proposições estabelecidas por Fibonacci, neste caso escolhemos a número 5.

Enfim, esperamos que nosso trabalho possa contribuir para uma reflexão sobre o trabalho docente, no sentido de construir compreensões sobre os objetos matemáticos de ensino que possam ajudar o professor na construção de organizações didático- matemáticas e estratégias inovadoras que evidencie o fazer matemático escolar como algo significativo que promove aprendizagens duradouras.

Para aprofundamento deste e de outros trabalhos futuros deixamos a seguinte questão: Como podemos integrar as proposições do *Liber Quadratorum* para construir um modelo epistemológico de referência para o estudo da Álgebra Geométrica?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CASTILLO, R. M. **Fibonacci: El Primer Matemático Medieval**. 2ª ed. Coleção – La matemática em sus personajes. Espaha: Nivola, 2007.

CHEVALLARD, Y. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Y. La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado, 2005.

CHEVALLARD, Y. BOSCH, M. & GASCÓN, J. Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Trad. Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

FIBONACCI. **Liber Quadratorum.** Pisa, 1225.
GUIMARÃES FILHO, J. S. **Um estudo do *Liber Quadratorum* (1225) de Leonardo Fibonacci (1180 – 1250) e suas Potencialidades para o Ensino de Matemática.** (Dissertação de Mestrado). Belém-PA, 2018.
LACROIX, S. **Ensaios sobre o ensino em geral e o de matemática em particular**. Tradução Karina Rodrigues.I ed. Editora UNESP, São Paulo, 2013.

OLIVEIRA, J. J. **Sequências de Fibonacci:** possibilidades de aplicações no ensino básico. UFBA. Salvador, BA, 2013.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender matemática**. Autêntica, 2006.

SCHUBRING, G. **Os números negativos: exemplos de obstáculos epistemológicos?** Editora livraria da física, São Paulo, 2018.

SIGLER, L. E. **The Book of Squares.** An annotated traslation into modern english. Academic Press, USA: 1987.

SILVA, D. P. **Regra de três: prática escolar de modelagem matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas), Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém-PA, 2011.

SILVA, D. P**. A INVARIÁVEL PRÁTICA DA REGRA DE TRÊS NA ESCOLA**. Tese. (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas), Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém-PA, 2017.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

RABDOLOGIA E RÉGUAS DE GENAILLE-LUCAS – COMUNICAÇÃO ORAL: uma possibilidade de inserção da História da Matemática em sala de aula

Ana Caroline Frigéri Barboza[280]
Lucieli M. Trivizoli[281]

RESUMO

O presente trabalho abrange os resultados de atividades desenvolvidas com relação a um Programa de Iniciação Científica (PIC) da Universidade Estadual de Maringá (UEM), realizados pelas autoras deste trabalho. As ações praticadas fizeram menção ao estudo e tradução de um material, que é composto por atividades envolvendo História da Matemática direcionadas para a sala de aula. Para tanto, foi selecionada uma das atividades contidas neste material com o objetivo de apresentar e explicar dois antigos métodos multiplicativos de cálculos, a saber, "Rabdologia" e "Réguas de Genaille-Lucas", de maneira a propiciar um entrelaçamento com a História da Matemática e apresentar-se como uma possibilidade de inserção em sala de aula, com o intuito de contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. A finalidade de expor tais métodos de cálculos é realizar multiplicações usando dois antigos dispositivos e torná-los familiar com o uso de simples calculadoras analógicas. O trabalho tratou-se de uma pesquisa qualitativa e de origem bibliográfica. Concluímos que a História da Matemática pode ser uma ferramenta de ensino e os métodos abordados neste texto podem se apresentar como uma possibilidade de atividade matemática com relação ao uso da História nas aulas de Matemática, baseando-se nos métodos multiplicativos citados anteriormente.

Palavras-chaves: História da Matemática. História na Educação Matemática. Ensino e Aprendizagem. Rabdologia. Réguas de Genaille-Lucas.

[280] Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: anac_fbarboza@hotmail.com;
[281] Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: lmtrivizoli@uem.br.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho abrange os resultados de atividades desenvolvidas em um Programa de Iniciação Científica (PIC) da Universidade Estadual de Maringá (UEM), e também conta com contribuições provenientes de trabalhos realizados no Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática (GHMEM), ambos tendo como orientadora a professora Dra. Lucieli M. Trivizoli. As ações praticadas no projeto fizeram menção ao estudo e tradução do livro *"Learning Activities from the History of Mathematics"* de Frank Swetz (1994). Esse material é composto por atividades a serem aplicadas em sala de aula por meio da História da Matemática.

As atividades em Swetz (1994) são baseadas em problemas históricos, apresentando possíveis materiais que podem ser utilizados em sala de aula por professores que desejam utilizar essas sequências de atividades em suas práticas. O autor também oferece um guia para direcionar o trabalho dos docentes em cada uma das atividades.

Dentre as atividades, para o presente trabalho foi selecionada uma delas, que faz referência a dois antigos métodos multiplicativos de cálculos, a saber, "Rabdologia" e "Réguas de Genaille-Lucas". Em conformidade ao objetivo do trabalho, que é apresentar e explicar estes dois dispositivos, busca-se propiciar um entrelaçamento com a História da Matemática, sendo uma possibilidade de inserção em sala de aula e com o intuito de contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. A finalidade de expor tais métodos de cálculos é realizar multiplicações usando dois antigos dispositivos e torná-los familiar com o uso de simples calculadoras analógicas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) prescrevem a História da Matemática como uma estratégia para a corroboração de conhecimentos envoltos da disciplina de Matemática, tal como afirmam:

> A história da matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino-aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processo matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais

> favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A história da matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural. Ao verificar o alto nível de abstração matemática de algumas culturas antigas, o aluno poderá compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas. (BRASIL, 1998, p. 42)

Dessa forma, este artigo irá expor argumentos favoráveis ao uso da História da Matemática em sala de aula, com abordagens sobre sua utilização no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, que serão elencados no *corpus* do trabalho.

Assim, para a concretização deste trabalho foi realizada uma pesquisa qualitativa e de origem bibliográfica, com destaque a Swetz (1994), Tzanakis e Arcavi (2000), Lanzarin (2004), Jankvist (2009), e Chaquiam (2017). Baseando-se em Cervo, Bervian e Silva (2007), também foram realizados processos de leituras oriundos de referências mencionadas por todo o texto, começando por uma pré-leitura, com o intuito de examinar quais materiais possuíam informações possíveis de serem utilizadas na pesquisa; na continuidade, uma leitura seletiva para averiguar e não prosseguir com aqueles que fossem dispensáveis; ainda, uma leitura crítica ou reflexiva no que diz respeito aos materiais convenientes, diferenciando as ideias principais de outras que percorrem todo o texto; por fim, uma leitura interpretativa, que “[...] é a última etapa da leitura de um texto e a aplicação deste aos fins particulares da pesquisa” afirma Cervo, Bervian e Silva (2007, p.86), ou seja, é neste momento que, de fato, ocorre o procedimento de síntese das ideias analisadas e selecionadas, dando assistência para a elaboração textual.

Além disso, o artigo foi dividido em quatro seções. A primeira trata-se da parte introdutória de todo o *corpus* do trabalho, indicando os caminhos a serem percorridos, bem como a forma como serão apresentadas as análises indicadas. A segunda refere-se à História da Matemática vinculada ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática. A terceira relata sobre os métodos de cálculos envolvendo multiplicações antigas, de maneira a conectar as possibilidades abordadas na segunda seção. E, a quarta seção explana as considerações, com o intuito de tecer reflexões no tocante ao trabalho realizado.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Há tempos a História da Matemática vem crescendo consideravelmente com relação às pesquisas destinadas a esta área, da mesma maneira que vem se constituindo como um campo com discussões relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Chaquiam (2017) abrange esta argumentação, indicando que:

> Nas últimas cinco décadas observa-se um crescente desenvolvimento de pesquisas relacionadas à História das Ciências e, em particular, a História da Matemática, que estão se constituindo um valioso elemento para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, nas diferentes áreas e nos diversos níveis, o que permite compreender as origens das ideias que deram forma à nossa cultura, observar os diversos aspectos de seu desenvolvimento e perceber que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultaram de desafios enfrentados com grandes esforços e, em grande parte, numa ordem bem diferente daquela apresentada após todo o processo de formalização. (CHAQUIAM, 2017, p.13)

Assim, compreende-se que relacionar a Matemática com a sua História pode desenvolver diferentes pontos de vista com relação a esta disciplina, inclusive, fomentar o ensejo pelas contribuições que originaram a Matemática que temos atualmente e, dessa forma, podendo ser um meio gerador de maiores compreensões nesse âmbito.

Em conformidade a Chaquiam (2017), indicamos um trecho das Diretrizes Curriculares da Educação Básica – DCE (PARANÁ, 2008) que concebe a História da Matemática como um meio propício ao desenvolvimento de conhecimentos:

> É importante entender a história da Matemática no contexto da prática escolar como componente necessário de um dos objetivos primordiais da disciplina, qual seja, que os estudantes compreendam a natureza da Matemática e sua relevância na vida da humanidade. A abordagem histórica deve vincular as descobertas matemáticas aos fatos sociais e políticos, às circunstâncias históricas e às correntes filosóficas que determinaram o pensamento e influenciaram o avanço científico de cada época. (PARANÁ, 2008, p.66)

Além das concepções abordadas por Chaquiam (2017) e as DCE (PARANÁ, 2008), outros autores também afirmam que a História da Matemática pode ser

favorável ao progresso com relação ao processo de ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática, como por exemplo, Swetz (1994), D'Ambrosio (1999), Tzanakis e Arcavi (2000), Jankvist (2009), não se restringindo a apenas estes.

Assim, infere-se que conectar a Matemática com episódios do passado pode ser favorável ao buscar uma alternativa do modelo tradicional de ensino, em que a ênfase muitas vezes se dá em métodos mecanicistas, em que a crítica e a reflexão perante os atos acabam por extinguir-se. Posto isto, relacionar a Matemática com a sua História é uma possibilidade de compreender e analisar a própria constituição dessa área.

> As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber. (D'AMBROSIO, 1999, p. 97)

Reconhecendo a Matemática como uma atividade humana que se faz presente desde os tempos remotos, Chaquiam (2017, p.14) contribui com uma ressalva ao uso da História da Matemática como potencial ao processo de ensino e aprendizagem: "[...] emerge como uma possibilidade de buscar uma nova forma de ver e entender a Matemática, tornando-a mais contextualizada, mais integrada às outras disciplinas, mais agradável, mais criativa, mais humanizada.".

Todavia, mesmo frente a autores que afirmam a potencialidade da História da Matemática para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, duas perguntas são frequentes: Por que utilizar a História nas aulas de Matemática? Como utilizar a História da Matemática em sala de aula? Para discutir esses questionamentos, seguiremos os apontamentos levantados e direcionados por Tzanakis e Arcavi (2000) e Jankvist (2009), e exibiremos os principais embasamentos que os norteiam, ligados a abordagens nesta mesma perspectiva. De acordo com Jankvist (2009), se há interesse no uso da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem, suas vantagens bem como possibilidades, deve-se basear nos dois questionamentos proferidos anteriormente.

Buscando-se analisar a primeira indagação, e analisando-se argumentos para o porquê utilizar a História da Matemática, estes serão considerados em dois parâmetros, os que fazem referência à história como ferramenta e aqueles que se voltam à história como objetivo (JANKVIST, 2009). Investigando-a como história no sentido de ferramenta, esta se dá na acepção de empregar meios que auxiliem a aprendizagem da Matemática real, tendo como exemplos, fatores motivacionais, abordagem histórica, ferramenta cognitiva, argumentos evolutivos, dentre outros, que são mencionados como contribuintes nessa concepção. Analisando-se a história como objetivo, é no sentido de averiguá-la como finalidade em si mesma, não como sendo um item independente, mas sim um desenvolver-se de aspectos evolutivos da disciplina de Matemática, ou seja, desenvolvimento de outros aspectos históricos que estão envoltos dessa área.

Tzanakis e Arcavi (2000) complementam essas ideias listando alguns motivos diante do processo educacional com relação à Matemática, em face da utilização da História da Matemática: a aprendizagem de matemática; o desenvolvimento de pontos de vista sobre a natureza da matemática e atividade matemática; a trajetória didática dos professores e seu repertório pedagógico; a predisposição afetiva em relação à matemática; e a valorização da matemática como um empreendimento cultural-humano.

Tzanakis e Arcavi (2000) bem como Jankvist (2009) apoiam a inserção da História da Matemática em sala de aula, pois constatam que possui contribuições na aprendizagem de Matemática, no desenvolvimento de pontos de vista diversificados, na formação docente e prática em sala de aula, na valorização da Matemática como um empreendimento cultural-humano.

Levando-se em consideração os motivos apresentados para o uso da História da Matemática e indo para além disso, Tzanakis e Arcavi (2000) trazem três diferentes formas de abordagem para a sua utilização em sala de aula: por meio do fornecimento de informações históricas diretas; aprendizagem de tópicos matemáticos, seguindo um processo de ensino e aprendizagem inspirado na história; desenvolvimento de uma consciência mais profunda, tanto de matemática como de contextos culturais em que a matemática foi feita.

Com relação às abordagens postas acima, os autores também apresentam possibilidades para trabalhar a História da Matemática nas aulas de Matemática:

1. Fragmentos históricos
2. Projetos de pesquisa baseados em textos de história
3. Fontes primárias
4. Planilhas
5. Pacotes históricos
6. Aproveitando vantagem de erros, concepções alternativas, mudança de perspectiva, revisão de suposições implícitas, argumentos intuitivos
7. Problemas históricos
8. Instrumentos mecânicos
9. Atividades matemáticas experimentais
10. Jogos
11. Filmes e outros meios visuais
12. Experiência ao ar livre
13. A internet no mundo todo

(TZANAKIS; ARCAVI, 2000, p. 214, tradução nossa)

Diante dessas possibilidades, é possível notar que há vários caminhos para abordar a História da Matemática em sala de aula, no entanto, há outros fatores que devem ser levados em consideração de acordo com situações diversas, como por exemplo, o perfil da turma, o tempo e os materiais disponíveis na escola, etc.

Neste trabalho, tomando como base o porquê do uso da História da Matemática segundo Jankvist (2009), direcionamos sua apropriação enquanto ferramenta e, no que diz respeito às possibilidades elencadas por Tzanakis e Arcavi (2000), seguiremos com relação ao item 9, apresentado pelos autores supracitados, em que apontam para atividades matemáticas experimentais, que consistem na apresentação de métodos e demais maneiras de se fazer matemática no passado. Para tanto, com base em Swetz (1994) e Lanzarin (2004), na próxima seção serão apresentados e explicados dois métodos antigos de multiplicação, de maneira a corroborar com este enfoque.

RABDOLOGIA E RÉGUAS DE GENAILLE-LUCAS

A Rabdologia é um método de cálculo aritmético desenvolvido por John Napier (1550-1617), mais comumente conhecido por “Ossos de Napier” ou “Barras de Napier” (SWETZ, 1994). Napier foi um nobre e culto escocês que detinha bastante interesse

pela matemática, atendo-se a artifícios simplificados perante cálculos que abordavam uma quantidade considerável de números, pois era grande a dificuldade para a concretização dessas operações. Enfatiza-se também que há escassez de materiais abrangendo este tema. O encaminhamento desta seção será baseado em Swetz (1994), de acordo com a tradução realizada pelas autoras do artigo e Lanzarin (2004).

Segundo Swetz (1994) e Lanzarin (2004), os cálculos que concernem a este dispositivo fazem menção a um conjunto de réguas ou barras preenchidas por números, que possibilitam a multiplicação e também a divisão entre eles. No entanto, o foco neste artigo destinar-se-á aos cálculos envolvendo as operações de multiplicação.

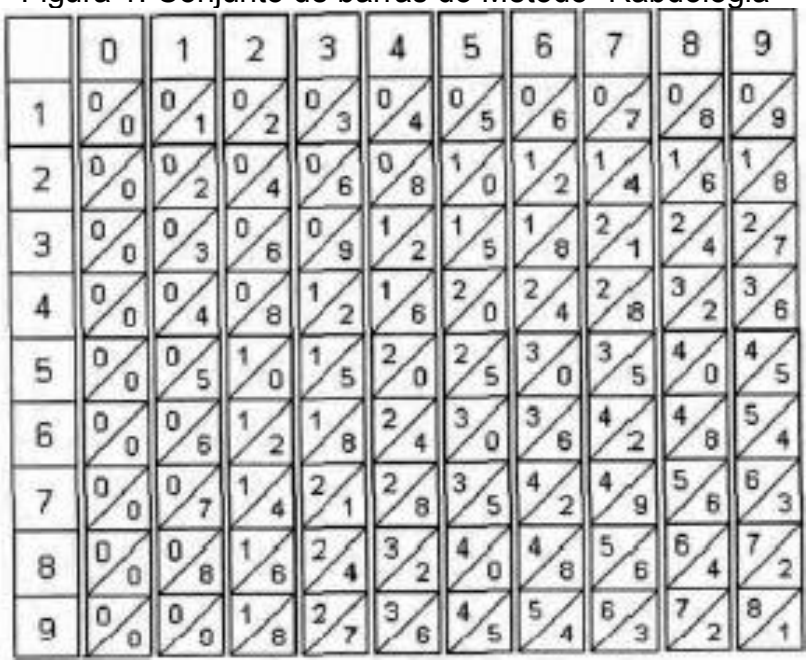
Em conformidade a Swetz (1994), infere-se que a Rabdologia é uma variação do Método Gelosia de Multiplicação, que fora um dos métodos mais utilizados para se efetuar operações de multiplicações medievais, consistindo em realizar somas parciais para encontrar o produto desejado. A Rabdologia consiste na realização de um método ainda mais rápido e eficaz, tendo em vista que este se instalava em um cenário Renascentista, em que agilidade e eficácia se faziam necessárias devido a uma época de grande expansão por todo o mundo e, ainda, pelo fato da dependência pela matemática com relação às transações comerciais que detinham grande espaço naquela época.

Segundo este autor, Napier observou que as entradas numéricas no Método Gelosia de Multiplicação eram simplesmente múltiplas do número que se encontrava no topo da coluna, então, questionou-se sobre inscrever estas colunas de múltiplos em um conjunto de réguas/barras para realizar as multiplicações que fossem necessárias. Para tanto, converteu-se um algoritmo cálculo em um dispositivo mecânico de cálculo, que ficou conhecido como Rabdologia.

Para compreender melhor este dispositivo, vamos analisar as características do seu funcionamento. Conforme Swetz (1994) e Lanzarin (2004), as barras numéricas são em formatos retangulares, inscritas pelos números que concernem a cada uma em específico e ficam dispostas lado a lado, seguindo um determinado conjunto de regras para a efetivação dos cálculos cruciais. Todas elas são divididas em 10 quadrados, e, com exceção do primeiro, os demais são traçados por uma linha diagonal que parte do canto superior direito em direção ao canto inferior esquerdo; nos primeiros quadrados

elencam-se os números de 0 a 9 e, na continuidade de cada barra, seus múltiplos correspondentes, sendo semelhante ao Método Gelosia de Multiplicação, em que os dígitos das dezenas ficam acima da diagonal e os das unidades abaixo. Ainda, usa-se uma barra auxiliar, posicionada à esquerda, de maneira a facilitar na localização das linhas em que se encontram os múltiplos de cada número situado no topo das barras; a barra auxiliar também é dividida em 10 quadrados, em que o primeiro não é utilizado, iniciando com o número 1 a partir do segundo, ou seja, os números dispõem-se de 1 a 9 nesta configuração. Segue uma ilustração descritiva:

Figura 1: Conjunto de barras do Método “Rabdologia”



Fonte: Lanzarin (2004)

Agora, buscando expressar o funcionamento do método, será realizada a multiplicação 345 x 8:

- Primeiramente, selecionar as barras 3, 4 e 5, posicionadas lado a lado, com estes números dispostos no topo e, no decorrer das barras, seus respectivos múltiplos. Ao lado esquerdo dessas configurações, colocar a barra auxiliar, que contém os números de 1 a 9;

Figura 2: Método “Rabdologia”



Fonte: Lanzarin (2004)

- Identificar o número que está exposto na linha correspondente ao número 8 que se encontra na barra auxiliar, lendo da direita para a esquerda;
- Dessa forma, percebe-se que na coluna 5 lemos 40: 4 dezenas e 0 unidades; na coluna 4 lemos 32, mas neste caso a barra 4 encontra-se na posição das dezenas, assim, temos 32 dezenas: 3 centenas e 2 dezenas; e, na coluna 3 lemos 24, no entanto, como a barra 3 encontra-se na posição das centenas, temos assim 24 centenas: 2 milhares e 4 centenas;
- Por fim, devemos somar os algarismos ao longo das linhas diagonais, começando da direita para a esquerda, obtendo como resultado 2760.

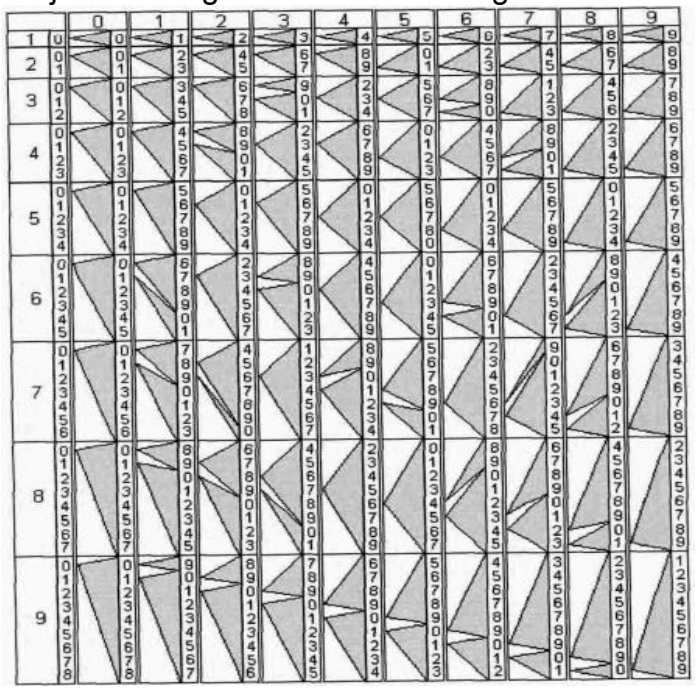
Segundo Swetz (1994), para encontrar a multiplicação entre números de mais dígitos, faz-se necessário obter produtos parciais e realizar a soma destes para que o resultado seja encontrado, ou seja, pensa-se na multiplicação como formada por produtos separados e combinados entre si.

Posteriormente, este dispositivo de cálculo foi aperfeiçoado por dois matemáticos franceses, Edouard Lucas e Henri Genaille, eliminando a necessidade das somas em diagonais que se procedem na Rabdologia, de acordo com Swetz (1994) e Lanzarin (2004). Pouco se sabe acerca da biografia desses estudiosos.

A elaboração exercida ao método “Rabdologia” culminou no método “Réguas de Genaille-Lucas”. Agora, será dada ênfase neste procedimento de cálculo para outra análise diante das operações de multiplicação, descrevendo, assim como no método “Rabdologia”, as características presentes no seu funcionamento para efetuar as multiplicações.

Conforme Swetz (1994) e Lanzarin (2004), as réguas são retangulares e posicionadas lado a lado fornecem o resultado da operação de multiplicação que decorre de um número qualquer por um número de um algarismo; a configuração para a composição das réguas será analisada mais adiante. Também, há uma régua indicadora de linhas que se faz necessária para efetuar as multiplicações, que é colocada à esquerda das outras, processo semelhante ao método exposto anteriormente. A régua indicadora de linhas, por sua vez, é dividida em 10 retângulos, em que no primeiro não constam registros, já nos demais se encontram os números das linhas (à esquerda) e os possíveis algarismos da dezena do produto (à direita), como segue na ilustração, juntamente com o conjunto completo das Réguas de Genaille-Lucas para a multiplicação.

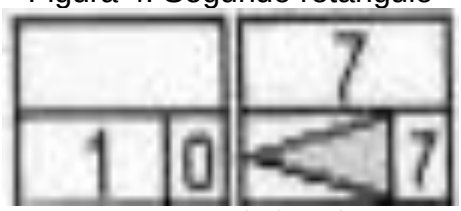
Figura 3: Conjunto de réguas do Método “Réguas de Genaille-Lucas”



Fonte: Lanzarin (2004)

Atentando-se para a régua 7, por exemplo, no segundo retângulo (Figura 4), observa-se que temos a multiplicação 1 x 7 = 7, ou seja, 0 dezenas e 7 unidades. As 7 unidades são fixadas no extremo do lado direito da régua 7, enquanto que a 0 dezena é posicionada ao lado direito da régua indicadora de linhas; nota-se também que a “seta” direciona-se à 0 dezena da régua indicadora de linhas.

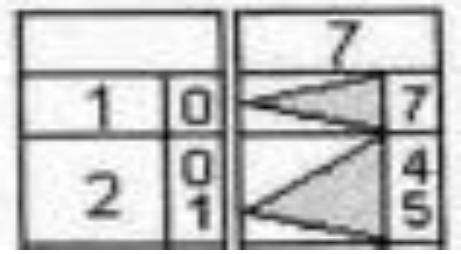
Figura 4: Segundo retângulo



Fonte: Lanzarin (2004)

No terceiro retângulo (Figura 5), temos a multiplicação 2 x 7 = 14, neste caso, há 1 dezena e 4 unidades. As 4 unidades são fixadas no extremo do lado direito da régua 7, enquanto que a 1 dezena é posicionada ao lado direito da régua indicadora de linhas. Ressalta-se que, na vertical da régua 7, são colocados os algarismos que representam as unidades do resultado da multiplicação 2 x 7 e demais algarismos dos números que sucedem este resultado, não ultrapassando o próximo múltiplo de 2, assim, temos os números 14 e 15 e, anotam-se as unidades 4 e 5. A “seta” direciona-se para 1 dezena da régua indicadora de linhas, abrangendo as unidades 4 e 5.

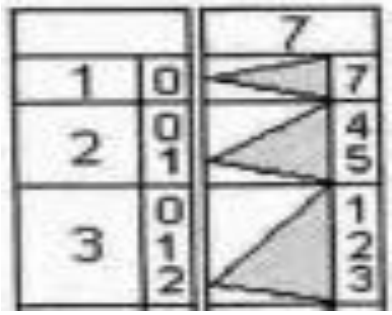
Figura 5: Terceiro retângulo



Fonte: Lanzarin (2004)

No quarto retângulo (Figura 6), temos a multiplicação 3 x 7 = 21, 2 dezenas e 1 unidade. A 1 unidade é fixada no extremo do lado direito da régua 7, enquanto que as 2 dezenas são posicionadas ao lado direito da régua indicadora de linhas. Na vertical da régua 7, são colocados os algarismos que representam a unidade do resultado da multiplicação 3 x 7 e demais algarismos dos números que sucedem este resultado, sem ultrapassar o próximo múltiplo de 3, assim, temos os números 21, 22 e 23 e, anotam-se as unidades 1, 2 e 3. A “seta” direciona-se para as 2 dezenas da régua indicadora de linhas, abrangendo as unidades 1, 2 e 3.

Figura 6: Quarto retângulo



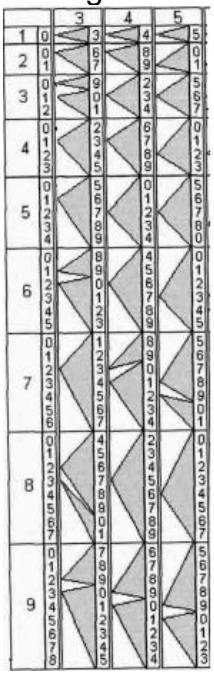
Fonte: Lanzarin (2004)

Segundo Swetz (1994) e Lanzarin (2004), do quinto até o décimo retângulo ocorrem os mesmos procedimentos, de acordo com cada multiplicação predisposta. E, por conseguinte, analisando os demais números, tem-se o conjunto completo das Réguas de Genaille-Lucas, como indicado anteriormente na Figura 3.

Com base em Lanzarin (2004), toma-se como exemplo a multiplicação indicada no método “Rabdologia”: 345 x 8.

- De início, dispor as réguas 3, 4 e 5, conforme um dos fatores envolvidos na multiplicação, em que estas se encontram à direita da régua indicadora de linhas;

Figura 7: Método “Réguas de Genaille-Lucas”



Fonte: Lanzarin (2004)

- Selecionar a linha 8, tendo em vista que este número é o outro fator envolvido na multiplicação;
- Analisar o que ocorre em cada régua: na régua 5 (unidades), temos 8 x 5 = 40, ou seja, 4 dezenas e 0 unidade. A “seta” aponta para a dezena 4 na régua indicadora de linhas, mas para o algarismo 6 na régua 4 à sua esquerda; na régua 4 (dezenas), temos 8 x 4 = 32, mas como o algarismo 4 está na posição das dezenas, temos 8 x 40 = 320, ou seja, 3 centenas e 2 dezenas. Note ainda que, em conformidade com a operação anterior, temos 4 dezenas (régua 5) + 2 dezenas (régua 4), obtendo um total de 6 dezenas. A “seta” da régua 5 aponta para o algarismo 6, ou seja, realizou-se a operação que observamos anteriormente; na régua 3 (centenas), temos 8 x 3 = 24, mas como o algarismo 3 está na posição das centenas, temos 8 x 300 = 2.400, ou seja, 2 milhares e 4 centenas. Na posição das centenas, temos 3 centenas (régua 4) + 4 centenas (régua 3), obtendo um total de 7 centenas. A “seta” da régua 4 aponta para o algarismo 7; na régua indicadora de linhas temos os milhares, em que a “seta” aponta para o algarismo 2.
- O resultado da multiplicação lê-se da direita para a esquerda, começando pelas unidades e seguindo a orientação das “setas” para determinar os demais algarismos de acordo com as posições. Assim, o resultado obtido é 2760.

Explorando-se o exemplo feito e em conformidade a Lanzarin (2004), observa-se que nada mais é do que realizar a operação: (300 x 8) + (40 x 8) + (5 x 8) e, colocar os algarismos indicados pelas “setas” na posição em que se encontram para obter o resultado. Em comparação com o método “Rabdologia”, infere-se que o método “Réguas de Genaille-Lucas” substitui, por meio das “setas”, as somas em diagonais que se fazem necessárias.

Interligando esta seção à anterior, verifica-se que os métodos “Rabdologia” e “Réguas de Genaille-Lucas” podem ser abordados como uma ferramenta de ensino, enfatizando o que foi discorrido na segunda seção, bem como uma possibilidade de atividade matemática experimental, com o intuito de apresentar e explicar o desenvolvimento dos métodos de cálculos, direcionando este procedimento para uma inserção em sala de aula por meio da História da Matemática.

CONSIDERAÇÕES

Percebe-se que a História da Matemática carrega consigo argumentos considerados oportunos ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, buscando para além de um ensino pautado em regras e normas, um que apresente aspectos reflexivos e críticos, realçando motivos e maneiras perante a utilização da História da Matemática. Entretanto, é preciso que o seu uso seja realizado de maneira adequada em sala de aula, para que possa contribuir positivamente neste processo.

No *corpus* do texto foram elencadas capacidades e abordagens sobre o uso da História da Matemática em sala de aula. No que diz respeito às potencialidades, a inserção da História nas aulas de Matemática constituiu-se no parâmetro de ferramenta para com o ensino e aprendizagem, e direcionando-se para a maneira de abordá-la, buscou-se apresentar atividades matemáticas que consistem na compreensão de métodos e demais maneiras de se fazer matemática no passado.

Por conseguinte, os métodos de cálculos “Rabdologia” e “Réguas de Genaille-Lucas” foram apresentados e explicados como possibilidades de inserção da História nas aulas de Matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. da. **Metodologia científica**. 6. ed. São Paulo: Pearson, 2007.

CHAQUIAM, M. **Ensaios Temáticos:** História e Matemática em sala de aula. Belém: Sbem, 2017.

D’AMBROSIO, U. **A História da Matemática:** questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. São Paulo: Unesp, 1999.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná**.** Diretrizes Curriculares da Educação Básica Matemática. Paraná: Governo do Paraná, 2008.

JANKVIST, U. T. A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. **Educational Studies In Mathematics**, [s.l.], v. 71, n. 3, p.235-261, 21 jan. 2009.

LANZARIN, Z. B. **Ossos de Napier e Réguas de Genaille-Lucas.** Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.

TZANAKIS, C.; ARCAVI, A. Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In: FAUVEL, John; VAN MAANEN, Jan (Ed.). **History in Mathematics Education:** The ICMI Study. Netherlands: Springer, 2000. p.201-240.

SWETZ, F. J. **Learning Activities from the History of Mathematics**. Portland: J. Weston Walch Publisher, 1994.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

SERÁ QUE O PRINCÍPIO DAS GAVETAS DE DIRICHLET REALMENTE FOI DESENVOLVIDO POR DIRICHLET?
Conhecendo melhor Dirichlet e seus trabalhos.

Alison Luan Ferreira da Silva [282]
Giselle Costa de Sousa [283]

RESUMO

Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet, matemático alemão, que fez contribuições valiosas para a teoria dos números, análise e mecânica, nasceu em 13 de fevereiro de 1805 em Düren. Dirichlet foi enviado para o Ginásio em Bonn, em 1817. Estudou dois anos em Bonn e foi enviado para estudar em *Jesuiter-Gymnasium* (colégio jesuíta) na cidade de Colônia. Entre seus professores destacamos o físico Georg Simon Ohm (1789-1854). Em 1820 as condições para estudar matemática na Alemanha eram ruins. O único mundialmente famoso matemático da região era C.F. Gauss (1777–1855), de Göottingen. Contrariamente, as condições da matemática na França dessa época eram melhores. Cientistas eminentes como P.-S. Laplace (1749-1827), A.-M. Legendre (1752–1833), J. Fourier (1768–1830), S.-D. Poisson (1781-1840), A.-L. Cauchy (1789-1857) foram ativos em Paris, tornando-a a capital da matemática desse período. Desse modo, Dirichlet resolveu estudar na França em 1822. Estudou no *Collège de France e da Faculté des Sciences* (Colégio de França e na Faculdade de Ciências), onde assistiu a palestras de notáveis como S.F. Lacroix (1765-1843), J.-B. Biot (1774-1862), J.N.P. Hachette (1769-1834) e L.B. Francœur (1773-1849). Nesse tempo, Dirichlet dedicou-se a um profundo estudo particular de Gauss, a obra *Disquisitiones arithmeticae* (1801). Seu primeiro trabalho de caráter acadêmico foi uma tradução francesa de um artigo de J.A. Eytelwein (1764–1848) em hidrodinâmica. Ele publicou um revisão no Boletim de Ciências para a *Société Philomatique* de Paris (1823, p.113–115). A tradução foi impressa em 1825 e Dirichlet enviou uma cópia para Academia de Ciências de Berlim em 1826 (Jürgen Elstrodt, 2007). O primeiro trabalho científico de Dirichlet, intitulado *Mémoire sur l'impossibilité de quelques équations indéterminées du cinquième degré*, deu-lhe rapidamente reconhecimento, o que lhe proporcionou ensinar nas universidades de Breslau (1827), Berlim (1828-1855) e, em 1855,

[282] Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). professoralisonluan@gmail.com.
[283] Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). giselle@ccet.ufrn.br.

sucedendo Gauss, na Universidade de Göttingen, falecendo em 5 de maio de 1859 na cidade de Göttingen, Hanover na Alemanha. Uma característica especial dos seus trabalhos é sua combinação de observações simples com pensamentos penetrantes que levaram a resultados profundos. Uma delas é o chamado princípio das gavetas de Dirichlet. Contudo, utilizando de pesquisa histórico-bibliográfica para melhor conhecer Dirichlet e seu trabalho, nos deparamos com a seguinte questão: O princípio das gavetas de Dirichlet foi realmente desenvolvido por ele? A fim de respondê-la desenvolvemos essa pesquisa que nos proporcionou concluir que este príncipio existia antes de Dirichlet, porém foi ele quem primeiro deu uma aplicação matemática relevante a esse princípio.

Palavras-chave: Dirichlet. Princípio das gavetas de Dirichlet. História da Matemática.

BIOGRAFIA DE DIRICHLET (1805 – 1859)

Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet, matemático alemão, que fez contribuições valiosas para a teoria dos números, análise e mecânica, nasceu em 13 de fevereiro de 1805 em Düren, entre as cidades de Aachen e Colônia, região que nesta época era império francês, atualmente região alemã[284].

Dirichlet veio de uma família de meios modestos e era o mais novo dos sete filhos de seus pais, Johann Arnold Lejeune Dirichlet (1762-1837) e sua mãe Anna Elisabeth (1768-1868). Seu pai era chefe dos correios na cidade de Düren. Sua família tem descendência belga, mais precisamente do bairro *Liège*, na cidade de *Richelet*, na Bélgica, onde seu avô Antoine Lejeune Dirichlet (1711–1784) morava, explicando, assim, a origem de seu nome *Le jeune de Richelet*, que traduzindo significa *jovem de Richelet*.

A inclinação de Dirichlet para a matemática surgiu aparentemente muito cedo. Ele ainda não tinha 12 anos de idade quando usou seu proprio dinheiro para comprar livros de matemática, e quando lhe foi dito que ele não conseguiria entendê-los, ele afirmou que, de qualquer forma, iria lê-los até que ele os compreendesse (JÜRGEN ELSTRODT, 2007).

[284] Na época de seu nascimento em 1805 o mapa político europeu estava profundamente alterado pelas grandes conquistas napoleônicas. Coube as grandes potências monárquicas reorganizar o governo da Europa por meio do Congresso de Viena (1814–1815). Dessa forma, representantes de países como Rússia, Prússia, Inglaterra, Áustria e a própria França se reuniram para resolver questões de fronteira e determinar a legitimidade dos governos que assumiram cada um dos Estados Nacionais. Umas das consequências do congresso de Viena é que Bonn, Colônia, Aachen e Düren, ficou sob o domínio prussiano, e a família Dirichlet tornou-se cidadã prussiana.

No início, os pais de Dirichlet queriam que o filho deles se tornasse um comerciante. Quando ele se pronunciou contra este plano e disse que queria estudar, seus pais o enviaram para o Ginásio em Bonn, em 1817. Lá, o menino de 12 anos de idade foi confiado aos cuidados e supervisão de Peter Joseph Elvenich (1796–1886).

Dirichlet estudou dois anos em Bonn e logo depois foi enviado para estudar em Jesuiter-Gymnasium (colégio jesuíta) na cidade de Colônia, que fica aproximadamente a 30 km de Bonn. Ele frequentou o *Gymnasium* em Colônia por apenas um ano, deixando-o na idade excepcionalmente precoce de 16 anos, mas sem o exame Abitur[285].

Seus pais agora queriam que Dirichlet estudasse direito, mas o mesmo já tinha escolhido pela matemática. Por volta de 1820, as condições para estudar matemática na Alemanha eram bastante ruins para interessados no assunto. O único mundialmente famoso matemático da região era C.F. Gauss (1777–1855), em Göottingen, mas ele ocupou uma cadeira de astronomia e foi o primeiro diretor do Sternwarte. Quase todos os seus cursos foram dedicados à astronomia, geodésia e matemática aplicada (JÜRGEN ELSTRODT, 2007). Além disso, Gauss não gostava de ensinar - pelo menos não no nível baixo que era habitual nas universidades alemãs aquela época. Contrariamente, as condições na França eram muito melhores. De fato, haviam vários cientistas eminentes franceses, como P.-S. Laplace (1749-1827), A.-M. Legendre (1752–1833), J. Fourier (1768–1830), S.-D. Poisson (1781-1840), A.-L. Cauchy (1789-1857) que foram ativos em Paris, tornando a capital da França o mundo capital da matemática.

Dirichlet chega a Paris em maio de 1822 para estudar matemática. Estudou no *Collège de France e da Faculté des Sciences* (Colégio de França e na Faculdade de Ciências), onde ele assistiu a palestras de professores notáveis como S.F. Lacroix (1765-1843), J.-B. Biot (1774-1862), J.N.P. Hachette (1769-1834) e L.B. Francœur (1773-1849). Além de seus cursos, Dirichlet dedicou-se a um profundo estudo particular de Gauss, a obra-prima *Disquisitiones arithmeticae* (1801). Podemos com segurança supor que ele foi o primeiro matemático alemão que dominou totalmente esta obra (JÜRGEN ELSTRODT, 2007).

[285] Exame de qualificação necessário para admissão nas universidades alemã no século XIX.

Em 1823 o herói nacional das guerras napoleônicas e depois líder liberal da oposição na câmara dos deputados, M.S. Foy (1775–1825) estava procurando um professor particular/tutor para ensinar a seus filhos linguagem e literatura alemã. Dirichlet foi recomendado para a família Foy por Larchet de Charmont, um velho companheiro de armas do general Foy e amigo dos pais de Dirichlet. Com isso Dirichelet conseguiu o emprego com um bom salário, de modo que ele já não dependia do apoio financeiro de seus pais.

Seu primeiro trabalho de caráter acadêmico foi uma tradução francesa de um artigo de J.A. Eytelwein (1764–1848), membro da Academia Real de Ciências de Berlim, em hidrodinâmica. Dirichlet publicou uma revisão no Boletim de Ciências para a *Société Philomatique* de Paris (1823, p.113–115). A tradução foi impressa em 1825 e Dirichlet enviou uma cópia para Academia de Ciências de Berlim em 1826 (JÜRGEN ELSTRODT, 2007).

O primeiro trabalho científico de Dirichlet, intitulado *Mémoire sur l'impossibilité de quelques équations indéterminées du cinquième degré*, deu-lhe rapidamente reconhecimento científico. Dirichlet enviou seu trabalho para a Academia Francesa de Ciências e obteve permissão para palestra sobre o seu conteúdo para os membros da academia. Isso deve ser considerado um evento extraordinário, visto que o orador era na época um estudante alemão de 20 anos de idade, que ainda não havia publicado nada e nem sequer obtido qualquer diploma. Dirichlet deu sua palestra em 11 de junho de 1825, e já uma semana depois Lacroix e Legendre deram um relatório muito favorável sobre ele e seu trabalho. Este trabalho de Dirichlet está relacionado com o último teorema de Fermat (1637), que afirma: Para $n > 2$, natural, não existem inteiros não nulos x, y, z, tais que $x^n + y^n = z^n$. Dirichlet demonstrou que para $n = 5$, tal resultado era de fato impossível. Todo trabalho tratava de equações diofantinas da forma $X^5 + Y^5 = Z^5$, já que na época, os casos $n = 3$ e $n = 4$ foram provados por Euler (1707-1783) e Fermat (1607-1665) respectivamente, com isso Dirichlet atacou o teorema para $n = 5$ (O´CONNOR; ROBERTSON, 2000).

Dirichlet fez a primeira contribuição significativa para a reivindicação de Fermat mais de 50 anos depois de Euler, e isso imediatamente estabeleceu sua reputação

como um excelente matemático. Sete anos depois, ele também provou que a equação de Fermat para o expoente 14 não admite solução integral não trivial.

O General Foy faleceu em 28 de novembro de 1825, mudando os planos de Dirichlet, pois o trabalho como professor particular chegaria ao fim. Não conseguindo Dirichlet se manter na França ele resolve voltar à Alemanha. Fourier e Poisson recomendaram que ele entrasse em contato com Alexander Von Humboldt (1769-1859) por ser conhecido por apoiar jovens talentos em qualquer arte ou ciência. Por ocasião de sua primeira visita a A. von Humboldt, Dirichlet expressou seu desejo para uma nomeação em sua terra natal, Prússia. Von Humboldt apoiou e ofereceu sua ajuda. Era seu objetivo declarado fazer de Berlim um centro de investigação em matemática e ciências naturais.

Em 28 de maio de 1826, Dirichlet enviou uma cópia de suas memórias sobre o último teorema de Fermat para C.F. Gauss em Göottingen, explicando sua situação e pedindo a Gauss para submeter seu julgamento para um de seus correspondentes em Berlim. Uma vez que apenas poucas pessoas estavam suficientemente familiarizadas com o assunto do artigo, Dirichlet estava preocupado que seu trabalho pudesse ser subestimado em Berlim.

Em resposta a Dirichlet, o ministro von Altenstein ofereceu uma posição na Universidade de Breslau[286] com uma oportunidade para uma habilitação (exame de qualificação para lecionar em uma universidade) e um salário anual modesto de 400 *talers*, que era o salário inicial usual de um professor associado naquela época.

Sabendo que Dirichlet não possuia o titulo de doutor, o ministro acrescentou que ele poderia enviar um pedido para a faculdade filosófica da universidade de Bonn, que lhe concederia todas as condições necessárias para a concessão do doutorado. Porém, o procedimento usual era impossível por várias razões: Dirichlet não estudou em uma universidade prussiana; sua tese, o livro de memórias sobre o problema de Fermat, não estava escrita em latim, e Dirichlet não tinha experiência em falar latim fluentemente, sendo incapaz de requerer publicamente a disputa pública obrigatória nessa língua.

[286] Atualmente Universidade de Wroclaw, Polônia.

Para contornar esses problemas formais, alguns professores em Bonn sugeriram a concessão do grau de doutor honorário. Esta sugestão foi oposta por outros membros do corpo docente desconfiados desta maneira de minar as regras usuais. As discussões se arrastaram, mas no final a faculdade votou por unanimidade a favor de Dirichlet.

Dirichlet ministrou sua palestra de julgamento sobre a prova de Lambert da irracionalidade do número π e escreveu uma tese sobre o seguinte problema teórico numérico: Seja x e b inteiros, não sendo b um quadrado perfeito, expanda a expressão a seguir, onde U e V são inteiros.

$$(x + \sqrt{b})^n = U + V\sqrt{b}$$

O problema é determinar as formas lineares contendo os primos que dividem V, quando a variável x assume todos os valores positivos ou negativos, valores integrais coprimos com b. A tese foi impressa no início de 1828 e enviada para von Altenstein, e em resposta Dirichlet, foi promovido ao posto de professor associado.

Os documentos subsequentes, de seus trabalhos com a teoria dos números, que datam dos primeiros anos em Berlim foram evidentemente influenciados por Gauss e os *Disquisitiones*. Alguns deles foram melhorias nas provas e apresentação de Gauss, mas gradualmente Dirichlet aprofundou muito a teoria. Há artigos sobre resíduos quadráticos, as leis quadráticas e biquadráticas da reciprocidade, e a teoria dos números de campos de irracionalidades quadráticas, com a extensa discussão dos inteiros gaussianos a + ib, em que a e b inteiros.

Apesar de ser bem quisto pela sua modestia e por seu profundo conhecimento, Dirichlet não se sentiu à vontade em Breslau. Dirichlet percebeu a importância de seu trabalho sobre resíduos biquadráticos proposto primeiramente por Gauss e viu uma oportunidade de se afastar da universidade de Breslau. Assim, enviou cartas com suas descobertas para Encke, em Berlim e logo depois para sua mãe. Nesta carta ele também expressou suas grandes esperanças em seu novo trabalho, para sua promoção e sua transferência desejada para Berlim. Seus resultados foram publicados no livro de memórias *Recherches sur les diviseurs premiers d'une classe de formules du quatrième dedré.* (JÜRGEN ELSTRODT, 2007).

Dirichlet começou a ensinar na Escola Militar em 1 de outubro de 1828. Desde o início, ele também solicitou permissão para dar palestras na universidade de Berlim, e em 1831, foi formalmente transferido para a faculdade filosófica da referida universidade, com o dever adicional de ensinar na escola das forças armadas. No mesmo ano ele foi eleito para a Academia Real de Ciências de Berlim, e após a confirmação pelo rei, a eleição entrou em vigor em 1832. Naquela época, Dirichlet, aos 27 anos, era o membro mais jovem da academia.

A. von Humboldt introduziu Dirichlet a família que tinha quatro filhos, sendo uma delas a Rebecka (1811–1858) por quem Dirichlet se interessou e ficou noivo em novembro de 1831. Em seguiga casou em maio de 1832. Seu primeiro filho, chamado Walter Dirichlet, nasceu em 2 de julho de 1833.

Na escola militar o conteúdo ministrado por Dirichlet era dividido em ciclos de três anos. Com o passar dos anos, porém, ele se cansou de repetir o mesmo currículo a cada três anos. Além disso, ele precisava urgentemente de mais tempo para sua pesquisa, juntamente com suas palestras na universidade sua carga de ensino normalmente estava por perto 18 horas por semana. Ele foi por muito tempo professor associado da universidade de Berlim, se tronando professor titular apenas em 1839, mas na faculdade ele ainda permaneceu professor *designatus* até sua habilitação em 1851. Isso significava que foi somente em 1851 que ele teve direitos iguais na faculdade; antes desse tempo ele não tinha o direito de escrever relatórios sobre dissertações de doutorado nem influenciar a habilitação (JÜRGEN ELSTRODT, 2007).

Em uma reunião da academia de Ciências, em 27 de julho de 1837, Dirichlet apresentou seu primeiro trabalho sobre teoria analítica dos números. Neste livro de memórias, ele dá uma prova do teorema fundamental que leva seu nome: *Qualquer série aritmética de inteiros An + b, n = 0, 1, 2, ..., onde a e b são relativamente primos, deve incluir um número infinito de primos.* Este resultado já havia sido conjecturado e Legendre havia gasto esforço considerável para encontrar uma prova, mas havia sido estabelecido apenas para alguns casos especiais.

O artigo sobre os primos em progressões aritméticas foi seguido em 1838 e 1839 por um artigo de duas partes sobre teoria dos números analíticos. *Recherches sur diverses applications de l'analyse infinitésimale à la théorie des nombres*. Dirichlet

começa com algumas observações gerais sobre a convergência da série agora chamada de série Dirichlet. A principal realização da teoria dos números é a determinação da fórmula para o número da classe para formas quadráticas com várias aplicações. Também deste período são seus estudos sobre somas gaussianas.

Estes estudos em formas quadráticas com coeficientes racionais foram continuados em 1842 em um artigo análogo sobre formas com coeficientes que possuem coeficientes de Gauss. Ele contém uma tentativa de uma teoria sistemática de números algébricos quando a fatoração primária é única, embora seja restrita a números inteiros de Gauss. É interessante notar que aqui se encontra a primeira aplicação *princípio das gavetas* de Direchlet. Este argumento engenhosamente simples, que desempenha um papel importante em muitos argumentos da moderna teoria dos números, pode ser declarado da seguinte forma: *Queremos guardar m objetos em n gavetas. Se m > n, então alguma gaveta deverá conter mais de um objeto.*

Dirichlet influenciou grandes matemáticos através de suas palestras em Berlim ou por contato pessoal. Entre eles destacamos: P. Bachmann (1837–1920), G. Bauer (1820–1907), C.W. Borchardt (1817–1880), M. Cantor (1829–1920), E.B. Christoffel (1829-1900), R. Dedekind (1831-1916), G. Eisenstein (1823–1852), A. Enneper (1830–1885), L. Kronecker (1823–1891), E.E. Kummer (1810–1893), R. Lipschitz (1832–1903), B. Riemann (1826-1866), E. Schering (1833-1897), H. Schroter (1829-1892), L. von Seidel (1821-1896; J. Weingarten (1836–1910).

Em 1855, quando Gauss morreu, a universidade de Göttingen - que há muito desfrutava do reflexo de sua fama científica – procurava sucessor a altura, e a escolha recaiu sobre Dirichlet. Sua posição em Berlim tinha sido relativamente modesta e onerosa, e o cronograma de ensino na academia militar era muito pesado e sem apelo científico. Dirichlet não aceitou a oferta de Göttingen imediatamente, mas usou-a para tentar obter melhores condições em Berlim. No entanto, ele não recebeu nenhuma resposta rápida ao seu pedido, então ele escreveu para Göttingen aceitando a oferta da cadeira de Gauss. Dirichlet mudou-se para Göttingen no outono de 1855, passsando a desfrutar de vida mais tranquila em uma universidade proeminente em uma cidade pequena. Ele teve uma série de excelentes alunos e apreciou o aumento

da disponibilidade para a pesquisa. Seu trabalho nesse período foi centrado em problemas gerais de mecânica.

Dirichlet rapidamente se sentiu muito à vontade em Göttingen e entrou em contato frutífero com a geração mais jovem, notavelmente com R. Dedekind e B. Riemann, ambos tinham alcançado o seu grau de doutor e habilitação sob orientação de Gauss. Ele era um professor muito estimado, sua carga de ensino era muito menor do que em Berlim, deixando-lhe mais tempo para pesquisa, e ele poderia reunir em torno dele um círculo dedicado de excelentes alunos. Infelizmente, os resultados de sua pesquisa de seus últimos anos foram quase completamente perdidos.

Quando as palestras do semestre de verão do ano de 1858 chegaram ao fim, Dirichlet fez uma viagem a Montreux (Suíça) para preparar um memorial sobre Gauss, na Sociedade de Ciências de Göttingen, e para escrever um trabalho em hidrodinâmica. Em Montreux, ele sofreu um ataque cardíaco e voltou para Göttingen doente. Graças aos bons cuidados, ele pareceu se recuperar. Então, em 1 de dezembro de 1858, Rebecka morreu de repente. Dirichlet morreu um ano depois, em 5 de maio de 1859, na cidade de Göttingen, Hanover na Alemanha, um dia antes do falecimento de seu fiel amigo Alexander von Humboldt, falecido em 6 de maio de 1859, aos 90 anos de vida.

O PROBLEMA DAS GAVETAS

Conhecido como *princípio da casa dos pombos, princípio das caixas de Dirichlet* ou ainda *princípio das gavetas de Dirichlet*, este princípio pode ser enunciado como:

Queremos guardar m objetos em n gavetas. Se m > n, então alguma gaveta deverá conter mais de um objeto.

Demonstração:

> Vamos provar este resultado por Indução Matemática sobre o número n de gavetas. Para n = 1, o resultado é óbvio pois, se temos mais de um objeto e uma só gaveta, teremos que acomodar nesta gaveta mais de um objeto.
> Suponha então o resultado válido para um certo número n de gavetas e consideremos a situação de termos n+1 gavetas e m > n+1 objetos.

> Queremos mostrar que o resultado vale também neste caso, para aplicar a Indução Matemática e concluir que vale para todo número natural n.
> Depois de acomodar todos os objetos nas n + 1 gavetas, escolha uma gaveta ao acaso. Se nesta gaveta há mais de um objeto, a nossa asserção está provada. Se nesta gaveta não há nenhum objeto, nas n gavetas restantes estão acomodados m > n + 1 > n objetos, o que, pela hipótese de indução, acarreta que em uma das gavetas há mais de um objeto. Se na gaveta escolhida há um objeto, logo, nas n gavetas restantes, estão distribuídos m − 1 > n objetos, o que, novamente, pela hipótese de indução, acarreta que em uma das gavetas há mais de um objeto (HEFEZ, 2007, p. 69).

Mas será que podemos realmente atribuir esse princípio a Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet?

Para responder tal indagação recorremos a uma pesquisa histórico-bibliográfica, organizando os dados descobertos em ordem cronológica, que dividiremos em três partes: publicações antes de Dirichlet; publicações do próprio Dirichlet e publicações posteriores a Dirichlet.

Publicações Anteriores a Dirichlet

a) 1622: *Seletae Propositiones* – Jean Leurechon.

Em *SelectæPropositiones,* um livro escrito em latim datado de 1622 pelo jesuíta francês Jean Leurechon, o *princípio da casa dos pombos* é indiretamente mencionado na seguinte frase: "*Necesse est, duos hominum, habere totidem numero pilos, aureos, & similia."*[287] *(*LEURECHON, 1622, p. 2).

b) 1624*: Récréation Mathematicque* – Jean Appier Hanzelet.

Trata-se de um livro foi originalmente publicado em 1624 por Jean Appier Hanzelet, considerado o mestre gravador e impressor da universidade de Pont-à-Mousson. Na página 131 cita o problema de número 89 com o seguinte título: *Diverses questions d'Arithmetique & premierement du nombre des grains de sable,* que em uma tradução livre significa: Várias questões de aritmética e em primeiro lugar do número de

[287] É duas pessoas têm o mesmo número de cabelos, como moedas de ouro.

grãos de areia. O problema II é o que encontramos o princípio das gavetas de Dirichlet, cujo enunciado na obra sgue: *"Qu'il est totalement necessaire que deux hommes ayent avtant de cheveux ou de pistolles fvn que pautre"* (JEAN APPIER HANZELET, 1624, p.131). Traduzindo temos: "Que é absolutamente necessário que dois homens tenham tantos cabelos ou pistolas quanto o outro". Para justificar essa afirmação argumenta-se que é certo que há mais homens no mundo do que o número de cabelos ou pistolas do homem mais rico.

c) 1625: *Lá vérité des sciences* – Marin Mersenne.

Em 1625 Marin Mersenne copiou várias proposições sobre aritmética de Jean Leurechon, incluindo *o princípio das gavetas* de Dirichlet, colocando em sua obra *La Vérité des sciences* (1625). Destacamos a seguinte frase dessa obra: "*il est nécessaire que deux hommes aient autant de cheveux, d'escus, & d'autres choses l'un comme l'autre"* que podemos traduzir como: "é necessário que dois homens tenham tanto cabelo, e outras coisas um como o outro". Nesta obra Mersenne utiliza o mesmo contexto matemático explicitado por Leurechon.

Publicações de Dirichlet

a) 1842: *Verallgemeinerung eines Satzes aus der Lehre von den Kettenbrüchen nebst einigen Anwendungen auf die Theorie der Zahlen* – Dirichlet.

Em 1842[288] o princípio das gavetas de Dirichlet aparece em sua obra intitulada *Verallgemeinerung eines Satzes aus der Lehre von den Kettenbrüchen nebst einigen Anwendungen auf die Theorie der Zahlen* (Generalização de uma frase da doutrina das frações contínuas, juntamente com algumas aplicações para a teoria dos números), publicado no *Bericht über die Verhandlungen der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften (p.93-95).*

[288] Ninguém sabe qualquer referência prévia precisa, mesmo que o ano de 1834 seja frequentemente mencionado como o ano da descoberta.

b) 1842: *Recherches sur les formes quadratiques à coefficients et à indéterminées complexes* – Dirichlet.

Em *Recherches sur les formes quadratiques à coefficients et à indéterminées complexes* (Pesquisa em formas quadráticas com coeficientes indeterminados complexos), publicado no *Journal für die reine und angewandte Mathematik* o princípio das gavetas surge mais uma vez em trabalho de Dirichlet.

Publicações posteriores a Dirichlet

a) 1863: *Vorlesungen über Zahlentheorie* – Dedekind.

Em *Vorlesungen über Zahlentheorie*, preparado para publicação por Dedekind, primeira edição de 1863, no caso, quatro anos após a morte de Dirichlet, o princípio das gavetas de Dirichlet é usado para fornecer uma prova da existência de infinitos inteiros x e y tais que:

$$x^2 - y^2 D < 1 + 2\sqrt{D}$$

Para D inteiro e não um quadrado perfeito que não depende de sequências contínuas.

b) 1889: G. Lejeune Dirichlet's Werke - Leopold Kronecker

Esta coleção de dois volumes compila todos os trabalhos de Dirichlet e é publicada no período de 1889-1897. O Volume 1 foi compilado por Leopold Kronecker (1823-1891) e contém trabalhos publicados por Dirichlet até 1843, juntamente com um ensaio relacionado de 1846. O volume 2 foi completado por Lazarus Fuchs (1833-1902) e contém as publicações de Dirichlet de 1844 em diante, junto com alguns trabalhos inéditos e correspondência selecionada com Gauss, Alexander von Humboldt e Kronecker.

c) 1940: *On the simultaneous approximation of two real numbers* – Raphael M. Robinson.

O matemático Raphael M. Robinson em 1940, em um artigo sobre a Aproximação Simultânea de Dois Números Reais, apresentado à *American Mathematical Society* em 23 de novembro de 1940 e publicado no Boletim da Sociedade em 1941 afirma que:

> o método usado nesta prova (Schubfachprinzip ou princípio do pombo) foi usado pela primeira vez por Dirichlet em conexão com um problema similar. Nós esboçamos a prova aqui para comparar com a prova do teorema abaixo, que também usa esse método. (ROBINSON, 1940, p. 512)

d) 1956: *A partition calculus in set theory – Erdös e Rados*

Em 1956 Erdös e Rado em um artigo intitulado *A PARTITION CALCULUS IN SET THEORY* cuja parte é oriunda de um discurso proferido por P. Erdös sob o título Problemas combinatórios na teoria dos conjuntos antes da reunião da Sociedade de Nova York em 24 de outubro de 1953, o *problema das gavetas* aparece. A convite do Comitê para os Altos Discursos das Reuniões Sectionais Orientais; recebido pelos editores em 17 de maio de 1955 os autores afirmam que:

> O princípio do buraco de pombo de Dedekind, também conhecido como o argumento da caixa ou o argumento da cômoda (Schubfachprinzip) pode ser descrito, de maneira bastante vaga, como segue. Se suficientemente muitos objetos são distribuídos em não muitas classes, então pelo menos um classe contém muitos desses objetos. (ERDÖS; RADOS, 1956, p.427).

e) 1964: The pigeon-hole principle for ordinal numbers – Milner e Rado.

Milner e Rado publicaram, em 1964, um artigo intitulado THE PIGEON-HOLE PRINCIPLE FOR ORDINAL NUMBERS (o *princípio da casa dos pombos* para números ordinais). O artigo explica esse princípio do seguinte modo: esse princípio afirma, de grosso modo, que se um grande números de objetos são distribuídos de certa maneira em não muitas classes, então uma das classes contém muitos desses objetos. Aqui nós consideramos uma extensão deste princípio, e investigamos a distribuição dos elementos de um conjunto bem ordenado finita ou infinitamente muitas classes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concluímos que o *princípio das gavetas* de Dirichlet já era utilizado pelo menos 2 séculos antes de Dirichlet, como comprovamos nas obras de Jean Leurechon, Jean Appier Hanzelet e de Marin Mersenne, porém nessas obras esse princípio não tinha nenhum nome específico. Contudo, foi Dirichlet que fez uso desse simples princípio na construção da teoria dos números, principalmente no desenvollvimento das esquações diofantinas, porém esse princípio continuava sem um nome específico. Foi só em 1940 na obra de Robinson que ele chama o princípio de *pigeonhole principle* o qual, segundo Carvalho (1997) com a tradução, temos:

> *Pigeon*, em português, é 'pombo', e *pigeonhole*, 'buraco de pombo'. No sentido figurado, a palavra é usada para designar um pequeno compartimento para guardar papéis ou cartas, um escaninho. O verbo, *to pigeonhole*, significa classificar algo ou alguém, como que colocando-o em pequenos compartimentos ou categorias, normalmente de forma rígida e sem saber muito a respeito da pessoa ou da coisa em questão. (CARVALHO, 1997, p.1)

Alguns autores como Rittaud e Heeffer (2013), Milner e Rado (1984), Erdös e Rado (1956) afirmam que Dirichlet chama este princípio de *Schubfachprinzip*. A tradução do préfixo *Schubfach* significa Gaveta.

Como o pai de Dirichlet era um agente dos correios e ainda como móveis com compartimentos são comumente usados para armazenar ou classificar as coisas em várias categorias (como cartas em correios ou chaves de um hotel) acreditamos esse ser o motivo desse princípio ser conhecido como Princípio das gavetas de Dirichlet.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CARVALHO, U. W. **PIGEONHOLE: qual é o significado e a tradução?** Tecla sap. 1997. Disponível em: < http://www.teclasap.com.br/pigeonhole-qual-e-o-significado-e-traducao/>. Acesso em: 02 nov. 2018

DIRICHLET, P.G. Lejeune: **Werke.** vol. 1. Ed. por L. Kronecker. Berlin: Reimp. 1889.

DIRICHLET, P. G. Lejeune. **Vorlesungenüber Zahlentheorie.** F. Vieweg, p. 405-406, 1863.

DIRICHLET, P. G. Lejeune. **Verallgemeinerung eines Satzes aus der Lehre von den Kettenbrüchen nebst einigen Anwendungen auf die Theorie des Zahlen.** Berichtüber die Verhandlungen der Königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften, 1842, p. 93-95.

DIRICHLET, P. G. Lejeune. **Recherches sur les formes quadratiques à coefficients et à indéterminées complexes.** Journal für die reine und angewandte Mathematik, 1842, p. 291-371.

ELSTRODT, J. **The Life and Work of Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859).** 2007. In: Georg-August-Universität Göttingen. Disponível em: <http://www.uni-math.gwdg.de/tschinkel/gauss-dirichlet/elstrodt-new.pdf>. Acesso em: 16 ago. 2018.
ERDÖS, P.; RADO, R. **A Partition Calculus in Set Theory**. *Bulletin of the American Mathematical Society*, v. *62, n.* 5, 1956, p. 427-489.

HANZELET, J.A**. Récréation mathematicque composee de plusieurs problemes plaisants et facetieux.** Jean Appier Hanzelet (1624). Disponível em: <https://books.google.fr/books?id=QsY5AAAAcAAJ&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false>. Acesso em: 19 out. 2018.

HEFEZ, A. **Indução Matemática***.* Programa de Iniciação Científica da OBMEP, 2007. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2007.

LEURECHON, J. **SelectæPropositiones in Tota Sparsim Mathematica Pulcherrimæ**. Gasparem Bernardum1622. Disponível em: <https://www.e-rara.ch/doi/10.3931/e-rara-10537>. Acesso em: 19 out. 2018.

MERSENNE*,* Marin. **La Vérité des sciences.** Toussainct du Bray (1625). Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k579276.image>. Acesso em: 16 out. 2018.

MILNER, E. C; RADO, R. **The Pigeon-Hole principle for ordinal numbers.** *Proceedings of the London Mathematical Society*, Volume s3-15, n. 1, 1965, p.750-768.

O´CONNOR, J.J; ROBERTSON, E.F. **Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet.** 2000. In: Mactutor. Disponível em: <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Dirichlet.html>. Acesso em: 14 ago. 2018.

RITTAUD, B; HEEFFER, A. **The Pigeonhole Principle, Two Centuries Before Dirichlet.** MATHEMATICAL INTELLIGENCER. v. 36, n.2, 2013, p. 27–29.

ROBINSON, Raphael M. **On the simultaneous approximation of two real numbers**. Bull. Amer. Math. Soc. v.47, n. 6, 1941, p. 512—513.



ISSN 2236-4102

SOCIEDADE BRASILEIRA DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA (SBHMat): um breve relato de sua criação

Angelica Raiz Calabria [289]
Sergio Roberto Nobre[290]

RESUMO

A finalidade de se constituir uma sociedade científica em História da Matemática no Brasil teve como princípio o de fortalecer esta área como campo de investigação e, também, fazer com que as pesquisas realizadas no Brasil sobre História da Matemática começassem a ser divulgadas. Efetivamente, as pesquisas em História da Matemática no Brasil se iniciou no final da década de 1990 com o retorno do exterior de pesquisadores que realizavam seus doutorados nesta área e por meio de encontros que reuniam especialistas em História da Matemática. A partir destes encontros surgiram os Seminários Nacionais de História da Matemática (SNHMat), com o propósito de que houvesse intercâmbio entre os pesquisadores de História da Matemática e áreas afins, bem como expor os trabalhos elaborados. Após o primeiro SNHMat, decidiu-se que deveriam ser realizados outros a cada dois anos e, assim, percebeu-se um crescimento significativo de participantes e apresentações de trabalhos durante estes seminários. Desta forma, o grupo de pesquisadores em História da Matemática, resolveu criar uma sociedade científica específica, com o objetivo de possibilitar o desenvolvimento de pesquisas que colaborassem com a disseminação da área História da Matemática no Brasil. Nesta perspectiva, em 30 de março de 1999, fundou-se a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), no III SNHMat, realizado na cidade de Vitória/ES. Neste contexto, esta proposta de trabalho refere-se ao projeto de pesquisa de pós-doutorado da autora, supervisionado pelo coautor, e propõe apresentar um breve relato da história da criação desta sociedade, destacando neste relato qual é a sua importância para o desenvolvimento do campo de investigação em História da Matemática no Brasil e, da mesma maneira, quais foram as pessoas envolvidas no processo de criação, as atividades que desenvolve, as suas publicações e os grupos de pesquisas vinculados a esta sociedade. Além disso, consideramos uma homenagem a esta sociedade, pela razão da SBHMat completar 20 anos no ano de 2019.

Palavras-chave: Sociedades Científicas. Sociedades Brasileiras. História da Matemática no Brasil. Fundação.

[289] Centro Universitário da Fundação Hermínio Ometto (UNIARARAS). angel_raiz@yahoo.com.br
[290] Universidade Estadual Paulista (UNESP). sernobre@rc.unesp.br.

INTRODUÇÃO: justificativa do tema proposto

Esta proposta de trabalho que pretendemos apresentar no XIII Seminário Nacional de História da Matemática (SNHMAt) pertence à área de pesquisa em História da Matemática, especificamente, História da Matemática no Brasil e faz parte do projeto de pesquisa de pós-doutorado da autora. Neste sentido, com relação a História da Matemática, esta área possui uma ampla dimensão de campos de investigações e que, de acordo com Nobre&Baroni (1999, p.130-131), se dividem nos seguintes grandes temas: "Histórias de Problemas e Conceitos; As Interligações entre matemática, Ciências Naturais e Técnica; Biografias, Organizações Institucionais; A Matemática como Parte da Cultura Humana; Influências Sociais ao Desenvolvimento da Matemática; a Matemática como Parte da Formação Geral do Indivíduo; e Análise Histórica e Crítica de Fontes Literárias". Esses temas, da mesma forma, associam-se a História da Matemática no Brasil e para esta proposta, o tema a ser investigado estará relacionado com organizações institucionais, no qual buscamos descrever um breve relato da história da criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), buscando destacar a sua importância como sociedade científica para o desenvolvimento da área de História da Matemática no Brasil e as pessoas envolvidas nesse processo.

Nesta perspectiva, julgamos que esta proposta vem acrescentar informações significativas à História da Matemática no Brasil acompanhado de outros trabalhos produzidos anteriormente. Dentre estes trabalhos destacamos: sobre a Sociedade de Matemática de São Paulo (TRIVIZOLLI, 2008); sobre a Sociedade Paranaense de Matemática (COUSIN, 2007); sobre a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (PEREIRA, 2005) e sobre a Sociedade Brasileira de Matemática (SANTOS, 2016).

Deste modo, entendemos que escrever história não é somente versar sobre o passado, ou seja, historiar também é relatar a participação de pessoas que realizaram determinado episódio, no nosso caso, pessoas responsáveis por criar uma comunidade com o propósito de desenvolver pesquisas numa mesma área. De forma específica, descreveremos esta história relatando sobre a criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática e de como auxiliou para o crescimento dessa área no país.

Mas afinal, por que expor sobre sociedades científicas e, especificamente, a Sociedade Brasileira de História da Matemática?

A finalidade de abordar sobre o tópico de sociedades científicas está relacionada com o intuito de compreendermos a formação de uma cultura científica no Brasil, ou seja, neste trabalho, admitimos estar contribuindo, também, para a escrita da História das Ciências, especificamente, das Ciências Matemáticas.

Ainda neste trabalho, realizaremos um breve histórico das sociedades científicas que foram constituídas no decorrer dos séculos, passando pelas sociedades matemáticas e, posteriormente, as sociedades brasileiras referentes à Matemática e suas áreas afins, na qual se adequa a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), objeto de estudo desta pesquisa.

Outra vertente desta proposta é apresentar, de maneira breve, as contribuições da SBHMat para o desenvolvimento da área de pesquisa em História da Matemática no Brasil, por meio de suas publicações e atividades científicas. Além disso, uma sociedade é formada por pessoas, então, também, destacaremos as personagens que fizeram parte do processo de instituição da SBHMat através de suas breves biografias, nas quais destacaremos o início de seus trabalhos na área de História da Matemática e sua visão da importância da SBHMat para o campo de investigação em História da Matemática no Brasil. Em meio a essas informações, acrescentaremos os grupos de pesquisas desta área que existem em território nacional, os quais são imprescindíveis para a divulgação das pesquisas que são elaboradas neste campo de investigação.

Desta forma, na próxima seção, daremos início a fundamentação da proposta deste trabalho e, de maneira similar, o tipo de metodologia empregada para o desenvolvimento desta pesquisa.

FUNDAMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

Sociedades Científicas

Para que possamos discorrer sobre sociedades científicas, faz-se necessário conhecermos quais foram os motivos e propósitos de sua criação, principalmente com

relação ao progresso da ciência e, da mesma forma, por quem são compostas tais sociedades. Corroborando com Trivizoli (2009, p. 156), consideramos que

> Uma sociedade científica tem a intenção de reunir um conjunto de indivíduos que se caracterizam por uma atitude comum ou institucionalizada. Considera-se a definição de sociedade como um grupo de pessoas que se submetem a um regulamento com o fim de exercer uma atividade coletiva ou defender interesses comuns; agremiação, grêmio, associação.

Em conformidade com os argumentos dessa autora, concluímos ser importante a existência de sociedades científicas, pois elas permitem que ocorra a troca de informações entre seus membros, a qual é a principal razão por suas criações. Este fato começa a acontecer na Europa, com a constituição das primeiras sociedades científicas, as quais contemplavam todas as ciências. Com relação às Ciências Matemáticas, as primeiras sociedades datam do século XVIII, as quais destacamos Mathematische Gesellschaft in Hamburg (1690) e a Spitalfields Mathematical Society, de Londres (1717); a Sociedad Militar de Matemáticas, criada em 1757, em Madrid, na Espanha e a Wiskundig Genootschap (Sociedade Matemática), criada em 1778, na Holanda. A partir do século XIX, começa a se expandir a criação de sociedades de matemática na Europa (D'AMBROSIO, 2011). No Brasil, início do século XX, também, começam a surgir as primeiras sociedades científicas, as quais destacaremos a seguir.

Sociedades Científicas Brasileiras

A respeito da constituição de sociedades científicas brasileiras, pode-se dizer que se iniciou na década de 1910, no Rio de Janeiro/RJ, com um grupo de intelectuais que se reuniam para discutir qual o significado de ser um cientista e a relevância dos resultados de seu trabalho para a sociedade brasileira (SILVA, 1992) e, com isso, surge em três de maio de 1916, a Sociedade Brasileira de Ciências (SBC), a qual em 16 de dezembro de 1921, passa a denominar-se Academia Brasileira de Ciências (ABC).

Inicia-se, então, o movimento científico brasileiro, incentivando o surgimento de outras sociedades, como a Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência (SBPC) fundada em oito de julho de 1948 pelos membros da ABC. A partir deste fato, houve um aumento das investigações científicas em diversas áreas do conhecimento, o que fez emergir outras sociedades, de áreas mais específicas, e dentre elas destacaremos a Sociedade Brasileira de História da Ciência (SBHC), fundada em 16 de dezembro de 1983 e que apoia o desenvolvimento de pesquisas na área de História da Ciência. Destacamos a SBPC e a SBHC por serem sociedades com expressiva participação da comunidade brasileira de matemática e por contemplarem o tema investigado desta pesquisa.

E, com a propagação de pesquisas em diversos campos de investigação, começaram a surgir sociedades de áreas exclusivas, dentre as quais destacaremos, a seguir, as sociedades relacionadas a área de Matemática.

Sociedades Matemáticas Brasileiras

No Brasil, nas décadas de 1930 e 1940, com o surgimento das primeiras universidades, dentre elas a Universidade de São Paulo e a sua Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, as pesquisas em ciência começam a tomar veemência e com isso, foram surgindo grupos de pessoas que se dedicavam às pesquisas da área da Matemática. A primeira sociedade brasileira de matemática foi a Sociedade de Matemática de São Paulo (SMSP) criada em sete de abril de 1945. A partir da SMSP, foram se constituindo outras sociedades no Brasil, como a Sociedade de Matemática e Física do Rio Grande do Sul, criada em novembro de 1947. Posteriormente, ainda na região sul do país, foi criada a Sociedade Paranaense de Matemática (SPM), em 31 de outubro de 1953.

Em 1968 foi estabelecida a dissolução da SMSP, para que fosse criada uma sociedade matemática de âmbito nacional, a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), que foi fundada no sétimo Colóquio Brasileiro de Matemática, no ano de 1969. Após a criação da SBM e de acordo com D'Ambrosio (2011), a partir da década de

1970, começam a surgir as sociedades brasileiras de campos afins da matemática, as quais evidenciamos a Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC); a Sociedade Brasileira de Lógica (SBL); a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat). Dentre estas sociedades, destacaremos a SBHMat, tema a ser abordado nesta proposta. Assim, no próximo tópico, faremos um breve histórico da criação da SBHMat e algumas de suas contribuições para o movimento científico brasileiro da História da Matemática.

Sociedade Brasileira de História da Matemática: o tema a ser apresentado

Da mesma maneira que os pesquisadores de diversas áreas sentiram a necessidade de se constituir um espaço para debater sobre seus trabalhos e, como consequência, melhorar o desenvolvimento da ciência e tecnologia no Brasil, na área de História da Matemática aconteceu de forma semelhante. Os especialistas em História da Matemática decidiram criar uma instituição que pudesse desenvolver suas atividades, compartilhar seus resultados e defender seus interesses comuns, além de divulgar esta área do conhecimento no âmbito nacional/internacional e a reconhecer como fundamental ao movimento científico e cultural brasileiro.

De acordo com Nobre (2007), um dos grandes responsáveis pelo início de uma comunidade científica relacionada à área de História de Matemática no Brasil, foi o professor Ubiratan D'Ambrosio, que sempre esteve presente na comunidade internacional de historiadores da ciência e da matemática, desde a década de 1970. Em 1981, numa reunião científica no Instituto de Matemática de Oberwolfach, na Alemanha, apresentou uma conferência intitulada Matemática latino-americana na conquista e no início da colonização, a qual mostrou aos presentes que fazia-se necessário renovar a escrita da história da ciência. Para que isto se concretizasse, o professor Ubiratan anunciou que era indispensável a constituição de uma comunidade científica de historiadores da ciência, em especial, da História da Matemática (NOBRE, 2007).

Com relação ao Brasil, o desenvolvimento do movimento científico de pesquisas referentes a esta área, iniciou-se na década de 1990, com o trabalho de doutorado[291] de Clóvis Pereira da Silva, defendido na USP em 1989 e com o retorno de alguns pesquisadores que estavam realizando doutorado no exterior com trabalhos referentes a área de História da Matemática, o que resultou no reconhecimento desta área como campo de investigação (NOBRE, 2007). A partir destes fatos e, especificamente, em 1993, começam a surgir as primeiras reuniões científicas brasileiras específicas da área de História de Matemática, propostas pelo professor Clóvis Pereira da Silva, nas dependências da Universidade Federal do Paraná, Curitiba. Com estes encontros e com as reuniões dos grupos de estudos de História da Matemática, determinou-se realizar encontros de âmbito nacional relacionados a esta nova área do conhecimento, possibilitando estabelecer uma comunidade científica específica em História da Matemática no Brasil (NOBRE, 2007).

Neste sentido, surgiram os Seminários Nacionais de História da Matemática (SNHM), com sua primeira edição no ano de 1995, realizado na Universidade Federal Rural de Pernambuco, em Recife. Para auxiliar na organização desses seminários, foi criado um Comitê Brasileiro de História da Matemática, vinculado com a SBHC. Além de auxiliar na organização, também promovia eventos específicos em História da Matemática. Com o tempo, percebeu-se o interesse e o aumento de participantes em tais eventos. Em virtude disso, o grupo de pesquisadores em História da Matemática resolveu que deveria ser criada uma sociedade científica específica. Assim, na terceira edição do Seminário Nacional de História da Matemática, foi fundada a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) e de acordo com a Ata de Fundação (1999, s/p)

> Às vinte horas do dia 30 de março de 1999, na sala de convenções do Hotel Vitória Palace, situado à Rua José Teixeira, n. 323, na cidade de Vitória, estado do Espírito Santo, foi fundada a Sociedade Brasileira de História da Matemática.

Com a constituição da SBHMat, a organização do SNHM ficou sob sua responsabilidade e os objetivos desses seminários foram ainda mais reforçados no

[291] Doutorado em História da Ciência, orientado por Shozo Motoyama, em 1989, pela Universidade de São Paulo (USP). Título da tese: Uma História do Desenvolvimento da Matemática Superior no Brasil, de 1810 a 1920.

sentido de manter o crescimento dos estudos e das pesquisas científicas relacionadas à História da Matemática e, além disso, é considerado um evento que pretende transmitir tais estudos e pesquisas aos professores de todos os níveis educacionais, alunos de graduação e pós-graduação e, também, para aqueles que se interessam pela área. Durante a realização dos seminários são oferecidos minicursos direcionados aos professores, no qual é utilizado um material elaborado em forma de livro, o qual faz parte das publicações da SBHMat.

Portanto, esta proposta de trabalho tem por objetivo realizar um breve relato da história da criação desta sociedade e quais suas principais contribuições para o desenvolvimento do campo de investigação em História da Matemática no Brasil. E além disso, apresentar as principais personagens que fizeram parte do processo de constituição desta sociedade e os grupos de pesquisas que auxiliam na divulgação dos trabalhos que envolvem a área.

Metodologia do Trabalho

Para podermos alcançar tal objetivo, procedemos com alguns métodos, visto que esta proposta de trabalho está inserida num projeto historiográfico e concebemos que as metodologias históricas compreendem alguns princípios que podem ser utilizados no campo de investigação em História da Matemática no Brasil. Alguns desses princípios são citados por Sad&Silva (2008), a saber: mapeamento de informações, análise de conteúdo, análise de discursos, história oral e outros. Dentre esses princípios, destacaremos mapeamento de informações, visto que as autoras o caracteriza como sendo aquele que “a partir de diversos dados obtidos de vários modos (por: obras selecionadas, entrevistas, documentos, etc.), de acordo com o objetivo do pesquisador, vai-se cruzando tais dados e extraindo informações que se coadunam, reforçam ou complementam” (SAD; SILVA; 2008, p. 28). Ou seja, condiz com a proposta deste trabalho, o qual foi trabalhar com a análise de documentos e entrevistas.

Desta forma, apresentaremos, para esta proposta, a execução de nossos métodos, fazendo um panorama daquilo que investigamos, por ora, na realização da pesquisa de pós-doutorado.

Inicialmente, realizamos um estudo acerca do tema Sociedades Científicas e sua importância para o desenvolvimento da ciência e o por que a SBHMat pode ser considerada uma sociedade científica. Posteriormente, efetuamos a busca de documentos, os quais nos informaram sobre a criação da SBHMat, a saber: atas de reuniões, trabalhos acadêmicos, publicações e nos arquivos da SBHMat, localizado no Departamento de Matemática da UNESP, campus Rio Claro.

De posse destes dados, realizamos algumas entrevistas[292] com as pessoas envolvidas neste processo de criação. Dentre elas, o professor Sergio Roberto Nobre, um dos reconhecidos pesquisadores da área de História da Matemática no Brasil e a personagem principal da história da criação da SBHMat, visto que este professor foi o idealizador e o responsável pela constituição de tal sociedade. Os outros entrevistados foram as pessoas que participaram da primeira diretoria, bem como alguns dos presentes na reunião de fundação da SBHMat. Escolhemos estas pessoas por serem as primeiras a fazer parte da fundação da SBHMat. Porém, não descartamos a ideia de entrevistar, também, outros nomes importantes que não estavam presentes na reunião de fundação, mas que pertencem a área de pesquisa de História da Matemática no Brasil e colaboram no processo de desenvolvimento deste campo de investigação.

Com relação às publicações da SBHMat, estamos realizando uma pesquisa de todas as editadas por esta sociedade, com a finalidade de enfatizar a importância destas publicações para o fortalecimento da área História da Matemática no Brasil.

Por fim, estamos relacionando quais as principais atividades da SBHMat, a maneira que são organizadas e quais são seus principais objetivos.

[292] Essas entrevistas foram realizadas por meio de questionários elaborados pela autora e enviados por e-mail aos entrevistados. No momento, estamos realizando a análise dessas entrevistas e ainda não temos todos os questionários.

RESULTADOS PARCIAIS

Como esta proposta de trabalho é a apresentação do projeto de pós-doutorado da autora, alguns resultados ainda não foram obtidos, por esse motivo a seção é denominada Resultados Parciais. Há a possibilidade de recebermos mais informações até o momento da apresentação do trabalho no seminário nacional.

Assim, a Sociedade Brasileira de História da Matemática foi criada no dia 30 de março de 1999, no III Seminário Nacional de História da Matemática e estiveram presentes na reunião de fundação trinta e sete pessoas, dentre as quais destacamos os membros que constituíram a primeira diretoria, a saber: Presidente: Ubiratan D'Ambrosio; Vice-Presidente: Circe Mary Silva da Silva Dynnikov; Secretário Geral: Sergio Roberto Nobre; Tesoureiro: Marcos Teixeira Vieira; Primeiro Secretário: John A. Fossa; Membros Conselheiros: Antonio Miguel, Hygino Hugueros Domingues; Conselho Fiscal: Irineu Bicudo, Ligia Arantes Sad, Romélia Merci Alves Souto. Assim, temos algumas entrevistas desta primeira diretoria e, também, de outros presentes na reunião de fundação, as quais nos auxiliaram a elaborar parte da história da criação da SBHMat.

Além das entrevistas, também já realizamos a análise de alguns documentos com a intenção de acrescentar informações a narrativa desta história.

Como resultado temos, ainda, parte das breves biografias de cada membro desta primeira diretoria, destacando a sua participação no processo de criação, suas produções na área de História da Matemática no Brasil e quando e por quê começou suas pesquisas neste campo de investigação.

Com relação as publicações, estamos verificando quais são de responsabilidade da SBHMat e, posteriormente, entender quais foram os objetivos que conduziram a origem de tais publicações. Algumas de suas principais publicações são: Coleção História da Matemática para Professores[293]; Revista de História da Matemática para

[293] Este textos foram implementados no IV SNHMat, em 2001, que tinham por nome Série Textos de História da Matemática.

Professores[294]; Revista Brasileira de História da Matemática[295] e os Anais dos SNHMat (estamos investigando se não existiram outras desde a criação da sociedade).

Além das publicações, evidenciamos também uma das principais atividades da SBHMat, que é a organização dos Seminários Nacionais, dos quais foram realizados até a décima segunda edição, sendo a próxima a ser realizada no ano de 2019 na cidade Fortaleza-CE. Neste ano, a sociedade completa 20 anos de existência.

Outro resultado parcial que enfatizamos nesta proposta de trabalho diz respeito a algumas informações obtidas de pesquisadores brasileiros que atuam na área de História da Matemática, distribuídos pelas regiões brasileiras. Consideramos relevante destaca-los pelo fato de fazerem parte da história da constituição da área em História da Matemática no Brasil como campo de investigação, pois uma sociedade é formada por pessoas, e esta sociedade somente sobrevive pela dedicação e trabalho destas pessoas, que prezam pelo que elaboram e investem todo o seu conhecimento a favor do desenvolvimento das pesquisas em História da Matemática. Desta forma, faz-se necessário evidenciá-las, com o intuito de mostrar o crescimento desta área em território nacional, desde a primeira edição dos SNHMAt e da criação da SBHMat. Ou seja, buscamos apresentar um breve panorama da pesquisa brasileira em História da Matemática por regiões[296].

E, para finalizar, destacamos os grupos de pesquisas existentes, no Brasil, que elaboram trabalhos em História da Matemática e da Educação Matemática e que de alguma forma possuem vínculo com a SBHMat. Dentre estes grupos destacamos: Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil (GHEMat); Grupo de História Oral e Educação Matemática (GHOEM); Grupo de Pesquisa em História da Matemática e suas Relações com a Educação Matemática (GPHM); Grupo de Estudos em História e Educação Matemática (GEHEM); Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM). Até o momento, estes grupos foram os encontrados

[294] O primeiro número desta revista foi chamado de “número zero”, com a finalidade de ser uma “amostra” do trabalho de um grupo de professores que atuam na área de educação matemática e outras áreas afins. Foi divulgada no X SNHMat e, hoje, encontra-se no seu número 3.

295 Periódico científico nacional/internacional que tem por finalidade difundir as pesquisas em História da Matemática, tanto de brasileiros quanto de estrangeiros.

[296] Esta parte encontra-se no início e não temos muitas informações desta parte, porém colocamos como proposta pelo fato de até a possível apresentação no XIII SNHMat termos tais informações para serem expostas.

no andamento da pesquisa de pós-doutorado. A finalidade é destacar os projetos de pesquisas realizados e qual a importância da SBHMat para estes grupos[297].

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por fim, averiguamos, brevemente, que a SBHMat, assim como as outras sociedades citadas anteriormente, tem papel fundamental para a divulgação da pesquisa científica, seja por meio de eventos científicos ou por periódicos. Nesta perspectiva, esta proposta de trabalho a ser apresentado no XIII Seminário Nacional de História da Matemática, tem por finalidade tornar conhecida a história da criação desta sociedade e quais suas principais contribuições para o desenvolvimento do campo de investigação em História da Matemática no Brasil. Entendemos que, apesar de ser uma sociedade criada recentemente, comparada às outras sociedades científicas, pode-se dizer que, com seus propósitos e objetivos, contribuiu para que houvesse um índice de crescimento de trabalhos e pesquisadores que atribuíssem a área de História da Matemática como campo de investigação.

Portanto, certificamos ser relevante apresentar uma pesquisa que verse sobre a SBHMat, dado que estaremos divulgando à comunidade científica sua importância para a constituição de uma área do conhecimento. E, também, temos a intenção de homenagear tal sociedade, visto que, em 2019, na décima terceira edição do Seminário Nacional de História da Matemática, completa 20 anos de existência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COUSIN, A. O. A. **A Sociedade Paranaense de Matemática sob um olhar da Educação Matemática**. (Tese: Doutorado). 321 f. Setor de Educação – Universidade Federal do Paraná. Curitiba: 2007.

[297] Esta parte do projeto também encontra-se em sua fase inicial e, da mesma forma, como dito anteriormente, pretendemos acrescentar mais informações para a apresentação desta proposta no evento.

D’AMBROSIO, U. Revistas e Sociedades Matemáticas. Revista Brasileira de História da Matemática. Campinas: SBHMat, v. 11. n. 23, p. 63 – 72. **Anais do IX Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM)**. 2011.

NOBRE, S. R. Ubiratan D’Ambrosio e o movimento científico e institucional da História da Matemática no Brasil. In: **Ubiratan D'Ambrosio: conversas, memórias, vida acadêmica, orientandos, educação matemática, etnomatemática, história da matemática, inventário sumário do arquivo pessoal**. Wagner Rodrigues Valente (org.). São Paulo: Annablume; Brasília: CNPq, 2007.

NOBRE, S.R.; BARONI, R.L.S. A pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática. In: **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. BICUDO, M. (org). São Paulo: Editora da Unesp, 1999.

PEREIRA, D. J. R. **História do Movimento Democrático que Criou a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)**. (Tese: Doutorado). 274 f. Faculdade de Educação – UNICAMP. Campinas: 2015.

SAD, L. A.; SILVA, C. M. S. Reflexões teórico-metodológicas para investigações em História da Matemática. **Bolema**, Rio Claro, n. 30, p.27 - 46. 2008.

SANTOS, V. O. **Uma História da Sociedade Brasileira de Matemática durante o período de 1969 a 1989: criação e desenvolvimento**. (Tese: Doutorado). 254 f. Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP Campus Rio Claro. Rio Claro: 2016.

SILVA, C. P. **A Matemática no Brasil: uma história de seu desenvolvimento.** 2ª Edição. Curitiba: UFPR. 1992.

TRIVIZOLI, L. M. **Sociedade de Matemática de São Paulo: um estudo histórico institucional.** (Dissertação: Mestrado). 200 f. Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP Campus Rio Claro. Rio Claro: 2008.

_____ Sinais da Organização da Comunidade Matemática Brasileira: Sociedade Matemática de São Paulo. **Revista Brasileira de História da Matemática**. Rio Claro: SBHMat, v. 9, n. 18, p. 153 – 168, outubro 2009 / março 2010. 2009.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

SRIDHARA E A EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

Arielly Cecília Lima Siqueira[298]
Paulo Ferreira da Gama[299]
Edna Machado da Silva[300]

RESUMO

Trata de uma pesquisa bibliográfica com ênfase no contexto histórico do século VIII e IX, que busca relacionar as contribuições de Sridhara (870 – 930), Brahmagupta (598 - 670), Bhaskara (1114 - 1185) e René Descartes (1596 - 1650) para a construção da resolução de uma equação do 2º grau. Considerando a proposta apresentada por Chaquiam e Mendes (2016), elegemos Sridhara como personagem principal e Al-Khwarizmi (780 – 850), Al-Mahami (820-880) e Leão (790-869) como seus contemporâneos. Neste enfoque, adaptamos o diagrama apresentado por Chaquiam e Mendes (2016) ao tema abordado. Entendemos que a partir dele e da apresentação dos eventos históricos relacionados ao conceito matemático analisado, este trabalho pode contribuir como recurso pedagógico em sala de aula tornando o ensino de Matemática mais significativo.

Palavras-chave: História da matemática. Equação do 2° grau. Sridhara.

INTRODUÇÃO

A Matemática, por muitas vezes, apresenta-se nas ministrações em sala de aula como uma disciplina na qual seus conteúdos encontram-se “petrificados”, e em que a parte que cabe aos discentes é a simples tarefa mnemônica em que estes devem apenas repetir aquilo que já foi tido como acabado, isto é, não dá aos alunos a oportunidade de construir ou reconstruir um conhecimento matemático.

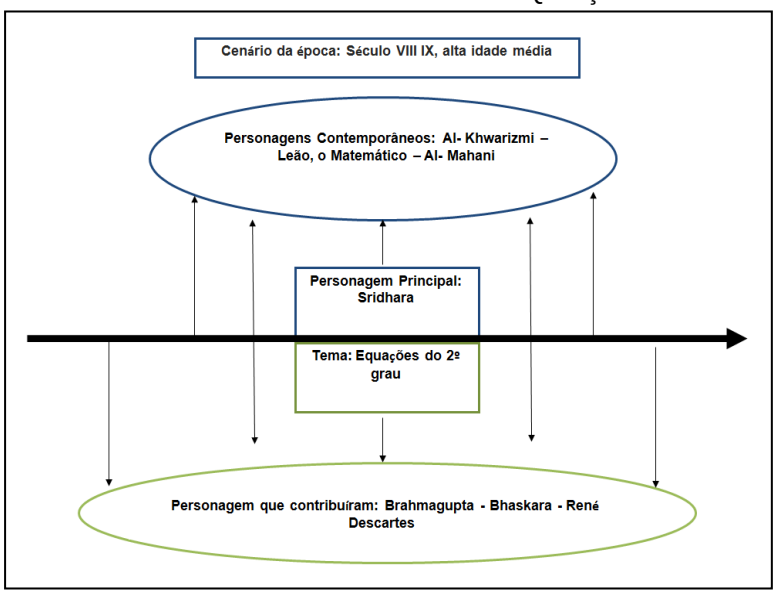
[298]Universidade do Estado do Pará- UEPA. ariellyl.siqueira@gmail.com
[299]Universidade do Estado do Pará- UEPA. paulofgama@outlook.com
[300] Universidade do Estado do Pará- UEPA. edna.yris.zeus@gmailcom

Na tentativa de contribuir para uma mudança deste cenário e a partir da percepção das possíveis contribuições que a História da Matemática pode trazer para o processo de ensino e aprendizagem, elaboramos um diagrama relacionado à equação do 2ª grau, tendo como modelo o encontrado em Chaquiam (2015, p. 25). Nestes termos, fizemos um levantamento histórico sobre as contribuições de Sridhara ao estudo da equação do 2° grau. Em seguida, fizemos um levantamento sobre o surgimento da fórmula de Bhaskara, uma vez que esta não foi criada pelo matemático Bhaskara como muito se pensa, mas pelo personagem principal, Sridhara.

Neste enfoque, baseado em Chaquiam (2015), apresentamos o contexto histórico em que viveu o personagem principal Sridhara, que compreende os séculos VIII e IX; os personagens que contribuíram para a evolução do tema central, os quais destacamos Brahmagupta, Bhaskara e René Descartes; além dos contemporâneos de Sridhara: Al-khwarizmi, Al-mahami e Leão – o matemático.

Diante disso, com o intuito de contribuir para a percepção de como se deu a construção da fórmula utilizada para resolver equações do 2º grau, mais comumente conhecida como “fórmula de Bhaskara”, pretendemos neste trabalho que o diagrama apresentado na figura 1 seja utilizado como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem da equação do 2º grau para que o aluno possa ter uma visão mais panorâmica sobre a temática em questão.

FIGURA 1: SRIDHARA - EQUAÇÃO DO 2º GRAU



Fonte: Chaquiam (2015-Adaptado

CONTEXTO HISTÓRICO DO SÉCULO VIII E IX D.C

Com a finalidade de ter uma dimensão de tempo e espaço, apresentamos a seguir o cenário mundial da época, no período entre os séculos VIII e IX em que viveu o personagem principal Sridhara.

Durante este período o mundo passava pela Alta Idade média, que compreende os anos entre 476 e 1000, a qual foi marcada pelas invasões bárbaras no território do Império Romano e a consolidação do sistema econômico feudal.

Em razão do crescimento populacional desses povos, eles passaram a procurar melhores terras e climas mais amenos. Para isso, saíram do norte e vieram para o sul da Europa. Houve dois tipos de deslocamento para as terras romanas:

Deslocamento pacífico: até o século III, os bárbaros obtinham permissão dos romanos para fixar-se em terras agrícolas do Império e guerreiros desses povos ingressavam no exército romano como soldados. Invasões: a partir do século IV e V, os bárbaros entraram à força no império, conquistando diversas áreas na Europa e Norte da África.

Com as invasões, grande parte da população foi viver no campo. Surgiram os castelos com grandes muralhas, que tinham a função primordial de proteger seus moradores. A agricultura tornou-se a atividade principal para a sobrevivência da população e grande parte dos reinos bárbaros teve um breve período de existência. Alguns se fixaram na Gália e expandiram-se para outras partes da Europa, que correspondem a territórios que hoje pertencem à França, à Alemanha, à Bélgica, à Itália e a outros países da Europa.

Após essas invasões, a unidade do império romano foi destruída, pois os povos bárbaros formaram seus próprios reinos. Esse conjunto de fatores desencadeou a chamada Crise do Mundo Antigo, em que os costumes germânicos misturados com as tradições romanas deram início ao sistema feudal.

O reino franco, um dos mais relevantes da época, é resultado da reunião de todas as tribos francas e expandiu-se sob o governo de duas dinastias, Dinastia dos merovíngios e Dinastia dos carolíngios. No entanto, iremos aqui destacar somente uma dessas dinastias, pois, é a que está compreendida no período que nos interessa.

Dinastia dos carolíngios (século VIII e IX): Carlos Magno deu nome à nova dinastia e foi o seu mais importante soberano, governando 768 a 814 d.C, estendendo seu domínio sobre os domínios dos francos. Essas terras conquistadas eram distribuídas aos nobres, que em troca prestavam juramento de fidelidade ao poder central e, por conseguinte, ao rei. Esse pacto deu início ao compromisso de suserania e vassalagem, sistema característico do feudalismo.

Para conseguir maior proteção, a Igreja Católica aliou-se a Carlos Magno, que era um rei poderoso e cristão, possibilitando, assim, a expansão do cristianismo. No dia 25 de dezembro de 800, o rei franco recebeu do Papa Leão III o título de Imperador do Sacro Império Romano. Tratava-se de uma tentativa de restaurar o Império Romano do Ocidente.

O governo de Carlos Magno também foi marcado por importante atividade cultural. Fundou escolas nos monastérios e no palácio real, e ele mesmo aprendeu a ler com 35 anos de idade. Essa atividade cultural abrangeu setores das letras, artes e da educação, e é chamada de renascença carolíngia, a qual contribuiu para a preservação e a transmissão de valores da cultura da Antiguidade Clássica.

Sobre o Feudalismo, este foi o sistema econômico, político e social decorrente na fragmentação política iniciada com a destruição do Império Romano e, depois, com o enfraquecimento do Reino Franco.

A insegurança causada pelas guerras e invasões levou os pequenos proprietários, sem poder para se defender desses ataques, a entregar suas terras aos grandes proprietários, com maior poder para enfrentá-los, passando a trabalhar para eles em troca de proteção e tornando-se, assim, servos. Desse modo, a Europa foi dividida em um grande número de reinos e feudos, cada um com o seu senhor feudal.

Algumas instituições germânicas estão associadas à vassalagem e foram incorporadas ao sistema feudal. Um exemplo dessas instituições é o comitatus, que eram guerreiros ligados ao comandante por um juramento de fidelidade, e eram recompensados com a divisão dos saques, principalmente terras. Esse pagamento era conhecido como benefício.

No feudalismo não houve um total desaparecimento do comércio, mas o centro das atividades foi transferido para o campo, onde a agricultura era a atividade mais importante.

A igreja não admitia atos que fossem contrários à sua doutrina, por isso, o clero punia quem desobedecesse aos seus dogmas por meio do Tribunal da Santa Inquisição. Muitas vezes os hereges, pessoas consideradas contrárias aos preceitos religiosos, eram mortos nas fogueiras. A igreja justificava as diferenças sociais ao considerá-las como uma vontade de Deus. Além disso, reprovava o comércio e a usura.

CONTEMPORÂNEOS DE SRIDHARA: AL-KHWARIZMI, AL-MAHAMI E LEÃO – O MATEMÁTICO

Escolhemos como personagem principal Sridhara Acharya (870 – 930), que viveu no contexto histórico descrito anteriormente. Entretanto para melhor nos situarmos apresentamos outros personagens contemporâneos ao principal, que viveram entre os séculos VIII e IX assim como Sridhara que apresentamos a seguir.

Abu Abdullah Mohammed ben Musa Al-Khwarizmi (780 – 850), nasceu em Corásmia, que atualmente se encontra em parte no território do Uzbequistão, e em parte no Turcomenistão. Este foi um matemático, astrônomo, geógrafo e historiador, que se aprofundou no estudo de várias ciências, como aritmética, álgebra, astronomia, geografia e sobre o calendário. E foi um dos primeiros matemáticos a trabalhar na Casa da Sabedoria, em Baghdad, durante o reinado do califa al-Mamum (813-833).

Esse matemático escreveu tratados em várias áreas, as quais já foram mencionadas acima, mas podemos destacar o pequeno tratado de aritmética de Al-Khwarizmi em que este introduz os nove símbolos indianos para representar os algarismos e um círculo para representar o zero. Depois explica como escrever um número no sistema decimal de posição utilizando os 10 símbolos. E descreve ainda as operações de cálculo segundo o método indiano, explicando a extração da raiz quadrada. Por fim depois do cálculo com números inteiros, aborda o cálculo com frações.

> Quando o trabalho de al-khwarimi foi traduzido, as pessoas acharam que ele tinha criado o novo sistema numérico que ele promovia, e este se tornou conhecido como “algorismo”. Os algoristas eram aqueles que usavam o sistema posicional hindu-arábico. (ROONEY, 2012, p.22)

Al-Khwarizmi também escreveu o tratado de álgebra, obra chamada de Hisab al-jabr w'al-muqabala, e uma possível tradução seria o cálculo por completação (ou restauração) e redução. Uma análise mais detalhada do título desta obra seria: Al-jabr é a operação que consiste em adicionar termos iguais a ambos os membros da equação de forma a eliminar os termos com coeficiente negativo e al-muqabala a operação que se faz de seguida e que consiste em adicionar os termos semelhantes.

O seu livro é composto por três partes. A primeira sobre a álgebra, que precede um breve capítulo sobre as transações comerciais; a segunda sobre a geometria e a terceira parte sobre as questões de heranças. No seu livro Al-Khwarizmi não usa qualquer símbolo, nem sequer os símbolos que descreverá posteriormente na sua aritmética.

Leão, o Matemático, nasceu na Tessália, um primo do patriarca de Constantinopla, João, o Gramático. Em sua juventude foi educado em Constantinopla, mas viajou para o monastério de Andros, onde poderia obter raros manuscritos e foi ensinado matemático por um velho monge. Originalmente ensinou privadamente na obscuridade em Constantinopla. A história diz que quando um de seus alunos foi capturado durante as guerras bizantino-árabes, o califa Al-Mamun ficou tão impressionado por seu conhecimento de matemática que ofereceu a Leão grandes riquezas para ele vir para Bagdá. Leão levou a carta do califa para o imperador bizantino Teófilo, que, impressionado por sua reputação internacional, conferiu a ele uma escola em Magnaura ou na Igreja dos Quarenta Mártires.

Ele tem sido chamado de um "verdadeiro homem do Renascimento" e "o homem mais inteligente de Bizâncio no século IX". Foi arcebispo de Tessalônica e o último a se tornar o chefe da Escola Magnaura de filosofia em Constantinopla, onde ensinou lógica aristotélica.

Muitos dos escritos de Leão foram perdidos. Escreveu trabalhos em livro, poemas e muitos epigramas, e foi também um compilador que reuniu uma grande variedade de textos filosóficos, médicos e astronômicos.

Abu Abd Allah Muhammad ibn Isa Al-Mahani (820-880) foi um matemático e astrônomo persa de Mahan, Kermān, Pérsia. Uma série de observações de eclipses lunares e solares e de conjunções planetárias, feitas por ele de 853 d.C. a 866 d.C., foi de fato usada por Ibn Yunus. Escreveu comentários sobre Euclides e Arquimedes e melhorou a tradução de Ishaq ibn Hunain dos Esféricos de Menelau de Alexandria. Tentou inutilmente resolver um problema arquimedeano: para dividir uma esfera pelo recurso de um plano em dois segmentos sendo uma dada proporção de volume.

No que diz respeito a nossa discussão “as contribuições de autores anteriores, como al-Mahani e al-Khazin foram para traduzir os problemas geométricos em equações algébricas, algo que era praticamente impossível antes do trabalho de Al-Khwarizmi” (COSTA, 2013, p. 37)

Alguns dos trabalhos de Al-Mahani em álgebra foram motivados por tentar resolver problemas de Arquimedes. O problema de Arquimedes que tentou resolver de uma maneira nova era do corte de uma esfera por um plano de modo que os dois segmentos resultantes tinham volumes de uma determinada proporção.

Al-Mahani foi um dos autores modernos que conceberam a ideia de resolver o teorema auxiliar usados por Arquimedes na quarta proposição do segundo livro de seu tratado sobre a esfera e o cilindro algebricamente. No entanto, ele foi levado a uma equação que envolve cubos, quadrados e números que ele não conseguiu resolver após dando-lhe longa meditação. Portanto, esta solução foi declarada impossível até ao aparecimento de Já'far al-Khazin que resolveu a equação com a ajuda de secções cónicas.

Uma série de obras de Al-Mahani sobreviveram, em comentários específicos que ele escreveu em partes do Elementos de Euclides. Em particular seu trabalho sobre os rácios de razão e irracionais que estão contidos em comentários que ele deu em livros V e X dos Elementos sobreviver como faz a sua tentativa de esclarecer as partes mais difíceis do Livro XIII. Ele também escreveu uma obra que dá a essas 26 propostas no Livro I, que podem ser provadas sem usar um argumento reductio ad absurdum, mas este trabalho foi perdido. Também é perdido seu trabalho de tentar melhorar as descrições dadas por Menelau em sua Spherics.

SRIDHARA E A EQUAÇÃO DO 2º GRAU

O personagem principal *Sridhara*, nasceu em Bhurishresti aldeia no Sul Radha, na Índia, no século 8 d.C., e foi também sânscrito comentarista e filósofo.

Ficou conhecido por dois tratados: Trisatika, às vezes chamado de Patiganitasara, e o Patiganita. Sua maior obra foi nomeada Patiganitasara Trisatika porque foi escrito em trezentos versos. O livro discute a contagem de números, medidas, número natural, multiplicação, divisão, zero, quadrados, cubos, fração, regra de três, juros de cálculo, associação ou parceria e mensuração.

Ainda há outros três outros trabalhos que são atribuídos a ele: a Bijaganita, Navasati e Brhatpati. Algumas informações sobre esses livros foram conhecidas somente nas obras de Bhaskara II, escrito por volta de 1150, Makkibhatta, escrito em 1377, e Raghavabhatta, escrito em 1493.

O livro Patiganita, que está escrito em verso, começa por dar tabelas de unidades monetárias e metrológicas. Seguindo esta com algoritmos, que são dados para a realização das operações aritméticas elementares, em quadratura, cubagem e quadrado e raiz cúbica de extração, realizada com números naturais. No decorrer de todo o livro Sridhara dá métodos para resolver problemas em regras concisas em forma de verso que era o típico estilo de textos indianos nesta época. Todos os algoritmos para realizar operações aritméticas são apresentados neste caminho, porém nesta obra não há presença de provas. E não há indícios de que Sridhara tenha julgado as provas necessárias. Muitas vezes, depois de declarar uma regra Sridhara dá um ou mais exemplos numéricos, mas ele não dá soluções para este exemplo.

Depois de dar as regras para o cálculo com números naturais, o matemático faz o mesmo para números racionais. Ele dá uma grande variedade de aplicações, incluindo problemas que envolvem relações, permutações, juros simples, taxas de viagem, salários, e enchimento das cisternas. Alguns dos exemplos são decididamente não-trivial e tem de se considerar este como um trabalho realmente avançado. Outros tópicos abordados pelo autor incluem a regra para calcular o número de combinações

de n coisas tomadas m de cada vez. Há seções do livro dedicado a aritmética e progressões geométricas, incluindo progressões com números fracionários, e fórmulas para a soma de determinada série finita são dadas.

No que diz respeito à resolução de equações do segundo grau Sridhara foi um dos primeiros matemáticos a dar uma regra para resolvê-las, deixando contribuições importantes para que posteriormente Bhaskara continuasse esses estudos, porém como ressalta Pedroso (2010) no Brasil conhecemos equivocadamente por “fórmula de Bhaskara” o principal recurso para resolução de equações do segundo grau.

> A matemática hindu produziu até o renascimento grandes personagens, dentre os quais destacam-se Aryabhata (séc. VI d.C.), Brahamagupta (séc. VII d.C.), Sridhara (séc. XI d.C.) e Bhaskara (1114-1185), que muito contribuíram para a resolução da equação do 2º grau ao resolver problemas. Segundo o próprio Bhaskara a regra que usava e que originou a fórmula atual era devido a Sridhara e que curiosamente é chamada, somente no Brasil, de Fórmula de Bhaskara. (PEDROSO, 2010, p. 6)

Infelizmente, as obras originais dos escritos de Sridhara foram perdidas. O que se tem a respeito delas, encontram-se em citações de Bhaskara. Talvez esse seja o motivo de atribuir, erroneamente, à Bhaskara a fórmula de resolução de equação do segundo grau.

Para entendermos melhor o que significa, consideremos a equação:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Logo: $ax^2 + bx = -c.$

Multiplicando ambos os lados por 4, temos:

$$4\,ax^2 + 4\,a\,b\,x = -4\,a\,c$$

Adicionando b^2 a ambos os lados obtemos:

$$4\,a^2\,x^2 + 4\,a\,b\,x + b^2 = -4\,ac + b^2$$

$$ou$$

$$(2\,a\,x + b)^2 = b^2 - 4ac$$

Tomando a raiz quadrada

$$2\,ax + b = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

Com isso, observa-se que a fórmula de Bhaskara na verdade tinha surgido na história através do matemático Sridhara.

CONTRIBUIÇÕES DE BRAHMAGUPTA, BHASKARA E RENÉ DESCARTES PARA A CONSTRUÇÃO DA RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Existiram outros personagens que contribuíram de maneira significativa na construção de uma fórmula para resolver equação do 2° grau. Entre esses, destacamos, Brahmagupta (598 - 670); Bhaskara (1114 - 1185) e René Descartes (1596 - 1650).

Brahmagupta nasceu no ano de 598 em Bhinmal, Índia e faleceu em 670. Foi um matemático e astrônomo da Índia Central que demonstrou em uma obra intitulada Brahmasphutasidanta (650), a solução geral para a equação do segundo grau em números inteiros (as diofantinas) e desenvolveu métodos algébricos gerais para aplicação na Astronomia.

Este matemático viveu, estudou e ensinou em Ujjain, uma cidade no Estado de Gwalior, na Índia Central. Naquela época, Ujjain era o centro da matemática e astronomia hindus e contava com o melhor observatório de toda a Índia. Em Ujjain, Brahmagupta também teve acesso aos escritos de muitos dos grandes cientistas que o precederam, incluindo os de Alexandria (Heron, Ptolemeu e Diofanto) e seu conterrâneo antecessor Aryabhata

Em seu livro, Brahmasphutasidanta, eleva o zero à categoria dos samkhya (ou seja, dos números) ao dar as primeiras regras para se calcular com o zero: um número multiplicado por zero resulta em zero; a soma e a diferença de um número com zero resulta neste número; etc.

Entre suas descobertas está a generalização natural da fórmula de Heron para os quadriláteros cíclicos, tão importante, que é considerada como a mais notável descoberta da geometria hindu, feita por Brahmagupta.

Escreveu um livro em versos sobre Astronomia, com dois capítulos sobre as matemáticas: progressão aritmética (com a qual encontrou a soma da série dos números naturais), equações do 2º grau e geometria (com a qual encontrou as áreas de triângulos, quadriláteros e círculos, bem como volumes e superfícies laterais de pirâmides e cones). Nesse livro, há a negação da rotação da Terra.

Em 628, Brahmagupta forneceu a primeira solução geral para a equação quadrática:

$$ax^2 + bx = c$$

Que é equivalente a:

$$2\,ax + b = \sqrt{(b^2 - 4ac)}$$

Onde atualmente é representada por: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Outro matemático que trouxe contribuições na resolução de equação do 2º grau foi *Bhaskara* (1114 - 1185). Este, sendo matemático, astrólogo, astrônomo e professor indiano, tornou-se conhecido por ter “criado” a fórmula matemática aplicada na equação de 2° grau.

Bhaskara Akaria também conhecido como Bhaskara II nasceu na cidade de Vijayapura, na Índia, local de excelente tradição de matemáticos. Seu pai era astrônomo e lhe ensinou os princípios da matemática e astronomia.

Foi chefe do observatório astronômico de Ujjain, escola de matemática muito bem reconhecida. Bhaskara foi especialista em estudos sobre álgebra, o que levou a aprofundar suas pesquisas sobre as equações e sistemas numéricos.

Bhaskara escreveu três obras fundamentais: “Lilavati”, “Bijaganita” e "Siddhantasiromani". A primeira trata de questões ligadas à aritmética, ao passo que a segunda obra se refere à álgebra, problemas de equações lineares e quadráticas, progressões aritméticas e geométricas. A última obra, “Siddhantasiromani”, é dividida em duas partes: a primeira trata sobre astronomia, a segunda, sobre a esfera.

> Sua maneira de resolução para a equação do segundo grau, vem da receita já pronta do matemático indiano Sridhara. Ele apenas as utilizou vem suas resoluções e publicações, fazendo-a ganhar uma melhor forma e destaque. O que possibilitou que posteriormente outros pudessem fazer modificações e aperfeiçoá-la, já que Sridhara não tinha nem um arquivo sobre seu método de resolução.(ALVES e MACHADO, 2016, p. 7)

Bhaskara trabalhou com a questão da raiz quadrada em equações, sabendo que existia duas raízes na resolução da equação de segundo grau, mas não há registros sólidos de que a conhecida fórmula de Bhaskara seja realmente dele. Isso

acontece por que as equações até o século XVI não tinham letras, o que foi usado depois daquele século pelo matemático francês François Viète.

O que se conhece no Brasil pela fórmula de Bhaskara não é comprovado pelos escritos e estudos encontrados por pesquisadores. As seguintes equações referentes ao estudo do seno e cosseno foram concebidas por ele: sen(a+b)= sen a .cos b + sen b .cos a/ sen(a-b)= sen a .cos b - sen b .cos a.

Bhaskara faleceu em Ujjain, na Índia, no ano de 1185. Em 1207, foi criada uma instituição para estudar suas obras.

René Descartes (1596-1650), por seu turno, foi um filósofo, físico e matemático francês. Nasceu no dia 31 de março em La Haye, antiga província de Touraine. Autor da frase "Penso, Logo Existo". É considerado o criador do pensamento cartesiano, sistema filosófico que deu origem à Filosofia Moderna. Sua preocupação era com a ordem e a clareza. Propôs fazer uma filosofia que nunca acreditasse no falso, que fosse fundamentada única e exclusivamente na verdade. Uma nova visão da natureza anulava o significado moral e religioso dos fenômenos naturais. Determinava que a ciência deveria ser prática e não especulativa.

René Descartes estudou no Colégio Jesuíta Royal Henry - Le Grand, que era estabelecido no castelo De La Flèche, doado aos jesuítas pelo rei Henrique IV. Na época o colégio mais prestigiado da França, com o objetivo de treinar as melhores mentes. Descartes, estudou entre 1607 e 1615. Formou-se em Direito pela Universidade de Poitiers.

Dois anos depois, ingressou no exército do príncipe Maurício de Nassau, na Holanda, onde estabelece contato com as descobertas recentes da Matemática. Aos 22 anos, começa a formular sua "geometria analítica" e seu "método de raciocinar corretamente". Rompe com a filosofia aristotélica adotada nas academias e, em 1619, propõe uma ciência unitária e universal, lançando as bases do método científico moderno.

Sua principal obra foi "O Discurso Sobre o Método" (1637), na qual apresenta o seu método de raciocínio, "Penso, logo existo", base de toda a sua filosofia e do futuro racionalismo científico. Nessa obra expõe as quatro regras para se chegar ao conhecimento: nada é verdadeiro até ser reconhecido como tal; os problemas precisam

ser analisados e resolvidos sistematicamente; as considerações devem partir do mais simples para o mais complexo; e o processo deve ser revisto do começo ao fim para que nada importante seja omitido.

Segundo Alves e Machado (2016, p. 9), Descartes criou uma forma de resolução pela geometria para solucionar as resoluções quadráticas com valores positivos. Para designar o grau da equação, tomou então forma geometria de resolução a notação de dimensão, onde assim poderia remeter as respostas da mesma.

Em sua contribuição em equações do 2° grau, René Descartes deu continuidade na passagem da álgebra simbólica, que teve início com o francês François Viète (1540-1603), conhecido como o "Pai da Álgebra", que foi quem introduziu os símbolos na Matemática, substituindo palavras por símbolos. Dessa forma, René Descartes praticamente criou a notação que usamos até hoje.

Descartes introduziu o uso das últimas letras do alfabeto para representar as incógnitas, o sinal “=” para substituir a palavra "igual" e o símbolo x² para substituir a palavra "área". Assim,

A2 área - A5 + 2 é igual a 0 > passou a ser > $2x^2 - 5x + 2 = 0$

Em 1649, vai trabalhar como instrutor da rainha Cristina na Suécia. Com uma saúde frágil, René Descartes morre de pneumonia no dia 11 de fevereiro de 1650.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Assim como vários outros conceitos matemáticos, a resolução da equação do 2º grau é fruto de um vasto estudo de diversos matemáticos, dentre os quais se põe em relevo Sridhara. No entanto, ainda hoje persiste em muitas salas de aula a ideia de que foi Bhaskara que elaborou a fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ conhecida como “fórmula de Bhaskara”.

Porém, como exposto, esta não é na verdade de Bhaskara e sim de Sridhara, que já havia iniciado os estudos a respeito do tema, e que posteriormente foi apenas reproduzido por Bhaskara. Com isso, percebe-se também, a importância da história da matemática em sala de aula.

Deste modo, esperamos que este trabalho sirva como recurso metodológico que sinalize para uma mudança nas aulas de equação do segundo grau, contribuindo para que o aluno tenha uma maior compreensão de como se deu a construção da resolução da equação do segundo grau, além de perceber que esta construção está inserida em um contexto histórico e social.

Esperamos, ainda que a utilização deste recurso metodológico pelo professor contribua para que o aluno perceba que ele também pode ser um personagem ativo na construção do conhecimento matemático, quebrando, destarte, a ideia de que a Matemática é uma área do conhecimento petrificada.

REFERÊNCIAS

ALVES, Eduardo Freitas; MACHADO, Bianca Brenda Lopes Machado. **Uma abordagem histórica da equação do segundo grau**. XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.

CHAQUIAM, Miguel. **História da matemática em sala de aula**: proposta para integração aos conteúdos matemáticos. Série História da Matemática para o ensino, v. 10. São Paulo: Livraria de Física, 2015.

COSTA, Anderson Ferreira. **Obras do matemático árabe Omar khayyam**. Trabalho de Conclusão do Curso Superior de Licenciatura em Matemática. IFSP: São Paulo, 2013.

PEDROSO, Hermes Antônio. **Uma breve história da equação do 2º grau**. Revista eletrônica de matemática. Nº 2. 2010

ROONEY, Anne. **A História da Matemática**. M. Books do Brasil Editora Ltda. São Paulo, 2012.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

TEOREMA DE CARNOT
uma validação com geometria dinâmica

Giancarlo Secci de Souza Pereira [301]
Cristiane Ruiz Gomes [302]

RESUMO

Este trabalho tem por finalidade apresentar um breve histórico de Lazaret Carnot, o teorema de Carnot para triângulos acutângulos e a utilização do Geogebra como instrumento de validação desse teorema. Para isso fizemos uma pesquisa bibliográfica como intuito de conhecer a história de Lazaret Carnot, além de uma revisão literária sobre o uso da Tecnologia da Informação e Comunicação, em especial o uso do Geogebra no ensino da Matemática tendo como resultados a demonstração algébrica do teorema de Carnot e os passos, composto de sete etapas, para a construção dos elementos necessários para a verificação do teorema com o uso do Geogebra.

Palavras-chave: Educação Matemática. História da Matemática. Carnot. Geogebra.

INTRODUÇÃO

As últimas décadas têm sido de grande avanço no desenvolvimento e na produção da Tecnologia Digital da Informação e Comunicação (TDIC). Evoluímos de gigantescos computadores na década de 1940, que faziam apenas operações simples,

[301] Universidade Federal do Pará (UFPA). gufpa@hotmail.com.
[302] Universidade Federal do Pará (UFPA). cris.ruiz.gomes@gmail.com.

para smartphones que processam e realizam tarefas complexas em altíssima velocidade e disseminam, através da internet, os produtos dessas tarefas de maneira quase que instantânea.

No entanto, esse avanço só foi possível devido ao trabalho e empenho de inúmeros cientistas que dedicaram seus esforços na busca de novas tecnologias. É importante ressaltar que essas novas descobertas não são resultados isolados, nasceram de pesquisas que têm como base os relatos históricos de fatos e problemas enfrentados ao longo do tempo. Dentre os fatos e problemas que impulsionaram esse desenvolvimento podemos destacar os de natureza matemática que despontam como elementos motivacionais para o ensino da Matemática.

Segundo Chaquiam (2015, p. 13) “estudos apontam que a história da matemática, combinada com outros recursos didáticos e metodológicos, pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem da matemática”. Além disso,

> Acredita-se que a utilização das TDIC’s integrada à História da Matemática como recurso pedagógico, possibilita ao professor apresentar aos alunos o percurso histórico da formação de um conceito matemático e refletir sobre o seu desenvolvimento nos dias atuais” (BRUGNERA e DYNNIKOV, 2018, p.2).

Nesse sentido, esta comunicação propõe aliar a História da Matemática (HM), através do teorema de Carnot, aos novos recursos computacionais, o que poderá motivar e enriquecer o processo de ensino aprendizagem da Matemática. O trabalho está dividido em seis seções: introdução; breve histórico de Lazare Carnot; tecnologia e história no ensino da matemática; teorema de Carnot; uma visão dinâmica do teorema de Carnot e considerações finais.

BREVE HISTÓRICO DE LAZARET CARNOT

Segundo Eves (2011, p. 463) Lazare Carnot (FIG. 1) é apontado como uma das principais mentes que contribuíram para o desenvolvimento da matemática no século

XVIII, junto a nomes como, a família Bernoulli, De Moivre, Taylor, Euler, Clairaut, d'Alembert, Lambert, Lagrange, Laplace, Legendre e Monge.

Lazare Nicolas Marguerite Carnot, conhecido como o Coordenador de Vitórias ou o Grande Carnot, nasceu em 13 de maio de 1753 na cidade francesa de Nolay. Filho de um advogado, Carnot estudou no Collège d'Autun e posteriormente no pequeno seminário da mesma cidade.

FIGURA 1: LAZARET CARNOT



Fonte: https://www.britannica.com/biography/Lazare-Carnot

"Depois de frequentar a escola preparatória de artilharia e engenharia em Paris de 1769 a 1771, formou-se na escola de engenharia de Mézières, em janeiro de 1773, com o posto de tenente. Em 1780, ele foi admitido em uma sociedade literária e em 1784 tornou-se conhecido por um elogio de Sébastian Le Prestre de Vauban, o engenheiro militar francês, que recebeu um prêmio da Academia Dijon. Em 1787 foi eleito membro da Academia Arras, cujo diretor era Maximilien Robespierre, que seria uma figura de destaque na Revolução" (SOBOUL, 2018, tradução nossa).

Em 1796 em Genebra, escreveu um trabalho semifilosófico sobre a metafísica do cálculo. Suas principais contribuições a geometria foram lançadas em 1803 e 1806 intituladas "*Géométrie de Position"* e *"Essai sur la Théorie des Transversals"*.

FIGURA 2: FRAGMENTO DO TEOREMA DE CARNOT.

Dans tout triangle, la somme des trois perpendiculaires, abaissées du centre du cercle circonscrit sur les côtés, est égale à la somme faite du rayon du cercle inscrit, et du rayon du cercle circonscrit.

Fonte: CARNOT (1803)

A apresentação do teorema de Carnot, bem como sua demonstração estão presentes nas páginas 167 e 168 do livro Geometria de Posição que fora publicado por Carnot em 1803. Este teorema e sua representação dinâmica serão nossos objetos de estudo nesta pesquisa.

TECNOLOGIA E HISTÓRIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

O grande avanço tecnológico ocorrido nas últimas décadas possibilitou a inserção da TDIC nas escolas. Tal inserção é fortalecida no Brasil por documentos oficiais que formam a base legal da Educação no país. Os parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM dão destaque ao avanço tecnológico e enfatizam a possibilidade de uma rápida transformação na educação proveniente da incorporação das novas tecnologias nos sistemas educacionais. "É possível afirmar que, nas próximas décadas, a educação vá se transformar mais rapidamente do que em muitas outras [...] estimulada pela incorporação das novas tecnologias" (BRASIL, 2000, p. 5).

Além disso, segundo o *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM (2000) apud (Saha, 2010, p. 687, tradução nossa), a tecnologia é fundamental no ensino e aprendizagem da matemática, podendo influenciar no ensino e melhorar a aprendizagem dos alunos. A tecnologia também pode ajudar os alunos a fornecerem suas imagens visuais de ideias matemáticas, organização e análise de dados, permitindo cálculos de forma eficiente e precisa.

Em conformidade, Viana e Alvarenga (2009) apud (Braz, 2015, p.3) constataram, segundo estudos, que a retenção de informação por parte dos alunos, em geral, é de cerca de 20% do que ouvem, ou seja, do que é falado pelo professor. Já alunos que veem e ouvem informações, retêm cerca de 40% do que é transmitido. Mas, estudantes que veem, ouvem e que estão altamente envolvidos no processo de aprendizagem, retêm aproximadamente 75% das informações.

Desse modo, é consenso que tanto a TDIC quanto a HM apresentam-se como ferramentas potenciais que pode trazer benefícios significativos ao ensino e a aprendizagem da Matemática, uma possibilitando maior interação entre alunos e

professores e a outra podendo “despertar interesse e apresentar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática” (BRASIL, 2018, p.).

Em relação ao Geogebra, Silva (2014) destaca-o como uma ferramenta que fornece uma visão geral do que está sendo trabalhado em sala de aula, prendendo a atenção do aluno e fazendo com que este fique mais envolvido com os conteúdos abordados e participe ativamente do processo de ensino, conseguindo, dessa forma, aprender o que está sendo proposto pelo professor.

Além do mais, o Geogebra é um software livre multiplataforma que permite estabelecer valorosa conexão entre álgebra e geometria possibilitando clareza em tópicos da matemática que necessitam do auxílio visual para a interpretação de problemas. Sendo o teorema de Carnot um desses tópicos, que necessite de uma representação visual para melhor compreensão, é que escolhemos o Geogebra para o desenvolvimento de nosso trabalho.

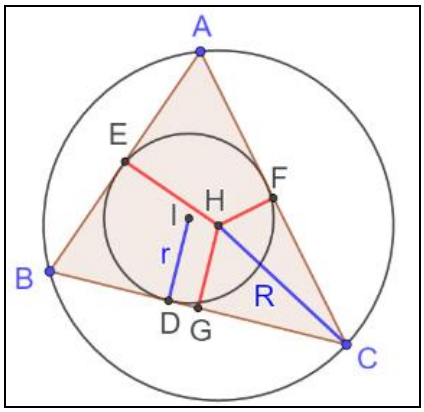
TEOREMA DE CARNOT

Para o desenvolvimento da demonstração algébrica e da verificação dinâmica, proposta neste aprofundamento dos conhecimentos requeridos no ensino médio, espera-se que os alunos tenham alguns conhecimentos prévios em geometria euclidiana plana e trigonometria, tais como: tipos, área, perímetro e pontos notáveis do triângulo, circunferências, perpendicularidade, relações trigonométricas no triângulo retângulo e operações com arcos trigonométricos. É necessário, também, que os alunos estejam familiarizados com a área de trabalho do Geogebra.

Teorema (Carnot): Sejam ABC um triângulo acutângulo, H o centro da circunferência de raio R circunscrita em ABC e a circunferência de centro I e raio r inscrita a ABC. Se HE, HF e HG são as distâncias de H aos lados de ABC, então:

$HE + HF + HG = R + r$.

FIGIGURA 3: REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DO TEOREMA DE CARNOT



Fonte: Elaborada pelo autor.

Demonstração:

Seja ABC um triângulo acutângulo inscrito na circunferência λ de centro H e raio R. A partir de H traçamos os segmentos HE, HF e HG perpendiculares aos lados AB, AC e BC, respectivamente, e os segmentos AH, BH e CH, raios de λ.

Note que, $med(B\hat{H}C) = 2 \cdot med(B\hat{A}C) = med(\hat{A})$. Além disso, HG é altura e bissetriz de BHC, por este ser isósceles, o que implica que $med(B\hat{H}C) = med(\hat{A})$.

Daí, segue que

$$\overline{HG} = R \cdot \cos \hat{A}. \quad (1)$$

De modo análogo, obtemos

$$\overline{HF} = R \cdot \cos \hat{B} \quad \text{e} \quad (2)$$

$$\overline{HE} = R \cdot \cos \hat{C}. \quad (3)$$

A área do triângulo BHC é dada por

$$S_{BHC} = \frac{a \cdot \overline{HG}}{2} = \frac{a \cdot R \cdot \cos \hat{A}}{2}. \quad (4)$$

Analogamente, obtemos

$$S_{AHC} = \frac{b \cdot \overline{HF}}{2} = \frac{b \cdot R \cdot \cos \hat{B}}{2} \quad \text{e} \quad (5)$$

$$S_{AHB} = \frac{c \cdot \overline{HE}}{2} = \frac{c \cdot R \cdot \cos \hat{C}}{2}. \quad (6)$$

Dessa forma, a área S do triângulo ABC é dada por

$$S = \frac{a \cdot R \cdot \cos \hat{A}}{2} + \frac{b \cdot R \cdot \cos \hat{B}}{2} + \frac{c \cdot R \cdot \cos \hat{C}}{2}. \quad (7)$$

De ABC, temos que

$$a = b \cdot \cos \hat{C} + c \cdot \cos \hat{B} \quad (8)$$

$$b = a \cdot \cos \hat{C} + c \cdot \cos \hat{A} \quad (9)$$

$$c = b \cdot \cos \hat{B} + b \cdot \cos \hat{A} \quad (10)$$

Somando (8), (9) e (10) obtemos

$$a + b + c = (b + c) \cdot \cos \hat{A} + (a + c) \cdot \cos \hat{B} + (a + b) \cdot \cos \hat{C}$$
$$= (a + b + c) \cdot \cos \hat{A} + (a + b + c) \cdot \cos \hat{B} + (a + b + c) \cdot \cos \hat{C} -$$
$$-a \cdot \cos \hat{A} - b \cdot \cos \hat{B} - c \cdot \cos \hat{C} = (a + b + c)\left(\cos \hat{A} + \cos \hat{B} + \cos \hat{C}\right) -$$
$$-(a \cdot \cos \hat{A} + b \cdot \cos \hat{B} + c \cdot \cos \hat{C}).$$

Seja $2p$ o perímetro e p o semiperímetro do triângulo ABC. Aplicando (1), (2), (3) e (7) neste último resultado, segue-se que

$$2p = 2p\left(\frac{\overline{HG}}{R} + \frac{\overline{HF}}{R} + \frac{\overline{HE}}{R}\right) - \frac{2S}{R} \Leftrightarrow$$

$$pR = p(\overline{HE} + \overline{HF} + \overline{HG}) - pr \Leftrightarrow$$

$$p(R + r) = p(\overline{HE} + \overline{HF} + \overline{HG}) \Leftrightarrow$$

$$R + r = \overline{HE} + \overline{HF} + \overline{HG}. \quad \blacksquare$$

UMA VISÃO DINÂMICA DO TEOREMA DE CARNOT

Nesta seção apesentamos a verificação do teorema de Carnot para triângulos acutângulos utilizando o software Geogebra. Este procedimento consiste na construção dos elementos necessários para a demonstração do teorema e está estruturada em 6 etapas descritas de (a) a (f). Cada etapa descreve de forma objetiva os procedimentos necessários para a construção da aplicação, que ao final poderá ser manipulada, de maneira animada e lúdica. As etapas são as seguintes:

a) Construir um triângulo ABC qualquer utilizando a ferramenta Polígono  . Clique em um ponto (A) qualquer da área de trabalho do Geogebra, em seguida em outros dois pontos (B e C) distintos e finalize clicando no ponto A.

b) Traçar as mediatrizes e as bissetrizes do triângulo ABC para marcarmos o circuncentro H e o incentro I utilizando as ferramentas: *Mediatriz*  , *Bissetriz*  e *Interseção de Dois Objetos*  .

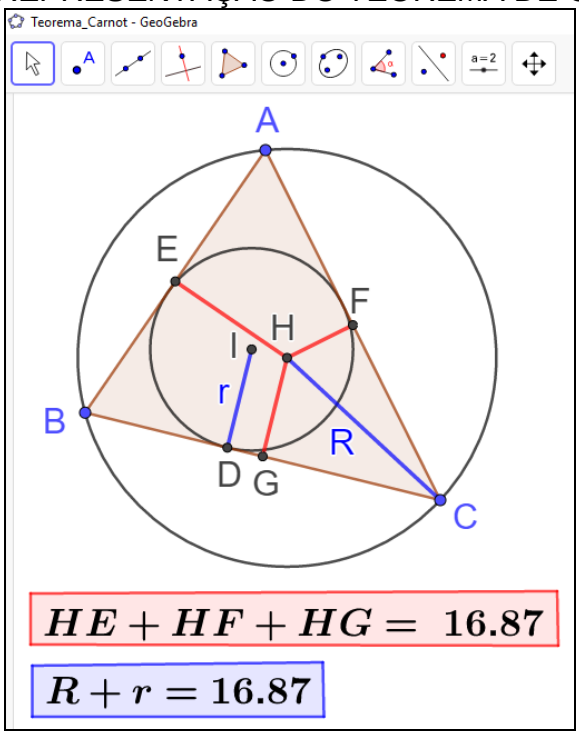
c) Desenhar as circunferências circunscrita (de raio R) e inscrita (de raio r) ao triângulo ABC utilizando a ferramenta *Círculo dados Centro e Um de seus Pontos*  .

d) Traçar os segmentos HE, HF e HG perpendiculares aos lados AB, AC e BC, respectivamente e os raios das circunferências circunscrita e inscrita em ABC utilizando a ferramenta *Segmento*  .

e) Determinar as variáveis w e v para representar as somas $HE + HF + HG$ e $R + r$, respectivamente digitando na caixa de entrada, os comandos "$w = HE + HF + HG$" e "$v = R + r$".

f) Inserção dos textos para comparação e visualização das somas. a ferramenta *Texto*  . Após clicarmos na ferramenta *Texto*, abrirá uma janela com as opções de configuração do texto, clicamos na opção *Avançado,* em seguida, clicamos no ícone do *Geogebra*, depois no rótulo desejado, neste caso o "w" e finalizamos clicando em *OK*. Analogamente, fazemos para a soma $R + r$, porém utilizando a variável "v".

FIGURA 4: REPRESENTAÇÃO DO TEOREMA DE CARNOT



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com a representação geométrica do teorema de Carnot para triângulo acutângulo pronta, escolhemos um dos três pontos do triângulo, A, B ou C, para deformá-lo e, assim, observar que permanecendo ABC acutângulo, as somas representadas na (FIG. 4), permanecerão iguais. Caso o triângulo se torne obtusângulo, as somas apresentarão diferença em seus valores, comprovando, dessa forma, a veracidade do teorema de Carnot para triângulos acutângulos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o constante avanço da tecnologia, que a cada passo se torna cada vez mais dinâmica, é inevitável que os ambientes escolares e principalmente a vida cotidiana de nossos alunos seja bombardeada com novos dispositivos tecnológicos.

Esta comunicação apresentou uma proposta metodológica que relaciona a HM com as TDIC com o objetivo de motivar o aluno através de problemas desafiadores com elegantes soluções, como o teorema de Carnot, e a verificação de sua solução com o uso do Geogebra.

Com isso, espera-se que no cenário atual a aplicação de atividades que propiciem aos alunos conhecer a história de matemáticos que contribuíram para o avanço desta ciência por meio da resolução de problemas clássicos e enfatizam a TDIC como uma poderosa ferramenta de verificação, permitam a ampliação de conhecimentos matemáticos fundamentais na interpretação prática de proposições e teoremas através de representações computacionais proporcionadas por softwares de geometria dinâmica.

REFERÊNCIAS

BRUGNERA, E. D.; DYNNIKOV, C. M. S. S. **Tecnologia e História da Matemática:** uma parceria na construção do conhecimento. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO E TECNOLOGIA, 1., 2018. Anais Ciet:enped. São Carlos, SP. Disponível em: < https://goo.gl/snxopr>. Acesso em: 05 jan. 2018

BRASIL. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: MEC, 2016. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/12/BNCC_19dez2018_site.pdf>. Acesso em: 19.dez.2018.

BRASIL. MEC. SEMT. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acesso em: 30.abr.2016.

BRAZ, R. A. F. S. **Concepções dos alunos no uso do software Geogebra como ferramenta de ensino e aprendizagem da matemática: uma análise do sujeito coletivo**. 13º Congresso de Tecnologia na Educação: educação, tecnologia e a escola do futuro. Recife, Brasil, 2015. Disponível em: < https://goo.gl/58kPL7>. Acesso em: 19.mai.2018.

CARNOT, L. N. M. **Géométrie de Position**. DE L'IMPRIMERIE DE CRAPELET. i ° A PARIS, Chez J. B. M. DUPRAT, Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins, 1803. Disponível em: < https://goo.gl/oLqXYo >. Acesso em 21.mai.2018.

CHAQUIAM, M. **História da matemática em sala de aula**: proposta para integração aos conteúdos matemáticos. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. – (Série história da matemática para o ensino; v.10).

SAHA, R. A.; AYUB, A. F. M.; TARMIZI, R. A. **The Effects of Geogebra on Mathematics Achievement: Enlightening Coordinate Geometry Learning**. Procedia - Social and Behavioral Sciences, v. 8, 2010, Pages 686-693. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042810022007>. Acesso em 23.mai.2018.

SILVA, R. **O uso do GeoGebra como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem da matemática**. Anais do V Encontro Nacional das Licenciaturas. Natal (RN): UFRN, 2014. Disponível em: <http://enalic2014.com.br/anais/anexos/2630.pdf>. Acesso em: 21.mai.2016.

SOBOUL, A. M. **Lazare Carnot**. ENCICLOPAEDIA BRITANNICA, May 10, 2018. Disponível em: < https://www.britannica.com/biography/Lazare-Carnot>. Acesso em 21.mai.2018.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

TEOREMA DO ÂNGULO EXTERNO E A NECESSIDADE DO QUINTO POSTULADO DE EUCLIDES

José Querginaldo Bezerra [303]
Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes [304]
Francisco Neto Lima de Souza [305]

RESUMO

O quinto postulado de Euclides é protagonista de uma das partes mais belas e interessantes da história da matemática. A discussão gerada em torno desse postulado e as tentativas de tentar demonstrá-lo a partir de outros postulados geraram muitos resultados, culminando com a descoberta das geometrias não Euclidianas. O Teorema do Ângulo Externo pode fazer surgir a necessidade do quinto postulado. A proposta que apresentamos neste artigo busca examinar alguns livros clássicos de geometria, fazendo um levantamento histórico procurando verificar a ordem de apresentação desses dois resultados. Euclides, por exemplo, introduz o quinto postulado logo no início de sua obra, mas, só vai utilizá-lo após a apresentação de 26 proposições, todas demonstradas sem a necessidade do mesmo. Barbosa (1985) destaca a demora de Euclides para utilizar o quinto postulado, adota uma postura pedagógica diferente, retardando sua introdução, fazendo-a depois de enunciar e provar 19 proposições. Nossa proposta é um pouco diferente das duas posições, pois percebemos que no meio do caminho, no momento que se faz a demonstração do Teorema do Ângulo Externo percebe-se, não só a necessidade de introduzir tal postulado, como sua equivalência com o fato da soma dos ângulos internos de um triângulo ser 180°.

Palavras-chave: Teorema do Ângulo Externo. Quinto Postulado de Euclides. Ensino de Geometria. Historia da Geometria Euclidiana.

[303] Universidade Federal do Rio Grande do Norte. UFRN querginaldob@gmail.com
[304] Universidade Federal do Rio Grande do Norte. UFRN glucheze@gmail.com
[305] Universidade Federal do Rio Grande do Norte. UFRN netufrn@gmail.com

INTRODUÇÃO

A obra “Os Elementos” é constituída por 13 livros, sendo os quatro primeiros sobre os conteúdos de geometria plana. Do quinto ao décimo, ele aborda razão e proporção e os três últimos abrange a geometria espacial. No primeiro livro são declaradas vinte e três definições, nove noções e cinco postulados. De acordo com John A. Fossa (2002), postulados ”[...] eram as verdades não demonstradas sobre o assunto em tela” no caso de Euclides, os postulados são as verdades sobre a geometria.

Segundo Boyer (1986), “Os Elementos de Euclides não só constituem a mais antiga obra matemática grega importante a chegar até nós, mas o texto mais influente de todos os tempos. Os quatro primeiros postulados são curtos e claro, mas o quinto postulado tem um enunciado longo que lembra uma proposição, talvez esse seja um dos motivos que levou tantos matemáticos a tentarem o demonstrar. Mais conhecido como axioma das paralelas, o quinto postulado é escrito de modo mais simples, como proposto pelo matemático Playfai em 1793: “Por um ponto fora de uma reta passa uma e uma só paralela a ela”. (GARBI, 2006, p.60).

Encontramos em Braz (2009) uma relação de importantes matemáticos que tentaram demonstrá-lo: Nasir Eddin All Tusin (1201 – 1274), John Wallis (1616 – 1703), Girolamo Sacheri (1667 – 1733), Johann Heinrich Lambert (1728 – 1777), Adrien Marie Legendre (1752 – 1833), Louis Bertrand (1731 – 1812) e Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855); também é indicado os primeiros matemáticos que compreenderam que não seria possível demonstrar o quinto postulado de Euclides, e que seria possível, a partir de sua negação, construir geometrias novas e coerentes que foram: Gauss, Wolfgang Boylai (1775 - 1856), Nicolai Ivanovich Lobachevski (1792 – 1856) e 4 (1802 – 1860).

Este postulado é protagonista de uma das partes mais belas e interessantes da história da matemática. A discussão gerada em torno desse postulado e as tentativas de tentar demonstrá-lo a partir dos outros postulados geraram muitos resultados, culminando com a descoberta das geometrias não Euclidianas.

Após uma experiência em ministrar Geometria Euclidiana por muitos anos em cursos de Matemática e a reflexão sobre o ensino desta componente curricular nos

perguntamos: De que forma podemos ensinar geometria euclidiana plana pautada na História da Matemática nos cursos de Matemática com o intuito de formar estudantes com espírito investigativo?

Nosso propósito, nesse artigo, é apresentar uma sequência de resultados que nos leva a perceber a necessidade de postular a existência de uma única reta paralela a uma reta, por um ponto não pertencente à reta considerada. Nosso trabalho está referenciado em alguns dos principais textos de geometria escrito desde os Elementos de Euclides, incluindo o próprio. Além da introdução e conclusão, nosso artigo está constituído por duas seções, na primeira, apresentamos nossa fundamentação teórica baseada no uso da História da Matemática no ensino da Geometria buscando a criatividade e autonomia dos estudantes e destacamos o que encontramos sobre o Teorema do Ângulo Externo (TAE) em alguns livros importantes sobre geometria e na segunda revisitamos o TAE.

O TEOREMA DO ÂNGULO EXTERNO EM ALGUNS LIVROS

Podemos pensar em uma nova reformulação do ensino de Geometria nos cursos de Matemática, baseando-nos na constituição de novas formas de apresentação do quinto postulado de Euclides, fazendo-o surgir na hora em que se faz necessário para a demonstração do Teorema do Ângulo Externo, pois

> [...] a fonte de novas descobertas na matemática esteve postulada, muitas vezes nos problemas e soluções apresentados no passado. Isso nos faz pensar acerca dês diferentes formas de apresentação e demonstração de vários teoremas e postulados matemáticos fornecidos por fontes históricas e que podem levar-nos a novas descobertas. (MENDES, 2001, p. 19)

Nesse sentido, podemos trabalhar com a História da Matemática em sala de aula de várias formas. Uma abordagem que sugerimos é buscar demonstrações alternativas, diferentes daquelas apresentadas nos livros didáticos comumente adotados na disciplina de Geometria Plana. Essa perspectiva pode despertar nos estudantes um comportamento investigativo que contribuirá para o desenvolvimento de sua autonomia.

Euclides (2009), por exemplo, introduz o quinto postulado logo no início de sua obra, mas, só vai utilizá-lo após a apresentação de 26 proposições, todas demonstradas sem a necessidade do mesmo. Barbosa (1985), que destaca a demora de Euclides para utilizar o quinto postulado, adota uma postura pedagógica diferente, retardando sua introdução, fazendo-a depois de enunciar e provar 19 proposições. Outros autores, como Hadamard (2008) e Rezende e Queiroz (2008) introduzem o postulado das paralelas no momento que precisam.

Nossa proposta é um pouco diferente das duas posições, pois percebemos que no meio do caminho, no momento que se faz a demonstração do Teorema do Ângulo Externo percebe-se, não só a necessidade de introduzir tal postulado, como sua equivalência com o fato da soma dos ângulos internos de um triângulo ser 180°. Nesse sentido, estamos de acordo com Viana e Silva que dizem que

> [...] O conhecimento da História da Matemática possibilita perceber que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultam de desafios que os matemáticos enfrentaram e que foram desenvolvidas com grande esforço, quase sempre, numa ordem bem diferente daquela em que são apresentadas após o processo de formalização [...] (VIANA e SILVA, 2007, p.3)

Seguindo as ideias trazidas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de matemática, ao tratar das competências e habilidades do professor de matemática indicam que os licenciados devem: “[...] desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algorítmos.” (BRASIL, 2001, p.4) Para tanto, enxergamos na componente curricular de Geometria uma oportunidade para que essa criatividade e autonomia sejam estimuladas.

Um dos livros mais adotado para o ensino de geometria nos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática no Brasil é Livro Geometria Plana de João Lucas Marques Barbosa (BARBOSA, 1985). Manfredo afirmou no prefácio de Barbosa (1985) que “até a publicação desse livro, não existia em português um texto que pudesse ser dedicado para um estudante iniciar o aprendizado da geometria axiomática.” Cabe ressaltar que na coleção Fundamentos de Matemática Elementar de

Gelson Iezzi e outros o livro Geometria Plana (1993) não tem apresentação axiomática. Nele constatamos que os autores mostram que o ângulo externo é maior que um dos ângulos internos a ele não adjacente deixando, como dito por Barbosa, “a cargo do leitor” a complementação da demonstração considerando o caso do outro angulo.

Na nossa busca por livros clássicos de geometria euclidiana, encontramos os livros de David Hilbert e Aleksei Vasilevich Pogorelov, o primeiro conhecido por seus grandes feitos em Matemática e o segundo citado por Barbosa (1985) em sua introdução.

É importante registrar que em 1898-99 o matemático David Hilbert apresentou outro método axiomático, rearranjando os fundamentos da Geometria Euclidiana. Com isso vários objetos geométricos passaram a ser considerados como entes primitivos e indefinidos. Em uma entrevista para a revista Globo Ciência Irineu Bicudo foi perguntado se “Existiu algum tipo de evolução nos estudos da geometria euclidiana?” e sua resposta foi:

> O topo da precisão lógica da geometria euclidiana é exibido no trabalho do matemático alemão David Hilbert, chamado "Fundamentos da Geometria", publicado em 1897. Por mais de dois mil anos, a geometria de Euclides foi tida como precisão lógica. Alguns matemáticos definiram que havia algumas falhas no pensamento de Euclides e procuraram corrigi-las. Nesse caso, o trabalho do alemão David conseguiu dar a precisão lógica do ponto de vista moderno à geometria euclidiana. (GLOBO CIÊNCIA, 2011).

David Hilbert (23 de janeiro de 1862 - 14 de fevereiro de 1943). Considerado um gigante matemático russo dominou a matemática em desenvolvimento no mundo em sua época. Ele doutorou-se em 1885 para uma tese sobre teoria invariante, sob a supervisão de Carl Lindemann. Hilbert ensinou em Konigsberg até 1895, quando foi nomeado para a cadeira de matemática na Universidade de Gottingen, onde ele permaneceu pelo resto de sua vida. As conquistas Matemáticas de Hilbert são muitas, o que lhe garante uma posição eminente no mundo matemático.

Aleksei Vasilevich Pogorelov, nascido em 3 de março de 1919 em Korocha na Russia, seus talentos matemáticos ficaram claros desde muito cedo, aos 13 anos de idade, ele já era sucedido nas competições da Olimpíada de Matemática. Neste período, ele recebeu o apelido de "Pascal" por seus colegas, uma indicação clara de

respeito por seus talentos. Pogorelov se interessou por geometria após a concessão de seu diploma de candidato pela Universidade Estadual de Moscou. Em 1947 ele foi nomeado para o Departamento de Geometria do Instituto de Matemática da Universidade Estadual de Kharkov. Ele foi chefe do Departamento de Geometria do Instituto de Matemática da Academia de Ciências da Ucrânia em 1959-60 e, de 1960 até 2000, chefiou o Departamento de Geometria do Instituto B. Verkin de Física de Baixa Temperatura e Engenharia da Academia Ucraniana de Ciências.

Ambos os autores russos, David Hilbert e Aleksei Vasilevich Pogorelov, em seus livros Fundamentos de Geometria e Geometría Elemental, respectivamente, também não trouxeram a demonstração completa para o Teorema do Ângulo Externo, apresentando apenas a demonstração para um dos ângulos internos não adjacentes. Assim, na próxima seção apresentamos uma demonstração completa para o TAE, onde se “percebe” a questão da unicidade postulada no V postulado de Euclides e sua equivalência com a soma dos ângulos internos de um triângulo.

REVISITANDO O TEOREMA DO ÂNGULO EXTERNO

Iniciamos nossa proposta admitindo que o leitor deste artigo conhece as noções básicas da geometria plana e partimos do conceito de congruência de triângulo. Todo triângulo possui três ângulos externos e cada ângulo externo possui dois ângulos internos não adjacentes. Em geral, a demonstração de proposições que envolvem os ângulos internos não adjacentes, apresenta apenas uma situação, fixando um dos ângulos e deixando o outro deixando sem demonstração, informando ao leitor, apenas, que para os outros casos a demonstração é análoga.

Na demonstração do Teorema do Ângulo Externo, alguns autores apresentam um enunciado diferente, Caminha e Gelson Iezzi enunciam: O ângulo externo é a soma dos dois ângulos internos não adjacentes. Mas isso já é uma consequência da soma dos ângulos internos de um triângulo ser 180°. Para demonstrar o resultado do Teorema do Ângulo Externo eles já demonstraram esse resultado. Ficando, assim, trivial mostrar o TAE.

O outro enunciado que julgamos ser mais elegante, que Euclides (2009), Barbosa (1985) e Rezende e Queiroz(2008) apresentam, é aquele que diz que qualquer ângulo externo é maior que cada um dos ângulos internos não adjacentes. Na prova dessa versão temos dois ângulos internos adjacentes. Todos os textos dos autores consultados fazem a prova para um dos ângulos e anunciam que para o outro o trabalho é análogo, o que de fato é. Entretanto, nesse caso da analogia ocorre o seguinte: duas retas cortadas por uma transversal com ângulos alternos internos iguais as retas são paralelas. O prolongamento pode ser para qualquer lado, mas, neste caso, aparece um fato interessante nessa figura: Teoricamente, trata-se de outra reta, mas pela mesma razão que a reta é paralela a esta, a outra também é paralela a esta.

Afirmamos que é nesse momento que se percebe a necessidade de postular o V Postulado na ordem de apresentação do livro 1 de Euclides 2009). Isso sendo verdade, se você postular esse resultado uma consequência imediata é que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°, portanto um corolário do TAE. Reciprocamente se você soubesse que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180 graus, você concluiria que as retas são coincidentes.

Precisaremos enunciar:

Definição 1 - Dizemos que dois triângulos são congruentes quando existe uma correspondência biunívoca entre seus vértices de modo que lados e ângulos correspondentes sejam congruentes.

Para evitar a verificação de tantas hipóteses introduzimos um axioma e uma proposição, como se faz na maioria dos textos de Geometria Euclidiana, reduzindo de seis para três, as condições para a congruência de dois triângulos:

Axioma 1 - *Se ABC e DEF são dois triângulos com AB = DE, ^B = Ê e BC = EF, então esses triângulos são congruentes.*

Proposição 1 - *Se ABC e DEF são dois triângulos, então se qualquer das condições abaixo ocorrer eles são congruentes.*

1.1 - *AB = DE*; Â = ^D e ^B = Ê

1.2 - *AB = DE, BC = EF e AC = DF*.

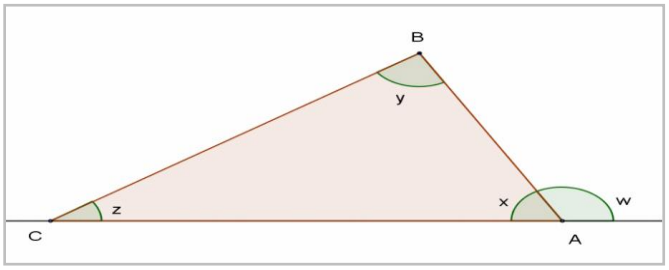
A proposição 1 é fácil de se provar, mas, não o faremos nesse texto, remetendo nosso leitor a qualquer livro didático de geometria plana. Os casos de

congruência apresentados no axioma e na proposição 1 são conhecidos por LAL, ALA e LLL, respectivamente.

A primeira consequência importante da congruência de triângulos é o Teorema do Ângulo Externo - TAE, que enunciamos a seguir como proposição 2.

Antes, porém, observe a figura 1:

FIGURA 1: ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS DE UM TRIÂNGULO



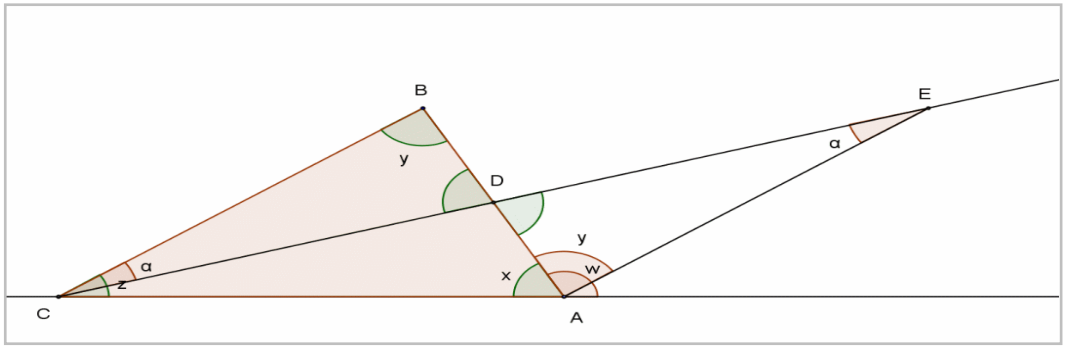
Fonte: Elaborado pelos autores

No triângulo ABC da figura 1 os ângulos x, y e z são chamados ângulos internos, e o ângulo w é denominado ângulo externo. O ângulo x é adjacente ao ângulo w, enquanto y e z são não adjacentes ao ângulo w.

Proposição 2 - *Dado um triângulo, qualquer ângulo externo tem medida maior que as medidas dos ângulos internos não adjacentes.*

A demonstração desse resultado consiste na observação cuidadosa da figura 2, a seguir, onde o ponto D é ponto médio do segmento AB e o ponto E, sobre a semi-reta S_{CD}, é tal que CD = DE.

FIGURA 2: ÂNGULOS CONGRUENTES



Fonte: Elaborado pelos autores

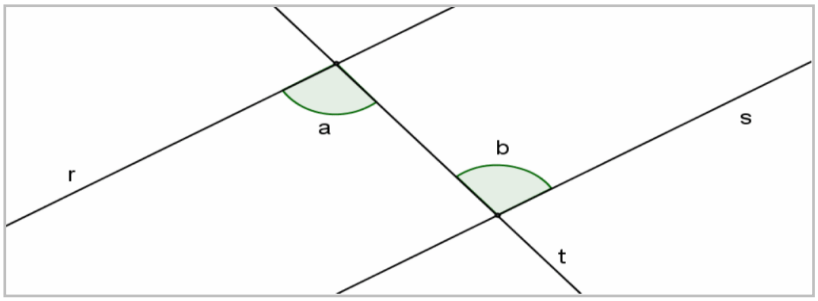
Os triângulos BCD e AED são congruentes, pelo caso LAL, já que temos dois pares de lados congruentes (BD = AD e CD = ED) e os ângulos formados por esses lados (opostos pelo vértice) também congruentes. Assim, nesses dois triângulos, os respectivos ângulos são congruentes, conforme destaque na figura.

Como a semi-reta S_{AE} divide o ângulo w, segue que ^B = y < w. Um procedimento semelhante, tomando o ponto D como ponto médio de AC, nos levaria a conclusão que ^C = z < w.

Portanto, o ângulo externo w é maior que os ângulos internos não adjacentes.

Provaremos, agora, que as retas determinadas por CB e AE, na figura 2, são paralelas. Para isso, vamos mostrar uma figura 3, extraída da figura 2, mas, apenas com os elementos que nos interessam.

FIGURA 3: ÂNGULOS ALTERNOS INTERNOS

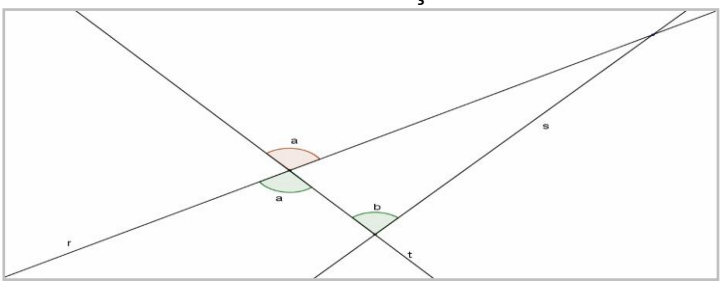


Fonte: Elaborado pelos autores

Proposição 3 – *Sejam r e s duas retas cortadas por uma transversal t, formando ângulos a e b, conforme mostra a figura 3 acima. Se os ângulos a e b forem congruentes, as retas r e s são paralelas.*

Para demonstrar essa proposição, suponhamos que r e s se intersectem, como mostra a figura 4. Nesse caso forma-se um triângulo onde a é ângulo externo e b é ângulo interno não adjacente. Logo, pelo TAE, a > b. Isso contraria a hipótese de que a = b. *Portanto, as retas r e s não se intersectam, ou seja, são paralelas!*

FIGURA 4: INTERSEÇÃO DAS RETAS

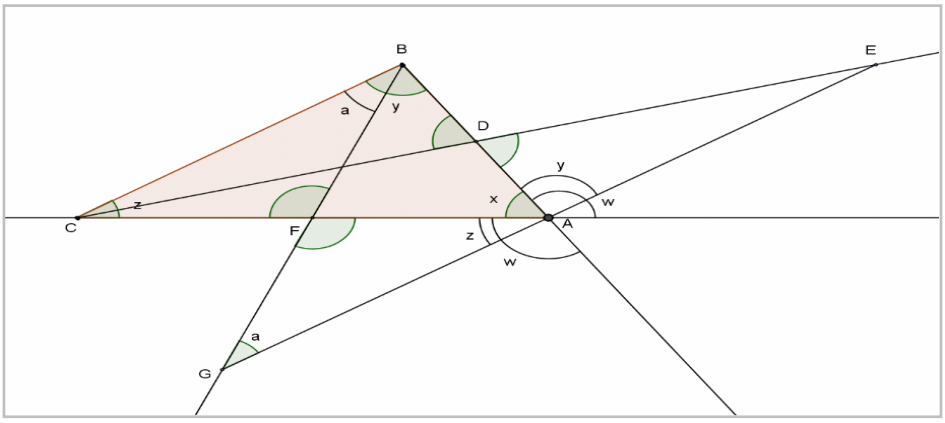


Fonte: Elaborado pelos autores

Como consequência da proposição 3, temos que CB é paralela a AE, na figura 2.

A figura 5 a seguir é uma complementação da figura 2, onde acrescentamos a semi-reta S_{BF}, onde F é ponto médio de AC e G é tal que BF = FG. Então, CFB = AFG e, pela proposição 3, CB é paralela a AG.

FIGURA 5: RETAS PARALELAS



Fonte: Elaborado pelos autores

Estamos agora, numa situação interessantíssima: as retas determinadas por AE e AG são paralelas à reta determinada por CB!

Essa situação nos leva a duas outras:

1. Se admitirmos que essas duas retas coincidem, segue que x + y + z = 180°.
2. Se assumirmos que x + y + z = 180°, então as restas coincidem.

Admitir que as retas coincidem equivale a dizer que por um ponto fora de uma reta passa uma única reta paralela à reta dada.

Por outro lado, assumir que x + y + z = 180° corresponde a afirmar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.

Nenhuma das situações é óbvia, como ficou comprovado posteriormente com a descoberta das geometrias não Euclidianas. Na geometria esférica, por exemplo, prova-se que $x + y + z > 180°$.

Não sabemos o que levou Euclides a optar pela primeira situação, mas, acho que tomou a decisão correta, para sua época. Experimentalmente dava para desconfiar que $x + y + z = 180°$, mas, argumentações empíricas não agradavam aos gregos.

Hoje, no entanto, quando iniciamos um curso de geometria para alunos de licenciatura em matemática, praticamente todos sabem que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°. Percebemos isso quando observamos eles usando esse fato bem antes de ser demonstrado. Esse fato também pode ser "constatado", experimentalmente, pedindo para os alunos medirem com o transferidor, os ângulos internos dos triângulos ou mesmo com softwares como o GeoGebra, mundialmente conhecido e utilizado nas escolas. Há, ainda, experiências com material concreto que "demonstram" este fato.

Portanto, sugerimos a exploração completa da demonstração do Teorema do Ângulo Externo, introduzindo neste momento o V Postulado de Euclides e o fato que *a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.*

CONCLUSÃO

Nossa ideia inicial foi verificar se em livros clássicos de Geometria os autores apresentavam a segunda parte da demonstração do TAE e também a ordem e reunião dos resultados. Constatamos que todos os livros consultados fazem a primeira parte e anunciam que a segunda é análoga. O principal livro de Geometria Plana adotado nos cursos de Licenciatura em Matemática nas universidades brasileiras é Barbosa (1985) e este autor apresenta o TAE, sem a demonstração completa, deixando de explorar a beleza dos resultados que ali afloram. Nossa sugestão é fazer a prova completa e explorar todos os resultados subjacentes.

Para responder nossa pergunta inicial: De que forma podemos ensinar geometria euclidiana plana pautada na História da Matemática nos cursos de

Matemática com o intuito de formar estudantes com espírito investigativo? Indicamos a nossa proposta que visa ensinar tópicos de Geometria por investigação em livros clássicos, despertando no estudante a curiosidade e o espírito investigativo que fará florescer sua autonomia, levando em consideração livros clássicos como os de Hilbert (1950) e Pogorélov (1974), por exemplo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Geometria Plana, Rio de Janeiro: SBM, 1995.

BRASIL. Parecer nº 1.302, **Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura.** Brasília: CNE / CES, 2001.

BRAZ, F. M. **História da Geometria Hiperbólica**. Geometria Hiperbólica, Belo Horizonte: UFMG, 2009.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

CAMINHA A. **Geometria**. Rio de Janeiro: Editora SBM, 2013.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Tradução e introdução: Irineu Bicudo. São Paulo: Ed. UNESP, 2009.

FOSSA, John A. **Ensaios sobre a educação matemática.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011 p.139-148 .O que há de errado com o Quinto Postulado de Euclides?

GARBI, Gilberto G. **A Rainha das Ciências**: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. 2.ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007. 468 p.

GLOBO CIÊNCIA. Disponível em: http://redeglobo.globo.com/globociencia/noticia /2011/12/historia-da-geometria-euclidiana-do-antigo-egito-salas-de-aula.html. Acesso: nov. 2018.

HADAMARD, J. **Lessons in Geometry**, Vol. 1: Plane Geometry. USA: American Mathematical Society, 2008.

HILBERT, D. **Foundations of Geometry**. Illinois: THE OPEN COURT PUBLISHING COMPANY, 1950.

IEZZI, G. e outros,Vol. 9: **Geometria Plana**. Editora ATUAL, São Paulo, 1993.

MENDES, I. A. **O uso da História no ensino de Matemática**: reflexões teóricas e experiências. Série Educação 1. Belém: EUEPA, 2001.

POGORÉLOVE A.V.; **Geometría Elemental**. Tradução do russo para o espanhol por Carlos Veja. Moscow: Editora Mir Moscow, 1974.

REZENDE E. Q. F., QUEIROZ M. L. B.. **Geometria Euclidiana Plana e construções geométricas**. 2.ed. Editora da UNICAMP, Campinas, 2008.

VIANA, M. C. V.; SILVA, C. M. **Concepções de Professores de Matemática sobre a utilização da História da Matemática no processo de Ensino-Aprendizagem**. In: ENCONTRO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2007. Belo Horizonte:. Pôsteres... Belo Horizonte, 2007.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

THEODORO AUGUSTO RAMOS E A INTRODUÇÃO DO CÁLCULO VETORIAL NO BRASIL

Sabrina Helena Bonfim [306]

RESUMO

Esta investigação constitui um recorte da pesquisa de pós-doutoramento que busca investigar a introdução da disciplina de Cálculo Vetorial no Brasil, bem como seus desdobramentos. Busca dar continuidade a alguns apontamentos feitos durante o doutoramento da autora, dentre eles da inserção da disciplina de Cálculo Vetorial no Brasil, tema da discussão inicial aqui proposta. Durante a realização da pesquisa de doutorado e coleta dos trabalhos (artigos e obras científicos) identificados como produzidos por Theodoro Augusto Ramos (1895-1935), foi encontrado um trabalho dedicado à temática de Cálculo Vetorial (Calculo vectorial, 1927) tanto em português (Calculo Vectorial. São Paulo: Editora do Autor, 1927) quanto uma publicação em francês (Leçons sur le calcul vectoriel. Paris: Blachard, 1930) por uma conceituada livraria francesa. Sabe-se que este texto em português é tido como um dos primeiros trabalhos sobre o assunto no país e investigamos a hipótese de que seja o primeiro, pois após este surgiram outros em diversas partes, representando grande inovação na área de Matemática. Theodoro havia sido professor da disciplina de Cálculo Vetorial. Em uma entrevista publicada em 1937 e organizada por Fernando de Azevedo intitulada *A Educação Publica em S. Paulo. Problemas e discussões. Inquérito para O Estado de S. Paulo em 192*6, o professor Theodoro faz uma explicação acerca da nova disciplina explicando ser "[...] é a primeira vez, no Brasil, que em uma escola superior, se leciona o Cálculo Vetorial e a Nomografia, disciplinas cujo estudo se faz correntemente nos países europeus" (RAMOS, 1926, p. 405). Fato este que aponta também a primeira aparição da disciplina de Cálculo Vetorial em cursos de graduação no Brasil, neste caso, na Escola Politécnica de São Paulo. Por assim ser, este trabalho traz como objetivos promover uma apresentação e discussão inicial desta temática. A metodologia adotada se reporta a História da Matemática, em particular, História da Matemática no Brasil.

Palavras-chave: Theodoro Augusto Ramos. Cálculo Vetorial. História da Matemática no Brasil.

[306] Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). sabrina_helenabonfim@yahoo.com.br

INTRODUÇÃO

Sabe-se que o Brasil durante o período colonial possuiu uma cultura basicamente transplantada da Europa cujo desenvolvimento das ciências e principalmente da Matemática não acompanhou o movimento visto no velho continente e em países desenvolvidos da América do Norte como Estados Unidos, por exemplo. O século XVIII foi marcado como um momento onde prevaleceram lideranças de proprietários de terras ou fazendas e seus escravos. Com a mineração e o comércio sendo privilégio de poucos resultando a constituição, em meados deste século, de uma nova classe social: uma pequena burguesia. Esta, por sua vez, viria a ser a futura burguesia brasileira que enviaria seus filhos para estudarem na Europa, em particular na Universidade de Coimbra, em Portugal.

Quanto ao "ensino secundário no Brasil colônia, império e nos primeiros anos do período republicano foi deficiente, desorganizado e de baixa qualidade". (Pereira da Silva, 2003, p.54). Do final do século XIX destacam-se movimentos como a queda do Império, a abolição da escravatura (1888), a implantação do governo republicano (1889), o surgimento da Escola Politécnica do Rio de Janeiro (1874), que no momento era a capital do país, a Escola Politécnica de São Paulo (1893), dentre outros. Foi a partir de 1979 que a mulher no Brasil passou a ter o direito de frequentar escolas de nível superior, por exemplo.

Com o surgimento das escolas politécnicas, com ensino agora voltado a população civil, nota-se que da segunda metade do século XIX e principalmente as duas primeiras décadas do século XX, "predominou no meio intelectual brasileiro, a partir das escolas superiores, a ideologia positivista de Augusto Comte, com preceitos que balizaram a filosofia, a política e a ciência no Brasil." (Pereira da Silva, 2003, p.57).

Este foi o cenário sócio histórico em que se formou a elite intelectual brasileira, principalmente no eixo Rio de Janeiro – São Paulo no final do século XIX. É no final deste século que se inicia a luta contra o positivismo no pais, sendo encabeçada por Otto de Alencar e levada à frente no início do século seguinte por engenheiros, biólogos, matemáticos, dentre outros homens da ciência na época. A saber: Manuel Amoroso Costa, Theodoro Augusto Ramos, Lélio Gama, Oswaldo Cruz, Carlos Chagas, dentre outros.

Fatos como a fundação no Rio de Janeiro em 1916 da Sociedade Brasileira de Ciências (SBC), atual Academia Brasileira de Ciências, possibilitaram, por exemplo que o Brasil participasse pela primeira vez, “do Congresso Internacional de Matemáticos, o V Congresso, realizado em 1912, em Cambridge, na Inglaterra. Representou o Brasil o professor Eugênio de Barros Raja Gabaglia, docente da Escola Politécnica do Rio de Janeiro”. (Pereira da Silva, 2003, p.60)

A movimentação intelectual brasileira desta época culminou na necessidade da criação das Faculdades de Ciências e Letras, por exemplo a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo fundada em 1934 juntamente com a Universidade de São Paulo, englobando as tracionais Faculdade de Medicina e de Cirurgia do Estado de São Paulo, Faculdade de Direito de São Paulo e a Escola Politécnica de São Paulo, até então existentes. Também foram criadas universidades em outras partes do país como Rio de Janeiro e Paraná, por exemplo. De acordo com Silva:

> Dessa forma, nosso país não conseguiu passar do século XIX para o século XX com alguma tradição na área científica, nem mesmo com um sistema educacional universitário bem constituído e consolidado no qual houvesse a preocupação e a determinação de formarem recursos humanos qualificados, isto é, professores e pesquisadores científicos. [...] Só a partir de 1916, com a fundação da Sociedade Brasileira de Ciências, passou a emergir no eixo Rio de Janeiro-São Paulo, um segmento socialmente importante, que percebeu na atividade científica continuada um digno objetivo a ser perseguido. Relembramos que a primeira universidade fundada no Brasil como uma faculdade de ciências que associava o ensino cientifico à pesquisa básica foi a USP, em 1934. (SILVA, 2003, p. 78-79).

No início do século XX, a Escola Politécnica do Rio de Janeiro, juntamente com a de São Paulo iniciaram o que podemos chamar de princípios da pesquisa em Matemática. A transferência de Theodoro Augusto Ramos em 1918, após sua defesa de doutorado realizada na Escola Politécnica do Rio de Janeiro para a Escola Politécnica de São Paulo é relatada por historiadores como um acontecimento que imprimiu modernidade a Matemática até então ali praticada.

É sob este cenário histórico que se incide o tema abordado neste trabalho. Neste sentido, permeando pelos caminhos da História, da História da Matemática e, em particular, pela História da Matemática no Brasil, o presente trabalho propõe uma

investigação histórico-matemática inicial acerca da inserção da disciplina de Cálculo Vetorial no Brasil, especificamente na Escola Politécnica de São Paulo realizada, na época (início do século XX), pela primeira vez no país, tendo como amplo divulgador o engenheiro-matemático Theodoro Augusto Ramos.

Sabe-se que Theodoro além de professor, foi um incentivador da implantação desta disciplina, tida até então como moderna no país (pois até o momento era ensinada apenas nos países europeus). A esta personagem também é atribuída um dos primeiros trabalhos acerca da temática.

Theodoro Augusto Ramos – uma pequena biografia.

Filho de Augusto Ferreira Ramos (Santo Antônio de Pádua, RJ, 22/08/1860 – Rio de Janeiro, RJ, 28/07/1939) e Elisa Peckolt (São Paulo, SP, 1865 – Rio de Janeiro, RJ, 1935), o menino Theodoro Augusto Ramos nasceu no dia 26 junho de 1895 na cidade de São Paulo, onde realizou seu estudo primário e secundário[307]. Cidade esta que viria acolhê-lo, posteriormente ao seu doutoramento.

Mudou-se para o Rio de Janeiro, e segundo CASTRO (1999, p.59), "(...) fez o exame de natureza[308], em 1911, no 'Gymnasio Petropolis' (Estado do Rio) e ingressou, em 1912, na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, onde terminou o curso de engenharia civil, no ano letivo de 1916", atual Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Embora Theodoro tenha se graduado em Engenharia Civil, seu interesse foi pelas Ciências Matemáticas, até então, estudadas somente nas Escolas de Engenharia, onde um ano depois, doutorou-se em Ciências Físicas e Matemáticas (1918309) apresentando a tese *Sobre as Funcções de Variaveis*

[307] Durante a realização da pesquisa não foi possível precisar o colégio.
[308] *Exame de natureza* era o nome dado ao exame que permitia o ingresso a graduação na Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Era realizado, dentre outros locais, no Ginásio Petrópolis também na cidade do Rio de Janeiro.
[309] Na pesquisa utilizou-se da publicação feita pela Seção de Obras do Estado de São Paulo e também datada do ano de 1918. O exemplar consultado encontra-se nos arquivos da biblioteca da Escola Politécnica da USP.

Reaes[310]*.* Foi também nesta época que Theodoro conheceu e passou a ser colega de Lélio Gama e ambos discípulos de Amoroso Costa.

Logo após seu doutoramento, Theodoro conseguiu uma posição acadêmica na Escola Politécnica de São Paulo. Nesta escola, lecionou a disciplina de Mecânica Racional e foi professor catedrático da cadeira de Vetores, Geometria Analítica, Geometria Projetiva e Aplicação à Nomografia. Ingressou como professor substituto no ano de 1919 com a apresentação do trabalho, *Questões sobre as Curvas Reversas*. Segundo D'Ambrosio:

> Em 1919, Theodoro Ramos transferiu-se para a Escola Politécnica de São Paulo, fato que teria fundamental importância no desenvolvimento da matemática em São Paulo e no Brasil. Introduziu temas novos nos currículos e deu início a um curso de Cálculo Vetorial. Deve-se destacar que na década de 20 começaram a surgir, em outros estados brasileiros, vários livros de Cálculo Vetorial, representando uma grande inovação, certamente influenciada por Otto de Alencar e Manuel Amoroso Costa, na Escola de Engenharia do Rio de Janeiro (D'AMBROSIO, 2011, p. 69).
>]

Casou-se em 10 de dezembro de 1921, na Paróquia de Nossa Senhora de Copacabana, com Luiza Galvão e tiveram três filhos, hoje todos falecidos: Maria Conceição Ramos, Luiza Maria Ramos e Octavio Galvão Ramos, conforme exposto em AMARAL (1995). Theodoro não teve irmãos. Destaco que estes dados são recentes e, até então desconhecidos da comunidade de historiadores da Matemática[311].

Ainda de acordo com os arquivos consultados, neste ano, além da docência Theodoro iniciou suas atividades administrativas no Estado. Foi membro da Academia Brasileira de Ciências, na qual tomou posse em 29 de novembro de 1918 e, a convite de seu presidente, fez uma conferência, em 1929, sobre Joaquim Gomes de Sousa. Pelos arquivos pesquisados há dados de que o mesmo deixa a Secretaria de Estado da Educação e da Saúde Pública em 22 de julho de 1931, possivelmente, acredita-se que neste período compreendido de 10 de março de 1930 a 22 de julho de 1931,

[310] Na pesquisa utilizou-se da publicação feita pela Seção de Obras do Estado de São Paulo e também datada do ano de 1918. O exemplar consultado encontra-se nos arquivos da biblioteca da Escola Politécnica da USP.

[311] Este texto atualiza o artigo da mesma autora intitulado: Theodoro Augusto Ramos (1895-1935): uma biografia, publicado pela Revista Brasileira de História da Matemática, v.14, p. 59-, 2015.

Theodoro esteve se dedicando às atividades desta Secretaria, além de ter sido professor visitante em Paris. De acordo com D'Ambrosio:

> Como professor-visitante em Paris, 1930, Theodoro Ramos ministrou um curso sobre Vetores, que foi publicado pela prestigiosa Librairie Scientifique Albert Blachard, com o título *Leçons sur Le Calcul Vectoriel.* No "Avant-Propos" Theodoro Ramos diz: *L'utilité de l'usage dês "vecteurs" dans l'étude dês questions les plus variées de Géométrie, de Mécanique, de Physique est désormais hors de discussion, et nombreuses sont les écoles techniques supérieures qui maintiennent régulièrement des cours sur Le Calcul Vectoriel. A l'École Polytechnique de São Paulo (Brésil), em dehors de l'enseignement de la chaire de Théorie dês Vecteurs, fondée em janvier de 1926, des cours libres ont été organisés pour l'instruction des ingénieurs qui voudrait pousuivrie des études de Physique théorique. Le petit ouvrage que nous présentos au public contient à peu près la matière d'um cours libre de Calcul Vectoriel professé pendant le second semestre de 1929, et qui a été oriente surtout vers les éléments de l'analyse vectorielle et vers les théories préparatories à l'étude du Calcul Tensoriel (T. A. Ramos)* (D'AMBROSIO, 2011, p.70).

Theodoro Augusto Ramos ainda desempenhou na década de 30, alguns cargos administrativos no âmbito estadual e federal, fazendo parte do Conselho Nacional de Educação, Diretor Geral da Diretoria Nacional de Educação. Além da função de prefeito[312] da cidade de São Paulo no curto período que se estende de 29 de dezembro de 1932 a 1 de abril de 1933.

Observa-se que no Brasil, no início do século XX, Otto de Alencar, Amoroso Costa, Lélio Gama e Theodoro Augusto Ramos eram matemáticos excepcionalmente conhecidos e contribuintes para o grande passo no desenvolvimento da Matemática no país. Nesse cenário, comemorávamos o centenário da independência, com uma exposição intitulada *Exposição Internacional do Centenário da Independência* e realizada no Rio de Janeiro de 7 de setembro de 1922 a 23 de março de 1923. Esta na época projetou o Brasil mundialmente e ainda hoje é considerada como sendo uma das maiores exposições internacionais realizadas no país. Estes fatos, aliados ao contato de matemáticos brasileiros com os trabalhos do matemático francês Émile Borel, dentre outros, possibilitaram o fortalecimento do vínculo entre os dois países e

[312] Dados corroborados pelos jornais da época e que se encontram no Arquivo Público do Estado de São Paulo, cidade de São Paulo.

consequentemente a oportunidade de uma visita de Theodoro Augusto Ramos às terras estrangeiras.

No ano de 1934, Theodoro publica um artigo de destaque nos *Annaes da Academia Brasileira de Sciencias*. Intitulado:

> "Integraes definidas das funcções discontinuas", é uma memoria de Theodoro Ramos que bem se approxima, pela originalidade e profundeza, da sua These de doutorado. Aliás, a sua primeira parte é um estudo sobre "funcções contínuas e quasi-continuas", que completa e generaliza o que a respeito se acha esboçado na These de doutorado. De Borel recebeu essa memoria a melhor attenção e louvor (FREIRE, 1936).

Um dos grandes feitos atribuídos a Theodoro Augusto Ramos em sua breve vida e lembrado por profissionais de diversas áreas os quais trabalham com a pesquisa em História e em História da Matemática, foi sua incumbência de contratação, na Europa, dos professores que viriam a compor o quadro docente da futura Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP (FFCL).

Associa-se o desgosto provocado pela morte da sua mãe em 13 de junho de 1935 associado à sua saúde como uma das causas para sua morte precoce, pouco tempo depois. Theodoro faleceu em 5 de dezembro de 1935 na cidade do Rio de Janeiro – ataque cardíaco – mal súbito genético da família. O médico já havia informado a esposa sobre a possibilidade de uma morte de repente. Foi também a mesma causa de morte da sua filha mais velha: Maria Conceição Ramos.

Theodoro escreveu vários artigos científicos, obras e textos em homenagens a outros matemáticos durante seu curto período de vida. Trabalhos estes que versavam sobre Matemática e Física, dentre outros. Neste trabalho nos deteremos, especificamente, a sua contribuição para inserção da disciplina de Cálculo Vetorial no país.

A inserção da disciplina de Cálculo Vetorial no Brasil:

Durante a realização da pesquisa de doutorado e coleta dos trabalhos identificados como produzidos por Theodoro (artigos e obras científicos), foi encontrado

um trabalho dedicado à temática de Cálculo Vetorial tanto em português (Calculo Vectorial. São Paulo: Editora do Autor, 1927) quanto uma publicação em francês (Leçons sur le calcul vectoriel. Paris: Blachard, 1930) por uma conceituada livraria francesa. O texto em português é tido como um dos primeiros trabalhos sobre o assunto no país e investigaremos a hipótese de que seja o primeiro, pois após este surgiram outros em diversas partes, representando grande inovação na área de Matemática. Theodoro havia sido professor da disciplina de Cálculo Vetorial. De acordo com Silva (2003):

> Ao ministrar disciplinas do curso básico da Escola Politécnica de São Paulo, Theodoro Ramos introduziu a parte conceitual da teoria nos tópicos abordados (fato não-usual no ensino da Matemática superior no Brasil da época). Além disso, passou também a esclarecer seus alunos a respeito do estado estacionário em que se encontrava o ensino e desenvolvimento da Matemática no país, informando-lhes que estavam sendo omitidos importantes conceitos e definições basilares da Matemática, sem o que a construção do belo edifício (o ensino e desenvolvimento da Matemática superior no país) não passaria do primeiro piso (SILVA, 2003, p. 124).

Em uma entrevista publicada em 1937 e organizada por Fernando de Azevedo intitulada *A Educação Publica em S. Paulo. Problemas e discussões. Inquérito para O Estado de S. Paulo em 192*6, o professor Theodoro faz uma explicação acerca da nova disciplina:

> Questão3: Podia apresentar-nos os principais erros desta última reforma federal (decreto 17.782-A, de 13 de janeiro de 1925), relativamente ao ensino secundário e a organização dos cursos profissionais superiores (médico, jurídico, politécnico, etc.), na especialidade de que tem maior conhecimento?
> R3: Relativamente ao ensino secundário, penso que as reformas federais ultimamente decretadas deveriam ter cogitado mais dos métodos de instrução e de educação do que propriamente da distribuição e do conteúdo dos programas, e do processo de exames. No que diz respeito a reforma federal de 13 de janeiro de 1925 adotou uma orientação, a meu ver, francamente condenável. Sob a alegação de que apenas uma porcentagem de 15% dos alunos matriculados no 1° ano consegue completar o curso no período de 5 anos, estabeleceu a reforma um curso de 6 anos, conservando, porém, a mesma organização defeituosa, o mesmo acúmulo de materiais, nos primeiros anos letivos [...] Na recente reforma (estadual) da Escola Politécnica de São Paulo, o ensino politécnico básico foi organizado de acordo com esta sana orientação. O ensino da Física, nesta Escola, abrange as

> duas cadeiras distribuídas em dois anos letivos. Precedendo o ensino da Mecânica Racional e de grande parte da Física (Ótica, Calor e Eletricidade), estabeleceu a mesma Escola o estudo de duas cadeiras de Matemática Superior: a nova cadeira de Geometria e Cálculo Vetorial e a cadeira de Cálculo Diferencial e Integral. Foi também criado o curso de Nomografia. É a primeira vez, no Brasil, que em uma escola superior, se leciona o Cálculo Vetorial e a Nomografia, disciplinas cujo estudo se faz correntemente nos países europeus (RAMOS, 1926, p. 403- 405).

Do último parágrafo surgiram as inquietações propostas nesta pesquisa, ou seja: "[...] a nova cadeira de Geometria e Cálculo Vetorial [...] É a primeira vez, no Brasil, que em uma escola superior, se leciona o Cálculo Vetorial e a Nomografia, disciplinas cujo estudo se faz correntemente nos países europeus".

A pesquisa: arquivo e fontes.

Levando em conta a entrevista de Theodoro e a data de seu falecimento, estimou-se a princípio o período que se estende de 1918 a 1936 para realizar a investigação nos arquivos, inicialmente no Arquivo Histórico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Estes dados possibilitariam localizar no espaço-tempo o nosso "objeto de estudo" e realizar a posterior contextualização da pesquisa.

No período estudado (1918-1936) os documentos encontrados no referido arquivo organizam-se da seguinte forma: De 1918 a 1931 não há anuários da Escola Politécnica. Utilizei os Regulamentos para os anos de: 1918, 1926, 1931 e 1935. Observa-se que para o ano de 1935 existe o Anuário da Escola Politécnica e também existe o Regulamento. Foram utilizados os Anuários da Escola Politécnica para os anos de 1932, 1933, 1934, 1935 e 1936. Este último encontra-se bastante sucinto se comparado aos anos anteriores. Sendo assim, utilizei também o Anuário da Universidade de São Paulo para este ano afim de completar as informações. De 1918 a 1931 não há Anuários da Escola Politécnica no Arquivo consultado. Para os anos que não temos Anuários o arquivo disponibiliza o seguinte documento explicativo:

> [...] No ano de 1900, sete anos após a sua fundação, a Escola Politécnica de São Paulo, a semelhança de sua congênere de Paris, iniciou a publicação do seu Anuário, cuja finalidade precípua era a de

relatar fatos e informações sobre tudo o que concernia à sua vida intima e pública. Até 1947, último exemplar publicado, ainda o Anuário continuava a ter aquela mesma finalidade e orientação. Obedecendo, como acima ficou esclarecido, ao plano geral do Anuário da Escola Politécnica de Paris, com algumas modificações, o volume de 1900 foi dividido em diversas secções, contendo: Calendários – Noticia sobre a Escola, seus Laboratórios, Oficinas e dependências – [...][313] essenciais do Regulamento e Regimento em vigor – Quadro pessoal, Horário dos Cursos e trabalhos – Quadro dos alunos matriculados, dos que completaram os cursos e resultados dos exames feitos no ano letivo de 1898-1899 – Seção científica e bibliográfica, contendo trabalhos de lentes da Escola e notícia sobre as últimas publicações sobre engenharia e ciências – Secção histórica contendo notas biográficas sobre lentes e a notícia da inauguração da Escola, a 15 de fevereiro de 1894 – Finalmente, o registro dos donativos que à Escola foram feitos. O intuito, pois, do Anuário é, como se vê do sumário acima apresentado, criar um registro da vida da Escola Politécnica que anualmente dê, a quem interessar, uma notícia circunstanciada do seu mecanismo de funcionamento, do seu progresso e desenvolvimento. Muitas das secções assinaladas neste primeiro volume, desaparecem nos subsequentes, outras novas foram criadas e algumas permanecerão, por serem imprescindíveis. A primeira comissão de redação foi constituída dos Exmos. Srs. Professores Drs. Antônio Francisco de Paula Souza, Manuel Ferreira Garcia Redondo e Arthur Thiré. O volume de 1900 intitulou-se “Annuario da Escola Polytechnica de São Paulo para o anno de 1900” [...]. “Anuário 1947” encimada pelos dizeres relativos à Universidade e a Escola. Por motivos de irregularidades na publicação, os Anuários agrupam-se em 3 (três) períodos, dos quais o segundo constitui a 2ª serie, como segue: 1° período – De 1900 a 1912, 2ª série- De 1932 a 1938, 3° período – De 1946 a 1947. O exemplar de 1946, o penúltimo publicado, foi em parte dedicado ao cinquentenário da Escola Politécnica que se deu na data auspiciosa de 15 de fevereiro de 1944, e que naquela época foi condignamente comemorado por uma série de solenidades de caráter cultural. Concluindo, reproduzimos uma parte do prefácio do exemplar acima referido e que melhor que a exposição feita, diz a finalidade desta publicação: “Repositório dos faustos desta Escola e arquivo precioso da sua história, cujos detalhes ia fixando com as minúcias que só a oportunidade do registro permitia, a coleção desses Anuários, que agasalhavam também em suas colunas, as colaborações técnicas e cientificas do corpo docente constitui ainda sob esse prisma importantíssimo da vida da instituição, o espelho da atividade e uma fonte de preciosas informações biográficas de mestres e alunos – manancial perene de admiração e de saudades”. (O POLITÉCNICO, fevereiro-março de 1956, página 7. Matéria: Anuários da Escola. Sem nome do autor)

[313] Não foi possível realizar a leitura deste trecho no documento original.

Os primeiros dados

Levando em consideração a entrevista do prof. Theodoro A. Ramos, a suspeita de ter se iniciado com ele o curso de Cálculo Vetorial e na Escola Politécnica de São Paulo, iniciei a pesquisa pelos anuários de 1918 (que marcam sua entrada nesta Escola) e finalizei com os de 1936 (visto que o mesmo faleceu em 1935), como mencionado anteriormente. Um recorte para um teste inicial de verificação. O regulamento utilizado encontra-se mencionado nas referências e dividido conforme pontuo a seguir. Assim sendo as análises dos anuários e regulamentos nos permitiram a seguinte conclusão:

a) 1918 - Regulamento aprovado pelo decreto n. 2.931 de 12 de junho de 1918 – São Paulo, Typographia do Diario Official, 1918. Regulamentou o ensino na Escola Politecnica. Não apareceu a disciplina de Cálculo Vetorial.

b) De 1919-1925 – Não há anuários da Escola Politécnica no referido Acervo.

c) 1926 – Regulamento da Escola Polytechnica de São Paulo. São Paulo, Officinas do Diario Official, 1926. Aparece pela primeira vez a palavra vetores. Inserida no Curso Geral – 1 ano – 1ª cadeira – Vectores. Geometria Analítica, Geometria Projetiva e suas aplicações à Nomografia.

d) De 1927 a 1930 – não há regulamentos. Em vigor regulamento de 1926.

e) 1931: – Obra: Regulamento da Escola Polytechnica do Estado de São Paulo. São Paulo, Imprensa Official, 1931. Aparece a cadeira número 2- Geometria analítica e projetiva. Nomografia. Cálculo Vetorial.

Uma observação registrada neste Regulamento no artigo 8, primeiro parágrafo (p. 7), escreve-se: “Os programas a serem adotados nestes cursos deverão ser aprovados pela Comissão de Inspetores, ouvidos os professores das disciplinas que tenham relação com os referidos cursos”. Observa-se que no Arquivo Histórico da Escola Politécnica não há os programas das disciplinas o que nos induz como próxima etapa uma busca no arquivo permanente do Estado de São Paulo.

f) 1932 - Obra: Annuario da Escola Polytechnica de São Paulo para o anno de 1932. I anno. 2ª Série. São Paulo: Escola Polytechnica de São Paulo, 1932. [Impresso nas Escolas Profissionaes do Lyceu Coração de Jesus – São Paulo].

Theodoro Augusto Ramos aparece como membro do corpo docente com a seguinte descrição: “Lente substituto da 1ª secção (Regulamento de 1918). Lente catedrático da cadeira de Vetores, Geometria Analítica. Geometria projetiva e suas aplicações a Nomografia. Atualmente professor da cadeira n° 2, Geometria Analítica e projetiva, Nomografia, Calculo Vetorial. Residência: Rua Augusta n° 529. Telefone, 7-1009” (p.17). Theodoro também aparece como “[...] nomeado vice-diretor, não tomou posse, desistindo da respectiva nomeação” (p.27).

Assim, para o ano de 1932, a Escola Politécnica de São Paulo, conferiu por seu regulamento os títulos de: Engenheiros Civis, Engenheiros Arquitetos, Engenheiros Eletricistas e Engenheiros Químicos. Estes cursos são feitos, cada um, em cinco anos de estudos e dependem de aprovação no Curso Preliminar.

Para o ano de 1932 vale o Regulamento estabelecido em 1931. Lembrando que este estabelecia as cadeiras: cadeira n° 1 (Geometria Descritiva. Perspectiva. Aplicações Técnicas), cadeira n°2 (Geometria analítica e projetiva. Nomografia. Cálculo Vetorial), cadeira n° 3 (Calculo diferencial e integral) como três das 30 cadeiras ofertadas. Mantendo estas três primeiras como obrigatórias nos cursos de engenheiros civis, engenheiros arquitetos e engenheiros eletricistas.

O Art.3° estabelece que O Curso de Engenheiros Civis ministrado em cinco anos e faz a descrição por ano das cadeiras a serem ensinadas. Destaque para a 1ª cadeira (Geometria analítica e projetiva. Cálculo vetorial – Parte I) lecionada no 1° ano. No 2° ano aparece a 1ª cadeira (Cálculo vetorial – Parte II. Nomografia).

O Art. 4° estabelece as cadeiras referente ao curso de Engenheiros Arquitetos, também dado em cinco anos. No primeiro ano aparece a cadeira de n°1 (Geometria analítica e projetiva. Cálculo vetorial – Parte I) e no segundo ano a 1ª cadeira (Cálculo Vetorial – Parte II. Nomografia).

O Art.5° estabelece as cadeiras referente ao curso de Engenheiros Eletricistas, também dado em cinco anos. No primeiro ano aparece a cadeira de n°1 (Geometria analítica e projetiva. Cálculo vetorial – Parte I) e no segundo ano a 1ª cadeira (Cálculo Vetorial – Parte II. Nomografia).

Nos demais cursos (Engenheiros Químicos) estas cadeiras não são lecionadas.

g) 1933- Obra: Annuario da Escola Polytechnica de São Paulo para o anno de 1933. 2° anno. 2ª Série. São Paulo: Escola Polytechnica de São Paulo, 1933. [Impresso nas Escolas profissionaes do Lyceu Coração de Jesus – São Paulo].

Basicamente repete o Anuário de 1932. Theodoro Augusto Ramos aparece na página 17 como membro do corpo docente com a seguinte descrição: "Lente substituto da 1ª secção (Regulamento de 1918). Lente catedrático da cadeira de Vetores, Geometria Analítica. Geometria projetiva e suas aplicações a Nomografia. Atualmente professor da cadeira n° 2, Mecânica racional precedida de Calculo Vetorial. Residência: Rua Augusta n° 529. Telefone, 7-1009. "

Consta neste Anuário o programa da cadeira n° 2.

h) 1934- Obra: Annuario da Escola Polytechnica para o anno de 1934. III anno. 2ª Série. São Paulo: Escola Polytechnica de São Paulo, 1934. [Impresso nas Escolas Profissionaes Salesianas – Alameda Barão de Piracicaba, 48. São Paulo].

Theodoro Augusto Ramos aparece como membro do corpo docente mantendo a cadeira lecionada no ano anterior. É apresentado o programa desta cadeira no Anuário que inclui o item: *16- Integrais das funções escalares e vetoriais de ponto, estendidas a uma região do espaço* [Novo em relação ao anuário anterior].

i) 1935- Obra: Annuario da Escola Polytechnica para o anno de 1935. IV anno. 2ª Série. São Paulo: Escola Polytechnica de São Paulo, 1935. [Impresso nas Escolas Profissionaes Salesianas – Alameda Barão de Piracicaba, 560. São Paulo].

Para o ano de 1935 vale o regulamento estabelecido pelo Decreto n° 7.071 de 6 de abril de 1935 (Para este ano temos um regulamento e um anuário).

Theodoro Augusto Ramos aparece como membro do corpo docente com a seguinte descrição: "Lente substituto da 1ª secção (Regulamento de 1918). Lente catedrático da cadeira de Vetores, Geometria Analítica. Geometria projetiva e suas aplicações a Nomografia. Atualmente professor da cadeira n° 2, Mecânica racional e Calculo Vetorial. Residência: Rua Augusta n° 529. Telefone, 7-1009" (p.18).

j) **1936**- Obra: Annuario da Escola Polytechnica da Universidade de São Paulo para o anno de 1936 (16 de Julho de 1936). IV anno. 2ª Série. São Paulo: Escola Polytechnica de São Paulo, 1935. [Impresso nas Escolas Profissionaes Salesianas – Alameda Barão de Piracicaba, 560. São Paulo].

Theodoro Augusto Ramos não aparece como membro do corpo docente devido ao seu falecimento.

De modo geral, as cadeiras 1, 2 e 3 distribuem-se pelos Cursos como explicado anteriormente nos Anuários de 1934 e 1935, mantendo Cálculo Vetorial aos engenheiros.

Neste anuário da Escola Politécnica para o ano de 1936, aparece na página 12 que se referia aos membros do corpo docente o professor Paulo Araujo Corrêa de Brito como Assistente da cadeira n° 3 “Cálculo Vetorial. Mecânica Racional”, antes lecionada por Theodoro. A posse aconteceu no dia 23 de julho de 1935.

Complementando as informações referentes ao ano de 1936, no ANUÁRIO DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO (Publicação da reitoria 1934-1935) aparecem os dados históricos desta Escola (fotos), dentre outros e termina com a nota de falecimento do professor Theodoro Augusto Ramos. Escreve:

> A 5 de dezembro de 1935 faleceu, na Capital Federal, o dr. Theodoro Augusto Ramos, professor catedrático de “Cálculo Vetorial. Mecânica Racional”, desta Escola. Lente substituto da 1ª secção por concurso realizado em março de 1919, passou em 1926 a professor da cadeira “Vetores, Geometria Analítica, Geometria Projetiva e suas aplicações a Nomografia”, que foi a primeira cadeira de Cálculo Vetorial em escolas de engenharia no Brasil, e mais tarde, pelo Regulamento de 1931, tomou a regência da cadeira “Cálculo Vetorial. Mecânica Racional”. A extraordinária projeção, que o seu talento e a sua cultura souberam imprimir a cátedra, assim como as suas brilhantes qualidades de educador, manifestadas em particular na criação e organização da Universidade de São Paulo, são do conhecimento de todos. Figura de raro destaque, “primus inter pares” dos matemáticos de nosso país, era o dr. Theodoro Ramos um vulto inconfundível em nosso meio científico, e o seu desaparecimento, em plena maturidade, é uma perda irreparável para a Escola Politécnica e para a Universidade de São Paulo. F. E. da Fonseca Telles, Diretor. (ANUÁRIO DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, 1936, p. 463)

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Assim concluímos que a disciplina de Cálculo Vetorial foi inserida no Brasil pela primeira vez nos cursos de Engenharia da Escola Politécnica de São Paulo no ano de 1926. O responsável foi o professor Dr. Theodoro Augusto Ramos, primeira lente da cadeira e escritor de duas obras (uma em francês e outra em português) acerca da temática. Sabe-se até o momento que esta publicação em francês foi resultado de um convite e editada sob a direção do Sr. G. Juvet. Professor da Universidade de Lausanne na Suíça.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMARAL, J. U. M. do Marechal Visconde de Maracaju: memória histórico-genealógica. Rio de Janeiro: J. U. Motta do Amaral, 1995.

Annuario da Escola Polytechnica de São Paulo para o anno de 1932. I anno. 2ª Série. São Paulo: Escola Polytechnica de São Paulo, 1932. [Impresso nas Escolas Profissionaes do Lyceu Coração de Jesus – São Paulo]

Annuario da Escola Polytechnica de São Paulo para o anno de 1933. 2° anno. 2ª Série. São Paulo: Escola Polytechnica de São Paulo, 1933. [Impresso nas Escolas profissionaes do Lyceu Coração de Jesus – São Paulo].

Annuario da Escola Polytechnica para o anno de 1934. III anno. 2ª Série. São Paulo: Escola Polytechnica de São Paulo, 1934. [Impresso nas Escolas Profissionaes Salesianas – Alameda Barão de Piracicaba, 48. São Paulo].

Annuario da Escola Polytechnica para o anno de 1935. IV anno. 2ª Série. São Paulo: Escola Polytechnica de São Paulo, 1935. [Impresso nas Escolas Profissionaes Salesianas – Alameda Barão de Piracicaba, 560. São Paulo].

Annuario da Escola Polytechnica da Universidade de São Paulo para o anno de 1936 (16 de Julho de 1936). IV anno. 2ª Série. São Paulo: Escola Polytechnica de São Paulo, 1935. [Impresso nas Escolas Profissionaes Salesianas – Alameda Barão de Piracicaba, 560. São Paulo].

Anuário da Universidade de São Paulo. Publicação da Reitoria: 1934-1935. Edição Oficial. São Paulo: Imprensa Oficial do Estado, 1936.

BONFIM, S. H. *Theodoro Augusto Ramos: um estudo comentado de sua tese de doutoramento*. 2013. 124f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2013.

O POLITÉCNICO, fevereiro-março de 1956, página 7. Matéria: Anuários da Escola.

RAMOS, T. A. A questão apreciada pelo Dr. Theodoro Ramos. In: AZEVEDO, F. de. *A Educação Pública em São Paulo. Problemas e Discussões. Inquérito para "O Estado de S. Paulo", em 1926*. São Paulo, Rio de Janeiro, Recife: Companhia Editora Nacional, 1937. p. 400 - 410.

RAMOS, T. A. Calculo vectorial. São Paulo: Editora do Autor, 1927.

_____. Leçons sur le calcul vectoriel. Paris: Blanchard, 1930.

Regulamentos da Escola Polytechnica de São Paulo de 1897 a 1935. Publicado São Paulo: Typographia do Diario Official, 1897.

SILVA, C. P. da A Matemática no Brasil. História de seu Desenvolvimento. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 2003.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

TRATADO ARITMÉTICO DE AL-KHWARIZMI - observações iniciais (Tradução em andamento)

Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes [314]
Bernadete Barbosa Morey [315]

RESUMO

Foi por meio de canais islâmicos, que a Europa Latina se familiarizou com o nosso presente sistema posicional de numeração decimal, baseado no qual agora escrevemos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. A disseminação do uso desses algarismos que denominamos como indo-arábicos se deu principalmente pelo trabalho de Abu Ja'far Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (783 – 850), cuja biografia continua em aberto a novas reformulações. Ele foi um célebre e ativo estudioso do período islâmico medieval. Particularmente, no campo da matemática, foram importantes seus estudos e trabalhos para o desenvolvimento da álgebra e aritmética. A obra na qual al-Khwarizmi expõe pela primeira vez o sistema numérico decimal usado pelos indianos e o modo de operar com este sistema tem sido chamada de diversos nomes. Aqui em nosso estudo o mais comum será nos referimos a esta obra como O Tratado Aritmético de al-Khwarizmi. Este artigo apresenta observações iniciais de um trabalho em andamento de construção de uma versão em português da tradução do texto russo de 1983 do Tratado Aritmético de al-Khwarizmi.

Palavras-chave: Matemática Medieval Islâmica. al-Khwarizmi. Tratado Aritmético. Cálculo com números indianos.

[314] Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). glucheze@gmail.com
[315] Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). bernadetemorey@gmail.com

INTRODUÇÃO

O presente artigo é parte de um estudo em andamento que tem como objetivo traduzir e analisar o Tratado Aritmético de al-Khwarizmi. No presente artigo queremos apresentar os resultados de uma primeira aproximação da obra
em questão, tratando de algumas questões referentes aos aspectos mais formais e menos de conteúdo da obra.

Por Tratado Aritmético estamos nos referindo à obra em que al-Khwarizmi apresenta ao leitor o sistema de numeração decimal usado pelos indianos. Esta obra também é conhecida por seu nome em latim *De Numeri Indorum* e neste caso poderíamos chamar de *Sobre os cálculos com os números indianos*. As duas obras mais conhecidas de al-Khwarizmi são a *Álgebra* e depois dela, a obra *De numeri Indorum*. Parece-nos apropriado por enquanto seguir Yushkiévitch e Rozenfeld e usar os nomes Tratado Algébrico e Tratado Aritmético, respectivamente, para as referidas obras.

O artigo contém três seções, na primeira apresentamos o autor e sua obra, na segunda mostramos as traduções e edições da obra de al-Khwarizmi em diversas línguas e na terceira expomos o nosso trabalho, em andamento, da tradução do texto Tratado Aritmético do russo para a língua portuguesa.

A escolha do título está conectada ao objetivo do artigo, pois trazemos alguns apontamentos preliminares de nosso trabalho de tradução. A tradução do texto para o português ainda está em andamento e ela será apresentada em publicações posteriores.

O artigo contém três seções; na primeira apresentamos o autor e a obra Tratado Aritmético, na segunda mostramos algumas das traduções e edições desta obra de al-Khwarizmi em diversas línguas e na terceira expomos o nosso trabalho, em andamento, da tradução do texto Tratado Aritmético do russo para a língua portuguesa.

SOBRE O AUTOR E A OBRA

Como seu nome indica, Abu Ja'far Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (c. 783 - c. 850) era originário de Khwarizm, uma região situada ao sul do Mar de Aral. Ele foi um dos estudiosos islâmicos mais renomados autor vários trabalhos em astronomia e matemática sendo o mais importante deles *o Hisab al-jabr w'al-muqabala*, obra que marcou o inicio da álgebra das equações e é conhecida como a *Álgebra de al-Khwarizmi* ou ainda *O Tratado Algébrico de al-Khwarizmi*.

Outra obra também muito importante deste autor foi um tratado no qual ele expõe a estrutura, as características e o modo calcular usando o sistema numérico decimal usado pelos indianos. Segundo Brezina (2006), o original em árabe desta obra de al-Khwarizmi se perdeu e os historiadores não têm certeza do título original árabe, que pode ter sido "*Kitāb al-Jam 'wat-Tafrīq bi-Ḥisāb al-Hind*" cuja versão para português poderia ser "O Livro de Adição e Subtração Segundo o Cálculo Indiano"; aqui utilizaremos uma denominação mais curta, O *Tratado Aritmético* de al-Khwarizmi.

Sob o califado de al-Mamun (813 - 833), al-Khwarizmi tornou-se um membro da Casa da Sabedoria em Bagdá, uma instituição que reuniu diversos estudiosos e que colaborou para a consolidação da ciência islâmica medieval. Muitos manuscritos gregos foram traduzidos neste ambiente, entretanto muita matemática nova para a época também floresceu, como a de al-Khwarizmi. Ele escreveu obras sobre matemática, astronomia, geografia e história.

Reconhecido pelos historiadores como sendo a segunda grande obra matemática deste estudioso islâmico medieval este Tratado dissertou essencialmente sobre a aritmética indiana:

> Livro sobre o cálculo indiano. Este não menos famoso tratado aritmético de al-Khwarizmi conservou-se somente na tradução latina. O manuscrito é guardado na Biblioteca da Universidade de Cambridge (Ii, 6.5); foi transcrito no século XIV e é uma cópia da tradução com muitas falhas, acréscimos e erros. Muito provavelmente, o manuscrito foi feito com base na tradução feita por Gerardo de Cremona ou Adelard de Bath no século XII. Os estudos em latim mais importantes deste tratado foram feitos por João Espanhol (conserva-se na Biblioteca Nacional de Paris – lat. 16202 ct. Fundo 7359) e pelo Mestre A., que pelo visto é Pedro Alfonso (conserva-se na Biblioteca Nacional de Viena – lat. 275,

> na Biblioteca Estatal da Bavária em München - CLM13021 e 18927; na Biblioteca Nacional de Paris - lat 16208 e na Biblioteca Ambrosiana em Milão – A sup. 3). Este tratado [aritmético] foi escrito depois do tratado algébrico, já que a ele faz referência. (BULGÁKOV, ROZENFELD E AHMEDOV, 1983, p. 43)

Esse trabalho foi responsável pela disseminação do sistema decimal entre os estudiosos islâmicos daquela época e posteriormente alcançou a Europa. Essas duas obras, o Tratado Algébrico e o Tratado Aritmético, influenciaram cientistas do Oriente e do Ocidente, servindo, de inspiração e modelo para a produção de livros didáticos de matemática.

Al-Khwarizmi, além de descrever o sistema de posição decimal em seu tratado Aritmético, também demonstrou os métodos para se calcular com números naturais, método este desenvolvido na Índia no século V. A notável ideia indiana foi a forma de expressar, por um único símbolo, uma quantidade infinita de números. Cada símbolo em separado teria um valor e na composição de números maiores que 10, o valor do símbolo depende da ordem em que ele se encontra, isto é, na primeira ordem ela expressa unidades, na segunda ordem ela expressa dezenas, na terceira ordem ela expressa centenas e assim por diante.

Em numerais romanos, para cada potência de dez existe um símbolo diferente para expressá-la: I, X, C, M,...; no método indiano de representação dos números, o símbolo permanece o mesmo, mas a potência de dez é indicada por um novo símbolo para o qual os algarismos romanos não tinham equivalentes: o zero. A introdução e uso do zero no sistema decimal merece um estudo mais detalhado e seria prematuro expor.

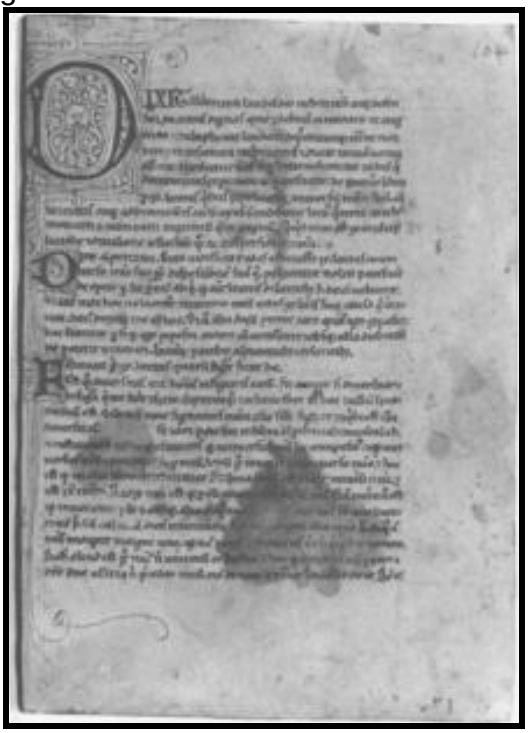
Três tipos diferentes de sistemas de numeração eram utilizados simultaneamente pelo povo islâmico, por volta do século X: um sistema que derivou da contagem com os dedos, com os numerais inteiramente escritos em palavras e foi o método utilizado pela comunidade mercantil (comercial); o sistema sexagesimal, com os numerais denotados por letras do alfabeto árabe difundido, principalmente, entre os matemáticos islâmicos que o utilizaram principalmente em trabalhos astronômicos e o sistema decimal indiano que permitiu grandes avanços nas investigações aritméticas de diversos estudiosos islâmicos, como por exemplo, na extração de raízes estudadas por Abu'l-Wafa e Omar Khayyam (CHAPARRO, 2002).

Al-Khwarizmi expõe suas descobertas sobre o cálculo indiano (adição, subtração, divisão e multiplicação de números naturais) explicando como se fazer essas operações seguindo um algoritmo. Por exemplo, a soma de dois números deve ser feita somando-se cada ordem de um com a ordem do mesmo tipo do outro. Explanado que em cada ordem não pode exceder mais do que 9 unidades, ele relata que os indianos usavam um pequeno círculo, para representar uma ordem vazia, ou seja não havia um número que a ocupava.

Sobrevive até hoje um manuscrito em Latim, que foi provavelmente feito no século XII (CAMBRIDGE, 1858). Este manuscrito é conhecido há muito tempo e encontra-se na Biblioteca da Universidade de Cambridge no Reino Unido. O manuscrito de Cambridge é sem título, mas é referido pelas duas primeiras palavras com as quais ele começa: *Dixit algorizmi* que em português pode ser traduzido para *Assim disse Algorismus*. A figura 1 mostra a primeira página deste manuscrito.

A tradução do latim para o russo foi feita a partir de fotocópia do manuscrito medieval do texto em latim preservado no acervo da biblioteca da Universidade de Cambridge.

Figura 1: Manuscrito em latim do sec. XII



Fonte: Disponível em: <http://www.newworldencyclopedia.org/entry/Muhammad_ibn_M%C5%ABs%C4%81_al-Khw%C4%81rizm%C4%AB> Acesso: ago. 2018

No processo de transmissão deste texto para o ocidente, o nome do autor al-Khwarizmi foi latinizado para Algorismus que deu origem a duas novas palavras: *algarismo* para indicar as cifras do sistema numérico e *algoritmo* que indica um procedimento de cálculo. A divulgação gradual na Europa pode ter ocorrido, em alguns aspectos, ao longo das rotas comerciais que ligavam povos cristãos e islâmicos. Segundo Struik (1986) a aceitação dos métodos de cálculo descritos por al-Khwarizmi dentro das regras matemáticas europeias foi favorecida pela obra *Liber abaci* de Leonardo de Pisa (Fibonacci). O Liber Abaci de Fibonacci, datada de 1202, introduz os dez símbolos para representar os numerais e logo depois desenvolve uma aritmética baseada nesses símbolos, seguida por uma teoria de equações (FIBONACCI, 2002).

As obras matemáticas e astronômicas de al-Khwarizmi há muito tempo atraem a atenção de pesquisadores e foram repetidamente publicadas em diferentes idiomas. Essa atividade de tradução e edição trouxe muitos benefícios, sobretudo para a popularização do patrimônio científico de um dos maiores estudiosos da Ásia Central da época medieval. O quadro 1, mostra na primeira linha a referência do manuscrito de Cambridge, e nas linhas seguintes, segundo Hogendijk (2018), as traduções que foram feitas a partir deste manuscrito.

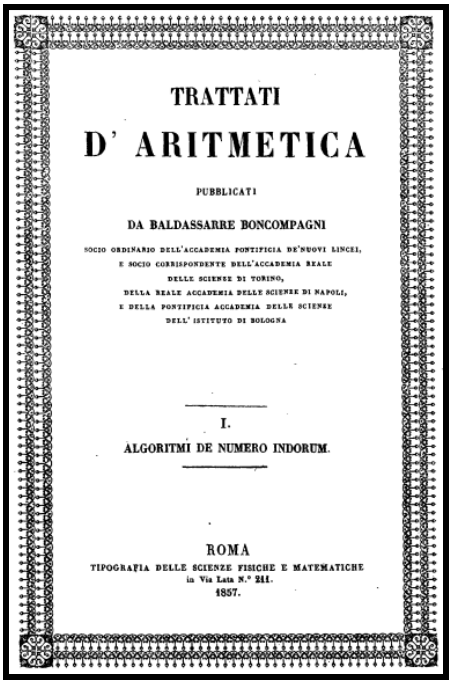
Quadro 1: Traduções do tratado de al-Khwarizmi

Ano	Tradutor	Título	Idioma
1857	Baldassare Boncompagni	Trattati d'arithmetica. I. Algorismi de numero Indorum	Latim
1963	Kurt Vogel	Algorismus de Mohammad ibn Musa Alchwarizmi	Alemão
1983	Kopelevitch e Yushkiévitch	Muhammad Ibn Musa al-Khorezmi – Kniga ob indiskoi chiote.	Russo
1990	John N. Crossley e Alan S. Henry	Thus Spake al-Khwarizmi: A Translation of the Text of Cambridge University Library	Inglês
1992	André Allard	Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi: Le Calcul Indien (Algorismus).	Francês

Fonte: adaptado pelas autoras a partir de <http://www.jphogendijk.nl/khwarizmi.html> Acesso em: set. 2018.

Algoritmi de numero Indorum foi o nome dado por Baldassarre Boncompagni para o seu trabalho de composição de uma nova versão em latim em 1857 para o Manuscrito de Cambridge. A figura 2 mostra a capa desse trabalho.

Figura 2: Versão em latim de 1857



TRATTATI

D' ARITMETICA

PUBBLICATI

DA BALDASSARRE BONCOMPAGNI

SOCIO ORDINARIO DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI,
E SOCIO CORRISPONDENTE DELL'ACCADEMIA REALE
DELLE SCIENZE DI TORINO,
DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI NAPOLI,
E DELLA PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
DELL' ISTITUTO DI BOLOGNA

I.

ALGORITMI DE NUMERO INDORUM.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE
in Via Lata N.° 211.
1857.

Fonte: Disponível em: <https://gdz.sub.uni-goettingen.de> Acesso em: ago. 2018.

Uma tradução do latim para o russo foi feita em 1983 por Yu. Kh. Kopelevitch e A. P. Yushkiévitch e publicada pela Academia Ciências do Uzbequistão num volume intitulado *Muhammad Ibn Musa al-Khorezmi – Matematítcheskie Traktaty* (Muhammad Ibn Musa al-Khorezmi – Tratados Matemáticos). Tal publicação de 1983 foi uma homenagem prestada aos 1200 anos de nascimento de al-Khwarizmi.

SOBRE A PREPARAÇÃO DA TRADUÇÃO PARA O PORTUGUÊS

Nosso projeto de estudo e tradução para a língua portuguesa do Tratado Aritmético de al-Khwarizmi iniciou-se recentemente e é nossa intenção disponibilizar posteriormente os resultados de nosso estudo e a tradução completa. No entanto, algumas observações preliminares podemos já ir fazendo.

A fonte que estamos utilizando na tradução é a versão do Tratado Aritmético de 1983 em russo feita por Kopelevitch e Yushkiévitch. O *Tratado* em si é um texto curto

(15 páginas) e consta como um dos oito capítulos do livro *Muhammad Ibn Musa al-Khorezmi – Tratados Matemáticos*. Por ser uma edição comemorativa dos 1200 anos de al-Khwarizmi, o livro foi pensado para ser uma coletânea de textos *do próprio* al-Khwarizmi e de textos *sobre* al-Khwarizmi e suas obras. Aqui vai uma brevíssima descrição dos capítulos:

I. O Tratado Aritmético de al-Khwarizmi, tradução do latim de A. P. Kopelevitch e A. P. Yushkiévitch;
II. O Tratado Algébrico de al-Khwarizmi, tradução do árabe de B. A. Rozenfeld;
III. Tabelas trigonométricas
    a. Zij al-Khwarizmi reelaborada por Maslama al-Majriti (950 – 1007), tradução de Kopelevitch e Rozenfeld.
    b. Comentários de Ibn al-Muçanni sobre a Zij de al-Khwarizmi, tradução de G. P. Matviévskaya
IV. Observações sobre o Tratado Aritmético, B. A. Rozenfeld e A. P. Yushkiévitch
V. Observações sobre o Tratado Algébrico, B. A. Rozenfeld e G. P. Matviévskaya
VI. Observações sobre as Tabelas trigonométricas, G. P. Matviévskaya e B. A. Rozenfeld
VII. A obra aritmética de Muhammad Ibn Musa al-Khwarizmi, A. P. Yushkiévitch
VIII. O eminente matemático Muhammad Ibn Musa al-Khwarizmi e a bibliografia a seu respeito, G. P. Matviévskaya

Como se pode ver, é uma publicação bastante relevante sobre al-Khwarizmi que reúne três de seus trabalhos e mais cinco estudos sobre ele.

O tratado que nos interessa é o segundo capítulo deste livro. Embora o tratado propriamente dito seja um texto breve, ele não se deixa compreender facilmente. Teremos que recorrer aos comentários sobre ele que vêm no quarto capítulo do livro citado acima. São 49 notas de fim de texto que apresentam comentários ou indicam artigos de pesquisa, que ajudam o leitor a avaliar a herança científica de al-Khwarizmi ponto de vista moderno. Os autores desses comentários são A. P. Yushkiévitch e B. A. Rozenfeld, dois pesquisadores russos da ciência islâmica medieval que a partir de meados do século XX trabalharam com afinco no tema.

Trazemos abaixo o inicio do texto já traduzido por nós:

Disse Algorizmi: Alcemos louvor a Deus, nosso guia e defensor e multipliquemos o louvor com adoração, orando para que ele nos dirija no caminho da justiça, que nos leve ao caminho da verdade, para que possamos cumprir o que decidimos esclarecer sobre o cálculo indiano ***(1)*** *usando .IX.(****2****)* *letras* ***(3)*** *pelas quais eles expressaram qualquer número com facilidade e brevidade, facilitando o mister daquele que estuda aritmética, isto é, o maior e o menor número, e tudo o que há nele desde multiplicação e divisão, adição e subtração e outras coisas.*

Disse Algorizmi: Quando vi que os indianos compunham com .IX. sinais ***(4)*** *qualquer número que assim quisessem, graças à posição que eles determinavam, quis eu descobrir, se Deus assim o permitir, o que se pode obter de tais sinais para facilitar o mister do aprendiz. Se o que os indianos queriam era isto mesmo e o significado destes .IX. sinais for o que a mim foi desvendado, que Deus me guie para isso. Porém, se eles o fizeram por uma outra razão distinta da que indiquei, tal razão poderá ser encontrada sem dúvida alguma a partir da minha exposição. E será ela facilmente descoberta ao que observa e estuda.*

Escrevem eles de fato com .IX. letras cujas figuras são estas ***(5)***

No traçado das letras existem diferenças entre as pessoas; tal diferença acontece na figura correspondente ao cinco e ao seis e também nas figuras que corresponde ao sete e ao oito **(6)***. Mas isso não cria dificuldades. Pois, estes são sinais que expressam o número e as figuras nas quais existem diferenças são as seguintes ... Eu já disse no livro de álgebra e almukabala, ...*

Observações

(1) A prece inicial que caracteriza as obras muçulmanas do período;

(2) A quantidade de cifras (nove) é indicada por meio de números romanos, o que certamente al-Khwarizmi não fez; qual símbolos al-Khwarizmi usou para representar os números ainda não podemos dizer;

(3) Nove letras, o que quer dizer que o zero não conta como número;

(4) Letra, sinal, figura, cifra são termos usados como equivalentes;

(5) As figuras de que fala o texto não aparecem. O manuscrito era um rascunho de estudo?

(6) Estamos tendo dificuldade para descobrir quais cifras eram usadas por al-Khwarizmi.

Estas são apenas algumas das observações no estudo do texto. Nosso trabalho está apenas começando.

4 CONCLUSÃO

Os pesquisadores que atuam na interseção Educação Matemática-História da Matemática consideram fundamental o trabalho com fontes históricas, especialmente nos cursos de formação de professores de matemática. No entanto, uma das dificuldades que temos superar no Brasil é a ausência de obras em português (ou numa outra língua que nos seja mais ou menos familiar).

O intenso e extenso trabalho de pesquisadores russos no âmbito da história da ciência e matemática islâmica medieval, principalmente, após a primeira metade do século XX, aqui está sendo usado como uma possibilidade de diminuir este tipo de dificuldade.

Este artigo, apresenta algumas observações de um trabalho recém-iniciado de tradução do russo para o português do Tratado Aritmético de al-Khwarizmi. Nossos primeiros resultados, de forma geral, já apontam para um enriquecimento a cerca da valorização da ciência do mundo islâmico medieval exposto em língua portuguesa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BONCOMPAGNI, B. 1857. **Trattati d'arithmetica**, em: <https://gdz.sub.uni-goettingen.de> Acesso em: ago. 2018.

BREZINA, C. **Al-Khwarizmi: The inventor of Algebra.** New York: The Rosen Publishing Group, 2006.

BULGÁKOV, I. G.; ROZENFELD, B. A.; ÁKHMEDOV. A. A. **Muhammad al-Khorezmi (c.783 - c. 850).** Izdátelstvo Naúka: Moscou, 1983.

CAMBRIDGE. **A catalogue of the manuscripts preserved in the Library of the University of Cambridge**. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1858.

FIBONACCI'S LIBER ABACI: a translation into modem English of Leonardo Pisano's Book of calculation. Trad. Laurence Sigler. Springer, 2002.
HOGENDIJK J. P.; Disponível em <http://www.jphogendijk.nl/khwarizmi.html> Acesso em: set. 2018.

MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHOREZMI. **Livro sobre o cálculo indiano**. Trad. Do latim por Yu. Kh. Kopelevitch e A. P. Yushkiévitch. In: Muhammad Ibn Musa al-Khorezmi – Matematítcheskie Traktaty. Izdátelsvo FAN Uzbekskoy SSR. 1983. (p. 5-19).

STRUIK, D. J.; **A Source Book in Mathematics, 1200-1800.** Princeton, New Jersey, 1986.

ISSN 2236-4102

UMA ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES DE BOÉCIO E DA OBRA *DE INSTITUTIONE ARITHMETICA* DE PARA A MATEMÁTICA

Francisco Aureliano Vidal [316]

RESUMO

Neste trabalho apresentamos uma breve discussão acerca da vida e da obra de Boécio (480 – 524 d. C.), suas obras foram utilizadas por muitos séculos nas escolas medievais e este foi o principal fato que nos inquietou. Assim, objetivamos uma análise das contribuições deste autor, em especial, de sua obra *De Institutione Arithmetica* para a matemática. Nossos estudos apontaram para a necessidade de resolução da seguinte questão: como uma obra considerada fraca e sem originalidade permaneceu por vários séculos influenciando o ensino de matemática nas escolas monásticas medievais? Para isto utilizamos como metodologia uma pesquisa bibliográfica, onde procuramos em algumas obras de História da Matemática como Boyer (1974), Eves (2011), Brolezzi (2014) entre outras, fatos relacionados tanto a esta obra quanto ao seu autor com a finalidade de compreender quais os motivos que levaram Boécio a adquirir tamanha credibilidade e suas obras terem se tornado uma espécie de sumo do conhecimento em sua época, apesar de ser considerada muito fraca em termos de conceitos matemáticos. Os primeiros resultados apontam para o fato de que nosso autor foi um cristão muito aplicado e acreditar na sua fé foi um dos fatos determinantes de sua execução após extenso encarceramento ordenado pelo rei Teodorico, este episódio fez com que a igreja católica o proclamasse como um de seus mártires da fé, e este foi um dos fatores que contribuíram para a adoção de suas obras nas escolas monásticas devido ao grande prestígio adquirido por Boécio, mais como filósofo que como matemático. Também suas obras estão voltadas mais com a preocupação de aplicação a filosofia e a música do que com o desenvolvimento da matemática, outro fator importante é que são obras sempre baseadas em traduções, comentários e compilações de obras antigas, mas a importância disto está no fato de este autor contribuir de modo expressivo na preservação da cultura da antiguidade em tempos de crises como o que ele viveu. Com relação aos conceitos da *Arithmetica*, percebemos que está baseada totalmente em outra obra publicada quatro séculos antes, a *I*ntroductio arithmeticae

[316] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus Cajazeiras (IFPB). francisco.vidal@ifpb.edu.br

de Nicômaco, uma obra em que as tendências filosóficas gregas são predominantes e é voltada mais para a aplicação dos conceitos da aritmética a música e a filosofia pitagórica do que para a matemática, daí se conclui que o tipo de público ao qual a *Arithmetica* de Boécio é dirigida não é exclusivamente aquele específico da matemática.

Palavras-chave: Boécio. De Institutione Arithmetica. Matemática. Filosofia.

INTRODUÇÃO

Neste trabalho apresentamos uma breve discussão acerca da vida e da obra do estadista romano Ancius Manílius Torquatus Severinus Boethios (480 – 524 d. C.), ou simplesmente Boécio, que, além de matemático, foi também filósofo, sendo neste último campo o que fez as maiores contribuições da qual a maior delas foi *De Consolatione Philosophiae*, sua obra mais célebre que escreveu enquanto aguardava a morte na prisão, um ensaio em prosa e verso no qual "discute a responsabilidade moral à luz da filosofia aristotélica e platônica" (BOYER, 1974, p. 140). Aliás nosso autor tinha uma preocupação muito mais de "aplicação da aritmética à música e à filosofia platônica do que com o progresso do próprio assunto" (BOYER, 1974, p. 132), no nosso caso a matemática. Mesmo assim, suas obras foram utilizadas por muitos séculos nas escolas medievais e este fato nos inquietou. Assim, objetivamos com este estudo realizar uma análise das contribuições de Boécio e, em especial, de sua obra *De Institutione Arithmetica* para a matemática.

Desta forma nos deparamos com o seguinte problema: como uma obra considerada fraca e sem originalidade permaneceu por vários séculos influenciando o ensino de matemática nas escolas monásticas medievais? Acreditamos que a resposta a esta questão ocasionará importantes descobertas referentes tanto em relação ao ensino da época, em especial ao ensino de matemática, por isto a nossa opção pela referida obra, como também trará informações a respeito de seu autor e sua influência para o desenvolvimento das ciências na época em que ele viveu. Para isto procuramos em algumas obras de História da Matemática como Boyer (1974), Eves (2011), Brolezzi (2014) entre outras, fatos relacionados tanto a esta obra quanto ao seu autor com a

finalidade de compreender quais os motivos que levaram Boécio a adquirir tamanha credibilidade e suas obras terem se tornado uma espécie de sumo do conhecimento em sua época, apesar de ser considerada muito fraca em termos de conceitos matemáticos.

Destarte, com o intuito de entender tais razões, utilizamos como metodologia uma pesquisa bibliográfica, para tanto foi realizada uma análise, muito sucinta, da época em que tal obra foi escrita, em que se baseia seus conceitos, a que tipo de público ela é dirigida, além de um breve relato da vida deste autor por considerar que isto pode ser um fator determinante desta notoriedade. Acreditamos que estes fatos podem contribuir para a popularidade desta e de outras obras deste autor. Também realizamos uma breve análise da obra de Godofredus Friedlein (editada em 1867) em que este autor apresenta, em latim, uma versão da *De Institutione Arithmetica* de Boécio com o intento de estudar os conceitos apresentados nesta obra.

Os primeiros resultados apontam para o fato de que nosso autor foi um cristão muito aplicado e acreditar na sua fé foi um dos fatos determinantes de sua execução após extenso encarceramento ordenado pelo rei Teodorico, este fato fez com que a igreja católica o proclamasse como um de seus mártires da fé, aí está um dos fatores que contribuíram para a adoção de suas obras nas escolas monásticas devido ao grande prestígio adquirido por Boécio, mais como filósofo que como matemático. Também suas obras estão voltadas mais com a preocupação de aplicação a filosofia e a música do que como desenvolvimento da matemática, outro fator importante é que são obras sempre baseadas em traduções, comentários e compilações de obras antigas, mas a importância disto está no fato de este autor contribuir de modo expressivo na preservação da cultura da antiguidade em tempos de crises como o que ele viveu.

ANCIUS MANÍLIUS TORQUATUS SEVERINUS BOETHIOS - BOÉCIO

O nosso personagem viveu no período turbulento de 480 a 524 da nossa era, nesta época o império romano do ocidente estava em colapso ruindo em 476 d.C.

quando Odacro, o Hérulo, tornou-se imperador romano iniciando, assim, uma “grande alteração nos cuidados oficiais com a cultura” (BROLEZZI, 2014, p. 43). Teodorico, o Ostrogodo, sucessor de Odacro, por algum tempo manteve-se ainda assessorado pelo senado romano que, mesmo sem o controle político, ainda manteve-se por algum tempo na situação de conselheiro, nesta circunstância estava Boécio, que foi Cônsul e mordomo de Teodorico e ainda o mais ilustre dos escritores eclesiásticos chamado de “o último romano, o primeiro escolástico” (JEAUNEAU, 1963, p. 17). Proveniente de antiga e importante família patrícia, homem do estado romano e que certamente encarou com desgosto o desmoronar do império romano e o emergente poder ostrogodo.

Boécio soube o que fazer para salvar a cultura Helênica que ele representava, adaptou-se as condições dos bárbaros e, por algum tempo ainda produziu obras que ajudaram a preservar a cultura do mundo antigo. “Apesar de que parte de seu projeto fosse traduzir todas as obras de Platão e Aristóteles” (LAUAND, 1986, apud BROLEZZI, 2014, p. 44), porém graças ao seu esforço e o de outros como ele foi possível a sobrevivência da Matemática na Europa Ocidental. Lauand (1986, apud BROLEZZI, 2014, p. 45) resume o esforço de Boécio neste sentido quando comenta o trabalho realizado por ele:

> ... graças a esse trabalho humilde e sacrificado, assumido conscientemente por quem tinha talento para muito mais, a Matemática preservou-se no Ocidente e pôde manter-se até o século X, quando recebe novo impulso com Gerberto e, a partir dos séculos seguintes, desenvolver-se mais e mais.

Percebemos, desta forma, como este autor contribuiu de modo significativo para a manutenção das ideias matemáticas da antiguidade. Seu trabalho em matemática, apesar de pouco original, se tratava basicamente em traduções, comentários e compilações de obras antigas, mesmo assim é considerado “o principal matemático da Roma antiga” (BOYER, 1974, p. 139). E como representante dos romanos nesta questão, Boécio que vivenciou intensamente o colapso do sistema político romano,

> Escreveu livros de texto para cada um dos quatro ramos matemáticos das artes liberais, mas esses livros eram abreviações insignificantes e extremamente elementares de clássicos mais antigos – uma *Arithmetica*

> que era apenas uma forma abreviada da *Introductio* de Nicômaco; uma *Geometria* baseada em Euclides e contendo apenas enunciados, sem prova, de algumas das partes mais simples dos quatro primeiros livros de *Os Elementos*; uma *Astronomia* derivada do *Almajesto* de Ptolomeu; e uma *Música* em dívida com obras de Euclides, Nicômaco e Ptolomeu. (BOYER, 1974, p. 139).

Porém, o conjunto destes escritos não deixam de constituir em uma importante fração da biblioteca medieval (JEAUNEAU, 1963), todos eles foram bastante utilizados nas escolas monásticas da Idade Média. Eves (2011, p. 289) afirma que "Com esses trabalhos e sua obra filosófica, Boécio tornou-se o fundador da escolástica medieval", reforçando, assim, a importância da sua obra para a preservação da cultura antiga, pois:

> Toda a região rural da Europa Ocidental estava pontilhada de monastérios, conventos e instituições religiosas engajadas nos misteres da Igreja. Os monastérios eram, aliás, os únicos locais da Europa Ocidental onde se cultuava o saber (EVES, 2011, p. 287).

Desta forma, a obra de Boécio deu importante contribuição neste sentido. Para a história da matemática, a sua importância "se embasa no fato de seus livros de geometria e aritmética terem sido adotados, por muitos séculos, nas escolas monásticas" (Eves, 2011, p. 290). Este autor ainda relata sobre a obra matemática de Boécio "Embora muito fracos, esses trabalhos acabaram se constituindo no sumo do conhecimento matemático, o que ilustra bem o quanto esse conhecimento se tornou insignificante na Alta Idade Média" (Idem, p. 290). Porém a Matemática ocidental antiga sobreviveu neste período graças ao trabalho de pessoas como Boécio e é por isto que resolvemos pesquisar um pouco mais a respeito de sua *De Institutione Arithmetica* no sentido de compreender as razões principais da adoção dela nas escolas monásticas por muitos séculos. Acreditamos que uma delas seja o fato de Boécio ser cristão e considerado pela igreja como um mártir da fé, fato este que ocasionou sua morte "assassinado sob a acusação de magia e de conspiração" (JEAUNEAU, 1963, p. 17) após um longo encarceramento.

"A morte de Boécio pode ser considerada como marco do fim da matemática antiga no Império Romano do Ocidente, como a morte de Hipatia tinha marcado o fim de Alexandria como centro matemático" (BOYER, 1974, p. 140), porém foi graças à sua

influência que outros autores latinos entre eles Cassiodoro, seu discípulo, iniciaram este trabalho de tradução e compilação de obras da matemática antiga e esta prática perdurou durante todo o período de 500 a 1200 em que os mosteiros, como relatadao acima, eram praticamente os únicos lugares onde se cultuavam o saber.

A *DE INSTITUTIONE ARITHMETICA* DE BOÉCIO

Na Grécia antiga a palavra aritmética tinha o significado de teoria dos números e não computação, “Freqüentemente (sic) a aritmética grega tinha mais em comum com a filosofia que com o que consideramos como matemática” (BOYER, 1974, p. 130) e este era o interesse de Boécio pela aritmética, tanto que a obra que estamos discutindo aqui é baseada na *Introductio arithmeticae* do Nicômaco de Gerasa, “um neopitagórico que viveu não longe de Jerusalém no ano 100 aproximadamente” (Idem, p. 130), uma obra em que as tendências filosóficas gregas é predominante apesar de seu autor ser considerado de origem síria.

Para compreender a *De Institutione Arithmetica* de Boécio precisamos antes discutir a *Introductio* de Nicômaco e o que é relatado sobre a mesma a seguir está inteiramente baseado no que encontramos em Boyer (1974). Este autor relata que tal obra contém apenas dois livros e que é possível que isso seja apenas uma versão abreviada de uma obra originalmente mais ampla. Nicômaco tinha pouca competência para a matemática e se ocupava apenas com as propriedades mais elementares dos números e ainda que o nível da obra pode ser avaliado pelo fato de Nicômaco achar conveniente juntar uma “taboada (sic) de multiplicação indo até *I* vezes *I* (isto é, 10 vezes 10)” (Idem, p. 131) e afirma que é o mais antigo exemplo grego preservado de tal tabela.

Esta obra começa com a classificação pitagórica dos números em pares e ímpares, depois em parmente pares (potências de dois) e parmente ímpares ($2^n . p$ onde p é ímpar e $p > 1$ e $n > 1$). Afirma ainda que são definidos os números primos, compostos e perfeitos, e é dada uma descrição do crivo de Erastóstenes e uma lista dos quatro primeiros números perfeitos (6 e 28 e 496 e 8128). A obra inclui também

uma classificação das razões e combinações de razões (por que razões de inteiros são essências na teoria pitagórica dos intervalos musicais), um tratamento extenso dos números figurativos (que tinham tido tanto relevo na aritmética pitagórica) em duas e três dimensões, e uma exposição bem completa sobre as várias médias (também um tópico favorito na filosofia pitagórica). A *Introductio* contém um teorema moderadamente sofisticado “se os inteiros ímpares são agrupados segundo o esquema 1; 3 + 5; 7 + 9 + 11; 13 + 15 + 17 + 19; ... as somas sucessivas são os cubos dos inteiros” (Idem, p. 132).

Esta obra, de acordo com Boyer (1974, p. 132), “não era nem um tratado sobre computações nem sobre álgebra, mas um manual dos elementos de matemática essenciais à compreensão da filosofia pitagórica e platônica” e ainda “um trabalho enfadonho e meio místico, embora tivesse desfrutado de alto prestígio” (Eves, 2011, p. 290), desta forma, serviu de modelo para comentadores e imitadores e um dos mais famosos foi Boécio que escreveu *De Institutione Arithmetica* cerca de quatro séculos depois em latim e Boyer (1974) a classifica como apenas uma tradução da *Introduction* de Nicômaco não contendo, segundo este autor, nada de original. Isto foi confirmado por nós quando fizemos o estudo da edição feita por Friedlein em 1867, pois lá encontramos os mesmos conceitos relatados por Boyer sobre a obra de Nicômaco. No entanto:

> Para os teóricos musicais a obra *De Institutione Arithmetica* de Sevério N. Boécio serviu fortemente de base para fundamentar suas teorias principalmente por ser aquela que, contrariamente a obra de Martiniano Capella, definia a música majoritariamente como uma ciência matemática ligada a Aritmética e não como ciência harmônica, ligada a Astronomia (MASI, 2006, apud BROMBERG e ABDOUNUR, 2011, p. 1-2).

Esta obra, como as demais de Boécio, também foi adotada por alguns séculos nas escolas monásticas durante a idade média e deu uma grande contribuição ao conhecimento matemático neste período, sua importância principal está no fato de que ajudou a preservar o conhecimento do mundo antigo durante uma época tão conturbada e em que tantos deles se perderam devido à ignorância cultural dos invasores bárbaros.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com este trabalho objetivamos realizar uma breve análise das contribuições de Boécio e, em especial, de sua obra *De Institutione Arithmetica* para a matemática. Para isto procuramos em obras de história da matemática como Boyer (1974), Eves (2011), Brolezzi (2014), entre outros, relatos da vida deste autor bem como da referida obra da qual fizemos uma breve análise da edição em latim feita por FRIEDLEIN (1867) para termos uma ideia mais geral dos conceitos abordados na *Arithmetica*. O nosso estudo apontou para a necessidade buscar respostas para a seguinte questão: como uma obra considerada fraca e sem originalidade permaneceu por vários séculos influenciando o ensino de matemática nas escolas monásticas medievais? O que nos inquietou foi o fato de a obra matemática de Boécio, apesar de ser considerada muito fraca, terem se tornado uma espécie de sumo do conhecimento em sua época.

Destarte, sobre as razões que levaram a ocorrência disto, concluímos a respeito da época em que tal obra foi escrita que o período em que Boécio viveu foi de grandes mudanças, em especial, no que diz respeito aos cuidados oficiais com a cultura, iniciando em 476 d.C. quando Odacro, o Hérulo, tornou-se imperador romano. Boécio o auxiliou como mordomo e conselheiro do seu sucessor, Teodorico, no entanto sua integridade foi a causadora do desagrado do novo imperador que o mandou ao encarceramento e em seguida ao assassinato. Com relação aos conceitos da *Arithmetica*, percebemos que está baseada totalmente em outra obra publicada quatro séculos antes, a *I*ntroductio arithmeticae de Nicômaco, uma obra em que as tendências filosóficas gregas são predominantes e é voltada mais para a aplicação dos conceitos da aritmética a música e a filosofia pitagórica do que para a matemática, daí se conclui que o tipo de público ao qual a *Arithmetica* de Boécio é dirigida não é exclusivamente aquele específico da matemática.

Boécio deu importante contribuição para salvar a cultura Helênica que ele representava, soube adaptar-se as condições dos bárbaros e, por algum tempo ainda produziu obras que ajudaram a preservar a cultura do mundo antigo. É considerado como o mais ilustre matemático romano, apesar de sua obra matemática ser considerada fraca e sem originalidade, foi adotada por muitos séculos nas escolas

monásticas, fato que ilustra o quanto este campo foi menosprezado na época medieval. No entanto, o fato de Boécio ser cristão e considerado pela igreja como um mártir da fé, foi determinante para esta adoção, além de ser o fundador da escolástica medieval.

No nosso trabalho verificamos apenas a presença de comentários a respeito da *De Institutione Arithmetica* e de seu autor em apenas três livros de história da matemática, um artigo sobre a história da música, um livro sobre a filosofia medieval e, por enquanto, apenas a parte relacionada ao conteúdo de uma edição muito posterior da *Arithmetica* de Boécio o que não nos permite tirar conclusões definitivas sobre o assunto. Nossa intenção é ainda continuar com este trabalho fazendo a análise mais aprofundada da referida obra e ainda da tradução inglesa realizada por MASI (1983) e de obras posteriores ao século V que comentem, copilem ou traduzam a *Arithmetica* e ainda pretendemos analisar seu trabalho sobre geometria.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da Matemática.** Trad. Elza F. Gomide. São Paulo, Edgad Blucher, 1974.

BROLEZZI, Antonio Carlos. **A arte de contar:** história da matemática e educação matemática. São Paulo, Editora Livraria da Física, 2014.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Trad. Hygino H. Domingues. 5ª ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

MASI, Michael. **Boethian Number Theory:** A Translation of the De Institutione Arithmetica, Studies in Classical Antiquity, vol. 6. Amsterdam: Rodopi, 1983.

BROMBERG, Carla; ABDOUNUR, Oscar João. A Matemática e Documentos Musicais Italianos do século XVI. In: IX Seminário Nacional de História da Matemática. **Anais...** Aracaju: UFS, 2011.

JEAUNEAU, Édouard. **A Filosofia Medieval.** Trad. João Afonso dos Santos. Lisboa, Edições 70, 1963.

BOETII, Anicil' M. T. Severini. ***De Institutione Arithmetica Libre Duo De Institutione Musica Libri Quinque Accedit Geometria Quae Fertur Boetii E Libris Manu Scriptis.*** Edidit Godofredus Friedlein; Lipsiae in Aedibus B. G. Teubneri; Indiana University Library, 1867.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

UMA EXPERIÊNCIA DE TRABALHO COOPERATIVO RECORRENDO À HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E À PEDAGOGIA DO TEXTO COMO CAMINHOS PARA ENSINAR MULTIPLICAÇÃO

Elisângela Pereira Barbosa[317]
Andressa Cesana[318]

RESUMO

Apresenta um estudo de caso exploratório-descritivo. Como problema de pesquisa evidencia impressões e repercussões percebidas na prática de sala de aula de uma professora das séries iniciais, ao recorrer à *História da Matemática* e à *Pedagogia do Texto* como caminhos para ensinar, diante de um trabalho cooperativo e da aplicação de uma sequência de atividades estruturadas de ensino em duas de suas turmas de 5° anos do Ensino Fundamental II de uma escola pública estadual, localizada no município de São Mateus/ES. Toma por base concepções de autores que revelam a importância de serem realizadas articulações entre *História da Matemática* e Educação Matemática, como: Miguel e Miorim (2011), Mendes (2009) e Dias e Saito (2013). Para a Pedagogia do Texto, fundamenta-se nas ideias de: Silva, Lourenço e Côgo (2004) e Rabelo (2002). Opta por um caminho metodológico que utiliza como técnicas de análise dos dados, a Análise de Conteúdo, proposta por Laurence Bardin (2011), e se organiza em torno de um processo de Categorização, no qual são classificados elementos constitutivos, com critérios previamente definidos. A análise é realizada a partir das cinco seguintes categorias: *Interesses e dificuldades da professora*; *Atitudes da professora*; *Trabalho cooperativo*; *Impactos da aplicação das atividades para os alunos*; e, *Repercussões da investigação na prática de sala de aula da professora*. Como resultados aponta para: a pouca articulação entre a teoria e a prática no currículo do curso de Pedagogia, sendo incipiente a formação Matemática da professora; a preocupação constante da professora na aprendizagem da Matemática de seus alunos; a positiva experiência do trabalho cooperativo realizado entre professora e pesquisadora; o interesse dos alunos em realizar as operações de multiplicação

[317]Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). E-mail: elisangela.p.barbosa@hotmail.com.
[318]Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). E-mail: andressacesana@hotmail.com.

utilizando-se dos *Ossos de Napier* e as dificuldades com a leitura e com a escrita, apresentadas pela maioria dos alunos; as perspectivas futuras de mudanças da professora em sua prática de sala de aula, relacionadas à presença da *História da Matemática* e da *Pedagogia do Texto* como caminhos para ensinar.

Palavras-chave: Trabalho Cooperativo. História da Matemática. Pedagogia do Texto. Categorização.

INTRODUÇÃO

Nosso trabalho é oriundo de uma pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso[319], do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Espírito Santo – Campus São Mateus - realizada durante o ano de 2018 e desenvolvida, cooperativamente, com uma professora das séries iniciais do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública do município de São Mateus, Espírito Santo.

Nosso interesse era empreender uma investigação que explorasse como a Matemática tem sido apresentada nas séries iniciais, como os conteúdos são abordados e ensinados pelos professores formados em Pedagogia, tendo a possibilidade de identificar que abordagens e práticas educativas se apresentam nessa fase escolar, que dificuldades são enfrentadas pelos professores e refletir algumas possíveis ações nossas que poderiam contribuir com o ensino de Matemática.

A escola onde desenvolvemos a pesquisa funciona num espaço chamado Associação de Moradores “Nova Esperança”[320], e, o fato da orientanda, em 2018, atuar como colaboradora de um projeto social nessa Associação, contribuiu para a realização de uma pesquisa com uma professora de Matemática da instituição. O nosso contato com a professora foi promovido por intermédio da diretora da escola e o seu aceite em participar da investigação se deu, inicialmente, por acreditar que teria uma oportunidade de conhecer e aprender métodos diferentes de ensinar matemática.

[319]Orientanda: Elisângela Pereira Barbosa; Orientadora: Andressa Cesana.

[320]Associação de Moradores “Nova Esperança” - Foi criada em 1º de outubro de 1970 pelo casal de missionários italianos Egídio e Luigia Bordoni. Desde a sua fundação, a instituição vem prestando atendimento bio-psico-social a crianças e adolescentes em situação de risco social, proporcionando-lhes educação em período integral e uma indispensável formação cristã. Disponível em: http://www.novaesperanca.org.br. Acesso em: 22 de set. de 2018.

Ainda na primeira conversa com a professora ela se dispôs a responder, por e-mail, algumas questões que elaboramos sobre: as metodologias utilizadas nas aulas de Matemática; sua afinidade com o processo de ensinar Matemática; os conteúdos matemáticos que ela tinha mais dificuldades de ensinar; entre outras. Nessa breve conversa ela mencionou que, geralmente, os alunos quando chegam no 5° ano, ainda têm dificuldades com conteúdos básicos de Matemática, como por exemplo, a operação de multiplicação, e que devido a isso não conseguia avançar nos conteúdos destinados ao 5° ano.

Conhecendo melhor o perfil profissional e também os anseios relativos ao ensino de matemática da professora, articulamos com ela distintos caminhos metodológicos com os quais poderíamos seguir para elaborar nossa proposta de ensinar a multiplicação, quais sejam: O uso de materiais manipulativos e jogos, utilizando artefatos da *História da Matemática*, a *Pedagogia do Texto*, entre outros. A professora se interessou pela *História da Matemática* e pela Pedagogia do Texto.

Desse modo, a questão investigativa tornou-se: **Que impressões e repercussões podem ser constatadas na prática de sala de aula de uma professora ao realizarmos uma experiência de trabalho cooperativo utilizando a *História da Matemática* e a *Pedagogia do Texto* como caminhos para ensinar a multiplicação?**

Justificamos a importância da proposta de uma pesquisa que recorre à *História da Matemática* em sala de aula para ensinar algum conteúdo, pois ao ensinar Matemática, é importante deixar sempre claro para os alunos que a forma acabada na qual hoje se encontra um conceito matemático, esconde modificações sofridas ao longo de sua história e que isso deve ser levado em conta ao elaborarmos atividades que auxiliam na aprendizagem, já que a forma como um assunto é tratado influencia a sua compreensão.

Uma das formas de esclarecer aos alunos é mostrando a história dos conteúdos matemáticos abordados. Isso auxilia a desmistificar a ideia de que a Matemática é uma disciplina isolada, uma vez que conseguimos fazer uma conexão com o passado e com as diferentes culturas em que sempre esteve inserida. A

intenção não é refazer a história e sim refletir sobre ela. É como nos afirma Pereira e Martins (2017, p.8):

> Nesse sentido, a história da Matemática ainda pode ser considerada uma valiosa ferramenta para o docente, visto que pode favorecer uma interpretação mais crítica da Matemática estudada e a compreensão da própria construção do conhecimento matemático. Portanto, estabelecer um diálogo entre a História e a Matemática é estritamente relevante.

Por outro lado, recorremos também à *Pedagogia do Texto*, que segundo Silva, Lourenço e Côgo (2004, p. 17) "[...] é uma proposta teórica e metodológica que pretende orientar o processo de ensino-aprendizagem das disciplinas de base [...]", com o objetivo de despertar nos alunos uma melhor compreensão dos conteúdos trabalhados.

QUADRO TEÓRICO

A partir da compreensão de que, nesta pesquisa, buscamos evidenciar quais impressões e repercussões podem ser percebidas na prática de sala de aula de uma professora das séries iniciais, ao recorrer da *História da Matemática* e da *Pedagogia do Texto* como caminhos para ensinar, e a fim de atender aos objetivos propostos, fez-se necessário uma pesquisa por um referencial que embasasse essa investigação.

A *História da Matemática* tratada pelo professor em sala de aula pode representar uma estratégia de ensino que contribui para destacar o valor da Matemática e representar aos alunos a amplitude da disciplina, fazendo-os perceber que a Matemática vai muito além dos cálculos e fórmulas prontas. Conforme recomendam Miguel e Miorim (2011), a *História da Matemática* deve se constituir como ponto de referência tanto na problematização didática quanto na transformação qualitativa da cultura escolar e da Educação Matemática que se realiza na escola, promovendo uma aprendizagem mais significativa e crítica dos conteúdos.

No artigo intitulado *Construindo Interfaces entre História e Ensino da Matemática*, Saito (2016) apresenta alguns pressupostos teóricos que têm norteado as investigações sobre a articulação entre *História da Matemática* e ensino de Matemática

proposta pelo grupo de estudos e pesquisa em História e Epistemologia na Educação Matemática (HEEMa) da PUC/SP. São apresentadas as potencialidades didáticas que emergem da construção de interfaces entre história e ensino de Matemática. Buscando-se aprofundar no diálogo entre historiadores da Matemática e educadores da Matemática de modo a alinhavar concepções de natureza epistemológica e historiográfica da História da Matemática com outras diferentes propostas da didática Matemática. Nesse mesmo artigo são apresentadas algumas iniciativas do grupo nessa direção, discorrendo sobre alguns pressupostos teóricos que estão na base da proposta de construção de interfaces entre história e ensino.

Saito (2016) expõe sobre o que entende por interface entre *História da Matemática* e ensino e discute sobre as potencialidades didáticas que emergem de sua construção. Sem a pretensão de indicar “o que” e “como” ensinar Matemática por meio da *História da Matemática*. Além disso, procura tecer algumas condições a respeito da articulação entre história e ensino, sugerindo que a *História da Matemática* é um recurso que possibilita levantar diferentes questões de ordem epistemológica e Matemática por meio das quais o educador matemático pode desenvolver ações de modo mais crítico e criativo.

Dias e Saito (2013) discorrem sobre a construção de uma interface entre *História da Matemática* e Educação Matemática a partir de tendências historiográficas atualizadas e de pressupostos lógico-históricos do conhecimento. Para os autores, essa interface contempla a construção do significado dos objetos matemáticos, levando-se em consideração o contexto no qual conceitos matemáticos são desenvolvidos e o movimento do pensamento no contexto em que tais conceitos foram concebidos.

> [...] O nosso propósito é aproximar o educador do historiador de modo a elaborar uma estratégia, ou ainda esboçar uma metodologia de trabalho, a fim de articular História da Matemática e Educação Matemática. Por isso, investimos ações direcionadas à formação do professor que ensina Matemática (DIAS e SAITO, 2013, p. 3).

Apesar de não termos realizado a construção dessa interface entre *História da Matemática* e Educação Matemática como idealizada por Saito (2016) e Dias e Saito

(2013), consideramos relevante evocar sobre esses dois trabalhos, porque são investigações que ratificam as possíveis articulações entre História e ensino de Matemática tendo em vista a formação de professores de Matemática.

Considerando que algum trabalho que envolvesse produção textual nos interessava em nossa pesquisa, ao realizarmos um estudo acerca da *Pedagogia do Texto* e dos Textos Matemáticos e Textos Matematizáveis, compreendemos que o baixo desempenho na resolução de problemas matemáticos apresentados pelos alunos, é da hipótese de que um dos elementos fundamentais que contribuem para esse insucesso se dá devido os alunos não estarem preparados com as competências e habilidades para a interpretação de texto matemático (RABELO, 2002).

Silva, Lourenço e Côgo, (2004) consideram a *Pedagogia do Texto* como uma proposta teórica metodológica que auxiliam o professor no processo de ensino-aprendizagem por meio da interdisciplinaridade das disciplinas de base. As autoras afirmam que:

> [...] o objetivo dessa metodologia é propiciar, pela linguagem escrita, a apropriação e compreensão de novas ideias, conceitos ou teorias que permitam que o aluno faça a sua leitura de mundo (SILVA, LOURENÇO & CÔGO, 2004, p. 17).

Em nosso trabalho utilizamos um Texto Matematizável em uma das atividades propostas para os alunos. De fato, um Texto Matematizável, configurado por uma situação-problema, foi construído por nós para que pudesse ser lido, interpretado e resolvido pelos alunos do 5º ano. A ideia é que eles utilizassem os “Ossos de Napier” para resolverem uma situação-problema que envolvia operações de multiplicação.

Acreditamos que ao recorrermos à *História da Matemática* e à *Pedagogia do Texto* como caminhos para ensinar dentro do contexto escolar, atrelada a uma sequência de atividades estruturadas de ensino, criamos condições para uma aprendizagem significativa do aluno. Nesse sentido, levantando questionamentos e buscando compreender a finalidade de um conteúdo matemático, estamos possibilitando por meio da História que o aluno explore acontecimentos e lugares, e estabeleça relações em diversos contextos históricos com a disciplina de Matemática.

METODOLOGIA

Classificamos esta pesquisa como qualitativa do tipo exploratório-descritiva (GIL, 2010) realizada com uma professora que atua na rede pública de ensino do município de São Mateus, Espírito Santo. Enquadramos como qualitativa porque, na construção de um trabalho cooperativo com uma professora de Matemática, partimos de pontos de vistas subjetivos e nos preocupamos com o significado das práticas de sala de aula.

Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram: questionários, diário de bordo, gravações de áudios dos encontros de estudos realizados com a professora, folder e oficinas, contendo atividades desenvolvidas e respondidas pelos alunos.

Optamos por um caminho metodológico que utiliza como técnicas de análise dos dados, a Análise de Conteúdo, proposta por Laurence Bardin (2011), e nos organizamos em torno de um processo de Categorização, no qual são classificados elementos constitutivos, com critérios previamente definidos. As categorias foram construídas a fim de que suas análises satisfizessem ao objetivo desta pesquisa: **Analisar a prática da sala de aula de uma professora regente do 5º ano do Ensino Fundamental I numa experiência de construção e aplicação de uma atividade estruturada de ensino, sobre a multiplicação, recorrendo à *História da Matemática* e à *Pedagogia do Texto* como caminhos para ensinar**.

Ao definirmos que esta investigação teria como foco a *História da Matemática* e a *Pedagogia do Texto* como caminhos para ensinar, decidimos então, elaborar uma sequência de atividades estruturadas de ensino que pudesse contemplar os momentos de desenvolvimento dessa pesquisa com os alunos. Essas atividades foram construídas cooperativamente com a professora com intuito de discutir sobre as práticas habituais da professora e construir uma sequência de atividades que melhor atendesse às duas turmas do 5º ano.

Quanto à atividade estruturada de ensino, nos adequamos à proposta de Mendes (2009, p. 59) entendendo-a como:

> o encaminhamento didático dado ao processo construtivista do processo ensino-aprendizagem, que provoca a criatividade e o espírito desafiador do aluno para construir suas idéias [sic] sobre o que pretende aprender.

Procuramos construir uma sequência de atividades estruturadas de ensino contendo uma situação-problema que valorizasse o lúdico e o processo criativo e que pudesse explorar a imaginação dos alunos respeitando suas habilidades e competências. Para que os alunos resolvessem as atividades utilizamos como critérios conteúdos matemáticos necessários para a resolução da situação-problema que foi elaborada, como por exemplo, conhecimento da operação de adição, uma vez que para utilizarmos os *Ossos de Napier* no processo de aprendizagem da multiplicação é necessário saber adicionar.

Durante a realização desta pesquisa, agendamos primeiro alguns encontros de estudos específicos com a professora, destinados a refletirmos sobre a Investigação Histórica no ensino da Matemática e a *Pedagogia do Texto*. Depois dos encontros de estudos, das reflexões sobre os textos e da elaboração das atividades com a professora, desenvolvemos e acompanhamos as atividades em sala de aula, em cooperação com a professora. Não decidimos, inicialmente, a quantidade específica desses encontros com a professora, e nos adaptamos conforme a necessidade da investigação. Ao fim se consolidou em cinco encontros. Que ficaram distribuídos da seguinte maneira:

- 1° encontro em 02 de maio 2018: *Estudando os mares que navegaremos* - refletimos com a professora sobre a *História da Matemática* e a *Pedagogia do Texto* como um caminho para ensinar;
- 2° encontro em 23 de maio 2018: *Definindo o destino da nossa viagem* - apresentamos os *Ossos de Napier* como instrumentos históricos para ensinar a multiplicação e estudamos acerca das suas possíveis aplicações;
- 3° encontro em 06 de junho 2018: *Ajustando os instrumentos na direção da nossa pesquisa* – apresentamos para a professora uma representação em papel milimetrado dos *Ossos de Napier* e refletimos sobre os usos dos instrumentos para ensinar a multiplicação;
- 4° encontro em 21 de agosto 2018: *Elaborando e estudando os mapas que compõem a rota da viagem* – construímos, cooperativamente com a professora, as atividades estruturadas de ensino;

- 5° encontro em 04 de setembro 2018: *Ancorando a embarcação* - praticamos mais um pouco sobre o uso dos *Ossos de Napier* para realizar operações de multiplicação e divisão.

Incialmente, nossa pretensão era acompanhar e analisar, cooperativamente, as práticas de sala de aula da professora durante a aplicação das atividades estruturadas de ensino em apenas uma turma do 5° ano, durante três aulas de 50 minutos. Porém, durante nossos encontros de estudo e planejamento das atividades notamos que levaríamos mais tempo, e ficou decidido, então, que utilizaríamos todas as aulas geminadas de Matemática durante uma semana, para melhor aproveitar o tempo. Pelo fato da professora utilizar o mesmo planejamento de aula nas duas turmas de 5° anos que ela ministra aulas, decidimos que o desenvolvimento das atividades aconteceria nas duas turmas do 5° ano. Na semana que acompanhamos a professora durante as suas atividades na escola, as aulas geminadas de Matemáticas estavam distribuídas da seguinte maneira:

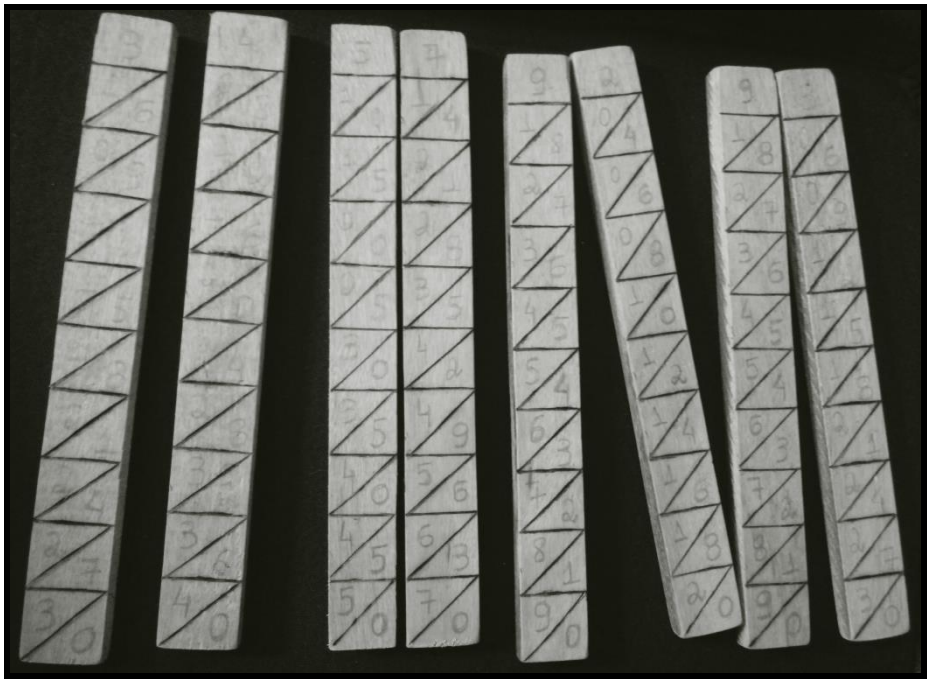
TABELA 3 - DISTRIBUIÇÃO DAS AULAS

HORÁRIO	SEGUNDA-FEIRA	TERÇA-FEIRA	QUINTA-FEIRA
7:00 h à 8:40 h	5° 02	5° 01	5° 02
intervalo			
9:15 h à 11:05 h			5°01

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Após os cinco encontros realizados unicamente com a professora, aconteceram os encontros com as duas turmas do 5º ano. Numa segunda-feira dia, 10 de setembro de 2018, utilizamos duas aulas de 50 minutos na turma de 5° 02. Foram destinadas a levarmos os alunos a conhecerem a vida de John Napier, suas contribuições no ramo da Matemática e a representação construída em madeira dos *Ossos Napier*. No segundo encontro com a turma do 5° 02, ocorrido na sexta-feira dia 13 de setembro de 2018, foram utilizadas duas aulas de 50 minutos e destinadas a relembrar o encontro anterior com a apresentação de um folder que preparamos sobre John Napier e a resolução das atividades de estruturadas utilizando os *Ossos de Napier*, construídos em madeira Figura 1, como instrumentos facilitadores dos cálculos. Como podemos conferir na Figura 2 abaixo os alunos utilizando os Ossos de Napier na resolução das atividades. Esse mesmo cronograma foi seguido na turma do 5° 01 nos dias 11 de setembro e 13 de setembro de 2018, respectivamente.

FIGURA 1 – *OSSOS DE NAPIER* REPRODUZIDOS EM MADEIRA



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Na Figura 1 apresentamos os *Ossos de Napier* construídos por nós em madeira. Foram utilizados pelos alunos na resolução das atividades propostas sobre a multiplicação.

FIGURA 2 – ALUNOS UTILIZANDO OS *OSSOS DE NAPIER*



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

A Figura 2 demonstra os alunos em grupos utilizando os *Ossos de Napier* no desenvolvimento das atividades.

RESULTADOS E ANÁLISES

Como objetivo principal desta investigação, propusemos analisar a prática de sala de aula de uma professora, em suas turmas do 5º ano do Ensino Fundamental, numa experiência de construção e aplicação de uma atividade estruturada de ensino sobre a operação de multiplicação, utilizando dos instrumentos ditos *Ossos de Napier*.

Atrelados ao nosso objetivo geral, planejamos ações que foram se concretizando durante a investigação:

- Realizamos encontros de estudos abordando a *História da Matemática* e *Pedagogia do Texto*, a fim de decidirmos como elaboraríamos a sequência das atividades estruturadas de ensino permeadas por esses caminhos para ensinar;
- Procuramos adotar uma postura dialógica e reflexiva diante de um trabalho cooperativo durante os encontros de estudos, sempre buscando aproveitar cada comentário e sugestão da professora.

A partir da troca de experiências, considerando: as nossas anotações no diário de bordo; o questionário inicial; as gravações de áudios dos encontros de estudos realizados com a professora; as atividades estruturadas de ensino elaboradas e respondidas; os relatos realizados pelos alunos que foram coletados pela professora após a experiência realizada; o questionário final respondido pela professora; refletimos e elaboramos, durante a realização da pesquisa, cinco categorias, que foram se constituindo enquanto examinávamos os instrumentos coletados após a pesquisa realizada, para assim realizarmos a análise da nossa investigação. Foram elas:

1. Interesses e dificuldades da professora;
2. Atitudes da professora;
3. Trabalho cooperativo;
4. Impactos da aplicação das atividades para os alunos;
5. Repercussões da investigação na prática de sala de aula da professora.

Analisamos essas categorias sob a técnica de Análise de Conteúdo, de Laurence Bardin (2011). Na categoria *Interesses e dificuldades da professora*, identificamos os obstáculos relatados durante o questionário inicial e nos nossos encontros de estudos, como por exemplo, falta de práticas educacionais durante sua

graduação, no qual o currículo estudado por ela era “encharcado” de teoria, porém, deixando a desejar na dimensão prática. Observamos aí a necessidade de estudos contínuos acerca do assunto, para assim ser possível suprir as falhas deixadas durante aquela etapa de escolarização. Acreditamos que a nossa proposta contribuiu positivamente, ajudando-a nesse quesito.

No que diz respeito à categoria *Atitudes da professora*, percebemos as constantes mudanças ocorridas durante a sua prática, seja em sala de aula ou durante seus momentos de estudos e planejamento, visando sempre um melhor aprendizado por parte dos alunos. Suas atitudes revelam uma preocupação sobre aquilo que os alunos se interessam, absorvem e aprendem durante as aulas.

Na categoria *Trabalho cooperativo,* percebemos que a troca de experiência entre nós e a professora foi enriquecedora para ambas, pois, durante a pesquisa foram se constituindo as atividades a serem desenvolvidas em sala de aula, por meio de reflexões e discussões sobre os possíveis caminhos para ensinar multiplicação utilizando os *Ossos de Napier*. Esses encontros de estudos refletiram, positivamente, na prática de sala de aula da professora, pois ela considerou a possibilidade de trabalhar, futuramente, com novas alternativas de ensino com seus alunos.

Quanto à categoria *Impactos da aplicação das atividades para os alunos,* procuramos nas resoluções escritas das atividades estruturadas de ensino e nos relatos realizados por eles, identificar como o uso de um novo instrumento, no caso, os *Ossos de Napier*, acarretaria na aprendizagem da multiplicação. Percebemos o interesse dos alunos em realizar as operações de multiplicação utilizando-se de um processo distinto do algoritmo usual, no entanto, destacamos que as dificuldades com a leitura e com a escrita, apresentadas pela maioria dos alunos, atrapalham o processo de aprendizagem da Matemática e o quanto isso impossibilitou a realização da segunda atividade a qual propunha a resolução situação-problema envolvendo um Texto Matematizável.

Na última categoria, *Repercussões da investigação na prática de sala de aula da professora*, acreditamos que contribuímos de alguma forma nas futuras práticas de sala de aula da professora. Destacamos pontos positivos sobre a experiência realizada, como por exemplo, quando a professora diz que não imaginava que poderia abordar a

Matemática com os Textos Matematizáveis, em uma turma do 5° ano, ou quando enfatiza que pretende, em suas aulas, trabalhar mais com a *História da Matemática*.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No período vivenciado em sala de aula, juntamente com a professora e alunos, foi possível verificar que ao aplicarmos as atividades, os alunos queriam logo resolver a primeira atividade, que, segundo eles, seria mais fácil por exigir, unicamente, que realizassem as operações de multiplicação utilizando os *Ossos de Napier* feitos de madeira, ao passo que, alguns deles, não demonstraram interesse em ler a segunda atividade que envolvia uma situação-problema, indicando uma rejeição ao processo de leitura. O que justifica a análise realizada na categoria *Impactos da aplicação das atividades para os alunos*, na qual destacamos as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação à leitura e à escrita e, consequentemente, como isso acarretou nas resoluções da situação-problema.

O uso de outras propostas como caminhos para ensinar, como essas que trabalhamos em cooperação com a professora, pode atrair os alunos a terem mais gosto pela Matemática. Notamos nos encontros que eles pouco conheciam sobre a *História da Matemática,* e como esse contato foi enriquecedor, pois em seus relatos percebemos que a maioria dos alunos procurava reproduzir, a seu modo, a História de John Napier apresentada em sala de aula, seja desenhando a imagem do referido matemático, seja refazendo uma reprodução do instrumento utilizado.

Ao propormos os encontros de estudos nos quais refletimos sobre a *História da Matemática* e a *Pedagogia do Texto* como caminhos para ensinar e construirmos um planejamento para o processo de ensino da multiplicação, nós percebemos que retiramos a professora pesquisada de sua zona de conforto, ou seja, provocamos reflexões sobre modos de ensinar Matemática, diferentes das habituais, e a desafiamos tentar algo novo com a cooperação, o que tornou a construção da sequência das atividades mais confiável e segura, uma vez que esse tipo de atividades era raro em suas aulas. Entendemos que nossa proposta foi um passo importante para novas

atitudes da professora em sua prática de sala de aula e acreditamos que irá buscar diversificar suas aulas de Matemática, recorrendo a novos caminhos para ensinar.

A partir desta pesquisa, acreditamos que a realização de um trabalho cooperativo é relevante na prática de sala de aula do professor. Esperamos continuar a planejar pesquisas que discutam e reflitam sobre a formação professor que ensina Matemática por meio de trabalho cooperativo com grupos de professores de pedagogia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. 1ª ed. São Paulo: Edições 70, 2011.

DIAS, Marisa Silva; SAITO, Fumikazu. Interface entre história e ensino de matemática: aspectos Teóricos e metodológicos. In: VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática - VII CIBEM, 7, 2013, Montevidéu, Uruguai. **Actas**... Disponível em: <http://www.cibem7.semur.edu.uy/home.php>. Acesso em: 20 out. 2018.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação Histórica no Ensino de Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela**. História na educação Matemática: propostas e desafios**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; MARTINS, Eugeniano Brito. **O ensino de aritmética por meio de instrumentos**: Uma abordagem utilizando do Rabdologiae seu numerationis per virgula. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

RABELO, Edmar Henrique. **Textos Matemáticos**: Produção, interpretação e resolução de problemas. 3. ed. rev. e ampl. Petrópolis/RJ: Vozes, 2002.

SAITO, Fumikazu. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 3, n. 1, p. 3-19, 2016a. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/29002>. Acesso em: 10 out. 2018.

SILVA, Circe Mary Silva da; LOURENÇO, Simone Torres; CÔGO, Ana Maria**. O ensino-aprendizagem da Matemática e a pedagogia do texto**. Brasília: Plano, 2004.

ISSN 2236-4102

Uma proposta de ensino de funções usando a História da Matemática como recurso pedagógico[321]

Maria Teresa Costa Barboza[322]

RESUMO

Na busca por um aprendizado mais significativo, a História da Matemática foi escolhida como recurso pedagógico e metodológico na expectativa de desenvolvermos estratégias de ensino-aprendizagem em que os alunos serão convidados a pesquisarem sobre matemática e não apenas a obterem resultados prontos e acabados. Ao aproximar a matemática da realidade desses alunos, esta pode se tornar uma prática prazerosa, investigativa e não obrigatória, além de proporcionar a desmistificação de que a Matemática é uma ciência pronta e acabada, e mostrar que esta é, e sempre foi, uma ciência em construção. O objetivo principal da pesquisa que se encontra em andamento consiste em propor atividades utilizando a História da Matemática como recurso pedagógico para o ensino e aprendizagem de Funções, conteúdo proposto a ser ensinado na Educação Básica e que se torna a base para o ensino do Cálculo Diferencial e Integral. Far-se-á algumas reflexões e aprofundamentos sobre as formas de ensinar a Matemática usando o contexto histórico, ou seja, com o uso da História da Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem, para a construção do conhecimento do conteúdo Funções.

Palavras-chave: História da Matemática. Recurso Pedagógico. Funções.

[321] A presente pesquisa está em sua fase de construção teórica e não possui resultados. Está sendo orientada pela professora Mônica de Cássia Siqueira Martines. Universidade Federal do Triangulo Mineiro – UFTM. E-mail: monica.siqueiramartines@uftm.edu.br

[2] Universidade Federal do Triangulo Mineiro – UFTM. E-mail: mariateresa.matematica@gmail.com

INTRODUÇÃO

A atual sociedade tem gerado algumas mudanças nos mais diversos cenários escolares como um todo e, como consequências, existem algumas práticas e conteúdos padronizados que devem ser estudados e aprofundados em determinados períodos ao longo do processo escolar.

Sendo assim, os professores são os profissionais que mais têm sido questionados pela sociedade, por suas práticas pedagógicas, e são, constantemente, provocados a repensarem sobre suas metodologias na busca de se adequarem às novas exigências de um mercado cada vez mais competitivo e diversificado por sua composição. (Gomes, Rodrigues, 2014)

Na busca por um aprendizado mais significativo, a História da Matemática foi escolhida como recurso metodológico e pedagógico, para que assim possam ser desenvolvidas estratégias de ensino-aprendizagem em que convidaremos os alunos a serem pesquisadores da Matemática, para deixarmos de lado o papel de receptores de resultados prontos e acabados. A ideia é aproximar a matemática da realidade desses alunos e esta tornar-se uma prática prazerosa, investigativa e não obrigatória, além de propiciar a desmistificação de que a Matemática é uma ciência pronta e acabada, mostrando, pelo uso da História da Matemática, que ela é, e sempre foi, uma ciência em construção. (Gaspar, 2003)

O objetivo principal da pesquisa de mestrado em andamento é propormos atividades utilizando a História da Matemática como recurso pedagógico para o ensino e aprendizagem de Funções.

Escolhemos esse assunto por ser trabalhado na educação básica, e por ser a base de diversos cursos da área de exatas, sendo, por exemplo, a base da disciplina Cálculo Diferencial e Integral.

Selecionamos dois documentos, o CBC a nível estadual e o BNCC a nível nacional, que norteiam o desenvolvimento do estudo de funções no currículo base, para organizarmos as atividades. O conteúdo Funções é de extrema importância, uma vez que a mesma permite percebermos algebricamente, por meio das notações e, geometricamente proporcionada pelos gráficos, a dependência biunívoca entre duas

grandezas e como estas se relacionam dentro de contextos que podem ser manipulados pelos estudantes, com análises determinísticas ou aproximadas. O conteúdo Função permite que o estudante desenvolva essas manipulações desde o ensino fundamental, quando ele compara grandezas como velocidade e tempo, oferta e demanda, dentre outras. E isso estende-se no Ensino Médio quando ele constrói gráficos e projeta funções mais abstratas como a exponencial, polinomial, trigonométricas, entre outros, para que no Ensino Superior ele consiga aprofundar com o Estudo do Cálculo Diferencial e Integral, que possui o conteúdo como base.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PEDAGÓGICO

A Matemática não fora desenvolvida por uma ou outra pessoa, uma ou outra nação, e, sim, por um conjunto de pessoas de diferentes nacionalidades. Pode-se dizer que muitos conteúdos que estudamos e trabalhamos com a disciplina veio da necessidade de alguns povos em determinados períodos históricos. Atualmente, temos uma falta de conexão entre o que é aprendido e a prática do dia a dia, sendo esse contexto motivo de desinteresse dos alunos. (ONUCHIC, 1999)

A História da Matemática é uma metodologia pedagógica que propõe ensinar a Matemática utilizando-se do contexto histórico.

> Com relação à dimensão histórica no ensino da matemática, vários pesquisadores consideram que a história da matemática como um recurso pedagógico a ser incorporado ao trabalho do professor é benéfico e que é importante saber como ela pode ser introduzida em algumas atividades de sala de aula, contribuindo para o ensino-aprendizagem da matemática e, como pode facilitar o alcance dos objetivos dentro do currículo de matemática.
> (GASPAR, 2003, p. 1).

Ainda, segundo Gaspar (2003, p.1), ao analisar a questão da dimensão histórica, é necessário frisar que o nosso objeto de estudo será o ensino-aprendizagem do conteúdo matemático Funções, não queremos lecionar História da Matemática. Antes de evidenciarmos o conteúdo Funções, faremos algumas reflexões e aprofundamentos sobre as formas de ensinar a Matemática usando o contexto histórico, ou seja, com o uso da História da Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem.

FUNÇÃO: UM POUCO DE HISTÓRIA

Como mencionado anteriormente, escolhemos esse assunto por ser trabalhado na educação básica, no ensino médio, e em diversos cursos da área de exatas, sendo à base da disciplina Cálculo Diferencial e Integral.

Antes de qualquer coisa, é importante ressaltar que nos permitimos analisar referências bibliográficas, de autores conhecidos como Boyer e Even, uma vez que estes são comumente usados em cursos de graduação na disciplina de História da Matemática, porém ao identificarmos que estávamos nos direcionando a uma visão tendenciosa, em geral com reedições consideradas ultrapassadas pela historiografia, que em sua maioria se restringe a exposição das ideias dos matemáticos célebres, como se todos esses conceitos tivessem chegados até nós de maneira automática, do passado ao presente, um exemplo disso estão nas tentativas de dizer que os gênios da matemática podem até agir como pessoas mortais.(ROQUE, 2012,p.8)

Assim sendo, nos direcionamos aos trabalhos da autora Tatiana Roque, o primeiro livro brasileiro de história geral da matemática, sendo este o resultado de uma pesquisa original concomitante a experiências realizadas em sala de aula pela autora, e nesta obra tem se o objetivo de estimular as reflexões, através de uma História da Matemática com ênfase na contextualização das práticas que caracterizam o fazer matemático, através de amostras de partes de tais práticas, revelando assim os significados dos conceitos matemáticos, desconstruindo os mitos e lendas. (ROQUE, 2012,p.8)

Vamos nos colocar no contexto da época, do século XVII ao início do século XX, esse é o período que iremos abordar nesse capítulo, com as discussões desse período, que fora: a descoberta do Cálculo Infinitesimal; Paradoxos de Zenão, Método grego da exaustão, Métodos de Cavalieri para calcular áreas até as ideias de Newton e Leibniz, até chegarmos no desenvolvimento das Funções, lembrando que não fora um desenvolvimento linear, como em nosso planejamento, os conhecimentos foram surgindo de acordo com a necessidade das pessoas, de como elas estavam insatisfeitas e por que essas pessoas estavam insatisfeitas, uma vez que as pesquisas surgem em muitos momentos desses desconfortos. (ROQUE, 2012, p. 274 - 300)

Até o advento do cálculo diferencial a matemática era a ciência das quantidades, e mesmo que a ideia de função fosse explícita muito depois do cálculo de Newton e Leibniz, teremos três divisões no campo de pesquisa da análise matemática, sendo elas:

- Problemas de natureza geométrica, estes eram predominantes.
- Estágio analítico ou algébrico, com os trabalhos de Euler, e atingiu sua forma finalizada com Lagrange no século XVIII.
- Uma nova arquitetura para a análise matemática, proposta inicialmente por Cauchy no início do século XIX, continuada por diversos matemáticos no século XX.

Nesse processo, houve uma nova construção arquitetônica para a análise matemática, proposta inicialmente por Cauchy no século XIX, e continuada por diversos matemáticos nas décadas seguintes, enfatizaremos aqui o processo de transição dos métodos geométricos usados por Leibniz e Johann Bernoulli até a análise algebrizada do século XVIII. (ROQUE, 2012, p.343)

Na busca por entender a definição de noções centrais adotadas no ensino básico, em específico o conteúdo Função, temos que analisar a ligação direta com o Cálculo Infinitesimal, uma vez que para investigar conceitos devemos analisar os contextos e o Cálculo Infinitesimal está interligado com o desenvolvimento do conceito de Função, como por exemplo a definição de derivada sempre era antecedida de: "Seja uma função y = f(x)", porém o conceito de função só fora introduzido na matemática anos depois, após o aprimoramento das técnicas e escritas de diferenciais de Leibiniz e Newton, confirmando mais uma vez que os conteúdos matemáticos não são organizados de modo cronológico, por isso é possível ensinar noções de função aos alunos da educação em sua etapa do nono ano do ensino fundamental, sem que estes tenham domínio do conteúdo de derivadas ou de integrais.(ROQUE, 2012, p. 274)

A partir deste parágrafo, descreveremos através do contexto histórico, o processo que vai desde a noção intuitiva de Função, com alguns fatos relevantes do processo, juntamente com a contribuição de alguns matemáticos, para que chegássemos às definições e formalizações que trabalhamos hoje.

Lembrando que a variação é o seu componente principal, expressa em termos que chamamos de variável, e esta expressão só fora introduzida no século XIX de maneira formal, mesmo tendo sido proposta por Viéte no século XVII com a representação simbólica. Lembrando que esta surgira pela física matemática, onde grandes nomes contribuíram tais como Galileu com a ideia de variação do estado em função do tempo, que fora a Relação Primordial, por esse motivo, inicialmente a ideia de função era associada a noção de trajetória, onde o movimento a uma curva poderia ser expresso por meio de uma equação. (ROQUE, 2012, p. 297 - 298)

Atividades: Catalogação dos principais escritores de Função: Leibniz, Johann Bernoulli, Euler, D' Alembert e Cauchy.

1) **Objetivo:** Incentivar a pesquisa didático/pedagógica, para que os alunos tenham uma orientação sobre os formalizadores do conhecimento do conteúdo Função. Nesta atividade, abordaremos o processo de desenvolvimento, desde a noção intuitiva do século XVII até o século XIX, e as influências que tais estudos trouxeram como consequência entre os séculos XX e XXI.
2) **Justificativa:** Usar a História da Matemática como recurso pedagógico para o entendimento do contexto do conteúdo de Funções**.**
3) **Descrição da Abordagem:** Como foi o contexto do desenvolvimento do conteúdo Função, desde as noções intuitivas no período antigo, em seguida do século XVII ao século XIX.
4) **Metodologia:** A proposta será efetuada aos alunos do nono ano, as salas serão divididas em cinco grupos, e por sorteio será feito o pedido da pesquisa:
    - Leibniz;
    - Johann Bernoulli;
    - D' Alembert;
    - Cauchy;
    - Euler.

Será pedido que os alunos façam o desenvolvimento do trabalho em forma de seminários, para que estes possam expor suas experiências individuais e coletivas, e num segundo momento teremos a consolidação dos trabalhos em forma de Roda de Conversa, para que essa socialização seja consolidada entre os alunos, tendo o professor como mediador.

5) **Habilidades:** Desenvolver o hábito da pesquisa histórica em História da Matemática, desenvolver os seminários, e trabalhar em grupo com os diálogos em Roda de Conversa.

Como exemplo citaremos uma pesquisa desenvolvida para o matemático Leibniz

A partir de agora, teremos algumas biografias extraídas do Mac Tutor, com a tradução feita pela autora.

Gottfried Wilhelm von Leibniz

Gottfried Wilhelm von Leibniz, nasceu em Leipzig, Saxônia (atual Alemanha), em 1646, filho de Friedrich Leibniz, professor de filosofia moral e de Catharina Schmuck, seu pai faleceu quando Leibniz tinha apenas seis anos de idade, sendo assim foi educado por sua mãe. Aos sete anos, adentrou a escola onde aprendeu o latim, e consta se que aos doze anos aprendeu sozinho o latim avançado e um pouco de grego, obteve conhecimentos de filósofos como Aristóteles, e não satisfeito com o sistema começou a desenvolver suas próprias ideias e mais tarde percebeu que estava tentando encontrar ordenamentos de verdades lógicas, que mais futuramente ainda descobriu ser as ideias por trás das provas matemáticas.

Aos quatorze anos ingressou na Universidade de Leipzig, onde estudou filosofia e matemática sendo que a segunda disciplina não fora bem sucedida, devido a aspectos didáticos, de acordo com relatos de sua biografia, mas além disso estudou retórica, latim, grego e hebraico, se formando dois anos depois com uma tese de *On the Principle of the Individual*, que enfatizou o valor existencial do indivíduo, independente da forma ou da matéria, mas pelo seu ser.

Em seguida em 1663 fora para Jena passar o verão, e lá estudou matemática com Erhard Weigel (1625 - 1669), que era filósofo, e Weigel acreditava que o número

era o conceito fundamental do universo, fazendo assim com que Leibniz entendesse a necessidade do método da prova, para a lógica e para a filosofia, nesse mesmo ano, Leibniz retornou para Leipzig, iniciando seus estudos para um doutorado em direito, fazendo um trabalho que associou tudo o que ele havia aprendido até então, o que lhe rendeu prêmios e uma crescente reputação em seu reconhecimento acadêmico. Logo após receber o diploma de bacharel em direito, se recusou a fazer o doutorado em direito em Leipzig e sim em Altdorf, onde recebeu seu doutorado em 1667, com a dissertação De Casibus Perplexis, na qual mostra à aplicação da lógica a solução das dificuldades jurídicas.

Trabalhou bastante em sua trajetória de vida, em funções como: advogado, conselheiro, secretário da sociedade alquímica de Nuremberg, empreendeu diversos projetos, científicos, literários e políticos, continuou sua carreira no direito, foi bibliotecário, secretário, assistente, entre outros trabalhos.

Ao trabalhar como secretário da sociedade alquímica, conheceu o barão Johann Christian von Boineburg, e o barão contratou Leibniz em 1667, indo morar em Frankfurt, sendo o advogado e conselheiro de Boineburg. A partir disto, Leibniz estudou o movimento, com ideias abstratas de movimentos, ele buscava comunicações com ilustres e nobres da época, tais como Oldenburg, o secretário da Royal Society of Londone, Carcavi, a bibliotecária real de Paris.

A figura 1, mostra a figura de Leibniz.

Figura 1- Leibniz



Fonte - O'Connor e Robertson, 1998

Durante suas idas a Paris, a trabalho em nome de Boineburg, ele fez contatos com matemáticos e filósofos, como, Arnauld (1612 - 1694) que desenvolveu trabalhos voltados para a filosofia e a lógica e Malebranche (1638 - 1715), filósofo e seguidor de Descartes, que discutia tópicos da reunificação das igrejas.

Com o matemático holandês Christiaan Huygens (1629 - 1695), que patenteou o primeiro relógio de pêndulo, o que aumentou muito a precisão da medição do tempo, trabalhando também com astronomia e probabilidade, Leibniz estudou física e matemática, e Huygens o aconselhou a ler o trabalho de Saint-Vincent, que era uma série de resumos, fazendo algumas descobertas na área.

Leibniz teve de ir a Inglaterra após uma missão fracassada de paz, feita pelo sobrinho de Boineburg, e ao visitar a Royal Society, ele demonstrou sua máquina de calcular incompleta, tendo contato com Hooke (1635 - 1703), um cientista inglês com contribuições em diferentes áreas, tais como: matemática, óptica, mecânica, arquitetura e astronomia, Boyle (1627 - 1691), um dos fundadores da Royal Society, que através da química via uma possibilidade de se estabelecer na matemática, através da teoria mecanicista da matéria, e Pell (1611 - 1685) um matemático inglês, e ao perceber que seus conhecimentos matemáticos eram rasos, este redobrou seus esforços para adquirir conhecimentos na área, se ausentando assim das reunião dando a oportunidade a críticas sem chances de defesa.

Mesmo diante de tantos ocorridos inclusive com o fracasso da máquina de calcular, a Royal Society of London elegeu Leibniz como membro em 19 de abril de 1673, onde ele se encontrou novamente com Huygens, conheceu Ozanam (1640 - 1718), um matemático francês, popular por escrever livros - textos, resolvendo um de seus problemas, estudou obras de personalidades como: Pascal (1623 - 1662) foi um matemático e filósofo francês muito influente, que contribuiu para muitas áreas da matemática. Ele trabalhou em seções cônicas e geometria projetiva e em correspondência com Fermat ele estabeleceu as bases para a teoria da probabilidade, Fabri (1608 - 1688), trabalhou com astronomia, física e matemática, Gregore(1638 - 1675), cientista escocês e o primeiro professor de matemática em St. Andrews, trabalhou usando infinitas séries convergentes para encontrar as áreas do círculo e da hipérbole.

Saint-Vincent (1584 - 1667), um matemático Jesuíta que escreveu sobre a matemática contemporânea, Descartes (1596 - 1650), um filósofo francês, que aplicou a álgebra na geometria, sendo responsável pela geometria cartesiana que temos atualmente, e Sluze (1622 - 1685), conhecido pelo seu trabalho com as curvas. Com toda essa influência de matemáticos e filósofos, Leibniz começou a estudar a geometria dos infinitesimais, e em 1673, desenvolveu o básico a respeito de sua versão para o cálculo, em suma com ênfase em notação, e seus primeiros cálculos foram bem desajeitados.

Nem um pouco desanimado, dois anos depois em 1675 ele escreveu um manuscrito usando notações de integral pela primeira vez, e a regra do diferencial para produto, todo esse esforço de Leibniz fora reconhecido pelos acadêmicos fazendo com que correspondências com renomado como Newton (1643 - 1727), considerado o maior matemático inglês da sua geração, acontecesse, e por uma questão de logística de entrega dessas cartas, uma vez que essas cartas precisavam de intermediários como Oldenburg, por exemplo, alguns conflitos entre Leibniz e Newton foram sendo desenvolvidos, inclusive com acusações graves de plágio.

A primeira correspondência de Newton para Leibniz, listava resultados de Newton, porém sem os métodos, o que fez com Leibniz entendesse que deveria escrever um relato mais completo de seus métodos próprios, na segunda carta escrita em 24 de outubro de 1676, que Leibniz não teve conhecimento até junho de 1677, por Leibiniz estar em Hanover, já era uma carta em que Newton dizia que Leibniz havia roubado seus métodos, e em resposta Leibniz deu detalhes sobre os princípios do seu cálculo diferencial, inclusive a regra para diferenciar uma função de uma função.
Leibniz nunca pensou em derivada como limite, uma das provas, de que não se tratava de plágio que fora descoberta anos depois. (O'Connor e Robertson, 1998)

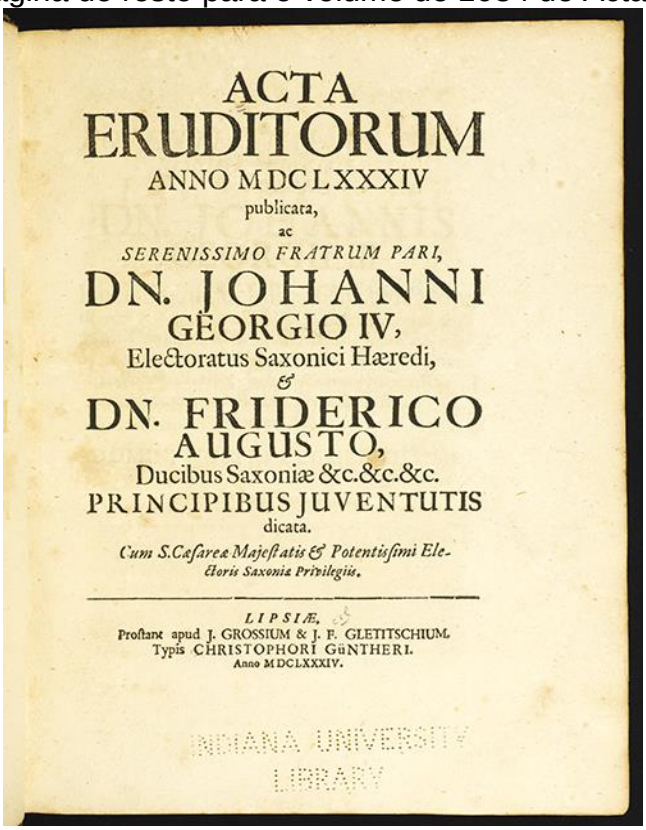
Os métodos dos infinitesimais, já eram conhecidos e trabalhados por vários matemáticos da época, porém estes resolviam seus problemas de maneira independente, e nesse contexto, Newton e Leibniz introduziram com seus trabalhos a novidade de generalizar usando métodos específicos para a resolução de tais problemas.

Leibiniz começara a publicar artigos sobre o cálculo no ano de 1684, em um jornal científico denominado de *Acta eruditorum*, e foi exatamente nessa publicação que se tem um dos textos mais importantes, tratando de um novo método para o cálculo de máximos e mínimos, enfatizando a relação com a álgebra e a possibilidade de extensão para novas generalizações, deixando Leibniz mais famoso por tal feito. Em sequência desenvolvera fórmulas simbólicas, enunciando as regras para encontrar as derivadas das somas, diferenças, produtos, potências, onde tais regras constituíam o algoritmo do cálculo que ele denominava de diferencial. (ROQUE, 2012 p. 283 -284)

E com esse cálculo inovador, Leibniz deu a abertura para incluir o trabalho com curvas transcendentes, ou seja aquelas que não podem ser reduzidas ao cálculo algébrico, e portanto sendo excluídas da geometria de Descartes (1596-1650), lembrando que uma curva era sempre o dado de um problema, e a partir desta buscava se uma tangente.(ROQUE, 284)

A figura 2, mostra a Página de rosto para o volume de 1684 de Acta Eruditorum.

Figura 2: Página de rosto para o volume de 1684 de Acta Eruditorum


ACTA
ERUDITORUM
ANNO M DC LXXXIV
publicata,
ac
SERENISSIMO FRATRUM PARI,
DN. JOHANNI
GEORGIO IV,
Electoratus Saxonici Hæredi,
&
DN. FRIDERICO
AUGUSTO,
Ducibus Saxoniæ &c.&c.&c.
PRINCIPIBUS JUVENTUTIS
dicata.
Cum S. Cæsareæ Majestatis & Potentissimi Electoris Saxoniæ Privilegiis.
LIPSIÆ,
Prostant apud J. GROSSIUM & J. F. GLETITSCHIUM.
Typis CHRISTOPHORI GüNTHERI.
Anno M DC LXXXIV.
INDIANA UNIVERSITY
LIBRARY

Fonte: Swetz, 2015

O método novo de Leibniz gerou diversas discussões entre os matemáticos sobre a legitimidade deste, sendo que a ideia que inspirou a invenção do cálculo infinitesimal, foi a leitura que Leibniz fez a respeito de uma escrita de Pascal (1623 - 1662), que fora desenvolvida em 1659, é nesse contexto que Leibniz introduz a palavra Função, no artigo de 1684, citado anteriormente, mas para a designação de uma grandeza em relação a uma figura, caso da tangente. (ROQUE, 2012 p. 286-288)

É importante ressaltar que Leibniz, não propôs um conceito de **Função**, foram às discussões sobre a legitimidade dos métodos dos infinitesimais que levara a definição de função um século depois, já no século XVIII. (ROQUE, 2012 p. 290)

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A pesquisa em andamento encontra-se na fase de escrita da dissertação de mestrado, com base em análises bibliográficas, artigos científicos, documentos e normativas.

REFERÊNCIAS

Base Nacional Curricular Comum – BNCC (2017 p. 317).

BARON, Margaret E.; BOS, H. J. M.. Curso de História da Matemática: Origens e Desenvolvimento do Cálculo. Trad. De José Raimundo Braga Coelho, Rudolf Maier e Ma José M.M. Mndes. Unidade 1. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985, c1974.

Currículo Básico Comum – CBC (2017 p.36).

DJ Struik (editor), um livro de fontes em matemática(1200 – 1800), Harvard University Press, Cambridge, Massachussets, 1969
Frank J. Swetz (Universidade estadual da Pensilvania), “Tesouro Matemático: os Documentos de Leibniz sobre Cálculo – Cálculo Diferencial, “ Convergencia(junho de 2015) disponível em:
https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasure-leibnizs-papers-on-calculus-differential-calculus.

GASPAR, M. T. J. **Aspectos do desenvolvimento do pensamento geométrico em algumas civilizações e povos e a formação de professores**. 2003. 307 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

GOMES, RODRIGUES. **A evolução das Tendências na educação matemática e o enfoque da História da Matemática no ensino.** Revista de Educação, Ciencias e Matemática v.4 n.3 set/dez 2014.

Nobre, Sérgio. **LEITURA CRÍTICA DA HISTÓRIA: REFLEXÕES SOBRE A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA** .Ciencia &Educação, v.10, n.3, 2004, p. 531-543.

ONUCHIC, L. De La R. *Ensino - aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.* In: BICUDO, M. A. V. (Org.)
PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES E PERSPECTIVAS. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199 – 218.

O'Connor e Robertson, 1998, disponível em: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Leibniz.html

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A.V. (Org). **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções & Perspectivas. Editora UNESP, São Paulo (SP), 1999, p. 199 - 218.

ROQUE, Tatiane. **História da Matemática Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas,** Unidade 1, Rio de Janeiro: Editora Jorge Zahar, 2012. p. 24 – 56, e p. 276 – 315.

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Leibniz.html



ISSN 2236-4102

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES COM BASE EM ALGUMAS DEFINIÇÕES HISTÓRICAS

Leandro André Barrada Benedito[323]

RESUMO

Apresentamos alguns resultados de uma pesquisa de mestrado, já concluída, com uma proposta para o ensino de funções, baseada em alguns momentos do desenvolvimento histórico desse conceito. A proposta foi inspirada no trabalho desenvolvido por Tinne Hoff Kjeldsen e Pernille Hviid Petersen, que concilia a história da matemática com o ensino de matemática a partir da perspectiva discursiva de Anna Sfard. De acordo com Sfard, a matemática é um tipo de discurso conduzido por dois tipos de regras: as regras no nível do objeto e as regras metadiscursivas, ou seja, as metarregras. As metarregras têm impacto na forma como os objetos matemáticos são definidos e utilizados. Com base nestes referenciais teóricos, selecionamos os momentos históricos a serem explorados na proposta e elaboramos três roteiros de ensino. Realizamos um estudo de campo com estudantes do terceiro ano do ensino médio, com o objetivo de investigarmos o impacto de uma experiência com fontes históricas governadas por diferentes metarregras na aprendizagem de função dos alunos. O principal resultado do estudo foi relativizar a ideia de função (apenas) como expressão algébrica. Como consequência, ao final do estudo, os participantes passaram a admitir correspondências não expressas por expressões algébricas como funções e também passaram a variar as representações de funções: entre a forma de expressão algébrica, representação gráfica e representação por diagramas de Venn.

Palavras-chave: Função, História da matemática, Ensino, Metarregras.

[323]Mestre pelo PROFMAT (UNIRIO). lbarrada@yahoo.com.br

INTRODUÇÃO

Neste artigo, iremos apresentar alguns resultados de uma pesquisa de mestrado, já concluída, com uma proposta de ensino sobre funções, baseada em alguns momentos do desenvolvimento histórico do conceito de função.

A escolha do tópico foi dividida em partes, devido a importância que o estudo das funções tem na educação básica. As funções aparecem nas descrições de regularidades e nas construções de modelos de fenômenos naturais e sociais.

Segundo Palis (2013), os estudantes acreditam que todas as funções podem ser definidas por uma fórmula algébrica, o que se assemelha muito com a concepção de Leonard Euler (1707 – 1783), expressa na primeira definição que ele apresentou, em um tratado publicado em 1748.

Esse pensamento é acompanhado da dificuldade em distinguir variável de incógnita, função de equação, e da construção de domínio de uma função como sendo um tipo de exercício no qual se "resolvem" denominadores e condições de existência de funções.

Entendemos que identificar o conceito de função com a sua representação em fórmula é restritivo, pois pode levar o estudante a não reconhecer como função relações que não estejam expressas por esse tipo de representação (por exemplo, a relação que associa a cada número natural não nulo n, o n-ésimo número primo).

Apesar das origens do conceito levarem a sua associação com a representação em forma de expressão algébrica, o conceito de função mudou muito ao decorrer do tempo. O conceito de função é um exemplo forte de que os objetos da matemática mudam ao longo do tempo, Euler modificou a definição apresentada inicialmente em 1748, num tratado publicado no ano de 1755. Mais tarde, Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805 – 1859) questionou a necessidade de expressar uma função por meio de uma expressão analítica, em um artigo publicado em 1837. Em 1939, Nicolas Bourbaki[324] definiu função como certa relação entre dois conjuntos, ou seja, uma relação que associa cada elemento do primeiro conjunto, a um único elemento do segundo conjunto.

[324]Nicolas Boubaki foi um pseudônimo adotado por um grupo de matemáticos, em sua maioria franceses, na primeira metade do século XX.

Um grande motivador para a pesquisa aqui relatada, foi também a aparente ausência da história da matemática no ensino básico, onde os estudantes são apresentados aos conceitos sem saber como ou o porquê do seu surgimento, ou seja, qual foi a necessidade de se criar ou modificar um determinado conceito. Sendo assim as definições podem mudar, modificando assim a visão da matemática como um produto pronto e acabado. Ainda segundo Roque e Giraldo (2014), a história da matemática nos permite recuperar o ambiente problemático, onde os objetos matemáticos foram definidos, os métodos criados e onde foram demonstrados os seus teoremas, mostrando que a matemática se relaciona de forma concreta com os seus problemas. Daí o estudo dos problemas da história matemática, pode fornecer o lado concreto das atividades matemáticas.

Dadas as motivações acima, desenvolvemos uma proposta de ensino sobre funções, baseada em alguns momentos do desenvolvimento histórico desse conceito. Os principais objetivos da proposta são: investigar o impacto de uma experiência com fontes históricas governadas por diferentes metarregras na aprendizagem de função dos alunos e desconstruir a ideia de função como uma expressão algébrica ou fórmula, levando os estudantes a perceberem que em tal expressão é sequer necessária para decidir se uma relação entre grandezas ou entre elementos de dois conjuntos é uma função.

A proposta foi inspirada no trabalho desenvolvido por Tinne Hoff Kjeldsen e Pernille Hviid Petersen (KJELDSEN; PETERSEN, 2012), que articula a história da matemática com o ensino de matemática, a partir da *teoria da matemática como um discurso* proposta por Anna Sfard (2008).

Neste artigo, introduziremos na primeira seção os referenciais teóricos utilizados no estudo de campo, na segunda seção apresentaremos um resumo dos momentos históricos explorados na proposta, na terceira seção apresentaremos a estrutura do estudo de campo, na quarta seção apresentaremos o material desenvolvido, na quinta seção apresentaremos os principais resultados da pesquisa ilustrando com alguns trechos da análise e finalizaremos com as considerações finais.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nossa principal base teórica foi o artigo das dinamarquesas Tinne Hoff Kjeldsen e Pernille Hviid Petersen (KJELDSEN; PETERSEN, 2012). Esse artigo traz uma proposta de estudo das funções com uma perspectiva histórica, realizada em uma turma equivalente ao Ensino Médio brasileiro. O artigo de Kjeldsen e Petersen (2012) teve como base a perspectiva da matemática como um discurso, introduzida pela pesquisadora Anna Sfard (SFARD, 2008). Outra referência utilizada foi o trabalho de Beste Güçler (GÜÇLER, 2016).

A aprendizagem, na perspectiva de Sfard (2008), parte da ideia da aprendizagem por participação, onde o aprendiz é um participante, considerado principiante. O aprendiz participa de atividades coletivas, buscando o acesso às formas de fazer humanas, já bem estabelecidas historicamente, no lugar de adquirir o conhecimento como se fosse um bem ou uma mercadoria (BERNARDES, 2016).

A comunicação é vista como um tipo de atividade coletiva padronizada, que se desenvolve pelas ações e reações dos indivíduos que estão tentando se comunicar. O pensamento pode ser entendido como uma comunicação interna com você mesmo, não precisa ser ouvido, visto, ou até mesmo expresso por palavras. Sfard (2008) diz que, colocar o pensamento como uma forma de comunicação, possibilita transpor a ideia de que o pensamento precede a comunicação e possibilita olhar para os processos cognitivos e de comunicação interpessoal como diferentes manifestações do mesmo fenômeno.

É importante destacar a unidade entre processos cognitivos e processos de comunicação interpessoal, Sfard (2008, p. 83) cunhou o termo “commognition”, que é a combinação entre as palavras *communicational* e *cognition*. Utilizaremos daqui em diante os termos comognição como tradução para *commognition* e comognitivo para *commognitive*, assim como Bernardes (2016). Desta forma, o termo “comognição”, é a união das palavras comunicação e cognição.

Sfard (2008) diz que a matemática é vista como uma forma bem definida de comunicação e situações envolvendo diferentes tipos de comunicação, dentro de um

determinado contexto, são chamadas de discursos. A exposição de ideias sobre a matemática é vista como um tipo de discurso, que é regido por dois tipos de regras: as regras do nível do objeto e as regras metadiscursivas, também chamadas de metarregras.

Bernades (2016) diz que na matemática, as regras do nível do objeto dizem respeito às propriedades dos objetos matemáticos. Por exemplo, na geometria euclidiana, temos que a soma dos ângulos externos de qualquer polígono convexo é igual a 360º ou dados a e b números reais, então a.b = b.a.

Já as metarregras são relacionadas às ações dos discursantes, à forma com a qual o conteúdo do discurso é interpretado por eles. Temos como exemplo a forma de se identificar um polígono, contando o número de lados ou identificar uma equação do segundo grau, em que se observa o maior expoente. As metarregras normalmente, são implícitas no discurso, sendo difíceis de serem percebidas no discurso. Daí a importância de promover situações no ensino em que as metarregras sejam explicitadas.

Espera-se, segundo a abordagem comognitiva, que a aprendizagem se desenvolva a partir do contato do aprendiz com um novo discurso, que moldado por metarregras diferentes daquelas que o estudante está acostumado. Tal situação é chamada de conflito comognitivo.

Kjeldsen e Petersen (2012), baseando-se na teoria de Sfard (2008), dizem que a história da matemática pode ajudar a criar situações, em que as metarregras podem ser transformadas em objetos explícitos de reflexão e aprendizagem de conceitos matemáticos. Os estudantes ao serem expostos a diferentes fontes históricas podem perceber que diferentes metarregras moldaram o desenvolvimento histórico da matemática.

Segundo Kjeldsen e Petersen (2012), como a história é uma fonte de discursos geridos por metarregras diferentes das atuais, seu uso é bastante promissor para promover conflitos comognitivos. Kjeldsen e Petersen (2012), dizem que o contraste entre as metarregras implícitas nas fontes históricas e as atuais pode levar os estudantes a perceberem e explicitarem suas próprias metarregras. Tal contraste se revela por meio das diferentes concepções sobre os objetos matemáticos, das

diferentes definições, do modo distinto que as ferramentas matemáticas são empregadas, entre outros. E neste sentindo que elaboramos situações de ensino de modo que os estudantes ao entrarem em contato, com fontes históricas, experimentem metarregras distintas das que estão acostumados a lidar.

Beste Güçler (2015), realizou um estudo sobre Cálculo, com alunos universitários, tendo como fundamentação teórica o quadro comognitivo de Sfard (2008). Esse estudo não teve como objetivo central explorar as funções, mas foram feitas discussões sobre conceitos históricos de função nas três primeiras semanas. O objetivo dessas discussões foi explorar as metarregras que moldavam o discurso dos participantes sobre os conceitos de função. Foram realizadas tarefas com as definições históricas de função, para que os participantes tivessem contato com metarregras diferentes, com o objetivo de levá-los a explicitar suas próprias metarregras, permitindo assim que eles pudessem refletir sobre os conceitos aceitos pelos matemáticos e as suas próprias convicções iniciais.

Em nossa proposta de ensino, não fizemos uma análise em fontes primárias para identificar metarregras relacionadas a funções. Utilizamos as metarregras descritas por Kjeldsen e Petersen e por Güçler em seus trabalhos e as exploramos em nossas atividades. Mas nos inspiramos principalmente nas atividades apresentadas por Kjeldsen e Petersen para confrontar as diferentes metarregras, que influenciaram a formulação das definições de função, com as metarregras dos participantes do estudo.

2. MOMENTOS HISTÓRICOS

O referencial teórico mencionado na seção anterior orientou a escolha de alguns momentos históricos, bem como a elaboração das atividades e do material de ensino que foi aplicado. Os momentos históricos foram eleitos por se tratarem de discursos moldados por metarregras distintas entre si e distintas daquelas que moldam o discurso atual sobre funções no ensino básico.

Utilizamos as mesmas metarregras citadas nos trabalhos de Kjeldsen e Petersen (2012) e de Güçler (2015), descritos na seção anterior.

Os primeiros momentos históricos foram baseados nas definições de função de Euler, que se orientava pela metarregra da generalidade da variável utilizada por Kjeldsen e Petersen (2012). Essa meterregra é encontrada na primeira definição de função de Euler, de 1748, *"Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica composta de um modo qualquer dessa quantidade e de números, ou de quantidades constantes" (ROQUE, 2012, p. 374)* e também está presente na sua segunda definição de 1755:

> Se certas quantidades dependem de outras quantidades de maneira que se as outras mudam essas quantidades também mudam, então temos o hábito de chamar essas quantidades de funções dessas últimas. Essa denominação é bastante extensa e contém nela mesma todas as maneiras pelas quais uma quantidade pode ser determinada por outras. Consequentemente, se x designa uma quantidade variável, então todas as outras quantidades que dependem de x, de qualquer maneira, ou que são determinadas por x, são chamadas funções de x. *(EULER apud ROQUE, 2012, p. 378)*

Trabalhamos também a regularidade e continuidade que segundo Güçler (2015), influenciou a identificação da função a sua expressão analítica, presentes nas definições de função de Euler em 1748 e 1755.

Já em outro momento histórico apresentamos Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 – 1830), que em 1822, com o estudo da propagação do calor e com a ideia de uma função a partir de séries trigonométricas em um determinado intervalo. Essa definição de função contradizia a ideia de regularidade e continuidade presentes nas definições de Euler dizendo que:

> Em geral, a função fx representa uma sucessão de valores ou ordenadas, cada uma das quais é arbitrária. Uma infinidade de valores sendo dada à abscissa x há um número igual de ordenadas Todos têm valores numéricos reais, positivos ou negativos ou nulos. Não supomos que essas ordenadas fx estejam sujeitas a uma lei comum; Eles se sucedem de qualquer maneira, e cada um deles é dado como se fosse uma única quantidade (FOURIER apud ROQUE,2012, p. 395*).*

No último momento histórico, abordamos a definição de função de Dirichlet, que não se baseava nas mesmas metarregras que Euler, como por exemplo, a definição de função de Dirichlet de 1829:

> Sejam a e b dois números fixos e x uma quantidade variável que recebe sucessivamente todos os valores entre a e b. Se a cada x corresponde um único y, finito, de maneira que, quando x se move continuamente no intervalo

> entre a e b, y= f(x) também varia progressivamente, então y é dita uma função contínua de x nesse intervalo. Para isso, não é obrigatório, em absoluto, nem que y dependa de x de acordo com uma mesma e única lei, nem mesmo que seja representada por uma relação expressa por meio de operações matemáticas. (*DIRICHLET apud* ROQUE, 2012, p. 458)

Segundo Güçler (2015), a definição de função de Dirichlet traz a ideia de arbitrariedade, pois ele interpreta uma função como uma correspondência entre variáveis.

3. O ESTUDO DE CAMPO

A pesquisa contou com um estudo de campo realizado com quinze participantes, alunos do colégio particular na região metropolitana no estado do Rio de Janeiro. Todos eram voluntários, que cursavam o terceiro ano do ensino médio, o estudo de campo foi organizado em cinco encontros que foram conduzidos pelo pesquisador. A escolha da escola foi feita por ela ser também um centro universitário que incentiva a realização de trabalhos de pesquisas.

O material foi dividido em três roteiros, cada um contendo uma parte histórica, seguido de listas de atividades, algumas de cunho matemático e outras de cunho histórico. O objetivo geral da proposta foi explorar algumas metarregras que influenciaram os discursos dos matemáticos citados na seção anterior, ligados à noção de função.

No primeiro encontro apresentamos a proposta do trabalho que seria realizado. Também aplicamos um questionário diagnóstico, com objetivo de fazer um diagnóstico do grupo de participantes, buscando acessar o que os participantes entendiam por função, por domínio, por imagem, dentre outros conceitos relacionados ao tópico função.

No segundo encontro foi apresentado o primeiro roteiro que explora as primeiras contribuições de Euler (1748) para o desenvolvimento do conceito de função, seguido de atividades relacionadas a apresentação dos conceitos históricos.

No terceiro encontro, foi apresentado o segundo roteiro abordando: o estudo das cordas vibrantes por Jean Le Rond D'Alembert (1717 – 1783) e Euler, as discussões sobre continuidade das funções e a segunda definição de Euler (1755), também acompanhado de uma atividade.

No quarto encontro foi apresentado o terceiro roteiro que tem como momento histórico as contribuições de Fourier (1822) e as contribuições de Dirichlet (1829) seguido de atividades sobre o tema.

E no quinto e último encontro foi aplicado um questionário, com o objetivo de investigar o que o trabalho agregou para os participantes em relação a conteúdo. Fizemos então uma recapitulação das definições de função apresentadas durantes os encontros e trouxemos também a definição atual que eles aprenderam no primeiro ano do ensino médio.

4. MATERIAL DESENVOLVIDO

O grande motivador para o desenvolvermos essa proposta de ensino, foi a ausência da história da matemática no ensino básico. Os estudantes são apresentados aos conceitos sem saber de onde eles vieram como foram desenvolvidos e por que eles surgiram, ou seja, qual foi a necessidade do homem em criar ou modificar um determinado conceito. Por esse motivo resolvemos criar um material de ensino com base em conceitos históricos para ensinar funções.

O material foi dividido em um questionário inicial, três roteiros elaborados contendo um resumo do contexto histórico, atividades de cunho histórico e de cunho matemático e finalizando com um questionário final.

O questionário diagnóstico foi dividido em duas partes, com o objetivo de sabermos o que os participantes compreendiam sobre função. Na primeira parte, a finalidade era de fazer um diagnóstico do grupo sobre o que entendiam por função, por domínio, por imagem, dentre outros conceitos relacionados ao tópico função. Temos como exemplo: "*Qual a definição de função?"*, que tinha como objetivo verificar se os participantes recordavam a definição de função e que ideias eles associavam ao conceito de função.

Na segunda parte, havia questões convidando os participantes a identificar e determinar domínio, imagem e contradomínio de funções. Uma questão apresentada foi: "*Por que é importante conhecer o domínio de uma função?"*, que teve como objetivo verificar se os participantes sabiam o papel do domínio em uma função.

No primeiro roteiro apresentamos um resumo do momento histórico com uma pequena bibliografia de Euler e suas contribuições para o desenvolvimento do conceito de função. O roteiro aborda de forma resumida alguns dos antecedentes da noção de função como as contribuições de Galileu, Descartes, Fermat, Newton e Leibniz. Em seguida, apresentamos a primeira definição de Euler (1748), acompanhado de atividades elaboradas com o objetivo de explorar a representação de função a partir de uma expressão analítica, como por exemplo: *"Qual a principal ideia na qual a definição de função de Euler se baseia?"* e a generalidade da variável também foi explorada, que refere-se à ideia de que cada variável da função pode assumir qualquer número, seja ele real ou imaginário, como por exemplo: *"Explique que princípio está por trás da definição de variável de Euler".*

No segundo roteiro, foi dada continuidade ao momento histórico do primeiro roteiro, abordando as discussões sobre o estudo das cordas vibrantes por D'Alembert e Euler, as discussões sobre continuidade das funções e a segunda definição de Euler (1755). Assim como no roteiro anterior, um resumo do momento histórico foi apresentado pelo professor. As atividades foram elaboradas com o objetivo de explorar a ideia de função com mais de uma expressão analítica, como por exemplo: *"Compare a 1ª definição de Euler (1748) apresentada anteriormente, com a segunda definição de Euler que acabamos de ver (1755) e descreva a(s) diferença(s)".* Este roteiro tratava ainda da noção de continuidade da função de Euler, comparando com o conceito atual de continuidade de uma função. Para isso, vários gráficos foram explorados. Tendo também a verificação sobre a presença da generalidade da variável, como por exemplo*: "Discuta se o princípio da generalidade da variável se aplica a 2ª definição de Euler"*.

No terceiro roteiro os momentos históricos apresentado foram as contribuições de Fourier (1822) com o estudo da propagação do calor e com a sua proposta de representar qualquer função por uma série trigonométrica, em um determinado

intervalo. As contribuições de Dirichlet (1829) questionando as definições anteriores, as quais eram centradas na expressão analítica. As atividades desse roteiro foram elaboradas com o objetivo de explorar a ideia de função de correspondência arbitrária, sem a necessidade de ser representada por uma expressão analítica. Por exemplo: "*Analise a definição de função de Dirichlet e discuta se este matemático identifica a noção de função à ideia de expressão analítica".* Trabalhou-se ainda a ideia de restrição das variáveis, ou seja, sobre a noção de domínio surgindo nas definições históricas de função, como por exemplo: *"Analise a definição de função de Dirichlet e diga se este matemático baseiou-se no Princípio da generalidade da variável, assim como Euler"*.

No questionário Final, perguntamos o que o trabalho realizado agregou para eles em relação a conteúdo. Fizemos uma recapitulação dos conceitos apresentados durantes os encontros e discutimos também a definição atual que eles aprenderam. Após isso eles responderam algumas perguntas sobre o conteúdo, sendo que algumas foram feitas no início do trabalho, para verificarmos se houve mudanças após as apresentações e discussões.

5. ANÁLISE E DISCUSSÃO

No 1º encontro aplicamos o questionário diagnóstico, cuja primeira parte do questionário a maioria dos exemplos de funções apresentadas basearam-se na expressão analítica da função. Isto foi compatível com o que esperávamos, já que as nossas expectativas de que a representação de função mais usada entre os p é a expressão analítica ou algébrica. Um exemplo dessa ocorrência é relatada por Palis (2013), que menciona que muitos alunos acreditam que todas as funções podem ser definidas por uma fórmula algébrica.

Observamos nas respostas de alguns participantes, os problemas que Palis (2013) aponta sobre o ensino de funções, como a confusão entre função e equação e entre variável e incógnita. Além disso, a imagem de uma função como uma expressão algébrica é tão forte que, ao se deparar com um exemplo de função que não possui

uma expressão, alguns estudantes usam esse critério para concluir que não se trata de uma função. Temos como exemplo a função *"f associa a cada número natural n o n-ésimo número primo [ex: f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 5 e assim por diante]",* que nenhum participante identificou como função.

Nas atividades do 2º encontro, que foram elaboradas com o objetivo de explorar a ideia de função como uma expressão analítica, observamos que nas respostas analisadas, todos os participantes conseguiram identificar as funções a partir da definição atual. Ao reconhecer $h(x) = \begin{cases} x, & se\ 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 & se\ 1 < x < 2 \end{cases}$ como uma função pela definição atual, reforça que os participantes entenderam que para Euler a função tem que ser expressa por uma única expressão analítica, mas pela definição atual de função, ela pode ser definida por mais de uma expressão analítica em intervalos diferentes.

No 3º encontro tiveram atividades com o objetivo de explorar a ideia de função com mais de uma expressão analítica. O conceito moderno de continuidade foi trabalhado de forma intuitiva, por meio de alguns gráficos dados como exemplos. Pontos de descontinuidade de uma função foram abordados como "saltos" ou "interrupções" no gráfico não sendo apresentada uma definição formal de continuidade. Nesse roteiro observamos que todos os participantes souberam identificar quais funções seriam contínuas em relação ao conceito de continuidade de Euler e ainda observamos que todos souberam, sem dificuldades, identificar quais funções seriam contínuas em relação ao conceito de continuidade atual.

No 4º encontro as atividades desse roteiro tinham com o objetivo de explorar a ideia de função como correspondência arbitrária, sem a necessidade de uma expressão analítica. Os participantes entenderam a ideia central da definição de Dirichlet. Eles também perceberam que Dirichlet não usava as ideias de Euler para identificar uma função e que não se orientava pelo princípio da generalidade da variável. Percebemos nas respostas analisadas que a maioria dos participantes percebeu a falta dos conjuntos na definição de Dirchlet, pois a definição atual que eles aprenderam, encerra a ideia de correspondência entre elementos de dois conjuntos. No geral eles conseguiram identificar uma função, a partir da definição de Dirichlet.

A atividade do último encontro foi dividida em dois questionários. No primeiro questionário teve o objetivo de ter um feedback sobre a experiência dos participantes em conhecer momentos do desenvolvimento histórico de um conceito matemático. Os participantes disseram que essa abordagem os auxiliou a terem uma visão mais ampla sobre as funções, facilitando no entendimento sobre função, como por exemplo na resposta de um participante que diz: *"Contribuiu bastante, o suficiente para eu compreender mais sobre função e também me proporcionou mais conhecimento, que futuramente poderá me ajudar".*

Alguns perceberam que os conceitos sofrem mudanças ao longo do tempo, como podemos ver na resposta de um dos participantes que diz: *"Adorei saber que a matemática que hoje aprendemos nem sempre foi assim, até chegar ao conceito que usamos hoje, muitos estudos foram feitos".*

Aproveitamos também para saber se os alunos perceberam o papel das definições na matemática, mas ficamos um pouco decepcionados, pois acreditamos que eles não entenderam a pergunta já que nenhum deles mencionou a questão se abordagens históricas ajudariam no entendimento sobre conceitos e definições.

No segundo questionário, procuramos averiguar se houve mudanças no conhecimento dos participantes, em relação ao conteúdo de funções. Tendo como base o primeiro questionário, percebemos mudanças, pois os participantes apresentaram respostas corretas a várias questões que eles haviam errado no questionário diagnóstico. Houveram ainda alguns que passaram a justificar mais as suas respostas. Percebemos também a variação das representações de função, como que no questionário diagnóstico, a maioria apresentou exemplos de funções a partir de uma expressão algébrica, apresentaram mais gráficos e diagramas de Venn. Além disso, os participantes reconheceram como função a relação "*f associa a cada número natural n o n-ésimo número primo (ex: f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 5 e assim por diante",* que muitos erraram no questionário diagnóstico. Acreditamos que refletir sobre a definição de função de Dirichlet, tenha desconstruído um pouco a imagem de função como uma expressão analítica.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observamos que as reflexões sobre algumas definições históricas de função influenciaram alguns participantes apresentando algumas mudanças interessantes ao final. Dentre elas, destacamos que os participantes passaram a justificar melhor as suas respostas. Além disso, os estudantes apresentaram uma variação maior de representações de uma função no questionário final, o que sugere alguma mudança em suas metarregras iniciais. Cabe dizer que as metarregras são implícitas e difíceis de serem identificadas. E não era um objetivo do estudo detectar as meterregras dos participantes, sendo necessário um estudo mais específico para detectá-las. Percebemos também que a definição de Dirichlet de 1829 gerou algum questionamento sobre a representação de uma função, pois essa definição apresentava uma ideia sobre função diferente da que os participantes acreditavam ser correta. Em outras palavras, as metarregras da definição de Dirichlet eram diferentes das metarregras aceitas por eles inicialmente, gerando assim o que chamamos de conflito comognitivo.

Concluímos então que a história ajuda a problematizar o estudo de funções, mostrando aos participantes que os conceitos matemáticos podem sofrer mudanças, ajudando a mudar a imagem da matemática como uma ciência estática, pronta e acabada. Sobre o conteúdo de funções, particularmente, desconstruir a ideia de função como expressão algébrica ou fórmula foi um ganho. Sendo assim, a abordagem histórica na aprendizagem de funções pode auxiliar os alunos a desenvolver uma visão mais ampla sobre esse conceito, possibilitando que os alunos revejam suas metarregras, inclusive aquelas que podem restringir sua compreensão sobre o conceito de função.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BENEDITO, Leandro André Barrada. Uma proposta para o ensino de funções com base em algumas definições históricas. 2017.112f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

BERNARDES, A. História e Ensino de Matrizes: Promovendo Reflexões Sobre o Discurso Matemático. (Tese doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia de Sistemas e Computação, Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2016.

GÜCLER, B. Making Implicit Metalevel Rules of the Discourse on Function Explicit Topics of Reflection in the Classroom to Foster Student Learning.Educational Studies in Mathematics, v.91, n.3 p375-393 Mar 2016.

KJELDSEN, T. H. PERTERSEN, P. H. History and the Learning of Mathematics: Detecting Students Meta-discurve Rules. IMFUFA, Dept. of Science, Systems, and Models, Roskilde University. 12th International Congress on Mathematical Education, 2012.

PALIS, G. L. R. Atividades que podem propiciar o desenvolvimento do raciocínio funcional no alunado do ensino médio e universitário inicial. Revista eletrônica daSBM. nº 1, v.1, 2013.

ROQUE, T. História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
ROQUE, T. GIRALDO, V. O Saber do Professor de Matemática: Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna. cap. 1, p. 19–22, 2014.

ROQUE, T. GIRALDO, V. O Saber do Professor de Matemática: Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna. cap. 1, p. 19–22, 2014.

SFARD, A. Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing. New York: Cambridge University Press, 2008.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

UM BREVE ESTUDO DAS TRAJETÓRIAS CIENTÍFICAS DOS MATEMÁTICOS LEOPOLDO NACHBIN E CARLOS ALBERTO ARAGÃO DE CARVALHO POR MEIO DE SUAS RESUMIDAS BIOGRAFIAS

Raphael Alcaires de Carvalho [325]

RESUMO

Faremos um breve estudo da biografia de dois matemáticos brasileiros, Leopoldo Nachbin (1922 – 1993) e Carlos Alberto Aragão de Carvalho (1924 – 1982), para entender suas trajetórias científicas. A escolha dos nomes se deu, pois ambos nasceram, com diferença de apenas dois anos, na região Nordeste do Brasil (o primeiro é de Recife e o outro de Teresina) e foram fazer a graduação na Universidade do Brasil, no Rio de Janeiro. Além disso, os dois trabalharam nessa universidade com pesquisa e ensino em matemática. Porém, há diferenças entre esses dois personagens, o que nos ajuda também a analisar o período estudado, já que Nachbin iniciou seus estudos de graduação em 1939 na Escola de Engenharia da Universidade do Brasil (ENE-UB) e de pós-graduação, em 1948, nos EUA enquanto Aragão iniciou seus estudos de graduação, ao que tudo indica, em 1944 (sabemos, apenas com certeza, de fonte de jornal, que em 1946 estava cursando o 3º ano) na Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil (FNFi-UB) e de pós-graduação em 1952, na França. Nachbin se tornou reconhecido nacionalmente e internacionalmente, já Aragão parece ter tido um início de reconhecimento efêmero na década de 1950 quando trabalhava na FNFi, pelo menos nacionalmente, sendo chamado a realizar conferências no 1º e 2º "Colóquio Brasileiro de Matemática" (CBM), nos anos de 1957 e 1959, respectivamente. Nachbin juntamente com Lélio I. Gama e Mauricio M. Peixoto fundaram, em 1952, o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), uma unidade de pesquisa do recém criado em 1951 Conselho Nacional de Pesquisas (CNPq). Aragão foi membro do "Núcleo de Estudos e Pesquisas Científicas" (NEPEC) da FNFi, criado em 1956, tendo como presidente João Christóvão Cardoso, que na época era também o presidente do CNPq. Para a realização desse trabalho usamos os arquivos da FNFi, que encontram-se na UFRJ do campus Praia Vermelha, do IMPA e do Museu de Astronomia e

[325] Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). raphael.carvalho@ifrj.edu.br.

Ciências Afins (MAST). Nesse último encontramos informações sobre o Nachbim, pois existe um inventário desse matemático e também de processos abertos no CNPq. Com essa pesquisa pretendemos ainda entender um pouco mais sobre as potencialidades e confrontos existentes no ambiente científico, além de tentarmos entender um pouco sobre o *modus operandi* de se fazer matemática no período abordado que é praticamente o segundo terço do século XX.

Palavras-chave: Biografia. Aragão. Nachbin. FNFi. IMPA.

INTRODUÇÃO

Neste trabalho pretendemos fazer uma comparação entre as trajetórias científicas dos matemáticos Leopoldo Nachbin e Carlos Alberto Aragão de Carvalho. Os fatores que levaram à escolha desses nomes foram: a diferença de idade entre eles que era apenas de dois anos, ambos nasceram no Nordeste do Brasil (Recife e Teresina) e foram estudar na Universidade do Brasil (UB), no Rio de Janeiro, foram professores de matemática nessa universidade, trabalharam com pesquisa matemática e publicaram artigos em revistas nacionais e estrangeiras.

Nachbin ficou bem conhecido no meio matemático, tendo reconhecimento tanto nacional como internacional, não acontecendo o mesmo com Aragão. Atualmente, temos vários artigos, dissertações, teses que citam Nachbim e contam sua história, sendo conhecido tanto na matemática quanto na história da matemática enquanto não temos conhecimento de nenhum trabalho na história da matemática que cite Aragão. No entanto, Carlos A. A. de Carvalho foi um matemático que realizou estudos, orientações e pesquisas no campo da matemática, tendo certo reconhecimento pelos seus pares no âmbito nacional, como mostraremos a seguir. Mas algo aconteceu em 1959 que fez esse matemático sair da UB e parar de trabalhar por um tempo com a pesquisa em matemática. Depois ele retornou às pesquisas e desenvolveu trabalhos importantes sendo chamado para prestigiados eventos nacionais e internacionais.

Citaremos alguns trabalhos para fundamentar nosso estudo. Uma primeira referência é o artigo de Antonio Augusto Passos Videira e Marta de Almeida que faz parte do livro “Méthode et Histoire: Quelle histoire font les historiens des sciences et des techniques ?”. Nesse artigo eles tentam mostrar o papel da biografia na história da

ciência, abordando o cientista comum e não o gênio, mas especificamente fazem um estudo de caso dos cientistas Guido Beck e Emílio Marcondes Ribas. Eles citam artigos que são muito favoráveis às biografias em revistas prestigiosas como Isis, Science in Context e Asclepsio. Os autores defendem que a biografia científica permite esclarecer a prática científica:

> "Dans cet article, nous voulons défendre la thèse selon laquelle la biographie scientifique, pourvu qu'elle soit faite en respectant les critères méthodologiques de l'historiographie contemporaine, peut contribuer à l'éclaircissement de la pratique de la science." (VIDEIRA e ALMEIDA, 2013, p.323)

E logo em seguida os autores ainda afirmam que por meio da biografia desses dois personagens, mesmo tendo formações e trajetórias distintas, é possível entender as transformações ocorridas na ciência brasileira e os papéis desempenhados pelos cientistas:

> "Les hommes de science, que nous avons choisis pour éclairer notre position, ont pratiqué la médecine et la physique, c'est-à-dire, deux disciplines scientifiques différentes. Ils ont, de plus, des formations et trajectoires ayant peu de points comuns entre elles. Malgré les différences, nous pensons qu'on peut établir une comparaison entre les situations vécues par Emílio Ribas et par Guido Beck pendant leurs activités au Brésil. Si nous les considérons comme des noeuds placés dans des réseaux de la pratique scientifique brésilienne, par exemple, on peut comprendre les transformations suivies par la science dans le pays et les rôles joués par les scientifiques." (VIDEIRA e ALMEIDA, 2013, p.323)

No artigo de Sabina Loriga "A biografia como problema", que se encontra no livro organizado por Jacques Revel de 1998, ela faz uma discussão sobre biografia. Segundo a autora o "desejo de estender o campo da história, de trazer para o primeiro plano os excluídos da memória, reabriu o debate sobre o valor do método biográfico". Podemos destacar algumas características importantes nessa discussão sobre a biografia colocada por Loriga como: o aprofundamento da noção histórica de indivíduo, apostar mais no estudo do homem comum do que no grande homem, os conflitos e as potencialidades vistas como duas dimensões fundamentais da história. A autora sendo contrária a biografia heroica afirma que:

> "o indivíduo não tem como missão revelar a essência da humanidade; ao contrário ele deve permanecer particular e fragmentado. Só assim, por meio de diferentes movimentos individuais, é que se pode romper as homogeneidades aparentes (por exemplo, a instituição, a comunidade ou o grupo social) e revelar os conflitos que presidiram à formação e à edificação das práticas culturais: penso nas inércias e na ineficácia normativas, mas também nas incoerências que existem entre diferentes normas, e na maneira pela qual os indivíduos, "façam" eles ou não história, moldam e modificam as relações de poder." (LORIGA, 1998, p.249)

Para Jacques Le Goff, em seu artigo "Writing Historical Biographical Today" de 1995, a verdadeira biografia está centrada na vida do indivíduo:

> "A real biography is first and foremost the life of an individual, and the legitimacy of the biographical genre depends upon respect for the following aim: the presentation and explanation of an individual life in history." (LE GOFF, 1995, p.13)

Silvia Figueiroa, no artigo "A propósito dos estudos biográficos na história das ciências e das tecnologias", de 2007, nos apresenta mais elementos importantes no estudo da biografia com exemplos de áreas que podem ser analisadas por meio de um estudo biográfico:

> "O melhor dos estudos biográficos procura usar o particular para nos ajudar a ver e a compreender padrões mais amplos em áreas tais como o desenvolvimento de idéias, as práticas, e os papéis culturais ou políticos da C&T." (FIGUEIRÔA, 2007, p.1)

Figueiroa também nos mostra a relevância de se trabalhar com os cientistas comuns:

> "(...) a fim de contrabalançar o peso excessivo das biografias de grandes vultos, e fornecer um quadro bem mais realista do que seja a atividade técnico-científica, necessário se faz não só rever o que se contou a respeito de alguns poucos, mas preencher os vazios com os cientistas comuns – aqueles que participam e sustentam o cotidiano das práticas científicas." (FIGUEIRÔA, 2007, p.9)

Enfim, não é nossa intenção aprofundarmos nessa introdução numa quantidade grande de autores que trabalham com o tema da biografia, mas apenas esboçar alguns pontos que nos auxiliem no desenvolvimento de nosso trabalho. Pelo explanado acima podemos destacar alguns pontos que servem de base para o nosso

trabalho: a centralidade no indivíduo, a colocação dos excluídos da memória para o primeiro plano, o estudo do homem comum, as análises dos conflitos e potencialidades, os estudos das transformações nas ciências por meio das análises das trajetórias científicas de indivíduos e a biografia como um meio para entender as práticas científicas. Passaremos agora a analisar a trajetória dos matemáticos brasileiros: Leopoldo Nachbin (1922 – 1993) e Carlos Alberto Aragão de Carvalho (1924 – 1982).

LEOPOLDO NACHBIN: Trajetória na matemática

Todas as informações contidas sobre esse matemático foram retiradas do inventário de Leopoldo Nachbin que se encontra nos arquivos do Museu de Astronomia e Ciências Afins (MAST).

Leopoldo Nachbin nasceu no dia 7 de janeiro de 1922, em Recife, filho de Jacob Nachbin, natural da Polônia e de Léa Drechsler Nachbin, natural da Áustria. Ingressou no curso primário do Grupo Escolar João Barbalho, em Recife, aos três anos de idade. Terminou o curso primário com nove anos, mas como a idade mínima era de onze anos para ingressar no curso secundário ele se submeteu a um exame e assim foi admitido no Ginásio Pernambucano, no início de 1932. Estimulado pelo seu professor, Luiz Ribeiro, leu várias obras de matemáticos famosos que se encontravam na biblioteca desse Ginásio, como doações do Governo da França.

Entrou para a Escola Nacional de Engenharia da Universidade do Brasil (ENE-UB), a atual Escola Politécnica da UFRJ, em 1939 e se formou engenheiro civil em 1943, a partir de 1940 também assistiu como ouvinte (não era permitido ter duas matrículas na mesma instituição) às aulas do curso de bacharelado em Matemática na Faculdade Nacional de Filosofia (FNFi). Em 1941, ou seja, ainda como aluno, foi Auxiliar de Ensino de Cálculo Infinitesimal.

Seu primeiro trabalho (patrocinado pelo matemático Gabriele Mammana) foi realizado em 1941 com o título “Sobre a permutabilidade entre as operações de passagem ao limite e de integração de equações diferenciais”, publicado nos Anais da

Academia Brasileira de Ciência, nº 13. De 1944 até 1946 foi Professor Assistente de Cálculo Infinitesimal na ENE-UB. Em 1947 apresentou uma tese para o concurso de Livre Docência em Análise Matemática na UB com a denominação “Combinação de topologias metrizáveis e pseudo metrizáveis” que foi aprovada em 1948, obtendo assim o título de doutor. Esse trabalho já havia sido publicado antes em 1946 no Comptes Rendus da Académie de Sciences de Paris. Foi bolsista do USA State Department na Universidade de Chicago no ano acadêmico de outubro de 1948 até 1949 e dando continuidade aos seus estudos obteve uma bolsa de estudos da Guggenheim Foundation na mesma universidade para o ano acadêmico de 1949 até setembro de 1950. Em 1950 foi professor do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF), centro no qual foi um dos sócios fundadores. E nesse mesmo ano, ele se inscreveu no concurso para a cátedra de Análise na FNFi com a tese “Topologia e Ordem” (já tinha sido publicado pela editora da Universidade de Chicago, em português), no entanto o concurso só foi realizado em 1972, devido a conflitos existentes na UB em torno de Nachbin. Esse entrave gerou consequências para o departamento de matemática da FNFi que ainda precisa ser estudado com mais profundidade. De 1952 até 1971 foi professor titular do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) no qual ele foi um dos principais idealizadores na sua criação. Em 1954 publicou a caracterização de espaços tonelados ou bornológicos de funções contínuas, resolvendo como consequência um problema proposto pelo matemático francês Jean Dieudonné. Essa caracterização também foi obtida ao mesmo tempo e de forma independente pelo matemático japonês T. Shirota, e é conhecida como teorema de Nachbin-Shirota.

No dia 28 de julho de 1956 casou-se com Maria da Graça Mousinho, irmã da matemática Maria Laura M. Mousinho, e teve três filhos André, Léa e Luis, nascidos respectivamente, em Chicago, Rio de Janeiro e Rochester.

Foi bolsista da Rockefeller Foundation na Universidade de Chicago no ano acadêmico de setembro de 1956 (e em agosto de 1956 foi para o simpósio ocorrido no México, patrocinado pela UNESCO, sobre Topologia Algébrica, organizado pelo matemático Lefschetz) até julho de 1957. Em seguida conseguiu uma bolsa da Guggenheim Foundation para o Institute for Advanced Study, em Princeton, no entanto ficou em Chicago de agosto até dezembro de 1957 e logo depois, de janeiro até

setembro de 1958, ficou nesse instituto em New Jersey. Ficou quatro meses no período de 1959-1960 na Universidade Brandeis nos EUA. De 1961 até 1963 esteve na Universidade de Paris, Sorbonne, a convite do matemático francês Laurent Schwartz. Em 1962, na cidade de Estocolmo, foi conferencista convidado para o Congresso Internacional de Matemáticos (International Congress of Mathematicians - ICM) sendo a primeira vez que um matemático brasileiro foi convidado a apresentar suas pesquisas nesse Congresso. Ainda em 1962 ganhou o prêmio Moinho Santista que nesse ano foi concedido pela primeira vez na área de matemática. De 1963 até 1965 esteve na Universidade de Rochester. E de 1967 até 1991, com poucas exceções, passou o semestre do outono norte-americano de cada ano acadêmico em Rochester e o resto do ano no Rio de Janeiro. Em 1964 seu livro “Lectures on Theory of Distributions” foi publicado pela Universidade de Recife, reproduzindo as notas mimeografadas de um curso ministrado na Universidade de Rochester. Em 1965 seus livros “Topologia e Ordem” e “Integral de Haar” foram traduzidos para o inglês pela editora Van Nostrand, de Nova Iorque. Por essa mesma editora Nachbin teve publicado, em 1967, o seu livro “Elements of Approximation Theory” que foi escrito a partir dos cursos ministrados pela Universidade de Paris em 1962 e pela Universidade de Rochester em 1964. Em 1967, Nachbin tornou-se “George Eastman Professor of Mathematics” na Universidade de Rochester, cadeira criada especialmente para ele, honrando a memória de George Eastman, o fundador da Kodak, companhia que nasceu e se desenvolveu em Rochester, e muito tem ajudado a Universidade de Rochester.

De 1961 até 1970 foi coordenador do Instituto Central de Matemática da Universidade de Brasília. Em 1963 foi professor da Universidade de Rochester. Saiu do IMPA em 1971 regressando para a UFRJ onde permaneceu até a sua aposentadoria em 1982, ano em que volta a trabalhar no CBPF, ao qual estava ligado desde seu regresso de Chicago em 1950. Recebeu em 1982 o prêmio Bernard Houssay concedido pela Organização dos Estados Americanos (OEA), primeira vez que esse prêmio foi concedido para a área de matemática. Nachbin faleceu no Rio de Janeiro em 3 de abril de 1993.

As influências de matemáticos para a matemática de Nachbin

De 1939 até 1942 o matemático italiano Gabrielle Mammana lecionou na FNFi, possibilitando um contato de Nachbin com esse professor que o ajudou na publicação de seu primeiro trabalho, já citado. Outro que o influenciou foi o matemático português Antonio Aniceto Monteiro que também lecionou na FNFi, de 1945 até 1949, sob sua influência se interessou por conjuntos ordenados, reticulados e álgebras de Boole. Em 1947, o matemático norte-americano Marshall Stone (chefe do Departamento de Matemática da Universidade de Chicago em 1948 quando Nachbin esteve lá) foi professor visitante da FNFi, daí Nachbin passou a se interessar pela teoria da aproximação. Sua estima pelos espaços uniformes e pelos espaços vetoriais topológicos foram influenciados pelos matemáticos franceses André Weil e Jean Dieudonné que estiveram na USP entre 1945 e 1947. O curso realizado por Nachbin, em 1963, na Universidade de Rochester, marcou o início do fascínio dele pelo estudo das aplicações holomorfas entre espaços de Banach.

CARLOS A. A. DE CARVALHO: Trajetória na matemática

Toda a parte biográfica e os locais onde esse matemático trabalhou foram retirados do texto de Carlos Alberto Aragão de Carvalho Filho, concedido gentilmente e a quem somos gratos pela ajuda. Texto esse escrito em 16 de julho de 2002 para um evento da UFRJ. Já do Programa de Estudos e Documentação Educação e Sociedade (PROEDES) da UFRJ que fica localizado no campus da Praia Vermelha podemos analisar arquivos da FNFi onde encontramos: um documento apresentado por Aragão com um “Plano Geral de Trabalhos” em que apresenta seus planos para os anos de 1959 e 1960 na FNFi, o currículo do professor e alguns pedidos endereçados ao diretor da FNFi. Já o processo aberto no CNPq pelo professor Aragão foi obtido nos arquivos do MAST. Antes de passarmos à biografia de Aragão cabe destacar que esse matemático é pouco conhecido pela literatura especializada e para mostrar esse fato podemos citar uma obra bem conhecida de Clóvis Pereira da Silva, um dos autores que

mais escreveu e escreve sobre a história da matemática brasileira, principalmente em relação a matemáticos do Rio de Janeiro. Silva (2013) cita matemáticos que trabalharam juntos com Aragão, como por exemplo, Alvércio Moreira Gomes (professor assistente em 1950 quando Aragão era professor contratado e ambos trabalhavam na cátedra de Análise), José Abdelhay (catedrático interino de Análise em 1950) e Maria Laura Mousinho Leite Lopes, todos esses professores do Departamento de Matemática da FNFi, mas em nenhuma parte do livro aparece o nome de Carlos Alberto Aragão de Carvalho. Após esse breve preâmbulo, passaremos a descrever a trajetória desse personagem que como pesquisador em matemática teve avanços e recuos ao longo de sua carreira.

Carlos Alberto Aragão de Carvalho nasceu em Teresina, Piauí, no dia 15 de abril de 1924. Filho de família maranhense foi criado em São Luís, onde estudou até o final do curso secundário. Tornou-se bacharel em matemática em 1947 pela FNFi. Em 1950 trabalhava nessa mesma instituição como professor contratado. De março a dezembro desse ano, trabalhou como Professor Assistente na PUC-RJ. Casou com Leda Campos de Carvalho nesse mesmo ano, pai de três filhos Antônio Carlos, Lúcia Maria e Carlos Alberto Aragão de Carvalho Filho (todos professores da UFRJ).

Em 1952, recebeu uma bolsa de aperfeiçoamento e pesquisa de um ano (novembro de 52 a novembro de 53), pelo programa de assistência técnica da UNESCO, para se especializar em Teoria dos Espaços Fibrados sob a orientação de Charles Ehresmann (um dos fundadores dessa teoria), na Universidade de Strasbourg na França. Aragão foi membro do Núcleo de Estudos e Pesquisas (NEPEC), criado em 1956, com o objetivo de estimular estudos e desenvolver pesquisas nas ciências.

No ano de 1957, pelo seu currículo, sabemos que realizou um seminário sobre a teoria das estruturas locais (noções sobre variedades diferenciáveis e sobre espaços fibrados) para alunos do 4° ano de Matemática, o que permitiu obter bolsas de aperfeiçoamento e pesquisa do Conselho Nacional de Pesquisas (CNPq), para a Universidade de Paris, para seus orientandos, os bacharelandos Constantino Menezes de Barros e Jorge Ferreira Barbosa. Ainda nesse ano participou do 1º Colóquio Brasileiro de Matemática (CBM) em Poços de Caldas, Minas Gerais, onde proferiu três

conferências gerando a publicação de “Teoria das obstruções e suas aplicações aos espaços fibrados”.

Conseguiu uma bolsa de aperfeiçoamento e pesquisa, de janeiro de 1958 a janeiro de 1959, pelo CNPq, na Universidade de Paris na França. Realizou uma conferência, dois meses após sua chegada, no Instituto Henri Poincaré, que contém o essencial da teoria de S. D. Liao: “sur les deuxièmes obstructions” (sobre as obstruções secundárias). No 2º Colóquio Brasileiro de Matemática, ocorrido de 5 a 18 de julho de 1959, realizou a conferência “Invariantes Topológicos Associados às Operações de um Subgrupo do Grupo Simétrico”.

No dia 2 de fevereiro de 1959 o professor Carlos A. A. de Carvalho enviou ao diretor da FNFi dois pedidos, um primeiro para a contratação de um professor estrangeiro para realizar no Departamento de Matemática um “Curso de Conferências sobre assunto de suas respectivas especialidades”, com duração de agosto a outubro de 1960, indicando os seguintes nomes: N. Steenrod, da Universidade de Princeton (EUA), R. Thom, da Universidade de Estrasburgo (França) e F. Nirzebruch, da Universidade de Bonn (Alemanha). Nesse mesmo documento pediu para convidar o matemático S. S. Chern da Universidade de Chicago para um Curso de Conferências na FNFi, uma vez que o mesmo iria em junho de 1959 ao IMPA realizar Conferências.

O segundo pedido foi para obter o regime de dedicação exclusiva, pois “me permitirá abandonar o cargo de Professor efetivo (com o processo de efetivação em andamento) do Colégio Naval do Ministério da Marinha.” Nesse mesmo documento ainda pediu duas salas – sendo uma para ele e para um professor visitante e a outra para os bacharéis formados na FNFi para pesquisarem – e solicitou também uma verba de custeio para intercâmbio com professores nacionais.

De 1962 até junho de 1964 lecionou na Escola Naval. Foi professor titular da Universidade Central da Venezuela, em Caracas, de setembro de 1964 até dezembro de 1965. Foi conferencista na XV Convenção Anual da Associação Venezuelana para o Progresso da Ciência. No final de 1966 foi para o Canadá, passar dois anos trabalhando na Universidade de Manitoba, na cidade de Winnipeg, no qual obteve o cargo de Professor Associado, por indicação do matemático belga Paul Dedecker. Proferiu, em 1967, conferências, a convite, nas séries “Colloquim Lectures” das

Universidades MacMaster e Ottawa, no Canadá. No mesmo ano, participou do encontro anual da “American Mathematical Society” (AMS), em Houston, e do seminário de álgebra do Congresso Matemático Canadense, em Toronto. No ano seguinte, esteve no encontro anual da AMS, em São Francisco. Foi pesquisador do Instituto de Engenharia Nuclear (IEN), de setembro de 1968 a junho de 1971, e Professor Assistente da COPPE/UFRJ, de março a dezembro de 1969. E publicou um artigo sobre classes de imersão nos Anais da Academia Brasileira de Ciências em 1970. De julho de 1971 até março de 1975, trabalhou como Professor Adjunto no Instituto Militar de Engenharia (IME). De setembro de 1972 até junho de 1973, foi Professor Adjunto da Universidade Federal Fluminense (UFF). Devido ao IME, segundo Aragão de Carvalho Filho, retornou plenamente à atividade de pesquisa em matemática pura, participando em 1971 do 8º Colóquio Brasileiro de Matemática, e publicando, em 1973, um artigo sobre produtos cíclicos infinitos, no “Journal of the London Mathematical Society”. Com o apoio conjunto do IME e do CNPq, se doutorou em 1974, aos 50 anos, após prestar exames de qualificação e escrever uma tese de Doutorado sobre “classes de obstrução à multi-transversalidade de mapeamentos suaves”, na Universidade de Houston, no Texas, tendo como orientador David Bourgin. Nesse mesmo ano participou do Congresso Internacional de Matemática, em Vancouver. Tornou-se Professor Adjunto do IM/UFRJ em abril de 1975. Três meses depois, foi nomeado Diretor-Adjunto de Desenvolvimento do IM, então sob a Direção de seu velho amigo Radival, cargo que ocupou por um ano. Foi membro do Corpo Editorial das “Memórias da Matemática do IM/UFRJ” por três anos, a partir de julho de 1977; coordenou o Programa de Verão do Instituto em 1978; participou de comissões; deu cursos de graduação e pós-graduação; e orientou quatro teses de Mestrado, a última delas defendida em 1979. Publicou dois trabalhos nas atas dos 10º e 11º Colóquios Brasileiros de Matemática, sobre classes características e classes de multi-jatos; e publicou dois trabalhos na coleção “Seminários de Topologia” sobre invariantes topológicos associados a singularidades de mapeamentos suaves: o primeiro sobre classes de Thom-Haefliger; o segundo sobre os índices de Lefschetz-Dold. Esses foram seus dois últimos trabalhos, ambos publicados em 1979. Foi o responsável por vários verbetes sobre áreas da matemática na “Enciclopédia Mirador Internacional”.

Aragão: “Comissão Nacional de Matemática” e “SMAL”

No dia 30 de julho de 1959, o professor regente da FNFi, Carlos A. A. de Carvalho abriu um processo de número 3595 no CNPq. O assunto era: “Envia um conjunto de sugestões tendentes a acelerar o necessário desenvolvimento da matemática no Brasil e na América Latina.” Nesse documento ele informava que esse conjunto de sugestões refletia “as observações feitas no 1º e 2º Colóquio Brasileiro de Matemática, nas nossas Universidades e Institutos de Pesquisas e nas Universidades da Europa”. E enviou dois anexos, no primeiro expôs os motivos, a organização e os objetivos para a criação, que ele sugeriu, de uma “Comissão Nacional de Matemática”. E no segundo apresentou os motivos, a organização e os objetivos para a criação, que ele recomendou, de uma “Sociedade de Matemática para a América Latina (SMAL)”.

Ao analisar esse documento é possível entendermos um pouco sobre o funcionamento do CNPq, pois para o documento, de 30 de julho de 1959, ser indeferido teve que passar por análise dos matemáticos Paulo Ribenboim (respondeu no dia 25 de agosto de 1959), Mauricio Matos Peixoto (respondeu no dia 21 de dezembro de 1959) e Lélio Gama (respondido em 12 de março de 1960). As explicações apresentadas por cada um desses matemáticos nos ajudam a entender um pouco o que estava ocorrendo nesse período. Sobre a criação de uma Comissão Nacional de Matemática, Paulo Ribenboim apesar de concordar, para ele “escapa à alçada do Conselho [CNPq] patrociná-la. Poderia, entretanto o Conselho recomendar a conveniência de criar essa Comissão”. Já para Lelio Gama essa comissão não traria uma solução mais fácil nem mais eficiente do que os diversos órgãos nacionais que estavam empenhados no desenvolvimento da cultura matemática, acrescentou ainda que a comissão deveria “ter vida própria, intensiva, num exercício permanente de suas funções, com o seu aparelhamento administrativo e recursos orçamentários próprios.” E que deveria ser uma autarquia para suas resoluções terem o alcance desejado nos vários departamentos oficiais de ensino e pesquisa. Sobre a vinda de professores estrangeiros e a escolha de bolsistas por essa comissão, para Ribenboim, não seria bom, pois “é a multiplicidade de oportunidades, de caminhos possíveis, independentemente de um poder central, [que] é uma garantia de funcionamento (...)”.

Para Peixoto “é precisamente uma das funções mais importantes do C.N.Pq., cuja execução exige um ponderável aparelho burocrático, e se não é melhor cumprida deve-se apenas à falta de verbas (...)”. E para Lelio Gama essa sugestão já faz parte de programas de vários órgãos nacionais e diz também que não há “vantagem nessa concentração, que, além de restringir o número de fontes concessoras, acarretaria, muito provavelmente, uma diminuição apreciável no total de recursos orçamentários para aquela finalidade”. Sobre acelerar a formação de professores, pesquisadores e engenheiros, Ribenboim é de opinião que seria “necessária reforma de programas e estrutura de nosso ensino superior”. E para Gama isso era “uma das responsabilidades precípuas das Faculdades e das Escolas de Engenharia” e essas estariam em melhor condição de sugerir e resolver tal situação “do que estaria uma comissão de cúpula” e também haveria uma “interferência desaconselhável de administrações entre a Comissão e as Faculdades”. Já sobre a criação de emenda constitucional para eliminar o cargo de catedrático, para Ribenboim embora desejável, era “uma questão naturalmente delicada, pois interfere com a Constituição”, Peixoto e Gama não se posicionam sobre esse assunto. Cabe destacar que os três avaliadores além de trabalharem no CNPq, no setor de matemática ou no Conselho Deliberativo, também eram pesquisadores (Ribenboim e Peixoto) e diretor (Gama) do IMPA. E o ponto em que todos os três refutaram foi exatamente sobre os bolsistas e a vinda de professores estrangeiros. Vale destacar que o IMPA tinha muita influência sobre a decisão de quem seriam os bolsistas do CNPq.

Por fim, gostaríamos de ressaltar que o professor Aragão traduziu para o português livros relevantes para o ensino como: “Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno”, de Boyce e DiPrima, “Álgebra moderna básica”, de Birkhoff e Maclane e “Séries de Fourier e problemas de valores de contorno”, de Churchill. Isso mostra um pouco da preocupação que esse matemático tinha não apenas com a pesquisa, mas também com o ensino.

CONCLUSÃO

Podemos perceber pela análise da trajetória desses dois matemáticos que Nachbin conseguiu várias bolsas e ficou por muito tempo afastado do Brasil estudando e lecionando em instituições estrangeiras. Foi o primeiro brasileiro a conseguiu prêmios e participação no ICM. Publicou livros no Brasil e no exterior. Desde o início da carreira se organizou para trabalhar fora da universidade, em 1945, por exemplo, criou junto com outros matemáticos o Núcleo Técnico Científico na FGV que durou muito pouco, porém conseguiu publicar a revista Summa Brasiliensis Mathematicae que mesmo com a extinção do Núcleo continuou sendo produzida. Em 1949 foi um dos sócios fundadores do CBPF, onde realizava pesquisas matemáticas, além de ter encontrado abrigo no IMPA, do qual foi um dos seus idealizadores. Já o professor Aragão não teve reconhecimento internacional e nem tantas publicações de grande prestígio, apesar de muitas semelhanças em sua trajetória científica com a de Nachbin. O que pode explicar essa diferença entre esses dois matemáticos? Por enquanto não temos respostas, mas apenas hipóteses.

Uma explicação possível pode ter sido o ambiente universitário que possivelmente foi o entrave para um melhor desenvolvimento das pesquisas do professor Aragão o que veio culminar com a sua saída em 1959, ainda não muito bem entendida. Saída que ocorreu logo após a abertura do processo no CNPq em julho de 1959, da sua bolsa não ser renovada em 1959 (ficou estudando na França de janeiro de 1958 até janeiro de 1959 com bolsa do CNPq) e provavelmente não ter sido aceito o seu pedido de dedicação exclusiva e a vinda de professor estrangeiro (pedidos feitos em fevereiro de 1959). É pertinente notarmos que no processo enviado ao CNPq, Aragão diz que as sugestões por ele enviadas “refletem as observações feitas no Iº e IIº Colóquio Brasileiro de Matemática, nas nossas Universidades e Institutos de Pesquisas e nas Universidades da Europa.”, e ele participou dos dois colóquios como conferencista, além disso, muitos matemáticos brasileiros tinham as universidades americanas como referência para o estudo da matemática, no entanto Aragão cita no documento apenas “Universidades da Europa”.

O ambiente fora da universidade pode ter sido um dos fatores também que ajudaram Nachbin na execução de seus projetos matemáticos. O abrigo encontrado por ele fora da universidade pode ter sido consequência dos conflitos gerados em torno dele na UB que gerou o impasse na sua inscrição para o concurso de catedrático de 1950. Essa hibernação do concurso implicou em muitos problemas no Departamento de matemática da FNFi, podendo ser uma das causas da diferença das carreiras entre os dois matemáticos analisados.

Enfim, muito ainda tem que ser pesquisado. Como esse trabalho é apenas uma pequena parte de um trabalho maior de nossas pesquisas no doutorado, algumas perguntas estão em aberto para serem respondidas e pretendemos analisar mais documentos para conseguir obter tais respostas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FIGUEIRÔA, Silvia Fernanda de Mendonça. “A propósito dos estudos biográficos na história das ciências e das tecnologias”. *Fênix-Revista de História e Estudos Culturais*, v.4, n.3, jul./ago/set. 2007, pp.1-14.

LE GOFF, Jacques. “Writing Historical Biographical Today”. *Current Sociology*, vol. 43, nº 2, p. 11-17, 1995.

LORIGA, Sabina. “A biografia como problema”. In: Revel, Jacques (org.). *Jogos de escalas: a experiência da microanálise*. Editora Fundação Getúlio Vargas, 1998. pp. 225-249.

SILVA, Clovis Pereira da. *Início e consolidação da Pesquisa em Matemática no Brasil*. 2ª edição revista e aumentada. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2013.

VIDEIRA, Antonio Augusto Passos & ALMEIDA, Marta de. “Le rôle de la biographie dans l’histoire des sciences”. In: Rey, Anne-Lise (org). *Méthode et Histoire: Quelle histoire font les historiens des sciences et des techniques ?*. Editora Classiques Garnier, Paris, 2013. pp. 321-335.

ISSN 2236-4102

UM ESTUDO BIOGRÁFICO SOBRE CHRISTIAAN HUYGENS
Uma homenagem ao aniversário de 390 anos

Robson Emanuel Lima Monteiro[326]
Jamylle Maravalhas de Oliveira[327]
Elvin Matheus Sousa da Silva [328]

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo biográfico do matemático, físico e astrônomo Christiaan Huygens e para isso foi realizado uma pesquisa bibliográfica. Apresentamos algumas de suas conquistas e obras que mais influenciaram o ramo da matemática e outras áreas do conhecimento. Abordamos também a importância do estudo da história e da história da matemática, como processo transformador na construção humana. Utilizamos os textos de Domingues (2013), Hugenii (1714), Farina (2012), Andriesse (2005) e Gindikin (1988) para discutir as obras e os estudos de Huygens, já para fundamentar a importância de nosso estudo, utilizamos Chaquiam (2017), Barros (2017), Vianna (1998), Oliveira (2011) e Sacramento (2012). Com isso, chegamos à conclusão de que Christiaan Huygens possui grande importância para a matemática tanto do seu tempo (século XVII), quanto para como a conhecemos hoje, visto que além de apresentar conjecturas que ainda são bastante utilizadas nos dias atuais, solucionou problemas de sua época que ajudaram a desenvolver o conhecimento científico do século.

Palavras-chave: História da matemática. Biografia. Christiaan Huygens.

[326] Universidade do Estado do Pará (UEPA). relm.monteiro@gmail.com .
[327] Universidade do Estado do Pará (UEPA). maravalhas73@gmail.com.
[328] Universidade do Estado do Pará (UEPA). elvinmathessousa@gmail.com.

INTRODUÇÃO

Ao analisar o processo histórico de pesquisa do ser humano, é possível admitir o indivíduo como um ser capaz de modificar suas diferentes realidades, ou seja, a capacidade que o homem possui de fazer história. Nota-se também a recente busca do indivíduo em tentar compreender as ações e acontecimentos que ocorreram durante o processo histórico do homem (CHAQUIAM, 2017).

Partindo da premissa de que o homem é capaz de fazer história, é possível afirmar a importância que os estudos desses eventos trazem para o desenvolvimento do ser humano, isso porque segundo Barros (2017) existem várias interpretações capazes de descrever um mesmo acontecimento, logo o estudo dessas acabam por levar o indivíduo a desenvolver um senso crítico, em que fornece mais de uma possibilidade de se trabalhar com esses eventos. Com isso, a historiografia ganha outros olhos, na qual o indivíduo passa a perceber que essa oferece embasamento para os seus estudos.

A historiografia moderna, sobretudo a partir da Escola de Annales, fundada em 1929, trouxe consigo uma nova abordagem do estudo biográfico. Isso porque esse estudo passa a ser fundamentado, visando apresentar estruturas e processos sociais, econômicos e culturais de um determinado indivíduo (SACRAMENTO, 2012).

Além disso, ao visualizar o panorama cientifico atual, percebe-se que há uma ascensão nas pesquisas em história da ciência e, em especial, na história da matemática, denominada por Oliveira et al (2011), como uma ferramenta de investigação de origens, descobertas, métodos e notações matemáticas desenvolvidas ao longo da história. Aliás, ela vem sendo considerada um valioso elemento para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem na educação matemática, visto que permite aprender as origens das ideias, aspectos do desenvolvimento da cultura e o processo de criação das teorias que, hoje, são apresentadas, finalizadas e prestigiadas (CHAQUIAM, 2017).

Em Vianna (1998, p. 8 apud Chaquiam, 2017), são apresentados tópicos, os quais apresentam de que forma o estudo em história da matemática pode contribuir, sobretudo, na educação, sendo eles:

I. Satisfazer nosso desejo de saber como os conceitos da matemática se originaram e desenvolveram;
II. O ensino e a pesquisa mediante o estudo dos autores clássicos, o que vem a ser uma satisfação em si mesmo;
III. Entendemos nossa herança cultural através das relações da matemática com outras ciências, em particular, a física e a astronomia; e também com as artes, a religião, a filosofia e as técnicas artesanais;
IV. O encontro entre o especialista em matemática e profissionais de área cientifica;
V. Ilustrar e tornar mais interessante o ensino da matemática.

Com isso, faz-se plausível o estudo biográfico aplicado a personagens no campo da história da matemática, visto que é possível contribuir tanto para o entendimento dos processos que influenciaram no singular do personagem e no próprio contexto histórico da época, sendo bastante importante quando se cria uma relação entre história da matemática e ensino-aprendizagem.

Por fim, o objetivo deste trabalho é apresentar traços biográficos de Christiaan Huygens (1629 – 1695), em comemoração ao seu aniversário de 390 anos, de modo a destacar suas produções científicas e suas influências. Para isso, a metodologia foi uma pesquisa bibliográfica visando constituir seus traços biográficos.

TRAÇOS BIOGRÁFICOS

Nascido na ilha de Haia, Christiaan Huygens (1629 - 1695), filho de Constantijn Huygens e Suzanna Van Baerle, foi um matemático, físico e astrônomo holandês, em que, de acordo com Farina (2013) e Andriesse (2005), está entre as maiores mentes do século XVII.

Seu pai, um homem de muita cultura, era conhecido como poeta, latinista, músico e matemático. Além disso, Huygens cresceu com sua casa sendo frequentada por célebres pessoas, como René Descartes (1596 – 1650) e Rembrandt (1606 – 1669).

Iniciou seus estudos no ano de 1645, na Universidade de Leiden, Holanda, na qual cursou direito e matemática. No entanto, suas habilidades com a matemática e mecânica já eram evidentes em 1946, visto que já havia solucionado o problema da queda livre, proposto por Oresme (1320 – 1382) e Galileu (1564 – 1642). Aos 17 anos, em conjunto de Blaise Pascal (1623 – 1662), Huygens demonstrou como a álgebra pode ser aplicada a geometria.

A princípio, se concentrou na matemática. Em 1651 publicou *Theoremata de quadratura hyperboles, ellipsis et circuli* [Teoremas sobre a quadratura da hipérbole, da elipse e do círculo] que incluía uma refutação à quadratura do círculo de Gregory of Saint Vincent. Nos anos seguintes, Huygens estudou o cálculo do comprimento de parábolas e as tangentes e quadraturas de várias curvas como a cissóide, a ciclóide e a logarítmica. Em 1657, publica *Tractatus de ratiociniis in aleae ludo* [Tratado sobre os cálculos em jogos de azar] um dos primeiros estudos na área da probabilidade.

Além da matemática, em 1655, Huygens, junto de seu irmão, cria um método de polir lentes e acaba por descobrir uma lua de Saturno, denominada Titan. Em 1656, publica tal descoberta no folheto *De Saturni luna observatio nova* [Nova observação sobre a lua de Saturno]. Entretanto, só em 1659, publica um livro intitulado *Systema Saturnium* [Sistema Saturniano] em que descreve sua teoria completa e observações sobre o anel de saturno e outros planetas.

Após isso, Huygens passa a ter uma maior visibilidade no mundo acadêmico e, em 1663, torna-se membro da Real Academia de Londres e em 1666 é convidado por J.B. Colbert, ministro das finanças da monarquia, para fundar a Academia de Ciências de Paris. Entretanto, sua estadia em Paris dura até 1681 por motivos de saúde. Contudo, nesse intervalo de tempo, em 1673, Huygens publica uma de suas obras mais importantes intitulada *Horologium oscillatorium [Relógio Oscilatório]*, na qual retoma uma de suas descobertas iniciais: o movimento acelerado de corpos em queda.

Em 1695, em sua cidade natal, Huygens morre aos 66 anos deixando um legado imenso tanto na matemática, quanto na física, em que seus resultados sobrevivem até os dias de hoje na análise infinitesimal, geometria diferencial e mecânica (GINDIKIN, 1988).

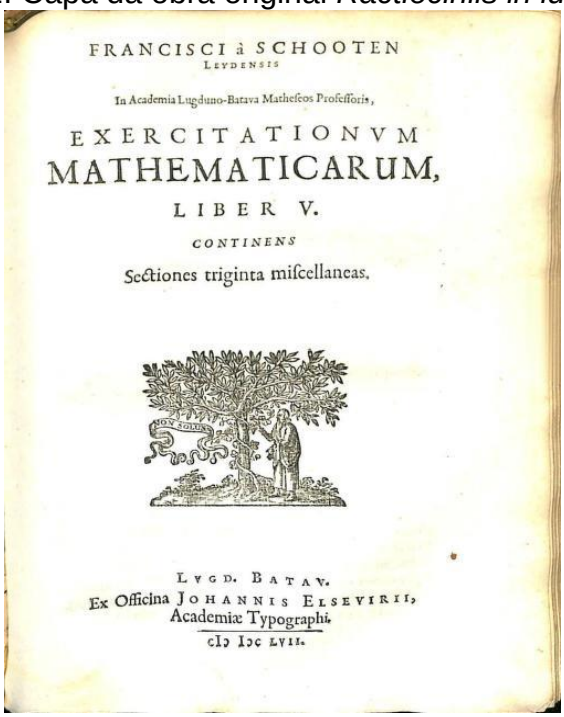
CONTRIBUIÇÕES CIENTÍFICAS

O autor trabalhado em questão teve diversos estudos publicados em diversas áreas do conhecimento. Entretanto, nesta pesquisa, serão apresentados somente três estudos de Huygens, em que o mesmo se utilizou da base matemática para desenvolver tais teorias, os quais são: *Tractatus de Ratiociniis in aleae ludo* (1657)*;* a *Teoria das evolutas e involutas e o Tautocronismo da ciclóide (1659)* e *o problema da curva Tractriz proposto por Claude Perrault (1692).*

Tractatus de ratiocinnis in aleae ludo (1657)

Traduzido para o português “Tratado sobre os cálculos em jogos de azar”, essa obra de Huygens contém originalmente quatorze proposições e conclui com cinco exercícios para o leitor. Tais proposições fornecem discussões acerca do raciocínio por trás das soluções, em particular como calcular num jogo de azar.

Figura 1: Capa da obra original *Ractiociniis in ludo alae*.


FRANCISCI à SCHOOTEN
LEYDENSIS

In Academia Lugduno-Batava Matheſeos Profeſſoris,

EXERCITATIONVM
MATHEMATICARUM,
LIBER V.

CONTINENS

Sectiones triginta miſcellaneas.

LVGD. BATAV.
Ex Officina JOHANNIS ELSEVIRII,
Academiæ Typographi.
CIↃ IↃC LVII.

Fonte: Acervo da Internet

Logo na introdução, Huygens se utiliza do termo “valor esperado”, também conhecido como esperança na estatística, em que de acordo com tal, nada mais é do que a quantidade média que uma pessoa ganharia se jogasse o jogo muitas vezes, ou seja, apesar de que num jogo puro de sorte os resultados sejam incertos, a hipótese que um jogador tem de ganhar ou perder depende de um determinado valor (HUGENII, 1714 apud HUYGENS, 1657).

A partir disso, o autor coloca sua primeira proposição, em que o mesmo diz: “Para ter hipóteses iguais de vencer a ou b vale (*a* + *b*)/2 para mim”. Ao propor tal assertiva, Huygens prova a mesma da seguinte forma: Partindo da premissa de que dois jogadores apostam e que ambos, tendo cada (*a* + *b*)/2, têm a mesma hipótese de ganhar e, se o primeiro vencer, recebe *a* e o outro jogador recebe *b*, tomando como verdade o contrário se o segundo ganhar, logo a probabilidade de ganhar cada um *a* ou *b* é de ½. Então, a expectativa ou valor esperado para cada jogador é (1/2)a + (1/2)b. (HUGENII, 1714 apud HUYGENS, 1657).

Huygens acaba por generalizar o resultado encontrado, em sua terceira preposição: “Ter *p* hipóteses de ganhar *a* e *q* hipóteses de ganhar *b*, sendo as hipóteses equivalentes, vale (*pa* + *qb*)/(*p* + *q*) para mim”. Se *p* + *q* = *r* e, se a probabilidade de ganhar *a* é *p/r* e a de ganhar *b* é *q/r*, logo a expectativa é dada por (*p/r*)*a* + (*q/r*)*b.* Assim, cada jogador tem *p* hipóteses de ganhar *a* e *q* hipóteses de ganhar *b*, por isso, de acordo com o autor o jogo é equitativo. Com isso, baseado nos resultados de sua terceira proposição, Huygens fundamentou o resto de seu tratado, no qual vale ressaltar a utilização do conceito de expectativa até os dias atuais. (HUGENII, 1714 apud HUYGENS, 1657).

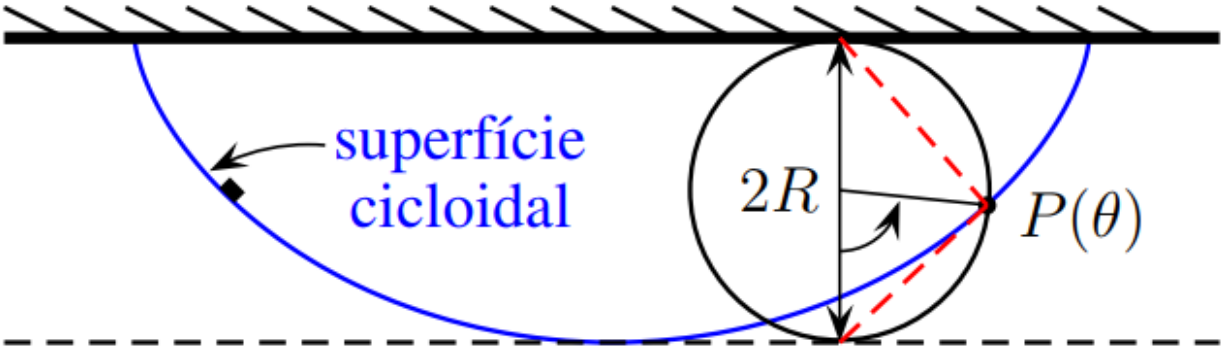
Teoria das evolutas e involutas e o Tautocronismo da ciclóide (1659)

A ciclóide foi descoberta por Galileu em 1599 e, na França, independentemente, por Mersenne. Na época, havia a necessidade de novas curvas, para justamente testar a eficiência dos novos métodos que estavam sendo levantados. Logo, a ciclóide ficou

conhecida entre os matemáticos e, segundo Farina (2013), foi apelidada de Helena da geometria, em referência a Helena de Tróia, cobiçada e disputada por vários homens.

Segundo Farina (2013), Blaise Pascal (1623 – 1662) teria abandonado a matemática e teria a trocado pela religião. Entretanto, de acordo com tal, o ex matemático, através de uma dor de dente, sendo interpretado pelo mesmo como um sinal divino, retornou os estudos na matemática e em 1658 elaborou uma competição envolvendo problemáticas sobre a ciclóide. A partir disso, Huygens começa a se familiarizar e a estudar a ciclóide, é então que em1659, publica um livro intitulado *Horologium* [Relógio], no qual se utiliza dos estudos sobre ciclóide para resolver o problema do pêndulo isócrono. Huygens, inicialmente considerou um corpo deslizando sobre uma superfície cicloidal lisa:

Figura 5: Procedimento de Huygens



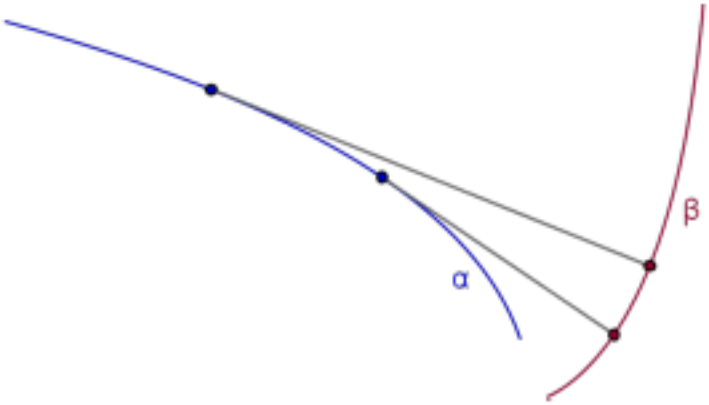
Fonte: Christiaan Huygens, a Helena da Geometria e o Aprisionamento do Tempo

Huygens demonstra inicialmente que tal corpo oscila de modo que seu período não dependa da altura de onde é abandonado. Logo, o período na irá depender da amplitude de oscilação. Sendo essa demonstração, o resultado da projeção vertical, do movimento sobre a superfície, coincidir com a de um Movimento Circular Uniforme. Assim, surge um novo tipo de curva, denominado Tautócrona

> Em outras palavras, diz-se que uma curva é uma tautócrona se um pêndulo, ao se movimentar ao longo da curva partindo do repouso, alcança a parte inferior desta oscilação num mesmo período, indiferentemente de seu ponto inicial. (DOMINGUES, 2013)

Além disso, em uma de suas demonstrações Huygens desenvolve a teoria das evolutas e involutas, como mostra a figura 6.

Figura 6: Demonstração de uma evoluta e involuta.



Fonte: Geometria diferencial das curvas planas

Segundo Domingues (2013), partindo dos estudos de Huygens, um pêndulo com uma corda maleável obrigada a desenrolar-se ao longo de uma curva fixa α segue um caminho dado por uma involuta de α. Logo surge a definição

> Sejam α, β : (a, b) → R2 curvas tais que β(t) pertence à reta tangente a α em α(t), com β 0 (t) ⊥ α 0 (t). A curva β é chamada de involuta de α, e α de evoluta de β. (DOMINGUES,2013)

Deste modo, pode-se dizer que Huygens através de seu trabalho *Horologium* de 1659, passou a ter uma grande influência dentro da área da geometria diferencial, visto que desenvolveu teorias e resolveu problemáticas da área. Entretanto, acabou também por contribuir para a área da física, em que criou um relógio de pêndulo, também chamado de relógio marítimo.

O problema da curva Tractriz proposto por Claude Perrault (1692)

O problema proposto para Leibniz, segundo Domingues (2013), consistia em descrever a curva que faz um peso ao ser arrastado, este fixado na ponta de um segmento de reta cuja outra ponta é movida ao longo de uma reta fixada. Contudo, a resposta para tal problemática veio apenas com a ajuda de Huygens, em que ambos observaram uma propriedade em tal curva, no qual, em cada ponto, uma reta tangente encontra uma reta fixada a uma mesma distância.

Considerando tais características, para a conceituação da tractriz foi preciso admitir uma Tractriz Θ = (x(t), y(t)) que satisfaz a equação

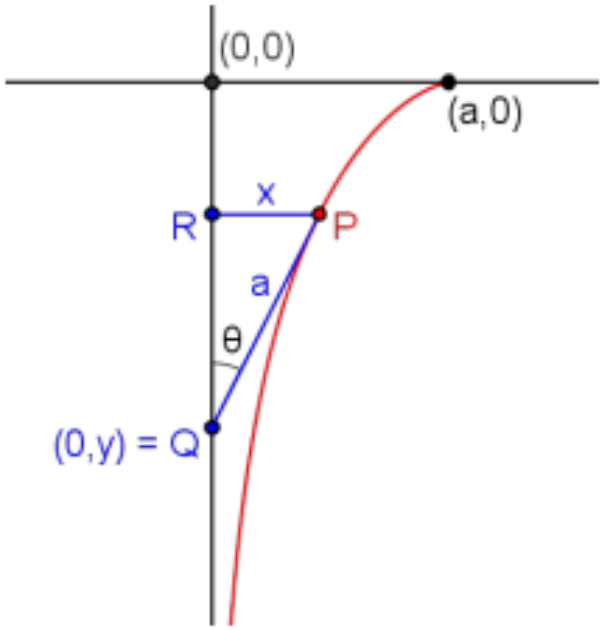
Figura 2: Equação 1

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'}{x'} = \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x}.$$

Fonte: Geometria diferencial das curvas planas

Tendo como base a figura 3, pode-se observar o triângulo retângulo ΔRP Q, que satisfaz a Equação 1

Figura 3: Tractriz



Fonte: Geometria diferencial das curvas planas

Após as manipulações algébricas e a parametrização da tractriz, chega-se ao seguinte resultado, em que a curvatura é obtida a partir de

Figura 4: Equação para obter a curvatura de uma Tractriz

$$\kappa_{\pm}(s) = \left|\frac{x}{a\sqrt{a^2 - x^2}}\right| = \left|\frac{e^{-s}}{\sqrt{1 - e^{-2s}}}\right| = \frac{e^{-s}}{\sqrt{1 - e^{-2s}}}.$$

Fonte: Geometria diferencial das curvas planas

Com isso, Leibniz e Huygens acabam por resolver o problema de Perrault (1613 – 1688) e conceituar o que seria uma curvatura Tractriz, auxiliando e influenciando até os dias de hoje a área da geometria diferencial.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desse trabalho, foi de apresentar um estudo biográfico do matemático, físico e astrônomo Christiian Huygens, em que foram discutidas algumas de suas contribuições para a matemática e suas influências para as outras áreas do conhecimento. Por fim, esta pesquisa também teve como objetivo de prestigiar o aniversário de 350 anos do mesmo, por meio da discussão de seus trabalhos e conquistas pessoais

A partir disso, pôde-se perceber a grande influência que o mesmo teve enquanto vivo e principalmente depois de morto, visto que acabou por desenvolver diversas teorias como a da evoluta e involuta, introduziu os estudos sobre a probabilidade, descobriu a Titan, uma lua de saturno e fundou uma das principais academias de produção cientifica da época, a Real Academia de Paris.

Segundo Farina (2013), Huygens está entre os maiores astrônomos, físicos e matemáticos do século XVII. Já Gindikin (1988), define Huygens como um homem de descobertas geniais. A partir disso, vale ressaltar a importância do estudo da história da matemática, visto que essa contribui para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da matemática, no qual deve-se buscar sempre o aperfeiçoamento dessas teorias e novas descobertas, o que também pode ser observado em tal pesquisa, quando Huygens descobre uma teoria da geometria diferencial a partir de estudos propostos por Pascal e, assim Christiian também acabou por influenciar a matemática como nós a conhecemos hoje.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GINDIKIN, S.G. **Tales of Physicists and Mathematicians**. Boston: Birkhäuser, 1988.

ANDRIESSE, C.D. **Huygens: The Man Behind the Principle**. Cambridge: Cambridge University Press, 2005

VIANNA, Carlos Roberto. **Usos didáticos para História da Matemática**. Anais do I Seminário Nacional de História da Matemática. (Org) Fernando Raul Neto. Recife (PE): SBHMat, 1998. pp. 65 – 79.

CHAQUIAM, M. **Ensaios temáticos:** história e matemática em sala de aula. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017. 241 p.

BARROS, J. D'assunção. **Teoria e formação do historiador**. Petrópolis (RJ) : Vozes, 2017.

OLIVEIRA, Maria Cristina Araújo de; FRAGOSO, Wagner da Cunha. **História da Matemática: história de uma disciplina**. Revista Diálogo e Educação. Curitiba (PR): EDUFPR, 2011.

FARINA, Carlos. **Huygens, a helena da geometria e o aprisionamento do tempo**. Rio de janeiro: Instituto de física UFRJ, 2012.

HUGENII, Christiani. **Libellus de Ratiociniis in Ludo Aleae**. London, 1714.

DOMINGUES, J. P. F. **Geometria diferencial das curvas planas**. Rio Claro: Dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, 2013.

Disponível em: >https://archive.org/details/DeRatiociniisInLudoAleae/page/n5<. Acesso em: 10/12/2018

SACRAMENTO, I. **A biografia como estudo da história da comunicação.** [s.n], 2012.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

UM ESTUDO PRELIMINAR SOBRE O CONCEITO DE ÂNGULO RETO EM TRATADOS DE GEOMETRIA PRÁTICA DO SÉCULO XVI

Ana Carolina Costa Pereira
Fumikazu Saito

RESUMO

Nesse trabalho trataremos da noção de ângulo reto, no *status* da geometria prática e sua relação com o conhecimento geométrico teórico e aplicado em três tratados do século XVI: *The pathwaie to knowledge* de Robert Recorde (1510-1558), *Via regia ad geometriam – They Way of Geometry* de Peter Ramus (1515-1572), e *Geometrical Practise named Pantometria* de Thomas Digges (1546-1595). A organização dos saberes geométricos nessas obras nos reportam aos mesmos conhecimentos expostos nos *Elementos* de Euclides, entretanto, esses conhecimentos são orientados para resolver problemas de ordem prática, alterando a sua disposição. Um exemplo disso é as definições de ângulo reto e de retas paralelas. Ao contrário de *Elementos*, esses tratados partem da disposição das retas perpendiculares para definir o ângulo reto. Dessa forma, esse estudo inicial, evidenciou que se olharmos para além das definições expostas nos tratados, tais como a organização da obra, dos teoremas e dos problemas propostos, pode emergir outras questões de ordem matemática e epistemológica, que iluminam e nos esclarecem sobre o "saber-fazer" matemático quinhentista.

Palavras-chave: Ângulo Reto. Geometria Prática. Matemática do século XVI.

INTRODUÇÃO

Os séculos XVI e XVII foram caracterizados pelo desenvolvimento de diferentes práticas matemáticas, que se tornaram cada vez mais importante para variados setores da sociedade, proporcionados pelos avanços e pelas transformações sociais,

econômicas e políticas, tais como o crescimento do comércio e da pequena indústria, bem como, a descoberta e mapeamento de novas terras que acarretou, por exemplo, a colonização da recém descoberta América.

Nesse período, os tratados que versavam sobre saberes geométricos práticos, em particular os dedicados a agrimensura e ao uso de instrumentos matemáticos, proliferaram em vários países da Europa, principalmente porque as ““matemáticas” passaram a ganhar grande destaque nas investigações relativas à natureza e às artes (*technai*)” (SAITO, 2018, p. 2).

Esses saberes vêm da tradição da *practica geometriae*[329] que é atribuído ao teólogo francês, Hugo de São Vitor (1096-1141) em seu tratado *Didascalicon* (?1127), que estabelece um guia para as artes liberais[330], sua natureza, inter-relações e valor para as ciências sagradas. Dessa forma, a

> (...) geometria prática fazia parte de uma longa tradição em que os conhecimentos geométricos, euclidianos em essência, eram mobilizados para resolver diversos problemas de ordem prática. Ela foi incorporada às artes liberais no início do século XII e, desde então, passou a ser estudada no seio da universidade, desdobrando-se em duas principais vias até o século XVI (SAITO, 2018, p. 272).

Outro fato que contribuiu foi a mudança significativas do ambiente intelectual, que ocorreu a partir do final do século XIV, ocasionando modificações na geometria teórica e a agrimensura. Segundo Saito (2014, p. 37-38)

> à medida em que se avançava em direção ao século XVI, a nova organização social, a recuperação de textos da antiguidade tardia, a expansão dos horizontes físicos proporcionada pela descoberta de novas terras, as mudanças que tiveram lugar nos métodos da arte militar, o crescimento do comércio e da pequena indústria e o surgimento da imprensa passariam a renovar o interesse pela especulação matemática.

Em meados do século XVI, dissociar a geometria prática da arte da agrimensura era praticamente impossível, assim como outros aspectos da "geometria construtiva", encontrada nos cadernos de desenho já poderiam ser vistos incorporados. Outro fato

[329] Para maiores informações sobre *practica geometriae* consulte Hugh of Saint Victor (1956, 1961, 1991); e estudos de L’Huillier (1992), Homann (1991), Bennett (1991, 1998, 2003) e Saito (2018).

[330] Entendemos por artes liberais o trívio, composto pela gramática, retórica e dialética que eram as disciplinas formais e o quadrívio que integra a aritmética, geometria, astronomia e música, ou seja, as disciplinas reais.

que marca esse período é o novo *status* que a agrimensura adquiriu na nova ordem social, visto que a “arte de medir” tinha se tornado importante para os príncipes e governantes em todos os novos segmentos de negócios naquela época.

Assim, o reconhecimento da arte de medir levou alguns artesãos e agrimensores a divulgarem seus tratados, apresentando suas técnicas de medição e seus instrumentos matemáticos vinculados a elas. Porém, diferente “da “geometria prática” medieval, esses tratados passaram a incorporar demonstrações geométricas, baseadas nos teoremas encontrados em *Elementos* de Euclides, para validar os procedimentos utilizados para medir” (SAITO, 2014, p. 38).

Nesse contexto, os tratados de geometria prática alargou seu escopo, diferenciando um pouco da “geometria prática” medieval, que agora possui características ligadas aos conhecimentos da geometria teórica (especulativa) que são encontradas nas universidades, vinculadas a “arte de medir. Segundo Saito (2014, p. 38) “a incorporação de alguns teoremas da geometria teórica nesses tratados estava mais relacionada ao lugar que a arte de medir ocupava na organização do conhecimento do que em dar mais "certeza" matemática às técnicas de medição”. Essa inclusão, deu um *status* a geometria prática, antes considerada como uma arte manual e mecânica (*techné*), uma categoria de arte liberal ou no sentido aristotélico, de *scientia*, visto que estava subordinada à geometria.

Dessa forma, esse artigo tem o intuito de estudar em três tratados do século XVI, *The pathwaie to knowledge* (1574) de Robert Recorde (1510-1558), *Geometrical Practise named Pantometria* (1571*)* de Thomas Digges (1546-1595) e *Via regia ad geometriam – They Way of Geometry* (1636) de Peter Ramus (1515-1572) a noção de ângulo reto, no status da geometria prática e sua relação com o conhecimento geométrico teórico e aplicado. A escolha dessas obras se justifica devido elas apresentarem uma articulação de aspectos teóricos e práticos da geometria para a divulgação do conhecimento matemático, além de mostrarem argumentos matemáticos já estabelecidos no meio universitário da época.

Tratados de Geometria Prática do século XVI

Dentre os inúmeros tratados de geometria prática do século XVI três deles consideramos relevantes no que se refere a conceitos geométricos, em particular sobre o ângulo reto. São eles: *The pathwaie to knowledge* de Robert Recorde (1510-1558), *Via regia ad geometriam – They Way of Geometry* de Peter Ramus (1515-1572), e *Geometrical Practise named Pantometria* de Thomas Digges (1546-1595).

O tratado de *The pathwaie to knowledge* (figura 1a) do inglês Robert Recorde foi escrito em 1551 e é considerado um resumo do livro *Elementos* de Euclides. Conhecido pela maneira de escrever textos, em que mostra diálogos entre um professor e um aluno, nessa obra Recorde não utilizou esse recurso. *The pathwaie* não apresenta nenhuma prova de teorema, em contrapartida, o autor traz justificativas da veracidade dos teoremas e propõe exemplos que fazem os alunos a entenderem não apenas o que estava sendo ensinado, mas também por que ele estava sendo ensinado.

A obra está dividida em dois livros. Segundo Robert (1574, s/p, tradução nossa):

> O primeiro livro declara as definições dos termos e nomes usados na Geometria, com alguns dos fundamentos principais em que a arte é fundada. E então ensina essas conclusões, que podem ser diferentes em trabalhos geométricos. O segundo livro apresenta os Teoremas (que podem ser chamados de verdades aprovadas), sendo os devidos conhecimentos e provas seguras de todas as conclusões e trabalhos em Geometria.

Já a obra *Geometrical Practise named Pantometria* (figura 1b) do inglês Thomas Digges escrito por volta de 1571, foi dividida em três livros, dedicados a *longimetria*, *planimetria* e *stereometria*, contendo regras para mensuração de todas as linhas, superfícies e sólidos. Nesse tratado, Digges escreve sobre os sólidos platônicos e os sólidos arquimedianos, lentes para um telescópio e diversos instrumentos de agrimensura e astronomia. Segundo Castillo (2016, p. 30):

> o tratado *Pantometria* tinha como objetivo efetuar medições voltadas para diversas finalidades, como determinar a medida da distância entre embarcações, construir fortificações, determinar medidas de alturas e distâncias para a arquitetura e a artilharia, exigindo assim um detalhamento teórico realizado com inserção na obra de algumas definições e teoremas geométricos.

Para esse trabalho, iremos utilizar o primeiro livro, intitulado de *longimetra o*u longimetria. Ele está dividido em trinta e cinco capítulos, em que traz inicialmente algumas definições, do primeiro ao sexto capítulo apresenta algumas construções geométricas e teoremas e do sétimo ao trigésimo quinto capítulo Digges (1571) descreve diversos instrumentos de agrimensura, dentre eles o quadrante geométrico.

Figura 1 – Tratados de geometria prática do século XVI.



Figura 1a - *The pathwaie to knowledge (1574)*.

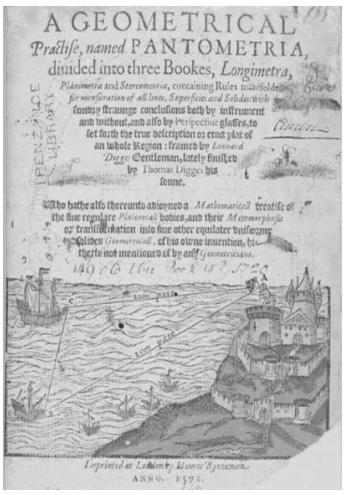


Figura 1b - *Geometrical Practise named Pantometria (1571).*

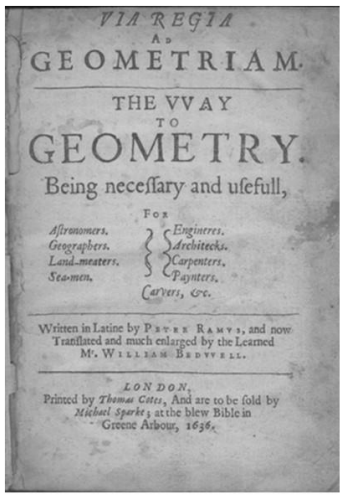


Figura 1c - *Via regia ad geometriam – They Way of Geometry (1636).*

Fonte: Recorde (1574), Digges (1571) e Ramus (1636).

Por fim, o *Via regia ad geometriam – They Way of Geometry*[331] (figura 1c) do francês Peter Ramus é uma tradução inglesa da segunda parte da obra, publicada em latim em 1569, intitulada *Arithmeticae libri duo: geometriae septem et viginti*, traduzida por William Bedwell (1561-1632), e publicada em 1636. Segundo Pereira e Saito (2018, p. 25) essa obra

> trata-se de uma das muitas compilações que buscaram organizar diferentes conhecimentos geométricos que transitaram em distintos segmentos de saber desde a Antiguidade Clássica. Orientado para resolver questões de ordem prática, seu conteúdo parece à primeira vista um conjunto desordenado de proposições geométricas quando comparado aos *Elementos* de Euclides.

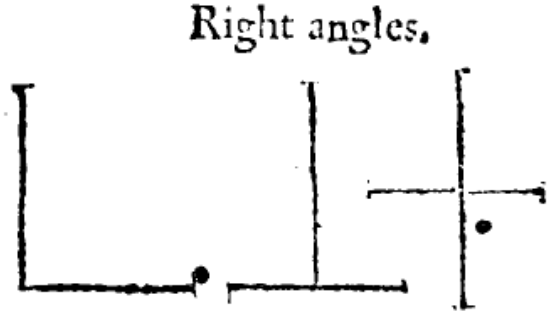
[331] Maiores detalhes sobre a descrição do tratado de Ramus consulte Pereira e Saito (2018).

Na sua obra, Ramus ainda discute conceitos e propriedades que não segue uma ordem linear de conhecimentos expostos em tratados na época, visto que em seu texto, refletia seu "método"[332] proposto no ensino universitário.

Apresentando o ângulo reto

No documento de Robert Recorde, *The pathwaie to knowledge*, a primeira menção dada ao ângulo reto encontra-se no início do primeiro livro, no capítulo "As definições dos princípios da geometria" quando ele define os três tipos de ângulos: agudo, quadrado e obtuso. Para o ângulo reto, Recorde (1574, livro 1 - definições, tradução nossa)[333] explica que "O ângulo quadrado, que é comumente chamado de ângulo reto, é produzido por duas linhas que se reúnem na forma de um quadrado, na qual as duas linhas, se forem desenhadas em relação ao comprimento, se cruzam entre si" (figura 2).

Figura 2 – Ângulo Reto por Recorde (1574).



Fonte: Recorde (1574, livro 1 - definições)

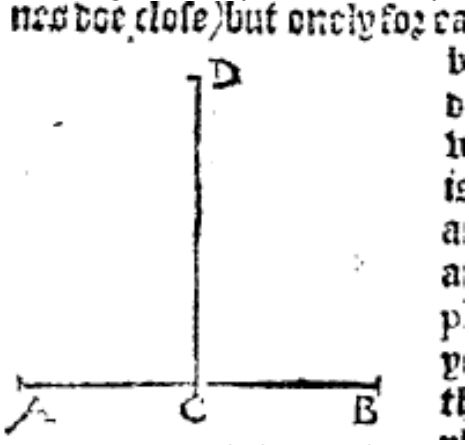
É interessante que na definição de Recorde (1551), ele relacionada o ângulo reto com "duas linhas que se reúnem na forma de um quadrado", mas não esclarece o que designa esse "quadrado". Entretanto, posteriormente, quando aborda as "formas e figuras" ressalta que

[332] Para maiores informações sobre o método de Petrus Ramus consulte Ong (1658) e Goulding (2006).
[333] Na obra de Record, *The pathwaie to knowledge* (1574) não existe numeração para as páginas. Dessa forma, iremos designar livro e o nome da sessão em que se encontrar a citação ou a figura.

> As linhas também formam diferentes figuras, embora, apropriadamente, não possam ser chamadas de figuras, como eu disse antes (pois as linhas se aproximam), mas apenas para facilitar o ensino, todas devem ser chamadas de figuras, que o olho pode discernir, uma, quando uma linha fica plana (o que é chamado de linha de base) e outra linha com ela, e é chamada de perpendicular ou prumo. (RECORDE, 1574, livro 1 - definições, tradução nossa).

Nesse caso, Recorde (1574) considera $\overline{AB}$ como linha de base e $\overline{CD}$ (figura 3) como linha de prumo, ou perpendicular. Note que ele não utiliza a medida do ângulo para definir o ângulo reto, mas as disposições das retas.

Figura 3 – Ângulo reto por Recorde (1574).

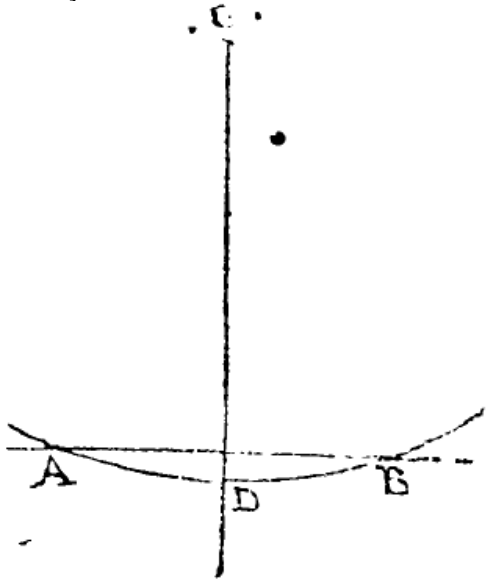


Fonte: Recorde (1574, L1)

Outras menções ao ângulo reto podem ser encontradas no segundo capítulo intitulado “O trabalho prático de diversas conclusões geométricas”, cujo foco é apresentar construções geometrias (figura 4) que “justificam” as definições apresentadas acompanhadas de exemplos. Nessas construções Recorde (1574) traz uma série de “conclusões” que ensinam a traçar perpendiculares em diversas situações com régua e compasso:

> Conclusão V – Para fazer uma linha de prumo, ou empregar qualquer ponto que você deseja em qualquer linha reta dada.
> Conclusão VI – Para desenhar uma linha reta de qualquer ponto que não esteja em uma linha, e para torná-la perpendicular.
> Conclusão VII– Fazer uma linha de prumo em qualquer parte de um círculo, e na linha externa ou interna. (RECORDE, 1574, livro 1 - conclusões, tradução nossa)

Figura 4 – Traçado da conclusão VI de Recorde (1574).

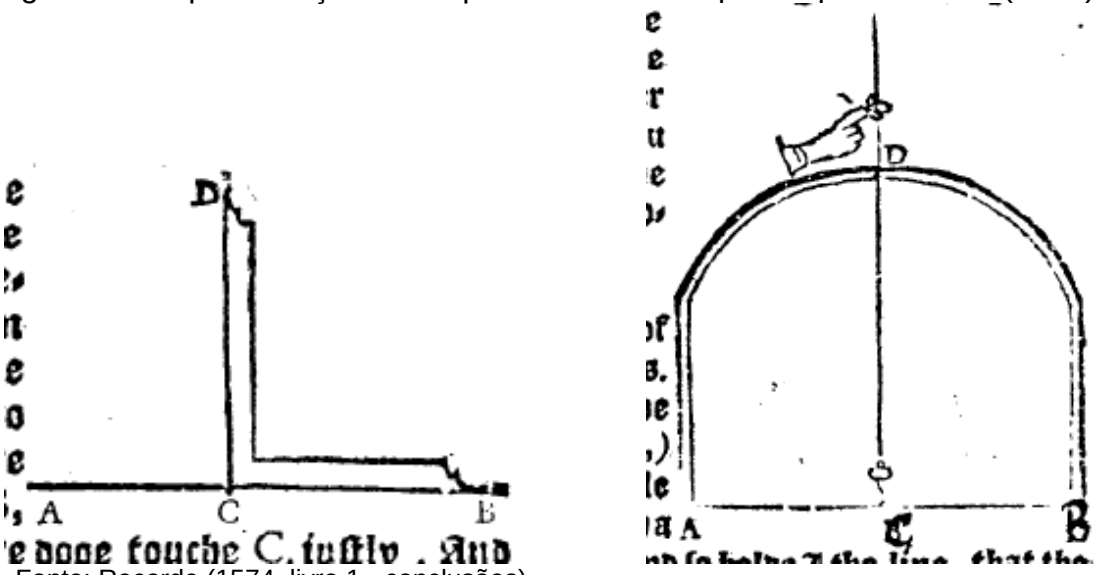


Fonte: Recorde (1574, livro 1 - conclusões)

Como uma maneira de simplificar essas construções, Recorde (1574) designa “como fazer a mesma coisa de outra maneira”, nas conclusões IX e X ele apresenta o processo de construir um esquadro de madeira, e a utilização de um fio de prumo (figura 5).

> Conclusão IX - Para fazer a mesma coisa de outro modo. E para encurtar o trabalho, se você fizer uma linha de prumo sem muito trabalho, pode fazê-lo com o seu esquadro, de modo que seja justamente feito, pois se você aplicar a borda do esquadro à linha na qual está a ponta, e prevê que o canto do esquadro toque a ponta. E a partir desse canto, se você desenhar uma linha pela outra borda do esquadro, ela será perpendicular à linha anterior.
> Conclusão X - Se assim for, você tem um arco de tamanha grandeza, que o seu esquadro não será suficiente para isso, como o arco de uma ponte ou de uma casa ou janela, então você pode fazer isso. Encontrem-se debaixo do arco onde o meio do seu cordão estará, e ali coloque uma marca. Então, pegue uma longa linha com um prumo, e segure a linha em tal lugar do arco, que o prumo fique pendurado apenas sobre o meio do cordão, que você dividiu antes, e então a linha mostra o meio do caminho do arco. (RECORDE, 1574, livro 1 - conclusões, tradução nossa)

Figura 5 – Representação do esquadro e do fio de prumo por Recorde (1574)



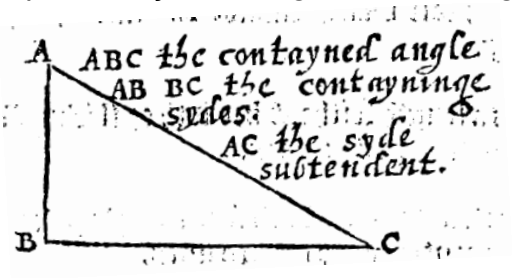
Fonte: Recorde (1574, livro 1 - conclusões)

A abordagem dada por Recorde (1574) segue a tradição de textos que abordam a sequência dos *Elementos* de Euclides. Ele se refere ao ângulo reto, relacionando-o às retas perpendiculares e não o ângulo formado entre elas. Além disso, recorre a construções geométricas, explicitando como traçar uma reta perpendicular em relação à outra, para se certificar e utilizá-lo, posteriormente, no estudo de figuras planas. Nesse sentido, é também interessante o uso que fez Recordee (1574) de métodos empíricos, isto é, de instrumentos como o esquadro e de artifícios como o fio de prumo.

No texto de Digges (1571, definições, tradução nossa)[334], *Geometrical Practise named Pantometria*, a primeira referência encontrada sobre ângulo reto encontra-se no primeiro livro, o *Longimetria*, na primeira sessão que trata de definições: “Se as linhas que contêm o ângulo são retas, é chamado de ângulo reto, e essas duas linhas contêm lados, mas se uma terceira linha reta for puxada, a primeira de uma para a outra, isso deve ser chamado de lado subtendido”. Dessa forma, a figura ABC contém os lados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, e o ângulo $A\hat{B}C$ é reto (figura 6).

[334] Na obra de Digges, *Geometrical Practise named Pantometria* (1571) não existe numeração para as páginas. Dessa forma, iremos designar o nome da sessão em que se encontrar a citação ou a figura.

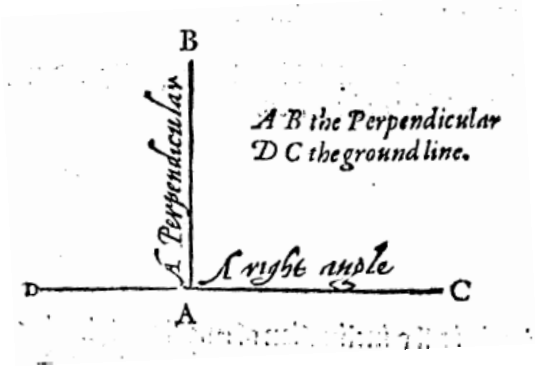
Figura 6 – Representação do ângulo reto de Digges (1571).



Fonte: Digges (1571, definições)

Em seguida ele dá ênfase a linha ou lado $\overline{AB}$ como a perpendicular da linha $\overline{CD}$ (figura 7): “Quando qualquer linha reta cai perpendicularmente sobre outra, isto é, fazendo com que os ângulos de ambos os lados se igualem, e o eco desses ângulos é um ângulo ortogonal ou reto, e essa linha descendente é uma perpendicular” (DIGGES, 1571, definições). Isto é, “o ângulo reto contido na Perpendicular, BAC, e uma parte da linha de terra equivale a BAD, o ângulo reto contido na Perpendicular, e a outra parte da linha de terra, e, portanto, ambos Ortogonais” (DIGGES, 1571, definições). Provavelmente Digges (1571) apresenta esta definição que se utiliza de uma figura como o triângulo retângulo, devido aos instrumentos que ele posteriormente irá tratar.

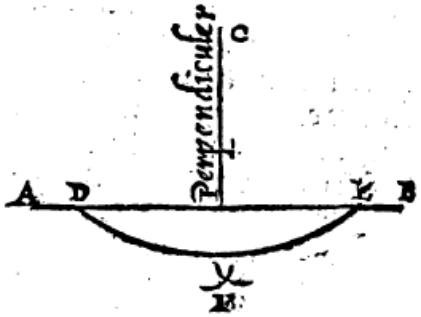
Figura 7 – Representação da perpendicular de Digges (1571).



Fonte: Digges (1571, definições)

Posteriormente nos dois primeiros capítulos, Digges (1571), da mesma forma que procedeu Recordee, retoma a noção de perpendicularidade por meio de construções geométricas, mostrando ao leitor “Como Perpendiculares sobre qualquer linha reta são erguidas” e “Como linhas perpendiculares ou suspensas são desenhadas a partir de um ponto atribuído a qualquer linha reta situada na mesma Superfície” (figura 8).

Figura 8 – Construção geométrica do segundo capítulo de Digges (1571).



Fonte: Digges (1571, definições)

Podemos perceber que mais uma vez o ângulo reto está relacionado ao posicionamento de duas linhas retas, ou seja, a disposição delas e o ângulo formado por elas, em que a perpendicular faz parte do processo de construção do ângulo reto.

Isso é justificado pelo estilo de escrita do autor, pois embora a obra seja direcionada aos propósitos de um geômetra do que aos de um agrimensor, ele traz uma organização de conteúdos "à moda euclidiana, elencando um conjunto de definições próprias da geometria que fundamentam os conhecimentos geométricos mobilizados na construção e no uso de diversos instrumentos que a obra se propõe a discorrer" (CASTILLO, 2016, p. 30).

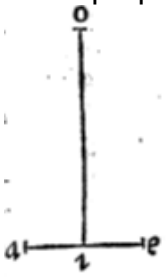
Como na obra de Recordee (1574), Digges (1571) apresenta duas construções geométricas para traçar retas perpendiculares, que por sua própria definição, está ligado à noção de ângulo reto. Entretanto, em diversos momentos, observamos o emprego de ângulo reto vinculado a perpendicular em situações envolvendo as práticas de medição e instrumentos de agrimensura. Um exemplo disso é a construção e o uso do quadrante geométrico que Digges traz em sua obra. Nos parece que é uma forma de apresentar procedimentos práticos (mais empíricos) sem perder de vista a "prova" das proporções.

Por fim, no tratado *Via regia ad geometriam – They Way of Geometry*, Petrus Ramus traz a primeira menção sobre questões voltadas para o ângulo reto[335], no livro II, na proposição 13, em que Ramus discute questões de retas perpendiculares: "As linhas são retas, uma em relação a outra, se uma delas cai sobre a outra, são iguais; ao contrário, elas são oblíquas" (RAMUS, 1636, p. 18). Nesta proposição, Ramus

[335] Uma discussão mais detalhes sobre ângulo reto no texto de Ramus consulte Pereira e Saito (2018).

(1636, p. 18) define que duas linhas retas são perpendiculares (figura 9) uma à outra, “quando uma delas se eleva sobre a outra, fica em pé, e não está inclinada, ou se inclina, de nenhuma forma. Assim, duas linhas retas em um plano podem ser perpendiculares; como são *ae* e *io*”. (RAMUS, 1636, p. 18, tradução nossa).

Figura 9 - Duas linhas retas perpendiculares (Livro II, prop. 13)



Fonte: Ramus (1636, p. 18)

No debate feito por nosso autor, ele menciona que geralmente a perpendicularidade é definida, quando uma delas se acende sobre a outra, permanece em pé e inclina-se ou não se inclina para nenhum dos lados. A perpendicularidade é definida por Ramus pela disposição das linhas retas porque o ângulo reto é por ela definido. Segundo Pereira e Saito (2018, p. 11):

> Podemos dizer que Ramus se refere à perpendicularidade considerando apenas a disposição das linhas e não o ângulo formado entre elas. Isso é notório na proposição 14, do Livro II, em que ele observa que só há uma única linha reta perpendicular à outra e, portanto, ou ela é perpendicular ou é inclinada.

Ramus irá tratar dos tipos de ângulos (reto e oblíquo) no livro III, intitulado *Sobre ângulos*. Na proposição 12 e 13 ele discorre sobre ângulos e relata que “Ou um ângulo é reto ou é oblíquo... da mesma forma que antes... uma linha era reta ou direta, e oblíqua e curva”. E, na proposição 13, subsequente, ele define ângulo reto da seguinte maneira: “Um ângulo reto é o ângulo cujas hastes estão retas (isto é, perpendiculares) uma à outra. Um ângulo oblíquo é contrário disso” (RAMUS, 1636, p. 29 – tradução nossa).

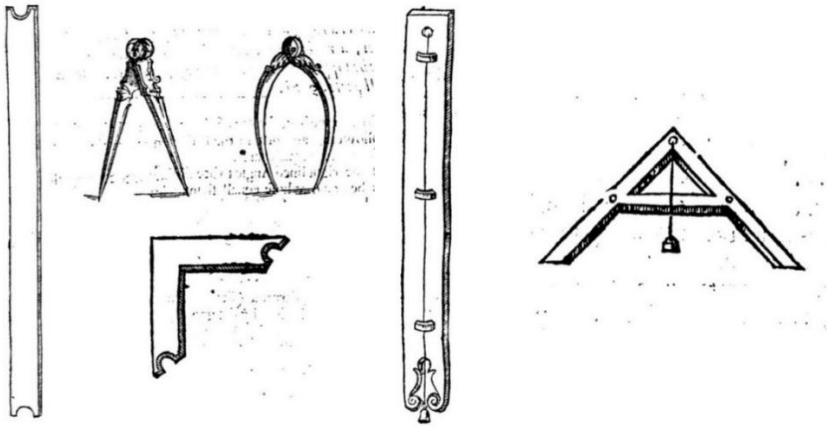
Ainda na explanação sobre o ângulo reto, ele ressalta que para verificar se ele é reto ou oblíquo, maior ou menor que o ângulo reto, é necessário utilizar o esquadro que os carpinteiros e marceneiros normalmente usam: “pois os comprimentos são

experimentados, segundo Vitruvius, pela *Rular* (Régua) e linha. A altura, pela perpendicular ou prumo. E os ângulos, pelo esquadro". (RAMUS, 1636, p. 29)

Para verificar se os ângulos são, de fato, congruentes e retos, Ramus recorre ao uso de instrumentos adequados para medi-los. Assim, ele observa que há quatro tipos de instrumentos geométricos: a régua, o compasso, o esquadro e o *perpendiculum* (figura 10). No que diz respeito aos três primeiros, ele os descreve da seguinte maneira:

> A régua, para traçar linhas retas num plano, foi o primeiro instrumento geométrico; o compasso, para desenhar círculo, foi o segundo; a *norma* ou o esquadro para erigir uma verdadeira linha reta no mesmo plano sobre outra linha reta e, depois, sobre uma superfície e um corpo, é o terceiro [instrumento]. (RAMUS, 1636, p. 59; tradução nossa).

Figura 10 – a régua, o compasso, o esquadro e dois tipos de *perpendiculum*



Fonte: Ramus (1636, p. 54, 57, 60)

Enquanto o quarto instrumento geométrico, denominado *perpendiculum* ele nos diz que:

> Agora, o *Perpendiculū* [é] um instrumento com uma linha e um prumo de chumbo anexados, usado por Arquitetos, Carpinteiros e mestre pedreiros é basicamente físico, porque coisas pesadas naturalmente, por seu peso, são conduzidas perpendicularmente para baixo em linhas reta. Este instrumento é de dois tipos: o primeiro, que eles chamam de *Régua de Prumo*, é [utilizada] para aferir uma perpendicular [que foi] erguida, como uma coluna, um pilar ou qualquer outro tipo de construção reta, isto é, para [aferir] o prumo sobre a planície horizontal e [aferir se] não se inclina nem cambaleia de alguma maneira. O segundo é [utilizado] para [aferir] ou examinar uma planície ou piso, se está ou não paralelo ao horizonte. Portanto, quando a linha do ângulo reto cair no meio da base, ele deve mostrar que o comprimento está igualmente posicionado. Os latinos chamam isso Libra, ou Libella, uma balança. (RAMUS, 1636, p. 59-60; tradução nossa)

Dessa forma, percebemos que Ramus (1636) dispõe o conhecimento geométrico como os autores Recorde (1574) e Digges (1571), de modo a promover um material mais compreensível para aluno e aplicado aos problemas de ordem prática. É perceptível que diferente da organização expostas nos demais tratados aqui estudado, e nos *Elementos* de Euclides, Ramus (1636) traz primeiro a definição de retas perpendiculares para depois definir ângulo reto, apoiando-se em instrumentos geométricos.

Algumas considerações

As diferentes abordagens do conceito de ângulo reto podem ser visualizadas nas obras escolhidas. Os tratados de Recordee (1574), Digges (1571) e Ramus (1636) dialogam com a geometria práticas e especulativa, características da tradição da *practica geometriae*, visto que incorporam instrumentos e outras ferramentas que permitem abordar o espaço geométrico de forma utilitária.

No recorte estudado, a noção de ângulo reto está vinculada a retas perpendiculares, é um exemplo de como o conhecimento matemático está organizado em tratados do século XVI e direcionado a aplicação de problemas de ordem práticas. Dessa forma, dois tratados o do Recorde (1574) e do Digges (1571) seguem uma organização próxima aos *Elementos* de Euclides, a definição de ângulo reto antecede a de retas perpendiculares e as “provas” encontradas na obra, são apoiadas pela construção geométrica com régua e compasso. Os instrumentos, como fio de prumo e esquadro, são usados como um recurso que embasam algumas atividades prática de medição.

Entretanto, o tratado de Ramus (1636) inverte a ordem trazendo primeiro a definição de retas perpendiculares, para posteriormente definir ângulo reto, apoiando-se em instrumentos geométricos como a régua, o compasso, o esquadro e o *perpendiculum.* Nesse sentido, seu tratado apresenta e utiliza figuras de forma muito interessante e original, apoiando-se nelas para demonstrar os mesmos teoremas pertencentes à tradição clássica. Em síntese (quadro 1), temos que:

Quadro 1 – Síntese dos conceito de ângulo reto nos tratados analisados do século XVI.

AUTOR	DEFINIÇÃO DE ÂNGULO RETO
Recordee (1574)	“O ângulo quadrado, que é comumente chamado de ângulo reto, é produzido por duas linhas que se reúnem na forma de um quadrado, na qual as duas linhas, se forem desenhadas em relação ao comprimento, se cruzam entre si”.
Digges (1571)	“Se as linhas que contêm o ângulo são retas, é chamado de ângulo reto, e essas duas linhas contêm lados, mas se uma terceira linha reta for puxada, a primeira de uma para a outra, isso deve ser chamado de lado subtendido”.
Ramus (1636)	“Um ângulo reto é o ângulo cujas hastes estão retas (isto é, perpendiculares) uma à outra. Um ângulo oblíquo é contrário disso”.

Fonte: Elaborados pelos autores.

Desse modo, embora os três tratados sejam de geometria prática com conteúdo bem parecido, a sequência das definições, proposições, etc, que estão sistematizadas, são muito diferentes. Eles apresentam, na organização e na disposição dos conteúdos muitas diferenças, pois eles estão atendendo a demandas e públicos diferentes.

Assim, esse estudo preliminar nos evidenciou que uma análise além das definições, ou seja, olhando a disposição, a organização dos teoremas e das proposições e dos problemas práticos neles expostos notamos que a exposição dos conceitos depende de outros fatores que não são matemáticos em essência. Um olhar histórico mais contextualizado traz indícios de que a organização do conhecimento está condicionada a outros aspectos ligados ao saber-fazer matemático de uma época.

REFERÊNCIAS

BENNETT, J. A. The Challenge of Practical Mathematics. In: PUMFREY, S.; ROSSI, P. L.; SLAWINSKI, M. (eds.). **Science, Culture and Popular Belief in Renaissance Europe**. Manchester, New York: Manchester University Press, 1991. p. 176-190.

_____. Practical Geometry and Operative Knowledge. In: **Configurations**, v. 6, p. 195-222, 1998.

_____. Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for?. **British Journal for the History of Science,** v. 36, n. 2, p. 129-150, 2003.

CASTILLO, Ana Rebeca Marinho. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso do báculo (cross-staff) em A Boke Named Tectonicon de Leonard Digges.**2016. 121 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Puc, 2016.

DIGGES, T. **A Geometrical Practise named Pantometria...** London: Henrie Bynneman, 1571.

GOULDING, R. **Method and Mathematics:** Peter Ramus's Histories of the Sciences. Journal of the History of Ideas, 67(1), 2006, p. 63-85.

HOMANN s.j., F. A. Introduction. In: HUGH OF SAINT VICTOR. **Practical Geometry [Practica Geometriae] attributed to Hugh of St. Victor.** Milwaukee, Wisconsin: Marquette University Press, 1991. p. 1-30.

HUGH OF SAINT VICTOR. Hvgonis de Sancto Vitore: Practica Geometriae. Ed. R. Baron. In: **Osiris**, vol. 12, 1956, p. 186-224.

_____. **The Didascalicon of Hugh of St. Victor:** A medieval guide to the arts. Ed. J. Taylor. New York, London: Columbia University Press, 1961.

_____. **Practical Geometry [Practica Geometriae] attributed to Hugh of St. Victor***.* Trad. F. A. Homann. Milwaukee, Wisconsin: Marquette University Press, 1991.

L'HUILLIER, H. Practical Geometry in the Middle Ages and the Renaissance. In: GRATTAN-GUINNESS, I. (ed.). **Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences.** London, New York: Routledge, 1992. vol. 1, p. 185-191.

ONG. W. J. **Ramus, Method, and the decay of the Dialogue**: from the art of the discourse to the art of the reason. Harvard University Press, 1958.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A organização do saber geométrico em *Via Regia ad Geometriam* (1636) de Petrus Ramus: uma reflexão sobre a definição de ângulo reto e de perpendicular. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**: Histórias das Matemáticas em Pesquisas e Práticas Escolares, Natal, v. 13, n. 27, p.24-38, jan-abr. 2018.

RAMUS, P. **Via Regia ad Geometriam:** The way to geometry. Being necessary and usefull, for … Written in Latine by Peter Ramus, an now Translated and much enlarged by the Learned Mr. William Bedwell. London: Thomas Cotes, 1636.

RECORDE, R. **The pathwaie to knowledge…** London: Reynold Wolfe, 1571.

SAITO, F. Algumas breves considerações sobre os tratados de geometria prática publicados no contexto do "saber-fazer" matemático quinhentista. In: XII SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 12., 2017, Itajubá. **Anais... .** Itajubá: Sbhmat, 2018. p. 271 – 277.

_____. 2014. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. In: **Rematec**, vol. 9, n° 16. 25-47.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

UM ESTUDO SOBRE AL-KĀSHĪ: PRIMEIRAS APROXIMAÇÕES

Kaline França Andrade[336]
Bernadete Morey[337]

RESUMO

O presente artigo tem o objetivo de apresentar os primeiros resultados de um estudo em andamento sobre um estudioso islâmico que viveu nos séculos XIV-XV e produziu importantes trabalhos em matemática e astronomia. Seu nome completo é Ghiyāth al-Dīn Jamshīd Mas'ūd al-Kāshī, mas a ele nos referimos como al-Kāshī. Nossa pesquisa original se propõe a analisar em profundidade a obra de al-Kāshī, mas, ao nos depararmos com a complexidade de tal empreitada que envolve um carência de fontes nas línguas ocidentais, nos propusemos a fazer uma pesquisa bibliográfica inicial com a finalidade de obter as primeiras aproximações sobre o personagem histórico al-Kāshī, suas obras, sua época, o contexto histórico, social e científico em que viveu. Das suas obras, a que nos interessa agora é O Tratado da Circunferência (al-risāla al-muhītīyya), que al-Kāshī escreveu com o objetivo de melhorar a aproximação para o número π e com isto, permitir a compilação de tabelas trigonométrica mais precisas. Al-Kāshī é reconhecido como um brilhante calculista e sua engenhosidade e esmero com que levou a cabo a tarefa a que se propôs em O Tratado da Circunferência, o destacam como figura de grande importância para a história da matemática islâmica medieval.

Palavras-chave: História da Matemática. Matemática islâmica medieval. al-Kāshī. Tratado da Circunferência.

[336] IFRN. kalineandreza30@gmail.com
[337] UFRN. bernadetemorey@gmail.com

INTRODUÇÃO

Este trabalho é parte de uma pesquisa em andamento que tem como objetivo analisar a obra a obra do estudioso islâmico medieval Ghiyāth al-Dīn Jamshīd Mas'ūd al-Kāshī e mais detalhadamente, O Tratado da Circunferência (al-risāla al-muhītīyya). Sendo a matemática islâmica medieval, de certo modo, um tema pouco frequente nos estudos históricos, iniciamos nossa pesquisa por estudos bibliográficos de caráter geral sobre o autor no qual vamos focar nossa atenção, esperando que tais estudos, além de nos trazer familiaridade com o autor e seu contexto histórico, também nos ajude a esclarecer qual o lugar do Tratado da Circunferência dentro da obra de al-Kāshī.

O artigo foi escrito tendo como referência os pesquisadores que por último se debruçaram sobre al-Kāshī e O Tratado da Circunferência. Logo, nossas principais fontes são: a tradução completa do árabe para o russo do Tratado da Circunferência com anotações feitas por Yushkiévitch e Rozenfeld (1954) e os estudos feitos por Azarian (2004, 2009, 2010) sobre este mesmo tratado.

O artigo foi dividido em quatro partes, sendo a primeira delas a presente introdução, a segunda parte uma breve descrição do contexto em que viveu e trabalhou al-Kāshī. Na terceira parte, discorreremos sobre O Tratado da Circunferência e na quarta, sobre a localização de traduções e de manuscritos da obra foco de nosso estudo. Nas considerações finais, trazemos uma descrição das principais caraterísticas da obra em foco e também uma reflexão do lugar que ela ocupa no conjunto geral da obra de al-Kāshī e na história da matemática em geral.

AL-KĀSHĪ E SUAS OBRAS

Ghiyāth al-Dīn Jamshīd ibn Mas'ūd al-Kāshī nasceu na segunda metade do século XIV em Kashan, atual Iran. Não há consenso sobre o ano de seu falecimento, sendo citadas a datas de 1429, 1436 e até mesmo 1456.

Não se tem informações de como era a vida de al-Kāshī antes de 1406, quando ele começou a fazer uma série de observações de eclipses lunares em

Kāshān. Mas sabemos que posteriormente veio a trabalhar em Samarkanda, sob a proteção do governante da cidade, o príncipe Ulugh Beg, que era neto de Timur ou Tamerlão, o conquistador de descendência mongol.

Morey (2017) nos conta que, Timur conquistou um vasto império e fez de Samarkanda sua capital. Ao morrer seu império foi disputado entre seus filhos, mas, coube a Shah Rukh, o quarto filho de Timur e pai de Ulugh Beg, o controle da maior parte e isto incluía Samarkanda. Shah Rukh entregou a administração de Samarkanda a seu filho Ulugh Beg, que estava mais interessado em transformar a cidade num centro cultural do que estava em política ou conquista militar. Tinha então apenas dezesseis anos e era um estudioso em matemática e astronomia, além de apreciar artes, história e estudar o Corão.

Ulugh Beg, de 1417 a 1420 construiu uma madraça (um centro de educação superior) e começou a nomear para ensinar na madraça os melhores cientistas que conseguia encontrar. Foi nesse processo que ele convidou al- Kāshī para vir a Samarkanda. Além de al-Kāshī, chegaram a Samarkanda cerca de sessenta outros estudiosos, sendo Qadi Zade (1364-1436) um dos que se tornaram mais conhecidos. Além de Ulugh Beg, al-Kāshī foi o principal astrônomo e matemático de Samarkanda. Testemunho importante da vida científica em Samarkanda são as cartas de al-Kāshī a seu pai, algumas das quais sobreviveram.

Além da madraça, Ulugh Beg construiu um observatório em Samarkanda. Iniciado em 1428, ele tinha forma circular, possuía três níveis, mais de 50 metros de diâmetro e 35 metros de altura. Al-Kāshī e outros matemáticos e astrônomos nomeados para a madraça também trabalharam nesse observatório. Al-Kāshī era uma matemático e astrônomo prolífico e um brilhante calculista como atesta a quantidade e o teor de suas obras. Uma listagem de suas obras inclui:

- Sullam al-samāʿ fi ḥall ishkāl waqaʿa liʾl-muqaddimī fiʾl-abʿād waāl-ajrām (A Escada do Céu) (1407)
- Mukhtaṣar dar ʿlim-i hayʾ at (Compêndio da Ciência da Astronomia) (1410-1411)
- Zij-i Khaqāni fī takmīl-i Zij-i Īlkhānī, ou simplesmente, Khaqani zij (1413-1414),
- Risāla dar sharḥ-i ālāt-i raṣd (1416)

- Nuzha al-ḥadāiq fi kayfiyya ṣanʿsa al-āla al-musammā bi ṭabaq al-manāṭiq (A excursão do jardim) (1416).
- Al-Risāla al-Muhītīyya (O Tratado da Circunferência) (1424).
- Ilkaḥāt an-Nuzha (Suplemento à Excursão) (1427).
- Miftāḥ al-ḥisāb (A chave para a aritmética) (1427).
- Talkhīis al-Miftāah (Compêndio da Chave).
- Risāla al-watar waʾl-jaib (O tratado sobre corda e seno) (1429)
- Taʿrib al-zij (A arabização do zij)
- Wujūuh al-ʿamal al-ḍarb fiʿl-takht waʿl-turāb (Formas de multiplicação por meios de placa e poeira)
- Natāʿij al-ḥaqāʾiq (Resultados das Verdades).
- Miftāḥ al-asbāb fiʿilm al-zij (A chave das causas na ciência das tabelas astronômicas).
- Risāla dar sakht-i asṭurlāb (Tratado sobre a construção do astrolábio)
- Risāla fi maʾrifa samt al-qibla min dāira hindiyya maʾrūfa (Tratado sobre a determinação do azimute da Qibla por meio de um círculo indiano).

As obras Al-Risāla al-Muhītīyya (O Tratado da Circunferência) e Miftāḥ al-ḥisāb (A chave para a aritmética) listadas acima são consideradas as mais importantes. *A chave para a aritmética* (1427), é uma exposição sistemática da aritmética e foi escrita com o propósito de ensinar a matemática necessária para aqueles que estudavam astronomia, agrimensura e arquitetura, contabilidade e comércio e até para juízes. A chave para a aritmética figurou-se como texto padrão sobre aritmética e álgebra nas madraças persas até o século XVII, e também chegou a influenciar o ensino de matemática na Europa.

A obra al-Risāla al-muhītīyya (O tratado da circunferência) é um tratado no qual o autor se propõe a calcular o valor do número π com uma certa precisão. Falaremos mais detalhadamente sobre esta obra na próxima sessão deste artigo.

Trabalhando na corte de Ulugh Beg, al-Kāshī escrevia cartas a seu pai que continuava vivendo em Kāshān; duas dessas cartas foram encontradas e publicadas:

- KENNEDY, E.S. A Letter of Jamshid alKashi to His Father: Scientific Research and Personalities at a Fifteenth Century Court. Orientalia 29(1960), 191-213.

- BAGHERI. M. A new found letter of Al-Kashi on Scientific Life in Samarkand. Historia Mathematica 24 (1997), 241-256.

As cartas constituem-se em documentos importantes para os historiadores, fontes inestimáveis de informações, porque nos dão detalhes de como era o cotidiano na corte de Ulugh Beg e os desafios intelectuais enfrentados na madraça. Continham também informações sobre as realizações profissionais de al-Kāshī, sobre o governante Ulugh Beg, sob a construção do observatório e os comentários que corriam sobre suas capacidades de cálculo.

O TRATADO DA CIRCUNFERÊNCIA, ou, AL-RISĀLA AL-MUHĪTĪYYA

No contexto da ciência islâmica medieval, a astronomia ocupava lugar de destaque e o avanço da astronomia, por sua vez, demandava tabelas trigonométricas cada vez mais precisas. Foi neste contexto que surgiu O Tratado da Circunferência de al-Kāshī que tinha como objetivo obter uma aproximação para o número π melhor do que a que foi obtida por **Arquimedes (287-212 a.C.),** Abul'Wafā**' al-**Būzjānī (940-998) **e Abū** Rayhān **al-**Bīrūnī **(973-1050?).** Al-Kashi fixa antecipadamente a precisão que ele quer alcançar:

> **...** queremos determinar a circunferência do círculo em partes nas quais se expressa o diâmetro, de modo que fiquemos certos de que no circulo cujo diâmetro é igual seiscentos mil diâmetros da terra, a diferença entre ele [o valor obtido para a circunferência] e o valor real seja menor do que um cabelo, ou seja, um sexto da largura de um grão médio de cevada, de modo que a diferença seja ainda menor para círculo menor que este. (AL-KASHI, 1954, p.329, tradução nossa).

Ou seja, o que se quer é determinar o comprimento da circunferência de um círculo cujo diâmetro é 600.000 vezes o diâmetro da Terra, porém, de tal modo que o erro cometido no cálculo de tal circunferência seja menor do que um cabelo, isto é, menor que a grossura do cabelo da crina de cavalo que é $\frac{1}{6}$ da largura de um grão médio de cevada.

O Tratado da Circunferência está estruturado em doze partes: a introdução, dez seções e conclusão. O objetivo do tratado é enunciado ainda na introdução e nas

partes subsequentes o autor vai cuidadosamente enunciando e vencendo cada uma das etapas necessárias para atingir o objetivo. Na conclusão ele retorna ao comentário dos erros de Abu'l-Wafā' [al-būzjānī] e Abū Rayhān [al-bīrūnī].

No desenvolvimento do seu trabalho, al-Kāshī mostrou que para atingir a precisão enunciada seria necessário chegar ao cálculo do comprimento do lado de um polígono de $\mathbf{3x2^{28} = 805.306.36}$ lados. O autor conseguiu reduzir em muito o seu trabalho, empregando a fórmula recursiva $\boldsymbol{c_n = \sqrt{r(2r + c_{n-1})}}$, até $\mathbf{n = 28}$, usando números sexagesimais**, o**btendo então

$$c_{28} = 1{,}59;59{,}59{,}59{,}59{,}59{,}59{,}59{,}59{,}50{,}47{,}52{,}12{,}30{,}48{,}37{,}49{,}54{,}40$$

Sendo exímio calculista e brilhante matemático, al-Kāshī tomou precauções para prevenir erros de arredondamento. O valor final obtido expresso em números decimais foi

$$2\pi = 6{,}2831853071795865.$$

PUBLICAÇÕES SOBRE O TRATADO DA CIRCUNFERÊNCIA

Não parece haver uma grande profusão de publicações sobre al-Kāshī ou sobre o Tratado da Circunferência, se bem que o mesmo pode ser dito a respeito de muitos outros autores da matemática islâmica medieval. Mesmo assim, consideramos relevante relacionar dois grupos de trabalhos dos quais tomamos conhecimento tendo ou não acesso direto a tais publicações.

Artigos/estudos produzidos em décadas recentes

AZARIAN, M. The introduction of Al-risāla al-muhītīyya: an English translation. The International Journal of Pure and Applied Mathematics. V. 57, n.6, (2009), p.903-914.

AZARIAN, Mohammad. A summary of mathematical works of Ghiyāth ud-Dīn Jamshīd Kashānī, Journal of Recreational Mathematics, 29.1 (1998), 32-42. Este artigo faz um resumo sobre os trabalhos matemáticos de al- Kāshī.

AZARIAN, Mohammad. Al-Kashi's Fundamental Theorem. International Journal of Pure and Applied Mathematics. v.14, n.4 (2004), p.499-509.

AZARIAN, Mohammad. Al-risāla al-muhītīyya: A summary. Missouri Journal of Mathematical Sciences. V.22, n.2, (2010), p.64-85.

BRUMMELEN, G. Van. Jamshid al-Kashi Calculating Genius. Mathematics in School, September 1998, 40-44.

ROSENFELD B.A.; HOGENDIJK, J. P. A. A mathematical treatise written in the Samarqand Observatory od Ulugh Beg. Z. Gesch. Arab.-Islam. Wiss. 15 (2002/2003), 25-65.

ROZENFELD, B. A. Prefácio do tradutor dos tratados matemáticos de Ghiyāth al-Dīn Jamshīd al-Kāshī. Istoriko Matematitcheskie Issledovâniya, n.7, pp.11-12, 1954. (em russo)

YUSHKIÉVITCH, A.; ROSENFELD, B. **Observações sobre os tratados matemáticos de Ghiyāth al-Dīn Jamshīd al-Kāshī.** Istoriko Matematitcheskie Issledovâniya, n.7, pp. 380-449, 1954. (em russo)

Manuscritos e traduções existentes do Tratado da Circunferência

AL-KĀSHĪ. **Tratado sobre a circunferência**. Tradução de B. Rozenfeld. Istoriko Matematitcheskie Issledovâniya, n.7, pp. 327-379, 1954. (em russo)

G. AL-DIN JAMSHID M. AL-KASHI. **al-Risala al-muhityya**, Sha'ban 827 A.H. L. (1424). Number 162 of the mathematics collection (Number 5389 of the general collection) of the central library of the Astan Quds Razawi, Mashad, Iran. (In Arabian)

P. L. LUCKEY. **Der Lehrbrief uber den Kreisu**mfang, Adhandlungen der Deutschen Akademia der Wissenschften zu Berlin, Jahrgang 1950, Nr 6, Berlin, 1953. (in German)

No prefácio da tradução para o russo do Tratado da Circunferência, Yushkiévitch fala de um manuscrito existente em Istambul. No entanto, não dá mais nenhum detalhe sobre isto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, fizemos uma incursão pelo mundo em que viveu al-Kāshī, discorremos sobre seu trabalho, suas atividades intelectuais e listamos suas obras.

Detivemos-nos com mais detalhes nO Tratado da Circunferência, considerada uma das principais obras não somente de al-Kāshī, mas de toda a matemática islâmica medieval devido à genialidade, sutileza e precisão empregadas nos cálculos do valor de π .

Fizemos uma breve descrição dO Tratado da Circunferência e citamos os principais autores e estudos recentes sobre esta obra. Quanto ao texto completo da obra, seja em manuscrito ou em língua ocidental, a lista que fornecemos é bastante curta, mesmo levando em conta que ainda estamos no começo de nossa pesquisa nesta temática. Pelos estudos feitos até agora, podemos dizer que O Tratado da Circunferência é de grande importância tanto no corpo das obras de al-Kāshī, como no conjunto geral das obras na história da matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AL-KĀSHĪ, Ghiyāth. **Al-Risāla al-Muhītīyya**. Sha'bān 827 A. H. L. July 1424. Número 162 da coleção de matemática, número 5389 da coleção geral da Biblioteca Central de Āstāne Qudse Razawī, Mashhad, Irã.

AZARIAN, Mohammad. **Al-Kashi's Fundamental Theorem**. International Journal of Pure and Applied Mathematics. v.14, n. 4,(2004), p.499-509.

AZARIAN, M. **The introduction of Al-risāla al-muhītīyya: an English translation.** The International Journal of Pure and Applied Mathematics. V. 57, n.6, (2009), p.903-914

AZARIAN, Mohammad. **Al-risāla al-muhītīyya: A summary**. Missouri Journal of Mathematical Sciences. V.22, n.2, (2010), p.64-85.

BERGGREN, J. L. **Episodes in the mathematics of medieval Islam**. New York: Springer Verlag, 2000.

KENNEDY, E.S. **A Letter of Jamshid alKashi to His Father: Scientific Research and Personalities at a Fifteenth Century Court.** Orientalia 29 (1960), 191-213.

BAGHERI. M. **A new found letter of Al-Kashi on Scientific Life in Samarkand**. Historia Mathematica 24 (1997), 241-256.

LUCKEY, Paul. **Der Lehrbrief fiber den Kreisumfang**. Adhandlungen der Deutschen Akadernie der Wissenschaften zu. Jahrgang 1950, Nr. 6, Berlin, 1953.

MOREY, B. O início da historiografia em russo sobre a matemática islâmica. in:Anais do XII SNHM, Itajubá, 2017. 6-15.

QURBĀNĪ, A. **Kāshānī Nāmeh: A monograph on Ghiyāth al-Dīn Jamshīd Mas'ūd al-Kāshī.** Tehran University Press. Tehran, Iran, 1971 (1350 A.H.S.).

ROSENFELD, B.; YOUSCHKEVITCH, A. **Ghiath al-din Jamshid Masud al-Kashi (or al-Kashani)**. Dictionary of Scientific Biography, 7, 1981, 255-262.

ROZENFELD, B. **Al-Kāshī Traktat ob okrújnosti.** Istorico-matematicheskie Issledovaniya, 7 (1954), Moscow, 329-380. (Em russo)

YOUSCHKEVITCH, A; ROZENFELD, B. **Primetchanya k Traktatu ob Okruzhnosti.** Istorico-matematitcheskie Issledovanya, n7, Moscow, 1954, 439-452.

ROSENFELD, B.; YOUSCHKEVITCH, A. **Biography in Dictionary of Scientific Biography.** (New York, 1970- 1990). <https://www.encyclopedia.com/people/science-and-technology/mathematics-biographies/al-kashi>

ISSN 2236-4102

UM HISTÓRICO SEMIÓTICO DAS FUNÇÔESTRIGONOMÉTRICAS

Israel Costa Lima [338]
Dilson Martins do Nascimento [339]
Edna Machado da Silva [340]

RESUMO

Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa qualitativa e bibliográfica que norteará uma dissertação de mestrado em ensino de matemática, como objetivo de fazer um estudo histórico da formação das representações semióticas da trigonometria, a partir das contribuições e obstáculos de alguns personagens da história da matemática, para assim contribuir na formação de professores. Nossa questão norteadora é: Como os professores de matemática podem melhorar sua maneira de ensinar funções trigonométricas a partir da reconstrução histórica dos registros e representações semióticas e dos obstáculos de cada personagem que participou dessa construção? Para tanto, nossa estratégia metodológica partiu de um levantamento bibliográfico sobre a história da trigonometria, referencial teórico sobre obstáculos epistemológicos e representações semióticas da trigonometria. O estudo foi dividido em períodos históricos e desses períodos destacamos alguns personagens que marcaram de forma significante para a semiótica da trigonometria. Por fim, sintetizamos e analisamos os resultados, para indicar a professores de matemática como se dão os obstáculos epistemológicos sobre as representações trigonométricas.

Palavras-chave: Matemática. História da Matemática. Funções trigonométricas. Representações Semióticas. Formação de professores.

[338] Universidade do Estado do Pará (UEPA). E-mail: israel.lima38@gmail.com.
[339] Universidade do Estado do Pará (UEPA). E-mail: dilsinnho@gmail.com.
[340] Universidade do Estado do Pará (UEPA). E-mail: edna.yris.zeus@gmail.com.

INTRODUÇÃO

Este trabalho é fruto de uma pesquisa inicial para uma dissertação de mestrado em ensino de matemática. Nela, buscamos fazer o resgate da construção histórica das funções trigonométricas, considerando sua importância histórica para a constituição do saber matemático e, do ponto de vista didático-pedagógico, por promover a capacidade de relacionar raciocínio algébrico, geométrico e gráfico proporcionando também o desenvolvimento da capacidade de abstração, necessária para diversas circunstâncias (Feijó, 2018, p. 53).

As diretrizes da educação no Brasil desafiam professores de matemática a mediarem em seus alunos habilidades de resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais, como ondas sonoras, ciclos menstruais, movimentos cíclicos, entre outros, e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com apoio da geometria, bem como identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos (Brasil, 2017).

Para que essas habilidades, de realizar e interpretar diferentes registros e representações possam serem adquiridas pelo aluno, é necessário também que tais elementos do ensino de trigonometria não sejam obstáculos epistemológicos para o professor de matemática.

Valendo – nos da teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval e da análise dos obstáculos também vividos pelos matemáticos no passado, queremos colaborar com a melhoria da prática de ensino de professores de matemática, a partir da História da Matemática em especial da evolução da trigonometria.

Queremos, portanto, através de nossa investigação sobre a trigonometria, que como afirma CHAQUIAM (2017, p. 149) “surgiu com a observação do céu”, volver o nosso olhar para o ensino deste objeto matemático que tanto contribuiu e contribui para o desenvolvimento das ciências, da tecnologia e no entendimento dos fenômenos naturais.

Diante do exposto, nos desafiamos a responder a seguinte questão investigativa: *Como os professores de matemática podem melhorar sua maneira de ensinar funções trigonométricas, a partir da reconstrução histórica dos registros e representações semióticas e dos obstáculos de cada personagem que participou dessa construção*?

Para tanto, nossa estratégia de pesquisa consistiu em, inicialmente, realizar um levantamento bibliográfico sobre as diretrizes da educação, história da trigonometria, obstáculos epistemológicos sobre os registros e representações semióticas da trigonometria. Em seguida traçamos uma linha do tempo onde destacamos os personagens que marcaram a construção histórica da trigonometria no que tange à semiótica desse objeto matemático.

Por fim, faremos a síntese e análise dos resultados obtidos ressaltando as contribuições de cada personagem para a compreensão de como os obstáculos de aprendizagem se dão.

ESTRATÉGIA DE PESQUISA

Para responder à questão investigativa desta pesquisa em História da matemática, adotamos como estratégia nos amparar nas teorias dos registros e representações semióticas de Duval para entender como se deram os obstáculos epistemológicos e os avanços ao longo da história a respeito das funções trigonométricas.

APORTES TEÓRICOS

Raymund Duval é filósofo, psicólogo de formação de professores e investigou a aprendizagem matemática e o papel dos registros de representação semiótica para a apreensão do conhecimento matemático, na França entre 1970 e 1995, quando publicou sua teoria na obra *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.*

Em síntese e para o que diz respeito a nossa pesquisa, Duval defendia que:

> para que um sistema semiótico possa ser um registro de representação, ele deve permitir as três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiosis: formação (identificação do objeto matemático representado), tratamento (operação cognitiva que vai compreender uma transformação do registro representação no interior do mesmo sistema semiótico de representação em que foi formado) e conversão (transformação de um dado registro de representação, pertencente a um sistema semiótico em outro registro, pertencente a outro sistema semiótico). (DIONÍZIO e BRANDT, 2011, p.4411)

Neste sentido, faremos uma discussão acerca dos elementos das *semiosis,* que ao longo de nossa descrição histórica vamos caracterizar como elementos de *formação* (F), *tratamento* (T) e *conversão* (C) dos registros e representações sobre funções trigonométricas feitas ao longo da história, em especial aquelas tidas nas diretrizes da educação como fundamentais, tais como: resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (F); Realizar (T) e comparar (C) representações com funções periódicas nos ciclos trigonométricos, no plano cartesiano, com apoio da geometria; identificar as características fundamentais das funções trigonométricas (F) por meio da Realização (T) e comparação (C) das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, geometricamente e em linguagem materna.

Aliado a isso, também daremos destaque à História da Matemática como recurso enriquecedor dos conhecimentos docentes, na perspectiva de compreender que a matemática, em especial as funções trigonométricas, nasceu de necessidades práticas de cada povo, a cada nova situação, impulsionando o progresso científico da humanidade como afirma D'Ambrósio:

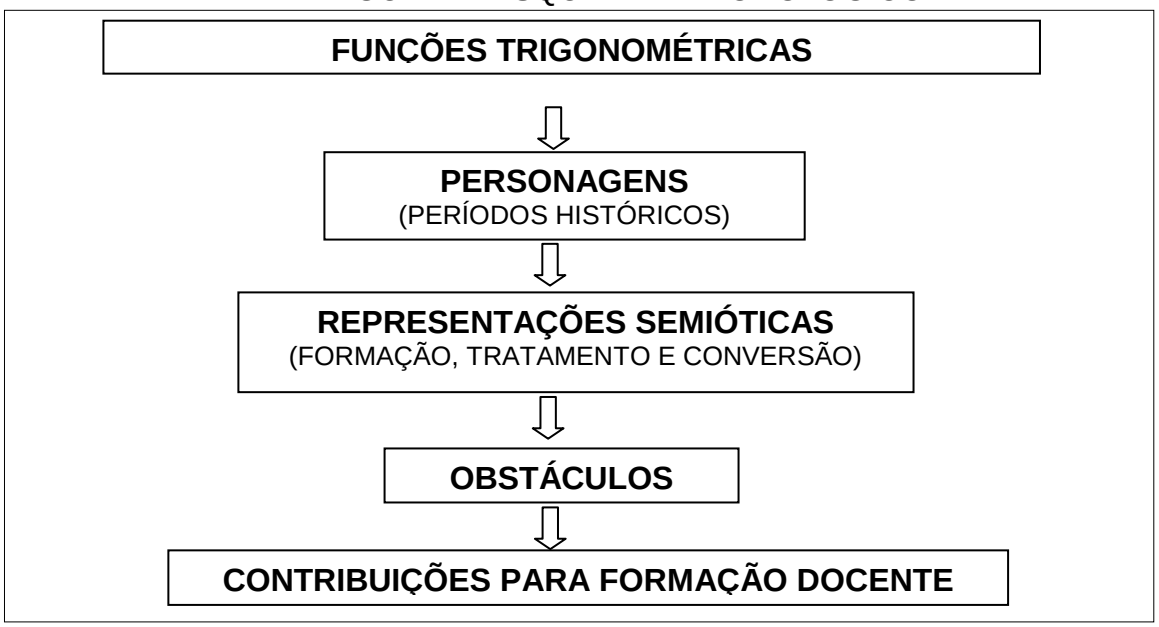
> As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber. (D'AMBRÓSIO, 1999, p. 97 apud CHAQUIAM, 2017, p. 16).

É nessa perspectiva de D'Ambrósio, de que a História desempenha na formação do professor um revestimento de significado a seu saber matemático e a sua prática de ensino, que discorreremos nosso discurso.

APORTES METODOLÓGICOS

Após a realização de levantamento bibliográfico, das diretrizes da educação, referencial teórico e da História da Matemática no que tange às funções trigonométricas, traçamos uma linha do tempo destacando alguns personagens específicos, utilizando os critérios de nossa pesquisa quanto aos registros e representações semióticas. A Figura 1 ilustra de forma sintética nossa estratégia metodológica de pesquisa.

FIGURA 1: ESQUEMA METODOLÓGICO



Fonte: Elaborado pelos autores

Ao longo da apresentação dos personagens destacados ao longo dos períodos históricos, faremos discussões acerca dos obstáculos epistemológicos encontrados e/ou superados e como esse olhar sobre o histórico semiótico da trigonometria pode contribuir para a formação de professores.

PERSONAGENS E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: Contribuições e obstáculos

Nesta seção faremos um estudo sobre desenvolvimento das funções trigonométricas desde sua gênese na antiguidade, até o período contemporâneo. Para

cada período histórico destacamos personagens cujos desafios e descobertas contribuíram para a formação epistemológica no que tange a formação (F), tratamento (T) e conversão (C) de registros e representações semióticas das funções trigonométricas.

Antiguidade

A antiguidade, marcada pelo desenvolvimento da escrita a cerca de 4000 a. C., foi um período de notável progresso cultural trazendo uso da roda e dos metais, e, tendo seu término marcado pela queda do império romano em 476 d. C.

A origem das noções de trigonometria não é precisa. Seu surgimento veio com a necessidade de se medir distâncias inacessíveis em problemas que sugiram na agricultura, agronomia, navegação e medicina. Os primeiros registros de representações trigonométricas dedicam-se a babilônios e egípcios.

Na Babilônia havia grande interesse pela Astronomia, por suas ligações com os conceitos religiosos e por suas conexões com o calendário, as épocas de plantio e estações do ano. Em 28 a. C. foi construído um calendário astrológico e elaboraram uma tábua de eclipses lunares.

No Egito, a trigonometria foi utilizada nas medições das pirâmides e em 1500 a.C., aproximadamente, a ideia de associar sombras projetadas por uma vara vertical a sequências numéricas cujos comprimentos representavam a passagem das horas (relógios de sol ou gnômon), anunciando a chegada, séculos depois, das funções tangente e cotangente. (Costa, 1997, p. 10).

- **Eratóstenes de Cirene** (276 - 196 a.C.) - O grego Eratóstenes, por volta de 200 a. C., ao medir a circunferência da Terra, fez o tratamento e conversão de registros representativos utilizando relações entre ângulos e cordas, semelhança de triângulos e razões trigonométricas. Com esse feito, Eratóstenes marcou o fechamento de dois séculos de lentos avanços na trigonometria.

Para Boyer (2012, p. 124), de Hipócrates a Eratóstenes, embora os gregos estudassem as relações entre retas e círculos e as aplicassem na Astronomia, disso

não resultou uma trigonometria sistemática, indicando que muito se precisava avançar no que diz respeito a formalização de nosso objeto matemático, sendo este um obstáculo para que se avançasse mais.

- **Hiparco de Nicéia** (180-125 a.C.) - Hiparco ficou conhecido como “o pai da trigonometria” quando ampliou a ideia de Hipísicles (180 a. C.) de dividir qualquer círculo em 360 partes e a partir disso construir a primeira tabela da trigonometria, mais uma forma de representação e registro de nosso objeto matemático.

Para formular tais tabelas ele olhava para o céu e imaginava triângulos traçados sobre a esfera e assim relacionava corpos celestes uns com os outros.

> Hiparco considerava que cada triângulo estava inscrito dentro de um círculo e desenvolveu um sistema para calcular ângulos a partir de cordas. Ele compilou tabelas de cordas produzidas desenhando-se ângulos de diferentes tamanhos que se relacionavam com o conceito moderno de senos e cossenos. (RONNEY, 2012, p. 89)

A formulação da trigonometria de Hiparco, fazia o tratamento, isto é, operações cognitivas, baseado na ideia de função ao associar cada arco de circunferência de raio arbitrário a uma respectiva corda, tendo, por assim dizer, gerado o “embrião” das funções seno e cosseno.

Idade média

Esse período é datado 476 até 1453, quando Constantinopla foi tomada pelos turcos otomanos. Iniciou com uma fase de pouco progresso científico considerada “idades das trevas”. Entre séculos XII e XIII surgiram as primeiras universidades, tendo suas contribuições entendidas como um prolongamento do saber das correntes filosóficas platônicas e aristotélicas (Roque e Carvalho, 2012, p. 188).

- **AL Battani** (aproximadamente 850 a 929 d.C.) - Dos séculos VIII até o século XI, o Império Muçulmano ou Árabe teve uma expansão econômica e avanços em diversos campos das artes e da ciência, em ao século IX, devido também a difusão da língua árabe em substituição ao grego, permitindo a preservação do saber por eles constituído.

Nosso terceiro personagem, Al Battani, também conhecido como Ptolomeu de Bagdad, para calcular a altitude do sol usou razões trigonométricas para construir tábuas de senos, naquela época chamada de *Jiva* ou meias-cordas, caracterizando a formulação do objeto matemático.

Sua genialidade se mostrou no tratamento do registro das representações semióticas utilizadas, a partir da introdução do círculo de raio unitário e com isso demonstrando e generalizando que a razão *jiva* é válida para qualquer triângulo retângulo, independentemente do valor da medida da hipotenusa, propondo uma conversão geométrica e algébrica das relações trigonométricas do círculo para o retângulo, diferente de como é feito na escola, onde primeiro aborda-se relações no triângulo e muito depois, sem fazer associações, fala-se do ciclo trigonométrico.

De acordo com Alvarenga, Barbosa e Ferreira (2014, p. 168), as contribuições do árabe Al Battani podem ser observadas nos trabalhos de Euler, que se baseava em relações entre lados de um triângulo retângulo e sintetizou fórmulas trigonométricas, tomando o seno inteiro igual a 1, proporcionando também aplicações na física como, por exemplo, a propagação do som.

Idade moderna

Período de 1453 a 1789, ano da revolução francesa. A idade moderna é marcada por uma ampla disseminação do conhecimento matemático de caráter mais significativo e pela comercialização dos livros, devido a invenção da impressão de tipos móveis.

A Itália se destacou no desenvolvimento dos conceitos matemáticos, aritmética, álgebra e trigonometria. A população volta a ter interesse pela educação e os livros apresentam uma linguagem matemática mais acessível as massas populares. Nesse período também ocorreu o desenvolvimento das funções.

- **Johann Müller** (Regiomontanus) (1436-1475) - Este matemático é um dos maiores século XV, cujo trabalho teve grande importância, estabeleceu a Trigonometria como uma ciência independente da Astronomia. O primeiro trabalho impresso em trigonometria foi a “Tabula Directionum” de Regiomontanus, publicado em Nuremberg em 1485.

Segundo Costa, (1997) a Trigonometria de Regiomontanus não diferia basicamente da que se faz hoje em dia, ele calculou novas tábuas trigonométricas, aperfeiçoando a dos senos e introduziu na trigonometria europeia o uso das tangentes, incluindo-as em suas tábuas.

Em suas formulações houve uma mudança no tratamento dos registros representativos, pois as seis funções trigonométricas foram definidas como funções do ângulo, em vez de funções do arco, e subentendidas como razões. Deduzimos que neste momento houve uma ruptura entre a trigonometria do triângulo retângulo e a trigonometria do ciclo trigonométrico.

- **François Viète** (1540-1603) - François Viète não era matemático de profissão, era advogado do Estado, por seu amor pela matemática dedicava horas de seu descanso ao estudo e investigação matemática. Em 1579 utilizou como registro e representação, fórmulas que determinam funções trigonométricas de múltiplos de um ângulo, quando se conhecem as funções trigonométricas do mesmo.

Segundo Chaquiam (2017, p. 168), na sua obra Canon mathematicus, Viète desenvolveu o tratamento sistemático de métodos para resolver triângulos planos ou esféricos, com o auxílio das seis funções trigonométricas, uma vez que John Wallis tabulou as seis, mas só tratava as do seno.

- **Isaac Newton** (1642-1727) - John Wallis (1616-1703), fazia registros e representações das seis fórmulas trigonométricas usando equações e séries infinitas em vez de proporções. Esse avanço contribuiu com os estudos de Sir Isaac Newton (1642-1727) sobre cálculo infinitesimal na geometria do movimento.

Newton observando o movimento dos planetas, teve uma nova concepção do universo regido por leis mecânicas de uma assombrosa precisão. Fazia representações com séries infinitas, tendo expandido $arcsen\ x$ em séries e, por reversão, deduzido a série para $sen\ x$. Além disso, comunicou a Leibniz a fórmula geral para representar $sen\ (nx)$ e *cos* (nx) tendo, com isso, aberto a perspectiva para o $sen\ x$ e o $cos\ x$ surgirem como números e não como grandezas.

Segundo Alvarenga, Barbosa e Ferreira (2014, p. 174), Joseph Fourier (1768-1830) utilizou as séries definidas por Newton para representar fenômenos físicos (transmissão do som, e fluxo do calor), manifestando a certeza de que qualquer função,

ainda que “descontínua”, podia ser representada por uma série soma de senos e cossenos, uma vontade que Euler, tinha rejeitado. Isto mostra que a definição anterior de continuidade era inadequada” (ROQUE e CARVALHO, 2012, p. 336).

Vemos aqui que Newton superou o obstáculo antigo da homogeneidade, a partir dele Fourrier superou o da descontinuidade, porém este último teve obstáculos de generalização, pois sua definição de função contemplava apenas aquelas consideradas convergentes.

Período Contemporâneo

A Idade Contemporânea é estudada de 1789, época da Revolução Francesa, até os dias atuais. Dentro desse período, vários acontecimentos políticos, econômicos, sociais, científicos e tecnológicos, como a Revolução Industrial, receberam influência da evolução da matemática e em específico das funções trigonométricas. Por exemplo, os arquivos em MP3 hoje são possíveis por causa de matemáticos como Fourrier e Euler que definiram função analiticamente como sendo uma série trigonométrica complexa e composta. (Rooney, 2012)

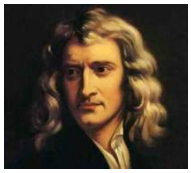
- **Leonard Euler** (1707-1783) - A trigonometria toma a sua forma atual quando Euler (1707-1783) adota, em 1748, a medida do raio de um círculo como uma unidade e representa funções aplicadas a um número e não mais a um ângulo como era feito até então. Neste sentido percebemos que Euler realizou a conversão do registro de uma representação geométrica baseada no ângulo para outra cartesiana baseada no número, tal conversão permitiu estabelecer melhor caracterização da periodicidade das funções trigonométricas.

A transição das razões trigonométricas para as funções periódicas começou com Viète no século XVI, teve novo impulso com o aparecimento do Cálculo Infinitesimal no século XVII com Newton e culminou com a figura de Euler que desenvolveu também a análise de Fourier que permitiu a Newton “encontrar valores necessários para modelar a propagação do calor para qualquer distribuição inicial de temperatura” (ROONEY, 2012, p. 164), convergente ou não.

SÍNTESE E ANÁLISE DE RESULTADOS

Para fundamentarmos nossas análises, antes, ilustramos no Quadro uma síntese do que foi discutido na seção anterior sobre os registros e representações semióticas utilizadas por alguns personagens ao longo dos períodos históricos.

QUADRO 1: Síntese dos resultados

PERÍODO HISTÓRICO	PERSONAGEM	REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO	CONTRIBUIÇÃO
Antiguidade (4000 a.C.- 476) Desenvolvimento da escrita e primeiros registros da trigonometria	**Eratóstenes**  **(276 - 196 a.C.)**	Relações entre ângulos e cordas, semelhança de triângulos e razões trigonométricas.	Utilizou trigonometria (não formalizada) para calcular a circunferência da Terra e com aplicações na Astronomia.
	Hiparco  **(180 - 125 a.C.)**	Formulava, tratava e convertia registos representativos geométricos em tabelas trigonométricas.	Dividir círculo em 360 partes para construir a primeira tabela trigonométrica utilizando a ideia intuitiva de função.
Idade Média (476-1453) Primeiras universidades e gênese círculo trigonométrico	**AL Battani**  **(850 a 929)**	Fazia representações semióticas geométrica e algébrica do círculo para o triângulo.	Introduziu o círculo de raio unitário a trigonometria e com isso generalizou que a razão *jiva*(seno) é válida para qualquer triângulo retângulo.
Idade Moderna (1453-1789) Ampla disseminação de conhecimento através da editoração e impressão e comercialização de livros.	**Johann Müller (Regiomontanus)**  **(1436-1475)**	Formulou seis funções trigonométricas tratadas como função do ângulo operando como razões.	Publicou o primeiro trabalho impresso em trigonometria, reuniu seis relações trigonométricas em função do ângulo, desassociando triângulo retângulo do ciclo trigonométrico.
	Sir Isaac Newton  **(1642-1727)**	Fez tratamento das seis fórmulas trigonométricas usando equações e séries infinitas em vez de proporções.	Contribuiu com os estudos de Sir Isaac Newton (1642-1727) sobre cálculo infinitesimal na geometria do movimento, superou o obstáculo da homogeneidade.
Contemporâneo (1789 - atual) Revolução industrial e científica com várias contribuições das novas definições de funções trigonométricas	**Leonard Euler**  **(1707-1783)**	Realizou a conversão do registro de uma representação geométrica baseada no ângulo para outra cartesiana baseada no número.	Permitiu estabelecer melhor caracterização da periodicidade das funções trigonométricas e superou os problemas de convergência ao generalizar funções sendo convergentes ou não.

Fonte: Elaborado pelos autores

Nossa análise não se deterá a ilustrações gráficas ou formulações analíticas dos registros das representações semióticas das funções trigonométricas, o que queremos, é sugerir formas de enriquecer a prática de ensino a partir das experiências ilustradas no Quadro 1 e discutidas na seção anterior, considerando:

> A importância da história das Ciências e da Matemática, contudo, tem uma relevância para o aprendizado que transcende a relação social, pois ilustra também o desenvolvimento e a evolução dos conceitos a serem aprendidos.(BRASIL, 1998, p. 54)

Dos recortes da história da matemática e das contribuições dos personagens que destacamos da construção semiótica das funções trigonométricas, chamamos a atenção de nossos colegas professores para os seguintes aspectos da funcionalidade dos registros como propõe Duval.

> A originalidade da abordagem cognitiva está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situações de ensino. (DUVAL, 2003, p. 12).

Observemos ao longo da história representações multifuncionais, como por exemplo o $sen(x)$ que hora é dado como número e hora como grandeza, um obstáculo superado por Newton e que o professor de matemática precisa ter cuidado e clareza tanto quanto a representação discursiva (associações verbais, argumentações e deduções) como quanto a representação não-discursiva (operações, figuras geométricas, modelagem) .

Foi possível também constatar-se que nossos personagens, ora usavam triângulos (Eratóstenes), ora triângulos inscritos em círculos (Hiparco) e ora passaram a utilizar o círculo trigonométrico desassociado da trigonometria do triângulo retângulo (Regiomontanus), fazendo constantes conversões de uma para outra. Esses passos das formações e tratamentos representativos elucidam o surgimento do círculo unitário a partir do triângulo retângulo o que pode ser também utilizado por professores de matemática com funcionalidade tanto discursiva e como não-discursiva.

Sobretudo a melhor elucidação foi sobre como relações proporcionais entre lados de um triângulo retângulo se transformaram em funções trigonométricas, ao

longo de cada necessidade da humanidade e em cada período histórico. Isso revelou a utilidade social, cultural e científica do saber matemático.

Essas conversões semióticas razão-equação-função, que aconteceram respectivamente na Antiguidade - Idade Média - Idade moderna, elucidam como nossos personagens superaram ao longo da história os obstáculo epistemológicos de proporção (Al Battani), homogeneidade (Newton), separação entre números e grandezas (Newton), generalização (Euler, Al Battani), continuidade (Fourrier) e convergência (Euler). E assim cada personagem superou os desafios de seus antecessores e/ou deu fundamentos para seus sucessores.

Tais obstáculos superados por nossos personagens elucidaram como as funções trigonométricas contribuíram para uma definição mais ampla de função. Em certas circunstâncias essas representações razão, equação e função são tratadas no ensino de matemática de forma monofuncional, assim como na história, mas nossa consideração segundo a teoria das representações semióticas de Duval, é:

> A existência de diferentes representações semióticas para um mesmo objeto matemático possibilita a escolha da melhor e mais adequada ao que se pretende trabalhar. Certas vezes, um objeto se apresenta em uma forma de representação que possui um custo cognitivo muito alto para realização de raciocínios e procedimentos de cálculo necessários, logo, a possibilidade de usar outra representação que proporcione tratamentos menos trabalhosos é de extrema importância (DIONÍZIO e BRANDT, 2012, p. 3)

Neste sentido sugerimos, no ensino de funções trigonométricas, que se articule todas as formulações semióticas possíveis para uma melhor aprendizagem, seja em linguagem materna, simbólica, numérica, algébrica, geométrica ou analítica. É válido começar por aquela que tenha menor custo cognitivo e que se avance progressivamente no tratamento dos registros e representações para apreensão das habilidades pretendidas no ensino e aprendizagem das funções trigonométricas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo é fruto de uma pesquisa minuciosa da evolução das funções trigonométricas na história, para colaborar com a formação de professores a partir dos desafios e avanços vivenciados pelos personagens destacados.

Fizemos as análises desses avanços e desafios sob a ótica da teoria dos registros de representações semióticas de Duval. Assim, podemos constatar as grandes contribuições da evolução dos estudos das funções trigonométricas para a humanidade desde sua gênese, na antiguidade, até a contemporaneidade onde possibilitou o progresso também da Ciência e da tecnologia.

Nossa pesquisa revelou que muitas das representações que no ensino se dão numa ordem, na verdade se deram numa ordem inversa e por circunstâncias muito distintas das que possivelmente utilizamos.

Também, fizemos indicações de como professores de matemática podem reconhecer os obstáculos de aprendizagem e, a exemplo de nossos personagens, possam superá-los e evitá-los na sua maneira de ensinar funções trigonométricas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVARENGA, Karly Alvarenga; BARBOSA, Celso Viana; FERREIRA, Gislaine Maria Ferreira. O conceito de função: o desenvolvimento baseado em alguns modelos desde o ano de 2000 a. C até o século XX. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.9, n. 1, p. 159-178, 2014.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Tradução de Helena Castro, Ed. Blücher Ltda, São Paulo, 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática**-** ensino médio**-**Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEM, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular.** Brasília, DF, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/06/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_ site_110518.pdf>. Acesso em: 04 ago. 2018.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaios temáticos**: história e matemática em sala de aula. Belém: SBEM/SBEM-PA, 2017.

COSTA, Nielce Meneguelo Lobo da. **Funções seno e cosseno**: Uma sequência de ensino a partir dos Contextos do “mundo experimental” e do computador. 197 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). – PUC/SP. São Paulo, 1997.
DIONIZIO, Fátima Queiroz; BRANDT, Célia Finck. Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em trigonometria. X Congresso Nacional de Educação. **EDUCERE**. PUC/PR. Curitiba, 2011.

DUVAL, R . Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S.D.A. (Org.) **Aprendizagem em matemática**: Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

FEIJÓ, Rachel Saffir Aráujo Alves. **Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria:** Um estudo com alunos do ensino médio do Distrito Federal. 108 f. Dissertação (Mestrado Matemática em Rede Nacional). - Universidade de Brasília. Brasília, 2018.

ROQUE, Tatiana; CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. **Tópicos de história da matemática**. Rio de janeiro: SBM, 2012.

ROONEY, Anne. **A História da Matemática**. M. Books do Brasil Editora Ltda. São Paulo, 2012.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

UM QUADRADO DE OUTROS IGUAIS:
Abu'l Wafa e as contribuições matemáticas à arte islâmica

Emanuel Vieira Martins [341]
Midori H. Camelo [342]

RESUMO

Neste artigo apresentamos alguns problemas matemáticos de natureza geométrica que foram discutidos pelo estudioso persa Abu'l Wafa (940 - 998 DC) em reuniões com artesãos ocorridas na segunda metade do século X. Para isso, primeiramente situamos Abu'l Wafa no contexto de sua época, ou seja, no processo de desenvolvimento do mundo islâmico, para além das fronteiras arábicas, e destacamos seu ingresso na *Casa da Sabedoria (Bayt al-Hikmah),* importante centro intelectual daquele período, construída pelo califado dos Abássidas em Bagdá. Fundamentados nos estudos de Alpay Özdural (2000), ressaltamos o diálogo estabelecido por Abu'l Wafa junto aos artesãos na busca de esclarecimentos para problemas de ordem prática que envolveu figuras geométricas que teriam a finalidade de aplicação em painéis ornamentais, como por exemplo, a de um quadrado a partir de outros iguais utilizando o método de "cortar e colar". Por fim, seguindo o ambiente cultural de seu tempo, pudemos vislumbrar que este estudioso contribuiu significativamente para o desenvolvimento da matemática e da arte islâmica, esta última inspirada nos conceitos, simbologias e formas geométricas que se encontram representados nos painéis ornamentais.

Palavras-chave: História da Matemática. Abu'l Wafa. Casa da Sabedoria. Arte ornamental islâmica.

[341] Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). e-mail: emanuelvieira22@yahoo.com.br
[342] Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). e-mail: mh-camelo@uol.com.br

INTRODUÇÃO

Este artigo visita o período histórico em que viveu o estudioso persa Abu'l Wafa e utiliza como ponte a sua participação em reuniões colaborativas que estabeleceram uma conexão entre matemática e artes no contexto das construções arquitetônicas ornamentais do mundo islâmico.

Para isso, realizamos pesquisas bibliográficas que nos ofereceram muitos apontamentos, entretanto sobre os encontros entre estudiosos e artesãos sobre a finalidade de desenvolver a arte arquitetônica islâmica, utilizamos como principal fonte os estudos feitos por Alpay Ozdural (2000).

Sendo assim, dividimos este trabalho em duas partes, sendo que na primeira delas revisamos os aspectos que descrevem o período e o contexto em que Abu'l Wafa e os estudiosos de sua época foram inseridos na casa da sabedoria, em Bagdá, no século X, e como supostamente atuavam lá.

No segundo momento tomamos como discursão as soluções de três problemas geométricos de ordem prática que solicitavam a construção de um quadrado a partir de outros iguais. Tais problemas, ao que parece, estiveram em pauta nos encontros entre estudiosos e artesãos, sobre a finalidade de se desenvolver padrões geométricos com fins ornamentais e estéticos. Nesta etapa realizamos subdivisões em que os problemas são classificados em I, II e III, e que de cada um discorremos as soluções dadas com destaque para as construções didáticas propostas por Abu'l Wafa.

Diante do exposto acima, uma de nossas pretensões é revelar aqui alguns aspectos que situem Abu'l Wafa no mundo islâmico em que esteve inserido. Além disso, esperamos evidenciar a integração existente entre os saberes, e que por consequência disto, a matemática e a arte puderam estabelecer conexões para as construções ornamentais islâmicas. Por fim, almejamos transparecer os objetivos dos problemas geométricos abordados nos encontros históricos destacando as colaborações, principalmente didáticas, dadas por Abu'l Wafa.

ABU'L WAFA NO CONTEXTO DO MUNDO ISLÂMICO

Abu'l Wafa Muḥammad ibn Muḥammad ibn Yaḥyā ibn Ismāʿīl ibn alʿAbbās al-Būzjānī ou Abū al-Wafā Būzhjānī ou simplesmente Abu'l Wafa (940-998 DC) foi um estudioso persa que nasceu em Buzjan, atual Irã, e seguindo o caminho de outros estudiosos contemporâneos, aos dezenove anos foi morar em Bagdá, no Iraque, que naquela época, século X, era o centro do mundo Islâmico. Lá, em torno de dois séculos antes, o califa Abu Jafar al-Ma'mum, da dinastia dos Abássidas, que reinou durante o período 813-833, fundou um centro de estudos e tradução conhecido como *Casa da Sabedoria*. Nessa instituição em Bagdá, foram alojados os tradutores, bem como a equipe de copistas e ficheiros que os acompanhavam e que tornavam disponíveis aos leitores de árabe os clássicos científicos do grego, siríaco, pahlavi e sânscrito (BERGGREN, 2000, p. 4). Como destaca Lions (2011, p. 90), "assim, em torno de 150 anos mais tarde, tinham sido traduzidas todas as obras gregas disponíveis de ciência e filosofia e o árabe substituiu o grego como língua universal da pesquisa científica".

Para isso, o califa al-Ma'mum mandou observadores à procura dos homens mais eminentes e sábios, dentro ou fora das fronteiras do califado, para que fossem se juntar a ele. Deste modo, muitos estudiosos islâmicos ou não, vieram de toda parte, inclusive da Pérsia trazendo conhecimentos do mundo clássico, e, deste modo, financiados, alocaram-se em Bagdá promovendo um intercâmbio de culturas. Destaca-se aqui a confluência entre distintas tradições intelectuais como sendo um entre os fatores que mais contribuíram para o florescimento da ciência islâmica.

Sabemos que o mundo islâmico se originou a partir dos povos da Península Arábica. No entanto, à medida que o Islã como sistema político, social e religioso se expandia num processo de aglomeração de povos, este mundo islâmico se tornaria cada vez menos arábico. Sendo assim, Abu'l–Wafa era islâmico por ser oriundo das terras dominadas pelo califado, e não árabe, pois neste caso necessitaria que fosse de etnia árabe. Por fim não temos registros que comprovem o seu convertimento religioso, de modo que se ocorreu, ele também seria um mulçumano, haja vista que muitos dos estudiosos mesmo não sendo árabes, converteram-se e empenharam-se em fortalecer a religião islâmica.

Abu'l Wafa como todos os estudiosos de sua época, era possuidor de conhecimento amplo e integrado que contemplava os saberes que hoje atribuímos à astronomia, à matemática, à geometria, à arquitetura, dentre outros. Por outro lado, a arquitetura islâmica tem em seus monumentos a marca que a caracteriza e que se constitui de construções tradicionalmente compostas de painéis ornamentais formados a partir de padrões geométricos ricos em proporção e simetria, o que levou Abu'l Wafa a ocupar-se de estudos relacionados a isso.

Alpay Ozdural (1990; 1991; 1995; 1996; 1998; 2000), um dos estudiosos da obra de Abu'l Wafa, diz que na obra intitulada *On the Geometric Constructions Necessary for the Artisan,* o próprio Abu'l Wafa nos conta que compareceu em Bagdá, a reuniões entre geômetras e artesãos, isto é, entre peritos que trabalhavam mais diretamente com o corte e a colagem de ladrilhos e os que, a partir de um olhar matemático, orientavam o desenho geométrico a ser obtido.

> [...] Estive presente em uma reunião na qual participou um grupo de geômetras e artesãos. Eles foram questionados sobre a construção de um quadrado a partir de três quadrados. Um geômetra construiu facilmente uma linha tal que o seu quadrado fosse igual aos três quadrados, mas nenhum dos artesãos estava satisfeito com o que ele havia feito. O que o artesão quer é dividir aqueles três quadrados em partes a partir das quais um [outro] quadrado pode ser montado, do mesmo modo como nós descrevemos para dois quadrados e cinco quadrados. (ABU'L WAFA Apud OZDURAL, 2000, p.174).

Ozdural (2000, p.174) comenta que a pergunta feita na reunião nos dá uma indicação da natureza dos problemas discutidos. Construir um quadrado a partir de três pode inicialmente parecer um problema sem valor prático para os artesãos, no entanto, está relacionado à tendência dos arquitetos e artesãos islâmicos de usar projetos modulares. Tudo indica que os artesãos da Bagdá do século X, quando perguntaram como obter um quadrado igual em área a três quadrados unitários, seguiam uma tradição previamente estabelecida de design modular baseado em unidades quadradas. O que eles buscavam, contudo, não era uma solução geométrica teórica como um geômetra teria proposto. Em vez disso, eles queriam uma solução bonita e prática baseada no "método de dividir e montar" (método corte-e-cole), porque essa solução tinha o potencial de inspirar um padrão ornamental.

Levando em consideração a participação de Abu'l Wafa nas reuniões retratadas nas obras acima citadas, assim como as publicações de Ozdural, nos dispomos a discutir neste artigo três problemas entre os vários resolvidos por Abu'l Wafa em seu livro *On the Geometric Constructions Necessary for the Artisan*, aqui chamados de Problema I, II e III.

AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS DE ABU'L-WAFA E OS SABERES MATEMÁTICOS

Os problemas geométricos discutidos nas reuniões com a eminente presença de Abu'l Wafa, ao que parece, tinham o intuito de apresentar soluções mais simples e práticas para as construções ornamentais dos artesãos. Baseados no método de "corte e colagem", os padrões geométricos construídos quando sobrepostos, deveriam ser providos de capacidade de repetição infinita.

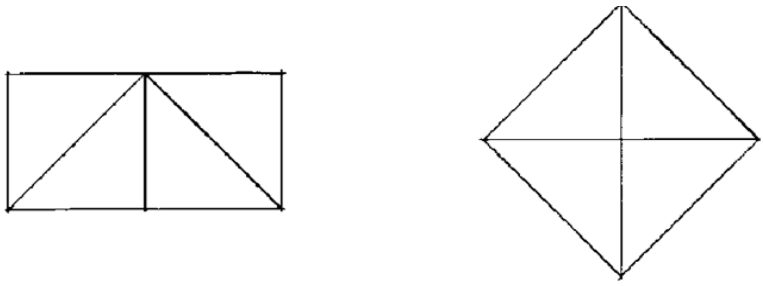
Dos problemas que vamos apresentar aqui, os dois primeiros, o Problema I e o Problema II têm solução bastante simples, sem necessidade de grande argumentação. Já o Problema III, citado neste artigo e na reunião entre geômetras e artesãos, não é tão trivial.

PROBLEMA I: Construir um quadrado a partir de dois iguais.

Solução

Para montar um quadrado a partir de dois quadrados unitários, divida cada um dos dois quadrados unitários ao longo de uma de suas diagonais e monte os quatro triângulos congruentes assim obtidos unindo seus lados perpendiculares. Suas diagonais se tornam os lados do quadrado desejado (ver FIG.1) (OZDURAL, 2000, p.175).

FIGURA 1



FONTE: OZDURAL (2000)

Sendo dois quadrados iguais, logicamente, suas diagonais também são iguais. Levando-se em consideração a solução acima, onde cada lado do novo quadrado refere-se à diagonal, conclui-se que todos os lados são iguais, resultando exatamente na formação de um quadrado. Neste caso, é relevante destacar que não foi preciso medir as diagonais em si para poder garantir que os lados configurassem um quadrado, tampouco que as áreas entre o quadrado gerado e a soma de seus geradores fossem equivalentes.

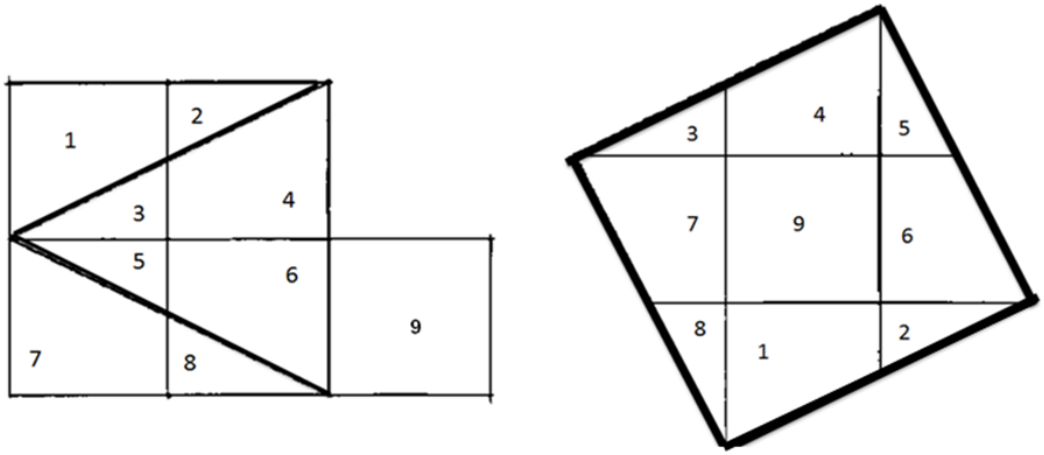
PROBLEMA II: Construir um quadrado a partir de cinco iguais.

Solução

Para compor um quadrado a partir de cinco quadrados unitários, teremos de formar retângulos com comprimento de duas unidades e largura de uma unidade. Cortando os retângulos ao longo de suas diagonais obter-se-á quatro triângulos congruentes. Montando os triângulos ao redor do quadrado da unidade restante unindo os lados ao redor dos ângulos retos. Assim, obtém-se o quadrado requerido. O lado do quadrado requerido é a diagonal do retângulo (ver FIG.2) (Ozdural, 2000, p.175; 176).

Observando a FIG. 3 percebemos que as diagonais dos retângulos são os lados do quadrado construído, e notando os números inseridos em cada parte, é fácil perceber que a área do quadrado desenvolvido é igual à soma das áreas dos cinco quadrados. Novamente não é necessário provar através de cálculos.

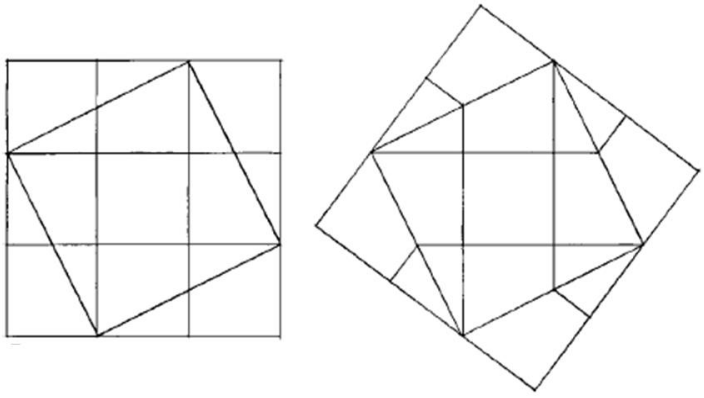
FIGURA 2



FONTE: OZDURAL (2000)

Segundo os comentários de Ozdural (2000), a elegância e a simetria rotacional dessa construção provavelmente atraíram a atenção dos artesãos, que sempre procuravam novos padrões para acrescentar ao seu repertório. Ao unir quatro triângulos retangulares congruentes ao longo de suas hipotenusas ao quadrado igual a cinco quadrados unitários, obtém-se um quadrado maior igual a nove quadrados unitários. Os quatro novos triângulos congruentes podem ser posicionados de duas maneiras. Se eles são colocados de modo a formar quatro “amêndoas” com os outros quatro triângulos congruentes, um padrão dinâmico encantador resulta (Fig. 3). Numerosas versões deste padrão são encontradas em superfícies de parede, portais, minaretes, portas, baús, etc. de diferentes períodos e de diferentes países.

FIGURA 3

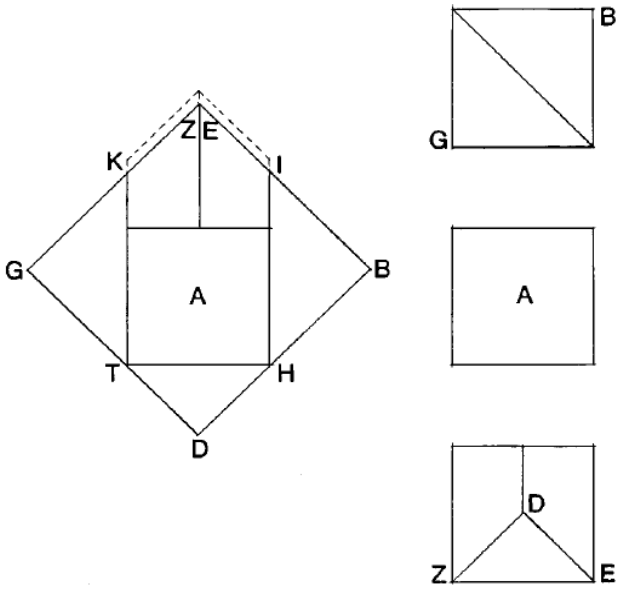


FONTE: OZDURAL (2000)

PROBLEMA III: Construir um quadrado a partir de três iguais.

Abu'l Wafa conta em seu livro que havia entre os artesãos soluções que pareciam corretas, mas, que na verdade continham erro. Uma de tais soluções é a que consta na figura 4.

FIGURA 4



FONTE: OZDURAL (2000)

Na figura 4 é possível visualizar que o quadrado unitário A não sofreu alterações, o quadrado quem contém os pontos B e G foi dividido pela diagonal e o quadrado que contém os pontos Z, D e E foi dividido de tal modo que o ponto D é o encontro das diagonais, além do que do ponto D foi traçada a mediana no lado oposto a ZE.

Para montar o quadrado grande a partir dos três menores, os artesãos propunham:

1. Deixar o quadrado A em seu próprio lugar;
2. Ajustar a lados opostos do quadrado A os dois triângulos obtidos da partição do quadrado que contém B e G de modo que um dos ângulos agudos do triângulo coincidisse com um ângulo do quadrado. Observando a figura formada, o triângulo assim ajustado pela diagonal ficaria, digamos assim, com "uma ponta sobrando".

3. Encaixar pela diagonal o triângulo ZDE na parte inferior do quadrado A;
4. Por último, encaixar os trapézios unindo os pontos Z e E no quadrado maior na parte onde há um espaço vazio.

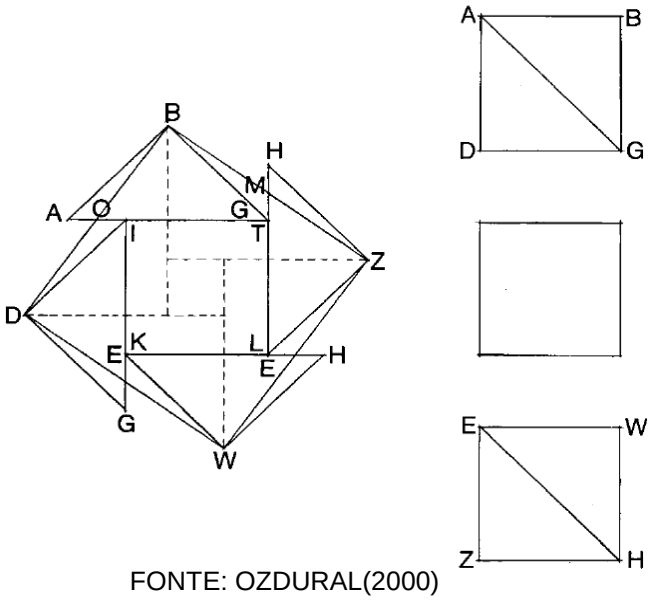
No entanto, nesta construção se esconde um erro apontado por Abu'l Wafa com auxilio do que ele dispunha na época. Nós, por outro lado, podemos destacar o erro cometido na construção, recorrendo aos instrumentos que hoje manejamos com maior facilidade, isto é, os cálculos. Para tanto, é suficiente mostrar que os trapézios obtidos da partição do segundo quadrado são maiores do que o vazio deixado pelo ajuste dos três triângulos isósceles nos três lados do quadrado maior.

Observemos que os quadrados são unitários e, portanto, seus lados medem 1. Sendo assim, os trapézios têm lados perpendiculares medindo ½, ½ e 1, enquanto que o espaço vazio a ser preenchido tem medidas $(\sqrt{2}-1)$, $\frac{1}{2}$ e $[(\sqrt{2-1}) + \frac{1}{2})]$

Abu'l Wafa apresentou sua solução para o Problema III:

> [...] Nós dividimos dois dos quadrados ao longo de suas diagonais. Cada uma [das diagonais dos triângulos obtidos] é colada ao lado do terceiro quadrado de modo que a um ângulo agudo do triângulo retângulo coincida com o um ângulo do quadrado. Obviamente, parte do triângulo vai sobrar lá no outro canto do quadrado. Juntamos então os ângulos retos dos triângulos por meio de linhas retas e estas serão os lados do quadrado desejado. De cada grande triângulo, um pequeno triângulo (a parte que ficou sobrando) é cortado por nós, e nós o transferimos para a o espaço que ficou vazio do triângulo que é produzido em outro ângulo. (ABU'L WAFA Apud OZDURAL, 2000, p.184).

FIGURA 5



FONTE: OZDURAL(2000)

Podemos observar que Abu'l Wafa solucionou o problema acima tracejando linhas abstratas, isso nos mostra que chegar a tal raciocínio não é uma tarefa tão fácil. Entretanto, percebe-se que tal solução por mais que possua uma natureza teórica complexa, sua parte prática consegue atender aos anseios dos artesãos, ou seja, formar um padrão com cortes simples e com potencialidade de expansão tendendo ao infinito.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho visitamos o período em que viveu Abu'l Wafa, que nos revelou a existência no mundo islâmico de uma forma de interação entre estudiosos da Casa da Sabedoria e artesãos. Além disso, vislumbramos aspectos importantes de como o pensar matemático estava entrelaçado com os distintos fazeres. Em particular, na produção da arte islâmica, mais especificamente nas construções arquitetônicas e ornamentais ricas em padrões geométricos. Dentro dos desdobramentos, mostramos que existiram encontros colaborativos em que estudiosos dialogaram com artesãos nas resoluções de problemas voltados à ordem prática. Por fim, detalhamos as soluções dadas aos problemas fazendo uma ponte com as contribuições oferecidas por Abu'l Wafa.

REFERENCIAIS BIBLIOGRÁFICOS

BARISON, M. B. e PÓLA, M. C. Construção de padrões islâmicos no ensino de desenho geométrico: artesanato e tecnologia. Curitiba - PR: Graphica, 2007.

BERGGREN, J. L. Episodes in the mathematics of medieval Islam. Springer, New York, 2000.

DEWDNEY, A.K. 20.000 léguas matemáticas: um passeio pelo misterioso mundo dos números / A.K Dewdney; tradução, Vera Ribeiro; revisão Vítor Tinoco. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed, 2000.

KAIUCA, M. A. e KUBRUSLY, R. Abou Wafa Al-Buzjani: a arte dos mosaicos árabes e a matemática. Artigo (Doutorado em Matemática), Rio de Janeiro - RJ: UFRJ, 2007.

LYONS, J. A casa da Sabedoria: como valorização do conhecimento pelos árabes transformou a civilização ocidental / Jonathan Lyons; tradução Pedro Maia Soares. – Rio de Janeiro: Zahar, 2011.

OZDURAL, A, Mathematics and Arts: Connections Between Theory and Practice in the Medeival Muslim World. Historia Mathematica, 2000, 171–201.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

UM RECORTE NO PERCURSO HISTÓRICO DOS POLIEDROS

João Nazareno Pantoja Corrêa [343]
Benedito Junior Corrêa Tourão [344]
Miguel Chaquiam [345]

RESUMO

Neste artigo, tendo em vista a importância da história dos conteúdos matemáticos no ensino de matemática, buscamos oferecer ao docente de matemática uma literatura que busque suprir a demanda no que se refere ao ensino de Poliedros por meio da evolução do desenvolvimento deste conteúdo através dos personagens que contribuíram com seus trabalhos para sua evolução em ordem cronológica juntamente com seus traços biográficos e suas respectivas contribuições. Por conta da grande extensão dos resultados encontrados, realizamos um "recorte" temporal utilizando como apoio o modelo de Chaquiam (2017), para trazer a visualização de aspectos que tratam do contexto sociocultural, com enfoque nos principais fatos desse período, centrados no personagem Cauchy, que tomamos como principal. Concluirmos que o estudo de poliedros está diretamente ligado ao contexto histórico da humanidade, e que a concepção histórica dos conteúdos matemáticos pode nos levar a compreensão mais aprofundada de conhecimentos matemáticos, proporcionando a realização de uma melhor abordagem em sala de aula.

Palavras-chave: Matemática. História da Matemática. Ensino de Matemática. Poliedros.

[343] Universidade do Estado do Pará (UEPA). E-mail: joaonpcorrea@hotmail.com.
[344] Universidade do Estado do Pará (UEPA). E-mail: jrtourao@hotmail.com.
[345] Universidade do Estado do Pará (UEPA). E-mail: miguelchaquiam@gmail.com.

INTRODUÇÃO

As metodologias que podem ser utilizadas pelo professor no processo de ensino da matemática têm sido discutidas ao longo do tempo, bem como as potencialidades recorrentes destas metodologias na aprendizagem, tendo em vista as dificuldades que grande parte dos discentes apresentam durante o estudo da disciplina em questão, que pode ser recorrente do uso de metodologias que enfatizam a mecanização de exercícios que seguem um conjunto de regras pré-determinados, desvalorizando outros recursos no ensino, como o uso da história dos conteúdos nas aulas de matemática.

Durante as aulas de matemática, é comum o professor ouvir indagações proferidas por seus alunos do tipo “quem inventou isso?”, “o que ele estava pensando quando criou?”, “por que resolveu criar?”, entre outras. Todos esses questionamentos quando respondidos de maneira adequada podem em muitos casos instigar o discente no sentido da busca do entendimento do conteúdo, bem como o contexto histórico no qual este foi desenvolvido.

A história dos conteúdos matemáticos no ensino de matemática é de grande importância, uma vez que pode favorecer a compreensão e o entendimento de conhecimentos matemáticos na forma de como evoluíram até chegarem como são vistos atualmente, como afirma Santos (2009, p. 19), “é importante olhar para o passado para estudar matemática, pois perceber as evoluções das ideias matemáticas observando somente o estado atual dessa ciência não nos dá toda a dimensão das mudanças”.

Os documentos oficiais que regem a educação brasileira citam o uso da história no ensino de matemática, como por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) no que diz respeito as competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática quando aborda a contextualização sociocultural um dos pontos é relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade (BRASIL, 2006).

Porém, o uso da história e o ensino da matemática nem sempre é concebida de maneira conjunta e articulada pelo professor desta disciplina, e quando este o faz, muitas vezes, o realiza de maneira superficial apenas contendo curiosidades ligadas a

nomes celebres com o tema em questão, a qual se dá em grande parte feita de forma isolada e até mesmo fantasiosa em alguns casos.

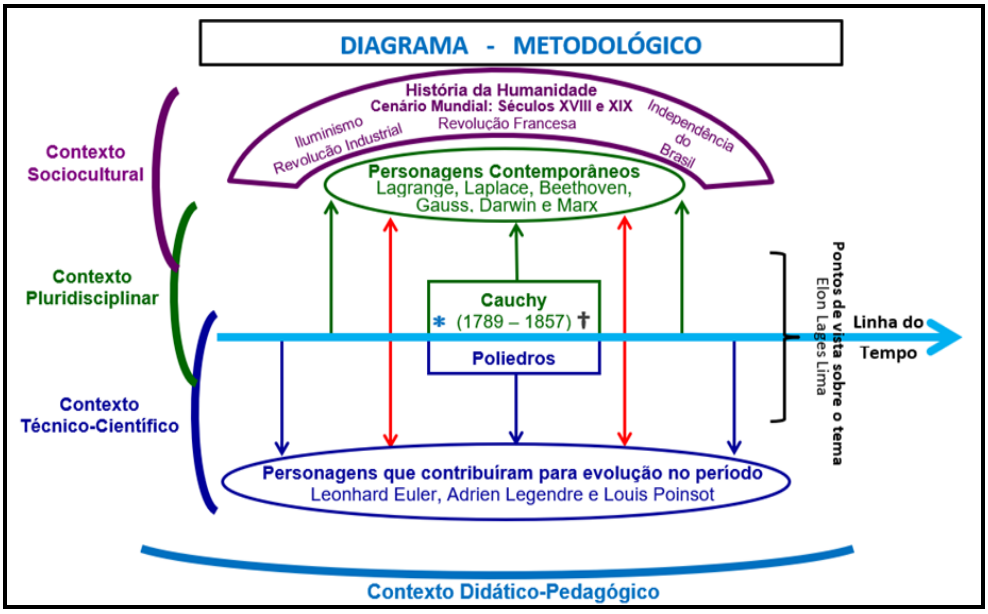
Esse cenário apresentado da utilização da história no ensino de matemática pelo docente, pode ocorrer por conta da ausência de bibliografia especializada e impropriedade de bibliografia existente no que se refere aos conteúdos que são abordados, isto é, o professor não tem literatura adequada sobre a história da matemática e as que existem são impróprias para serem utilizadas didaticamente (MIGUEL,1995).

Dada a necessidade de textos dessa natureza, e tendo em vista a importância da história dos conteúdos matemáticos no ensino de matemática, buscamos através deste trabalho oferecer ao docente de matemática uma literatura que busque suprir a demanda no que se refere ao ensino de Poliedros, um conteúdo de geometria espacial do ensino médio, o qual de acordo com os PCNEM (2006), é uma parte fundamental do currículo, na obtenção do pensamento espacial da sociedade em que vivemos.

Neste artigo, apresentamos parte da evolução de conteúdos matemáticos que abordem poliedros, expressos por meio de uma linha do tempo, construída a partir do levantamento preliminar feito nos livros de história da matemática sobre o tema e seus contribuidores, que como verificamos no decorrer de nossa pesquisa, se desenvolve desde o período neolítico até como conhecemos atualmente.

A pesquisa sobre a história dos poliedros nos livros de história matemática nos proporcionou o encontro e identificação de dados que fundamentaram a construção da linha do tempo, porém por uma questão de viabilidade, tendo em vista a extensão da linha do tempo de evolução de poliedros, neste trabalho, para construção do texto, faremos um “recorte” temporal do século XVIII ao Século XIX, utilizando como apoio proposto por Chaquiam (2017), conforme posto abaixo:

FIGURA 1: DIAGRAMA METODOLÓGICO - POLIEDROS



Fonte: adaptado de Chaquiam (2017)

Para um melhor entendimento do diagrama-metodológico apresentado, recomendamos ao leitor verificar a obra de Chaquiam (2017), pois no livro encontram-se especificações de sua respectiva elaboração pelo autor, a qual buscamos seguir fielmente.

A partir do diagrama, a seguir procuraremos construir um texto que demonstre a evolução do estudos sobre poliedros, buscando a visualização de aspectos inerentes a esta, que vão desde o cenário mundial que trata do contexto sociocultural, com enfoque nos principais fatos desse período, centrados no personagem tomamos como principal Augustin-Louis Cauchy, que viveu entre os séculos XVIII e XIX, com seus respectivos traços bibliográficos, e de personagens que contribuíram com seus trabalhos para a evolução do estudo de poliedros em ordem cronológica seguindo até as considerações finais.

CONTEXTO SOCIOCULTURAL

Para melhor caracterizar uma delimitação do contexto e posterior visualização do cenário ao qual cercava o personagem em destaque e seus contemporâneos que tomamos como recorte da história da evolução de poliedros, que são os séculos XVIII e

XIX, mais precisamente o final do primeiro, e pouco mais da metade do segundo respectivamente, elencamos a seguir alguns fatos ocorridos nos referidos séculos em questão.

O século XVIII marca o final da Idade Moderna, e o início da Contemporânea, sendo conhecido como Século das Luzes, por conta do surgimento do Iluminismo, que foi um movimento cultural, social, filosófico e político feito pela elite intelectual da Europa que buscou mobilizar o racionalismo, isto é, o poder da razão aliada ao método científico, pregando que estes poderiam fornecer as verdades elementares que seriam os alicerces do progresso do conhecimento.

O Iluminismo procurava romper com a mentalidade medieval herdada e suas tradições com intuito de reformar a sociedade, e o século XVIII também ficou conhecido como um século marcado por revoluções em várias partes do mundo, as quais foram ocasionadas pelas ideias dos filósofos iluministas europeus que se alastraram pelo mundo inspirando revoluções como as que apresentaremos em seguida.

Na Inglaterra teve início a Revolução Industrial (1760-1860) através da mecanização dos meios de produção, onde a burguesia industrial buscou alternativas para aumentar a produção de mercadorias visando o lucro, neste mesmo período ocorreu um crescimento populacional, que ocasionou uma maior demanda de mercadorias e produtos. As máquinas aos poucos foram substituindo a mão de obra humana gerando uma enorme quantidade de desempregados, poluição da natureza e êxodo rural.

Na França ocorreu a Revolução Francesa (1789), neste país até a segunda metade do século XVIII existiam dois grupos extremamente privilegiados o Clero ou Primeiro Estado (0,5% da população) e a Nobreza ou Segundo Estado (1,5% da população), os quais oprimiam e exploravam o Terceiro Estado que consistia no restante da população francesa (98% da população) formado por camponeses, trabalhadores urbanos e camponeses, e nessa conjuntura a situação social ficou insustentável de modo que houve uma revolta popular nas ruas que objetivava pressionar o rei Luís XVI.

No final do século XVIII e princípio do XIX ocorreram as chamadas Guerras Napoleónicas (1792-1815) nome dado a uma série de conflitos ocorridos entre

revolucionários franceses liderados por Napoleão Bonaparte e a monarquia europeia, sendo consequência da revolução francesa. Napoleão buscava difundir os ideais da revolução francesa e por um final na monarquia absolutista, chegando a conquistar boa parte da Europa.

Durante cerca de 12 anos de conflitos o Império Francês, com sua liderança lutou mais de sessenta batalhas com poucas derrotas. Bonaparte foi derrotado em 1814 e enviado ao exilio na ilha de Elba, situada a costa da Itália, de onde escapou e em seguida marchou em Paris e retomou o seu poder, sendo deposto outra vez 1815 após perder a batalha de Waterloo, e posteriormente exilado na ilha de Santa Helena, onde faleceu em 1821.

Entretanto, em outras partes do mundo a exemplo na América do Sul ocorria, a Independência do Brasil. Em 1807 o exército francês invade Portugal e a família real foge para sua colônia mais rica, o Brasil, onde D. João eleva esta colônia a condição de reino em 1815. E no ano de 1820 explode a revolução liberal em Portugal e a família real volta a Lisboa, deixando como príncipe regente D. Pedro (1821), o qual se vê em uma condição extremamente complicada devido ao fato de que Portugal buscava repatria-lo e rebaixar o Brasil a colônia.

Em 1822, o príncipe é proclamado imperador e recebe o nome de Pedro I e o nosso país recebe o nome de Império do Brasil. Todos estes fatos são para que possamos nos situar temporalmente nos acontecimentos que permeavam o mundo no referido período.

Todo este cenário mundial apresentado, busca retratar o período ao qual o personagem que tomamos como principal está inserido, apresentaremos a seguir personagens que foram contemporâneos a Cauchy, e que contribuíram e influenciaram o meio científico e cultural desta época dentro de um contexto Pluridisciplinar.

UM RECORTE DA HISTÓRIA DOS POLIEDROS

O tema de poliedros será apresentado por meio dos personagens que irão nos proporcionar uma visão de sua evolução no período em questão no final do século

XVIII até meados do século XIX, seguindo uma ordem cronológica como contribuidores do referido tema no recorte temporal destacado temos: Leonhard Euler, Adrien Legendre e Louis Poinsot, sendo os dois últimos como podemos perceber através da biografia de nosso personagem principal, contemporâneos que tiveram contato este, a seguir veremos suas respectivas biografias e a produção matemática ligada a nossa temática, juntamente com as contribuições de nosso personagem principal Augustin-Louis Cauchy.

Nesta perspectiva de contribuidores para o tema, iniciaremos com o matemático e físico Leonhard Euler, que nasceu em 1707 na cidade da Basiléia, localizada na Suíça, seu pai foi um ministro religioso fervoroso e queria que seu filho seguisse esta mesma carreira, porém com o contato com a família Bernoulli descobriu sua vocação para a matemática, e por intermédio destes tornou-se membro da Academia de S. Petersburgo em 1727, na Rússia. Em 1733, Euler se casou e do relacionamento teve treze filhos.

No ano de 1735 perdeu a visão do olho direito, mesmo assim continuou produzindo seus trabalhos incansavelmente, e em 1741 a convite, de Frederico, o Grande, foi para Berlim para a Academia das Ciências onde ficou por vinte e cinco anos, voltando para a Rússia, onde faleceu em 1783, aos setenta e seis anos enquanto estava na companhia de um neto, já completamente cego a quase dezessete anos, período em que mesmo sem visão desenvolveu pesquisas e publicações, tendo muitos trabalhos em diversas áreas da matemática.

Euler, no ano de 1750 direcionou seus estudos para as propriedades dos sólidos, uma matéria que ele denominou Estereometria, onde esbarrou na dificuldade de classificação de poliedros, notando que somente a classificação obtida pelo número de faces não seria suficiente, conseguindo sucesso em seguida ao inventar os conceitos dos outros elementos que formam um poliedro que são vértice e arestas, observando mesmo sem perceber, o caráter topológico da superfície de poliedros (LAKATUS, 1976, p. 19).

Os poliedros mesmo já sendo conhecidos desde a antiguidade (origem grega do termo: poly “muitas” e edros “faces”), principalmente os cinco chamados “Poliedros de Platão”, mostrados na figura 2, até então ninguém havia percebido a relação

combinatória entre os números de suas faces, arestas e vértices, ou seja, uma relação entre os números de seus elementos. E após descobrir uma relação entre estes, Euler escreveu uma carta ao seu amigo e também matemático Christian Goldbach, afirmando a veracidade da relação a seguir para poliedros:

$$V - A + F = 2$$

Em que V é o número de vértices, A o número de arestas e F o número de faces de um poliedro respectivamente.

Euler, para verificar a validade da respectiva relação descoberta, testou exaustivamente esta, em vários poliedros como prismas, pirâmides etc. Só demonstrou a relação algum tempo depois (LAKATUS, 1976, p. 21). Porém, a demonstração apresentada por Euler não definiu o poliedro que se referia, não sendo considerada aceitável no meio matemático daquele período, iniciando a grande história de poliedros e a relação de Euler.

Entra em cena o matemático francês Adrien-Marie Legendre, que nasceu na cidade de Paris, em 18 de setembro de 1752, em uma família que não pertencia a nobreza, porém com posses, estudando e concluído seus estudos em uma das escolas mais avançadas do século XVIII, o Colégio Mazarin, onde se interessou por literatura e em especial a matemática, demonstrando seu talento para esta com 18 anos, defendendo uma tese em matemática e física.

E nos anos de 1775 até 1780, foi professor da escola militar de Paris, recebendo em 1782 o Grande Prêmio da Academia de Ciências de Berlim, se tornando membro da Academia de Ciências de Paris no ano seguinte, onde publicou trabalhos de matemática e física. Em 1788, entrou para a Sociedade Real de Londres, tornando-se membro da Academia de Ciências londrina em 1789. Em 1795, ocupou a seção de Ciências Físicas e Matemáticas no recém criado Instituto Nacional das Ciências e das Artes, e em 1813 em virtude do falecimento de Lagrange, assumiu sua cadeira no Bureau Longitudes, onde ficou até sua morte em 10 de janeiro de 1833.

Legendre, foi o primeiro a demonstrar a relação de Euler, sendo considerada a primeira correta para a preposição (LIMA, 1991), a anunciando da seguinte forma: “Seja S o número de ângulos sólidos de um poliedro, H o número de suas faces, A o

número de suas arestas; eu digo que teremos sempre S + H = A + 2” (LEGENDRE, 1817, p. 228, tradução nossa do original em francês).

Um outro importante contribuidor para a evolução do conhecimento de poliedros, foi o matemático francês Louis Poinsot, que nasceu em 03 de janeiro de 1777, em Paris, e lá estudou na École Polytechnique, e depois em 1797 se transferiu para École Nationale des Ponts et Chaussées, onde cursou engenharia, decidiu desistir da ideia de se tornar um engenheiro e se tornar um professor de matemática, atuando neste trabalho de 1804 até 1809 no Liceu Bonaparte, em Paris, sendo em seguida nomeado inspector-geral da Universidade Imperial e depois professor assistente na École Polytechnique.

No ano de 1813, Poinsot foi eleito para a Académie des Sciences para assumir a cadeira de Lagrange, na política serviu no Conseil Perfectionnement da École Polytechnique em várias ocasiões. Em 1840 foi nomeado para o Royal Conseil de l'Instruction Publique, e de 1839 até seu falecimento, trabalhou no Bureau des Longitudes.

As pesquisas de Poinsot tiveram grandes relevâncias na geometria, estática e dinâmica, sendo ele o inventor da mecânica geométrica, porém dentre todas as pesquisas que produziu, ele é mais conhecido por sua dedicação à geometria.

Poinsot, em 1810 descobre quatro poliedros estrelados, a saber: o pequeno dodecaedro estrelado, grande dodecaedro, grande dodecaedro estrelado e o grande icosaedro, compreendendo provavelmente que estes eram regulares associando aos cinco poliedros de Platão (platônicos), que já eram conhecidos desde a antiguidade, e utilizando possivelmente a relação descoberta por Euler. Como Kepler já havia descoberto o pequeno dodecaedro estrelado e o grande dodecaedro estrelado, ficaram os quatro estrelados descobertos conhecidos como poliedros de Kepler-Poinsot, e em seu trabalho afirma que existem pelo menos nove poliedros regulares.

Depois da descoberta de Poinsot, chegamos então as contribuições de nosso personagem principal Augustin-Louis Cauchy, que nasceu no período da Revolução Francesa, na cidade de Paris, em 21 de agosto de 1789, e foi o mais velho entre dois irmãos e quatro irmãs, seus pais eram Louis-François Cauchy e Marie-Madeleine

Desestre, o pai era um homem gentil e de grande cultura, advogado de profissão, e a mãe era uma pessoa afável, sendo os dois católicos intolerantes.

Augustin-Louis Cauchy, segundo Boyer (1996) foi um dos maiores matemáticos do mundo, sendo um dos um dos principais do seu tempo com pesquisas que cobriram significativamente a matemática, produzindo 789 trabalhos nesta área, de modo que são diversos os termos que levam o seu nome, a saber: teorema da integral de Cauchy, a teoria de funções complexas, o teorema de existência de Cauchy-Kovalevskaya, as equações de Cauchy-Riemman e as seqüências de Cauchy.

Cauchy faleceu aos 68 anos, no dia 23 de maio de 1857 na cidade de Sceaux, próximo a Paris, e as suas últimas palavras foram dirigidas ao Arcebispo de Paris: “O homem morre mas suas obras ficam”.

Esse personagem além da sua contribuição que foi apresentada com diversas pesquisas em vários campos da matemática como apresentado, também contribuiu para o estudo de poliedros, provando, em 1813, a existência de apenas nove poliedros regulares (dentro da ideia da definição que tinham na época) contribuído com a validação das ideias de Poinsot, e em 1811 já havia demonstrado que os ângulos de um poliedro convexo são determinados pelas suas faces.

Em 1813, publicou um artigo sobre polígonos e poliedros, demonstrando para um caso particular de poliedros (homeomorfos a esfera) a relação de Euler é válida, a qual será nosso enfoque entre suas contribuições para a evolução dos estudos de poliedros, uma vez que essa demonstração é a mais divulgada para esta relação (LIMA, 1982, p. 58).

A demonstração de Cauchy possui quatro etapas com objetivo de mostrar que V – A + F = 2, para tanto, propõe nas etapas que a afirmação V – A + F = 1 é válida se retirarmos uma face de um poliedro, esta não altera o número de V e A, mas diminui F em uma unidade deste poliedro.

Desse modo, iniciamos a primeira etapa retirando uma face do poliedro. Na segunda etapa, o poliedro planificamos. Na terceira etapa, traçamos diagonais em todos os polígonos que formam as faces do poliedro fazendo aparecer somente triângulos. Na quarta e última etapa, retiramos todos os triângulos, até ficar somente um, demonstrando que V – A + F = 1, uma vez que este possui: V = 3, A = 3 e F = 1,

então temos 3 – 3 + 1 = 1. Assim, somando a face retirada no início do processo, a igualdade V – A + F = 1 passa a ser V – A + F = 2, concluindo com sucesso sua demonstração. (LIMA, 1982 p. 57-74).

Em sua demonstração Cauchy, é importante destacarmos, sugere apenas duas possibilidades na disposição dos triângulos após a planificação do poliedro para serem retirados, não levando em consideração outras disposições as quais são apresentadas em outros trabalhos como de Lima (1982), ressaltamos novamente que a demonstração apresentada é válida somente poliedros homeomorfos, e uma melhor compreensão do que isso significa pode ser obtida na próxima seção e no estudo indicado.

Por meio das biografias apresentadas podemos observar, com destaque para produção dos personagens na contribuição para conteúdo matemático de poliedros no final do século XVIII e meados do século XIX, que cada um destes personagens destacados no referido período contribuiu com seu trabalho para a evolução do conhecimento que se possuía sobre poliedros, mostrando que o conhecimento foi sendo construído ao longo da história, nos fazendo a menção do que existia naquele período até o que sabemos em nossos dias.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho é de grande relevância, pois a partir deste, podemos perceber que o estudo de poliedros está diretamente ligado ao contexto histórico da humanidade, no sentido de que sua evolução ocorreu através da contribuição de grandes mentes, as quais foram construídas com muito esforço e dedicação na formação e em seus estudos, os quais foram realizados em diferentes momentos de nossa sociedade, mostrando que os conhecimentos matemáticos não estavam “prontos” e sim foram frutos de tentativas e erros ao longo do tempo.

A concepção histórica dos conteúdos matemáticos pode nos levar a compreensão mais aprofundada de conhecimentos matemáticos, proporcionando a realização de uma melhor abordagem em sala de aula, com uma visão mais crítica de

como os conteúdos se apresentam na escolha das bibliografias a serem utilizadas, como por exemplo os livros didáticos.

O conteúdo deste artigo, pode ser utilizado nas aulas de geometria espacial, como forma de introdução ao estudo de poliedros, com o objetivo de mostrar a evolução do tema ao longo do tempo, isto é, em um contexto histórico, bem como ao estudo de conceitos e outros conhecimentos presentes no texto, sendo uma alternativa para o ensino e aprendizagem do referido conteúdo.

Durante a realização deste trabalho, nos deparamos com dificuldades no levantamento histórico referentes as bibliografias e contribuições dos personagens no que diz respeito ao tema escolhido, existindo em vários momentos escassez e disparidades nas informações encontradas. Na tentativa de transpor essas dificuldades, buscamos realizar uma pesquisa com maior profundidade em várias bibliografias sobre o mesmo personagem, na tentativa de reforçar a consistência dos dados obtidos no decorrer da pesquisa.

Na construção deste trabalho, é importante ressaltar o diagrama sobre a evolução do conteúdo de poliedros ao longo da história, que demonstra os personagens contribuidores que se apresentaram em variados períodos de tempo, e dada a enorme extensão de informações existentes encontradas em cada período realizamos um recorte temporal utilizando como apoio proposto por Chaquiam (2017).

Assim, fica uma proposição para um novo trabalho um aprofundamento que seja estudado ou construído um outro texto que tome por base toda ou outras partes da linha do tempo construída aqui não contemplada.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo. Edgar Blucher LTDA. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio) Matemática**. Brasília: Mec, 2004. Disponível em: < http://www.fnde.gov.br/ >. Acesso em: 10 maio 2018.

CAUCHY, Augustin-Louis. **Oeuvres**. Segunda parte, pp. 15-25, 1813. Disponível em: <http://www.archive.org/details/oeuvresdaugusti01caucrich>. Acesso em: 08 maio 2018.

CHAQUIAM, M. **Uso e implicações das linguagens no ensino de Matemática**. 1. ed. Belém: SBEM-Pará, 2015.

CHAQUIAM, M. **Ensaios Temáticos: História e Matemática em sala de aula**. 1/1. ed. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas. Editora UNICAMP. 2004.

LEGENDRE, Adrien-Marie. **Élements de Géometrie**. Chez Firm Didot Frères, 1817.

MENDES, I. A; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. 1. ed. Belém: SBHMat, 2016.

MIGUEL, A. **As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores**. In: I Seminário Nacional de História da Matemática, 1998, Recife. Anais do I Seminário Nacional de História da Matemática, 1995.

LAKATOS, I. **A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações.** Tradução de Nathanael C. Caixeiro, Rio de janeiro, Zahar Editores, 1978.

LIMA, E. L. **O Teorema de Euler sobre poliedros**. Noticiário da Sociedade Brasileira de Matemática. Ano XII, nº 2. p. 57-74. 1982.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

AS GEOMETRIAS EUCLIDIANA E NÃO EUCLIDIANAS: recortes históricos

Adan Rodrigo Vale Pacheco[346]
Fábio Barros Gonçalves[347]
Miguel Chaquiam[348]

RESUMO

Este artigo apresenta e discuti uma possibilidade de estudo das Geometrias Euclidiana e Não-Euclidianas, com o objetivo de apresentar uma proposta de inserção das geometrias Não-Euclidianas na Educação Básica, com a utilização da História da Matemática. Neste sentido, procuramos responder a seguinte questão: O modelo do Diagrama Metodológico proposto por Chaquiam (2017) possibilita a elaboração de um texto que retrate uma história das Geometrias para a sala de aula na Educação Básica? Esta abordagem metodológica consiste na construção de um diagrama no qual seus componentes estão sistematizados em três contextos: sociocultural, pluridisciplinar e técnico-científico. Neste trabalho discutiremos apenas o contexto técnico-científico. A análise do resultado nos permite concluir que é possível elaborar texto de história da matemática a partir do diagrama metodológico e com possibilidades de uso como recurso didático em sala de aula no ensino de matemática na Educação Básica.

Palavras-chave: Educação Matemática. História da Matemática. Geometria Euclidiana. Geometria Não-Euclidianas.

INTRODUÇÃO

Com relação ao processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, não existe um caminho único e melhor. Conhecer variadas possibilidades é essencial para a prática docente visando potencializar esse processo. A História da Matemática, como

[346] Universidade do Estado do Pará (UEPA). profadanrodrigo@gmail.com
[347] Universidade do Estado do Pará (UEPA). wyzzk@yahoo.com.br
[348] Universidade do Estado do Pará (UEPA). miguelchaquiam@gmail.com

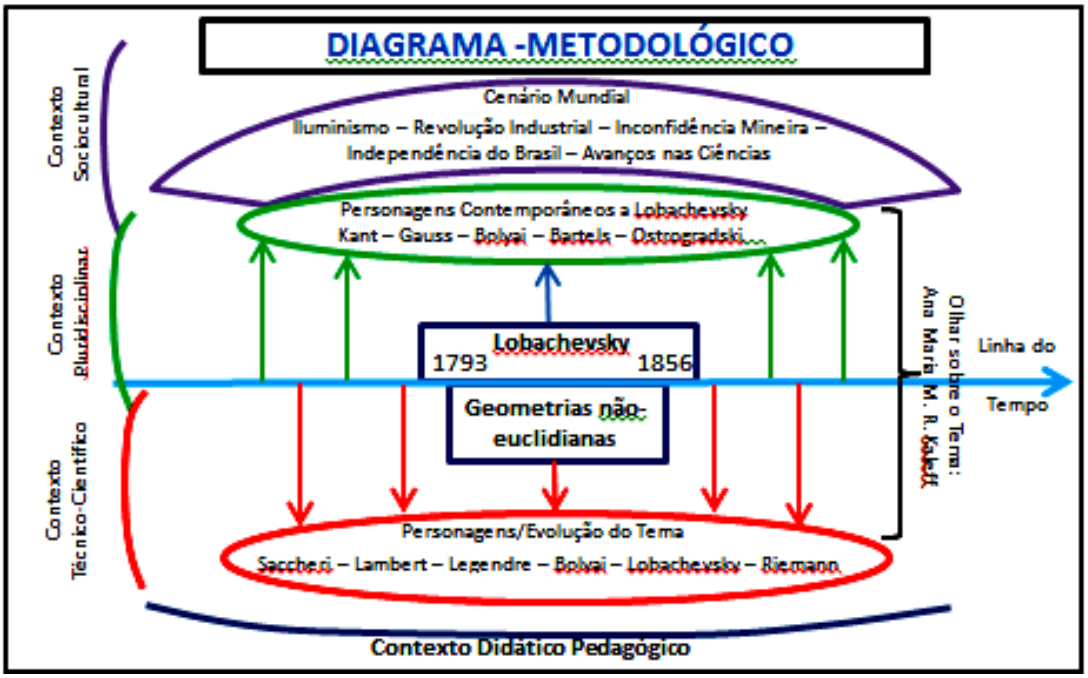
um recurso pedagógico, permite contextualizar o conhecimento, situando-o e relacionando-o com variados contextos sociais nos quais foram concebidos, afinal, eles geralmente respondem as demandas historicamente situadas num tempo e espaço.

As geometrias não-euclidianas, especificamente a hiperbólica e a elíptica, foram escolhidas por nós para ser discutido neste trabalho. Acreditamos ser relevante levar ao conhecimento dos estudantes da Educação Básica não só a geometria euclidiana, mas também as geometrias não-euclidianas, pois estas possibilitarão novos olhares e novas interpretações a respeito da geometria euclidiana, assim como de outros contextos.

Neste sentido, este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta de inserção das geometrias não-euclidianas na Educação Básica, com a utilização da História da Matemática de acordo com o modelo proposto por Chaquiam (2017).

Nela, o autor, destaca a importância de revisitar os momentos históricos dos personagens que contribuíram para o desenvolvimento das noções matemáticas que se pretende ensinar com a finalidade de promover nos alunos o estímulo ao estudo, pesquisa e criticidade a qual culminem em produção de conhecimentos durante sua atividade escolar.

FIGURA 27: DIAGRAMA METODOLÓGICO – GEOMETRIAS



Fonte: Adaptado de Chaquiam (2017)

O diagrama metodológico está estruturado de acordo com os seguintes contextos: sociocultural, pluridisciplinar e técnico-científico. Mendes e Chaquiam (2016, p. 88) ressaltam que esta abordagem não tem como objetivo apresentar e discutir de forma detalhada e aprofundada indagações acerca de determinado tema ou sobre a história da matemática, mas, subsidiar o leitor com caminhos que possibilitem a construção de uma história, articulada ao desenvolvimento histórico dos conteúdos matemáticos, bem como a demarcação do tempo e espaço na história da humanidade para extrapolar a visão internalista da matemática, tendo em vista sua utilização em sala de aula durante o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos na Educação Básica.

O foco neste trabalho está voltado para o contexto técnico-científico conforme o diagrama apresentado anteriormente, isto é, discutiremos, no intervalo de tempo considerado, a respeito dos personagens que contribuíram para a evolução do tema, bem como suas respectivas contribuições.

Dessa forma, acreditamos que o mesmo servirá como material de apoio à professores de diversas áreas, mas sobretudo de matemática da Educação Básica e os que se encontram em formação.

A EVOLUÇÃO DOS CONTEÚDOS TEMÁTICOS

Para tratarmos das geometrias não-euclidianas precisamos primeiramente nos reportar à geometria euclidiana, organizada pelo matemático e filósofo grego Euclides por volta do ano 300 a.C. Para Eves (2004, p.167) pouco sabemos da vida e da personalidade de Euclides. Mas, tudo indica que foi ele o fundador da famosa escola de matemática de Alexandria, da qual foi professor.

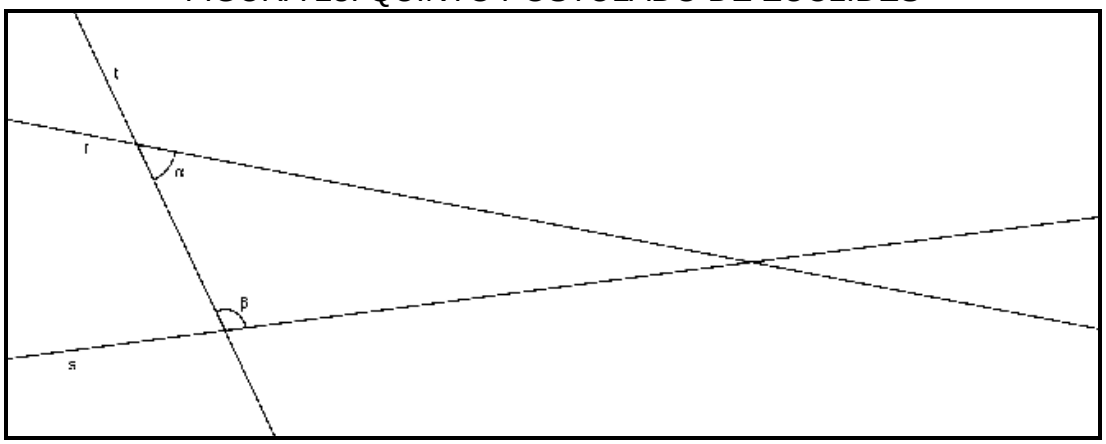
Euclides desenvolveu diversos trabalhos, pelo menos dez, entretanto o que lhe trouxe notoriedade foi a obra intitulada “*Os elementos”.* Na sua estrutura, *Os elementos* de Euclides estão organizados em treze livros os quais tratam de diferentes objetos matemáticos.

A forma como Euclides organizou a Geometria Plana nos seus livros, está baseada no método axiomático ou postulacional. Este método consiste em aceitar como verdadeiras algumas afirmações, *axiomas ou postulados,* previamente estabelecidos e, a partir desses demonstrar outras proposições de forma dedutiva.

> *P5*: Se uma reta intercepta duas retas formando ângulos interiores de um mesmo lado menores do que dois retos, prolongando-se essas duas retas indefinidamente elas se encontrarão no lado em que os dois ângulos são menores do que dois ângulos retos. (EVES, 2004, p.179-180)

O quinto postulado diferencia-se dos demais, seja pela sua extensão ou por não ser tão auto evidente. Segundo o postulado se $\alpha + \beta < 180°$, então as retas *r* e *s* irão se encontrar.

FIGURA 28: QUINTO POSTULADO DE EUCLIDES



Fonte: Ribeiro (2012)

Dentre os vários substitutivos encontrados para o quinto postulado de Euclides, o mais conhecido e usado nos tempos modernos foi atribuído ao matemático e físico escocês John Playfair (1748-1819). De acordo com Eves (2004, p. 539), "é o substituto mais comum nos atuais textos elementares de geometria: *Por um ponto fora de uma reta dada não há mais do que uma paralela a essa reta."*

Várias foram as tentativas de demonstração do postulado das paralelas de Euclides a partir dos nove "axiomas" e "postulados". Por mais de dois mil anos, diferentes geômetras se ocuparam nessa tarefa. O estudo do postulado das paralelas, como ficou conhecido o quinto postulado de Euclides, abriu portas para o surgimento de outras geometrias, as denominadas de geometrias não-euclidianas.

Os personagens escolhidos neste trabalho para tratarmos do processo evolutivo das geometrias não euclidianas, foram: Girolamo Saccheri (1667-1733), Johann Heinrich Lambert (1728-1777); Adrien-Marie Legendre (1752-1833); Nicolai Ivanovitch Lobachevsky (1793-1856); Janos Bolyai (1802-1860) e Bernhard Riemann (1826-1866).

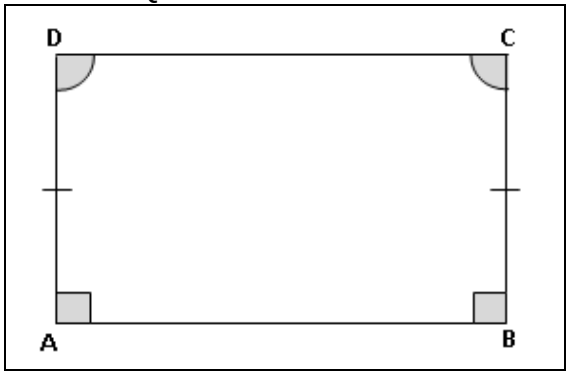
Girolamo Saccheri

Segundo Eves (2004, p. 540), Saccheri nasceu em São Remo, Itália. Aos vinte e três anos concluiu seu noviciado na Ordem Jesuíta e passou o resto de sua vida ocupando cargos de professor universitário. Ficou encantado com o método utilizado por Euclides de *reductio ad absurdum* (redução ao absurdo) ao tratamento da lógica formal.

Ainda de acordo com Eves, Saccheri publicou em Turin, quando ensinava filosofia, a obra intitulada *Lógica demonstrativa*. Nessa obra, Saccheri passou a aplicar o poderoso método de redução ao absurdo ao tratamento da lógica formal. Alguns anos depois, ele resolveu aplicar esse método ao estudo do postulado das paralelas de Euclides. Foi então que escreveu um livro intitulado *Euclides ab omni naevo vindicatus* (Euclides Livre de Toda Imperfeição) que foi publicado em Milão no ano de 1733, alguns meses depois do seu falecimento.

Nesse trabalho sobre o quinto postulado de Euclides, Saccheri construiu um quadrilátero com dois lados opostos congruentes e perpendiculares a mesma base.

FIGURA 29: QUADRILÁTERO DE SACCHERI

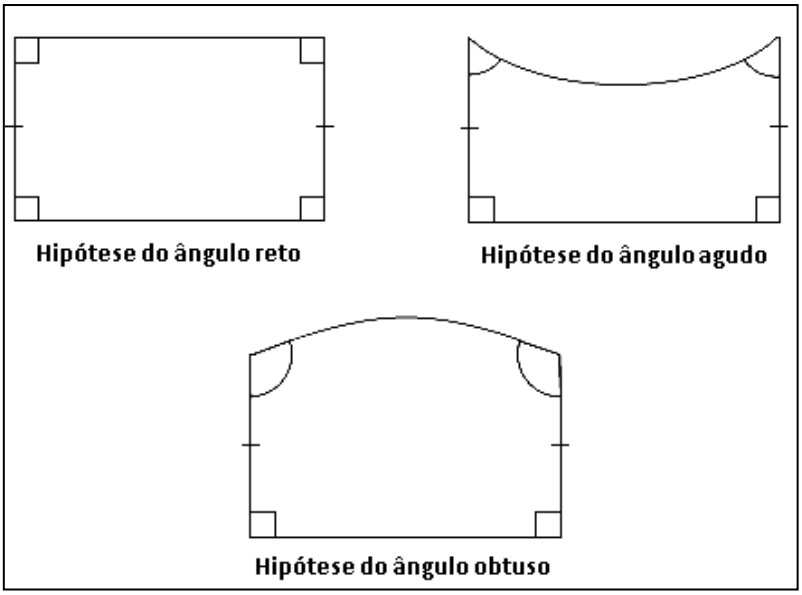


Fonte: Ribeiro (2012)

Traçando as diagonais *AC* e *BD,* Ele mostrou que os ângulos *C* e *D* são congruentes, apoiando-se em algumas proposições de congruências, que estão entre as vinte oito proposições iniciais de Euclides.

De posse dessa conclusão, Saccheri verificou que havia três possibilidades de medidas para os ângulos *C* e *D*: agudos, retos ou obtusos. De acordo com Eves (2004, p.540), essas hipóteses ficaram conhecidas como: *hipótese do ângulo agudo, hipótese do ângulo reto* e *hipótese do ângulo obtuso*. O trabalho de Saccheri consistiu em mostrar que a suposição da hipótese do ângulo agudo e a do ângulo obtuso levavam a uma contradição e, por redução ao absurdo, validava-se a hipótese do ângulo reto, o que mostrou implicar no postulado das paralelas.

FIGURA 30: HIPÓTESES DE SACCHERI



Fonte: Ribeiro (2012)

De acordo com Eves (2004), Saccheri eliminou logo a hipótese do ângulo obtuso ao assumir tacitamente a infinitude da reta. Porém, na hipótese do ângulo agudo tornou-se complexo. Ribeiro (2012, p.46), reforça esse fato ao dizer que:

> Mesmo tendo demonstrado muitos teoremas da geometria hiperbólica, Saccheri é reconhecido apenas como precursor das geometrias não-euclidianas, já que não admitiu que tais fatos poderiam ser considerados em outro tipo de geometria, além de não substituir efetivamente o quinto postulado de Euclides por outro. (RIBEIRO, 2012, p.46)

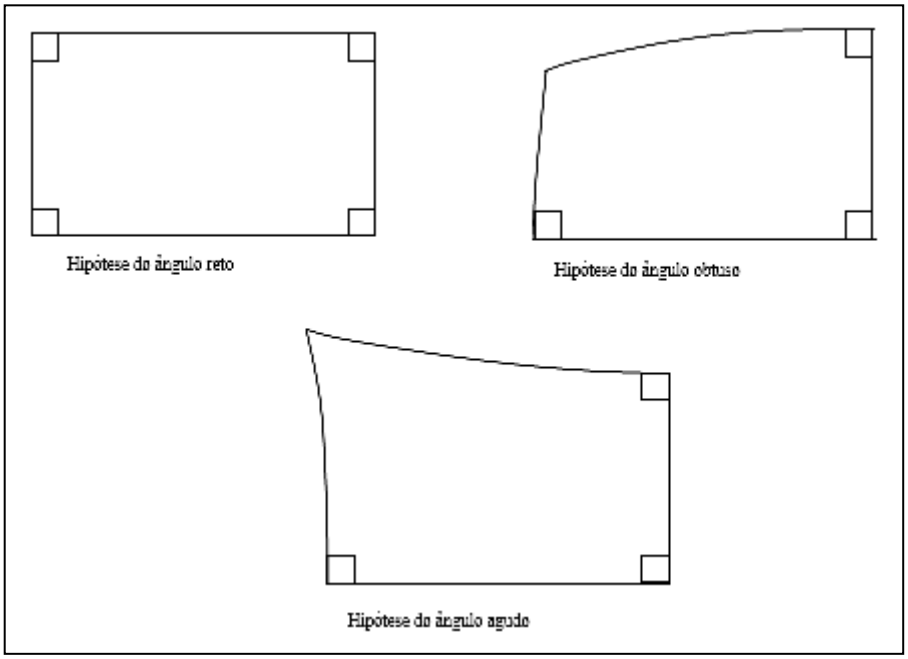
O trabalho de Saccheri não recebeu o devido reconhecimento por seus contemporâneos e ficou por muitos anos esquecido.

Johann Heinrich Lambert

Três décadas depois da publicação da obra de Saccheri, o matemático suíço Johann Heinrich Lambert (1728-1777), fez uma investigação semelhante intitulada *Die Theorie der Parallellinien*, publicada somente após sua morte.

A partir de um quadrilátero, mas não o quadrilátero de Saccheri, contendo três ângulos retos ele levantou três hipóteses conforme o quarto ângulo fosse agudo, reto ou obtuso.

FIGURA 5: HIPÓTESE DE LAMBERT



Fonte: Ribeiro (2012)

Para Eves (2004, p. 541), Lambert, assim como Saccheri, mostrou que de acordo com as três hipóteses levantadas, a soma dos ângulos internos de um triângulo é menor que (hipótese do ângulo agudo), igual a (hipótese do ângulo reto) ou maior que (hipótese do ângulo obtuso) dois ângulos retos, ou seja, 180º.

Lambert eliminou a hipótese do ângulo obtuso pela mesma suposição (infinitude da reta) de Saccheri. Porém, suas conclusões a respeito da hipótese do ângulo agudo, foram imprecisas e insatisfatórias.

Para Ribeiro (2012, p.48), uma importante contribuição de Lambert para pesquisas futuras das geometrias não-euclidianas, foi a relação estabelecida por ele entre a hipótese do ângulo obtuso com a esfera.

Além disso, Lambert “conjecturou que a geometria decorrente da hipótese do ângulo agudo poderia talvez se verificar numa esfera de raio imaginário” (EVES, 2004, p.541), ou seja, antecipou a existência da figura que hoje denominamos de pseudoesfera.

Adrien-Marie Legendre

Adrien-Marie Legendre (1752-1833), matemático francês contribuiu significativamente para a popularização do problema do quinto postulado. Legendre começou seu trabalho considerando as hipóteses de a soma dos ângulos internos de um triângulo ser menor que, igual a ou maior que 180º. Eliminou a terceira hipótese, pela mesma suposição de Saccheri (infinitude da reta). Entretanto, não foi capaz de eliminar a primeira hipótese.

> Não é de se surpreender que não se tenha encontrado nenhuma contradição sob a hipótese do ângulo agudo, pois hoje se sabe que a geometria desenvolvida a partir de uma coleção de axiomas compreendendo um conjunto básico acrescido da hipótese do ângulo agudo é tão consistente quanto a geometria euclidiana desenvolvida a partir do mesmo conjunto básico acrescido da hipótese do ângulo reto, isto é, o postulado das paralelas é independente dos demais postulados e devido a isso não pode ser deduzido dos demais. (EVES, 2004, p.541)

Para esse autor, os primeiros a suspeitarem desse fato foram: o alemão Gauss, o húngaro Bolyai e o russo Lobachevsky. Todos trabalharam com esse problema considerando o postulado das paralelas de acordo com Playfair, conforme as seguintes possibilidades: “por um ponto dado pode-se traçar mais do que uma, exatamente uma ou nenhuma paralela a uma reta dada.” (p.541-542)

De acordo com Eves, provavelmente Gauss tenha sido o primeiro a alcançar resultados contundentes relativos à hipótese do ângulo agudo, porém nunca publicou algo referente a esse assunto. Desta forma, atribui-se a Bolyai e Lobachevsky a descoberta desse tipo de geometria não-euclidiana.

Janos Bolyai

Janos Bolyai (1802-1860) nasceu na Hungria, foi oficial do exército austríaco. Seu pai, Farkas Bolyai, era professor de matemática e amigo de Gauss. Não restam dúvidas de que Bolyai recebeu incentivos de seu pai para estudar o postulado das paralelas, pois em tempos anteriores havia se interessado pelo problema. (EVES, 2004, p.542)

Por volta do ano 1823 Janos Bolyai percebeu a dimensão da natureza do problema que tentava resolver. Em uma carta enviada ao pai, comunicou-o que tinha interesse em publicar seus estudos sobre a teoria das paralelas, mas precisaria de um tempo para organizar seu material. Bolyai exclamou dizendo: “Do nada eu criei um universo novo e estranho.”

Somente em 1829, Bolyai submeteu seus manuscritos ao seu pai e, em 1832, o trabalho foi publicado como um apêndice de vinte e seis páginas do volume 1 da obra do seu pai. Bolyai também mostrou que existia uma coleção de proposições que independiam do postulado das paralelas e que, portanto, tinham validade tanto na geometria euclidiana quanto na não-euclidianas.

Bolyai obteve resultados significativos para o avanço do entendimento da existência de outras geometrias diferentes da euclidiana. A lentidão no processo de publicação do trabalho de Bolyai fez com que o mérito da descoberta da existência de outras geometrias ficasse com Lobachevsky, pois publicou seus trabalhos antes, como veremos a seguir.

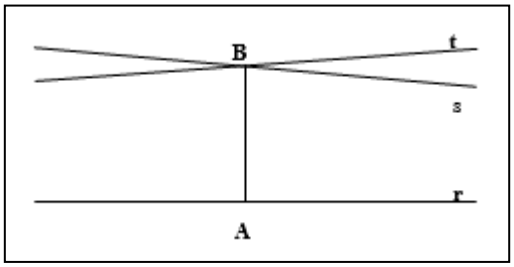
Nicolai Ivanovitch Lobachevsky

Segundo Halsted (1914) *apud* Ribeiro (2012, p.49), Lobachevsky, foi o primeiro a publicar um trabalho de substituía o postulado das paralelas por outro que supunha sua negação e que, não tinha a intenção de mostrar uma inconsistência para então demonstrar o quinto postulado, em 1829.

De acordo com Greenberg (1994) *apud* Ribeiro (2012, p.50), primeiramente Lobachevsky denominou a nova geometria de imaginária e, posteriormente de *pangeometria.* Por ter sido publicada inicialmente em russo, sua obra ficou desconhecida do restante do mundo acadêmico por um longo período. Somente em 1840 esse quadro começou a ser revertido, pois ele publicou um tratado em alemão intitulado *Geometrische Untersuchungen Zur Theorie der Parallellinien* (Investigações Geométricas sobre a Teoria das Paralelas).

De acordo com Bonola (1912) *apud* Ribeiro (2012, p.50), Lobachevsky considerou o seguinte postulado: por um ponto fora de uma reta dada, passam mais de uma reta que não intersectam a primeira.

FIGURA 6: POSTULADO DE LOBACHEVSKY

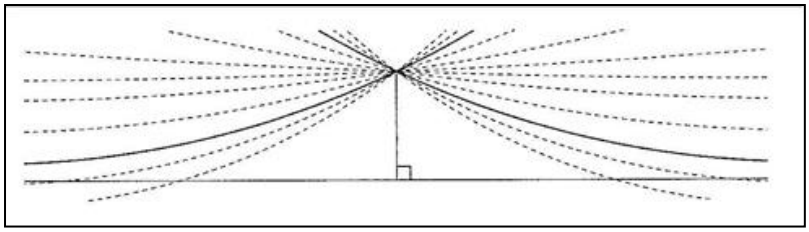


Fonte: Ribeiro (2012)

Assim, de acordo com esse postulado, o matemático russo define retas não-secantes e retas paralelas. As não-secantes seriam todas as retas que não intersectam a reta r e, reta paralela como a primeira que não a intersecta. (LOBACHEVSKY, 1914, p.13 *apud* RIBEIRO, 2012, p.50)

A Figura 7 representa as retas não-secantes e as concorrentes à reta dada.

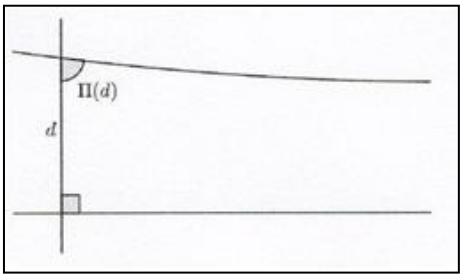
FIGURA 7: RETAS PARALELAS – LOBACHEVSKY



Fonte: Ribeiro (2012)

Segundo Ribeiro (2012), outro conceito de suma importância utilizado por Lobachevsky em suas análises é o ângulo de paralelismo. Isso nada mais é do que o ângulo formado entre a reta paralela por um ponto à reta dada e a perpendicular à reta dada também traçada por esse ponto.

FIGURA 8: ÂNGULO DE PARALELISMO



Fonte: Ribeiro (2012)

De acordo com Ribeiro (2012), o ângulo de paralelismo depende da distância *d* do ponto à reta dada. O fato é que quanto maior for a distância *d* menor será o ângulo de paralelismo e, tenderá a 90º quanto mais próximo estiver da reta dada.

Lobachevsky apresentou o teorema cuja a soma dos ângulos internos de um triângulo é menor que 180º e, também, deduções em trigonometria que, de acordo com Bonola (1912), corresponde a uma das partes mais importantes de seu trabalho.

Bernhard Riemann

Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866), nasceu em Hanover na Alemanha e faleceu em Selasca, cidade italiana. Um de seus principais professores foi Gauss. Era de uma família modesta, porém teve boas instruções. Primeiramente em Berlim e mais tarde em Gottingen, onde doutorou-se. (MATOS e NEVES, 2010, p.95)

Segundo Ribeiro (2012, p.55), Riemann “surpreendeu a todos com sua teoria que apresentava ao mundo uma ideia muito mais ampla de geometria”. Agora, Riemann deu um sentido a hipótese do ângulo obtuso, aproveitando as suposições de Lambert e de Bolyai.

Riemann percebeu que Euclides assumiu sem prova, ou seja, tacitamente, que a reta era ilimitada. Entretanto, ele mostrou que seria possível supor que uma reta pode ser infinita, mas limitada. Riemann assumiu no lugar do quinto postulado de Euclides o seguinte postulado: “Dada uma reta r e um ponto P que não pertence a r, não existe nenhuma reta paralela a r que passe por P.” (RIBEIRO, 2012, p.55)

Segundo Eves (2004, p.544), em 1871 Klein denominou as três geometrias, a de Bolyai e Lobachevsky, a de Euclides e a de Riemann; de geometria hiperbólica, geometria parabólica e geometria elíptica, respectivamente.

O Quadro 1 seguinte sintetiza as principais características de cada geometria para melhor compreensão das mesmas.

QUADRO 1: CARACTERÍSTICAS DE ALGUMAS GEOMETRIAS

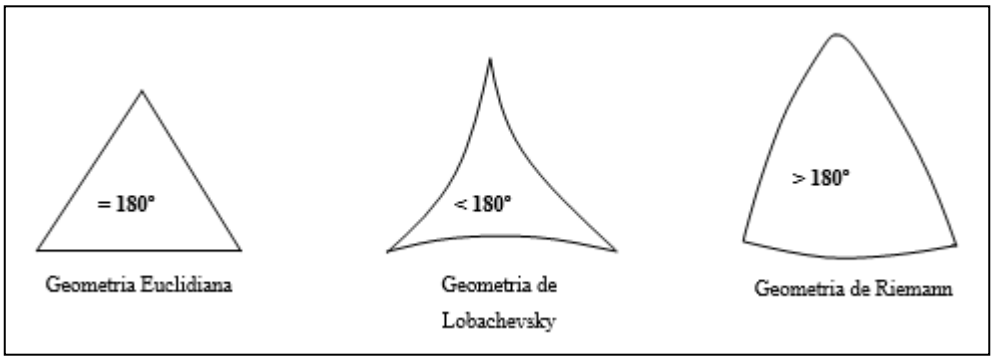
	Geometria Parabólica	**Geometria Hiperbólica**	**Geometria Elíptica**
Dois pontos determinam	Uma reta	Uma reta	Uma ou mais retas
Toda reta é	Infinita	Infinita	Finita
Um ponto e uma distância determinam	Um círculo	Um círculo	Um círculo
Todos os ângulos retos são	Iguais	Iguais	Iguais
Um ponto fora de uma reta determina	Somente uma reta paralela	Mais de uma reta paralela	Nenhuma reta paralela
A hipótese de Saccheri válida é	Ângulo reto	Ângulo agudo	Ângulo obtuso
Duas retas distintas e perpendiculares a uma mesma reta	São paralelas	São paralelas	Interceptam-se
Linhas paralelas	São equidistantes	Nunca são equidistantes	Não existem
Uma linha	É separada em duas partes por um ponto	É separada em duas partes por um ponto	Não é separada em duas partes por um ponto
Dois triângulos que têm ângulos correspondentes congruentes são	Semelhantes	Congruentes	Congruentes
A soma dos ângulos internos de um triângulo é	Igual a 180º	Menor que 180º	Maior que 180º

Fonte: Adaptado de Sá (1997) *apud* Matos e Neves (2010, p.98-99)

Duas situações chamaram nossa atenção no quadro anterior. A primeira diz respeito a questão de que apenas na geometria euclidiana podemos ter dois triângulos semelhantes, mas não congruentes, fato que não ocorre nas outras duas geometrias, pois para que os triângulos sejam semelhantes necessariamente eles têm que ser congruentes.

A outra situação refere-se à questão da soma dos ângulos internos de um triângulo. Geralmente o professor de matemática na Educação Básica utiliza o discurso, apoiado inclusive nos livros didáticos, de que “a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180º.” E como vimos, isso só é válido na geometria plana euclidiana. A Figura 9 a seguir ilustra melhor esse fato.

FIGURA 9: SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS



Fonte: A matemática através dos tempos

A prova de que o quinto postulado de Euclides era independente dos demais, pôs fim a um problema de mais de dois mil anos, culminando na criação de novas geometrias (não-euclidianas).

CONCLUSÕES

Nas últimas décadas observamos um crescimento das pesquisas relacionadas a História das Ciências e em especial a História da Matemática. Mendes e Chaquiam (2016, p. 77) destacam que esse desenvolvimento se constitui em um valioso elemento para a melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática nas diferentes áreas e

níveis, permitindo compreender as origens das ideias que deram forma a nossa cultura, assim como, observar os diversos aspectos do seu desenvolvimento, e perceber que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes, resultaram de desafios enfrentados com grandes esforços e, em grande parte, numa ordem diferente daquela apresentada após todo o processo de formalização.

Nesse sentido, o objetivo deste trabalho foi apresentar uma proposta de inserção das geometrias Não-Euclidianas na Educação Básica, com a utilização da História da Matemática, do qual emergiu o seguinte questionamento: o modelo do Diagrama Metodológico proposto por Chaquiam (2017) possibilita a elaboração de um texto que retrate uma história das Geometrias para a sala de aula na Educação Básica?

Diante do exposto neste trabalho, consideramos respondida essa questão, pois a utilização da História da Matemática em sala de aula por meio do diagrama metodológico proposto por Chaquiam (2017) se constitui em uma possibilidade para o estudo de Geometria na Educação Básica, visto que o mesmo pode oferecer aos estudantes a oportunidade de visitar ou revisitar os cenários sociocultural, pluridisciplinar e técnico-científico do período considerado, relacionando-os com o objeto de estudo em tela.

Neste passeio pelas Geometrias no que se refere ao contexto técnico-científico, desde Euclides até Riemann, fizemos algumas escolhas vistas durante as discussões que não tornam menos importantes outros matemáticos. Vale ressaltar que não tivemos a pretensão de esgotar o tema, mas sim de propor um caminho que possibilite reflexões em sala de aula, tanto para professores quanto para estudantes da Educação Básica, a respeito da evolução desse tema.

Portanto, sugerimos a construção de outros diagramas metodológicos envolvendo a mesma temática, porém com outros personagens e outros cenários para que tenhamos a perspectiva de aprofundamento deste trabalho, o qual acreditamos não se esgotar aqui.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BONOLA, Roberto. **Non-Euclidean Geometry**. Editora: Dover Science, 1954.

CHAQUIAM, M. **Ensaios Temáticos**: História e Matemática em Sala de Aula. Belém: SBEM-PA, 2017.

CHAQUIAM, M. **História da Matemática nas aulas de Matemática**: uma proposta para professores. Anais do XII Seminário Nacional de História da Matemática. Itajubá (MG): SBHMat, 2017.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, São Paulo. Editora da Unicamp, 2004.

JANOS BOLYAI. In: Universidade de Coimbra. Disponível em: http://www.uc.pt/fctuc/dmat/departamento/bibliomat/servicos/copy_of_matematicos/Bolyai-J. Acesso em 11 de abril de 2017.

KALEFF, Ana Maria M. R. **Geometrias não-euclidianas na educação básica**: utopia ou possibilidade? X Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Salvador-BA, Julho de 2010. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/PA/Palestra21.pdf. Acesso em: 16/04/2017.

MATOS, Edilande Rodrigues; NEVES, Raul Edgar Borges das. **A Geometria Euclidiana e as Geometrias Não-Euclidianas**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2010.

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de Matemática**: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016.

RIBEIRO, Renato Douglas Gomes Lorenzetto. **O ensino das geometrias não-euclidianas**: um olhar sob a perspectiva da divulgação científica. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

ISSN 2236-4102

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM HISTÓRIAS EM QUADRINHOS
possibilidades e desafios na composição de paradidáticos

Elvin Matheus Sousa da Silva[349]
Robson Emanuel Lima Monteiro [350]
Miguel Chaquiam [351]

RESUMO

Este trabalho é a continuação de uma pesquisa sobre gêneros e narrativas gráficas e aqui teve por objetivo apresentar as possibilidades de narrar a história da matemática em quadrinhos afim de despertar o interesse para o uso desse gênero na construção histórias da matemática direcionadas para uso em sala de aula. A pesquisa bibliográfica está aportada nos trabalhos de Cagnin (2014), Chinen (2011), Lima (2017) e Ramos (2007) para tratar sobre a linguagem dos quadrinhos e a história presente no mesmo e, Chaquiam (2017), para abordar sobre o uso da História da Matemática nas aulas de Matemática e como escrever textos didático-pedagógicos sobre o desenvolvimento de um determinado tema/conteúdo da Matemática. Iniciamos tecendo considerações sobre os elementos constituintes dos quadrinhos e a história que se faz presente neste gênero. Perpassamos por uma discussão sobre a utilização da história da matemática nas aulas de matemática e mostramos um recurso para auxiliar a produção de textos didático-pedagógicos para narrar a história de um conteúdo matemático. Finalizamos as conceituações tecendo uma análise sobre a história em quadrinhos LOGICOMIX, considerada como uma história paradidática. Em função do exposto, sugerimos que os leitores enveredem por essas formas de narrativa que podem contribuir para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática por com a integração da história da matemática ou de histórias com conteúdos matemáticos.

Palavras-chave: História da Matemática. História em Quadrinhos. LOGICOMIX.

[349] Universidade do Estado do Pará (UEPA). elvinmatheussousa@gmail.com
[350] Universidade do Estado do Pará (UEPA). relm.monteiro@gmail.com
[351] Universidade do Estado do Pará (UEPA). miguelchaquiam@gmail.com

INTRODUÇÃO

A História da Matemática é, sem dúvida, uma excelente recurso didático que pode contribuir para superação de dificuldades no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, pois, abordar historicamente os conteúdos matemáticos pode propiciar ao aluno um aprofundamento no tema a partir de seu contexto histórico, perceber os progressos e retrocessos, bem como, conhecer personagens que colaboraram para o avanço de determinada ideia matemática, com possibilidades de constituir conexões e vários significados de conceitos. (CHAQUIAM, 2017)

De acordo com o exposto, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) menciona o uso da História da Matemática como uma mediadora no processo de ensino, de modo a proporcionar ao aluno o desenvolvimento da capacidade de abstração das informações de um texto ou de um conceito matemático e relacioná-lo com a sua própria história, pois, desta forma, a aprendizagem dos conceitos pode ficar mais clara por haver um contexto significativo que possibilite o desenvolvimento de habilidades de compreensão e interpretação.

Muito embora não haja uma recomendação de como fazer uso da História da Matemática no ensino, esta pode ser observada em diversos tipos de gêneros, dentre eles, nos romances, nas anedotas, nos textos jornalísticos, no cinema, nas histórias ilustradas e nas histórias em quadrinhos, sendo este último o objeto da pesquisa realizada e tema principal deste artigo, ou seja, apresentar possibilidades de narração da história da matemática por meio histórias em quadrinhos.

HISTÓRIA EM QUADRINHOS E SUA ESTRUTURA

O gênero textual História em Quadrinhos (HQ) é uma forma de texto difícil de ser definida por conta de sua complexidade e dos múltiplos elementos que o compõe, mas adotaremos aqui como sendo um gênero formado pelo complemento da linguagem verbal com a linguagem não verbal.

Os Quadrinhos se utilizam de certos elementos narrativos únicos para serem construídas. Essa forma própria de utilização dos elementos constituintes é denominada, segundo os pesquisadores da área, de linguagem dos quadrinhos e, por conta disso, a torna uma linguagem independente das demais presentes na literatura. Expomos no quadro 2 uma breve descrição dos constituintes dos Quadrinhos, tais como: o quadrinho ou vinheta, os personagens, o espaço, a cor, bem como o texto apresentado pelo balão e onomatopeias.

QUADRO 1: ELEMENTOS DOS QUADRINHOS

Elementos narrativos	Definição
Quadrinho ou vinheta	É a área limitada onde agrupam-se cenário, personagens, fragmentos do espaço e tempo. Esta região costuma ter o formato de um quadrado, retângulo, esfera ou outras formas.
Personagens	A ação da narrativa é conduzida por intermédio dos personagens. Eles são a referência para orientar o leitor sobre o rumo da história.
Espaço	O espaço é uma imagem representativa da paisagem, o qual pode ser vista de diferentes planos e ângulos.
Cor	A cor é um elemento essencial à leitura não verbal por ser um meio de distinção da personagem, do evento ou linha temporal na qual a história se passa.
Balões	O balão é o elemento que mais diferencia os quadrinhos de outras ilustrações e o identifica como linguagem. Os balões têm formatos e contornos diferentes para cada aplicação e permitem inserir falas e pensamentos dos personagens nas histórias. Estudiosos da área afirmam que existem mais de 70 tipos de balões
Onomatopeias	Servem para representar sons ambientais ou os que não são produzidos pelas cordas vocais.

Fonte: Ramos (2007) e Chinen (2011)

Além dos elementos narrativos citados no quadro 2, existem outros como as legendas e recordatórios, tipografia, metáforas visuais e figuras cinéticas ou de movimento que dão sentido à história. Também existem os elementos presentes na composição da página, como a diagramação, a splash page ou página de abertura; e as presentes nas narrativas, como as sequências, enquadramentos, ângulos, elipse e o tempo ou timing que conferem ritmo de leitura à história (CHINEN, 2011). Abordaremos este último com mais detalhes.

O TEMPO NOS QUADRINHOS

O quadrinho ou vinheta, pode ser facilmente comparado a uma fotografia, pois ambas fazem um recorte da realidade. Por exemplo, numa fotografia ocorre o registro do local, momento da cena, o cenário e/ou as pessoas retratadas em um determinado instante. Todas essas informações são agregadas em uma única imagem, o qual representa com fidelidade a realidade através de uma lente. O mesmo princípio vale para os Quadrinhos, onde o cenário, personagens e fragmentos do espaço e tempo são encapsulados dentro de um conjunto de linhas e, nesse espaço, é criado uma síntese coerente e representativa da realidade. (RAMOS, 2007)

O quadrinho, na maioria dos casos, agrupa personagens, mostra o espaço da ação e faz um recorte de tempo. É por conta disso que, para Acevedo (1990 apud RAMOS, 2007), um quadrinho é a representação de um espaço e de um tempo da ação narrada. Da comparação de um quadrinho com outro posterior é possível obter a noção intuitiva de passagem de tempo. Por exemplo, quanto maior o número de vinhetas para descrever uma mesma ação, maior a sensação e o prolongamento do tempo, assim como quanto maior o corte entre uma cena e outra e menor o número de quadrinhos, menor a presença de um mesmo momento. (RAMOS, 2007)

Cagnin (2014, p. 72-74) propõe seis maneiras de como o tempo pode ser deduzido da leitura dos quadrinhos pelos diversos contextos, são eles:

1. sequência de um antes e um depois. Ocorre quando se omitem elementos de uma sequência por elipse. A comparação de dois momentos possibilita a percepção de sucessão temporal, conforme dito anteriormente. Pode ocorrer com um só ou entre dois quadrinhos.
2. época histórica: informado pelos índices secundários da própria imagem e que representa o período histórico vivido pelos personagens. O signo visual é o elemento central para se perceber o momento histórico (por meio de roupas, cenário, etc).
3. astronômico: recursos utilizados para indicar os períodos do dia, como utilização do sol ou da lua.

4. meteorológico: clima (calor, frio, chuva, neve etc.) transmitido pelo cenário ou pelos personagens.

5. tempo da narração: é o momento da representação da ação, que se torna presente enquanto é lido.

6. tempo de leitura: embora o leitor tenha contato com todos os quadrinhos na página, há uma certa linearidade na leitura. Segundo Cagnin (2014, p.74), um quadrinho passa por três modalidades de tempo (expressão do autor). Futuro (parte ainda não lida), presente (momento da leitura), e passado (após a leitura).

Estes elementos nem sempre estão presentes em uma história, bem como não precisam ocorrer simultaneamente. Contudo, percebe-se com estas definições que os Quadrinhos, em particular as HQ, são ótimos instrumentos para narrar e ilustrar histórias fictícias e não fictícias, assim como representar diferentes períodos (passado, presente e futuro) por meio da utilização de diferentes signos visuais. (CAGNIN, 2014)

HISTÓRIA NAS HISTÓRIAS EM QUADRINHOS

Assim como no Cinema e nos demais sistemas visuais e audiovisuais, os Quadrinhos narram fatos e feitos, o qual possui uma historicidade. Uma revista em quadrinhos, por exemplo, pode ser considerada um artefato cultural e, assim, é capaz de ser analisada por suas características como objeto, quanto pelo seu conteúdo. Além disso, podemos estudá-las historicamente com o enfoque para o uso em sala de aula, como ilustrar ou fornecer uma ideia de aspectos da vida sociocultural de sociedades do passado; para serem lidas e estudadas como registros da época em que foram produzidos ou; para serem utilizados como ponto de partida de discussões de conceitos importantes para a História. (LIMA, 2017, p. 153)

No entanto, é necessário refletir sobre o papel e a forma que as HQ tratam os aspectos do passado. A grande maioria dos quadrinhos que abordam fatos históricos o fazem a partir de uma narrativa ficcional, tornando-a um meio de representação impreciso dos acontecimentos do passado. Entretanto, mesmo que as HQ sobre fatos históricos compartilhem de um discurso irreal e ficcional, elas ainda se referem a

acontecimentos, momentos e movimentos reais do passado. Lima (2017) considera que estas não apenas ilustram a realidade, mas a constroem a partir de uma linguagem própria produzida num determinado contexto histórico.

Como suplemento, Barbosa (2009, p. 106 apud LIMA, 2017, p. 154) defende que as HQ trabalham com a ficção, mas carregam em si todos os elementos que constam a realidade, tanto na linguagem verbal, quanto na visual. Também justifica que o autor dos Quadrinhos históricos

> "Remete o leitor a documentos que são tidos como verdadeiros por uma visão subjetiva [...]. Dessa forma, ele constrói a cada momento uma nova história, com um olhar cotidiano, influenciado pelos novos estereótipos ou por novos ícones da cultura de massa. " (BARBOSA, 2009, p. 106 apud LIMA, 2017, p. 155)

O autor supracitado acrescenta ainda que os quadrinhos, por meio de seus elementos constituintes, recriam a realidade do indivíduo, atualizando-a ou refletindo o pensamento de uma sociedade em determinado momento histórico. Por fim, Barbosa (2009, p. 107 apud LIMA, 2017, p. 155) argumenta que em determinados momentos históricos a ficção histórica pode representar com mais fidelidade o sentimento de um grupo ou grupos do que o registro de um documento oficial.

Em vista disso, Lima (2017) conclui que as HQ ampliam e constroem um conhecimento histórico e que as concepções sobre o passado e a sociedade presentes na linguagem dos quadrinhos podem ser integradas a outras leituras de obras eruditas e acadêmicas. Além disso, percebe-se que esse conjunto teórico não envolve apenas um gênero dos Quadrinhos, mas pode ser aplicado a obras de diferentes características, como HQ biográficos, de literatura, de aventura ou de humor, assim como os mangás.

USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO

Os documentos oficiais, como o BNCC e OCEM, indicam que a inclusão da História da Matemática como recurso didático nas aulas de Matemática pode despertar interesse e desempenhar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Esta afirmativa é corroborada por Chaquiam (2017) ao afirmar que a

inserção de fatos do passado no ensino de Matemática pode ser uma dinâmica bastante interessante para introduzir determinado conteúdo, visto que o aluno pode perceber a Matemática como uma criação humana que manifestou-se a partir de buscas de soluções para resolver problemas cotidianos, assim como conhecer as preocupações das diversas sociedades ao longo dos séculos e estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente. (CHAQUIAM, 2017, p. 14; BRASIL, 2018, p. 254)

Além disso, a História da Matemática pode contribuir também para que o professor compreenda algumas das dificuldades dos estudantes, uma vez que podem refletir históricas dificuldades presentes também na construção do conhecimento matemático. (BRASIL, 2006, p. 86)

Acerca da utilização da História da Matemática em sala de aula, Schubring (1997, p. 57 apud CHAQUIAM, 2017) afirma que existem dois tipos de abordagens para a história da matemática: abordagem direta e abordagem indireta. A primeira trata da introdução de elementos históricos em sala de aula por meio de textos originais ou biografias de matemáticos notáveis, o qual a descoberta dos conceitos é abordada em toda a sua extensão. Este tipo de abordagem, conforme cita o autor supracitado, possibilita aumentar o interesse dos alunos e motivá-los para o estudo da Matemática. A segunda abordagem envolve a apresentação de análise da concepção dos problemas, fatos e demonstrações envolvidas no momento da gênese, o qual fornece outra visão da matemática onde o conhecimento com fases de continuidade e ruptura.

A BNCC (2018) concorda com estas duas abordagens para a História da Matemática citadas anteriormente, contudo afirma que é importante que este recurso não fique limitado à exposição de fatos ocorridos no passado ou à apresentação de biografias de matemáticos famosos, mas que seja trabalhado uma reconstrução histórica do conhecimento matemático, afim de que torne o seu uso eficiente.

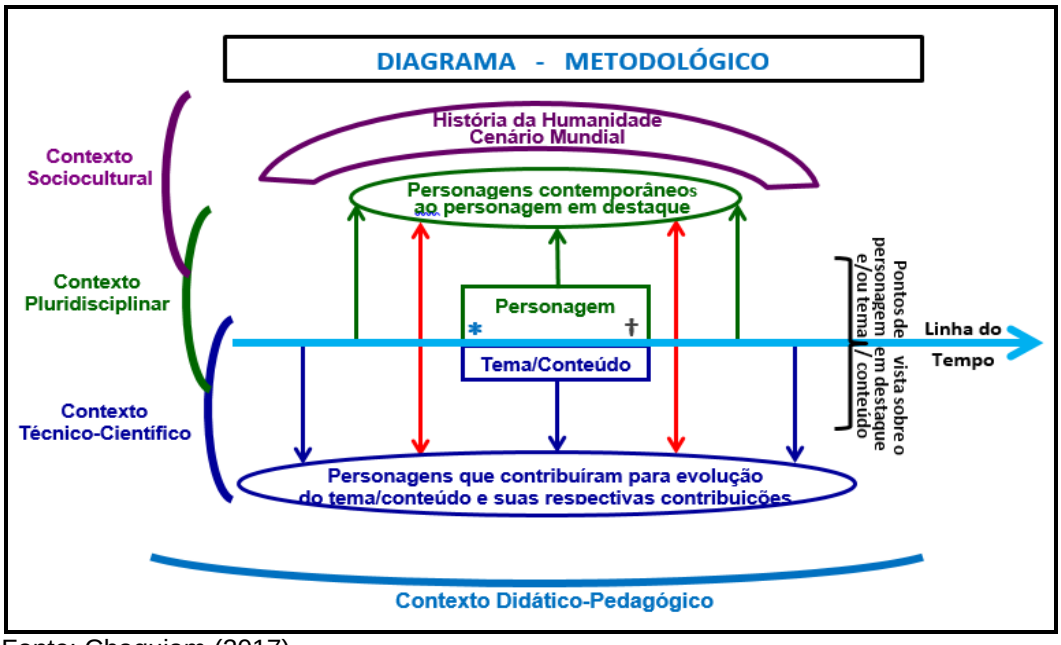
Apesar do uso da História da Matemática no ensino ser recomendado pelos documentos oficiais, não há uma orientação de como a narrar em sala de aula, isto é, não existem indicações de como e os tipos de texto para apresentá-la em sala de aula. No entanto, esta pode ser observada nos mais diversos meios, seja ele impresso ou audiovisual, embora existam poucos materiais disponíveis para uso em sala de aula.

Nesse cenário, a utilização do Diagrama-metodológico de Chaquiam (2017) se faz necessário para subsidiar a elaboração de textos que envolvam história e conteúdos da Matemática para uso em sala de aula.

DIAGRAMA-METODOLÓGICO DE CHAQUIAM (2017)

As dificuldades de ensinar História da Matemática nos cursos de Licenciatura em Matemática e de como utilizá-la na educação básica foram algumas das motivações iniciais para a elaboração do diagrama-metodológico de Chaquiam (2017). O autor supracitado, com o objetivo de subsidiar caminhos para a construção de uma História da Matemática tendo em vista a sua utilização como recurso didático em sala de aula durante o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos, apresentou o primeiro modelo do diagrama-metodológico no XI Encontro Nacional de Educação Matemática de 2013 na participação da mesa Propostas práticas de uso didático da História da Matemática na Educação Básica. Nela, o autor propõe o ensino de conteúdos matemáticos e de História da Matemática a partir da elaboração de um texto apoiado no diagrama-metodológico, o qual tem como base a escolha de um conteúdo/tema e a eleição de um personagem matemático associado ao mesmo.

FIGURA 31: MODELO DO DIAGRAMA-METODOLÓGICO



Fonte: Chaquiam (2017).

A figura 1 apresenta em sua estrutura vários elementos que compõem o diagrama-metodológico e que servirão de base para a composição do texto didático-pedagógico. Estes componentes devem obedecer uma ordem de prioridade no momento da pesquisa, a qual inicia-se com a seleção de um tema/conteúdo matemático, segue-se com a composição da evolução do tema/conteúdo e a identificação dos personagens responsáveis pela desenvolvimento do mesmo, a eleição de um personagem para dar destaque no texto e a identificação de seus contemporâneos, bem como realizar um recorte histórico da história da humanidade para descrever o cenário mundial e, por fim, identificar historiadores/pesquisadores que emitiram pontos de vistas sobre o personagem destacado ou tema/conteúdo. (CHAQUIAM, 2017)

Para a elaboração do texto, apesar de existirem diversas possibilidades de composição de um, Chaquiam (2017) orienta que o mesmo seja desenvolvido a partir da história da humanidade/cenário mundial; seguir pela apresentação dos personagens contemporâneos ao principal; abordar o personagem, sem considerar ainda as suas contribuições para o tema/conteúdo; perpassar pela evolução do tema/conteúdo e os respectivos personagens que contribuíram para a evolução do mesmo e, por fim; apresentar os pontos de vista atuais de historiadores/pesquisadores sobre o tema/conteúdo ou personagem principal.

Esta ordem pode proporcionar uma visão geral que se inicia dentro de um contexto sociocultural, conforme mostra a figura 1, atravessa por um contexto pluridisciplinar e repousa dentro de um contexto técnico-científico, com localização em tempo e espaço do personagem principal e evolução do conteúdo matemático. (CHAQUIAM, 2017)

O autor ressalta ainda que deve-se tomar cuidado com o excessivo uso de linguagem técnica ao invés de um discurso didático pedagógico, uma vez que o texto não é especializado matematicamente e, sim, um texto no qual deve prevalecer o discurso

> Numa linguagem simples e clara, rico em formas de apresentação, para a comunicação do conhecimento posto, disponível e reproduzido, observado o formalismo e o rigor matemático para esclarecer terminologias, o uso correto das nomenclaturas e impedir a ocorrência de eventuais induções ao erro ou equívocos conceituais e históricos. (CHAQUIAM, 2017, p. 28)

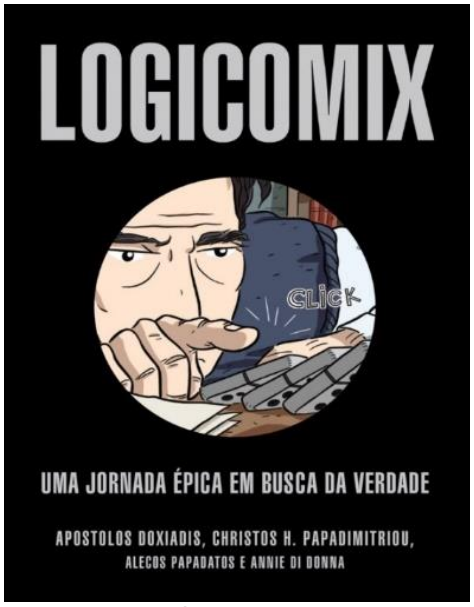
Estes apontamentos do autor destinam-se para evitar que os objetivos do diagrama-metodológico não desvirtuem da finalidade a qual se propõe.

LOGICOMIX: UMA ANÁLISE A PARTIR DO DIAGRAMA-METODOLÓGICO

O livro *LOGICOMIX*: uma jornada épica em busca da verdade, de Apostolos Doxiadis e Christos H. Papadimitriou é uma História em Quadrinhos e pode ser destacado como um bom exemplo de história em quadrinho paradidática, isto é, uma narrativa que consiste em livros de literatura, biografia de personagens históricos e textos diversos dos currículos escolares quadrinizados ou ilustrados (LOVETRO, 2011, p. 16). Nesta obra encontra-se uma história da vida de Bertrand Russell e os caminhos pelos quais ele cruzou em sua jornada para estabelecer os fundamentos lógicos de todos os princípios matemáticos. Durante a busca, Russell encontrou com pensadores históricos, como Gottlob Frege, David Hilbert, Kurt Gödel e Ludwig Wittgenstein.

O livro é ao mesmo tempo uma História em Quadrinhos e uma introdução simples a algumas das mais brilhantes ideias do campo da Matemática e da Filosofia moderna. Com o trabalho de caracterização sofisticado e ilustrações expressivas e sugestivas, ele transforma a busca dessas ideias em uma narrativa cativante.

FIGURA 2: CAPA DO LIVRO LOGICOMIX



Fonte: Acervo dos autores

Após uma análise mais detalhada de sua estrutura narrativa, notou-se que o mesmo foi construído aos moldes do diagrama-metodológico de Chaquiam (2017). Com a leitura, percebeu-se uma preocupação em detalhar o contexto sociocultural daquela época expondo, a partir dos recursos temporais dos Quadrinhos, o cenário mundial e os acontecimentos históricos que ocorreram no período em que viveu o personagem principal, conforme observado na figura 3.

FIGURA 3: CENÁRIO PÓS I GUERRA MUNDIAL.



Fonte: Acervo dos autores.

Com os recursos visuais dos quadrinhos, podemos determinar que a história, na figura 3, ocorreu em um período de guerra a partir da visualização da vestimenta de um dos personagens da narrativa e da destruição que assola toda a paisagem. Com o decorrer da leitura podemos determinar com mais detalhes que esta guerra refere-se à primeira grande guerra mundial.

Ainda durante a narrativa foram expostos os diferentes personagens que fizeram parte da evolução dos fundamentos lógicos da matemática, como percebido no diálogo entre Bertrand Russell e Ludwig Wittgenstein na figura 4.

FIGURA 4: DIÁLOGO ENTRE BERTRAND RUSSEL E LUDWIG WITTGENSTEIN



Fonte: Acervo dos autores.

Além disso, durante a narrativa também foram apresentados os pontos de vista de historiadores/pesquisadores sobre os fundamentos lógicos da matemática e de Bertrand Russel. No caso desta narrativa, os pesquisadores/historiadores são os autores do livro, que tomaram vida dentro da HQ e discutiam paralelamente à história principal os pensamentos e teorias de Russell, segundo mostra a figura 5.

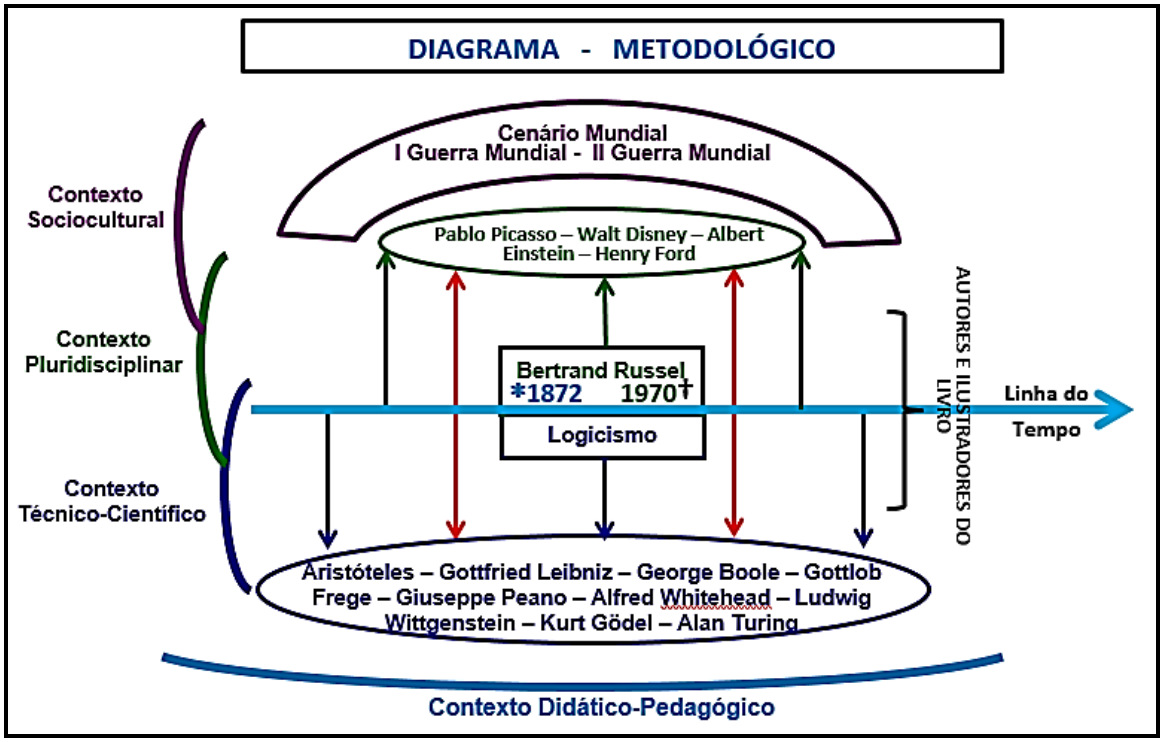
FIGURA 5: AUTORES DO LIVRO QUADRINIZADOS



Fonte: Acervo dos autores.

Percebemos nesta HQ uma preocupação com o discurso didático-pedagógico abordado por Chaquiam (2017), uma vez que traz de maneira simples e clara os pensamentos de uma das maiores correntes filosóficas da Matemática. Notamos ainda uma relação da forma como foi construída a narrativa e o diagrama-metodológico de Chaquiam (2017), no qual podemos representá-la integralmente no diagrama, conforme a figura 6.

FIGURA 6: DIAGRAMA-METODOLÓGICO SOBRE O LIVRO *LOGICOMIX*



Fonte: Adaptado de Chaquiam (2017).

Assim, a partir desta relação observada da História em Quadrinhos LOGICOMIX com o diagrama-metodológico de Chaquiam (2017), percebemos uma possibilidade de narrar uma História da Matemática, produzida a partir do diagrama, em uma História em Quadrinhos.

Ressalta-se que, embora tenha integrado personagens da vida real, a obra LOGICOMIX não é um livro de história da matemática. Em muitos trechos da narrativa ocorreram desvios intencionais dos fatos para empregar na história mais coerência e profundidade, como a invenção de encontros para os quais não há nenhuma

comprovação histórica de que tenham ocorrido e, até mesmo, quando há provas de que estes encontros não aconteceram. Entretanto, esses encontros imaginários foram pensados a partir da interação intelectual que houve de fato na época por meio de correspondências ou publicações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mostramos neste trabalho um pouco da estrutura que é composto o gênero Quadrinhos, o qual é formado de elementos que conferem sentido e coerência à narrativa. Caracterizamos com mais detalhes o Tempo, que é um elemento fundamental da linguagem dos Quadrinhos, o qual fornece as indicações do ritmo da leitura, bem como os aspectos temporais e históricos sob os quais ocorre a narrativa.

Ressaltamos como a História em Quadrinhos pode ser vista como um artefato cultural e, assim, ser estudada como uma fonte histórica dentro da sala de aula. Após, realizamos uma breve discussão sobre o utilização da História da Matemática nas aulas de Matemática, e percebemos que a mesma pode trazer benefícios no sentido de incentivar o estudo de matemática, além de criar um contexto significativo para a aprendizagem de conceitos.

Observou-se um número reduzido de obras, em particular HQ, que envolvem histórias direcionadas para uso em sala de aula como recurso didático, principalmente envolvendo conteúdos matemáticos, que pode ser decorrente do pouco interesse dos escritores e historiadores, principalmente dos professores e historiadores matemáticos, muito provavelmente por ser considerada uma literatura de nível inferior ou por falta de conhecimentos para produção de materiais nessa categoria ou por baixa demanda de mercado.

Apresentamos como possibilidade um diagrama-metodológico que pode servir de subsídio para a produção de textos referentes à história da matemática, e mostramos suas possibilidades de narrar uma história da matemática em quadrinhos a partir da análise do livro LOGICOMIX.

Percebeu-se com a análise uma possibilidade de narrar a História da Matemática em Quadrinhos, uma vez que a estrutura do livro LOGICOMIX segue algumas das orientações estabelecidas pelo diagrama-metodológico para ser escrito um texto. Apesar das dificuldades de se escrever uma História em Quadrinhos, entende-se que fazer uso delas pode ser um importante recurso didático no ensino, uma vez que estas são obras de fácil leitura para qualquer pessoa, além de serem os textos preferidos de jovens e crianças, onde se concentra boa parte dos problemas de ensino e aprendizagem da Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio:** ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018.

CAGNIN, A. L. **Os quadrinhos:** um estudo abrangente da arte sequencial: linguagem e semiótica. 2014. São Paulo: Criativo, 2014. 288p.

CHAQUIAM, M. **Ensaios Temáticos:** história e matemática em sala de aula. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017. 241 p.

CHINEN, N. **Aprenda e faça arte sequencial**: linguagem HQ: conceitos básicos. São Paulo: Criativo, 2011.

LIMA, D. M. X. **Histórias em quadrinhos e ensino de história.** Revista História Hoje, v. 6, n. 11, p. 147-171, 2017.

LOGICOMIX: uma jornada épica em busca da verdade, São Paulo: WMF Martins Fontes, 2010.

RAMOS, P. E. **Tiras cômicas e piadas**: duas leituras, um efeito de humor. 2007. 431 f. Tese (Doutorado em Filologia e Língua Portuguesa) – Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

OS ELEMENTOS DE EUCLIDES
muito se fala, pouco se sabe

Ellen Cristina Carvalho Rodrigues [352]
Renan Marcelo da Costa Dias [353]
Marcos Fabrício Ferreira Pereira [354]

RESUMO

Os Elementos de Euclides se tornaram ao longo do tempo uma das obras mais conhecidas e que mais chamou atenção dos matemáticos desde o tempo de Alexandria. Ainda hoje, é possível perceber diversas discussões acerca dessas obras, fala-se da sua importância, contribuição ao estudo de geometria e principalmente na grandiosidade dessa produção, no entanto, no que se baseia *Os Elementos*? Trata-se do que? Por que é tão importante? Perguntas como estas nos levaram a refletir se realmente sabemos sobre *Os Elementos* ou somente reproduzimos o que se fala? Nesse sentido, adotou-se como objetivo apresentar, de forma coerente e completa, a obra *Os Elementos* de Euclides, a fim de fazer um paralelo entre o que geralmente é discutido sobre o conteúdo desse livro o que realmente ele carrega em sua essência. Para tal, buscamos suporte teórico nos estudos de Mendes (2012), que trata sobre a importância da pesquisa de documentos deixados por personagens históricos de Matemática, e ainda no trabalho de Gillispie (2007) que discorre sobre a vida e as obras de Euclides. Para realizar a comparação supracitada, utilizamos a tradução de *Os Elementos* feita pelo professor Irineu Bicudo, em 2009. A pesquisa nos possibilitou verificar que apenas é tratado da importância e desenrolar de *Os Elementos*, mas pouco se sabe sobre o que realmente esses livros carregam em sua essência. Desse modo compreendemos que estudos dessa natureza contribuem para a reflexão sobre se estamos realmente nos debruçando sobre as histórias dos matemáticos e suas obras ou apenas reproduzindo falas e percepções de outros autores.

Palavras-chave: História da Matemática. Geometria Euclidiana. *Os Elementos* de Euclides

[352] Universidade do Estado do Pará. ellencarvalho@uepa.br
[353] Universidade do Estado do Pará. renanmarcelo1998@gmail.com
[354] Universidade do Estado do Pará. marcosfabriciofp@gmail.com

INTRODUÇÃO

O estudo sobre matemáticos ou personagens cuja contribuição ao campo da Matemática possibilitou avanços significativos a esta, tem sido alvo de diversas pesquisas no campo da história e educação matemática, uma vez que permite uma maior compreensão da construção desta ciência.

Para Mendes (2012), pesquisar personagens que contribuíram para a matemática faz parte de um processo de compreensão de geração, armazenamento e validação de informação, com isso, a reorganização dos acontecimentos históricos e os diversos fatores sociais da época ajudam a assimilar esse processo. Ainda pelo autor, a partir da interpretação do tempo, da realidade social e com o andamento dessa reorganização é possível dar significado aos conceitos, e assim gerar ideias, características e validar o mesmo na tentativa de aproximar o historiador cada vez mais da verdade histórica procurada.

Desse modo, analisar documentos, publicações, falas e reflexões desses personagens como princípios de validação dos estudos se constitui em uma diretriz norteadora de pesquisas dessa natureza, pois a partir da realização dessas pesquisas que envolvem a história da Matemática em suas dimensões epistemológicas, sociais e educativas é possível refletir sobre a Matemática atual (MENDES, 2012).

Neste sentido, Euclides destaca-se pela autoria de *Os Elementos* e a importância dessa obra deve-se ao fato de relacionar-se a aritmética, álgebra e geometria do mundo grego, sendo pioneira na sistematização de teoremas e conhecimentos geométricos que eram conhecidos, além das demonstrações de outros sob um encadeamento lógico e coerente.

A grandiosidade dessa produção perpassa pelo método axiomático, visto que nesta parte-se de noções elementares como ponto, reta e círculo e de apenas cinco postulados, visando a construção de todo o conhecimento de geometria euclidiana que se sabe até hoje.

Embora *Os Elementos* sejam notabilizados mundialmente e por todos esses anos terem sido citados ou objeto de pesquisa de diversos trabalhos, o que se percebe é uma discussão superficial e limitada acerca da obra de Euclides, ou seja, muito se

fala de *Os Elementos*, surgimento, proposições, refutações por outros matemáticos, possíveis consequências etc, entretanto, de um modo geral, não é apresentada em sua totalidade.

Nesse sentido, este trabalho visa apresentar, de forma coesa e com mais completude, *Os Elementos*, a fim de fazer um paralelo entre o que geralmente se sabe sobre os conteúdos desses livros e o que realmente eles carregam em sua essência, ressaltando seus principais aspectos e detalhando seus conteúdos, para assim refletirmos a respeito da importância de examinar, compreender os fatos e contextos na história da Matemática.

VIDA E OBRAS DE EUCLIDES

Esta seção é dedicada a apresentação dos traços biográficos de Euclides, bem como, sua produção científica no campo da Matemática, principalmente, no estudo da geometria. As informações apresentadas são oriundas do livro 'Dicionário das Biografias Científicas', traduzido por Carlos Almeida Pereira em 2007.

Tratar sobre Euclides é trabalhar com informações desconhecidas ou suposições. Não se tem conhecimento do ano de seu nascimento e origem, e o ano de sua morte e local é incerto, talvez em Alexandria no ano de 270 a. C. Apenas dois fatos de sua vida são conhecidos, o primeiro é que ele é intermediário entre os discípulos de Platão (morto em 347 a.C.) e Arquimedes (nascido por volta de 287 a. C.), e o outro é que ele começou a ensinar na academia de Alexandria em 320 a. C.

Alguns autores apontam que talvez Euclides tenha estudado na academia de Platão, visto que a Matemática recebeu imenso ímpeto a partir do estímulo deste; e que lá teve contato com os trabalhos de Teeteto e Eudoxo, que eram discípulos de Platão, o que possibilitou a escrita de *Os Elementos*, uma vez que foi Euclides o responsável por ordenar muitos dos teoremas de Eudoxo e por aperfeiçoar os teoremas de Teeteto neste.

Embora sua fama seja pela autoria de *Os Elementos* que escreveu em 13 livros, ainda hoje estes livros possuem influência sobre a mente humana, a ponto ser conhecido na antiguidade como 'O autor dos *Elementos*' e as vezes 'O Geômetra'.

Euclides também produziu outros trabalhos dentro e fora da geometria, cujos não possuem ano de autoria e alguns se perderam na história, restando apenas citações em outros trabalhos. No Quadro 1 é possível identificar algumas dessas obras e seus conteúdos.

QUADRO 1: OBRA DE EUCLIDES

OBRAS	INFORMAÇÕES
Os dados	Esta é a única obra que sobreviveu em grego e nela estão contidas 94 proposições, que tem por objetivo demonstrar que se determinados elementos de uma figura são dados, outros elementos também são dados de maneira implícita.
Sobre as divisões de figura	Esta obra não sobreviveu, mas os 36 enunciados e 4 das proposições foram preservadas em uma tradução para o árabe. As figuras divididas nessa obra são o triângulo, o paralelogramo, o trapézio, o quadrilátero, uma figura limitada por arco de um círculo e duas linhas, e um círculo
Porismas	Euclides escreveu essa obra em três livros, contendo 171 teoremas e 38 lemas, mas essa também não sobreviveu. Um Porismas é definido como algo proposto visando à descoberta e Euclides estabeleceu 29 tipos de Porismas.
Cônicas	Euclides escreveu quatro livros sobre cônicas, mas essas também se perderam no tempo restando apenas citações. Nessa obra Euclides compartilhou a visão grega antiga de que as seções cônicas eram geradas pela seção de um cone em diferentes ângulos, denominando-as de maneira própria que não parábola, elipse e hipérbole.
Loci de superfície	Euclides escreveu essa obra em dois volumes, no entanto ela também não sobreviveu e seu conteúdo é conjecturado a partir de observações feitas por outros estudiosos. Loci é definido como a posição de uma linha ou superfície que tenha um única e a mesma propriedade.
Astronomia: Phaenomena	Este livro sobreviveu em duas recensões e consiste em um prefácio e 16 proposições, sendo que no prefácio o livra dá razões para acreditar que o universo é uma esfera e as proposições estipulam a geometria da rotação da esfera celeste, e ainda provam que as estrelas aparecem e desaparecem em determinadas horas.
Óptica	Esta obra e é a primeira obra grega sobre esse assunto e foi a única até os escritos de Ptolomeu. Nela se encontram 58 proposições, e ainda afirma por exemplo, na tradição platônica, que a visão é causada por raios emanados do olho ao objeto, ou seja, que os raios são retos.

Fonte: Elaborado pelos autores (2018)

Diante dessas obras podemos observar que Euclides também contribuiu à Matemática por meio de outras produções, no entanto, a mais famosa é *Os Elementos*, dividido em treze volumes e que trata a partir de noções elementares de ponto, reta e círculo, em um encadeamento lógico, toda a geometria euclidiana que nos conhecemos. Na seção seguinte, abordamos sobre o que se tem conhecimento dessa obra por outros trabalhos.

TRABALHOS SOBRE *OS ELEMENTOS*

Diversos pensadores como Pappus, Harão, Proclo e Simplício foram responsáveis por comentários que nos deram informações valiosas sobre *Os Elementos* durante a antiguidade, entretanto grande parte dessas obras comentadas se perdeu no tempo.

O primeiro difusor grego e autor do principal comentário da obra foi Proclo que teceu um corpo de comentários consideráveis sobre *Os Elementos*, com base nos comentários de Heron e Pappus (Alexandria), Porfirio, Simplício e outros, mas foi a ementa e edição de Teon de Alexandria que possibilitou o texto para todas as edições da obra até o século XIX (GILLISPIE, 2007).

Segundo Gillispie (2007), a partir do relato de do Árabe Muhammad ibn Ishaq ibn Abi Yaqub al-Nadin, que viveu no século X, a obra de Euclides foi traduzida primeiramente no Árabe duas vezes por Al-Hajjaj ibn Yusuf ibn Matar, a primeira tradução com autoria de Harunian e a segundo por autoria de Mamunian e desde então passou por diversas edições nesta língua.

Na fase Greco-latina Cicero aparece como pioneiro na tradução da obra para o latim. Não se sabe ao certo quantas traduções da obra foram feitas na antiguidade, mas vale que ressaltar a segunda evidencia de tradução de Euclides foi encontrada em Verona e agora, por ter sido tratada com produtos químicos encontra-se impossível de decifra-la.

Muitos pesquisadores ainda questionam e comentam sobre *Os Elementos* de Euclides, visando explicitar melhor o conteúdo nele abordado e fazendo algumas observações e comentários sobre essa obra. Como forma de estudar o que sabemos de Euclides e sua obra destacamos três livros, sejam eles: Lendo Euclides: a matemática e a geometria sob um olhar renovador (2008), Euclides e seus rivais modernos (2014) e A janela de Euclides (2005). A seguir apresentamos com um maior detalhamento esses livros.

No livro Lendo Euclides, de Beppo Levi, datado do ano de 2008, o autor faz em sua introdução um apanhado geral sobre a vida de Euclides, prefaciado por Mario Bunge, e no primeiro capítulo intitulado ‘Euclides dois mil anos depois’ o autor trata da

história do matemático Euclides a fim de deixar claro o real objetivo de sua produção, além disso Bunge afirma que o livro dará ao leitor uma visão moderna de Euclides e seus pensamentos.

No prólogo, Levi deixa claro que pretende discorrer sobre a cronologia critica desta obra, tratando a história de *Os Elementos* pela antiguidade do documento que constitui a composição cientifica mais antiga da história da matemática. Por fim, Levi faz dois questionamentos: *Os Elementos* de Euclides é um texto redigido por um professor que por sorte se tornou útil a seus alunos e a outras gerações de alunos posteriormente? Ou será que o filosofo matemático por fé na capacidade de raciocínio do homem construiu tal monumento para tornar-se espelho da invenção abstrata?

Na tentativa de entender o pensamento grego antes de Euclides, o capítulo 'A geometria e o pensamento socrático' apresenta a geometria grega com a teoria embasada na filosofia, literatura e na lógica. E no capítulo seguinte o autor faz cinco subcapítulos que estão organizados da seguinte forma: I. Definições, postulados, noções comuns. A teoria da Igualdade; II. A soma dos ângulos de um triângulo e o postulado V; III. A álgebra geométrica e a teoria das proporções; IV. O método de exaustão e V. Os livros aritméticos.

Nesses subcapítulos o autor apresenta tópicos dos elementos e faz comentários sobre os pensamentos de Euclides e sua maneira axiomática de organizar tais pensamentos, mostrando este matemático para o leitor com um olhar mais generoso e tentando explicar os postulados, no entanto, o livro trata superficialmente dos conceitos matemáticos sem aprofundamento, trata-se de uma releitura de alguns pontos da obra destacando comentários e alguns postulados da geometria.

O livro Euclides e seus rivais modernos, de Lewis Carrol, datado de 1879, foi traduzido por Rafael Montoio em 2014. Esse livro aborda a geometria contida em *Os Elementos* destacando as contestações surgidas no meio matemático e nas escolas no século XIX, essas contestações partiam do surgimento de novos livros que propunham substituir essa geometria (CARROL, 2014).

Elaborado como uma peça de teatro e dividido em atos e cenas, o livro relata pontos dessa geometria, trazendo um professor chamado Minos, que cansado do trabalho em sonho recebe a visita do fantasma de Euclides e juntos analisam os

manuais produzidos recentemente por outros pesquisadores a fim de avaliar se tais obras tratam de uma geometria mais adequada que a de *Os Elementos*, estes pesquisadores nas cenas são chamados de rivais.

Euclides e Minos analisam e comentam as obras dos rivais, sendo eles, Legendre, Cooley, Cuthbertson, Henrici, Wilson, Pierce, Willock, Chauvenet, Loomis, Morell, Reynolds, Wright, o Programa da Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria (AIGT) e o Programa-Manual de Wilson.

Destacando apenas alguns dos comentários dessa análise, a obra de Legendre é dita refinada demais para atender as necessidades de um iniciante no assunto, o livro é voltado e mais adequado para alunos avançados. Cooley é questionado por apresentar uma 'lógica vazia', o método das transversais, por exemplo, Cooley enuncia que 'retas são ditas paralelas quando são igualmente inclinadas com relação à mesma reta, ou quando fazem do mesmo lado, ângulos iguais' (CARROLL, 2014, p. 120).

Esse enunciado não tem comprovação, enquanto Euclides enuncia de forma contrária 'caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos alternos iguais entre si, as retas serão paralelas entre si'. Henrice possui um livro desorganizado, com grande parte dos axiomas e teoremas sem numeração, o que gera grande dificuldade de encontrar o que se deseja e possivelmente confundiria o aluno do que ele precisaria conhecer. Todos os livros dos outros rivais são estudados por Minos e o fantasma de Euclides, entretanto, por respeito a limitação de páginas no tratamos destes.

Com isso, é possível que o leitor alcance os caminhos do pensamento matemático da época, principalmente quanto aos modos como esses autores propunham sua sistematização para a Geometria. E por trás de tanto conhecimento, pela análise de Minos e Euclides, ainda se faz importante conhecer a geometria euclidiana, uma vez que as geometrias propostas e analisadas nos livros dos rivais não estão adequadas para o ensino deste conteúdo partindo de um aluno iniciante.

O livro A Janela de Euclides, de Leonard Mlodinow, publicado em 2015, diferente dos outros livros apresentados, contém uma leitura mais leve e dinâmica, visto que Mlodinow deixa claro sua fascinação pela geometria e afirma que a geometria está em tudo o que vivemos, assim, camufla os conceitos matemáticos e grandes

conhecimentos em um roteiro que se torna atraente ao leitor a cada página sem se transformar em textos inconsistentes.

O livro é organizado em cinco capítulos, cada um deles é destinado à história de um matemático, contendo subtítulos com narrativas de seus feitos e contribuições matemáticas. Relata ainda sobre como chegaram ao valor do π, por exemplo, e sobre o surgimento do nome 'hipotenusa'.

Se tratando de Euclides o autor destaca que o matemático não teve grandes descobertas, mas que sua forma lógica de organizar as descobertas o fez se destacar e ser um dos matemáticos mais importantes para a história desta ciência. O texto relata a possível biografia de Euclides destacando suas feitorias no campo das cônicas e curvas mas destacando como obra principal *Os Elementos*.

Em relação aos *Elementos*, o autor acredita que os quatro primeiros livros foram escritos por outros pensadores e Euclides por sua organização axiomática recebeu os créditos. Trata-se dos comentários que a obra somou por muitos anos e de sua fundamental importância para a matemática, vale ressaltar que o autor evidencia conceitos que os considera vagos e inúteis, entretanto afirma que sem esse norte talvez demorasse milhões de anos para que evoluíssemos tais conceitos.

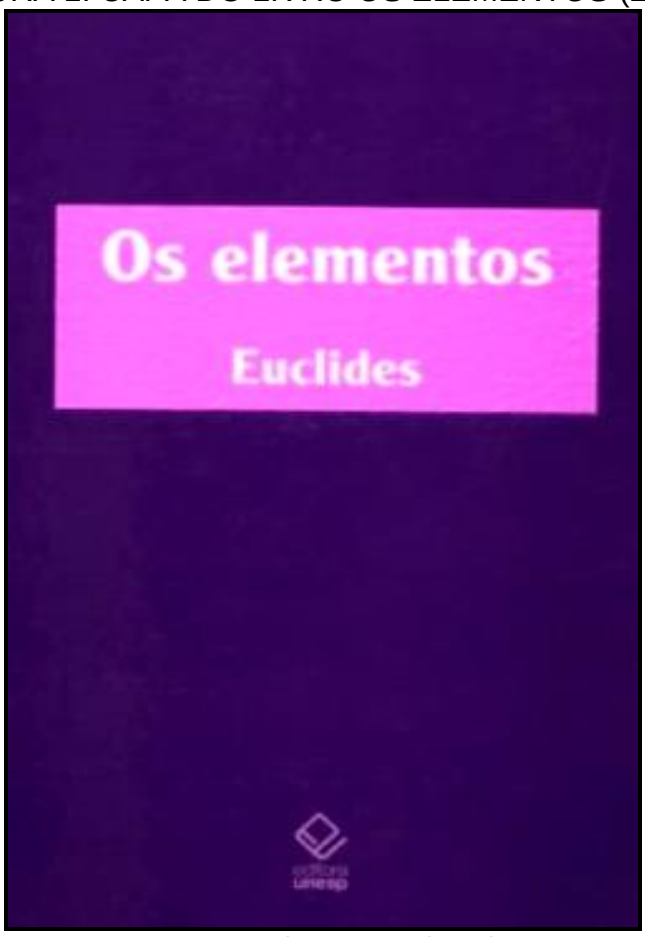
De fato, o livro traz a história e as grandes contribuições de matemáticos importantíssimos para esta ciência, partindo das descobertas de Euclides á teoria das cordas e do Hiperespaço, discorrendo de maneira sucessiva as descobertas e o que elas refletiam para a humanidade. Porém, ainda que um assunto atual e muito pesquisado, os livros também nos fazem perceber que é pouco o conhecimento sobre a vida de Euclides e suas contribuições em sua obra, os pesquisadores acrescentam comentários, criticam, mas não conseguem formular de forma mais consistente a essência de *Os Elementos* e sua geometria ali contida, fazendo-nos refletir sobre o que temos hoje de concreto e que foi construído na antiguidade por tais matemáticos.

Nesse sentido, na seção a seguir abordamos de forma completa toda a obra de *Os Elementos* de Euclides, a fim de fazer um paralelo entre os conhecimentos que temos dessa obra os que ela possui em sua totalidade.

OS ELEMENTOS DE EUCLIDES

A primeira tradução de *Os Elementos* para o português foi realizada pelo professor Irineu Bicudo da Universidade Estadual de São Paulo (UNESP) em 2009. Da mesma forma que na da obra original, o trabalho é dividido em treze livros, sendo os seis primeiros sobre geometria plana, o sétimo, oitavo e nono com viés aritmético, o décimo sobre grandezas irracionais e os três últimos são dedicados á geometria dos sólidos. Na figura 1 podemos observar a capa da tradução de *Os Elementos*.

FIGURA 1: CAPA DO LIVRO *OS ELEMENTOS* (2008)



Fonte: Google Imagens (2018)

No livro I, Euclides inicia com 23 definições sobre ponto, reta, superfície, ângulos e figuras, depois são apresentados 5 postulados que fundamentam toda a obra de *Os Elementos*.

> 1. Fique postulado traçar uma reta a partir de todo ponto até todo ponto;
> 2. Também prolongar uma reta limitada, continuamente, sobre uma reta;
> 3. E, com todo centro e distância, descrever um círculo;
> 4. E, serem iguais entre si todos os ângulos retos;
>
> 5. E, caso uma reta, caindo sobre duas resta, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontram-se no lado no qual estão os menores que dois retos (BICUDO, 2009, p. 98).

Segundo Gillispie (2007), a importância desses postulados é que Euclides supõe a existência de pontos, retas e círculos como sendo os elementos básicos de sua geometria, para assim demonstrar a existência de todas as outras figuras que define. Posteriormente, Euclides demonstra 48 proposições sobre retas, ângulos, triângulos e quadriláteros, entre as quais, a demonstração do teorema de Pitágoras por meio de proposições anteriores.

No que se refere ao livro II, constam 2 definições e 14 proposições basicamente voltadas aos quadrados e retângulos, o qual finaliza com a solicitação da construção de um quadrado igual a retilínea dada. Em consonância com Gillispie (2007), O livro II desenvolve a transformação de áreas apresentadas nas proposições 44 e 45 do livro I, além disso, as proposições 5, 6, 11 e 14 são equivalentes a resolver as seguintes equações respectivamente:

$$ax - x^2 = b^2,\ ax + x^2 = b^2,\ x^2 + ax = a^2 \text{ e } x^2 = ab.$$

As proposições 9 e 10 são o mesmo que encontrar pares sucessivos de números inteiros que satisfaçam a equação $2x^2 - y^2 = \pm 1$. As proposições 12 e 13 são equivalentes a demonstração de que em qualquer triângulo com lados a, b e c, e ângulo A aposto a a, tem-se $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc\,cosA$, que nada mais é que uma generalização do teorema de Pitágoras contido no livro I.

O Livro III é iniciado com 11 definições e contém 37 demonstrações sobre círculos e adjacências; O livro IV possui 7 definições e 16 demonstrações baseadas totalmente em problemas sobre círculos, no que diz respeito a inscrição ou circunscrição de figuras retilíneas.

Em relação a última proposição do livro IV (Inscrever, no círculo dado, um pentágono equilátero e também equiângulo), segundo Gillispie (2007), esta é uma das proposições que foi descoberta por Euclides no intuito de utilizá-la em astronomia, uma vez que quando escrevemos a figura com ângulo de 15º no círculo que passa pelos polos, temos a distância dos polos tanto ao equador quanto ao zodíaco, já que a distância de um ao outro é igual ao lado da figura com ângulo de 15º, ou seja, a obliquidade da eclíptica era tida como a 24º. Essa ideia prevaleceu até Eratóstenes.

No livro V, Euclides apresenta 18 definições e 25 proposições sobre a teoria geral das proporções, descoberta pelos pitagóricos, mas que se aplicou somente a grandezas comensuráveis. Este livro é o mais aclamado pela comunidade matemática entre toda a obra de *Os Elementos* devido as suas definições iniciais, como, por exemplo, a definição de razão dita como a relação de certo tipo concernente ao tamanho de duas magnitudes de mesmo gênero, que demonstra que uma razão é fácil reconhecida, mas difícil de defini-la (GILLISPIE, 2007).

No entanto, a grande fascinação dos matemáticos foi pela quinta definição do livro V:

> Magnitudes são ditas estar na mesma razão, uma primeira para uma segunda e uma terceira para uma quarta, quando os mesmos múltiplos da primeira e a terceira ou, ao mesmo tempo, excedem ou, ao mesmo tempo, sejam iguais ou, ao mesmo tempo, sejam inferiores aos mesmos múltiplos da segunda e da quarta, relativamente a qualquer tipo que seja de multiplicação, cada um de cada um, tendo sido tomados correspondentes (BICUDO, 2009, p. 205)

Pois, até o presente momento, essa definição era aplicada somente a grandezas comensuráveis, mas podemos observar que a definição dada por Euclides evita mencionar partes de uma grandeza, e assim, aplica-se de maneira análoga à grandezas incomensuráveis.

O livro VI possui 5 definições e 33 proposições sobre a teoria geral das proporções, estabelecida no livro V para estudar figuras semelhantes. Segundo Gillispie (2007), a primeira e a última proposição desse livro demonstram a importância da quinta definição do livro V, pois, pelo método do equimúltiplos, fica provada na proposição 1 que triângulos e paralelogramos que têm a mesma altura estão um para o outro na mesma proporção de suas bases.

Além disso, ainda de acordo com Gillispie (2007), as proposições 25, 27, 28, 29 são necessárias para Euclides para seu estudo de irracionais no livro X, mas a importância maior dessas proposições na história da Matemática advém do fato de que elas constituem a base da teoria das seções cônicas conforme desenvolvida por Apolônio.

Conforme falado anteriormente, os livros VII, VIII e IX são aritméticos e, embora a transição do livro VI para o VII pareça sem sentido, Euclides dá uma estrutura lógico a esse 'desvio', pois a teoria das proporções desenvolvida no livro V, é aplicada às figuras geométricas no livro VI, e no livro VII por sua vez é aplicada aos números.

No livro VII, Euclides apresenta 23 definições e 39 proposições voltadas a antiga teoria das proporções pitagórica, aplicável somente a grandezas comensuráveis; entretanto com algumas diferenças, por exemplo, a substituição da mônada pitagórica pela reta racional, embora os produtos continuem sendo tratados como retas e não como quadrados e triângulos. Há nesse livro também um grupo de proposições sobre números primos (22-32) e sobre mínimos múltiplos comum (33-39).

O livro VIII, é uma continuação do livro anterior e contém mais 27 proposições sobre proporção contínua, isto é, em progressão geométrica. O livro IX possui 36 proposições, dentre as quais o teorema fundamental da teoria dos números na proposição 14 'Caso um número seja o menor medido por números primos, será medido por nenhum outro número primo além dos que medem no princípio', o que conhecemos como 'um número pode ser decomposto em fatores primos somente de uma forma' (GILLISPIE, 2007)

Após esse compêndio aritmético, Euclides retorna a sua verdadeira paixão no livro X, que por sua vez é dividido em duas partes. Na primeira contém 4 definições e 47 proposições e na segunda contendo mais 6 definições e 68 proposições todas sobre grandezas irracionais.

Gillispie (2007), afirma que ao nos determos a proposição inicial do livro:

> Sendo expostas duas magnitudes desiguais, caso da maior seja subtraída uma maior do que a metade e, da que é deixada, uma maior do que a metade, e isso aconteça sempre, alguma magnitude será

> deixada, a qual será menor do que a menor magnitude exposta (BICUDO, 2009, p. 354).

Podemos observar que ela é a base do ‘método da exaustão’, que é usado por Euclides no livro XII, entretanto, ela ficou conhecida como ‘axioma de Arquimedes’ devido ao seu uso tanto diretamente quanto de forma equivalente, para calcular áreas e volumes. Além disso, Euclides usa dessa proposição para testar a incomensurabilidade e a proposição posterior. O grande feito desse livro é que ele possibilitou uma classificação das retas irracionais.

Os três livros finais são dedicados a geometria dos sólidos. O livro XI contém 28 definições e 39 proposições voltadas principalmente aos paralelepípedos, o livro XII possui 18 proposições nas quais são aplicados o método da exaustão, ou seja, a inscrição de figuras sucessivas no corpo a ser avaliado, no intuito de provar que círculos estão em relação entre si, tal como os quadrados de seus diâmetros, como as pirâmides de mesma altura com bases triangulares estão em proporção com suas bases, que o volume de um cone é 1/3 do cilindro que tem mesma base e altura, que cones e cilindros semelhantes estão um para o outro na proporção tripla dos diâmetros de suas bases e que esferas estão na proporção tripla de seus diâmetros.

O livro XIII, por fim, têm 18 proposições e após as primeiras delas Euclides dedica-se a construção de cinco sólidos geométricos: Pirâmide (proposição 13), octaedro (14), cubo (15), icosaedro (16) e o dodecaedro (17). Esses sólidos eram objetos de investigação dos matemáticos gregos e ficaram conhecidos como sólidos de Platão ou ainda figuras platônicas, devido ao uso por este matemático.

Diante da apresentação dos 13 livros de Euclides, é possível perceber que a grandiosidade desse trabalho consiste primeiramente no fato que Euclides juntou e ordenou sabiamente, a ponto de ter aperfeiçoado alguns, muitos dos teoremas de Eudoxo e de Teeteto, e ainda por apresentar várias demonstrações irrefutáveis que haviam sido demonstradas superficialmente por seus predecessores.

Além disso, Euclides propôs regras rigorosas relacionadas a comensurabilidade e incomensurabilidade de modo geral, também é reconhecido por ter dado definições precisas e por fazer distinção entre grandezas racionais e

irracionais, outro feito seu foi estabelecer um grande número de ordens de grandezas irracionais, e dessa forma, mostrou a magnitude de sua obra (GILLISPIE, 2007).

De modo geral, a importância de *Os Elementos* de Euclides tem ligação a dois fatos. O primeiro por ter sido responsável por introduzir novas maneiras de rigor no raciocínio matemático que perdurou durante muitos anos e segundo porque possibilitou que a geometria se tornasse instrumento fundamental de todas as explicações e descrições físicas.

CONCLUSÃO

Este trabalho teve por objetivo apresentar de forma coerente e mais completa *Os Elementos* a fim de fazer um paralelo entre o que geralmente se sabe sobre o conteúdo desse livro o que realmente ele carrega em sua essência, ressaltando seus principais aspectos e detalhando seu conteúdo, para assim refletirmos a respeito da importância de estudar, compreender os fatos e contextos na história da Matemática.

Euclides é um personagem histórico com poucas informações conhecidas sobre sua origem e morte, informações que tragam em seu bojo fiabilidade, o que se sabe realmente sobre Euclides são fatos oriundos de outros autores é que fora um grande produtor de obras no campo da Matemática, mas sua fama está atrelada a obra sobre geometria denominada de *Os Elementos*.

Embora os responsáveis pela maior parte dos teoremas e axiomas contidos na obra de Euclides não tenha sido o próprio, sua especialidade repousa no fato de ser o pioneiro na sistematização e encadeamento lógico das ideias de geometria grega conhecida até aquele momento. Tornando-se assim, um dos matemáticos mais famosos até hoje.

Por esse motivo, muitas são as obras, antigas e atuais, que tratam sobre *Os Elementos* ao destacar suas potencialidades, importância e contribuições ao campo da Matemática. Esse fato pôde ser observado nos livros analisados onde, de modo geral, discutem a cronologia e importância da obra à história da Matemática, contestações feitas por outros matemáticos à geometria proposta por Euclides, e ainda sua

concretização por meio da percepção dessa geometria em objetos que temos conhecimento.

No entanto, tais livros discorrem de forma superficial sobre *Os Elementos* de Euclides, fato que acreditamos impossibilitar ao estudante compreender de forma satisfatória e completa a grandiosidade dessa obra. A partir da análise da tradução de *Os Elementos* podemos compreender o porquê dessa obra ter sido realmente um divisor de águas no ensino de geometria.

Os Elementos além de ter sido a pioneira das obras sistematizadas com todo rigor matemático, também possibilitou a expansão de ideias que até aquele momento eram casos particulares, permitiu também o desenrolar de outras geometrias paralelas a esta ou que a contrapõe além de ter sido essencial para o avanço nas pesquisas em geometria.

Entendemos ter alcançado o nosso objetivo, visto que apresentamos de forma completa a obra *Os Elementos* de Euclides, ressaltando suas especificidades e ainda percebemos que, de modo geral, sabemos que a obra de Euclides foi importante na geometria para o surgimento e avanços de pesquisas nessa área, entretanto apenas reproduzimos falas ou percepções que outros autores possuem sobre *Os Elementos*. Desse modo, temos o paralelo desejado.

Portanto, é importante sim haver maiores discussões a respeito do tema em questão, não somente sobre Euclides e sua obra *Os Elementos*, mas também sobre outros personagens e suas obras dentro do campo da História da matemática, ou seja, será se realmente conhecemos a história e obras dos personagens matemáticos ou apenas reproduzimos falas?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CARROLL, L. Tradução MONTOITO, R. **Euclides e seus rivais modernos.** 1ª Edição, São Paulo: Livraria da Física, 2014.

EUCLIDES. Tradução BICUDO, I. ***Os Elementos*: Euclides.** 1ª Edição, São Paulo: Unesp, 2009.

GILLISPIE, C. C. Tradução PEREIRA, C. A. **Dicionário de biografias científicas.** 1ª Edição, Rio de Janeiro: Contraponto, 2007.

LEVI, B. Tradução FUKS, J. M. B. **Lendo Euclides.** Rio de Janeiro: Civilização brasileira, 2008.

MENDES, I. A. Pesquisas em História da Educação Matemática no Brasil em três dimensões. In: **Revista Quipu**. vol. 14, n. 1. Enero-abril de 2012, p. 69-92.

MLODINOW, L. Tradução FILHO, E. E. de A. **A janela de Euclides.** 3º Educação, São Paulo: Geração Editorial, 2008.



ISSN 2236-4102

(IN)DEPENDÊNCIA LINEAR NOS LIVROS DE ÁLGEBRA LINEAR DO CIENTISTA PARAENSE GUILHERME DE LA PENHA
um estudo sobre a abordagem metodológica

Renan Marcelo da Costa Dias [355]
Miguel Chaquiam [356]

RESUMO

O intuito deste trabalho é analisar a abordagem de (in)dependência linear presente nos livros de Álgebra Linear do cientista paraense Guilherme de La Penha (1942–1996), sob a análise do conteúdo discutida por Bardin (2010). Como metodologia de pesquisa adotou-se a do tipo bibliográfica-documental, na qual em um primeiro momento nos debruçamos sobre o itinerário de La Penha e as pesquisas a respeito de (in)dependência linear, além de buscarmos fundamentação metodológica no estudo de análise do conteúdo de Bardin (2010), que nos possibilitou criar as seguintes categorias para análise: (I) Introdução do conteúdo, (II) Definição do objeto matemático e (iii) Utilização de mais de uma representação do objeto matemático. Posteriormente foram analisados os livros Álgebra Linear I e II (1974), Sinopse de Álgebra Linear (1975) e Introdução a Álgebra Linear (1977) a partir das categorias elencadas a fim de identificar a abordagem metodológica presente nestes. A análise nos possibilitou identificar que a busca pela concretização das definições a partir de exemplos numéricos ou de outros conceitos sem o abandono do formalismo e a utilização de mais de uma representação do objeto matemático de modo a complementar a compreensão sobre este, são características marcantes nesses livros e que são convergentes com os apontamentos das pesquisas atuais. Desse modo, a partir dessas observações, nos foi possível conhecer melhor sobre Guilherme de La Penha, bem como sobre sua visão acerca do ensino de Álgebra Linear, fato que nos levou a refletir sobre a importância de pesquisas dessa natureza, uma vez que fornece ao professor de Matemática conhecimentos que possibilitarão ampliar a visão sobre os conteúdos analisados e suas transformações temporais, além de contribuir para a constituição dos acervos documentais.

Palavras-chave: História da Matemática. Guilherme de La Penha. Álgebra Linear. Análise de livros. Análise do conteúdo.

[355] Universidade do Estado do Pará (UEPA). renanmarcelo1998@gmail.com
[356] Universidade do Estado do Pará (UEPA). miguelchaquiam@gmail.com

INTRODUÇÃO

Este trabalho é parte da pesquisa intitulada ‘Sobre os livros de Álgebra Linear de Guilherme de La Penha’ que tem por objetivo analisar os livros de Álgebra Linear de autoria de Guilherme de La Penha, na perspectiva da análise do conteúdo de Bardin (2010), a fim de compará-los com os livros atuais e situar aproximações e distanciamentos quanto aos conteúdos de espaços vetoriais. Neste trabalho, nos detemos à análise dos tópicos (in) dependência linear.

A partir da última década do século XX, os estudos em história da Matemática e da Educação Matemática têm se atentado às histórias de vida e formação, apoiando-se na história oral como técnica de pesquisa e na da organização da memória da Matemática e da Educação Matemática.

Percebe-se que as histórias da disciplina Matemática, das instituições sociais e educacionais, das (auto) biografias de matemáticos e professores que ensinaram matemática, fazem-se presente nas pesquisas em História da Matemática e História da Educação Matemática, assim possibilitam o surgimento de importantes contribuições para formação de professores de matemática, além de fomentar a constituição de acervos documentais, das memórias e da preservação do patrimônio educacional brasileiro (MENDES, 2012).

Segundos Mendes (2012), a análise de itinerários, sistemas escolares, modelos e métodos de ensino, materiais didáticos, memórias de academias, artigos, teses e livros, são alguns dos fragmentos deixados por cientistas, matemáticos e na formação de professores de Matemática, entre outros personagens que compõem a história da Matemática e da Educação Matemática. Ao considerar esses aspectos como descritores históricos, assim como as expressões orais e escritas desses fatos, é possível pensarmos a importância da compreensão das biografias, histórias de vida, memórias de matemáticos e professores de Matemática, na tentativa de reconstrução da história da Matemática e da Educação Matemática no contexto em que essas histórias foram constituídas ao longo do tempo e espaço.

Desse modo, analisar documentos, publicações, falas e reflexões dos próprios sujeitos da pesquisa como princípios de validação dos estudos sobre personagens,

produção de conhecimento matemático, instituições científicas e a organização da disciplina Matemática em diferentes épocas e contextos, se constituem em um dos fundamentos que tornam a abordagem histórica uma diretriz norteadora das pesquisas na formação de professores de Matemática e no ensino da Matemática, pois a partir da realização de tais estudos e pesquisas que envolvem a história da Matemática em suas dimensões epistemológicas, sociais e educativas é possível refletir sobre a Matemática atual (MENDES, 2012).

Nesse sentido, surgiu o interesse em analisar os livros de Álgebra Linear do cientista paraense Guilherme de La Penha, uma vez este fora um grande produtor de conhecimento nas diversas áreas da ciência brasileira, em especial na matemática, no que se refere ao estudo da Álgebra Linear, através da produção de seus livros do conteúdo em questão, visto que um de seus livros foi adotado em diversas universidades brasileiras e latino-americanas.

Desse modo, esse trabalho tem por objetivo analisar os tópicos de (in) dependência linear constantes nos livros de Álgebra Linear de autoria de Guilherme de La Penha, na perspectiva da análise do conteúdo de Bardin (2010). A seguir encontra-se detalhadamente o itinerário acadêmico de Guilherme de La Penha, bem como sua produção científica.

SOBRE GUILHERME DE LA PENHA

As informações referentes a Guilherme de La Penha foram obtidas na tese de doutorado do professor Miguel Chaquiam, defendida em 2012, na Universidade Federal do Rio Grande do Norte, que teve por título “GUILHERME DE LA PENHA: Uma história de seu itinerário intelectual em três dimensões”, cujo foco central foi a historiografia brasileira da ciência, voltado especificamente para a vida e obra de um matemático-físico da contemporaneidade.

Segundo o autor, La Penha tinha um perfil que pode ser considerado como de um intelectual múltiplo e transdisciplinar, que defendia a possibilidade de se formar um cientista uno e múltiplo, de atitude não linear e que dialoga com todas outras áreas,

inspirado nos autores com os quais ele se identificou ao longo da sua formação e atuação profissional, como Arquimedes, Leonhard Euler e Cliford Ambrose Truesdell.

Filho de Miguel Marcos de La Penha e Nair Souza Marcos de La Penha, Guilherme Maurício Souza Marcos de La Penha nasceu no dia 09 de março de 1942 na cidade de Belém do Pará. Cursou o ciclo primário no extinto Instituto Suíço Brasileiro (1949 – 1952), posteriormente prestou exame e cursou o 1º ciclo secundário e ginasial no Colégio Marista Nossa Senha de Nazaré (1953 – 1956). Para uma melhor visualização, no quadro a seguir consta a carreira acadêmica de Guilherme de La Penha, com algumas de suas atividades.

QUADRO 1: ATIVIDADES ACADÊMICAS DE GUILHERME DE LA PENHA

PERÍODO	ATIVIDADE	LOCAL
1956 - 1959	Curso de agrimensura	Escola Técnica de Agrimensura do Pará
1960 - 1964	Curso de Engenharia Mecânica	UFPA/PUC – Rio
1961 - 1963	Curso de Aperfeiçoamento em Matemática	IMPA
1964 - 1965	Mestrado em Engenharia Mecânica	EPUC/PUC – Rio
1965 - 1966	Curso de Matemática aplicada e mecânica dos sólidos	Departamento de Matemática Aplicada e Física Teórica da universidade de Cambridge (INGLATERRA)
1966 - 1968	Doutorado em Matemática aplicada e mecânica dos sólidos	Universidade de Houston (EUA)
1967	Curso de Mecânica do Contínuo	Brows University e Virgínia Polytechnic Institute
1969	Curso de Mecânica do Contínuo	Johns Hopkins University
1968 - 1969	Pós Doutoramento em Matemática Aplicada	University Carnegie-Mellon

Fonte: Chaquiam (2012)

Além das significativas publicações em diversos campos da matemática, La Penha também contribuiu ao ensino de Álgebra Linear, por meio de seus livros: Álgebra Linear I e II (1974), Sinopse de Álgebra Linear (1975) e Introdução a Álgebra Linear (1977). Se faz necessário ressaltar que o livro Introdução a Álgebra Linear, publicado pela McGraw-Hill em 1977, foi adotado em diversas universidades brasileiras e também em universidades da América Latina, como *'Introducción al álgebra linear*', traduzido por professores de Bogotá.

Segundo Dias & Chaquiam (2018), o intuito de Guilherme de La Penha na escrita desses livros era dar um tratamento conceitual moderno na abordagem metodológicas destes, uma vez que ressaltar-se-ia as influências algébricas e geométricas desses estudos, bem como a importâncias dos métodos numéricos.

Os autores concluíram que a preocupação em apresentar diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático, a busca pela conexão dos conteúdos dessa disciplina com a matemática comumente trabalhada na educação básica e nos próprios conteúdos trabalhados na Álgebra linear são características marcantes desses livros. Nesse sentido, os livros atuais refletem tais preocupações, isto é, as preocupações do passado persistem hoje nos livros de Álgebra Linear, o que corrobora com a de visão futurista de La Penha.

(IN)DEPENDÊNCIA LINEAR

O estudo de (in)dependência linear é um dos tópicos que compõem a disciplina Álgebra Linear. A importância de estudo e pesquisa desta disciplina repousa no fato de que ela se encontra subjacente a quase todos os domínios da Matemática e aqueles que desejam trabalhar com ela (Matemática), seja como foco de pesquisa ou como ferramenta para outros estudos, devem ter o domínio de seus principais conceitos e um deles é a Álgebra Linear.

Segundo Grande (2006), os conceitos de (in)dependência linear são importantes, pois serão usados em outros objetos matemáticos, que por sua vez fornece informações sobre este, e ainda interliga conceitos chaves no estudo em questão. Entretanto, Andrade (2010) afirma que é consenso nas literaturas que os alunos deixam os cursos de Álgebra Linear com dificuldades nos conceitos de (in)dependência linear, geralmente atribuídas em parte à sua natureza.

Por outro lado, Souza (2016) aponta que os alunos têm dificuldades em transitar entre diferentes tipos de registros de representação semiótica, do algébrico para o geométrico se tratando de (in) dependência linear, e Coimbra (2008) destaca

que o uso da geometria na aprendizagem de Álgebra Linear deve ser visto com bastante cautela, pois ao passo que pode auxiliar pode também impossibilitar que os alunos compreendam os conceitos em sua plenitude.

Nesse contexto, segundo Coimbra (2008), no estudo de Álgebra Linear, a geometria poderá contribuir a partir de seus exemplos e figuras, mas deve-se atentar ao exagero desta, visto que aparenta ao aluno que a Álgebra Linear está baseada somente na geometria. Assim, é importante a integração de domínios no intuito de que o aluno perceba as correspondências entre as definições, figuras, os exemplos e tenha uma visão mais ampla dos conceitos.

METODOLOGIA DE PESQUISA

Como metodologia de pesquisa, adotamos a do tipo bibliográfica-documental, que segundo Gil (2008), é a pesquisa que se utiliza de material já elaborado constituído principalmente de livros e artigos científicos, pois permite ao investigador uma visão ampla dos estudos já realizados sobre o tema. Nesse sentido buscamos estudos que tratem da importância da pesquisa de personagens históricos e do itinerário de Guilherme de La Penha, e ainda trabalhos sobre as dificuldades nos conceitos de (in) dependência linear e base de um espaço vetorial.

Além disso, de acordo com Gil (2008), também nessa metodologia são utilizados documentos que ainda não tiveram um tratamento analítico ou que podem ser reelaborados de acordo com o objetivo da pesquisa, que em nosso caso são os livros Álgebra Linear I e II (1974), Sinopse de Álgebra Linear (1976) e Introdução a Álgebra Linear (1977), de autoria de Guilherme de La Penha e outros professores, que serão analisados sob a análise do conteúdo na perspectiva de Bardin (2010).

A análise do conteúdo enquanto metodologia é definida como sendo ‘um conjunto de técnicas de análises das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens’ (BARDIN, 2010, p. 44). Em outras palavras, a análise do conteúdo nos possibilita inferir informações

ocultas no texto, seja ele escrito, oral, em sinais, através de imagens ou sons, a partir de objetivos anteriormente definidos e mediante a decodificação da mensagem.

Embora esse método seja comumente usado nas ciências sociais, o seu caráter marcado por uma disparidade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto (as comunicações), abre portas para outras áreas, dentre estas, a Matemática; fato que nos motivou a utilizá-la para analisar os livros em questão. Segundo Bardin (2010), essas inferências são alcançadas a partir de um roteiro pré-estabelecido que são organizados em torno de três polos cronológicos: Pré-análise, Exploração do Material e Tratamento dos resultados obtidos na interpretação.

A Pré-análise tem por objetivo a organização, embora ela própria seja composta por atividades não estruturadas, na qual há a escolha dos documentos a serem analisados, através das regras de exaustividade, representatividade, homogeneidade e pertinência; a formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final, não cronologicamente nessa ordem (BARDIN, 2010).

A exploração do material, é basicamente uma aplicação sistemática das decisões tomadas na Pré-análise, onde o analista realiza operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas. Após esse momento, o próximo passo é o tratamento dos resultados obtidos na interpretação, pois o analista tendo à sua disposição resultados significativos e fiéis, pode então propor inferências e adiantar intepretações a propósito dos objetivos previstos ou outras descobertas (BARDIN, 2010).

Entretanto, como organizar os dados brutos a fim de uma melhor análise? Para Bardin (2010), a categorização desses dados é perfeita para esse objetivo, pois fornece de forma condensada uma representação simplificada destes, uma vez que evita desvios do material e dá conhecimento dos índices invisíveis ao nível dos dados brutos. Para tal fim, é necessário criar boas categorias, com as seguintes qualidades: exclusão mútua, homogeneidade, pertinência, objetividade e finalidade e produtividade (BARDIN, 2010).

Diante dos pressupostos elencados e considerando o que se refere a exploração do material, para uma melhor organização dos dados e fluidez do trabalho,

tomadas as observações de Dias & Chaquiam (2018) sobre os mesmos livros, criamos três categorias de análise a fim de obter inferências relevantes à nossa pesquisa, sejam elas: (i) Introdução do conteúdo; (ii) Definição do objeto Matemático e (iii) Utilização de mais de uma representação do objeto Matemático.

Na primeira categoria, verificamos de que forma são introduzidos os conteúdos de (in) dependência linear, a segunda categoria será responsável pela observação do modo de definição dos objetos matemáticos a serem analisados, e na terceira vamos identificar de que forma são trabalhadas outras formas de representação, que não o algébrico, desses mesmos objetos. De posse das categorias, partimos para a análise dos livros.

Visando uma melhor organização do trabalho, renomeamos os livros da seguinte maneira: Álgebra Linear I e II – AL1, Sinopse de Álgebra Linear – AL2 e Introdução à Álgebra Linear – AL3.

DISCUSSÃO DAS ANÁLISES DOS LIVROS

Apresentamos os recortes dos conteúdos relacionados a (in) dependência linear constante nos livros de Guilherme de La Penha com o intuito de apresentar uma análise a respeito desses conteúdos segundo as categorias (i), (ii) e (iii), bem como, correlação com dificuldades à aprendizagem de Álgebra Linear.

O livro **AL1** é de autoria de Guilherme de La Penha em parceria com Mina Seinfeld de Carakushansky, e foi editado UFRJ. A seguir apresentamos as análises e discussões segundo as categorias elencadas inicialmente.

(i) Introdução do conteúdo

No livro AL1 iniciam o tópico de dependência linear a partir de um exemplo numérico da escrita de um determinado vetor como combinação linear dos vetores das bases canônicas do R^3.

> Consideremos o vetor V1 = [8, -9, 2] de R^3. Este vetor pode ser escrito como 8 [1,0,0] + (-9) [0,1,0] + 2 [0,0,1]. De fato, se $[x_1, x_2, x_3]$ é qualquer vetor em R^3, temos que $[x_1, x_2, x_3] = x_1$ [1,0,0] + x_2 [0,1,0] + x_3 [0,0,1]. Vemos assim, que qualquer vetor do R^3, pode ser expresso em termos

> dos três vetores fixos [1,0,0], [0,1,0] e [0,0,1]. Queremos estudar agora o processo de geração de vetores e subespaços (LA PENHA E CARAKUSHANSKY, 1974, p. 217).

Em relação a independência linear, os autores trazem essa ideia com base em conceitos anteriormente definidos como de geradores, combinação linear e dependência linear.

> É óbvio que é mais fácil trabalhar com conjuntos finitos do que com conjuntos infinitos. Assim, em lugar de termos que saber quais são todos os vetores em v, podemos escolher um conjunto de vetores que gerem v (...). Se o conjunto de geradores é linearmente dependente, podemos eliminar alguns dos vetores e ainda ter um conjunto de geradores. Se o novo conjunto ainda é linearmente dependente, podemos eliminar outros vetores, e assim por diante, pelo método da exaustão. O conjunto ideal de vetores ao qual queremos chegar é que gere o espaço vetorial, mas que não seja linearmente dependente (LA PENHA E CARAKUSHANSKY, 1974, p. 225).

Percebemos que os autores buscam introduzir dependência linear através de um exemplo numérico, para depois definir combinação linear, geradores e dependência linear. Independência linear é tratada a partir da ideia da redução de vetores geradores linearmente dependentes até que eles deixem de ser linearmente dependentes. Desse modo, observa-se uma inter-relação entre os tópicos constantes nos livros promovida pelos autores, que fornece ideia de complementação das definições.

(ii) Definição do objeto matemático

Dependência linear é assim definida no AL1:

> 'Um conjunto não vazio de vetores $\{V_1, V_2, ..., V_k\}$ de um espaço vetorial v é chamado Linearmente dependente (abreviamente LD) se e somente se (pelos menos) um dos vetores V_i é combinação linear dos demais vetores desse conjunto, isto é, se e somente se, para algum V_i, podemos achar escalares convenientes designados por C_1 tais que $V_1 = C_1V_1 + C_2V_2 + ... + C_{i-1}V_{i-1} + C_{i+1}V_{i+1} + ... + C_kV_k$' (LA PENHA E CARAKUSHANSKY, 1974, p. 218).

Como já discutido, os autores partem da ideia de redução de vetores geradores linearmente dependentes até que eles deixem de ser linearmente dependentes, desse modo esse novo conjunto de vetores é assim definido: 'Um conjunto de vetores $\{V_1, V_2, ..., V_k\}$ é Linearmente independente se e somente se $C_1V_1 + C_2V_2 + ... + C_nV_n = 0$

implica no fato de todos os C_i's serem iguais a zero' (LA PENHA E CARAKUSHANSKY, 1974, p. 225).

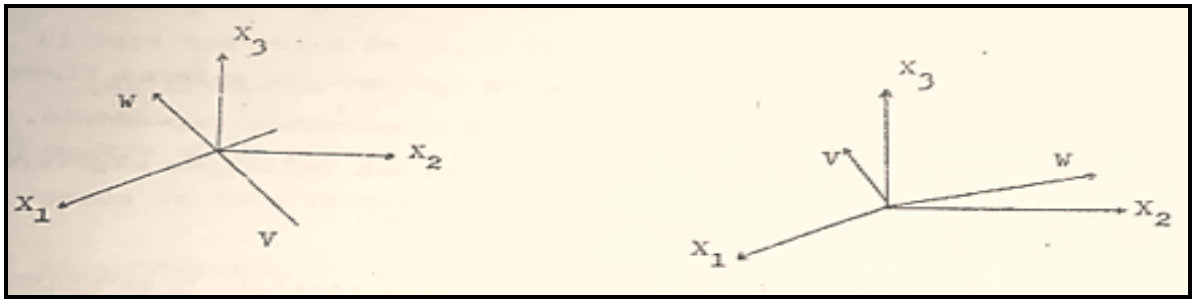
Observa-se que, embora sejam utilizados exemplos numéricos para a concretização das definições, os autores não abandonam a definição formal de (in)dependência linear, mas a complementa a partir dessas ideias numéricas. Além disso, observa-se uma inter-relação entre os conceitos trabalhamos, que demonstra uma coerência de ideias.

(iii) Utilização de mais de uma representação do objeto matemático

Identificamos pelo menos três formas de representação de (in)dependência linear. A exemplo das representações de Independência linear, verificamos a Representação na Linguagem natural: 'É evidente que V e W são linearmente independente se e somente se um não é múltiplo escalar do outro' (LA PENHA E CARAKUSHANSKY, 1974, p. 226).

Representação algébrica: '$C_1V_1 + C_2V_2 + ... + C_nV_n = 0 \rightarrow C_i = 0$', e ainda a representação geométrica, onde segundo os autores dois vetores são linearmente independente se não são colineares ou, no caso de três vetores, não são coplanares, como se pode observar na figura 1.

FIGURA 1: Vetores LI no R^2 e R^3



Fonte: La Penha & Carakushansky (1974, p. 227)

Em síntese, o livro AL1 possui uma linguagem clara e objetiva, no qual os autores partem de exemplos numéricos para a formalização de conceitos com rigor matemático, se verifica uma interrelação entre os conhecimentos trabalhados, e ainda que o uso de mais de uma representação de (in)dependência linear é vista de forma a complementar.

O livro **AL2** é datado de 1975 e tem como autores Luiz Medeiros, Guilherme de La Penha e Gustavo Menzala. A seguir apresentamos as análises e discussões segundo as categorias já indicadas.

(i) Introdução do conteúdo

No livro AL2, os autores caminham com base num novo conceito denominado suporte de uma família, assim definido:

> Sejam $(V_i)_{i \in I}$ uma família de vetores de V, chamamos suporte da família $(V_i)_{i \in I}$ o subconjunto J do conjunto de índices I, caracterizado por $J = \{i \in I \mid V_1 \neq 0\}$, ou seja, o suporte de uma família de vetores caracteriza os elementos distintos de zero dessa família (MEDEIROS, LA PENHA & MENZALA, 1975 p. 18)

A partir desse conceito, é que são definidos combinação linear e geradores. Percebemos que os autores utilizam o conceito de família como base explicativa para as outras definições, através de uma linguagem axiomática e formal, a exemplo da definição de combinação linear: 'Um vetor $u \in V$ é chamado de (soma da) combinação linear de uma família $(u_i)_{i \in I}$ de vetores de V, se existe uma família $(\lambda^i)_{i \in I}$ de escalares de K, possuindo suporte finito J tal que: $u = \sum_I (\lambda^i . ui)$' (MEDEIROS, LA PENHA & MENZALA, 1975, p. 19).

(ii) Definição do objeto matemático

Os autores do livro AL2 definem dependência linear da seguinte forma:

> Seja $(u_i)_{i \in I}$ uma dada família de vetores, o conjunto de elementos dessa família, $\{u_i\}$ é dito linearmente dependente, se o vetor zero da combinação linear não trivial de uma subfamília $(u_i)_{i \in I}$ onde h está contido em I e quaisquer que sejam os índices distintos $j, k \in H$, $u_j \neq u_k$. Assim, se $\{u_i \mid i \in I\}$ é linearmente dependente, existe $(\lambda^i)_{i \in H}$ do suporte finito e tal que: $\sum_H (\lambda^i . ui) = 0$ e o suporte de $(\lambda^i)_{i \in H}$ não é vazio (MEDEIROS, LA PENHA & MENZALA, 1975, p. 20).

A definição de independência linear também é apresentada de maneira análoga, a partir de um novo conceito:

> Uma família de vetores $(u_i)_{i \in I}$ é dita livre, ou é um sistema livre se não for ligada, i. e., $(u_i)_{i \in I}$ é livre quando $u = \sum_I \lambda^i . ui = 0$. Implica em que $(\lambda^i)_{i \in I}$ possua suporte vazia ($\lambda^i = 0$, □ $i \in I$. É claro que toda subfamília de uma família livre de vetores é também livre. Se $(u_i)_{i \in I}$ é uma família livre, então para qualquer par de índices distintos $j, k \in I$ tem-se $u_j \neq u_k$ e a aplicação $I \rightarrow V$: $i \rightarrow v_i$ é injetora. Os vetores de um sistema livre são

> ditos linearmente independente (MEDEIROS, LA PENHA & MENZALA, 1975, p. 22).

É possível perceber que para definir dependência linear os autores a apresentam de forma direta a partir de combinação linear, embora também esteja diluído a ideia de família, da mesma forma é conceituada independência linear, mas sobre a ideia de vetores livres.

Dessa forma, verifica-se que La Penha não utiliza esses novos conceitos como facilitadores na compreensão de (in)dependência linear, até porque tais conceitos não são tão claros ao primeiro olhar, e sim visando uma complementação à essas definições em busca da compreensão total do objeto matemático.

(iii) Utilização de mais de uma representação do objeto matemático

Identificamos apenas uma representação de (in)dependência linear que envolve a linguagem algébrica e linguagem natural, como visto nas definições apresentadas na categoria anterior, entretanto não identificamos nenhuma representação geométrica do referido tópico.

Acreditamos que essa representação geométrica não foi apresentada no livro AL2, embora esteja nos livros AL1 e AL3, devido ao fato de ser um resumo das principais definições da Álgebra linear. De maneira sucinta, o livro AL2 é um livro compacto com uma linguagem mais formal e axiomática, apresenta poucos exemplo e exercícios, e as definições presente neste estão embasadas em outras ideias como de família e vetores livres.

O livro **AL3** é de Guilherme de La Penha e Mina Seinfeld de Carakushansky. Vale ressaltar que esse livro foi publicado em 1977 e adotado em universidades brasileiras e Latino-americanas.

(i) Introdução do conteúdo

Para introduzir o tópico em estudo o autor parte de um exemplo numérico do vetor $V_1 = [8, -9, 2]$ escrito como combinação linear dos vetores das bases canônicas do R^3, e em seguida formaliza as definições de combinação linear, geradores e (in) dependência linear concretizadas por esse exemplo.

O fato de os livros AL1 e AL3 ter 3 anos de diferença e ainda possuir as mesmas metodologias que concretiza as definições a partir de exemplos numéricos,

demonstra que essa abordagem utilizada por La Penha é algo recorrente em seus livros e que pode ser considerada uma das características marcantes dentre suas contribuições ao estudo dos Espaços Vetoriais.

(ii) Definição do Objeto Matemático

Os autores assim definem dependência linear no Livro AL3:

> Um conjunto $\{V_1, V_2, ..., V_k\}$ (com K > 1) de vetores de um espaço vetorial v é chamado linearmente dependente (abreviamente LD) se (pelo menos) algum dos vetores v_i é combinação linear dos demais vetores desse conjunto, isto é, se para algum V_i, podemos achar escalares convenientes designados por αj, tais que $V_i = \alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2 + ... + \alpha_{i-1} V_{i-1} + \alpha_{j+1} V_{i+1} + ... + \alpha_k V_k$ (LA PENHA E CARAKUSHANSKY, 1977, p. 155).

Sobre a definição de independência linear, da mesma forma vista no livro AL1, ela acontece a partir da redução de vetores geradores linearmente dependentes pelo método da exaustão até serem linearmente independentes, e assim apresenta-se a definição formal: 'Um conjunto de vetores $\{V_1, V_2, ..., V_n\}$ é linearmente independente se e somente se a afirmação de que $\alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2 + ... + \alpha_n V_n = 0$ implica no fato de todos os a_i's (i = 1, 2, ..., n) serem iguais a zero.

Semelhante ao Livro AL1, percebe-se que o autor, embora trabalhe com exemplos numéricos visando uma concretização das ideias, não abandona a definição formal de (in) dependência linear e, em especial nesse livro, nota-se uma clareza ainda maior em relação ao primeiro livro, pois há um detalhamento mais completo e uma melhor organização.

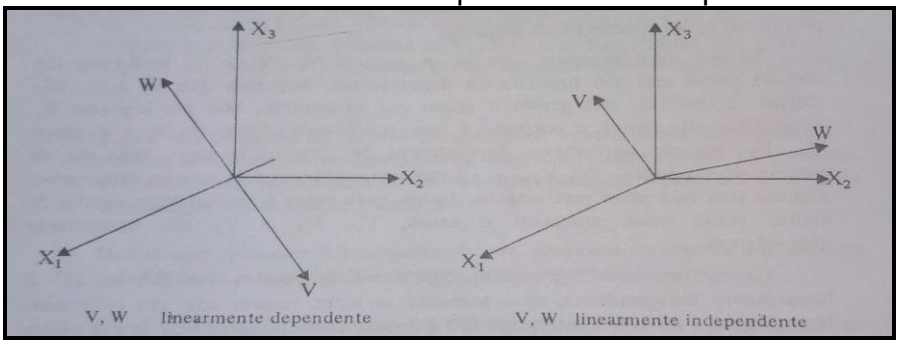
(iii) Utilização de mais de uma representação do objeto matemático

Análogo ao livro AL1, em relação a utilização de mais de uma representação do objeto matemático, percebemos pelo menos três representações do mesmo objeto, sejam elas: Linguagem natural, representação algébrica e representação geométrica.

Em relação as três representações, sobre a ideia de dependência linear, a primeira é a representação na linguagem natural da seguinte forma: 'É evidente que V e W são linearmente dependente se e somente se um é múltiplo escalar do outro (LA PENHA E CARAKUSHANSKY, 1977, p. 162).

A segunda é a representação algébrica: '$\alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2 + ... + \alpha_n V_n = 0 \rightarrow \alpha_1$'s $\neq 0$', e a terceira é a representação geométrica, na qual os autores afirmam que dois vetores são linearmente dependente se são colineares, caso contrário são linearmente independente, como é possível observar na figura 3.

FIGURA 3: Vetores linearmente dependentes e independentes no R^2



Fonte: La Penha & Carakushansky (1977, p. 163)

Observa-se que, como também no livro AL1, os autores utilizam as outras representações, além da algébrica, de modo a complementar o conhecimento sobre o objeto em estudo, a partir do reconhecimento deste em outras formas de representação e não como facilitadoras da compreensão de conceito.

De maneira geral, percebemos que o livro AL3 é mais completo, com definições mais detalhadas e exemplos mais concretos, no qual os autores permanecem com as mesmas ideias dos livros anteriores, o que demonstra uma linearidade no estudo de (in)dependência linear, principalmente no que diz respeito ao uso de mais de uma representação do objeto matemático de forma que o aluno compreenda por completo o objeto em estudo, e ainda a inter-relação entre os conceitos trabalhados.

Em resumo, no que se refere a 1º categoria, percebemos que nos livros AL1 e AL3 (in)dependência linear são introduzidos a partir de exemplos numéricos, e no livro AL2 a partir de outros conceitos como de família e vetores livres, tais ações em busca da concretização dessas ideias, mas sem o abandono do formalismo e rigor matemático.

Esse fato é concernente com os estudos atuais, pois segundo Andrade (2010), as dificuldades dos alunos são atribuídas em parte à sua natureza, uma vez que os

alunos conseguem manipular os algoritmos sem entende-los, e à aspectos cognitivos como a exemplo a linguagem axiomática dessa disciplina que, embora se tenha ciência da importância do formalismo, distancia o aluno do objeto de estudo.

Em relação à 2º categoria, observamos que nos três livros não há o abandono do rigor matemático ao definir (in)dependência linear, uma vez que La Penha utiliza-se de outros conceitos como complemento dessas definições, para que aluno compreende o objeto em sua totalidade. Desse modo, podemos afirmar que La Penha consegue equilibrar a concretização e o formalismo das definições, conforme orienta os estudos atuais.

Sobre a 3º categoria, verificamos no livro AL1 e AL3 pelo menos três representações: Linguagem natural, algébrica e geométrica. Em relação a representação geométrica, nota-se que a utilização desta é de forma a complementar o conhecimento sobre (in)dependência linear. Essa situação não foi observada no livro AL2, pois se trata de um resumo das principais definições da Álgebra linear, fato que justifica a ausência de algumas representações.

Novamente, os livros de La Penha convergem com os estudos atuais, pois Souza (2016) aponta que os alunos têm dificuldades em transitar em diferentes tipos de registros de representação semiótica no estudo de (in)dependência linear. Coimbra (2008) destaca que o registro geométrico na Álgebra Linear pode ser uma boa ferramenta para isso, mas deve ser visto com bastante cautela, pois ao passo que pode auxiliar pode também impossibilitar que os alunos compreendam os conceitos em sua plenitude.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desse trabalho era analisar os tópicos de (in)dependência linear constantes nos livros de Álgebra Linear de autoria de Guilherme de La Penha, na perspectiva da análise do conteúdo de Bardin (2010). Essa teoria nos permitiu criar três categorias de análise, sejam elas: (i) Introdução do conteúdo, (ii) Definição do objeto matemático e (ii) Utilização de mais de uma representação do objeto matemático.

Diante das análises a partir das três categorias, percebemos que La Penha buscava em seus livros a concretização de (in)dependência linear a partir de exemplos numéricos ou com base em outros conceitos da própria Álgebra Linear, no entanto sem abandonar o formalismo e o rigor matemático. Esse fato é discutido pelos estudos atuais, visto que é necessário que haja um equilíbrio entre o formalismo da linguagem e a concretização da Álgebra Linear

Além disso, também percebemos a preocupação de La Penha ao apresentar mais de uma representação diferente da algébrica de (in)dependência linear, uma vez que essas outras representações complementam o conhecimento sobre o próprio objeto matemático. Essa preocupação é defendida pelos estudos supracitados, pois em alguns casos o aluno se limita ao conhecimento de uma dessas representações, e a substitui pela própria definição.

De modo geral, vimos que os livros analisados possuem metodologias direcionadas a um determinado público alvo, o que não nos permite julgar qual o melhor ou pior, como por exemplo, o livro AL2 que possui uma linguagem mais formal e axiomática visto que são notas de exposições de aulas ministradas no mestrado e o livro AL3 voltado a iniciantes da Álgebra Linear, que por sua vez assemelha-se ao livro AL1 em termos metodológicos

A preocupação Guilherme de La Penha acerca da concretização da Álgebra Linear e da apresentação de mais de uma representação de (in)dependência linear como complemento da definição, sendo essas características convergentes aos apontamentos dos estudos recentes sobre Álgebra Linear, corrobora com a ideia defendida por Dias & Chaquiam (2018), de que os livros atuais refletem tais preocupações, ou seja, que as preocupações no ensino de Álgebra Linear do passado persistem até hoje nesses mesmo livros, o que ratifica a visão futurista de La Penha.

De maneira geral, a análise dos livros de Álgebra Linear do cientista paraense Guilherme de La Penha nos possibilitou maiores informações sobre este, e ainda sobre sua visão do ensino de (in)dependência linear, uma vez que, de acordo com Mendes (2012), ao considerar esses livros como descritores históricos, assim como as expressões orais e escritas desses fatos, nos levou a refletir sobre a importância das biografias de matemáticos e professores de Matemática, no intuito de reconstruir a

história da Matemática e da Educação Matemática no contexto em que essas histórias foram constituídas ao longo do tempo e espaço.

Assim, ao analisar esses documentos como princípios de validação dos estudos sobre Guilherme de La Penha, foi possível observar a importância da abordagem histórica como diretriz norteadora das pesquisas na formação de professores de Matemática e no ensino da Matemática, pois a partir dessa visão refletimos sobre o ensino atual de Álgebra Linear.

Nesse sentido, podemos ressaltar a importância de trabalhos dessa natureza, uma vez que agrega ao professor de Matemática conhecimentos valiosos que possibilitarão uma visão mais ampla das modificações dos conteúdos relacionados a sua disciplina, além da contribuição para a constituição dos acervos documentais, das memórias e da preservação do patrimônio educacional brasileiro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, J. P. G. **Vetores:** Interações a distância para a aprendizagem de Álgebra Linear. Mestrado em Educação Matemática e Tecnologia. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2010.

BARDIN, L. **Análise do Conteúdo.** Tradução: Luíz Antero Reto. 1ª Edição. São Paulo: Edições 70, 2016.

CARAKUSHANSKY, M. S & LA PENHA, G. M. S. M. de. **Álgebra Linear I:** 1ª Edição. Rio de Janeiro: UFRJ, 1974.

CARAKUSHANSKY, M. S & LA PENHA, G. M. S. M. de. **Álgebra Linear II:** 1ª Edição. Rio de Janeiro: UFRJ, 1974.

COIMBRA, J. L. **Alguns aspectos problemáticos relacionados ao ensino-aprendizagem de álgebra linear.** Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal do Pará. Belém, 2008.

CHAQUIAM, Miguel. **Guilherme de La Penha:** Uma história do seu itinerário intelectual em três dimensões. Tese de Doutorado em Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal – Rio Grande do Norte, 2012.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6ª Edição. São Paulo: Editora Atlas, 2008.

GRANDE, A. L. **O conceito de independência e dependência linear e os registros de representação semiótica nos livros didáticos de álgebra linear.** Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica – SP. São Paulo, 2006.

LA PENHA, G. M. S. M. de. **Introdução à Álgebra Linear.** 1ª Edição. São Paulo: McGraw-Hill, 1977.

MEDEIROS, L. A. da J; LA PENHA, G. M. S. & MENZALA, G. P. **Sinopse de Álgebra Linear.** 1ª Edição. Rio de Janeiro: UFRJ, 1975.

MENDES, Iran Abreu. Pesquisas em História da Educação Matemática no Brasil em três dimensões. In: **Revista Quipu**. vol. 14, n. 1. Enero-abril de 2012, p. 69-92.

SOUZA, M. L. **Dependência e independência linear:** Um estudo a respeito das dificuldades e concepções de licenciandos em Matemática. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina. Londrina, 2016.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

UMA INVESTIGAÇÃO DOS DIAGRAMASDE CARROLL

John A. Fossa[357]

RESUMO

Uma das maneiras menos conhecidas de averiguar a validade do silogismo é um sistema de desenhos geométricos, chamados, por ser inventados pelo matemático e escritor inglês Lewis Carroll (Charles L. Dodson), “diagramas de Carroll”. O referido sistema é uma reformulação da teoria tradicional do silogismo, em que há 24 modos válidos. Mostra-se no presente trabalho, contudo, que os diagramas de Carroll validam apenas 22 dos 24 modos considerados válidos pela lógica tradicional. Mostra-se também que é possível fazer uma pequena modificação do sistema de diagramas de Carroll que faz com que os diagramas validam todos os 24 modos válidos segundo a lógica tradicional. Mostra-se ainda que há outra pequena modificação no sistema original de Carroll que faz com que eles só validam os 15 modos considerados válidos pela lógica moderna. Conclui-se que os pressupostos da lógica tradicional que acarretem a validade dos nove modos inválidos na lógica moderna, ou seja a chamada “importância existencial”, consistem na suposição de que o sujeito de proposições do tipo A, bem como o sujeito e o predicado de proposições do tipo E, sejam categorias não-vazias.

Palavras-chave: História da Matemática. História da Lógica. O Silogismo Categórico. Os Diagrama de Carroll. Lewis Carroll.

[357] UEPB. Email: jfossa@oi.com.br.

INTRODUÇÃO

Há, na história da lógica, várias maneiras diferentes de representar silogismos categóricos por meio de diagramas. Talvez as representações mais conhecidas são os diagramas de Venn e os de Euler. O matemático inglês, John Venn (1834-1923), usou um padrão fixo de três círculos interligados em que as várias interseções representam as diferentes combinações das categorias envolvidas nas premissas do silogismo (ver VENN, 1881). O conteúdo das premissas é representado no diagrama por determinar quais regiões dele são vazias e/ou não-vazias. Antes, o matemático suíço, Leonhard Euler (1707-1783), havia usado a inclusão e exclusão de círculos para determinar a validade dos silogismos (ver EULER, 1770). Os diagramas de Euler retratam o silogismo como uma parte da lógica tradicional, apropriada para o uso no dia-a-dia em que certas pressuposições são feitas referente à existência de membros das categorias. Desse ponto de vista, há um total de 24 silogismos válidos. Em contraste, os diagramas de Venn retratam o silogismo como uma parte da lógica moderna em que as pressuposições conversacionais não são feitas e, portanto, são apropriados para o uso dentro da matemática moderna. Para essa teoria, há apenas 15 silogismos válidos.

Um outro sistema de diagramas é o de Lewis Carroll (Charles Lutwidge Dodson, 1832-1898). É parecido com o sistema de Venn no fato de que usa um padrão fixo, embora seja de quadrados em vez de círculos, para representar as combinações de categorias e determinar quais deles são vazios e/ou não vazios (ver CARROLL, 1977). É também parecido com o sistema de Euler pelo fato de que visa retratar uma reformulação da lógica tradicional – uma reformulação que, de fato, é bem do espírito dessa lógica. No presente trabalho, mostraremos que há dois silogismos válidos na lógica tradicional, embora não na lógica moderna, que não são validados pelos diagramas de Carroll e, portanto, só há 22 silogismos válidos nesse sistema. Mostraremos ainda que o sistema de Carroll poderá ser modificado de tal forma a fazê-lo equivalente ao sistema de diagramas de Euler e, portanto, satisfazer o propósito de retratar o silogismo na lógica tradicional. Indicaremos, finalmente, como o sistema original de Carroll poderá ser modificado para fazê-lo equivalente ao sistema de Venn.

OS PRELIMINARES

Uma proposição categórica é uma proposição que relaciona categorias ("conjuntos") em uma das seguintes maneiras (onde X e Y são categorias):

Tipo A: Todo X é Y.

Tipo E: Nenhum X é Y.

Tipo I: Algum X é Y.

Tipo O: Algum X não é Y.

O silogismo (categórico) é um argumento contendo duas premissas categóricas, uma conclusão categórica e exatamente três categorias (S, P e M), dispostas segundo uma das seguintes quatro figuras:

Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4
MP	PM	MP	PM
SM	SM	MS	MS
□SP	□SP	□SP	□SP

S é o sujeito da conclusão e é chamado o termo menor; P é o predicado da conclusão e é chamado o termo maior; M é chamado o termo médio. A premissa contendo o termo maior é chamada a premissa maior, enquanto a contendo o termo menor é chamada a premissa menor. Um modo (ou simplesmente silogismo) resulta por identificar cada uma das proposições de uma determinada figura com um dos tipos de proposição categórica. Se, por exemplo, identificarmos, na Figura 2, a premissa maior com uma proposição do tipo A, a premissa menor com uma do tipo E e a conclusão com uma do tipo O, teremos o modo cuja premissa maior é "Todo P é M", cuja premissa menor é "Nenhum S é M" e cuja conclusão é "Algum S é P". Indicaremos isso sucintamente por AEO-2. Dado as restrições impostas na forma do silogismo, há exatamente 256 modos.

OS DIAGRAMAS DE CARROLL

Para nossos propósitos, os diagramas de Carroll se reduzem a dois tipos: o diagrama biliteral, para retratar uma só proposição contendo duas categorias, e o diagrama triliteral, para representar duas proposições simultaneamente. A Figura 1 mostra as diferentes regiões do diagrama biliteral. Uma linha acima de uma letra ($\overline{X}$) indica que os elementos da região (se os houver) não tem a propriedade (X). Assim, os elementos da região $S\overline{P}$, por exemplo, são S mas não são P. A Figura 2 faz o mesmo para o diagrama triliteral.

FIGURA 1: O DIAGRAMA BILITERAL[358]

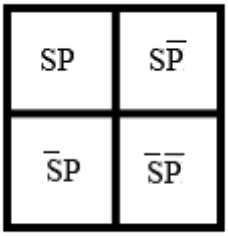
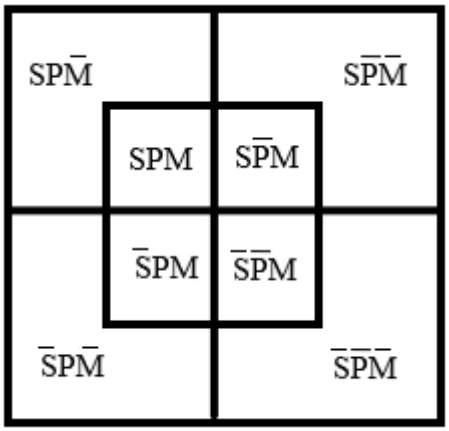


FIGURA 2: O DIAGRAMA TRILITERAL



[358] Todas as Figuras do presente trabalho são da confecção do próprio autor.

Regiões vazias são assinaladas por colocar um O dentro da região, enquanto regiões não-vazias são assinaladas por um I.

Exemplificamos com quatro silogismos, dois EAE e dois EAO, da segunda figura e da quarta figura. No caso de EAE-2 e EAO-2 (o mesmo diagrama serve para os dois, pois têm as mesmas premissas), temos, respetivamente:

Nenhum P é M.		Nenhum P é M.
Todo S é M.	e	Todo S é M.
☐ Nenhum S é P.		☐ Algum S não é P.

Ao diagramar a premissa menor, “Todo S é M”, vemos (Figura 3a) que as regiões $S\bar{P}\bar{M}$ e $S\bar{P}\bar{M}$ são vazias e, portanto, colocamos um O em cada uma delas. A referida premissa também afirma que há algo que é tanto S quanto M. Há duas regiões abertas na Figura 3a em que temos SM, a saber, SPM e $S\bar{P}M$. Visto que não sabemos definitivamente quais dessas regiões são não-vazias, embora é certo que pelo menos uma delas é não-vazia, colocamos um I na linha divisória entre as duas regiões. No entanto, ao diagramar a premissa maior, Nenhum P é M, descobrimos que as regiões SPM e $\bar{S}PM$ são vazias e colocamos um O nessas regiões. Isto, por assim dizer, empurre[359] o I da linha divisória para a região $S\bar{P}M$ e obtemos, como resultado a Figura 3b.

FIGURA 3a

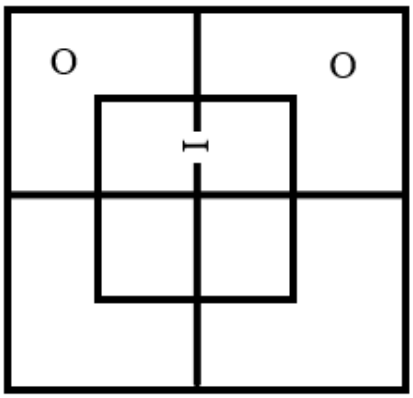
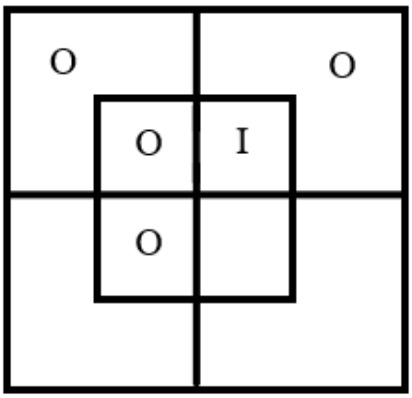


FIGURA 3b



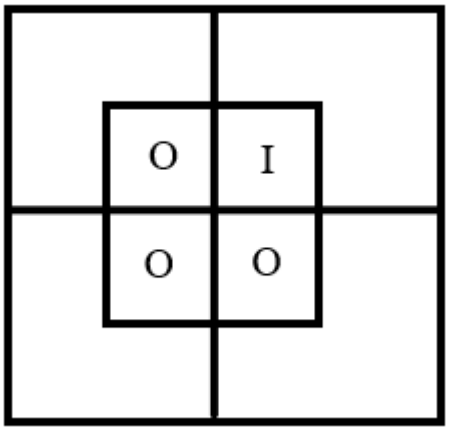
[359] Observamos que às vezes podemos evitar a reposicionamento de I por colocar todos os O primeiro. No que seguir, faremos isso.

Quando examinamos a Figura 3b, vemos que as regiões SPM e $S P \bar{M}$ são vazias, ou seja, “Nenhum S é P”. Dessa forma, o silogismo EAE-2 é um modo válido. Também vemos que há um I na região $S \bar{P} M$, o que indica que há algo que é S, mas não P, ou seja, “Algum S não é P”. Portanto, o silogismo EAO-2 também é um modo válido. Visto que, na lógica tradicional, a proposição O é chamada o subalterno da proposição E, o modo EAO-2 é frequentemente chamado um modo subalterno, ou um silogismo válido *per accidens*.

No caso de EAE-4 e EAO-4 (o mesmo diagrama, de novo, serve para os dois), temos, respetivamente:

Nenhum P é M.		Nenhum P é M.
Todo M é S.	e	Todo M é S.
☐ Nenhum S é P.		☐ Algum S não é P.

FIGURA 4



Para diagramar a premissa maior, “Nenhum P é M”, colocamos um O em cada uma das regiões vazias SPM e $\bar{S} P M$. Para diagramar a premissa menor, “Todo M é S”, colocamos um O em cada uma das regiões vazias $\bar{S} P M$ (que já tem um O, assim nada mais tem de ser feito referente a essa região) e $\bar{S} \bar{P} M$ e, ainda, colocamos um I na região $S \bar{P} M$. A Figura 4 mostra o resultado.

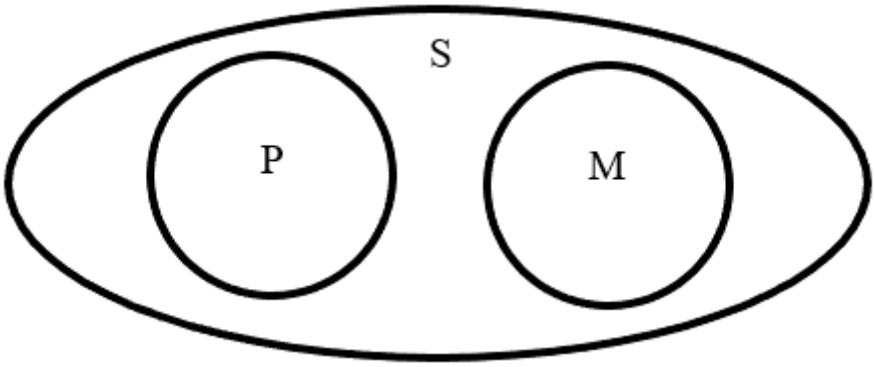
Para chegar à conclusão de que “Nenhum S é P”, será necessário constatar que ambas as regiões SPM e $S P \bar{M}$ são vazias. Mas, como a Figura 4 mostra, não temos informação alguma sobre a região $S P \bar{M}$ e, portanto, não podemos afirmar que essa região seja vazia. Em consequência, EAE-4 é inválido. Em contraste, EAO-4 é

válido, pois há um I na região $S\bar{P}M$, o que indica que há algo que é S, mas não P, ou seja, “Algum S não é P”.

OS DOIS MODOS INVÁLIDOS

Vimos que o silogismo EAE-4 é inválido segundo o método de Carroll. Isso não acarreta problema algum, visto que é de fato inválido na lógica tradicional. Para ver isto, basta fazer um diagrama de Euler (Figura 5) em que P e M são subconjuntos disjuntos de S.

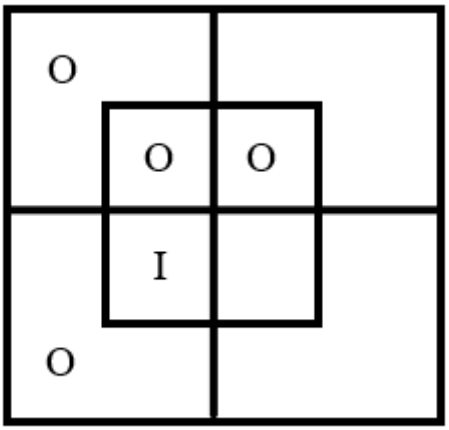
FIGURA 5



Os casos problemáticos, porém, são os de AEO-2 e AEO-4, pois são válidos na lógica tradicional, sendo subalternos dos modos válidos AEE-2 e AEE-4, mas não são validados pelos diagramas de Carroll. Temos, respetivamente,

Todo P é M. Nenhum S é M. ☐ Algum S não é P.	e	Todo P é M. Nenhum M é S. ☐ Algum S não é P.

FIGURA 6



A Figura 6 (mais uma vez o mesmo diagrama serve para os dois casos, essa vez porque a proposição E converte) mostra o diagrama para as premissas. A premissa menor, “Nenhum S é M” (o que é equivalente a “Nenhum M é S”), afirma que as regiões SPM e $S\bar{P}M$ são vazias. A premissa maior, “Todo P é M” (o mesmo nos dois casos), afirma que as regiões $SP\bar{M}$ e $\bar{S}P\bar{M}$ são vazias e que há algo que é P e M; visto que a região SPM é vazia, colocamos I na região $\bar{S}PM$. Para os dois silogismos ser válidos segundo os diagramas de Carroll, precisaríamos um I na região $S\bar{P}M$ ou na região $S\bar{P}\bar{M}$. Portanto, segundo os diagramas de Carroll, os dois modos AEO-2 e AEO-4 são inválidos.

Observamos que a própria Figura 6 valida AEE-2 e AEE-4, pois as regiões SPM e $S\bar{P}M$ da referida Figura são vazias e, portanto, “Nenhum S é P”. Mas, AEE-2 e AEE-4 são os silogismos dos quais AEO-2 e AEO-4 são subalternos e deveriam ser válidos, segundo a lógica tradicional, se os primeiros são. Isto é, no caso de AEO-2, temos:

Todo P é M. (premissa)
Nenhum S é M. (premissa)
☐Nenhum S é P. (porque AEE-2 é válido)
☐ Algum S não é P. (porque E → O pela relação subalterna)

Assim sendo, os diagramas de Carroll não retratam precisamente a lógica tradicional.

Fazemos ainda uma observação interessante, que, no entanto, não afeta o resultado enunciado no parágrafo anterior. A Figura 6 autoriza a seguinte conclusão: “Algum não-S é P”. Na lógica tradicional, isso seria “Algum P não é S”. Mas, os lógicos da época de Carroll estavam interessados em generalizar o silogismo para levar em conta argumentos com mais do que três categorias. Vejamos um exemplo do silogismo AEO-2:

Todo feliz é ambulante.
Nenhum morto é ambulante.
☐ Algum vivo é feliz.

Segundo a lógica tradicional, temos aqui quatro categorias, as saber, feliz, ambulante, morto e vivo. Logo, não temos um silogismo. Teríamos de fazer algum tipo de tradução. No caso, poderíamos colocar não-morto por vivo, obtendo a proposição do tipo I, “Algum não-morto é feliz”. Mas, proposições do tipo I convertam, assim, teríamos “Algum feliz é não-morto”, o que pode ser expressa como “Algum feliz não é morto”. Isso é, “Algum P não é S”, o que é justificado pelo fato que há um I na região $\overline{S}PM$ da Figura 6. Carroll, de fato, pensava que uma das vantagens dos seus diagramas é que eles nos permitem raciocinar sobre esses tipos de silogismos generalizados sem ter a necessidade de fazer complicadas traduções do tipo que encontramos no exemplo.

O SISTEMA DE CARROLL MODIFICADO

No sistema de Carroll, a relação subalterna A → I é validada pelos diagramas porque Carroll considera a proposição A como uma proposição dupla, afirmando não somente que $S\overline{P}$ é inexistente, mas também que há algum SP. Assim, será interessante tentar modificar o sistema dele para garantir a validade da outra relação subalterna E → O. Dessa forma, observamos que há um I na região $S\overline{P}$ do diagrama biliteral para a proposição O (Figura 7a). Para validar E → O, será necessário que um I também aparece na referida região do diagrama biliteral para a proposição E. Assim, o diagrama para a proposição E passará a ser dado pela Figura 7b. Em consequência,

proposições do tipo E também serão proposições duplas[360], significando não somente que SP é inexistente, mas também que há algum $S\overline{P}$.

FIGURA 7a

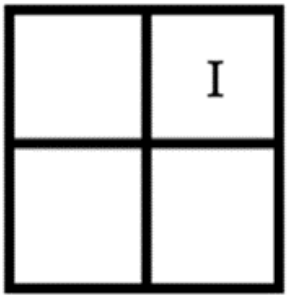


FIGURA 7b

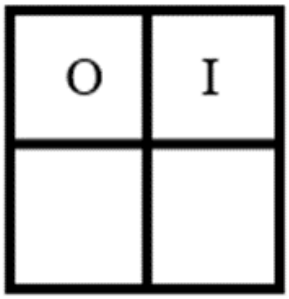
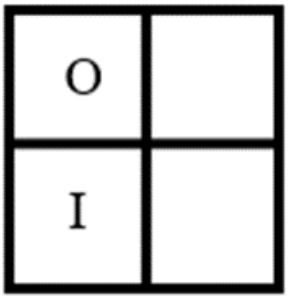


FIGURA 7c



Observamos de imediato que a tentativa de modificação feita no parágrafo anterior acarretará problemas, pois no sistema resultante, a proposição E deixa de ser convertível, pois o diagrama para “Nenhum S é P” (Figura 7b) é diferente do diagrama para “Nenhum P é S” (Figura 7c).

Em qualquer caso, a modificação não consegue alcançar seu propósito, pois, embora valida AEO-2, o modo AEO-4 ainda permanece inválido.

Nos referidos casos, toda a informação que tínhamos na Figura 6 permanecerá nos novos diagramas. Basta acrescentar o I que agora é necessário devido a nova maneira de diagramar proposições do tipo E. Para AEO-2, a premissa menor é “Nenhum S é M” e, assim, precisamos algo que é $S\overline{M}$, ou seja, precisamos um I na região $SP\overline{M}$ ou na região $S\overline{P}\overline{M}$ (Figura 8a). Mas, a primeira dessas regiões é vazia. Logo, colocamos um I na região $S\overline{P}\overline{M}$. Isso significa que Algum S não é P e, portanto, AEO-2 é validado.

[360] Observamos que Carroll nega explicitamente que E seja uma proposição duplo.

FIGURA 8 a

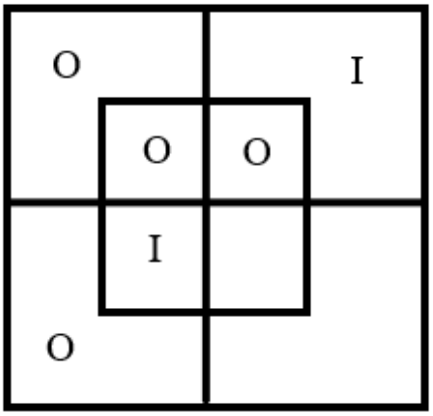
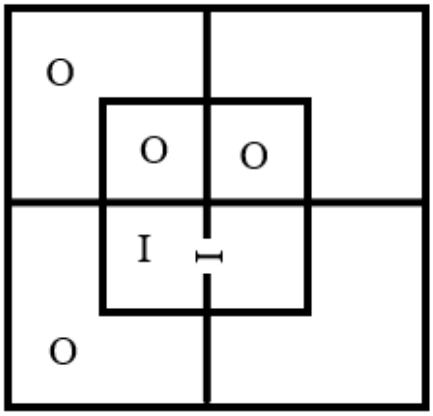


FIGURA 8b



No caso de AEO-4, a premissa menor é “Nenhum M é S”. Assim, precisamos de algo que é $M\bar{S}$, ou seja, precisamos um I na região $\bar{S}PM$ ou na região $\bar{S}\bar{P}M$ (Figura 8b). Em qualquer caso, não temos um I na região $S\bar{P}M$ (que é vazia), nem na região $S\bar{P}\bar{M}$ (da qual não temos informação alguma). O modo AEO-4, portanto, permanece inválido.

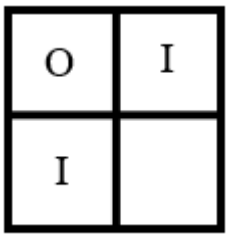
Ainda podemos tentar fazer proposições do tipo E convertíveis por considera-las proposições triplas. Isto é, por “Nenhum S é P”, entenderemos que (1) não há coisa alguma que é S e P, mas (2) há algo que é S e não-P, bem como (3) algo que é não-S e P. Embora isso poderá parecer um exagero, veremos que, de fato, funciona. A razão para isso é a convertibilidade da proposição E, o que acarreta a implicação das duas proposições O, conforme os seguintes dois argumentos:

Nenhum S é P. (premissa)
☐ Algum S não é P. (subalterno)

Nenhum S é P. (premissa)
☐ Nenhum P é S. (conversão)
☐ Algum P não é S. (subalterno)

Sendo assim, o diagrama biliteral para proposições do tipo E se torna o da Figura 9.

FIGURA 9

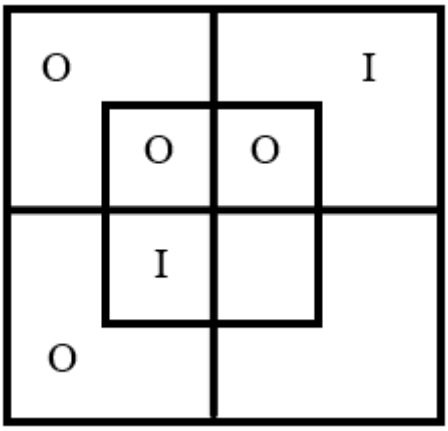


A Figura 10 mostra o novo diagrama para os modos AEO-2 e AEO-4 (o mesmo diagrama serve para os dois). Faremos a explicação relativo a AEO-2; a de AEO-4 é inteiramente paralela. Temos:

Todo P é M.
Nenhum S é M.
☐ Algum S não é P.

Da premissa maior, sabemos que as regiões $\mathrm{SP\overline{M}}$ e $\mathrm{\overline{S}P\overline{M}}$ são vazias. Da premissa menor, temos também que as regiões SPM e $\mathrm{S\overline{P}M}$ são vazias. Voltando à premissa maior, precisamos um I na região SPM ou na região $\mathrm{\overline{S}PM}$; a primeira, no entanto, é vazia e, portanto, colocamos um I na região $\mathrm{\overline{S}PM}$. Finalmente, voltando à premissa menor, precisamos definir a posição dos dois I. Um deles será S e não-M e, logo, se localiza na região $\mathrm{SP\overline{M}}$ ou na região $\mathrm{S\overline{P}\overline{M}}$. A primeira, contudo, é vazia e, assim, colocamos um I na região $\mathrm{S\overline{P}\overline{M}}$. O outro I referente à premissa menor será não-S e M e deverá, portanto, constar na região $\mathrm{\overline{S}PM}$ ou na região $\mathrm{\overline{S}\overline{P}M}$. Mas, já consta um I na primeira dessas regiões e, portanto, a condição é satisfeita (assim, não há necessidade de colocar mais um I no diagrama). Visto que há um I na região $\mathrm{S\overline{P}\overline{M}}$, há algo que é S e não-P, ou seja, “Algum S não é P” e o silogismo AEO-2 é válido. O mesmo diagrama, como deve ser evidente, valida também os modos AEO-4, AEE-2 e AEE-4.

FIGURA 10

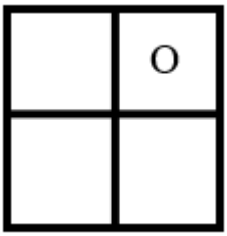


Em consequência, a nova modificação no sistema de diagramas de Carroll valida os dois silogismos que não foram validados pelo sistema original. Para a demonstração de que esse novo sistema valida todos, e somente, os 24 silogismos válidos na lógica tradicional, ver FOSSA (a aparecer). O sistema modificado, então, é equivalente ao sistema de diagramas de Euler.

O SISTEMA DE CARROLL E O DE VENN

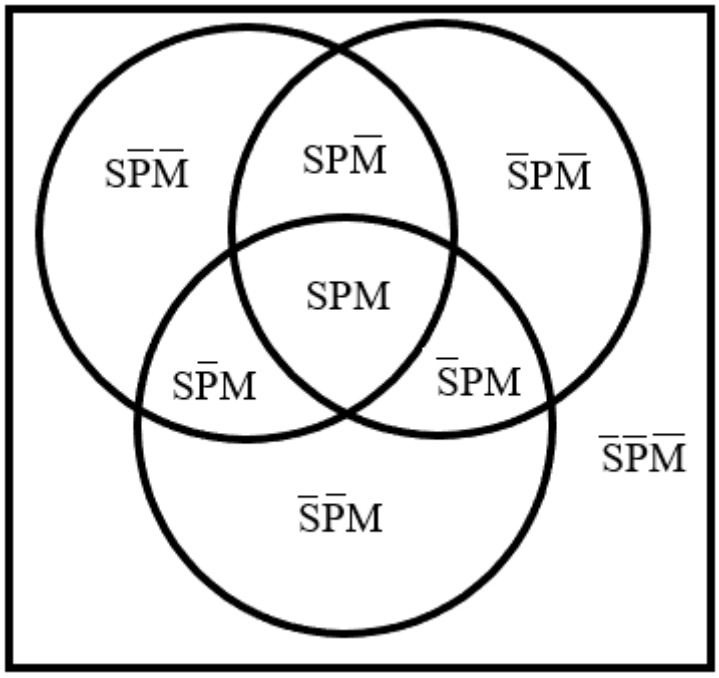
Vimos que, de certa forma, o sistema de Carroll pode ser considerado como sendo entre o sistema de Euler e o de Venn, pois valida 22 silogismos, enquanto o de Euler valida 24 e o de Venn valida 15. Também vimos que o sistema de Carroll pode ser modificado de tal forma a fazê-lo equivalente ao sistema de Euler. Dessa forma, surge a seguinte pergunta: será que o sistema original de Carroll pode ser modificado de tal maneira a fazê-lo equivalente ao sistema de Venn? Acontece que pode. Basta tirar o I da representação de proposições de tipo A. Assim, esse tipo de proposição será agora diagramado como mostra a Figura 11.

FIGURA 11



O sistema de Venn usa círculos, em vez de quadrados, para representar as diversas combinações das categorias. A Figura 12 mostra que as combinações mostradas pelos diagramas de Venn são exatamente iguais às combinações mostradas pelos diagramas de Carroll (*cf* Figura 2).

FIGURA 12



Com a modificação indicada para a proposição de tipo A, os diagramas de Carroll terão um O nas regiões correspondentes às regiões vazias (sombreadas), e somente elas, dos diagramas de Venn. Também terão um I nas regiões não-vazias

(marcadas com *x*), e somente elas, dos diagramas de Venn. Finalmente, os digramas de Carroll terão um I sobre a linha entre duas regiões se, e somente se, os diagramas de Venn têm um *x* sobre a linha entre as duas regiões correspondentes. Logo, os dois sistemas mostrarão os mesmos dados sobre regiões vazias e não-vazias e, portanto, os dois sistemas (o de Carroll modificado e o de Venn) serão equivalentes.

CONCLUSÃO

É notável que os diagramas de Carroll não validam dois modos do silogismo que são válidos na lógica tradicional. O fato, porém, parece ser desconhecido pelo próprio Carroll e, pelo me consta, pela crítica da lógica dele. Talvez a razão para isto é que os dois modos não validados são válidos *per accidens* e esse tipo de silogismo (há cinco) era frequentemente esquecido.

A investigação das modificações do sistema de Carroll mostra claramente que a razão para a invalidade dos dois referidos modos no seu sistema original se deve a sua negação da importância existencial de proposições do tipo E. Também mostra claramente a extensão da importância existencial na lógica tradicional, a saber, o sujeito de proposições do tipo A, bem como o sujeito *e* o predicado de proposições do tipo E, são pressupostos não-vazios. Em particular, dos nove modos silogísticos que são válidos na lógica tradicional, mas não na lógica moderna, sete são validados pela pressuposição de que o sujeito de proposições de tipo A é não vazio; para validar o modo AEO-2, precisa-se a pressuposição de que o sujeito de proposições do tipo E é não-vazio, enquanto, para validar AEO-4, precisa-se a pressuposição de que o predicado de proposições do tipo E é não-vazio. Alternativamente, para validar os dois referidos modos, pode pressupor que um dos termos de proposições do tipo E é não-vazio e que esse tipo de proposição é convertível, pois isto acarreta que o outro termo da proposição E também é não-vazio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGÁFICAS

CARROLL, Lewis. *Symbolic Logic*. New York: Clarkson Potter, 1977. [Originalmente 1896.]

EULER, Leonhard. *Lettres a une Princesse d'Allemagne sur Divers Sujets de Physique et Plilosophie*. Tome second. Mietau et Leipsic: Steidel, 1770.

FOSSA, John A. *Diagramas para o Silogismo*. (A aparecer.)

VENN, John. *Symbolic Logic*. London: Macmillian, 1881.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

A GEOMETRIA ANALÍTICA EM DOCUMENTOS CURRICULARES PARA O ENSINO FUNDAMENTAL E ENSINO MÉDIO

Gabriela Regina Vasques Oruê [361]
Lucieli M. Trivizoli [362]

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo identificar e apresentar como o conteúdo escolar de Geometria Analítica se encontra prescrito pelos documentos curriculares que orientam o Ensino Fundamental e Ensino Médio brasileiro, sendo eles, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Fundamental e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio, e também se propõe a indicar suas finalidades do ensino à luz da História das Disciplinas Escolares. Assim, esta investigação caracteriza-se como natureza qualitativa, fundamentada em pesquisa bibliográfica e documental com posterior análise documental que pressupõe um estudo descritivo. Pela análise, identificamos que o conteúdo escolar de Geometria Analítica está prescrito nos documentos curriculares para o Ensino Fundamental de maneira informal, inserida em bloco ou em unidade temática que ao revelar os conteúdos como objetos a serem trabalhados remete ao conteúdo escolar de Geometria Analítica. As finalidades do ensino desse conteúdo escolar no Ensino Fundamental estão atreladas a resolver situações-problemas, ter noções de ângulos, paralelismo, perpendicularismo e plano cartesiano. Nos documentos curriculares para o Ensino Médio, foi possível evidenciar como o conteúdo escolar de Geometria Analítica se encontra prescrito e suas finalidades do ensino apenas na BNCC assim, ele se encontra inserido no campo Geometria, o qual apresenta no par Movimento e posição bem como caracteriza esse par, remetendo em sua descrição o conteúdo escolar investigado; e neste documento, as finalidades do ensino desse conteúdo escolar estão articuladas ao investigar as deformações ocorrentes em ângulos. E nos PCNEM, o conteúdo escolar de Geometria Analítica foi mencionado apenas para a exemplificação de como estabelecer conexões entre os diversos conceitos matemáticos; e não foi possível identificar as finalidades do ensino desse conteúdo escolar.

Palavras-chave: Geometria Analítica. Finalidades do ensino. Currículo. Análise documental.

[361] Universidade Estadual de Maringá (UEM). gabriela_rvo@hotmail.com.
[362] Universidade Estadual de Maringá (UEM). lmtrivizoli@uem.br.

INTRODUÇÃO

O presente artigo faz parte de uma pesquisa de mestrado iniciada em março de 2018 que pretende realizar um estudo sobre a História da Geometria Analítica como conteúdo escolar. O texto aqui apresentado tem por objetivo identificar e apresentar como o conteúdo escolar de Geometria Analítica se encontra prescrito pelos documentos curriculares que orientam o Ensino Fundamental e Ensino Médio brasileiro. Este trabalho também se propõe a indicar as finalidades do ensino do conteúdo escolar de Geometria Analítica prescrito nesses documentos, e para isso, nossa investigação respalda-se no campo da *História das disciplinas escolares*.

Sendo assim, a investigação que faremos está inserida dentre os campos de estudos curriculares e por se caracterizar conforme essa natureza, adota a perspectiva de Ivor Goodson.

Goodson (1995) compreende o currículo como:

> [...] o curso aparente ou oficial de estudos, caracteristicamente constituído em nossa era por uma série de documentos que cobrem variados assuntos e diversos níveis, junto com a formulação de tudo – "metas e objetivos", conjuntos e roteiros – que, por assim dizer, constitui as normas, regulamentos e princípios que orientam o que deve ser lecionado (GOODSON, 1995, p.117)

Além disso, Goodson (1995) afirma que não precisamos de teorias sobre prescrições curriculares, mas de estudos e de teorias sobre elaboração e aplicação de currículo, sobre como atuam, reagem e interagem as pessoas envolvidas na contínua produção e reprodução do currículo.

A História das Disciplinas Escolares (HDE), difundida pelo pesquisador francês André Chervel, investiga a pedagogia adotada na estruturação e construção dos saberes escolares ou conteúdo, e busca compreender as *finalidades do ensino escolar*, *prática docente* e *aculturação escolar dos alunos* (CHERVEL, 1990). Destarte, como já mencionado, o nosso trabalho também consiste em indicar as *finalidades do ensino escolar* de Geometria Analítica prescritas nos documentos curriculares para o Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Assim, é pressuposto pelo nosso estudo a partir da perspectiva de André Chervel que:

> A distinção entre finalidades reais e finalidades de objetivo é uma necessidade imperiosa para o historiador das disciplinas. Ele deve aprender a distingui-las, mesmo que os textos oficiais tenham tendência a misturar umas e outras. Deve sobretudo tomar consciência de que uma estipulação oficial, num decreto ou numa circular, visa mais freqüentemente, mesmo se ela é expressada em termos positivos, corrigir um estado de coisas, modificar ou suprimir certas práticas, do que sancionar oficialmente uma realidade. (CHERVEL, 1990, p.190)

À vista disso, no nosso estudo prevalece as finalidades objetivas – propostas pelos órgãos oficiais que norteiam o sistema educacional brasileiro – incorporadas nos documentos curriculares a serem versados.

Neste sentido, a nossa investigação se caracteriza como natureza qualitativa, uma vez que se prima na análise de determinados fenômenos que podem ser verificados a luz de determinadas problemáticas de pesquisa. Desse modo, os dados devem ser analisados de forma indutiva e de maneira descritiva (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Primeiramente, foi feita uma pesquisa bibliográfica de acordo com Lakatos e Marconi (2005), baseada em dissertações, teses e artigos científicos, a fim de ampliar a nossa revisão literária e aprofundar a discussão neste trabalho.

Posteriormente, realizamos uma pesquisa documental em conformidade com Cellard (2008), em que elegemos fontes primárias, sendo elas, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Fundamental e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio.

Para esta investigação, estabelecemos uma análise documental, pois se pressupõe um estudo do tipo descritivo, o qual fornece ao investigador a possibilidade de reunir uma grande quantidade de informação sobre os documentos oficiais elencados. Assim, a análise dos dados: “é o momento de reunir todas as partes – elementos da problemática ou do quadro teórico, contexto, autores, interesses, confiabilidade, natureza do texto, conceitos-chave” (CELLARD, 2008, p. 303).

Dessa forma, foi possível fornecer uma interpretação coerente, levando em consideração o seguinte questionamento:

Como o conteúdo escolar de Geometria Analítica se encontra prescrito nos currículos do Ensino Fundamental para os anos finais e Ensino Médio brasileiro e quais são as finalidades do ensino do conteúdo escolar de Geometria Analítica, tendo em vista os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Fundamental e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio?

Para isso, consideramos – retas, circunferências e cônicas no plano cartesiano; vetores; e transformações geométricas – os conteúdos escolares estudados na Geometria Analítica. E na análise, poderemos identificar esses conteúdos se entre as tarefas for sugerido: "Desde a simples localização de pontos no plano cartesiano determinando coordenadas até o estudo de retas e circunferências, através de suas respectivas equações" (ESPMAT, 2009, s/p). Além disso, a análise será desenvolvida através da discussão que os temas e os dados desencadeiam, fundamentados na teoria de Chervel (1990) e juntamente, está incluso o *corpus* deste trabalho.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Matemática no Ensino Fundamental – anos finais (1998)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), documento publicado em 1998 pelo Ministério da Educação (MEC) é direcionado ao Ensino Fundamental de 5ª a 8ª série – atual, 6° ao 9° Anos. Este documento caracteriza a Matemática como "[...] uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural" (BRASIL, 1998, p. 24).

Os conteúdos a serem trabalhados aparecem organizados em quatro blocos, sendo eles Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; e Tratamento da Informação. O bloco Grandezas e Medidas apresenta que os conceitos

geométricos contribuem para o aluno desenvolver “[...] um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1998, p. 51). Os conteúdos que são trabalhados nesse bloco contemplam tanto o estudo das formas quanto “[...] as noções relativas a posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas” (BRASIL, 1998, p. 51).

Para o ensino e aprendizagem no terceiro ciclo, que corresponde aos 6° e 7° Anos atualmente, identificamos a finalidade de ensino de conteúdos relacionado à Geometria Analítica, que deve levar o aluno a

> [...] resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo elementos fundamentais para as constituições de sistemas de coordenadas cartesianas. (BRASIL, 1998, p.64)

Ainda nesse ensino, são apresentados no PCN (BRASIL, 1998) os conteúdos a serem trabalhados no bloco de Espaço e Forma que remetem à Geometria Analítica, sendo eles, noções de “direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo, [...] transformação (reflexão, translação e rotação), [...]” (BRASIL, 1998, p. 68). Além desses conteúdos, também evidenciamos a noção de coordenadas cartesianas.

Em relação a esses conteúdos de Geometria Analítica presentes no bloco de Espaço e Forma é pontuado o seguinte conceito e procedimento apenas para o estudo das coordenadas cartesianas

> Interpretação, a partir de situações-problema (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas (BRASIL, 1998, p.72)

Para o ensino e aprendizagem de Matemática no quarto ciclo, que corresponde aos 8° e 9° Anos atualmente, identificamos a finalidade do ensino de conteúdos relacionados à Geometria Analítica, que deve levar o aluno a

> [...] interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano; [...] ampliar e aprofundar noções geométricas

> como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais. (BRASIL, 1998, p.81-82)

Também são apresentados nesse nível os conteúdos a serem trabalhados no bloco Espaço e Forma, porém, só é possível identificar os conteúdos que remetem à Geometria Analítica quando são apresentados os conceitos e procedimentos a serem desenvolvidos nesse bloco

> Representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano cartesiano por um segmento de reta orientado. [...] Divisão de segmentos em partes proporcionais e construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e compasso. (BRASIL, 1998, p.88)

Neste documento foi possível identificar as finalidades do ensino de conteúdos relacionados à Geometria Analítica, sendo elas atreladas ao resolver situações-problemas de localização e deslocamento de pontos no espaço; ter noções de direção e sentido, ângulos, paralelismo e perpendicularismo – para o 6° e 7° Anos – e interpretar e representar a localização e deslocamentos de figuras no plano cartesiano; ampliar e aprofundar as noções de paralelismo, perpendicularismo e ângulos. E também, identificamos conteúdos relacionados à Geometria Analítica a serem trabalhados ao longo do Ensino Fundamental nos Anos Finais, sendo eles relacionados às noções de direção e sentido, ângulo, paralelismo, perpendicularismo, transformação (reflexão, translação e rotação), plano cartesiano e coordenadas cartesianas.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO: Matemática no Ensino Médio (2000)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) foram publicados no ano de 2000. Este documento apresenta que a Matemática para o Ensino Médio tem um valor formativo, desempenha um papel instrumental e deve ser vista também como ciência, e cabe a essa área “[...] apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo” (BRASIL, 2000, p. 41).

Em relação às finalidades do ensino de Matemática, tem por objetivo que o aluno compreenda conceitos, procedimentos e estratégias; aplique seus conhecimentos matemáticos em situações diversas; analise e valorize informações concebidas por diferentes fontes; desenvolva as capacidades de raciocinar e resolver problemas, de comunicação, e o espírito crítico e criativo; utilize resoluções de problemas; consiga se expressar de forma oral, na escrita e graficamente; estabeleça conexão entre diferentes temas matemáticos e conhecimentos de outras áreas do currículo; e reconheça representações de um mesmo conceito (BRASIL, 2000).

Neste documento, ao exemplificar como fazer conexões entre diversos conceitos matemáticos, tendo como exemplo as funções, a Geometria Analítica aparece na seguinte menção: “As propriedades de retas e parábolas estudadas em Geometria Analítica são propriedades dos gráficos das funções correspondentes” (BRASIL, 2000, p. 43).

Por fim, o PCNEM (BRASIL, 2000) apresenta três competências e habilidades que devem ser desenvolvidas em Matemática, sendo elas, representação e comunicação; investigação e compreensão; e contextualização sociocultural.

Neste documento não identificamos a finalidade no ensino de conteúdos relacionados à Geometria Analítica, a única menção direcionada a ela é para exemplificar a possibilidade de estabelecer conexões entre os diversos conceitos matemáticos. E apenas é mencionado o ensino de retas e parábolas.

BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR: Matemática no Ensino Fundamental – anos finais (2017)

A Base Nacional Comum Curricular de 2017 é um documento de caráter normativo que tem por objetivo definir as aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver durante a Educação Básica. Além disso, a BNCC (BRASIL, 2017) é orientada pelos princípios éticos, políticos e estéticos que têm como finalidade a “[...] formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva” (BRASIL, 2017, p. 7).

Neste documento, na área de Matemática, o saber matemático é apresentado como necessário aos alunos tanto por suas aplicações na sociedade quanto por suas potencialidades para a formação de cidadãos críticos e conscientes de suas responsabilidades sociais.

Além disso, essa proposta de ensino para a área de Matemática tem como finalidade desenvolver o letramento matemático do aluno que pode ser definido como:

> [...] competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo [...]. (BRASIL, 2017, p.264)

Nota-se então que esse conhecimento escolar contribuiria para o raciocinar matematicamente, representar e argumentar em diferentes contextos, auxiliando o aluno em sua tomada de decisão e atuação no mundo.

Em consonância ao desenvolvimento dessas habilidades, esse documento apresenta algumas formas de organizar a aprendizagem matemática para o professor. Dessa forma, no texto oficial são mencionados: “Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem [...]” (BRASIL, 2017, p. 264).

A BNCC (2017) também apresenta cinco unidades temáticas que estão correlacionadas as habilidades que devem ser desenvolvidas durante o Ensino Fundamental e “cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização” (BRASIL, 2017, p. 266). Sendo elas, as unidades temáticas Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas, e Probabilidade e estatística. E no que concerne a nossa investigação em relação aos conteúdos relacionados à Geometria Analítica, identificamos que estes se fazem presentes apenas na unidade temática Geometria.

Assim, identificamos no 6° Ano do Ensino Fundamental Anos Finais, Unidade Temática: Geometria; Objeto de Conhecimento: Plano Cartesiano, é sugerido trabalhar a associação dos vértices de um polígono a pares ordenados. E como habilidades,

especifica-se: “[...] associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1° quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono” (BRASIL, 2017, p. 301).

E também identificamos para o 6° Ano, na Unidade Temática: Geometria; Objeto de Conhecimento: Construção de retas paralelas e perpendiculares, é sugerido utilizar réguas, esquadros e *softwares*. E como habilidades, é especificado: “[...] utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros” (BRASIL, 2017, p. 301).

Para o 7° Ano, na Unidade Temática: Geometria; Objeto de Conhecimento: Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal. E como habilidades, especifica-se: “[...] verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem o uso de *softwares* de geometria dinâmica” (BRASIL, 2017, p. 307).

Para o 8° Ano, na Unidade Temática: Geometria; Objeto de Conhecimento: Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação. E como habilidades, especifica-se:

> [...] reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica. (BRASIL, 2017, p.313)

Para o 9° Ano, na Unidade Temática: Geometria; Objeto de Conhecimento: Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal, sugere-se como habilidades “[...] demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal” (BRASIL, 2017, p. 315).

Ainda para o 9° Ano, na Unidade Temática: Geometria; Objeto de Conhecimento: Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo, sugere-se como habilidades “[...] resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de *softwares* de geometria dinâmica” (BRASIL, 2017, p. 315).

Por fim, no 9° Ano, ainda na Unidade Temática: Geometria; Objeto de conhecimento: Distância entre pontos no plano cartesiano. E como habilidades, sugere-se: “[...] determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas [...]” (BRASIL, 2017, p. 317).

Neste documento, verificamos que a menção a Geometria Analítica na BNCC (2017) ocorre explicitamente vinculada ao estudo do plano cartesiano, e está presente nos 6°, 7°, 8° e 9° Anos. Ainda que ela apareça para os anos nesse nível de ensino, as finalidades para esse conteúdo se resumem em associação de pares ordenados, verificação das relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, reconhecimento e construção de figuras obtidas por composições de transformações geométricas, resolução de problemas através do estabelecimento de relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo, e na determinação do ponto médio em um segmento de reta bem como a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR: Matemática no Ensino Médio (2017)

A Base Nacional Comum Curricular de 2017 é um documento de caráter normativo que tem por objetivo definir as aprendizagens essências que todos os alunos devem desenvolver durante a Educação Básica. Este documento tem como finalidade a “formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva” (BRASIL, 2017a, p. 7).

Neste documento, na área de Matemática e suas Tecnologias, são definidos alguns campos como a Aritmética, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, Grandezas e Medidas. Estes campos estão articulados a um conjunto de pares de ideais fundamentados: “variação e constância; certeza e incerteza; movimento e posição; relações e inter-relações” (BRASIL, 2017a, p. 520). Temos que o par Movimento e posição

> [...] estão presentes na localização de números em retas, de figuras ou configurações no plano cartesiano e no espaço tridimensional; direção e sentido, ângulos, paralelismo e perpendicularidade, transformações geométricas isométricas (que preservam as medidas) e homotéticas (que preservam a formas) e padrões das distribuições de dados. (BRASIL, 2017a, p.521)

Neste trecho, o que diz respeito à nossa investigação relacionada ao conteúdo escolar de Geometria Analítica, ela está presente no documento ao tratar de plano cartesiano, ângulos, paralelismo e perpendicularidade.

A BNCC (BRASIL, 2017a) também apresenta competências específicas de Matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio, o campo da Geometria que tange a Geometria Analítica se faz presente na terceira competência

> Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2017a, p.523)

Para essa competência, temos que as habilidades a serem desenvolvidas "[...] estão relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos, espaciais, estatísticos, probabilísticos, entre outros" (BRASIL, 2017a, p. 527). E tem como finalidades que o aluno consiga tanto desenvolver quanto mobilizar habilidades que possam dar significados em sua aprendizagem a fim de assegurar que tais alunos poderão resolver problemas em seu cotidiano, este que "não se refere apenas às atividades do dia a dia dos estudantes, mas também às questões da comunidade mais ampla e do mundo do trabalho" (BRASIL, 2017a, p. 527).

Uma outra competência que remete ao campo de Geometria em que o conteúdo de Geometria Analítica estará concentrado é a seguinte:

> Compreender e utilizar com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional, etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático. (BRASIL, 2017a, p.523)

Para essa competência, temos que as habilidades a serem desenvolvidas estão relacionadas à “[...] utilização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático, tendo em vista que elas têm um papel decisivo na aprendizagem dos estudantes” (BRASIL, 2017a, p. 530). Assim, tem como finalidade que o aluno domine um conjunto de ferramentas e amplie a capacidade de pensar matematicamente.

Sobre o conteúdo escolar de Geometria Analítica, na BNCC (BRASIL, 2017a) é apresentada uma organização curricular das habilidades por competências. Nessa organização, identificamos a Geometria Analítica na habilidade da quinta competência – que propõe ao aluno investigar, estabelecer conjecturas sobre os diferentes conceitos e propriedades matemáticas através de recursos tecnológicos e estratégias –, e tal habilidade aparece na organização curricular ao sugerir: “[...] investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia, como a cilíndrica e a cônica” (BRASIL, 2017a, p. 533).

Neste documento, a menção à Geometria Analítica ocorre raramente, identificamos ela no campo Geometria articulado ao par Movimento e posição, visto que cita superficialmente o estudo do plano cartesiano, ângulos, paralelismo e perpendicularidade. Além disso, a finalidade desse saber matemático aparece apenas na organização curricular das habilidades por competências, e que como já dito, seria investigar as deformações ocorrentes em ângulos. O documento também apresenta uma breve menção a superfície cilíndrica e superfície cônica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, tivemos por objetivo identificar e apresentar como o conteúdo escolar de Geometria Analítica se encontra prescrito nos currículos do Ensino Fundamental e Ensino Médio brasileiro e indicar quais são as finalidades do ensino do conteúdo escolar de Geometria Analítica, tendo em vista os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

(PCNEM), Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Fundamental e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio.

Pela análise, identificamos que no Ensino Fundamental o conteúdo escolar de Geometria Analítica se encontra prescrito nos PCN (BRASIL, 1998) de maneira informal, inserida no bloco Grandezas e Medidas, o qual ao revelar os conteúdos a serem trabalhados desse bloco – enfatizando os conhecimentos geométricos – remete ao conteúdo escolar de Geometria Analítica. E as finalidades do ensino desse conteúdo escolar que foram identificadas para o 6° e 7° estão atreladas ao resolver situações-problemas de localização e deslocamento de pontos no espaço; ter noções de direção e sentido, de ângulos, de paralelismo e perpendicularismo; para o 8° e 9° estão atreladas ao interpretar e representar a localização e deslocamentos de figuras no plano cartesiano; ampliar e aprofundar as noções de paralelismo, perpendicularismo e ângulos.

Na prescrição curricular da BNCC (BRASIL, 2017), identificamos que no Ensino Fundamental o conteúdo escolar de Geometria Analítica se encontra inserida na unidade temática Geometria, a qual ao revelar os Objetos de Conhecimento a serem trabalhados nessa unidade temática bem como sugerir o que deve ser trabalhado, remete ao conteúdo escolar de Geometria Analítica. E as finalidades do ensino desse conteúdo escolar estão atreladas ao associar pares ordenados; verificar as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal; reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas; resolver problemas através do estabelecimento de relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo; determinar o ponto médio em um segmento de reta bem como a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

Na prescrição curricular dos PCNEM (BRASIL, 2000), o conteúdo escolar de Geometria Analítica foi mencionado apenas para a exemplificação de como é possível estabelecer conexões entre os diversos conceitos matemáticos. E não foi possível identificar as finalidades do ensino desse conteúdo escolar.

E na prescrição curricular da BNCC (BRASIL, 2017a) para o Ensino Médio, identificamos que o conteúdo escolar de Geometria Analítica se encontra inserido no campo Geometria, o qual apresenta no par Movimento e posição bem como o que

caracteriza esse par, remetendo em sua descrição ao conteúdo escolar de Geometria Analítica. E as finalidades do ensino desse conteúdo escolar estão articuladas ao investigar as deformações ocorrentes em ângulos.

E além do que este trabalho se propôs a investigar, também evidenciamos os conteúdos de Geometria Analítica que estão prescritos nos documentos curriculares.

Para o Ensino Fundamental, os conteúdos escolares na prescrição curricular dos PCN (BRASIL, 1998) que deveriam ser trabalhados estão relacionadas as noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo, de perpendicularismo, de transformação – reflexão, translação e rotação –, plano cartesiano e coordenadas cartesianas. Na prescrição curricular da BNCC (BRASIL, 2017), temos plano cartesiano, retas paralelas e perpendiculares, transformações geométricas – simetrias de translação, reflexão e rotação –, e ângulos.

Para o Ensino Médio, os conteúdos escolares que foram identificados na prescrição curricular dos PCNEM (BRASIL, 2000) foram apenas o estudo das retas e parábolas. Na prescrição curricular da BNCC (BRASIL, 2017a), temos o estudo do plano cartesiano, ângulos, paralelismo e perpendicularidade, superfície cilíndrica e superfície cônica.

Por fim, concluímos que o conteúdo escolar de Geometria Analítica está prescrito nos documentos curriculares para o Ensino Fundamental e Ensino Médio brasileiro sempre em bloco, unidade temática ou campo, os quais ao revelarem ou sugerirem o que deve ser trabalhado nesse âmbito remetem à nossa temática – Geometria Analítica. Porém, não é sempre que esse conteúdo escolar aparece nas prescrições de forma explícita, no Ensino Médio foi onde menos evidenciamos a presença dele bem como suas finalidades. E as finalidades do ensino do conteúdo escolar de Geometria Analítica que nos propomos em investigar estão sempre atreladas, quando identificadas, ao saber resolver problemas, ter noções de ângulos, de paralelismo, perpendicularismo, transformações geométricas, plano cartesiano e coordenadas cartesianas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular: ensino fundamental**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf >. Acesso em: 2 nov. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular: ensino médio**. Brasília: MEC, 2017a. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf>. Acesso em: 2 nov. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 3 nov. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio**. Brasília: MEC/SEF, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 3 nov. 2018.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Lisboa: Porto Editora, 1994.

CELLARD, A. A análise documental. In: POUPART, Jean et al. **A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos**. Petrópolis: Vozes, 2008.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Revista Teoria e Educação**. Porto Alegre, n. 2, 1990, p. 177-229.

ESPMAT. UFRGS. **Fundamentação Diretrizes**. 2009. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/novas_abordagens/2009/modulo_III/fundamentacao_IIIa.htm>. Acesso em: 18 nov. 2018.

GOODSON, I. **Currículo: teoria e história**. 5. ed. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 1995, p. 01-64.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2005.

ISSN 2236-4102

A MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DOCENTE EM ESTUDOS ADICIONAIS NO CENTRO DE TREINAMENTO E RECURSOS HUMANOS DO PARÁ

Edina Fialho Machado [363]
Iran Abreu Mendes [364]

RESUMO

Este artigo trata da formação docente em Estudos Adicionais em Matemática no Centro de Treinamento e Recursos Humanos (CTRH), espaço de formação docente fora da universidade no estado do Pará. Apresenta o problema: O desenho curricular do Curso de Estudos Adicionais em Matemática no CTRH no período de 1992 a 2000 no estado do Pará, era adequado a formação do professor para lecionar até a 6ª série do antigo primeiro grau? É uma pesquisa qualitativa com abordagem na História Cultural. Realizou-se uma pesquisa bibliográfica e documental nas fontes: a legislação educacional; o Plano de Implantação do curso; Resoluções do Conselho Estadual de Educação e lista de concluintes. Os resultados mostram que os conteúdos de Matemática nos Estudos Adicionais do CTRH eram elementares, mas significativos para aquele nível de formação. Considera-se que essa forma de ensino e o CRTH contribuíram para a profissionalização docente e a melhoria do ensino de Matemática no Pará, e isso precisa ser registrado como história de formação de professores de Matemática no Estado do Pará.

Palavras-chave: Formação Docente em Matemática. CTRH. Estudos Adicionais. História Cultural.

[363] Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará. IEMCI/UFPA
E-mail: edinafialho@yahoo.com.br
[364] Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará. IEMCI/UFPA
E-mail do Coautor 1.iamendes1@gmail.com

INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta os resultados de um estudo acerca da formação de professores de Matemática em nível de Estudos Adicionais, no Centro de Treinamento e Recursos Humanos – CTRH, uma extinta instituição de ensino no estado do Pará. Tem a História Cultural como método e fundamento teórico, a partir de Roger Chartier (2007), para o qual, o acesso ao passado depende muito de documentos escritos por instituições ou indivíduos, que servem para registrar a história do passado e garantir que outras gerações a conheçam.

O estudo é parte de um projeto de pesquisa de Tese de Doutorado no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas no Instituto de Educação Matemática e Científica, da Universidade Federal do Pará, que foi interrompido por falta de fontes documentais necessárias para a tessitura de uma tese, todavia, suficientes para a feitura deste artigo.

O CTRH foi fundado no ano de 1965, ligado à Secretaria de Estado de Educação – SEDUC com a finalidade de aprimoramento do servidor público estadual, por meio de ações voltadas a formação de professores em diversos níveis e modalidades de ensino, já que naquela época, era grande a necessidade de profissionais habilitados para a docência desde o ensino primário.

A universidade era artigo de luxo no Pará, onde até a primeira década de 2000, era grande o isolamento geográfico, difícil acesso a comunicação e aos centros urbanos, em especial, de professores leigos das zonas rurais, inviabilizando o acesso e permanência na universidade. Realidade que colocava os Estudos Adicionais e o CTRH como possibilidades de formação docente.

Os Estudos Adicionais foram instituídos pela Lei Federal nº 5.692 de 11 de agosto de 1971, que afirma no Art. 30: Exigir-se-á como formação mínima para o exercício do Magistério: a) no ensino de 1º grau, da 1ª à 4ª séries, habilitação específica de 2º grau; b) no ensino de 1º grau, da 1ª à 8ª séries, habilitação específica de grau superior, ao nível de graduação, representada por licenciatura de 1º grau obtida em curso de curta duração; c) em todo o ensino de 1º e 2º graus, habilitação específica obtida em curso superior de graduação correspondente a licenciatura plena.

O § 1º assegura: “Os professores a que se refere a letra “a” poderão lecionar na 5ª e 6ª séries do ensino de 1º grau, se a sua habilitação houver sido obtida em quatro séries ou, quando em três mediante Estudos Adicionais correspondentes a um ano letivo que incluirão, quando for o caso, formação pedagógica”. Os Estudos Adicionais, em curto prazo de tempo supriam a falta de professores habilitados no Pará para lecionar até a 6ª série do ginasial, as disciplinas específicas, entre elas a de Matemática, objeto deste estudo.

Esse curso visava ampliar os conhecimentos, competências e autorização docente de quem só tinha o Magistério de Ensino Médio e só podia lecionar, segundo Valente (2018), no “primeiro nível escolar, o mais elementar, ou os saberes elementares matemáticos”. (VALENTE, 2018, p.56).

Os alunos-mestres (professores alunos), ficavam internados no CTRH nos períodos de férias e recessos escolares, onde as aulas ocorriam nos turnos matutino e vespertino de segunda a sexta e sábado pela manhã, no noturno, aconteciam atividades culturais. Contexto que nos levou a seguinte pergunta: “O desenho curricular do Curso de Estudos Adicionais em Matemática no CTRH no período de 1992 a 1995 no estado do Pará, era adequado a formação do professor para lecionar até a 6ª série do antigo primeiro grau?

A pesquisa organizada por Gatti, (2009) sobre a Formação de Professores de Licenciaturas, entre as quais a de Matemática, revela: os cursos formam profissionais com perfis diferentes, alguns com formação matemática profunda e pouco preparados para a docência, outros com grande formação pedagógica, mas desconexa da formação matemática; não incorporaram em suas matrizes curriculares mais horas para atuar no ensino fundamental e médio.

Mendes (2015), defende o uso de uma abordagem didática investigativa nas aulas de matemática, com base nas informações históricas, como contribuição para um ensino de matemática que mobilize situações problematizadoras, que leve os alunos à construção de uma aprendizagem matemática por meio das informações advindas dos contextos sociais, históricos e culturais que revestem essas situações. (MENDES,2015, p.21).

Os Estudos Adicionais no CTRH visavam uma educação para a realidade social e formativa da região, e conseguiu isso até a sua extinção em 2002, com base na avaliação de dirigentes estaduais da época, ao interpretarem a Lei Federal nº 9.394/96 que exige a formação em Licenciatura, além da interiorização das Licenciaturas pela Universidade Federal do Pará, desde o final de 1980.

De acordo com essa avaliação, os professores leigos ou com Magistério que atuavam no ensino primário e precisavam de formação para atuar no ginasial, preferiam cursar as Licenciaturas na universidade, tendo em vista maior qualificação profissional e autorização para lecionar em todo o ensino primário e até ao segundo grau. Diante ao exposto, objetiva-se: Ponderar se o desenho curricular ofertado no Curso de Estudos Adicionais em Matemática no CTRH e seus reflexos na formação docente e no ensino de Matemática no primeiro grau no período de 1992 a 2000 no estado do Pará.

Para Mendes (2018), “cada história generaliza o que é possível de acordo com o objeto a ser investigado historicamente, das fontes consideradas e dos métodos tomados na construção histórica”. (MENDES,2018, p.147). Assim, na falta de fontes para registrar toda a história dos Estudos Adicionais no CTRH, selecionamos um fragmento para análise e apropriação, pois, até o momento não conhecemos registros oficiais de pesquisas acadêmicas acerca desses objetos.

Na visão de Chartier, (2002, p.25), “a apropriação, tal como a entendemos, tem por objetivo uma história social das interpretações, remetidas para as suas determinações fundamentais, (sociais, institucionais, culturais) e inscritas nas práticas específicas que as produzem”. E entres essas histórias e práticas estão a do Estudos Adicionais em Matemática no ofertados pelo CTRH.

Para responder à pergunta e alcançar o objetivo, elaboramos um processo metodológico, conforme apresentado a no item a seguir.

PROCEDIMENTOS METODLÓGICOS

A investigação acadêmica à luz da História Cultural possibilita a utilização de diversos elementos, métodos e objetos de pesquisa, nesta perspectiva, Chatier (1990), lembra que, “a História Cultural liga-se à subjetividade das representações, identificando o modo como uma realidade é construída, pensada, dada a ler”. Ideia que nos mobilizou para conhecer as diversas representações que os Estudos Adicionais no CTRH tiveram para a formação docente e para o ensino de Matemática no estado do Pará.

É uma pesquisa qualitativa, a qual para Flick (2004), os seus aspectos essenciais, estão na escolha correta de métodos e teorias, no relacionamento e na análise de diferentes perspectivas, nas reflexões dos pesquisadores acerca de sua pesquisa como parte do processo de produção de conhecimento, e na variedade de abordagens e métodos. (FLICK, 2004, p.20).

É ainda bibliográfica e documental realizada pela articulação entre as leituras de livros e a análise de documentos para construir o corpus teórico da pesquisa. Para Lüdke; André (1986, p. 39), “os documentos consistem também, uma fonte poderosa de onde podem ser retiradas evidências que fundamentem afirmações e declarações do pesquisador e uma fonte “natural” de informação”.

As fontes documentais são o Plano de Curso de Estudos Adicionais em Matemática no CTRH, a Legislação que respalda o curso, documentos de criação e funcionamento expedidos pelo Conselho Estadual de Educação - CEE, listas de Frequências de alunos Concluintes desse Curso, e Certificados de Concluintes com o Apostilamento do Curso de Estudos Adicionais.

Havia Estudos Adicionais no CTRH em quatro áreas de conhecimento: Ciências; História; Geografia; Língua Portuguesa e Matemática, no entanto, este estudo se concentra apenas no de Matemática, tendo em vista o nosso interesse de pesquisa na área de História da Educação Matemática em que se situa esta pesquisa. Por siso as outras disciplinas não serão exploradas neste estudo.

O CTRH foi fundado em 1965, mas delimitamos o estudo ao período de 1992, ano de lançamento do Plano de Ação encontrado, até o ano de 1995 quando as últimas

turmas as quais tivemos acesso a documentos, se formaram. Selecionamos as fontes já mencionadas e após análise, forneceram os resultados que estão sistematizadas em quadros sínteses e também em forma de textos.

CONTRIBUIÇÕES TEÓRICAS

A perspectiva da História Cultural em Chatier (1990), parte do pressuposto de que toda realidade não é um dado, mas sim uma construção social, uma conjetural que é fruto de estratégias e práticas que legitimam e justificam as escolhas e condutas dos indivíduos (CHARTIER, 1990).

Estratégias e práticas presentes nos debates de formação docente, seja nas políticas educacionais, nos palanques eleitorais, nas pesquisas, nas reformulações curriculares, como do Ensino Médio, a implantação da BNCC (Base Nacional Comum Curricular) e do projeto “Escola Sem Partido”, que graças a mobilização e pressões da sociedade, foi arquivado por enquanto. Tais reformas, incidem diretamente na interferência do estado e do capital nas políticas de formação docente e nos desenhos curriculares que são efetivados nas diversas práticas em salas de aulas.

Fatos que exigem a formação de um professor qualificado para posicionar-se frente as novas demandas que interferem na docência e no processo pedagógico escolar, e esteja atento ao que diz Imbernón (2000), “a formação deveria capacitar o professor de condições e instrumentos intelectuais favoráveis ao conhecimento, e a interpretação de situações complexas, possibilitando-lhe a dimensão do vínculo da educação com a realidade social” (IBERNÓN, 2000, p. 40).

Os Estudos Adicionais foram mais do que treinamento, visava capacitar o professor de Educação Geral, de conhecimentos pedagógicos, teóricos e técnicos, e saberes específicos para ensinar Matemática até a 6ª série do 1º grau. Talvez, não ainda fosse uma formação, que na visão de Mendes, (2015), capacite o professor para desenvolver uma prática em Educação Matemática que tenha como princípio educativo, a valorização da pesquisa e a busca de informações para o ensino,

aprendizagem e socialização de conhecimentos". **(**MENDES, (2015, p. 29). Todavia, essa educação estava engajada em seu contexto social.

Valente (2015b), afirma que "o professor dos anos iniciais é professor polivalente, e assim, não tem em seu ofício docente e nem a formação em curso de Matemática. Ele trabalha com variados saberes não organizados em forma de disciplinas" (VALENTE, 2015b, p. 357-358), posição que justifica a oferta dos Estudos Adicionais em Matemática para que o professor com apenas o Magistério pudesse lecionar até a 6ª série do ginasial.

A importância de estudos em História da Educação Matemática, pode ser compreendida na ideia de Mendes (2018), para o qual, o estudo das organizações e dos sistemas escolares e seus modelos de ensino, como referências de análise, podem favorecer reflexões acerca dessas fontes que se bem exploradas, podem produzir elementos significativos para o conhecimento, a compreensão e a construção da História da Educação Matemática. (MENDES,2018, p. 134).

Ideia que justifica este estudo ao registrar parte da história do currículo dos Estudos Adicionais em Matemática no CTRH, a partir das representações que temos nos documentos analisados. Todavia, Chartier (1990), argumenta que não existe neutralidade nas representações, e aponta que as mesmas devem ser entendidas e tomadas como construções históricas que surgem por meio das relações de lutas, disputas e de conflitos.

Assim, a decisão do governo em acabar com os Estudos Adicionais como proposta de formação continuada, e o CTRH como lócus de formação no estado do Pará, foi fruto de decisões políticas e das representações advindas da interpretação da lei 93.94/96, e de interesses econômicos, entre outros que afetaram a reflexão acerca da formação e prática da História da Educação Matemática no estado do Pará.

Os Estudos Adicionais se encaixam na ideia defendida por Fiorentini; Nacarato, (2009; p. 9), de que, o professor na perspectiva de educação continuada torna-se agente reflexivo de sua prática pedagógica, e passa a buscar coletivamente, autonomia e subsídios teóricos e práticos que ajudem a compreender e enfrentar os problemas e desafios do trabalho docente. Atitude que poderia estar nas práticas dos professores que ensinavam nos Estudos Adicionais e nos mestres-alunos.

RESULTADOS

Esses resultados são frutos do esforço diante de poucas informações, mas da vontade e necessidade de registrar esta história que passa a fazer parte do campo de estudos em História da Educação Matemática, especificamente, das histórias das instituições de ensino e formação de professores de Matemática.

Os documentos que serviram como fontes, foram: 1- Plano de Ação e Calendário Letivo do Programa de Estudos Adicionais em Matemática com Habilitação em Magistério, ano 1992, com 900 horas aulas e 121 dias letivos, distribuídas em cinco (05) meses, com horário integral manhã e tarde, além de trabalhos extras e culturais nos horários da noite, organizados no quando abaixo:

QUADRO 1: Calendário letivo de 1992.

Julho de 1992	**Agosto de 1992**	**Janeiro de 1993**	**Fevereiro de 1993**	**Março de 1993**	**Total de dias Letivos**
29 dias Letivos	08 dias Letivos	24 dias Letivos	21 dias Letivos	09 dias Letivos	91 dias letivos
Horas Aulas	**Horas Aulas**	**Horas Aulas**	**Horas Aulas**	**Horas Aulas**	**Total de Horas Aulas**
290h/a	70h/a	240h/a	210h/a	90h/a	900h/a

Fonte**:** Elaborado pelos autores com base nos dados do Calendário do CTRH 1992

O quadro acima, evidencia uma certa preocupação com a quantidade de carga horária que chega a ser superior a maioria dos cursos de Especializações, os quais, normalmente têm até 320h. Por outro lado, ainda estava bem distante da carga horário de um Curso de Licenciatura que chega atualmente, de acordo com Resolução nº 2, de 1º de julho de 2015, que define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em nível Superior, no seu Art. 13, § 1º "Os cursos de que trata o caput terão, no mínimo, 3.200 (três mil e duzentas) horas de efetivo trabalho acadêmico, em cursos com duração de, no mínimo, 8 (oito) semestres ou 4 (quatro) anos".(BRASIL,2015).

No entanto, a organização curricular dos Estudos Adicionais, demonstra ter uma concentração muito grande de aulas em pouco espaço de tempo, o que a nosso ver, exigia esforço redobrado do aluno para dar conta de compreender e assimilar todo esse conteúdo em tempo recorde, o que talvez, pudesse dificultar o processo ensino-

aprendizagem, bem como, as suas condições para reelaborar esses conteúdos e ensinar aos seus alunos.

Foi esse o modelo em que ocorria essa formação no CTRH, até a sua extinção e a desocupação do prédio localizado na BR 316 no município de Benevides, região metropolitana de Belém, para ser entregue a Polícia Militar do Pará, para sediar a Escola de Formação Militar. A documentação foi encaminhada para outras locais no estado, muitos extraviados e ou posteriormente incinerados.

Nesse movimento, as turmas de Estudos Adicionais foram deslocadas para outros prédios e até outros municípios do Pará, para os alunos concluírem os cursos. Todavia, antes da extinção do CTRH, desde 1992 já existiam turmas de Estudos Adicionais em outros municípios, como mostra a Resolução 485/1995 do Conselho Estadual de Educação do Pará, autorizando o seu funcionamento, conforme se observa nos termos do referido documento.

A Resolução 485/1995 do CEE em sessão do dia 07/12/1995, processo 797/95 – Par. 259/95. “Autoriza o Curso de Habilitação de Professores de 1º Grau, a nível de 2 º grau, exercício de 5ª e 6ª séries – Estudos Adicionais – Centro de Treinamento de Recursos Humanos “Prof. Arthur Porto” – Benevides.

Essa Resolução também garantia que o Apostilamento dos Diplomas de Magistério, fosse de responsabilidade da Escola Estadual de 1º e 2º graus “Antônio Lemos”, sediada no município de Santa Isabel do Pará. O Apostilamento consistia no carimbo e assinatura no verso do Diploma de Magistério, comprovando que o professor estava habilitado em Estudos Adicionais para lecionar disciplinas específicas até a 6ª série do 1 º grau, neste caso, Matemática.

No Programa de Estudos Adicionais de Matemática no CTRH, 1992, tem a seguinte afirmação:

> Não se pode conceber uma educação conservadora, reproduzindo valores, culturas e práticas pedagógicas dissociadas das questões imediatas que compõem o tripé: político, econômico e social, por isso o curso se propõe a transmitir através da pedagogia transformadora mudanças na direção dos rumos educacionais da sociedade. (PROGRAMA DE ESTUDOS ADICIONAIS, 1992).

Esse pensamento vai ao encontro do pressuposto de Chartier (1990), de que “as representações são reveladas pelos discursos e práticas diferenciadas”. Observa-se no discurso, a representação de preocupação com a contextualização da realidade social e prática transformadora, todavia, revela a ideia de saber hierarquizado ao propor a “transmitir através da pedagogia transformadora mudança de direção”, para nós, a prática de transmissão contraria a ideia de educação transformadora que visa a mudança, via discussão, apropriação e produção de novos conhecimentos.

Como é possível observar no quadro abaixo, no ano de 1995 estavam em pleno funcionamento quatorze (14) turmas de Matemática implantadas em quatorze (14) municípios do estado, o que de acordo com as listas de frequências de alunos concluintes, um total de 620 alunos concluíram o Curso de Estudos Adicionais em Matemática em 1995, conforme demonstrado no quadro abaixo, comprova a importância e necessidade desse curso no estado do Pará.

Quadro 2- Formandos em Estudos Adicionais em Matemática em 1995

Municípios Polos	**Estudos Adicionais Habilitação**	**Turmas**	**Total de Alunos**
Baião	Matemática	01	45
Benevides	Matemática	01	44
Acará	Matemática	01	49
Capanema	Matemática	01	56
Castanhal	Matemática	01	49
Igarapé-Açú	Matemática,	01	43
Limoeiro do Ajurú	Matemática	01	33
Mocajuba	Matemática	01	43
Monte Alegre	Matemática	01	56
Redenção	Matemática	01	47
Salinópolis	Matemática	01	47
Tucuruí	Matemática	01	41
Vigia	Matemática	01	55
Xinguara	Matemática	01	12
14 Municípios	**01 Habilitação**	**14 Turmas**	**620 Alunos**

Fonte: Elaborado pelos autores com dados extraídos da Lista de Formandos -1995

O quadro supra referido tem um quantitativo elevado de alunos-mestres que mostra o quanto era necessária e urgente a implantação e continuidade do Curso de Estudos Adicionais em Matemática no estado do Pará, considerando o elevado número

de professores que só tinham o Magistério em nível Médio, e que precisavam se habilitar em para exercer a docência nessa área específica de conhecimento até a 6ª série. Todavia, não se sabe as condições nas quais o curso capacitava o professor com saberes específicos a ensinar e para ensinar Matemática na segunda fase do antigo primeiro grau, tendo em vista, o pouco tempo de formação que recebia e as condições em que ela se dava.

Os saberes específicos para ensinar, Valente (2017), lembra que “existe o modelo das escolas normais e das escolas de nível superior”. Os Estudos Adicionais não se encaixam em nem um desses modelos, ele tem características peculiares na forma de oferta e no nível de formação, que é intermediário ao da escola normal e ao do superior, ou seja, ele está em um não lugar.

Ou ainda, como diz Valente (2017), “as outras instancias caberia as discussões de caráter pedagógico, dadas por faculdades de educação; ou por cursos de formação continuada sob a responsabilidade de secretarias governamentais do ensino”. (VALENTE,2017, p. 211). Nesse contexto, estão os Estudos Adicionais e mostra a necessidade de continuação deste estudo para melhor conhecer o seu funcionamento e abrangência no Pará.

O seu desenho curricular revela pouca informação acerca do programa, pois, não indica como eram trabalhados os conteúdos propostos, o que limita um pouco nossa interpretação e sua representação.

Quadro 3: Desenho Curricular do Curso de Estudos Adicionais em Matemática

Conteúdo do Curso de Estudos Adicionais em Matemática no CTRH			
DISCIPLINAS	**C.H**	**PERÍDO LETIVO**	**C. H total**
- Aritmética **Matemática**: - Álgebra - Geometria	140h 120h 100h	29.06 a 14.07 de 1992 15.07 a 28.07 de 1992 29.07 a 28.08 de 1992	**360**h
Português	60h	Não constam esses Períodos letivos no Calendário encontrado	
Psicologia da Educação	60h		
Sociologia da Educação	60h		
Didática	180h		
Metodologia da Matemática	160h		
Prática de Ensino	100h		
Total de Horas aulas	**620**		**980**h

Fonte: Programa do CTRH, elaboração dos autores.

Existe uma diferença superior de carga horária entre o quadro do calendário com os períodos e total de dias letivos e carga horária, com um total de 900h/a, sendo que neste com todas as disciplinas do currículo, chega a um total de 980h/a, o que equivale a 80h a mais do que as apresentadas no calendário. Como essa diferença não está explicada no programa, supõem-se que essas horas a mais no currículo poderiam ser ministradas em períodos intervalares e em atividades a distância. No entanto, não é possível dizer se essas horas eram suficientes para ensinar Matemática até a 6ª série, tendo em vista que dessas horas, apenas 360 têm referência direta com a Matemática, como no caso da Aritmética, da Álgebra e da Geometria, ou seja, os saberes específicos a ensinar.

Valente (2016, p.218), argumenta que existem “saberes a ensinar e saberes para ensinar”, e para Fiorentini; Nacarato (2005), o eixo de formação relativo à atividade profissional de ensinar Matemática diz respeito aos saberes que são mobilizados para a realização do trabalho docente, e guardam relação direta com o saber fazer e o saber ser, em determinados contextos de práticas. (FIORENTINI; NACARATO, 2005, p.40).

Saberes e práticas presentes na formação docente em Estudos Adicionais em Matemática, o qual tem uma carga horária significativa de disciplinas pedagógicas importantes na formação docente, tendo em vista a necessidade de saber ensinar os conteúdos, bem como, saber planejar, avaliar e se relacionar com os sujeitos do processo ensino-aprendizagem, e assim, perceber as necessidades e possibilidades de seus alunos, o que só poderá acontecer se o professor for bem formado e tiver um olhar atento de professor pesquisador.

Mendes (2015) defende a prática de uma abordagem didática investigativa nas aulas de matemática, que se ampare nas informações históricas que contribuam para a realização de um ensino de matemática capaz de mobilizar e problematizar as situações, e assim, levar os estudantes à construção da aprendizagem matemática a partir das informações dos contextos sociais, históricos e culturais que as envolvem. (MENDES, 2015, p. 21).

Os Estudos Adicionais serviram como instrumento de formação continuada de professores de nível médio, para se respaldarem para ministrar a disciplina

Matemática de 5ª e 6ª séries, o que significava também, uma certa ascensão acadêmica, profissional, salarial e social para esse professor, considerando a sua chegada a um nível mais elevado diante de seus colegas.

Coerentes com Valente (2013), [...] estudos históricos culturais da educação matemática deveriam caracterizar-se pelas pesquisas que intentam saber como historicamente foram construídas representações sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e de que modo essas representações passaram a ter um significado nas práticas pedagógicas dos professores em seus mais diversos contextos e épocas. (VALENTE, 2013, p. 37). O que nos leva a considerar esta pesquisa, relevante para a compreensão desse modelo específico de formação de professores de Matemática.

O CTRH foi uma referência em formação docente em Estudos Adicionais no Pará, diante das dificuldades de acesso dos professores da educação básica as universidades, haja vista, as vagas limitadas, seletividade, distâncias geográficas, e difíceis condições de transportes e acesso ao centro urbano. Fato que justifica este estudo que extrapola o mero levantamento do passado, e representa uma reflexão acerca desse passado recente que poderá ficar registrado para o futuro da educação matemática no Brasil, a partir deste estudo.

CONCLUSÃO

Este estudo teve por objetivo ponderar se o desenho curricular do Curso de Estudos Adicionais em Matemática no CTRH e seus reflexos na formação docente e no ensino de Matemática no primeiro grau no período de 1992 a 1995 no estado do Pará, a luz da História Cultural, com ênfase em Roger Chartier. Todavia, as contingências do processo geraram dificuldades em conseguir fontes materiais, em decorrência da falta de arquivamento de seus documentos.

Todavia, mantivemos a decisão de investigar esta história de formação e fazer o seu registro para novas pesquisas na área. Os resultados mostram pequenas conquistas, grandes desafios e descobertas significativas acerca da formação docente

fora das universidades, como intermediária entre o Magistério de ensino Médio e a Licenciatura na universidade, criando um novo itinerário formativo que possibilitava certa autonomia e reconhecimento profissional ao professor, pois ele subia na escala hierárquica de formação e de escolaridade.

Acerca dos conteúdos e do tempo escolar, os dados apontam um programa aligeirado, e concentrado em módulos, o que exigia maior esforço do aluno para aprender, tendo em vista, o volume de conteúdos e de atividades para fazer em pouco tempo. Outro destaque é que o curso de Matemática foi o mais procurado, em comparação as outras áreas, com 620 alunos formados em Matemática em 14 municípios do Pará, em curto prazo de tempo, entre os anos de 1992 a 1995, o que significa uma grande elevação no nível de formação de professores de Matemática para atuar nas primeiras séries do antigo ginasial.

Não é possível afirmar o nível de qualidade dessa formação, e nem os benefícios para o processo ensino-aprendizagem de Matemática nas escolas do Pará, tendo em vista que seria necessária uma nova pesquisa para levantar essas informações mais específicas acerca da materialidade e da qualidade das aulas ministradas. Mas é possível dizer que ela mudou o quadro do nível de formação docente em Matemática no Pará, pois, nas cidades mais distantes, os alunos puderam ter acesso a pelo menos a 6ª série ginasial e posteriormente, até a 8ª série, pois, em virtude da carência de professores com Licenciatura nesses municípios, os docentes com Estudos Adicionais recebiam uma nova autorização para lecionar em regime de "carência" até a 8ª série.

Naquele contexto político e educacional do estado do Pará, os Estudos Adicionais em Matemática foi uma necessidade emergencial. E o CTRH como instituição de ensino, teve papel preponderante na história da formação de professores no estado do Pará, e na melhoria da qualidade de ensino na região. Diante da legislação que exigia uma formação mais consistente aos professores do Brasil, o Pará não poderia fugir a essa realidade, e nem deixar de ampliar a formação de seus professores nas universidades, mas não precisava extinguir o CTRH, como *lócus* de formação continuada de servidores da educação.

Os estudos Adicionais em Matemática, tiveram essa finalidade e a cumpriram como uma experiência de formação e qualificação profissional fora da universidade, e capaz de promover o ensino até a 6ª série em cidades distantes da capital, como forma de melhoria da qualidade pedagógica, técnica e humana da prática docente em Matemática, história que agora, passou a compor o rol de estudos em História da Educação Matemática com ênfase na História Cultural.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, Marli E.D.A; LÜDKE, Menga. **Pesquisa em Educação**: Abordagens Qualitativas. São Paulo: EPE, 1986. (Temas básicos de educação e ensino)

BRASIL. Lei Federal nº. 5.696/71 de 11 de agosto de 1971. **Diretrizes e Bases para o ensino de 1° e 2º graus**. Gabinete da Presidência. Brasília. Brasília, 1971. Coleção de Leis do Brasil - 1971, Página 59 Vol. 5 (Publicação Original).
BRASIL. Lei Federal nº 9.394/96 de 20 de dezembro de 1996. **Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Diário Oficial da União, seção 1. Brasília, 1996. Gabinete da Presidência. Brasília, 2015.

BRASIL. Resolução nº 2, de 1º de julho de 2015, que define as **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em nível Superior.**

CHARTIER, Roger**. A história cultural**: entre práticas e representações. Lisboa: Difel. 1990.

CHARTIER, Roger. A "Nova História Cultural". In: GARNICA. Antonio Vicente Marafioti. (Org). **Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil**: sob
o signo da pluralidade. São Paulo: Livraria da Física, 2016

CHARTIER, Roger. **A História ou a Leitura do Tempo**. Edição 1ª. Belo Horizonte. Autêntica,2009.
FIORENTINI, Dario e NACARATO, Adair Mendes. **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática**. Campinas - SP: Musa, 2005.

FLICK. Uwe. **Uma introdução à pesquisa qualitativa**. Tradução: Sandra Netz. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.

GATTI, Bernadete. A. Formação de professores: condições e problemas atuais. In: **Revista brasileira de formação de professores**. São Paulo, 2009. v. 1. n. 1. p. 90-102

MENDES, Iran Abreu. **História da Matemática no ensino**: entre trajetórias profissionais, epistemológicas e pesquisas. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Coleção História da Matemática para professores).

MENDES, Iran Abreu. Pesquisa sobre História da Matemática nas dissertações e teses. In: MENDES, Iran Abreu MOREY, Bernadete. (Org.). **Debates Temáticos sobre Pesquisa em História da Matemática e da Educação Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018.

PARÁ. Resolução 485/1995 do **Conselho Estadual de Educação do Pará** - CEE. Belém: Sessão do dia 07/12/1995.

PARÁ. **Plano de Implantação do Curso de Estudos Adicionais**. Centro de Treinamento e Recursos Humanos –CTRH- Secretaria de Educação do estado do Pará. SEDUC. Belém, 1992.

PARA. Secretaria Executiva de Estado de Educação do Pará. **Programa de Capacitação 2002. Centro de Treinamento e Recursos Humanos – CTRH**. SEDUC. Belém: Pará 2002.

TARDIF, M.; LESSARD, C. **O trabalho docente**: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. Petrópolis: Vozes, 2005

VALENTE, Wagner Rodrigues. **História da Educação Matemática**: interrogações metodológicas. In: 1 REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. V2.2, p.28-49, UFSC: 2007.

VALENTE, Wagner Rodrigues. A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: os saberes para a formação do educador matemático. In: HOFSTETTER, Rita e VALENTE, Wagner Rodrigues. (Orgs). **Saberes em (trans) formação**: tema central da formação de professores. 1ª ed. São Paulo: Livraria da Física,2017. (Coleção contexto da Ciência).

VALENTE, Wagner Rodrigues. **A Prática de Ensino de Matemática e o Impacto de um Novo Campo de Pesquisas**: A Educação Matemática. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.7, n.2, p.179-196, novembro 2014 ISSN 1982-5153.

ISSN 2236-4102

A MATEMÁTICA NO PERIÓDICO *KINDERBLATT* Editado pela Igreja Evangélica Luterana do Brasil no século XX

Malcus Cassiano Kuhn[365]

RESUMO

Em 1900, o Sínodo Evangélico Luterano Alemão de Missouri, posteriormente Igreja Evangélica Luterana do Brasil, iniciou missão nas colônias alemãs gaúchas, fundando congregações religiosas e escolas paroquiais. Tais escolas integravam um projeto missionário e comunitário que buscava ensinar a língua materna, Matemática, valores culturais, sociais e, principalmente, religiosos. Esta comunicação é recorte de uma pesquisa sobre a Matemática nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX, e tem o propósito de analisar as edições do periódico *Evangelisch-Lutherisches Kinderblatt für Südamerika*[366], com ênfase para o discurso matemático veiculado no mesmo, por meio dos textos, imagens e enunciados, suas intencionalidades e abordagens. Esse periódico foi editado pela Igreja Evangélica Luterana do Brasil, por meio da Casa Publicadora Concórdia de Porto Alegre, para as crianças luteranas. De caráter qualitativo e com análise de fontes documentais, a pesquisa possui aporte metodológico na pesquisa histórica e no conceito de cultura escolar, para análise das 88 edições do periódico *Kinderblatt,* editado no período de dezembro de 1930 a junho/julho de 1939, em alemão gótico e redigido por pastores luteranos e professores paroquiais. O principal objetivo dos editores do periódico era, de forma lúdica, inserir as crianças na prática religiosa luterana por meio de textos, histórias, informações e curiosidades de cunho moral e religioso e de formação geral. Foi usado, complementarmente, no ensino das diferentes áreas do conhecimento nas escolas paroquiais luteranas gaúchas durante a primeira metade do século XX. Em relação à Matemática, constatou-se que os editores valorizavam as habilidades concretas e abstratas do aprendizado matemático através do cálculo escrito e mental, em forma de atividades lúdicas e prazerosas. Também propunham desafios matemáticos para desenvolver o raciocínio lógico e o pensamento geométrico das crianças.

Palavras-chave: História da Educação Matemática. Escolas Paroquiais Luteranas Gaúchas. Periódico Infantil.

[365] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense – IFSul Câmpus Lajeado. E-mail: malcuskuhn@ifsul.edu.br.

[366] Jornal para crianças da Igreja Evangélica Luterana da América do Sul.

INTRODUÇÃO

O tema desta investigação se insere na História da Educação Matemática no Rio Grande do Sul – RS, no âmbito das Escolas Evangélicas Luteranas do Brasil, no século XX. Trata-se de um estudo que contempla os imigrantes alemães e seus descendentes no estado gaúcho e focaliza a Matemática nas escolas paroquiais luteranas. Em 1900, o Sínodo Evangélico Luterano Alemão de Missouri[367], atualmente Igreja Evangélica Luterana do Brasil – IELB, iniciou missão nas colônias alemãs do RS, fundando congregações religiosas e escolas paroquiais. Conforme Kuhn e Bayer (2017b), as escolas paroquiais luteranas estavam inseridas num projeto missionário e comunitário que buscava ensinar a língua materna, Matemática, valores culturais, sociais e, principalmente, religiosos. Tais escolas:

> Tinham uma responsabilidade para com a comunidade no sentido de, junto e com ela, promover o crescimento e o desenvolvimento pessoal de todos que a compunham, focando a cidadania. Se a escola formasse o ser humano com postura ética e moral exemplar, este poderia promover transformações sólidas em seu contexto social e seria um verdadeiro colaborador na seara de Deus e para o governo do mundo (KUHN; BAYER, 2017b, p. 132).

As escolas paroquiais luteranas gaúchas, geralmente, eram constituídas por classes multisseriadas, mantidas pela comunidade escolar/paroquial e subvencionadas pelo Sínodo de Missouri para pagamento do salário do professor/pastor. Como havia poucos materiais didáticos nestas escolas, o ensino acontecia na base da recitação e da memorização. Os professores paroquiais eram formados pelo Seminário Concórdia[368], de acordo com os princípios morais e religiosos da Igreja Luterana. A prática pedagógica deveria levar em consideração a realidade dos alunos, para que, futuramente, os mesmos se engajassem de forma ativa nas estruturas comunitárias.

O Sínodo de Missouri também tinha uma preocupação acentuada em relação aos materiais didáticos usados nas escolas paroquiais, pois este material era escasso

[367] Em 1847, um grupo de imigrantes luteranos alemães da Saxônia fundou no estado de Missouri (Estados Unidos), o Sínodo Evangélico Luterano Alemão de Missouri, Ohio e Outros Estados, atualmente Igreja Luterana - Sínodo de Missouri.
[368] Instituto pedagógico-teológico que atuou na formação de pastores e de professores paroquiais para IELB.

e a dificuldade era grande em manter um ensino planificado e organizado. Conforme Weiduschadt (2007, p. 41), “os livros usados nas escolas paroquiais e utilizados pelos alunos foram produzidos pelas instituições religiosas com objetivo de formar e moldar as condutas e as práticas ao fazer a escolarização das comunidades”. Dessa forma, por meio dos livros didáticos e dos periódicos pedagógicos, as escolas paroquiais luteranas gaúchas desenvolviam uma educação integral cristã em todas as disciplinas.

Esta comunicação científica tem por objetivo discutir a Matemática presente nas edições do periódico *Evangelisch-Lutherisches Kinderblatt für Südamerika* (1931-1939), editado pela IELB, por meio da Casa Publicadora Concórdia[369] de Porto Alegre, para as crianças luteranas. Trata-se de um recorte de tese, complementado por pesquisas realizadas durante o estágio Pós-doutoral em um Programa de Pós-Graduação, tendo como questão norteadora a Matemática praticada nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX.

Como a temática investigada se insere na História da Educação Matemática no RS, busca-se na pesquisa histórica e no conceito de cultura escolar, o suporte para discussão. Conforme Prost (2008), os fatos históricos são constituídos a partir de traços deixados no presente pelo passado. Assim, a tarefa do historiador consiste em efetuar um trabalho sobre esses traços para construir os fatos.

Certeau (1982) define o fazer história, no sentido de pensar a história como uma produção. Para o autor, a história, como uma produção escrita, tem a tripla tarefa de convocar o passado que já não está em um discurso presente, mostrar as competências do historiador (dono das fontes) e convencer o leitor. O trabalho do historiador, de acordo com Certeau (1982), é fazer um diálogo constante do presente com o passado, e o produto desse diálogo consiste na transformação de objetos naturais em cultura.

Julia (2001) define a cultura escolar como:

> Um conjunto de normas que estabelecem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a

[369] Fundada em 1923, fazia a edição de livros e de periódicos relacionados à literatura religiosa e escolar da IELB. Foi a primeira e a única redatora da IELB, existente até os dias atuais. Antes de sua fundação, os livros e os periódicos eram impressos pela *Concordia Publishing House*, nos Estados Unidos, e enviados para o Brasil.

> transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo às épocas (JULIA, 2001, p.10).

Então, o estudo da cultura escolar instiga a busca pelas normas e finalidades que regem a escola, a avaliação do papel desempenhado pelo professor e a análise dos conteúdos ensinados e das práticas escolares. Chervel (1990) considera importante o estudo da cultura escolar para a compreensão dos elementos que participam da produção/elaboração/constituição dos saberes escolares e, em particular, da matemática escolar e sua história.

De acordo com Valente (2007), pensar os saberes escolares como elementos da cultura escolar e realizar o estudo histórico da matemática escolar, exige que se devam considerar os produtos dessa cultura no ensino, que deixaram traços que permitem o seu estudo, como os periódicos editados pela IELB, principais fontes documentais desta investigação.

A MATEMÁTICA PRESENTE NO PERIÓDICO *KINDERBLATT*

Conforme estudos realizados por Kuhn e Bayer (2017a), nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século passado, o ensino da Matemática priorizava os números naturais, os sistemas de medidas, as frações e os números decimais, complementando-se com a matemática comercial e financeira e a geometria. O ensino desta disciplina deveria acontecer de forma prática e articulada com as necessidades dos futuros agricultores, observando-se a doutrina luterana. Segundo Lemke (2001), o ensino da palavra de Deus, através da Bíblia, ficava em primeiro lugar, e as demais disciplinas não eram menosprezadas, mas complementavam a educação para servir no mundo.

O ensino da Matemática era muito valorizado nas escolas paroquiais luteranas gaúchas pela necessidade do trabalho e para ser usada na vida cotidiana:

> O ensino da matemática era difundido, pois, a criança necessitava ter domínio desse conhecimento para poder usar no dia a dia. Aprendiam os conceitos elementares e práticos da matemática. Em relação à

> economia eles precisavam aprender fundamentos básicos de matemática para que fosse permitido negociar seus produtos agrícolas (WEIDUSCHADT, 2007, p. 195).

No ensino da Matemática, a prioridade eram as operações básicas que pudessem ser feitas mentalmente, nas circunstâncias concretas da vida agrária, seja na forma, como no conteúdo (KREUTZ, 1994). Por isso, dava-se ênfase aos *Kopfrechnungen* (cálculos feitos mentalmente), já na vida agrícola, a pessoa teria que calcular, com frequência, sem ter o papel e lápis à mão.

O periódico *Kinderblatt* teve sua 1ª edição publicada em dezembro de 1930. A redação era realizada por professores paroquiais e/ou pastores que se dispunham a redigir, traduzir ou adaptar os textos de forma voluntária, ou seja, não eram remunerados para esta função. Os redatores mantinham contato com os leitores, liam as cartas e organizavam o conteúdo do periódico, mas não tinham dedicação exclusiva como redatores. Em geral, acumulavam a função com o exercício do magistério e do pastorado. A edição e a publicação do periódico ficavam por conta da Casa Publicadora Concórdia. As cartas enviadas pelas crianças e por representantes de escolas paroquiais eram encaminhadas para a Casa Publicadora Concórdia, localizada em Porto Alegre, e repassadas aos redatores.

O primeiro redator, considerado fundador do periódico *Kinderblatt*, foi o pastor Friedrich Theodor Steyer[370], residente em Sítio, Santa Cruz do Sul, depois em Canoas. Foi redator do periódico no período de dezembro de 1930 até final de 1938. Depois da sua morte, em outubro de 1938, o pastor Karl H. Johannes Fiedler[371], o substituiu, assumindo a redação em novembro de 1938 até a mudança do periódico para a língua portuguesa, em 1939, devido ao processo de nacionalização do ensino[372] em curso.

A Figura 1 traz um fragmento da 1ª edição do periódico *Kinderblatt*, mostrando informações de identificação do mesmo:

---

370 O pastor Steyer (1898-1938) nasceu em Dresden, Alemanha, formou-se no Seminário Concórdia em Porto Alegre, em 1925, e atuou como estatístico e secretário da IELB.

371 O pastor Fiedler formou-se em 1929 na Alemanha, veio ao Brasil no ano de 1932, trabalhou e atuou como professor paroquial em Bom Jesus, São Lourenço do Sul, e professor do Seminário Concórdia.

372 Uma série de decretos dos governos estadual e federal, emitidos no final da década de 1930, disciplinaram a licença de professores e o material didático a ser usado nas escolas, tornaram o idioma nacional obrigatório (português) para a instrução e prescreveram a formação cívica brasileira.

FIGURA 1: 1ª EDIÇÃO DO PERIÓDICO *KINDERBLATT*



Fonte: Evangelisch-Lutherisches Kinderblatt für Südamerika (dez. 1930, p. 1).

Além do título do periódico, *Evangelisch-Lutherisches Kinderblatt für Südamerika*, aparece escrito: ano 1, Porto Alegre, Natal de 1930, número 1. Também se observa a imagem de Jesus acolhendo as crianças, a qual tem uma relação direta com um dos princípios luteranos de que a salvação de todos os homens se dá pela fé em Jesus Cristo (LEMKE, 2001). Ressalta-se que esta apresentação inicial do periódico, inclusive a imagem, foi mantida em todas as suas edições, as quais foram editadas com base em princípios morais e educacionais idealizados pela IELB. O Quadro 1 reúne informações gerais sobre as edições do periódico *Kinderblatt*:

QUADRO 1: AS EDIÇÕES DO PERIÓDICO *KINDERBLATT*

Ano	Edições	Total de páginas
1 – 1930/1931	12 mensais	48
2 – 1932	12 mensais	48
3 – 1933	4 mensais e 4 bimestrais	48
4 – 1934	8 mensais e 2 bimestrais	48
5 – 1935	10 mensais e 1 bimestral	48
6 – 1936	8 mensais e 2 bimestrais	48
7 – 1937	8 mensais e 2 bimestrais	48
8 – 1938	8 mensais e 2 bimestrais	48
9 – 1939	3 mensais e 2 bimestrais	28
Total	73 mensais e 15 bimestrais	412

Fonte: Evangelisch-Lutherisches Kinderblatt für Südamerika (1930-1939).

Observa-se, no Quadro 1, que o periódico *Kinderblatt* foi editado 12 vezes nos dois primeiros anos de edição (1930/1931 e 1932) e nos anos seguintes houve também algumas edições bimestrais, especialmente nos meses de janeiro e fevereiro. Foram 88

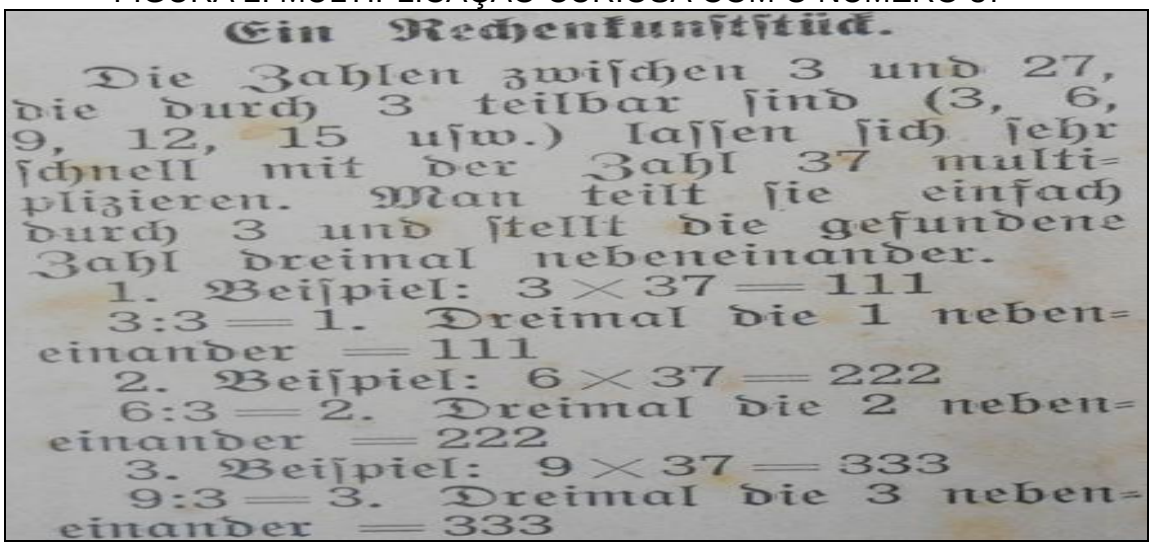
edições em seus quase 9 anos de circulação, sendo 73 mensais e 15 edições bimestrais. As edições mensais continham 4 páginas e as edições bimestrais 8 páginas, totalizando 48 páginas anuais e 412 páginas em toda sua história. A última edição do periódico foi publicada em junho/julho de 1939. A partir de agosto/setembro de 1939, o periódico *Kinderblatt* foi substituído pelo periódico *O Pequeno Luterano*, editado em língua portuguesa.

O periódico *Kinderblatt* tinha como principal objetivo inserir as crianças na prática religiosa luterana por meio de textos, histórias, informações e curiosidades de cunho moral e religioso e de formação geral. Os editores usaram a estratégia de elaborar um periódico lúdico, com linguagem e imagens voltadas ao público infantil. Nas edições do periódico havia um chamamento para pais e professores paroquiais incentivarem as crianças para a leitura do mesmo. A estratégia dos editores de receber cartas dos seus leitores, especialmente de alunos das escolas paroquiais luteranas gaúchas, com depoimentos e respostas das charadas e desafios propostos no periódico, além dos relatos dos professores com informações sobre as escolas paroquiais e o número de alunos, contribuiu para circulação e inserção do periódico *Kinderblatt* entre o público infantil.

Embora fosse um livro não formal, mas similar ao catecismo, o periódico *Kinderblatt* era usado pelos professores e alunos nas escolas paroquiais luteranas gaúchas para conteúdos nas diferentes áreas do conhecimento. Com relação aos conhecimentos matemáticos, presentes nesse periódico, observou-se que os editores apostaram numa estratégia envolvendo uma Matemática mais lúdica, diferente das propostas de ensino apresentadas nas aritméticas da série Ordem e Progresso e da série Concórdia, editadas pela IELB para suas escolas paroquiais, na primeira metade do século XX.

Os excertos do periódico *Kinderblatt,* apresentados a seguir, estão escritos em alemão gótico e foram traduzidos para o português. A Figura 2 se refere a uma multiplicação curiosa com o número 37:

FIGURA 2: MULTIPLICAÇÃO CURIOSA COM O NÚMERO 37[373]



Ein Rechenkunststück.

Die Zahlen zwischen 3 und 27, die durch 3 teilbar sind (3, 6, 9, 12, 15 usw.) lassen sich sehr schnell mit der Zahl 37 multiplizieren. Man teilt sie einfach durch 3 und stellt die gefundene Zahl dreimal nebeneinander.

1. Beispiel: $3 \times 37 = 111$
$3:3 = 1$. Dreimal die 1 nebeneinander $= 111$

2. Beispiel: $6 \times 37 = 222$
$6:3 = 2$. Dreimal die 2 nebeneinander $= 222$

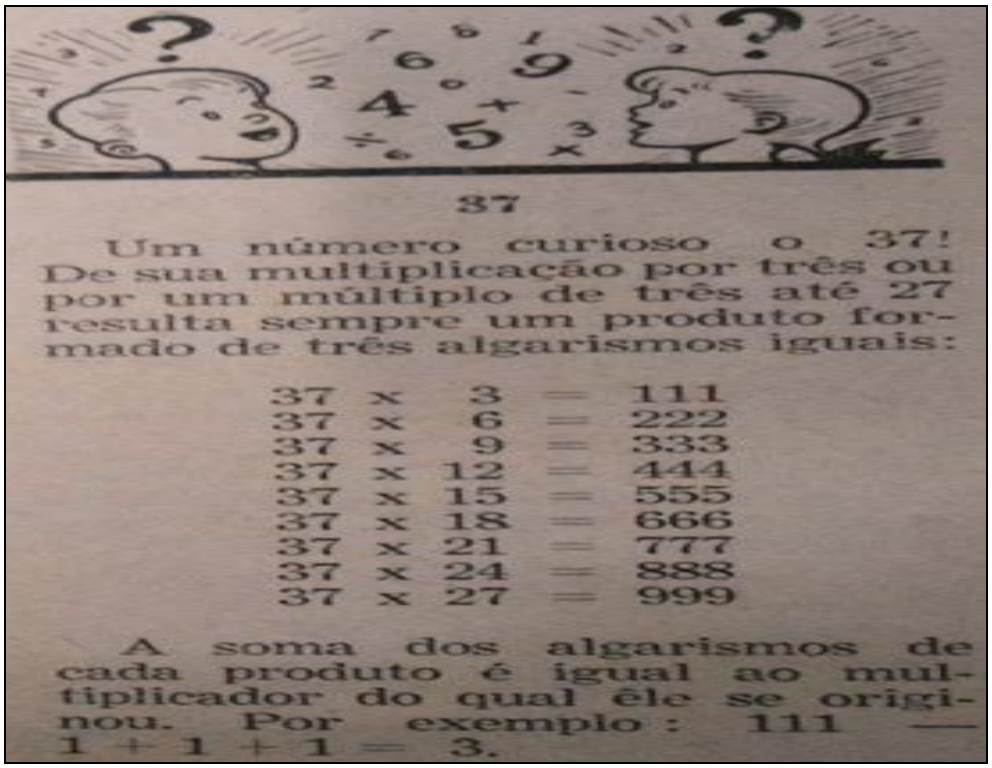
3. Beispiel: $9 \times 37 = 333$
$9:3 = 3$. Dreimal die 3 nebeneinander $= 333$

Fonte: Evangelisch-Lutherisches Kinderblatt für Südamerika (mar./abr. 1934, p. 16).

Observa-se que o fragmento, mostrado na Figura 2, apresenta a curiosidade somente para os três primeiros casos (3 x 37, 6 x 37 e 9 x 37). Já na edição de setembro de 1951 do periódico *Pequeno Luterano*, encontrou-se a curiosidade com o número 37, de forma semelhante e escrita em português, porém, demostrada para os nove casos possíveis, conforme se pode observar na Figura 3. Ressalta-se que o excerto, localizado no periódico *Kinderblatt,* explica e mostra como se obtém o algarismo que se repete no produto através de uma divisão, enquanto o fragmento, encontrado no periódico *Pequeno Luterano,* fala que a soma dos algarismos iguais de cada produto é igual ao multiplicador do qual ele se originou.

[373] Uma façanha de cálculo: Os números entre 3 e 27, divisíveis por 3 são 3, 6, 9, 12, 15, etc. e podem ser multiplicados muito rapidamente pelo número 37. Dividi-se eles por 3 e se coloca o número obtido três vezes ao lado do outro.
1. Exemplo: 3 x 37 = 111
3 ÷ 3 = 1. Três vezes 1 lado a lado = 111
2. Exemplo: 6 x 37 = 222
6 ÷ 3 = 2. Três vezes 2 lado a lado = 222
3. Exemplo 9 x 37 = 333
9 ÷ 3 = 3. Três vezes 3 lado a lado = 333

FIGURA 3: O NÚMERO CURIOSO 37



37

Um número curioso o 37! De sua multiplicação por três ou por um múltiplo de três até 27 resulta sempre um produto formado de três algarismos iguais:

37 x 3 = 111
37 x 6 = 222
37 x 9 = 333
37 x 12 = 444
37 x 15 = 555
37 x 18 = 666
37 x 21 = 777
37 x 24 = 888
37 x 27 = 999

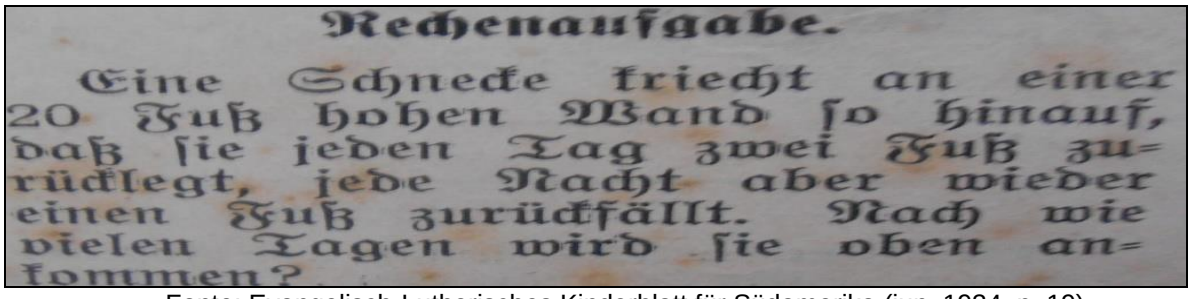
A soma dos algarismos de cada produto é igual ao multiplicador do qual êle se originou. Por exemplo: 111 — 1 + 1 + 1 = 3.

Fonte: O Pequeno Luterano (set. 1951, p. 44).

Destaca-se que a curiosidade envolvendo multiplicações com o número 37, mostrada nas Figuras 2 e 3, evidenciam a preocupação dos editores em desenvolver habilidades para o cálculo mental e escrito com as crianças que frequentavam as escolas paroquiais luteranas gaúchas do século passado.

O periódico *Kinderblatt* também traz desafios matemáticos. Na Figura 4 se apresenta o desafio do caracol:

FIGURA 4: O DESAFIO DO CARACOL[374]



Rechenaufgabe.

Eine Schnecke kriecht an einer 20 Fuß hohen Wand ſo hinauf, daß ſie jeden Tag zwei Fuß zurücklegt, jede Nacht aber wieder einen Fuß zurückfällt. Nach wie vielen Tagen wird ſie oben ankommen?

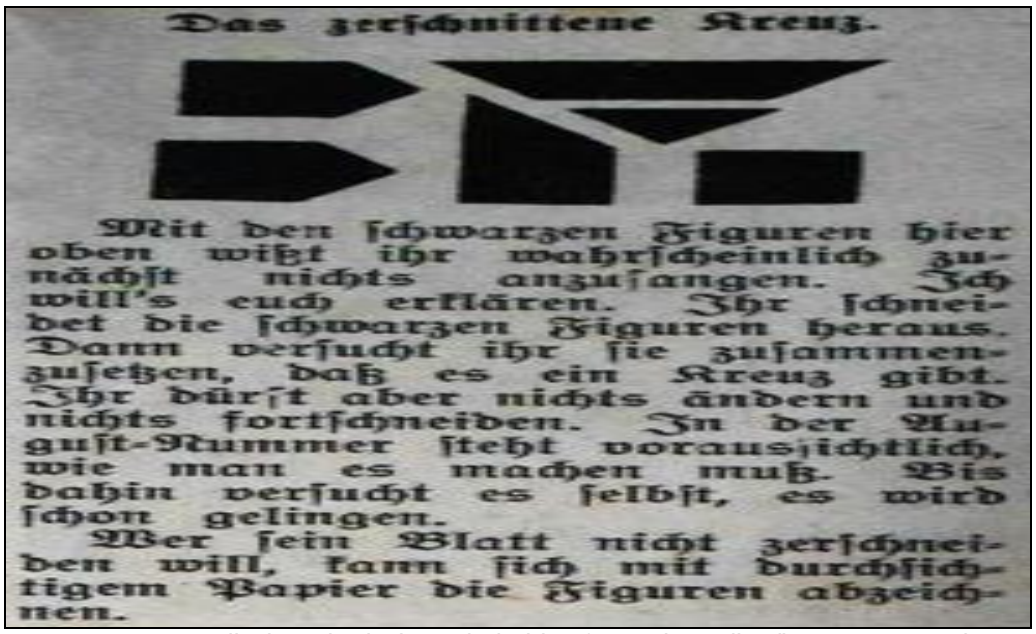
Fonte: Evangelisch-Lutherisches Kinderblatt für Südamerika (jun. 1934, p. 19).

[374] Tarefa de cálculo: Um caracol sobe uma parede com 20 pés de altura. Durante o dia, sobe 2 pés, mas todas as noites, escorrega 1 pé. Depois de quantos dias ele vai chegar ao topo?

Nas edições posteriores do periódico não foi localizada a resposta para o desafio do caracol, mostrado na Figura 4. Mas, o caracol levará 19 dias para subir a parede com 20 pés de altura. Desafios semelhantes a este são encontrados em livros de Matemática atuais e em publicações sobre curiosidades e desafios matemáticos.

Na Figura 5 se apresenta um desafio, localizado no periódico *Kinderblatt*, envolvendo formas geométricas:

FIGURA 5: A CRUZ PARTIDA[375]

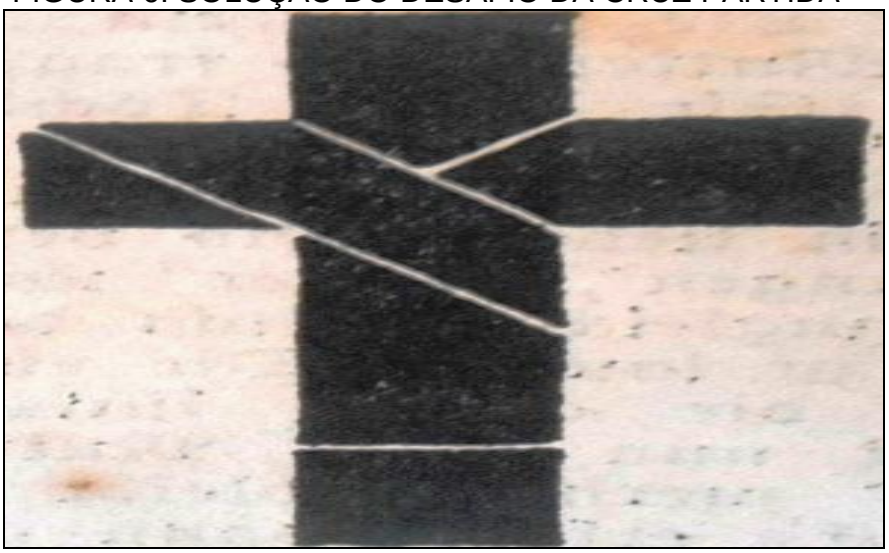


Fonte: Evangelisch-Lutherisches Kinderblatt für Südamerika (jun. 1934, p. 23).

O periódico traz um desafio com seis formas geométricas que devem ser juntadas para formar uma cruz. Na edição de agosto de 1934 se apresenta a solução do desafio, conforme mostrado na Figura 6:

[375] A cruz partida: Talvez você não sabe o que fazer inicialmente com estas peças pretas. Então, vou explicar o que deve fazer. Você recorta as peças pretas. Depois você tenta juntá-las para formar uma cruz. Mas, você não deve modificar ou cortar qualquer coisa. Na edição de agosto se mostrará a solução. Até então, você deve tentar fazê-lo com sucesso. Quem não quer recortar a revista, pode conseguir as figuras com papel transparente.

FIGURA 6: SOLUÇÃO DO DESAFIO DA CRUZ PARTIDA[376]



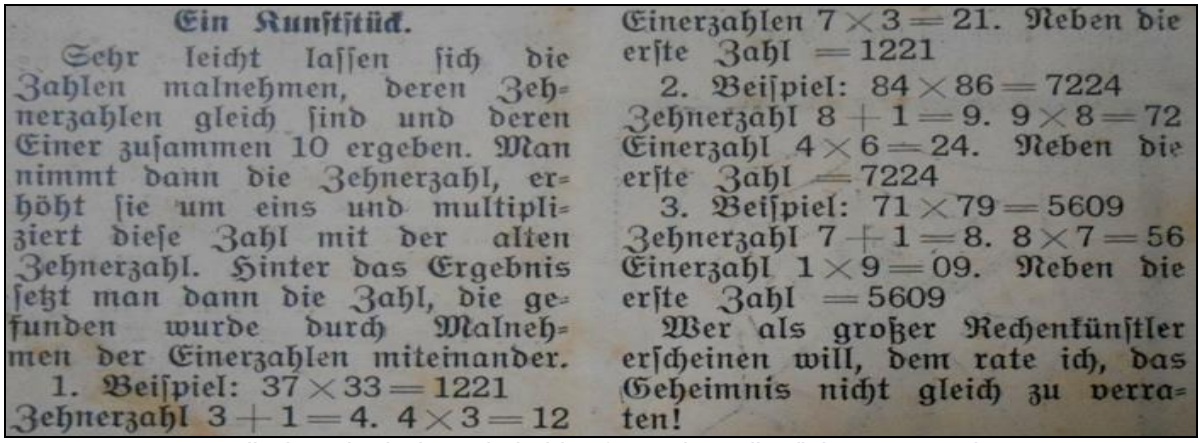
Fonte: Evangelisch-Lutherisches Kinderblatt für Südamerika (ago. 1934, p. 31).

Os editores do periódico *Kinderblatt* esperavam e recebiam cartas dos seus leitores infantis com as possíveis soluções das charadas e dos desafios propostos no periódico. Registra-se a falta de informações sobre a quantidade de cartas enviadas pelos leitores, cuja referência de agradecimento e incentivo para envio, geralmente, eram feitos no final de cada edição. As cartas eram postadas individualmente ou por grupos de alunos de escolas paroquiais luteranas, com incentivo do professor paroquial, o que indica a utilização do periódico em sala de aula. Esta estratégia dos editores ajudava a despertar o interesse das crianças para aquisição e leitura do periódico.

Na Figura 7 se apresenta mais uma curiosidade matemática relacionada com a operação de multiplicação, localizada no periódico *Kinderblatt:*

[376] A cruz partida vista com as peças juntadas: (...) Compare com a tarefa na edição de junho.

FIGURA 7: MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS COM ALGARISMOS IGUAIS NAS DEZENAS[377]



Ein Kunſtſtück.

Sehr leicht laſſen ſich die Zahlen malnehmen, deren Zehnerzahlen gleich ſind und deren Einer zuſammen 10 ergeben. Man nimmt dann die Zehnerzahl, erhöht ſie um eins und multipliziert dieſe Zahl mit der alten Zehnerzahl. Hinter das Ergebnis ſetzt man dann die Zahl, die gefunden wurde durch Malnehmen der Einerzahlen miteinander.

1. Beiſpiel: $37 \times 33 = 1221$
Zehnerzahl $3 + 1 = 4$. $4 \times 3 = 12$
Einerzahlen $7 \times 3 = 21$. Neben die erſte Zahl $= 1221$

2. Beiſpiel: $84 \times 86 = 7224$
Zehnerzahl $8 + 1 = 9$. $9 \times 8 = 72$
Einerzahl $4 \times 6 = 24$. Neben die erſte Zahl $= 7224$

3. Beiſpiel: $71 \times 79 = 5609$
Zehnerzahl $7 + 1 = 8$. $8 \times 7 = 56$
Einerzahl $1 \times 9 = 09$. Neben die erſte Zahl $= 5609$

Wer als großer Rechenkünſtler erſcheinen will, dem rate ich, das Geheimnis nicht gleich zu verraten!

Fonte: Evangelisch-Lutherisches Kinderblatt für Südamerika (jul. 1934, p. 28).

Observa-se que o excerto, mostrado na Figura 7, assim como os fragmentos, observados nas Figuras 2 e 3, são curiosidades focadas na operação de multiplicação. Portanto, havia uma preocupação em instrumentalizar os alunos para o cálculo de forma prática e rápida, refletindo-se ainda uma tradição pedagógica de memorização (VALENTE; PINHEIRO, 2015).

A Figura 8 mostra outra curiosidade matemática envolvendo números, encontrada no periódico *Kinderblatt*:

[377] Uma façanha: É muito fácil multiplicar números cujos algarismos da dezena são iguais. Soma-se 1 a este algarismo, observando-se que a mesma se limita a 10 e se multiplica a soma obtida pelo algarismo repetido da dezena. Em seguida, multiplica-se os algarismos das unidades dos números. Então, pega-se os dois resultados obtidos nas multiplicações e se escreve os mesmos lado a lado.
Exemplo 1: 37 x 33 = 1221
Algarismo da dezena: 3 + 1 = 4 e 4 x 3 = 12
Algarismos das unidades: 7 x 3 = 21. Juntando-se os números = 1221
Exemplo 2: 84 x 86 = 7224
Algarismo da dezena: 8 + 1 = 9 e 9 x 8 = 72
Algarismos das unidades: 4 x 6 = 24. Juntando-se os números = 7224
Exemplo 3: 71 x 79 = 5609
Algarismo da dezena: 7 + 1 = 8, 8 x 7 = 56
Algarismos das unidades: 1 x 9 = 09. Juntando-se os números = 5609
Quem quizer ser considerado um grande gênio matemático, eu aconselho a não revelar logo o segredo!

FIGURA 8: ADIVINHANDO O NÚMERO[378]



Zahlen raten

1	2	4	8	16
3	3	5	9	17
5	6	6	10	18
7	7	7	11	19
9	10	12	12	20
11	11	13	13	21
13	14	14	14	22
15	15	15	15	23
17	18	20	24	24
19	19	21	25	25
21	22	22	26	26
23	23	23	27	27
25	26	28	28	28
27	27	29	29	29
29	30	30	30	30
31	31	31	31	31

Schreibe dieſe Tabelle auf einen Zettel oder ein Stück weiße Pappe. Nun bitte jemanden, ſich eine beliebige Zahl bis höchſtens 31 zu denken. Gib ihm dann die Tabelle und laß ihn ſagen, in welchen ſenkrechten Reihen die gedachte Zahl ſich befindet. Ein Blick auf dieſe Reihen und du haſt die Zahl erraten!

Nehmen wir an, er habe ſich 25 gedacht. Dann muß er dir ſagen, daß die 25 in der erſten, vierten und fünften Reihe ſteht. Nun zählſt du raſch die Zahlen zuſammen, die in der erſten waagerechten Reihe bei den betreffenden ſenkrechten Reihen ſich finden. In dieſem Falle alſo 1 und 8 und 16. Die Summe iſt tatſächlich 25. Hat ſich jemand 18 gedacht, ſo muß er die zweite und fünfte Reihe nennen. Du zählſt dann 2 und 16 zuſammen und haſt die richtige Löſung. Hat er ſich 1 gedacht, ſo kann er nur die erſte Reihe melden und du findeſt ſo ohne weiteres die 1; hat er dagegen ſich 31 gedacht, ſo wird er ſagen, ſie ſtünde in allen Reihen. Dann ergibt ſich aus 1 und 2 und 4 und 8 und 16 ſchnell die 31.

Fonte: Evangelisch-Lutherisches Kinderblatt für Südamerika (jan./fev. 1939, p. 7).

O excerto mostrado na Figura 8 é uma curiosidade matemática que explora a adivinhação de números entre 1 e 31 e exige a interação e a atenção entre os envolvidos, explorando o pensamento matemático de forma lúdica. A localização de cada número nas colunas está associada a sua representação no sistema de numeração de base 2. Por exemplo:

a) $11_{10} = 1101_2$, pois $11 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3$. Logo, o número 11 se encontra na 1ª, 2ª e 4ª colunas do quadro apresentado na Figura 8.

b) $31_{10} = 11111_2$, pois $31 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4$. Portanto, o número 31 se encontra em todas as cinco colunas do quadro.

[378] Adivinhando o número: Escreva esta tabela em um pedaço de papel ou um pedaço de papelão branco. Então, peça para alguém pensar em qualquer número até 31. Em seguida, mostre a tabela e deixe-o dizer em que coluna o número pensado está localizado. Ao olhar para estas colunas e você tem que adivinhar o número! Suponha que ele tenha pensado 25. Então, ele tem que dizer-lhe que o 25 está na primeira, quarta e quinta colunass. Agora você soma rapidamente os números da primeira linha que estão nas colunas indicadas, ou seja, 1 e 8 e 16. A soma é realmente 25. Alguém pensou 18, devendo informar a segunda e quinta colunas. Somando 2 e 16, temos a resposta certa. Se o número pensado está apenas na primiera coluna, você vai encontrar tão facilmente 1 como resposta. Se alguém pensar 31, vai dizer que o número está em todas as colunas. Somando-se 1, 2 , 4, 8 e 16, rapidamente se chegará em 31.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio da Casa Publicadora Concórdia, a IELB editou e publicou livros didáticos e periódicos, como o periódico *Kinderblatt*, de acordo com seus princípios morais e educacionais. Além de educarem e doutrinarem pela palavra de Deus, os periódicos editados pela Igreja Luterana se direcionavam para o ensino das crianças nas escolas paroquiais, trazendo artigos com orientações didáticas e informações sobre conteúdos formais.

O periódico *Kinderblatt* teve 88 edições (mensais/bimestrais), no período de dezembro de 1930 a junho/julho de 1939, quando foi substituído pelo periódico *O Pequeno Luterano*, devido ao processo de nacionalização do ensino. O principal objetivo dos editores do periódico era, de forma lúdica, inserir as crianças na prática religiosa luterana por meio de textos, histórias, informações e curiosidades de cunho moral e religioso e de formação geral. Dessa forma, foi usado pelos professores paroquiais, complementarmente, no ensino das diferentes áreas do conhecimento nas escolas paroquiais luteranas gaúchas durante a primeira metade do século XX.

No *Kinderblatt* se identificou a abordagem de conhecimentos matemáticos relacionados à operação de multiplicação com números naturais, formas geométricas e sistemas de numeração em base 10 e base 2. Nas aulas de Matemática das escolas paroquiais luteranas gaúchas do século passado, priorizava-se o ensino dos números naturais, sistemas de medidas, frações e números decimais, complementando-se com a matemática comercial e financeira e a geometria. Esse ensino deveria acontecer de forma prática e articulada com as necessidades dos futuros agricultores, observando-se sempre a ideologia luterana. Nesse sentido, os editores do periódico valorizavam as habilidades concretas e abstratas do aprendizado matemático através do cálculo escrito e, principalmente, do cálculo mental, em forma de atividades lúdicas e prazerosas. Aponta-se que o *fazer de cabeça* reflete a tradição pedagógica da memorização, presente nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX. Acrescenta-se que os editores, também, propunham desafios matemáticos para desenvolver o raciocínio lógico e o pensamento geométrico das crianças. Curiosidades

e desafios matemáticos, semelhantes aos localizados no periódico *Kinderblatt*, estão presentes nos livros de Matemática atuais e em publicações, como as de Malba Tahan.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CERTEAU, Michel de. **A escrita da História.** Tradução Maria de Lourdes Menezes. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares - reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, Porto Alegre, RS, n. 2, p. 177-229, 1990.

EVANGELISCH-LUTHERISCHES KINDERBLATT FÜR SÜDAMERIKA. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, 1930-1939.

JULIA, Dominique. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**, Campinas, SP, n. 1, p. 9-43, jan./jun. 2001.

KREUTZ, Lúcio. **Material didático e currículo na escola teuto-brasileira.** São Leopoldo: Ed. UNISINOS, 1994.

KUHN, Malcus Cassiano; BAYER, Arno. **A matemática nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX**. Canoas: Ed. ULBRA, 2017a.

_____. **O contexto histórico das escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX.** Canoas: Ed. ULBRA, 2017b.

LEMKE, Marli Dockhorn. **Os princípios da educação cristã luterana e a gestão de escolas confessionárias no contexto das ideias pedagógicas no sul do Brasil (1824 – 1997).** Canoas: Ed. ULBRA, 2001.

O PEQUENO LUTERANO. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, set. 1951.

PROST, Antoine. **Doze lições sobre a História**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, SC, v. 2, n. 2, p. 28-49, 2007.

_____; PINHEIRO, Nara Vilma Lima. Chega de decorar a tabuada! – As cartas de Parker e a árvore do cálculo na ruptura de uma tradição. **Educação Matemática em Revista – RS**, Canoas, RS, v. 1, n. 16, p. 22-37, 2015.

WEIDUSCHADT, Patrícia. **O Sínodo de Missouri e a educação pomerana em Pelotas e São Lourenço do Sul nas primeiras décadas do século XX: identidade e cultura escolar.** 2007. 255 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2007.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

A PARTICIPAÇÃO DE REMY FREIRE NA SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA

Antonio Peixoto de Araujo Neto [379]
Lucieli M. Trivizoli [380]

RESUMO

O presente trabalho é parte dos estudos desenvolvidos em uma pesquisa de doutorado vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM) da Universidade Estadual de Maringá (UEM) cujo objetivo é investigar, historicamente, aspectos profissionais e a produção acadêmica do português João Remy Teixeira Freire (Remy Freire) e as suas contribuições para a Matemática e a Educação Matemática no Brasil. Neste texto, temos por objetivo mostrar a participação do professor Remy Freire na Sociedade Paranaense de Matemática (SPM). Para tanto, construímos um texto a partir da análise documental das Atas das reuniões em que Remy Freire esteve na diretoria da SPM e dos relatos dos professores Clóvis Pereira da Silva e Newton Carneiro Affonso da Costa. Segundo as nossas análises, Remy Freire mobilizou esforços para constituir um ambiente matemático em Curitiba a partir de: cursos ministrados por ele e por matemáticos convidados de outras instituições, como o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e a Faculdade Nacional de Filosofia do Rio de Janeiro; pela aquisição de obras matemáticas para a SPM; pelas parcerias estabelecidas com instituições do Brasil e outros países; envio de alunos para outras universidades e as discussões de temáticas relevantes para a época promovidas pela SPM.

Palavras-chave: História da Matemática no Brasil. História da Matemática no Paraná. Sociedade Paranaense de Matemática. Remy Freire.

[379] Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: netopeixotoaraujo@hotmail.com.
[380] Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: lmtrivizoli@uem.br.

INTRODUÇÃO

Este trabalho é parte dos estudos desenvolvidos em uma pesquisa de doutorado vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM) da Universidade Estadual de Maringá (UEM) cujo objetivo é investigar, historicamente, aspectos profissionais e a produção acadêmica do português João Remy Teixeira Freire (Remy Freire) e as suas contribuições para a Matemática e a Educação Matemática no Brasil e faz parte das discussões promovidas no Grupo de Estudos em História da Matemática[381] (GHMEM – UEM).

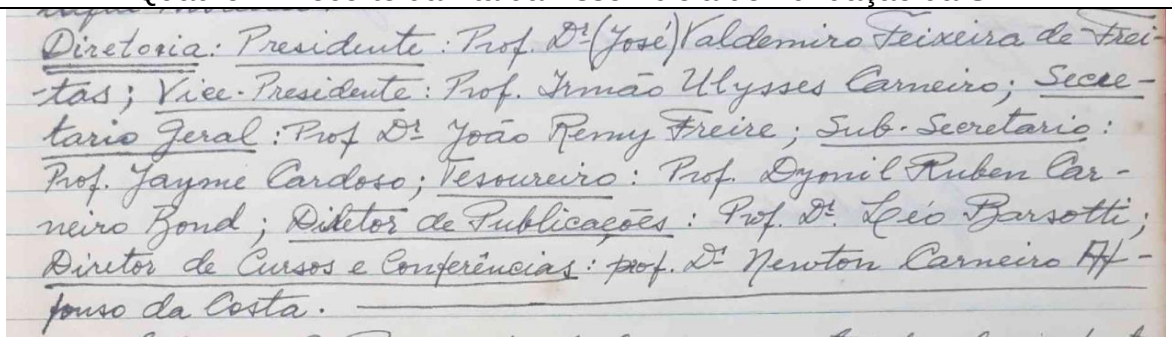
Segundo Rezende (2011), João Remy Teixeira Freire nasceu em Lisboa, Portugal, em 1919. Era formado em Ciências Econômicas e Financeiras pela Universidade de Lisboa, onde também fez seu doutoramento em Ciências Econômicas. Além disso, era doutor em Estatística pela Universidade de Paris. Foi assistente de Bento de Jesus Caraça que contribuiu para o desenvolvimento do ensino da Matemática em Portugal. Remy Freire veio de Portugal para o Brasil em 1952 e foi um dos idealizadores para a criação da Sociedade Paranaense de Matemática (SPM) e difusor da Matemática em Curitiba, onde ficou estabelecido até 1959 quando foi para o Chile ocupar uma posição na Organização das Nações Unidas (ONU). Algumas informações sobre o período em que o professor Remy Freire ficou em Curitiba serão discutidas no final deste trabalho.

De acordo com a Ata da Assembleia de fundação da SPM, a Sociedade Paranaense de Matemática foi criada em 31 de outubro de 1953 e foi uma das primeiras instituições matemáticas do Brasil[382]. A primeira diretoria da Sociedade foi a seguinte:

[381] <ghmem.com. Acesso em 21 de dezembro de 2018>

[382] A primeira Sociedade de Matemática fundada no Brasil foi a Sociedade de Matemática de São Paulo (TRIVIZOLI, 2008).

Quadro 1: Recorte da Ata da Assembleia de Fundação da SPM


Diretoria: Presidente: Prof. Dr. (José) Valdemiro Teixeira de Freitas; Vice-Presidente: Prof. Irmão Ulysses Carneiro; Secretario Geral: Prof Dr. João Remy Freire; Sub-Secretario: Prof. Jayme Cardoso; Tesoureiro: Prof. Dyonil Ruben Carneiro Bond; Diretor de Publicações: Prof. Dr. Léo Barsotti; Diretor de Cursos e Conferências: prof. Dr. Newton Carneiro Affonso da Costa.

Transcrição:

Diretoria: Presidente: Prof. Dr. (José) Valdemiro Teixeira de Freitas; Vice-Presidente: Prof. Irmão Ulysses Carneiro; Secretário Geral: Prof. Dr. João Remy Freire; Sub-Secretário: Prof. Jayme Cardoso; Tesoureiro: Prof. Dyonil Ruben Carneiro Bond; Diretor de Publicações: Prof. Dr. Léo Barsotti; Diretor de Cursos e Conferências: prof. Dr. Newton Carneiro Affonso da Costa.

Fonte: SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. Ata da Assembleia de Fundação realizada no dia 31 de outubro de 1953. Livro 1, fs. 1-3.

Desse recorte, observamos que o professor Remy ocupou o cargo de Secretário Geral na diretoria da Sociedade. De acordo com Cousin (2007), a sede da SPM foi transferida para Maringá em 23 de maio de 2002.

Assim, neste texto temos por objetivo mostrar a participação do professor Remy Freire na Sociedade Paranaense de Matemática (SPM) a partir da análise das Atas das reuniões do período em que esteve na diretoria e dos relatos dos professores Clóvis Pereira da Silva e Newton Carneiro Affonso da Costa, apresentados em Cousin (2007).

A execução desta pesquisa se justifica pela necessidade de trabalhos biográficos, pois segundo Baroni e Nobre (1999), “pode-se dizer que há um campo totalmente aberto e inexplorado, naquilo que diz respeito à História do desenvolvimento da Matemática no Brasil” (p. 131-132). A composição da trajetória de Remy Freire na SPM contribuirá para a escrita da História da Matemática no Paraná e, consequentemente no Brasil, por ter sido um dos primeiros mobilizadores para a organização da comunidade matemática paranaense.

Nas seções a seguir, apresentamos os procedimentos metodológicos adotados para a escrita desse trabalho e o texto acerca da participação do professor Remy Freire na Sociedade Paraense de Matemática.

METODOLOGIA

Para alcançarmos o objetivo deste trabalho de cunho qualitativo, nos valeremos da vertente metodológica da Pesquisa Documental por meio das Atas das reuniões da SPM no período em que Remy Freire esteve na Diretoria e dos depoimentos que os professores Newton da Costa e Clóvis Silva prestaram a Cousin (2007).

Para Godoy (1995, p. 3), uma das vertentes da pesquisa documental é a possibilidade de investigação de pessoas que não temos acesso físico, seja por não estarem mais vivas ou pela distância. Desta forma, uma das possibilidades para a composição da narrativa sobre a trajetória do professor Remy Freire por fontes documentais se enquadra nessa justificativa tendo em vista que o acesso que temos a ele é dado por meio das suas ações presentes nos documentos que sobre ele encontrarmos.

Ainda segundo a autora,

> Os documentos constituem uma fonte não-reativa, as informações neles contidas permanecem as mesmas após longos períodos de tempo. Podem ser considerados uma fonte natural de informações à medida que, por terem origem num determinado contexto histórico, econômico e social, retratam e fornecem dados sobre esse mesmo contexto. (GODOY, 1995, p. 3)

Assim, o acesso que temos às Atas – que se constituem fontes primárias por não terem recebido tratamento analítico – possibilitam uma análise das ações tomadas e discutidas nas reuniões da diretoria da SPM. Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009) observam que quem trabalha com documentos deve atentar-se às intencionalidades das entrelinhas, antes de realizar a análise de seu *corpus* documental. Segundo os autores, “Inicialmente deve localizar os textos pertinentes e avaliar a sua credibilidade, assim como a sua representatividade.” (SÁ-SILVA; ALMEIDA; GUINDANI, 2009, p. 8).

Além dos documentos escritos, consideramos os depoimentos de pessoas que vivenciaram as atividades da SPM e que poderiam fornecer elementos sobre a atuação de Remy Freire nessa Sociedade. Uma narrativa se baseia em testemunhos, em histórias contadas oralmente que se constituem como fonte com suas visões do passado. Ela produz um documento, por meio de entrevistas e depoimentos, que podem ser relacionados com outros documentos.

Dessa forma, evidenciamos a importância de considerar, para este texto, os depoimentos dos professores Newton da Costa e Clóvis Silva que foram organizados por Cousin (2007). O nome do professor Newton aparece também no recorte, apresentado anteriormente, como um dos membros da primeira diretoria da SPM. O professor Clovis foi presidente da SPM de 1982 até 1983.

Assim, em concordância com os caminhos metodológicos expressos acima, apresentamos os seguintes procedimentos dessa pesquisa:

Para a constituição do presente texto, adquirimos junto à atual presidente da Sociedade Paranaense de Matemática, professora Dra. Valéria Neves Domingos Cavalcanti, acesso ao acervo da SPM, localizado no bloco F-67 do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá, atual sede da SPM.

Dentre os diversos documentos do acervo, selecionamos as Atas da Assembleia de Fundação da SPM e das reuniões da diretoria. Focamos as nossas análises para as reuniões em que o professor Remy esteve na diretoria da Sociedade.

Após a seleção dos documentos, escaneamos, transcrevemos e analisamos cada um com o intuito de encontrar ações mobilizadas com a participação do professor Remy Freire.

Assim, de posse das Atas das reuniões da SPM, analisamos a tese de Cousin (2007) sobre a Sociedade, em especial os depoimentos dos professores Newton Carneiro Affonso da Costa e Clóvis Pereira da Silva, que são apresentados na íntegra pela autora, com o objetivo de evidenciar as contribuições de Remy Freire para a SPM presentes nos depoimentos de alguns dos membros das diretorias da Sociedade.

Desta forma, diante da explanação dos caminhos percorridos que indicamos, apresentaremos a seguir o texto construído para esse trabalho.

REMY FREIRE E A SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA

Nesta seção, temos o intuito de apresentar as principais ações mobilizadas pelo professor Remy Freire na Sociedade Paranaense de Matemática a partir das reuniões em que esteve na diretoria. Para tanto, evidenciaremos trechos das Atas dessas reuniões e comporemos um texto a partir delas e dos depoimentos dos professores Clóvis Silva (2005) e Newton da Costa (2006), dados a Cousin (2007).

Indicamos no Quadro 2 as informações sobre as 14 primeiras reuniões da Sociedade, correspondentes ao período em que Remy esteve na diretoria:

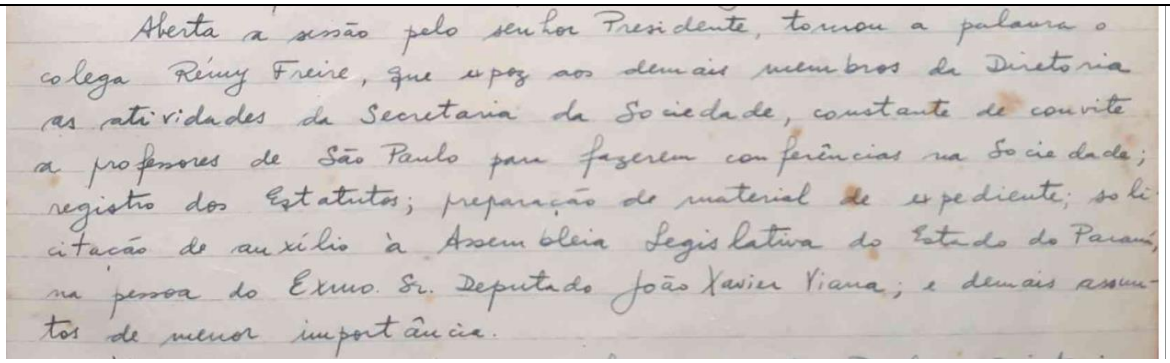
QUADRO 2: Reuniões da SPM no período de Remy Freire na diretoria

Ordem	Data	Destaque da reunião
1ª	09/11/1953	Planejamento das atividades
2ª	23/11/1953	Aprovação de um Concurso sobre trabalhos originais organizado pela SPM
3ª	30/11/1953	Professor Remy propõe que a SPM solicite ajuda ao Conselho Nacional de Pesquisas (CNP)
4ª	02/01/1954	Ausência do professor Remy
5ª	13/03/1954	Leitura da correspondência recebida da Organização das Nações Unidadas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO)
6ª	20/03/1954	Envio aos sócios do programa de atividades do ano
7ª	27/05/1954	Parceria com CNP e êxito de um curso de Matrizes ministrado por Remy
8ª	05/08/1954	Curso ministrado pelo professor Elon Lages Lima
9ª	30/10/1954	Parceria com o professor Leopoldo Nackbin
10ª	18/12/1954	Curso preparatório para vestibular elaborado pela SPM
11ª	12/01/1955	Ausência do professor Remy
12ª	14/02/1955	Tentativa de trazer uma professora do IMPA para Curitiba
13ª	09/04/1955	Remy comunica o envio de aluno para estudar no Rio
14ª	12/11/1955	Ausência de Remy - Mudança para Santiago, Chile

Fonte: os autores

Desde a primeira reunião da diretoria da Sociedade Paranaense de Matemática, observamos a intenção do professor Remy Freire em promover um ambiente matemático em Curitiba com o oferecimento de cursos ministrados por professores convidados:

Quadro 3: Recorte da Ata da 1ª reunião da Sociedade Paranaense de Matemática


Aberta a sessão pelo senhor Presidente, tomou a palavra o colega Rémy Freire, que expôz aos demais membros da Diretoria as atividades da Secretaria da Sociedade, constante de convite a professores de São Paulo para fazerem conferências na Sociedade; registro dos Estatutos; preparação de material de expediente; solicitação de auxílio à Assembleia Legislativa do Estado do Paraná, na pessoa do Exmo. Sr. Deputado João Xavier Viana; e demais assuntos de menor importância.

Transcrição:

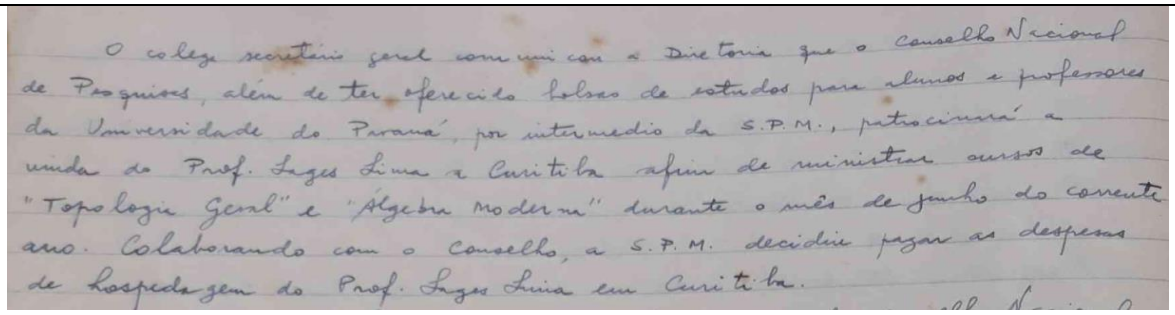
Aberta a sessão pelo senhor presidente, tomou a palavra o colega Remy Freire, que expoz aos demais membros da diretoria as atividades da secretaria da Sociedade, constante de convite a professores de São Paulo para fazerem conferências na Sociedade; registro dos Estatutos; preparação de material de expediente; solicitação de auxílio à Assembleia Legislativa do Estado do Paraná, na pessoa do Exmo. Sr. Deputado João Xavier Viana; e demais assuntos de menor importância.

Fonte: SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. Ata da reunião realizada no dia 9 de novembro de 1953. Livro 1, f. 1.

Segundo Newton Costa (2006, in COUSIN, 2007, p. 33), a vinda de Remy Freire para Curitiba “injetou sangue novo para a própria Universidade Federal do Paraná e para a cultura paranaense”. Ainda segundo Newton Costa, “criando a Sociedade Paranaense de Matemática (SPM), incentivando o estudo em Matemática, a publicação e a indagação no âmbito matemático” (COSTA, 2006, in COUSIN, 2007, p. 33).

Na reunião realizada em 27 de maio de 1954, destacamos o seguinte trecho da reunião da diretoria da SPM:

Quadro 4: Recorte da Ata da 7ª reunião da Sociedade Paranaense de Matemática


O colega secretário geral comunicou a Diretoria que o Conselho Nacional de Pesquisas, além de ter oferecido bolsas de estudos para alunos e professores da Universidade do Paraná, por intermédio da S.P.M., patrocinará a vinda do Prof. Lages Lima a Curitiba afim de ministrar cursos de "Topologia Geral" e "Álgebra moderna" durante o mês de junho do corrente ano. Colaborando com o Conselho, a S.P.M. decidiu pagar as despesas de hospedagem do Prof. Lages Lima em Curitiba.

Transcrição:

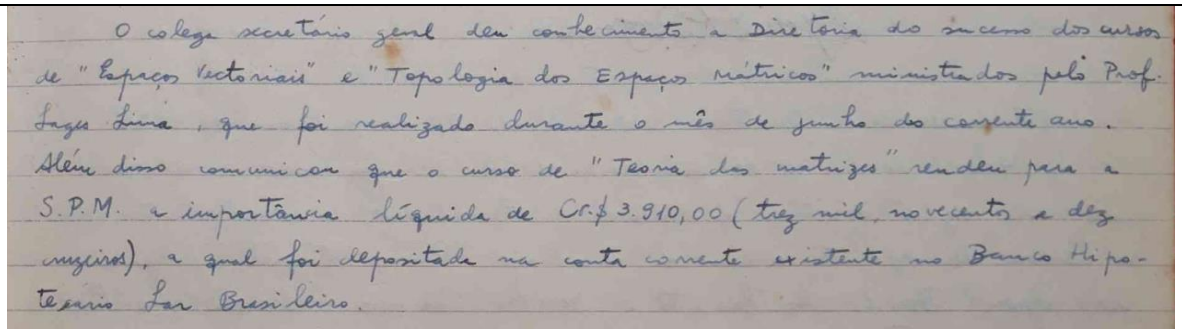
O colega secretário geral comunicou a Diretoria que o Conselho Nacional de Pesquisas, além de ter oferecido bolsas de estudos para alunos e professores da Universidade do Paraná, por intermédio da SPM, patrocinará a vinda do professor Lages Lima a Curitiba afim de ministrar cursos de “Topologia Geral” e “Álgebra Moderna” durante o mês de junho do corrente ano. Colaborando com o conselho, a SPM decidiu pagar as despesas de hospedagem do prof. Lages Lima em Curitiba.

Fonte: SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. Ata da reunião realizada no dia 27 de maio de 1954. Livro 1, f. 5.

Além disso, durante a reunião foi enaltecido o sucesso de um curso sobre Teoria das Matrizes que estava sendo ministrado pelo professor Remy Freire, corroborando com a fala de Clovis Silva (2005, in COUSIN, 2007, p.64): “Remy Freire passou a criar algo novo aqui, que foram os Seminários de Formação, ou seja, escolhiam-se determinados tópicos para que os alunos mais talentosos passassem a estudar com ele”.

Na reunião de 5 de agosto de 1954, observamos parcerias estabelecidas com matemáticos de outras Instituições:

Quadro 5: Recorte da Ata da 8ª reunião da Sociedade Paranaense de Matemática



O colega secretário geral deu conhecimento a Diretoria do sucesso dos cursos de "Espaços Vectoriais" e "Topologia dos Espaços Métricos" ministrados pelo Prof. Lages Lima, que foi realizado durante o mês de junho do corrente ano. Além disso comunicou que o curso de "Teoria das matrizes" rendeu para a S.P.M. a importância líquida de Cr$ 3.910,00 (trez mil, novecentos e dez cruzeiros), a qual foi depositada na conta corrente existente no Banco Hipotecário Lar Brasileiro.

Transcrição:

O colega secretário geral deu conhecimento a Diretoria do sucesso dos cursos "Espaços Vetoriais" e "Topologia dos Espaços Métricos" ministrados pelo prof. Lages Lima, que foi realizado durante o mês de junho do corrente ano. Além disso comunicou que o curso de "Teoria das Matrizes" rendeu para a SPM a importância líquida de Cr$ 3.910,00 (trez mil, novecentos e dez cruzeiros), a qual foi depositada na conta corrente existente no Banco Hipotecário Lar Brasileiro.

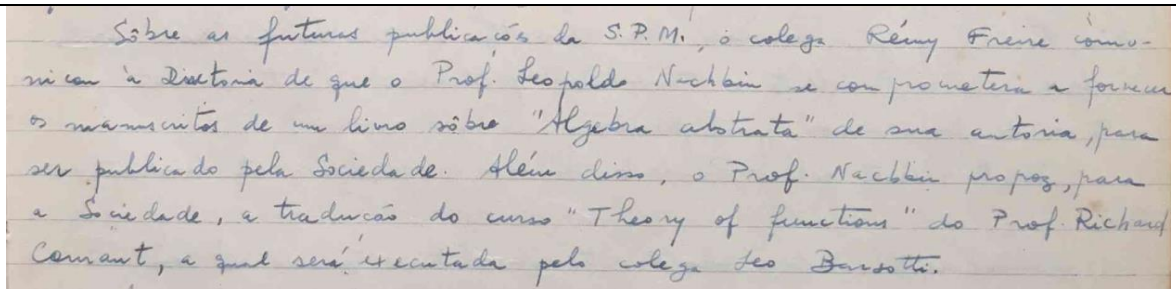
Fonte: SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. Ata da reunião realizada no dia 5 de agosto de 1954. Livro 1, fs. 5 e 6.

Sobre os cursos ministrados na SPM por professores convidados, Newton Costa (2006, in COUSIN, 2007, p.33) relata:

> Por outro lado, e isso é uma coisa importantíssima, por iniciativa de Remy Freire, que foi a alma, a marca da Sociedade Paranaense de Matemática, vários professores foram convidados para ir ao Paraná e contribuir no desenvolvimento da Matemática. Foram convidados, por exemplo, Maria Laura Mousinho, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Elon Lages Lima, também do Rio, para iniciarem o desenvolvimento da Matemática lá.

Esses esforços mobilizados pelo professor Remy em promover em Curitiba um ambiente matemático são percebidos em outros encontros da diretoria da SPM, como na reunião realizada em 30 de outubro de 1954:

Quadro 6: Recorte da Ata da 9ª reunião da Sociedade Paraense de Matemática


Sôbre as futuras publicações da S.P.M., o colega Rémy Freire comunicou à Diretoria de que o Prof. Leopoldo Nachbin se comprometera a fornecer os manuscritos de um livro sôbre "Algebra abstrata" de sua autoria, para ser publicado pela Sociedade. Além disso, o Prof. Nachbin propoz, para a Sociedade, a tradução do curso "Theory of functions" do Prof. Richard Comant, a qual será executada pelo colega Leo Barsotti.

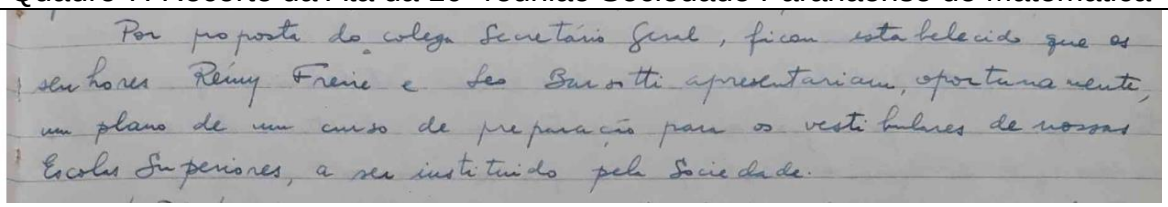
Transcrição:

Sobre as futuras publicações da SPM, o colega Remy Freire comunicou à Diretoria de que o Prof. Leopoldo Nackbin se comprometera a fornecer os manuscritos de um livro sobre “Álgebra abstrata” de sua autoria, para ser publicado pela Sociedade. Além disso, o Prof. Nackbin propoz, para a Sociedade, a tradução do curso “Theory of functions” do prof. Richard Comant, a qual será executada pelo colega Leo Barsotti.

Fonte: SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. Ata da reunião realizada no dia 30 de outubro de 1954. Livro 1, fs. 6 e 7.

Na reunião do dia 18 de dezembro de 1954, por proposta do professor Remy Freire, um dos pontos discutidos foi a elaboração de um plano de um curso de preparação para os vestibulares para as Instituições de Ensino Superior a ser instituído pela SPM, conforme podemos ver no quadro a seguir:

Quadro 7: Recorte da Ata da 10ª reunião Sociedade Paranaense de Matemática


Por proposta do colega Secretário Geral, ficou estabelecido que os senhores Rémy Freire e Leo Barsotti apresentariam, oportunamente, um plano de um curso de preparação para os vestibulares de nossas Escolas Superiores, a ser instituido pela Sociedade.

Transcrição:

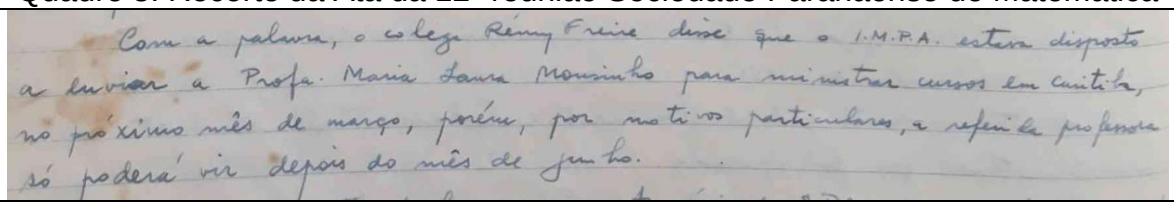
Por proposta do colega Secretário Geral, ficou estabelecido que os senhores Remy Freire e Leo Barsotti apresentariam, oportunamente, um plano de um curso de preparação para os vestibulares de nossas Escolas Superiores, a ser instituido pela Sociedade.

Fonte: SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. Ata da reunião realizada no dia 18 de dezembro de 1954. Livro 1, fs. 7 e 8.

Entretanto, segundo Cousin (2007, p. 95), não há informações de que o referido curso proposto pelo professor Remy Freire na reunião da Diretoria da SPM tenha acontecido.

Na reunião realizada em 14 de fevereiro de 1955, observam-se outros esforços do professor Remy para promover a vinda de matemáticos para palestrarem em Curitiba:

Quadro 8: Recorte da Ata da 12ª reunião Sociedade Paranaense de Matemática


Com a palavra, o colega Rémy Freire disse que o I.M.P.A. estava disposto a enviar a Profa. Maria Laura Mousinho para ministrar cursos em Curitiba, no próximo mês de março, porém, por motivos particulares, a referida professora só poderá vir depois do mês de junho.

Transcrição:

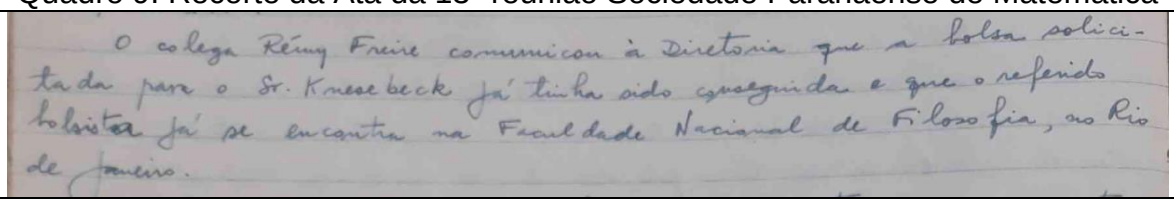
Com a palavra, o colega Remy Freire disse que o IMPA estava disposto a enviar a profa. Maria Laura Mousinho para ministrar cursos em Curitiba, no próximo mês de março, porém, por motivos particulares, a referida professora só poderá vir depois do mês de junho.

Fonte: SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. Ata da reunião realizada no dia 14 de fevereiro de 1955. Livro 1, fs. 8 e 9.

O quadro acima nos remete ao comentário de Silva (2005, in COUSIN, 2007, p. 64) acerca das intenções de Remy Freire em promover uma cultura matemática, pois "ele dinamizou o ambiente acadêmico de Curitiba."

Na reunião do dia 09 de abril de 1955, destacamos o seguinte trecho:

Quadro 9: Recorte da Ata da 13ª reunião Sociedade Paranaense de Matemática


O colega Rémy Freire communicou à Diretoria que a bolsa solicitada para o Sr. Knesebeck já tinha sido conseguida e que o referido bolsista já se encontra na Faculdade Nacional de Filosofia, no Rio de Janeiro.

Transcrição:

O colega Remy Freire comunicou à Diretoria que a bolsa solicitada para o Sr. Knesebeck já tinha sido conseguida e que o referido bolsista já se encontra na Faculdade Nacional de Filosofia, no Rio de Janeiro.

Fonte: SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. Ata da reunião realizada no dia 09 de abril de 1955. Livro 1, f. 9.

Assim, observamos elementos que indicam os esforços mobilizados por Remy Freire na promoção de um ambiente matemático em Curitiba, tendo em vista ações como a do quadro acima, com o envio de um estudante para intercâmbio no Rio de Janeiro, dentre as outras destacadas ao longo dessa seção.

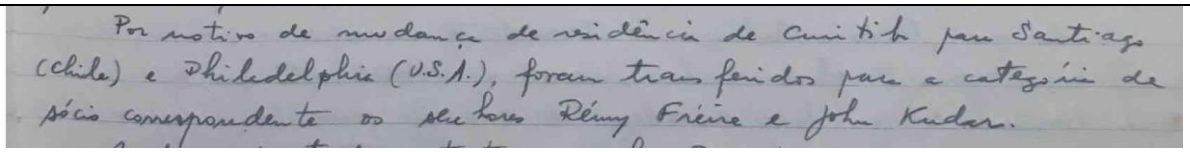
Esses trechos são entendidos como os elementos que mostram que Remy Freire mobilizou esforços para a organização da comunidade matemática em Curitiba. Já na primeira reunião da diretoria da SPM realizada em 9 de novembro de 1953, notamos o engajamento do professor Remy Freire para com as atividades da SPM, como promover a vinda de matemáticos para ministrarem cursos em Curitiba, elaboração dos Estatutos da Sociedade e solicitação de recursos à Assembleia Legislativa do Estado do Paraná.

Remy Freire, segundo Costa (2006, in COUSIN, 2007, p. 35), defendia uma dinamização das pesquisas nas diferentes áreas da Matemática:

> Outro aspecto importante do professor Remy Freire, como eu disse, ele era uma marca da Sociedade na época, foi a insistência dele não só em Matemática Pura, inclusive ele gostava até de Lógica, mas principalmente em Matemática Aplicada. Ele acreditava que não era interessante desenvolver só Matemática Pura e, quando ele deu um curso de Teoria das Matrizes, insistiu extraordinariamente sobre as aplicações. Então, esse foi um outro aspecto muito positivo na atividade dele com o grupo, que nos unia, ter o mesmo nível, considerar do mesmo nível a pesquisa em Matemática Pura com a pesquisa em Matemática Aplicada.

Uma consideração a fazer diz respeito a informações sobre Remy Freire. Nas buscas iniciais relacionadas à nossa temática de pesquisa, encontramos em Rezende (2011) que Remy Freire teria ficado em Curitiba até 1959 quando foi para o Chile ocupar uma posição na Organização das Nações Unidas (ONU). Entretanto, na Ata da reunião da diretoria da SPM realizada no dia 12 de novembro de 1955, é indicada a seguinte informação:

Quadro 10: Recorte da Ata da 14ª reunião Sociedade Paranaense de Matemática


Por motivo de mudança de residência de Curitiba para Santiago (Chile) e Philadelphia (U.S.A.), foram transferidos para a categoria de sócio correspondente os senhores Rémy Freire e John Kudar.

Transcrição:

Por motivo de mudança de residência de Curitiba para Santiago (Chile) e Philadelphia (USA), foram transferidos para a categoria de sócio correspondente os senhores Remy Freire e John Kudar.

Fonte: SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. Ata da reunião realizada no dia 12 de novembro de 1955. Livro 1, fs. 9 e 10.

Assim, a partir deste fragmento, observamos que a mudança do professor Remy para Santiago – Chile aconteceu por volta de 1955 e não em 1959 conforme encontramos nas buscas iniciais em Rezende (2011).

Diante do exposto, deixamos em aberto algumas perguntas: Quando Remy Freire foi para Santiago no Chile? Por que teria deixado Curitiba em um momento de ascensão da comunidade matemática? Deixamos como possibilidade de pesquisas futuras, respostas para estas perguntas. Além disso, uma análise da participação de Remy Freire a partir das correspondências enviadas e recebidas pela SPM poderá ser realizada.

CONSIDERAÇÕES

Para encerrar este texto, observamos que o objetivo de mostrar a participação do professor Remy Freire na Sociedade Paranaense de Matemática foi atendido na medida em que apresentamos elementos que revelam o seu engajamento nas atividades da SPM como a promoção de espaços de eventos matemáticos por meio de cursos que ele ministrou; convite a professores de outras Instituições e esforços mobilizados para envio de alunos para estudarem em outros Estados como, por exemplo, a Faculdade Nacional de Filosofia no Rio de Janeiro, conforme a Ata da reunião realizada em 9 de abril de 1955.

Nesse sentido, entendemos que esses elementos mostram que Remy Freire deu um impulso significativo para o desenvolvimento da Ciência no Brasil e, em particular, para a Matemática em Curitiba.

REFERÊNCIAS

BARONI, Rosa L. S.; NOBRE, Sergio. A Pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções e Perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999. p. 129-136.

COSTA, N. C. A.: depoimento [set. 2006]. Entrevistador: Cousin, A. O. **A. (2007). A Sociedade Paranaense de Matemática sob um olhar da Educação Matemática** (Tese de Doutorado). Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

COUSIN, Alexandra de Oliveira Abdala. **A Sociedade Paranaense de Matemática sob um olhar da Educação Matemática.** 2007. 254 f. Tese (Doutorado) - Curso de Setor de Educação, Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007. Disponível em: <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/13864>. Acesso em: 30 set. 2018.

GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa Qualitativa: Tipos Fundamentais. **Rae - Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 35, n. 3, p.20-29, 01 maio 1995. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rae/v35n3/a04v35n3.pdf>. Acesso em: 30 set. 2018.

REZENDE, Jorge. **António Aniceto Monteiro**. 2011. Blog da Internet. Disponível em: <http://antonioanicetomonteiro.blogspot.com.br/2011/04/joao-remy-teixeira-freire-remy-freire.html>. Acesso em: 16 ago. 2016.

SÁ-SILVA, Jackson Ronie; ALMEIDA, Cristóvão Domingos de; GUINDANI, Joel Felipe. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História & Ciências Sociais**, Santa Vitória do Palmar, v. 1, n. 1, p.1-15, jul. 2009. Disponível em: <https://www.rbhcs.com/rbhcs/article/view/6/pdf>. Acesso em: 30 set. 2018.

SILVA, C. P.: depoimento [jun. 2005]. Entrevistador: Cousin, A. O. **A. (2007). A Sociedade Paranaense de Matemática sob um olhar da Educação Matemática** (Tese de Doutorado). Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. **Ata da Assembléia de Fundação realizada no dia 31 de outubro de 1953.** Livro 1, fs. 1-3.

SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. **Ata da reunião realizada no dia 9 de novembro de 1953**. Livro 1, f. 1.

SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. **Ata da reunião realizada no dia 27 de maio de 1954.** Livro 1, f. 5.

SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. **Ata da reunião realizada no dia 5 de agosto de 1954**. Livro 1, fs. 5 e 6.

SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. **Ata da reunião realizada no dia 30 de outubro de 1954**. Livro 1, fs. 6 e 7.

SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. **Ata da reunião realizada no dia 18 de dezembro de 1954.** Livro 1, fs. 7 e 8.

SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. **Ata da reunião realizada no dia 14 de fevereiro de 1955**. Livro 1, fs. 8 e 9.

SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Curitiba. **Ata da reunião realizada no dia 09 de abril de 1955**. Livro 1, f. 9.

SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. **Curitiba. Ata da reunião realizada no dia 12 de novembro de 1955**. Livro 1, fs. 9 e 10.

TRIVIZOLI, Lucieli M.. S**ociedade de Matemática de São Paulo**: Um estudo histórico-institucional. 2008. 200 f. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, 2007.



ISSN 2236-4102

A PRODUÇÃO ACADÊMICA SOBRE A HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO PARAIBANA: o que dizem as teses e dissertações?

Antonio Araújo do Nascimento [383]
Cristiane Borges Angelo [384]

RESUMO

O presente trabalho tem como finalidade apresentar os resultados da pesquisa intitulada “A produção acadêmica sobre a História da Educação Paraibana: o que dizem as teses e dissertações?” que teve como objetivo analisar teses e dissertações que apresentam estudos acerca da História da Educação Matemática da Paraíba. Buscamos no desenvolvimento do trabalho responder as seguintes questões: (1) O que emerge das teses e dissertações que se debruçaram sobre a Historiografia da Educação Matemática no estado da Paraíba? (2) Que aspectos e dimensões da História da Educação Matemática da Paraíba têm sido privilegiados pelas pesquisas desenvolvidas no Brasil? O encaminhamento metodológico dessa pesquisa seguiu os pressupostos da história da arte. Foram catalogados onze trabalhos que não tinham relação direta com a temática e um que tinha relação direta, perfazendo um total de doze trabalhos. Concluímos ser importante que novas pesquisas sobre o tema sejam produzidas, haja vista que, por meio dos resultados do presente estudo, observamos que História da Educação Matemática na Paraíba é uma área não explorada.

Palavras-chave: Educação Matemática, História da Educação Matemática, Produção acadêmica.

[383] UFPB. antonionascimento1998@hotmail.com.
[384] UFPB. cristianeangelo@dcx.ufpb.br

INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como finalidade apresentar os resultados da pesquisa intitulada “A produção acadêmica sobre a História da Educação Paraibana: o que dizem as teses e dissertações?” que teve como objetivo analisar teses e dissertações que apresentam estudos acerca da História da Educação Matemática da Paraíba. Buscamos no desenvolvimento do trabalho responder as seguintes questões: (1) O que emerge das teses e dissertações que se debruçaram sobre a Historiografia da Educação Matemática no estado da Paraíba? (2) Que aspectos e dimensões da História da Educação Matemática da Paraíba têm sido privilegiados pelas pesquisas desenvolvidas no Brasil?

Nossa escolha por desenvolver uma pesquisa inserida no campo da História da Educação Matemática no estado da Paraíba justificou-se na relevância que esse campo de pesquisa possui ao resgatar historicamente registros relativos à educação matemática nesse estado, fornecendo, assim, um quadro geral sobre as pesquisas relacionadas a essa temática. Essa pesquisa justificou-se também pela inexistência de trabalhos que analisem a produção acadêmica voltada para a reconstrução da história da educação matemática na Paraíba. Além disso, entendemos que por meio de investigações que tomam como objeto o passado, podemos chegar a uma compreensão, muitas vezes, daquilo que é posto no presente.

PRESSUPOSTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

A fim de subsidiar teórica e metodologicamente este trabalho, cabe trazer para a reflexão alguns pressupostos que guiaram a pesquisa, baseados nos fundamentos da História da Educação Matemática e dos estudos do tipo “estado da arte”.

Sanchez Gamboa (1998) afirma que, com a criação de cursos de pós-graduação stricto sensu na área da Educação, ampliou-se quantitativamente a produção acadêmica materializada em teses e dissertações. Concomitante a esse crescimento surge a preocupação em avaliar essa produção gerando um novo desafio para os

pesquisadores. Nesse sentido, destacamos a importância de estudos que foquem seu olhar nas pesquisas desenvolvidas nos diversos campos oriundos da educação, a fim de que possamos conhecer os diversos pressupostos científicos que compõem essas produções acadêmicas.

O aumento de pesquisas na área da História da Educação Matemática, a partir da década de 1990, demonstra a exigência de investigações que se preocupem em avaliar essa produção. Segundo Romanowski e Ens (2006, p 38) "[...] faltam estudos que realizem um balanço e encaminhem para a necessidade de um mapeamento que desvende e examine o conhecimento já elaborado e apontem os enfoques, os temas mais pesquisados e as lacunas existentes".

Os estudos do tipo estado da arte almejam

> [...] mapear e discutir uma certa produção acadêmica [...] tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado [...] (FERREIRA, 2002, p. 258).

Além disso, são estudos "[...] sustentados e movidos pelo desafio de conhecer o já construído e produzido para depois buscar o que ainda não foi feito [...] de dar conta de determinado saber que se avoluma cada vez mais rapidamente e de divulgá-lo para a sociedade [...] (ibidem, p. 259).

Para efeito de delimitação de nosso estudo, assumimos a História da Educação Matemática como área de produção de conhecimento que se preocupa em

> [...] buscar respostas a questões de fundo como: Por que hoje colocamos os problemas sobre o ensino de matemática do modo como colocamos? Por que pensamos em reformas sobre esse ensino do modo como são propostas? Por que ensinamos o que ensinamos em Matemática? Por que determinados saberes do matemáticos são válidos para o ensino em detrimento de outros? Essas são questões presentes, naturalizadas, não-problematizadas, que a prática da história da educação matemática tem a tarefa de desnaturalizá-las. (VALENTE, 2007, p. 38-39)

Balizamos nosso estudo em pesquisas que focam seu olhar para a História da Educação Matemática no estado da Paraíba pela inexistência de trabalhos que analisem a produção acadêmica voltada para esse objeto. Conforme mencionado anteriormente, a área da História da Educação Matemática está em construção. Sendo

assim, as pesquisas vinculadas a essa área e que se circunscrevem ao estado da Paraíba trazem elementos que podem permitir a reconstrução de fatos e os rumos que a pesquisa científica está tomando a partir desse objeto.

Entendemos que as pesquisas que se interessaram pela História da Educação Matemática da Paraíba tiveram como função elucidar aspectos e problemas relacionados ao ensino-aprendizagem da Matemática, ao currículo, à formação de professores, dentre outros. São muitas as questões que emergem quando focamos nosso olhar para a História da Educação Matemática na Paraíba, sendo esse um campo de pesquisa bastante vasto e promissor para o pesquisador, haja vista que pode ajudar na compreensão de questões atuais, tendo como parâmetro de compreensão aquilo que já se constitui no passado. Nesse sentido, “os fatos históricos são constituídos a partir de traços, de rastros deixados no presente pelo passado. Assim, o trabalho do historiador consiste em efetuar um trabalho sobre esses traços para construir os fatos” (VALENTE, 2007, p. 31).

Desta feita, na perspectiva de traçar um panorama geral das principais aspectos e dimensões manifestadas na produção científica que versam sobre a História da Educação Matemática da Paraíba que se apresenta esta pesquisa.

Nessa direção, o encaminhamento metodológico dessa pesquisa seguiu os pressupostos do estado da arte, tendo em vista que nosso estudo consistiu na revisão bibliográfica de investigações realizadas na área de História da Educação Matemática, especificamente os trabalhos que versam sobre a educação matemática no estado da Paraíba.

Para Romanowski e Ens estes estudos

> [...] são justificados por possibilitarem uma visão geral do que vem sendo produzido na área e uma ordenação que permite aos interessados perceberem a evolução das pesquisas na área, bem como suas características e foco, além de identificar as lacunas ainda existentes [...]. Estes trabalhos não se restringem a identificar a produção, mas analisá-la, categorizá-la e revelar os múltiplos enfoques e perspectivas. (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p. 41)

Seguindo os pressupostos do estado da arte, esta pesquisa teve como primeiro passo um levantamento bibliográfico, em que foram selecionados teses e dissertações de programas de pós graduação em Educação e/ou em Ensino de Ciências e

Matemática. Como critério de seleção dos documentos foram feitas leituras de sumários, resumos e palavras-chaves com intuito de encontrar indícios sobre a história da educação matemática na Paraíba. O segundo passo foi a catalogação de teses e dissertações, seguindo critérios, como título, autor(a), orientador(a), temática, nome do programa, nível, linha de pesquisa, objetivo(s) geral(is), objetivos específicos, palavras-chave e aspectos relacionados a História da Educação Matemática na Paraíba, além desses critérios, as teses foram separadas por região do país. Por fim, o último passo foi a análise de teses e dissertações com o objetivo de identificar os aspectos relacionados a história da educação matemática na Paraíba. Para tal, foi feita a leitura minuciosa dos documentos selecionados a fim de os elementos fundamentais para identificar a relação do trabalho com aspectos voltados à educação matemática na Paraíba. Vale salientar que os trabalhos selecionados nem sempre tinham uma relação direta com a Matemática, mas como se tratavam de trabalhos vinculados à área da História da Educação, com foco no estado da Paraíba, traziam indícios de aspectos relacionados à disciplina e que nos interessavam para o desenvolvimento da pesquisa.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

No processo de busca das teses e dissertações que comporiam o corpus de nossa pesquisa, evidenciamos que programas de pós graduação em Educação ou Ensino de Ciências e Matemática das regiões Sul, Centro-Oeste e Norte não tiveram nenhuma tese ou dissertação que tivessem como foco nosso objeto de estudo. Nesse processo, encontramos 1 documento do Sudeste e todo o restante do Nordeste, especificamente da Paraíba.

A fim de realizarmos a análise das teses e dissertações fizemos uma catalogação dos trabalhos selecionados, considerando os que tinham relação direta com a temática e os que traziam alguns indícios acerca da história da Educação Matemática na Paraíba.

Nessa direção, foram catalogados onze trabalhos que não tinham relação direta com a temática e um que tinha relação direta, perfazendo um total de dezesseis trabalhos, conforme o Quadro 1 apresentado a seguir.

QUADRO 1 - Documentos catalogados

Nº	Título	Autor(a)	Programa
01	Memórias da educadora Olivina Olivia Carneiro da Cunha: práticas educativas e envolvimento político e social na Paraíba (1886 – 1977)	Viviane Freitas da Silva	PPGE/UFPB
02	O progresso educacional na Paraíba: o instituto de educação (1935 – 1939)	Shirley Regina Azevedo Crispim	PPGE/UFPB
03	Colégio normal Francisca Mendes: caminhos da escola normal em Catolé do Rocha/PB (1939 – 1959)	Maria Cleide Soares de Sousa	PPGE/UFPB
04	Mente amore pro patria docere: a escola de aprendizes artífices da Paraíba e a formação de cidadãos úteis à nação (1909 – 1942)	Luciano Candeia	PPGE/UFPB
05	O processo de escolarização na província da Parahyba do Norte: aulas de primeiras letras (1834 – 1849)	Adriano Soares da Silva	PPGE/UFPB
06	O ideário da escola nova naParaíba: circulação de novos saberes nos discursos de José Baptista de Mello (1930 – 1936)	Amurielle Andrade de Sousa	PPGE/UFPB
07	As experiências dos Intelectuais no Processo de Escolarização Primária na Parahyba (1824-1922)	Maira Lewtchuk Espindola	PPGE/UFPB
08	Movimento de educação de base-meb-no estado da Paraíba: vestígios de uma experiência educacional (1966-1971)	Lidiane Nayara Nascimento dos Santos	PPGE/UFPB
09	O discurso de mulheres educadoras na imprensa paraibana: Tessituras do processo histórico de escolarização na Paraíba (1930-1939)	Shirley Targino Silva	PPGE/UFPB
10	Primaveras de destinos na revista do ensino no estado da Paraíba – As prescrições da história da educação e as representações do ensino de história (1932 a 1942)	Albanisa Maria de Assunção	PPGE/UFPB
11	A creança é uma planta mimosa e gentil, frágil e encantadora: Um estudo sobre a revista do ensino da Paraíba (1932-1942)	Meryglaucia Silva Azevedo Lucena	PPGE/UFPB
12	Sobre formação e prática de professores de matemática: estudo a partir de relatos de professores, década de 1960, João Pessoa (PB)	Marta Maria Maurício Macena	PPGE/UNESP

Fonte: Dados coletados pesquisa

O documento de autoria de Viviane Freitas é uma dissertação apresentada no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba no ano de 2012, intitulada “Memórias da educadora Olivina Olivia Carneiro da Cunha:

práticas educativas e envolvimento político e social na Paraíba (1886 – 1977)". Essa dissertação teve como objetivo geral analisar a trajetória da educadora Olivina Olivia Carneiro da Cunha, focando, fundamentalmente, nas suas práticas educacionais no cenário político, cultural e social paraibano. A autora em seu texto expõe as lutas da classe feminina na construção da educação paraibana, a desvalorização em que a mulheres se submetiam e as diversas limitações que eram impostas à elas na área da educação. O texto não aprofunda como se dava as práticas no ensino da matemática, porém menciona uma lei criada em 15 de outubro de 1827 que tinha como objetivo a implantação de escolas de primeiras letras. Na referida lei, em seu artigo IV, há a menção de que os professores deveriam ensinar na área de matemática as 4 operações básicas. Outro elemento destacado nessa dissertação foi o fato de que a professora Olivina, que tinha apenas o curso normal, foi nomeada por diversas vezes para ser professora de matemática na área de álgebra no Liceu Paraibano, por falta de um titular a disciplina, o que mostrava a deficiência naquela época de professores de matemática.

A dissertação de Shirley Regina Azevedo Crispim, com título "O progresso educacional na Paraíba: o Instituto de Educação (1935 – 1939)", que foi apresentada no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba em 2012, teve como objetivo geral contribuir para a reconstrução da história do Instituto de Educação da Paraíba (IEP) buscando identificar a sua identidade histórica no contexto sócio-educacional do estado entre os anos de 1935 e 1939. O texto menciona que os professores do instituto seguiam os processos de ensino sem considerar os preceitos pedagógicos e que não havia nenhum critério de escolha de livros didáticos, ficando a cargo dos professores escolher os livros que lhe eram por bons. No ensino da matemática, o texto menciona que a disciplina era dividida em subseções e que eram trabalhadas noções de economia e de estatística dentro da matemática.

A dissertação de Maria Cleide Soares de Sousa, de título "Colégio Normal Francisca Mendes: caminhos da escola normal em Catolé do Rocha/PB (1939 – 1959)", foi apresentado no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba em 2012. Essa dissertação teve como objetivo geral analisar o processo de criação e funcionamento do colégio, sobretudo em relação as informações

sobre o contexto histórico do momento educacional referentes ao século XX e temas sobre cultura escolar. A autora descreve através do texto sobre o funcionamento da instituição, bem como as práxis desenvolvidas nela e o desdobramento da sua cultura escolar como instituição formadora de futuras professoras. Em relação ao ensino da matemática, a autora relata que os professores faziam seleções com prova oral e escrita para poderem exercer a profissão de professor, além disso as aulas de matemática eram divididas em ensino de álgebra e aritmética nos 1º e 2º anos e que posteriormente foram englobadas numa única matéria (matemática) e com obrigatoriedade em todos os ensinos, do 1º ao 3º ano do ensino normal.

A tese de Luciano Candeia, defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba, no ano de 2013, tem como título "Mente amore pro patria docere: a Escola de Aprendizes Artífices da Paraíba e a formação de cidadãos úteis à nação (1909 – 1942)". O objetivo geral dessa pesquisa foi discutir como e em que circunstâncias a experiência de profissionalizar os desfavorecidos da sorte e de produzir operários disciplinados ocorreu na Parahyba do Norte, ou, mais precisamente, na capital do estado. O autor descreve os processos de ensino que antecederam a escola de aprendizes, o funcionamento da instituição e o seu contexto político-cultural. Sobre o ensino de Matemática, o texto relata que a disciplina era divididas em suas subáreas e que em cada ano estudava-se uma delas, ou mais de uma, no 2º ano ensinava-se a geometria sem demonstrações, no 3º e 4º ano era ensinado aritmética e geometria, vezes separadas, outrora englobadas, e no 1º ano era voltado para o ensino de geometria aplicada, noções de álgebra e trigonometria.

A dissertação de autoria de Adriano Soares da Silva de título "O processo de escolarização na província da Parahyba do Norte: aulas de primeiras letras (1834 – 1849)". A pesquisa foi desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba no ano de 2013 e teve como objetivo geral analisar o processo de escolarização na província da Parahyba do Norte entre os anos de 1834 e 1849, como foco principal o ensino das aulas de primeiras letras. O texto aborda o ensino primário, o processo de escolarização trazido pela sociedade imperial e a influência social que a educação ofertava. No que tange o ensino de Matemática, o

autor afirma que as escolas dividiam os alunos em 5 níveis diferentes em relação a matemática, 1º classe para os alunos que tinham dificuldade em trabalhar com os algarismos e numerações, a classe 2 para os que tinham dificuldade em somar e diminuir, 3º classe era para os que tinham dificuldade em multiplicação, 4º classe para os que tinham dificuldade em divisão, e por fim, a última classe era para os que tinham dificuldade em quebrados, regra de três e entre outros. Vale salientar que desde 1837 eram tidas como obrigatórias disciplinas de cálculos no ensino de primeiras letras e geometria sem demonstrações.

A tese de Marta Maria Maurício Macena defendida no Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual de São Paulo – UNESP, no ano de 2013, teve como objetivo geral analisar depoimentos de professores de matemática do ensino primário para a reconstrução da história da educação matemática na Paraíba. O texto traz diversas informações sobre a educação matemática na década de 1960, como os aspectos do ensino matemático, as divisões das turmas com o olhar no ensino superior e as características político-educacionais daquela época, antes de tudo, a autora deixa claro que não existia curso superior em matemática durante a época, e que os professores que lecionavam matemática eram, em sua maioria, estudantes de engenharia civil. Seguindo as narrativas propostas no texto, os entrevistados relatam que durante a década podia-se ensinar sem uma formação adequada, desde que o educador mostrasse domínio sobre os conteúdos abordados na disciplina de matemática. Para isso, existiam cursos de reciclagem, como cursos de professores secundários em matemática e exames de suficiência, que eram provas que davam “sinais positivos” para o governo federal de que os professores estavam aptos a lecionar. Além disso, a partir de 1970 os professores de matemática só podiam lecionar se tivessem participado dos cursos de capacitação como o PREMEN I e II e o CADES, cursos que tinham como intuito o melhoramento do aprendizado dos docentes e a capacitação dos mesmos para estarem em sala de aula. Existia também uma fiscalização por parte do Ministério da Educação e Cultura, com o objetivo de saber o que estava se passando na sala de aula na área de matemática, e se os professores estavam atingindo as metas propostas pelo órgão federal. Falando em sala de aula, os professores entrevistados relatam que não existiam materiais concretos e que haviam

apenas aulas expositivas, ainda complementam dizendo que os livros mais utilizados no ensino da matemática eram os de Ari Quintela. Os entrevistados, no texto da autora, contam também que em 1965, por influência dos Estados Unidos da América, introduziu-se na matemática a teoria dos conjuntos que colocou em cheque vários professores de matemática, pois segundo eles o assunto era novo e a maioria não sabia sobre o conteúdo e nem como ensiná-lo em sala de aula.

A dissertação de Amurielle Andrade de Sousa que tem como título “O ideário da escola nova na Paraíba: circulação de novos saberes nos discursos de José Baptista de Mello (1930 – 1936)”, foi defendida no Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba em 2015 e teve como objetivo geral analisar a circulação do ideário da escola nova no estado da Paraíba, através dos discursos do professor José Baptista de Mello encontrados nos jornais a união e a imprensa. Com relação à Matemática, a autora afirma que, embora o programa de aperfeiçoamento de professores tenha sido regulamentado pelo Decreto de número 497, de 12 de março de 1934, os professores em sua maioria não tinham formação adequada e a matemática era lecionada por engenheiros civis, devido a inexistência de um curso superior em Matemática.

A dissertação de Meryglaucia Silva Azevedo Lucena, apresentada no Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba no ano de 2016, intitulafa “A creança é uma planta mimosa e gentil, frágil e encantadora: Um estudo sobre a revista do ensino da Paraíba (1932-1942) ” teve como objetivo geral analisar a Revista do Ensino da Paraíba no período de 1932 a 1942, tendo como foco as diretrizes pedagógicas para a educação da infância veiculadas na Revista do Ensino. No texto, é apresentado um estudo sobre a imprensa educacional e sua influência numa sociedade em processo de modernização. Encontramos nesta obra pequenos fragmentos sobre a história da educação matemática como, por exemplo, que no ensino primário priorizava-se o ensino de conceitos básicos da matemática, como as operações elementares, a adição, subtração, multiplicação e divisão.

A tese de Maira Lewtchuk Espindola, defendida no Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba no ano de 2017, com o título “As experiências dos intelectuais no processo de escolarização primária na Parahyba

(1824-1922)” teve por objetivo geral realizar uma interpretação das ações, sobretudo as voltadas para a instrução pública, de João Pereira de Castro Pinto (1863-1944) – presidente do estado da Parahyba na primeira república (1912-1915. O texto descreve os processos de crescimento da escola primária no antigo Liceu Paraibano e como se dava o ensino daquela época, suas características e seu desenrolar num quadro político e econômico paraibano, desde a criação da Universidade Popular da Parahyba em janeiro de 1913, que funcionava para a classe popular, até a criação de cursos superiores específicos para o ensino, como por exemplo a Matemática. A autora faz menção de que a Matemática, Aritmética e Geometria eram disciplinas distintas e obrigatórias no ensino do Liceu.

A dissertação de Lidiane Nayara Nascimento dos Santos, com o título “Movimento de educação de base (MEB) no estado da Paraíba: vestígios de uma experiência educacional (1966-1971)”, foi apresentada no Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba em 2017 e teve como objetivo geral compreender os vestígios educacionais do MEB na Paraíba, no período de 1966 a 1970. A autora, no texto, descreve sobre o movimento de educação base e a contribuição dele para a educação, além disso fala sobre o cenário político, sobre a participação da igreja em comunhão com a educação, contribuindo principalmente na disciplina de ensino religioso, a alfabetização de jovens e adultos, que era voltada para um ensino prático, e a capacitação dos mesmos, tudo isso proposto pelo MEB. A autora faz uma pequena menção à Matemática em seu trabalho, afirmando que se procurava contextualizar a Matemática de acordo com a realidade dos alunos, de forma que facilitasse o aprendizado e tornasse os conteúdos da disciplina visíveis no dia-a-dia dos educandos.

A dissertação “O discurso de mulheres educadoras na imprensa paraibana: Tessituras do processo histórico de escolarização na Paraíba (1930-1939)” foi apresentada no Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba no ano de 2017, por Shirley Targino Silva e teve como objetivo geral analisar o envolvimento das educadoras Analice Caldas de Barros, Albertina Correia de Lima e Alice de Azevedo Monteiro no processo histórico de escolarização da Paraíba. A autora descreve o processo de crescimento das mulheres perante uma sociedade

que desvalorizava o perfil feminino na década de 30. Destaca o papel desenvolvido pela professora Alice que lecionava cálculo para o ensino primário e seu contato com amigos de São Paulo e o conhecimento do método de Maria Montessori para o ensino de Matemática, o que culminou em uma prática de utilização de materiais manipulativos

A dissertação “Primaveras de destinos na revista do ensino no estado da Paraíba – As prescrições da história da educação e as representações do ensino de história (1932 a 1942)” de Albanisa Maria de Assunção foi apresentada no Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba no ano de 2016 e teve como objetivo geral analisar nas publicações da Revista do Ensino as diretrizes pedagógicas para as escolas primárias e, ainda relacionar a proposta curricular desses periódicos com o ensino de história. No que diz respeito ao ensino de Matemática, destacamos a ata de número 2 da Revista de Ensino em que há uma discussão sobre o ensino da geometria, com o intuito de capacitar professores didaticamente. Na década de 30 os professores de matemática em quase sua totalidade eram estudantes de engenharia, portanto haviam cursos preparatórios para capacitar os professores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na análise das teses e dissertações produzidas sobre a história da educação e história da educação matemática observamos três dimensões: foco no cenário político em que a educação estava inserida; foco nos aspectos econômicos em que as práticas educacionais eram desenvolvidas e para quem eram desenvolvidas e foco nos aspectos sociais e culturais em que a educação estava sendo ofertada.

É interessante evidenciar que a maioria das teses e dissertações levantadas e analisadas não tinham conexão direta com a história da educação matemática, com exceção da tese de Marta Maria Maurício Macena que volta seu olhar diretamente para as práxis desenvolvidas durante a década de 1960 pelos professores de matemática nos colégios da capital da Paraíba e que expõem os problemas enfrentados, como a falta de formação adequada aos professores e entre outros.

Diante do anteriormente exposto, concluímos que existem poucas investigações que versam sobre aspectos relacionados à História da Educação Matemática na Paraíba.

Nessa direção, finalizamos este texto, afirmando que esta pesquisa tem uma relevância devido ao resgate que faz de registros relativos à Educação Matemática na Paraíba. Também sinaliza com a importância de que novas pesquisas sobre o tema sejam produzidas, haja vista que, por meio dos resultados obtidos, observamos que História da Educação Matemática na Paraíba é uma área não explorada.

REFERÊNCIAS

FERREIRA, N. S. de A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. **Educação e Sociedade**, ano XXIII, no 79, Agosto/2002. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/es/v23n79/10857.pdf. Acesso em abril 2017.

ROMANOWSKY, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n.19, p.37-50, set./dez. 2006. Disponível em: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=189116275004. Acesso em abril 2017.

SANCHEZ GAMBOA, S. A. **Fundamentos para la investigacion cientifica: pressupuestos epistemológicos que orientam al investigador**. Bogotá: Editorial Magistério, 1998.

VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **REVEMAT**-Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v 2.2, p.28-49, 2007.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

AS ARITMÉTICAS EDITADAS PELA IGREJA EVANGÉLICA LUTERANA DO BRASIL PARA SUAS ESCOLAS PAROQUIAIS GAÚCHAS NO SÉCULO XX

Malcus Cassiano Kuhn[385]

RESUMO

Esta comunicação é recorte de uma pesquisa sobre a Matemática nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX. Tem por objetivo descrever os livros de aritmética editados pela Igreja Luterana, por meio da Casa Publicadora Concórdia de Porto Alegre, e que foram utilizados em suas escolas paroquiais no século passado. Em 1900, o Sínodo de Missouri, hoje Igreja Evangélica Luterana do Brasil, iniciou missão nas colônias alemãs gaúchas, fundando congregações religiosas e escolas paroquiais. Tais escolas integravam um projeto missionário e comunitário que buscava ensinar a língua materna, Matemática, valores culturais, sociais e, principalmente, religiosos. De caráter qualitativo e com uso de fontes documentais, a investigação está baseada no referencial da pesquisa histórica e do conceito de cultura escolar, para análise de duas aritméticas da série Ordem e Progresso e quatro aritméticas da série Concórdia. As aritméticas analisadas priorizavam o estudo dos números naturais, frações, números decimais, sistemas de medidas, aritmética comercial e geometria prática. Destaca-se a construção do conceito de número de forma intuitiva, o desenvolvimento de habilidades para o cálculo escrito e mental e o uso do conhecimento formal da Matemática, com o objetivo de desenvolver conhecimentos úteis para vida dos alunos das escolas paroquiais luteranas gaúchas.

Palavras-chave: História da Educação Matemática. Escolas Paroquiais Luteranas Gaúchas. Livros de Aritmética.

[385] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense – IFSul Câmpus Lajeado. E-mail: malcuskuhn@ifsul.edu.br.

INTRODUÇÃO

Em 1900, o Sínodo Evangélico Luterano Alemão de Missouri[386], atualmente Igreja Evangélica Luterana do Brasil – IELB, iniciou missão nas colônias alemãs do Rio Grande do Sul – RS, fundando congregações religiosas e escolas paroquiais. Conforme Kuhn e Bayer (2017b), as escolas paroquiais luteranas estavam inseridas num projeto missionário e comunitário que buscava ensinar a língua materna, Matemática, valores culturais, sociais e, principalmente, religiosos.

As escolas paroquiais luteranas gaúchas, geralmente, eram constituídas por classes multisseriadas, mantidas pela comunidade escolar/paroquial e subvencionadas pelo Sínodo de Missouri para pagamento do salário do professor/pastor. Como havia poucos materiais didáticos nestas escolas, o ensino acontecia na base da recitação e da memorização. Os professores paroquiais eram formados pelo Seminário Concórdia[387], de acordo com os princípios morais e religiosos da Igreja Luterana. A prática pedagógica deveria levar em consideração a realidade dos alunos, para que, futuramente, os mesmos se engajassem de forma ativa nas estruturas comunitárias.

Esta comunicação científica tem por objetivo descrever as aritméticas da série Ordem e Progresso e da série Concórdia, editadas pela IELB, por meio da Casa Publicadora Concórdia[388] de Porto Alegre, no século passado. Trata-se de um recorte de tese, complementado por pesquisas realizadas durante o estágio Pós-doutoral em um Programa de Pós-Graduação, tendo como questão norteadora a Matemática praticada nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX.

Como a temática investigada se insere na História da Educação Matemática no RS, busca-se na pesquisa histórica e no conceito de cultura escolar, o suporte para discussão. Conforme Prost (2008), os fatos históricos são constituídos a partir de

[386] Em 1847, um grupo de imigrantes luteranos alemães da Saxônia fundou no estado de Missouri (Estados Unidos), o Sínodo Evangélico Luterano Alemão de Missouri, Ohio e Outros Estados, atualmente Igreja Luterana - Sínodo de Missouri.
[387] Instituto pedagógico-teológico que atuou na formação de pastores e de professores paroquiais para IELB no Rio Grande do Sul.
[388] Fundada em 1923, fazia a edição de livros e de periódicos relacionados à literatura religiosa e escolar da IELB. Foi a primeira e a única redatora da IELB, existente até os dias atuais. Antes de sua fundação, os livros e os periódicos eram impressos pela *Concordia Publishing House*, nos Estados Unidos, e enviados para o Brasil.

traços deixados no presente pelo passado. Assim, a tarefa do historiador consiste em efetuar um trabalho sobre esses traços para construir os fatos.

Para Certeau (1982), a história tem a tripla tarefa de convocar o passado que já não está em um discurso presente, mostrar as competências do historiador (dono das fontes) e convencer o leitor. O trabalho do historiador, de acordo com Certeau (1982), é fazer um diálogo constante do presente com o passado, e o produto desse diálogo consiste na transformação de objetos naturais em cultura.

Julia (2001) define a cultura escolar como:

> Um conjunto de normas que estabelecem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo às épocas (JULIA, 2001, p.10).

De acordo com Valente (2007), pensar os saberes escolares como elementos da cultura escolar e realizar o estudo histórico da matemática escolar, exige que se devam considerar os produtos dessa cultura no ensino, que deixaram traços que permitem o seu estudo, como as aritméticas da série Ordem e Progresso e da série Concórdia, principais fontes documentais desta investigação.

A MATEMÁTICA NAS ESCOLAS PAROQUIAIS LUTERANAS GAÚCHAS

Conforme estudos realizados por Kuhn e Bayer (2017a), nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século passado, o ensino da Matemática priorizava os números naturais, os sistemas de medidas, as frações e os números decimais, complementando-se com a matemática comercial e financeira e a geometria. O ensino dessa disciplina deveria acontecer de forma prática e articulada com as necessidades dos futuros agricultores, observando-se a doutrina luterana. Segundo Lemke (2001), o ensino da palavra de Deus, através da Bíblia, ficava em primeiro lugar, e as demais disciplinas não eram menosprezadas, mas complementavam a educação para servir no mundo.

Os primeiros trinta anos de existência das escolas paroquiais luteranas, no

estado gaúcho, foram marcados pela carência de materiais didáticos e pela progressiva adoção dos quatro manuais de Büchler (editora Rotermund)[389], tanto em alemão, quanto em português, para as aulas de Matemática. O Sínodo de Missouri começou a produzir os próprios livros de aritmética na década de 1930. A Casa Publicadora Concórdia de Porto Alegre editou e publicou o material didático específico para as escolas paroquiais luteranas. Para as aulas de Matemática, foram publicadas duas séries: a série Ordem e Progresso, lançada na década de 1930, pela divulgação feita no periódico *Unsere Schule* (Nossa Escola), e a série Concórdia, lançada na década de 40.

A série Ordem e Progresso e a série Concórdia contêm três aritméticas voltadas para o ensino da Matemática, nos primeiros anos de escolarização. No Instituto Histórico da IELB, em Porto Alegre, localizaram-se a Primeira e a Terceira Aritmética da série Ordem e Progresso, além de uma edição da Primeira Aritmética, duas edições da Segunda Aritmética e uma edição da Terceira Aritmética da série Concórdia. Ainda não foi localizada a Segunda Aritmética da série Ordem e Progresso. Para investigar a Matemática nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX, realizou-se o estudo das aritméticas da série Ordem e Progresso e da série Concórdia, listadas no Quadro 1.

QUADRO 1: Aritméticas analisadas

Obra	Série	Data	Autor	Páginas
Primeira Aritmética	Ordem e Progresso	[193-]	Prof. Frederico Strelow[390]	64
Terceira Arithmetica	Ordem e Progresso	[193-]	Sem autoria declarada	143
Primeira Aritmética	Concórdia	[194-]	Otto A. Goerl[391]	68
Segunda Aritmética	Concórdia	[194-]	Otto A. Goerl	84
Segunda Aritmética	Concórdia	1948	Sem autoria declarada	96
Terceira Aritmética	Concórdia	1949	Sem autoria declarada	143

Fonte: Série Ordem e Progresso e série Concórdia.

[389] A editora Rotermund, de São Leopoldo, editava e publicava o material didático relacionado ao Sínodo Rio-Grandense (Igreja Evangélica de Confissão Luterana no Brasil – IECLB).

[390] Frederico Strelow (1888-1946) se formou na primeira turma de professores no Seminário Concórdia, em abril de 1912. Foi professor paroquial, redator do periódico pedagógico *Unsere Schule* e autor da Primeira Aritmética da série Ordem e Progresso.

[391] O gaúcho Otto Adolpho Goerl (1905-1998) também se formou no Seminário Concórdia, em 1925, e foi ordenado pastor em 1926. Além de pastor, foi professor paroquial e, posteriormente, professor e diretor do Seminário Concórdia. Autor de livros para o ensino da aritmética e da leitura nas escolas paroquiais luteranas. Também foi redator da revista teológica e pedagógica Igreja Luterana.

A partir do Quadro 1, observa-se que somente três aritméticas possuem autoria declarada, porém, acredita-se que os autores das demais obras também tenham sido professores das escolas paroquiais luteranas, pois o periódico *Unsere Schule* se refere à edição de livros de aritmética da seguinte maneira: “o Sínodo decidiu que será editado um trabalho completo de aritmética. Os professores Frederico Strelow, Albert Brückmann e Max Öhlwein foram contratados para realizar o trabalho” (UNSERE SCHULE, 1934, p. 14). Verifica-se, ainda, que o número de páginas de cada livro aumenta conforme o nível de escolarização primária e que as duas edições da Terceira Aritmética têm o mesmo número de páginas (143). Abordam as mesmas unidades de estudo e exercícios, com a mesma distribuição de páginas para cada conteúdo no livro, havendo apenas variações na ortografia de palavras e na representação de unidades de medida e do sistema monetário[392].

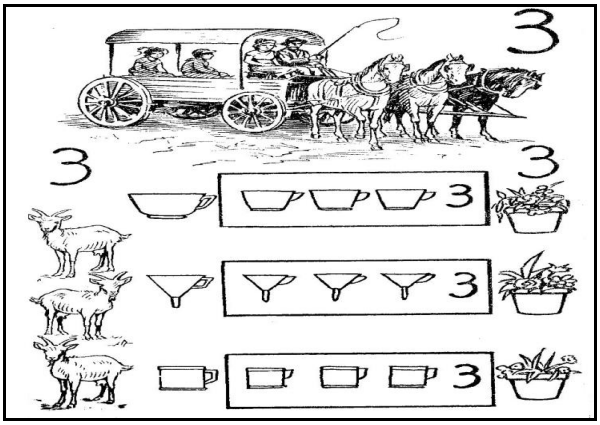
Comparando-se as aritméticas das duas coleções, observou-se que a maior similaridade acontece entre as duas edições da Terceira Aritmética, porém, não se pode afirmar que a série Concórdia, lançada na década de 1940, foi uma atualização da série Ordem e Progresso, lançada na década de 1930. Com os decretos de nacionalização do ensino, emitidos a partir de 1938, as escolas paroquiais luteranas começaram a sentir seus reflexos, sendo o principal, a migração dos alunos às escolas públicas para aprenderem de forma mais efetiva a língua portuguesa. Tal fato provocou a diminuição da arrecadação das taxas escolares, obrigando a municipalização dessas escolas ou até mesmo o seu fechamento. Este pode ser um motivo que tenha levado o(s) autor(es) da Terceira Aritmética da série Concórdia a fazer(em) poucas mudanças em relação à Terceira Arithmetica da série Ordem e Progresso. Não se pode informar a quantidade de exemplares publicados de cada edição e se a série Ordem e Progresso ainda estava sendo publicada quando do lançamento da série Concórdia, pois estas informações não foram encontradas.

[392] Esta é a principal alteração observada nas duas edições, pois até 31 de outubro de 1942, a moeda brasileira era denominada réis, e a partir de 1º de novembro de 1942, entrou em vigor o cruzeiro (Cr$).

A edição da Primeira Aritmética da série Ordem e Progresso enfatiza o estudo da numeração até 100 em suas 64 páginas. O estudo dos números de 0 a 100 inicia com a numeração de 0 a 10, explorando o significado de quantidades até 10 e as operações de adição e subtração. Depois, amplia-se o estudo com os números até 20 e até 100, envolvendo a escrita em ordem crescente e decrescente dos números e as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Ressalta-se a existência de inúmeras propostas de cálculos orais e cálculos por escrito com o algoritmo na horizontal, envolvendo as quatro operações com números naturais até 100.

Na introdução dos números até 10 se observa que o autor emprega o método de ensino intuitivo[393], mas no restante da obra predominam propostas de ensino marcadas pela tradição pedagógica da memorização (VALENTE; PINHEIRO, 2015). O estudo da numeração até 10 é feito por uma sistematização que associa quantidades de animais ou de objetos à representação simbólica do número, seguida de cálculos que envolvem as operações de adição ou subtração. A Figura 1 ilustra a proposta do autor para estudo do número 3:

FIGURA 1: O NÚMERO 3



Fonte: Strelow (193-, p. 3).

[393] Método de ensino que surgiu na Alemanha no final do século XVIII e divulgado pelos discípulos de Pestalozzi no decorrer do século XIX, na Europa e nos Estados Unidos. No Brasil, fez parte das propostas de reformulação da instrução pública no final do Império, sendo Rui Barbosa responsável por sistematizar os princípios do método de ensino intuitivo em seus pareceres e por traduzir o manual, Lições de Coisas, de Calkins. No método intuitivo, a escola deveria ensinar coisas vinculadas à vida, utilizar os objetos como suporte didático e os sentidos para produção de ideias, iniciando do concreto e ascendendo à abstração. (COSTA, 2014).

A proposta observada na Figura 1 desenvolve a construção do conceito de número de forma intuitiva, associando o número 3 com a representação de 3 animais ou 3 objetos, pertencentes ao contexto sociocultural dos alunos das escolas paroquiais luteranas gaúchas. O fragmento traz 3 cavalos puxando uma carroça, porém, esta é ocupada por 4 pessoas. Talvez o autor pudesse ter feito a representação de 3 pessoas na carroça para também associar ao estudo do número 3. Destaca-se que, para o estudo dos números até 10, o autor do livro usa a estratégia de relacionar, de forma padronizada, a ideia do número com a quantidade de cavalos puxando uma carroça numa região colonial. Para o estudo do zero, o autor usa a representação de uma carroça com a ausência de cavalos (0). Strelow [193-] também apresenta uma proposta para os alunos decorarem as tabuadas de multiplicar, conforme mostrado no Quadro 2:

QUADRO 2: COMO SE DECORA AS TABUADAS DE MULTIPLICAR

Exemplo: A tabuada de 2.				
1) Pela ordem crescente	2) Pela ordem decrescente	3) Salteando crescente	4) Salteando decrescente	5) Salteando misto
1 x 2 =	10 x 2 =	1 x 2 =	10 x 2 =	1 x 2 =
2 x 2 =	9 x 2 =	3 x 2 =	8 x 2 =	10 x 2 =
3 x 2 =	8 x 2 =	5 x 2 =	6 x 2 =	2 x 2 =
4 x 2 =	7 x 2 =	7 x 2 =	4 x 2 =	9 x 2 =
5 x 2 =	6 x 2 =	9 x 2 =	2 x 2 =	3 x 2 =
6 x 2 =	5 x 2 =	2 x 2 =	9 x 2 =	8 x 2 =
7 x 2 =	4 x 2 =	4 x 2 =	7 x 2 =	4 x 2 =
8 x 2 =	3 x 2 =	6 x 2 =	5 x 2 =	7 x 2 =
9 x 2 =	2 x 2 =	8 x 2 =	3 x 2 =	5 x 2 =
10 x 2 =	1 x 2 =	10 x 2 =	1 x 2 =	6 x 2 =

Fonte: Strelow (193-, p. 50).

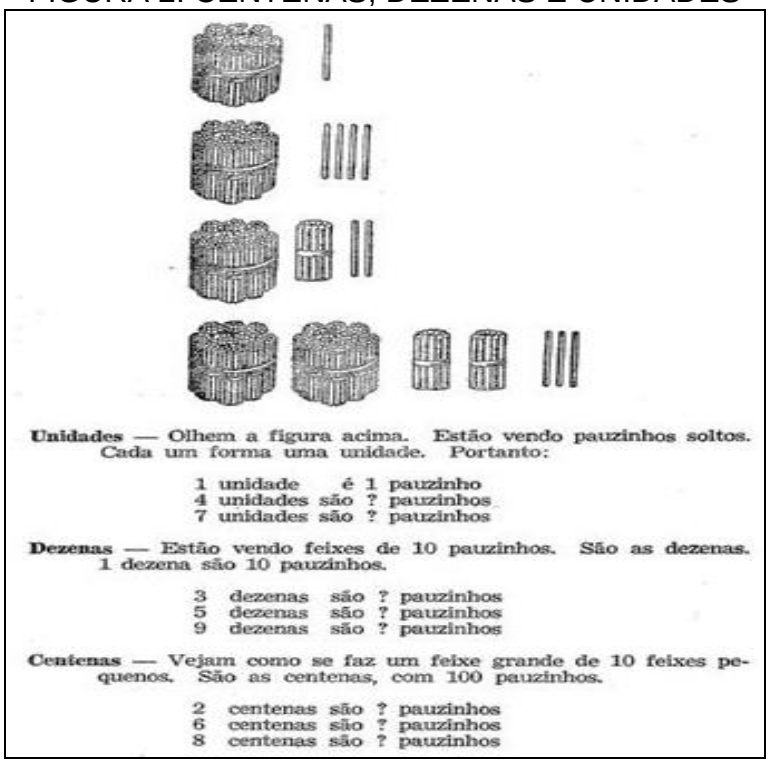
O Quadro 2 ilustra a proposta do autor para se decorar as tabuadas de multiplicar, exemplificando com a tabuada de 2 e indicando os seguintes passos: 1º pela ordem crescente, 2º pela ordem decrescente, 3º salteando crescente (primeiro os fatores ímpares e depois os fatores pares, em ordem crescente), 4º salteando decrescente (primeiro os fatores pares e depois os fatores ímpares, em ordem decrescente) e 5º salteando misto (intercalando ordem crescente e ordem decrescente). Na página seguinte do livro, propõe-se a aplicação deste procedimento com as tabuadas de multiplicar de 3 até 10, oralmente e por escrito. O exercício da pequena tabuada – tabuadas do 1 ao 10 – era frequente nos primeiros anos de

escolarização e mostra a preocupação do autor em instrumentalizar os alunos das escolas paroquiais luteranas gaúchas para o cálculo mental e por escrito. Essa aritmética também apresenta uma proposta de estudo para decorar as tabuadas de dividir de 2 até 10, de forma semelhante à proposta para decorar as tabuadas de multiplicar, ficando subentendida a ideia de que a multiplicação e a divisão são operações inversas. Tratam-se de propostas de ensino focadas na memorização dos conteúdos.

As 68 páginas da Primeira Aritmética da série Concórdia estão divididas em quatro seções: I – Números de 1 a 5, com foco em contar e desenhar, escrever os números, somar e diminuir; II – Números de 1 a 10, com atenção para o significado dos números até 10 e as operações de adição e subtração; III – Números de 1 a 20, ênfase nas operações de adição e subtração; IV – Números de 1 a 100, explorando as dezenas, dezenas e unidades, as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, e a pequena tabuada. Nessa aritmética, o estudo da numeração até 10, também, é proposto de forma intuitiva pelo autor, associando-se quantidades de animais, pessoas ou objetos à representação simbólica do número, seguida de cálculos que envolvem as operações de adição ou subtração até 10. Além de vários exercícios de cálculo, o autor da Primeira Aritmética da série Concórdia, apresenta problemas que faziam parte do cotidiano dos alunos, para serem resolvidos oralmente ou por escrito, envolvendo as operações de adição e subtração.

A Segunda Aritmética da série Concórdia, de Otto A. Goerl, possui 77 páginas e está dividida em três seções: I – Números de 1 a 100 (recapitulação), com as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão; II – Números de 1 a 1000, relacionando unidades, dezenas e centenas, bem como as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão; III – Números até 10000, explorando as classes de milhares, centenas, dezenas e unidades, números pares e ímpares, operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Portanto, essa aritmética amplia o estudo das quatro operações elementares, com os números até 10000. Essa aritmética apresenta uma proposta de estudo para o sistema decimal, conforme ilustrado na Figura 2:

FIGURA 2: CENTENAS, DEZENAS E UNIDADES



Unidades — Olhem a figura acima. Estão vendo pauzinhos soltos. Cada um forma uma unidade. Portanto:

1 unidade é 1 pauzinho
4 unidades são ? pauzinhos
7 unidades são ? pauzinhos

Dezenas — Estão vendo feixes de 10 pauzinhos. São as dezenas. 1 dezena são 10 pauzinhos.

3 dezenas são ? pauzinhos
5 dezenas são ? pauzinhos
9 dezenas são ? pauzinhos

Centenas — Vejam como se faz um feixe grande de 10 feixes pequenos. São as centenas, com 100 pauzinhos.

2 centenas são ? pauzinhos
6 centenas são ? pauzinhos
8 centenas são ? pauzinhos

Fonte: Goerl (194-b, p. 44).

Na Segunda Aritmética, Goerl propõe o estudo das centenas, dezenas e unidades, utilizando palitos soltos para representar as unidades, feixes com 10 palitos para representar as dezenas e 10 feixes com 10 palitos cada para formar as centenas. Explora, também, as relações entre centenas, dezenas e unidades, isto é, 1 dezena é igual a 10 unidades e 1 centena é igual a 10 dezenas. Assim, usando um recurso visual, o autor desenvolve a construção do sistema decimal, fazendo uma sistematização que engloba teoria e exemplos, seguida de atividades de aplicação que envolvem a decomposição dos números em centenas, dezenas e unidades, como o exemplo:

231 = 2 centenas + 3 dezenas + 1 unidade.

897 = 8 centenas + 9 dezenas + 7 unidades.

Também são propostos exercícios para composição de números, por exemplo:

4 centenas + 8 dezenas + 7 unidades = 487.

6 centenas + 5 dezenas + 4 unidades = 654.

Em suas 96 páginas, a outra edição da Segunda Aritmética da série Concórdia,

editada em 1948, traz como principais unidades de estudo: numeração 1 - 1000; os números até 10000; números além de 10000. Para o estudo dos números até 1000, propõe três seções: I – contar, escrever e ler os números: centenas; centenas e dezenas; centenas, dezenas, unidades; II – somar e diminuir: somar e diminuir as unidades; somar e diminuir números de dois algarismos; somar e diminuir números de três algarismos; III – multiplicar e dividir. No estudo dos números até 10000, o livro propõe um roteiro semelhante ao anterior: I – contar, escrever e ler os números; II – somar e diminuir; III – multiplicar e dividir. Para o estudo dos números além de 10000, a proposta do livro começa com a leitura e escrita de números, seguida das operações de multiplicação e divisão. Logo, essa edição amplia o estudo das quatro operações elementares com os números além de 10000. Nesta aritmética, focam-se as quatro operações elementares com números naturais para o desenvolvimento de habilidades para o cálculo mental e escrito.

No Quadro 3 são descritas as provas reais da adição e subtração, localizadas na Segunda Aritmética de 1948:

QUADRO 3: PROVAS REAIS DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Provas da adição:

1ª prova: Somam-se as parcelas com exceção de uma. Desconta-se esta da soma total. Se os dois resultados forem iguais supõe-se certa a conta. Exemplo:

```
  12        12        746
 225       225      - 478
  31        31        268
 478
 ---       ---
 746       268
```

2ª prova: Faz-se a prova da adição, tornando a somar cada coluna de baixo para cima. Achando-se o mesmo resultado, há muita probabilidade que esteja certa a operação.

3ª prova: (Prova dos 9) Tiram-se os 9 às parcelas e depois à soma; se os resultados forem iguais, supõe-se estar certa a conta. Exemplo:

```
 275 ..... 5    (2 + 7 = 9 = 0 + 5 = 5)
 386 ..... 8
+ 657 ..... 0
1318 .....  4
```

4ª prova: Repete a adição, escrevendo debaixo de cada coluna a sua soma completa. Juntar depois os três resultados. Teremos um total igual à soma das mesmas parcelas. Exemplo:

```
  337
  440
   96
  208
 1081
   21
   16
    9
 1081
```

Provas da subtração:

1ª prova: Somar o subtraendo com o resto. Se o resultado for igual ao minuendo, supõe-se certa a operação.

578 ..... minuendo
- 293 ..... subtraendo
285 ..... resto
578

2ª prova: Tirar o resto do minuendo. Se a operação estiver certa, aparece o subtraendo.

735 - 548 = 187
735 - 187 = 548

3ª prova: (Prova dos 9) Tiram-se os 9 ao subtraendo e juntamente ao resto. Se, tirando-se os 9 ao minuendo, os resultados forem iguais, é de supor que esteja certa a conta.

537 6
- 235 1
302 ..... 5 (1 + 5 = 6)

Fonte: Série Concórdia (1948, p. 56-57).

O Quadro 3 apresenta quatro modos de fazer a prova real nos cálculos de adição e três maneiras de realizar a prova real nos cálculos de subtração, inclusive a prova dos 9. Observa-se que a 1ª prova da adição e as duas primeiras provas da subtração exploram a ideia da adição e subtração como operações inversas para fazer a verificação dos cálculos escritos. A 2ª prova da adição propõe a realização das somas em ordem inversa, verificando–se o resultado quando a soma de cima para baixo for igual à soma de baixo para cima das parcelas. A 4ª prova da adição explora o sistema decimal com a composição de centenas, dezenas e unidades e de forma subentendida, o uso do quadro valor lugar (QVL) para verificar a operação de adição.

A 3ª prova da adição e subtração é a prova dos 9. De acordo com Lavaca e Costa (2016, p. 58), “tirar os 9 fora de um número natural qualquer n, significa subtrair deste número o maior múltiplo de 9 nele contido, o que é equivalente a encontrar o resto da divisão deste número n por 9”. De forma prática, pode-se somar os algarismos deste dado número que se deseja obter os 9 fora, obtendo outro valor. A partir deste novo valor, somam-se novamente os algarismos e assim por diante até restar um número de um algarismo.

Ressalta-se que esta proposta de ensino do livro está centrada nos procedimentos e algoritmos para verificação da prova real de cada operação matemática. Essas atividades evidenciam uma proposta pedagógica que desenvolve habilidades para cálculos escritos com precisão nas escolas paroquiais luteranas, pois as aritméticas da série Concórdia desenvolvem, gradativamente, as operações de

adição, subtração, multiplicação e divisão, culminando seu estudo com as provas reais destas operações.

As principais unidades de estudo das edições da Terceira Aritmética são: frações decimais e sistema métrico; frações ordinárias; regra de três; porcentagem; porcentagem comercial; juros; razão e proporção; geometria prática. Essas aritméticas são caracterizadas por apresentarem propostas de estudo mais sistematizadas dos conhecimentos matemáticos. Aponta-se que a proposta pedagógica das edições da Terceira Aritmética traz o estudo da regra de três simples e da regra de três composta antes de desenvolver os conceitos de razão e de proporção.

No Quadro 4 se apresentam alguns problemas propostos para o estudo da regra de três simples direta, oralmente.

QUADRO 4: REGRA DE TRÊS SIMPLES DIRETA ORALMENTE

a) Dedução da unidade para a multiplicidade:
1) 1 par de tamancos custa Cr$ 2,50. Calcular o preço de 3, 5, 6, 9, 10 pares.
2) 1 kg de batatas custa 40 centavos. Calcular o preço de 5, 10, 20 kg, 1 saco.
3) 1 pão pesa 1¾ kg. Quanto pesam 4, 6, 2 pães?

b) Dedução da multiplicidade para a unidade:
1) Um saco de feijão de 60 kg custa Cr$ 24,00. Quanto custa 1 kg?
2) Um cavalo come em uma semana 17½ kg de milho. Quanto por dia?
3) Um engenho de arroz descasca em 12 horas 100 sacos de arroz. Quanto por hora?

c) Dedução da multiplicidade para a multiplicidade:
1) 2 m de fazenda custam Cr$ 5,00.
4 m de fazenda custam .....
8 m de fazenda custam .....
10 m de fazenda custam .....
20 m de fazenda custam .....
6 m de fazenda custam .....

Ex.: 2 m ----- Cr$ 5,00
1 m ----- Cr$ 5 ÷ 2
4 m ----- Cr$ 5 ÷ 2 x 4
$\frac{5 \times 4}{2} = \text{Cr\$10,00}$

2) Uma arroba de fumo (15 kg) custa Cr$ 52,50. Quanto custam 30 kg, 60 kg, 90 kg?
3) 6 laranjas de umbigo custam Cr$ 0,50. Quanto custam 12, 3, 18, 24, 30 laranjas de umbigo?

Fonte: Série Concórdia (1949, p. 69-71).

Verificou-se que o estudo da regra de três simples direta é introduzido por atividades para serem resolvidas oralmente, sem qualquer sistematização do conteúdo. São exercícios e problemas contextualizados com práticas socioculturais das comunidades em que as escolas paroquiais luteranas gaúchas estavam inseridas e

que estão relacionados com operações comerciais e unidades dos sistemas de medidas. As 29 situações propostas nessa aritmética envolvem compra e venda de produtos para alimentação e vestuário, consumo de alimentos, gastos familiares mensais (aluguel), produções agrícolas, salário de trabalhadores e tempo de trabalho em obras.

Destaca-se que o pensamento proporcional é desenvolvido pela regra da dedução (SILVA, 2015), com a dedução da unidade para a multiplicidade por meio de uma multiplicação, da redução da multiplicidade para a unidade através de uma divisão e da dedução da multiplicidade para a multiplicidade com o emprego das operações de divisão e multiplicação, respectivamente, conforme observado no Quadro 4. No último caso, sugere-se a dedução da multiplicidade conhecida para a unidade e da unidade para a multiplicidade desconhecida, valendo-se da divisão e da multiplicação como operações inversas, conforme o exemplo apresentado no exercício 1. Nos problemas propostos, verifica-se também o emprego de frações ordinárias ou números mistos na representação de quantidades não inteiras. Destaca-se que toda proposta de estudo da regra de três simples e da regra de três composta é feita pela regra da dedução, sendo que o estudo da teoria das proporções, acontece somente após o estudo da porcentagem e dos juros simples.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta investigação é uma historiografia sobre o ensino da Matemática local com enfoque global, cujas potencialidades históricas fazem emergir os métodos de ensino da Matemática praticados na região sul, mas que fortemente caracterizam as influências desses métodos em todo o país, bem como suas implicações na constituição de uma cultura professoral relacionada à Matemática abordada na pesquisa.

As aritméticas da série Ordem e Progresso e da série Concórdia priorizavam conteúdos como: os números naturais, as frações, os números decimais, os sistemas de medidas, a aritmética comercial e a geometria prática. A abordagem destes conteúdos deveria acontecer de forma prática e articulada com a realidade dos alunos

e as necessidades dos futuros agricultores, observando-se a doutrina luterana. As propostas de ensino nessas aritméticas se concentravam nos cálculos escritos e mentais, com o propósito de instrumentalizar as gerações de colonos para a solução de problemas do dia a dia, seja na administração do orçamento familiar ou no gerenciamento da propriedade rural. Os materiais didáticos identificados nas aritméticas analisadas foram o ábaco, objetos presentes no ambiente das escolas paroquiais e análise de problemas relacionados a diferentes contextos da realidade dos alunos da época.

Portanto, os livros de aritmética utilizados nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século passado, abordavam, concretamente e de forma conectada, três aspectos essenciais da matemática educativa: o formativo, o informativo e o utilitário. O primeiro, no sentido da aprendizagem do conteúdo, o segundo, no sentido dos desafios e aspectos culturais, e o terceiro, no sentido das relações com as práticas sociais. Em outras palavras, trata-se de uma temática diretamente relacionada à institucionalização, disseminação e disciplinarização escolar de práticas socioculturais, centradas na cultura matemática. As práticas socioculturais, das comunidades de imigrantes alemães no RS, com escolas paroquiais luteranas, foram mobilizadas para a sala de aula na formação educacional dos futuros colonos, especialmente, com a abordagem de atividades relacionadas à agricultura e à economia, evidenciando-se suas influências no ensino da Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CERTEAU, Michel de. **A escrita da História.** Tradução Maria de Lourdes Menezes. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.

COSTA, David Antonio da. As concepções e contribuições de Pestalozzi, Grube, Parker e Dewey para o ensino da aritmética no nível elementar: o conceito de número. **História da Educação**, Porto Alegre, RS, v. 18, n. 42, p. 37-59, jan./abr. 2014.

GOERL, Otto Adolpho. **Série Concórdia:** Primeira Aritmética. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, [194-a].

GOERL, Otto Adolpho. **Série Concórdia:** Segunda Aritmética. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, [194-b].

JULIA, Dominique. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**, Campinas, SP, n. 1, p. 9-43, jan./jun. 2001.

KUHN, Malcus Cassiano; BAYER, Arno. **A matemática nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX**. Canoas: Ed. ULBRA, 2017a.

_____. **O contexto histórico das escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX.** Canoas: Ed. ULBRA, 2017b.

LAVACA, Alana Godoy; COSTA, David Antonio da. A prova dos nove e o caso da "Arithmetica Primaria" de Cezar Pinheiro. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, SC, v. 11, n. 1, p. 54-73, 2016.

LEMKE, Marli Dockhorn. **Os princípios da educação cristã luterana e a gestão de escolas confessionárias no contexto das ideias pedagógicas no sul do Brasil (1824 – 1997).** Canoas: Ed. ULBRA, 2001.

PROST, Antoine. **Doze lições sobre a História**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

SÉRIE Concórdia: Segunda Aritmética. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, 1948.

SÉRIE Concórdia: Terceira Aritmética. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, 1949.

SÉRIE Ordem e Progresso: Terceira Arithmetica*.* Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, [193-].

SILVA, Circe Mary Silva da. A Regra de Ouro nos Livros Didáticos para Escolas Alemãs-Brasileiras*.* **Acta Scientiae**, Canoas, RS, v. 17, Ed. Especial, p. 41-59, 2015.

STRELOW, Prof. Frederico. **Série Ordem e Progresso:** Primeira Aritmética. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, [193-].

UNSERE SCHULE. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, ago.1934.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, SC, v. 2, n. 2, p. 28-49, 2007.

_____; PINHEIRO, Nara Vilma Lima. Chega de decorar a tabuada! – As cartas de Parker e a árvore do cálculo na ruptura de uma tradição. **Educação Matemática em Revista - RS**, Canoas, RS, v. 1, n. 16, p. 22-37, 2015.

ISSN 2236-4102

CLASSIFICAÇÃO DAS COMUNICAÇÕES DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS ANAIS DO ENEM (1987 – 2016)

Jeová Pereira Martins[394]
Rubens Matheus dos Santos Marques[395]
Benjamim Cardoso da Silva Neto[396]

RESUMO

O presente texto relata parte de uma pesquisa que teve como objetivo identificar e classificar as comunicações orais de História da Matemática nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) realizados de 1987 a 2016. Trata-se de uma pesquisa qualitativa do tipo pesquisa da pesquisa, nos termos de Gamboa (2012), que tomou como objeto 3543 textos contidos nos Anais do ENEM e identificou 277 trabalhos de História da Matemática que, posteriormente, foram classificados segundo as dimensões da pesquisa em História da Matemática brasileira: História para o Ensino da Matemática (HEsM), História da Educação Matemática (HEdM) e História e Epistemologia da Matemática(HEpM) de acordo com Mendes (2012, 2014, 2015,) e Barros & Mendes (2017). Os resultados apontam que 66% dos trabalhos são da dimensão História da Educação Matemática, 8% de História e Epistemologia da Matemática e 26% de História para o Ensino da Matemática e que os trabalhos incluídos em cada uma dessas dimensões possuem fundamentos e métodos específicos que possibilita os categorizar de forma similar à categorização feita por Gonçalves (2015), Mendes & Gonçalves (2015) e Mendes (2008, 2011, 2015). Espera-se que este trabalho possa contribuir com o crescimento do campo da Histórica da Matemática por meio do mapeamento de parte de suas produções contidas nos anais de um dos maiores eventos da Educação Matemática brasileira, o ENEM.

Palavras-chave: História da Matemática; ENEM; Comunicações; Classificação.

[394] Universidade Federal do Pará (UFPA). E-mail: jeovapereira80@outlook.com
[395] Universidade Federal do Pará (UFPA). E-mail: rubensmatheus@uft.edu.br.
[396] Universidade Federal do Pará (UFPA). E-mail: benjamim.neto@ifma.edu.br

1. SOBRE O CONTEXTO, FUNDAMENTOS E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O campo da História da Matemática tem apresentado crescimento significativo dentro da Educação Matemática brasileira e originado produções como teses e dissertações, livros, capítulos e artigos científicos. Diante desse cenário surge a necessidade de se estudar essas produções visando inferir “sobre seus riscos, suas tendências, a validez científica de seus resultados, a aplicabilidade de suas conclusões, seus critérios de cientificidade, seus fundamentos e etc.” (GAMBOA, 2012, p. 51).

Assim, este estudo toma como base os princípios de pesquisa sugeridos por Gamboa (2012) no que se refere à pesquisa da pesquisa, ou seja, aquelas que têm como objeto de estudos as produções cientificas em História da Matemática, tal como aparecem nos trabalhos de Angelo (2014); Barros (2016) e Gonçalves (2015), todas relacionadas ao projeto de pesquisa *Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010* coordenado pelo Prof. Dr. Iran Abreu Mendes, financiado pelo CNPq e realizado na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), na cidade de Natal.

A pesquisa mencionada traçou uma cartografia da produção em História da Matemática no Brasil, por meio da análise de teses e dissertações defendidas nos Programas de Pós-graduação brasileiros entre 1990-2010, e seus resultados apontam para a existência de três dimensões no campo de pesquisa da História da Matemática: História para o Ensino da Matemática (HEsM), História da Educação Matemática (HEdM) e História e Epistemologia da Matemática (HEpM). Esse resultado contribui sobremaneira para esse campo por evidenciar uma lógica própria de investigação e análise, com bases filosóficas e epistemológicas que demarcam com mais veemência a sua configuração teórico-metodológica.

Em continuidade ao projeto de pesquisa mencionado destacamos o projeto de pesquisa *História para o Ensino de Matemática na Formação de Professores e na Educação Básica: uma Análise da Produção Brasileira (1997 - 2017)*, coordenado pelo

Prof. Dr. Iran Abreu Mendes (no âmbito da Universidade Federal do Pará em Belém) e financiado pelo CNPq, ao qual a pesquisa que originou este texto está vinculada.

Nesse contexto, foi feito um estudo nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) realizados entre 1987 a 2016 (30 anos), a fim de identificar as comunicações científicas sobre História da Matemática e classificá-las nas três dimensões já mencionadas, e cada dimensão em categorias específicas. Trata-se de um recorte temático da pesquisa mais ampla, coordenada por Mendes (2018) em continuidade às pesquisas anteriores, de cunho qualitativo, cujos fundamentos teórico-metodológicos advêm das ideias de Gamboa (2012) sobre pesquisa da pesquisa, de Mendes (2009, 2014, 2015) sobre as dimensões da pesquisa em História da Matemática no Brasil, usadas na classificação inicial das comunicações e em Mendes (2008, 2011, 2015), Gonçalves (2015) e Mendes & Gonçalves (2015) e sobre a categorização dos trabalhos de HEdM e HEpM.

Ressaltamos que os fundamentos tomados como base advém de resultados de outras pesquisas já realizadas sobre o tema, com outros objetivos, originando outros resultados e análises sobre os textos estudados, o que é natural por se tratar de pesquisas que têm o mesmo foco, mas olhados por diferentes ângulos. No entanto, destacamos que os resultados de tais estudos foram muito úteis para nosso trabalho por que, na pesquisa, é necessário que olhemos o que já foi produzido para que não sermos repetitivos e, assim, dar contribuições para o campo que é nossa pretensão com a ampliação dos estudos sobre a pesquisa da pesquisa em História da Matemática no Brasil, especificamente, a classificação das comunicações de História da Matemática contidos nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática.

Neste texto relatamos parte do estudo feito nos anais de 12 edições do ENEM, no qual tomamos como objeto 3543 textos referentes a comunicações científicas dos quais identificamos 277 trabalhos de História da Matemática que, foram classificados nas dimensões HEsM, HEdM e HEpM, em seguida, subdivididas em categorias. A dimensão HEsM foi subdividida nas categorias Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria e Outros; a dimensão HEdM foi subdividida em Abordagem biográfica, História e memória, História oral, História das instituições, História das Disciplinas, e Abordagem mista; e os trabalhos da dimensão HEpM foram categorizados como Obra

de Matemáticos, Evolução da Matemática ou de um conceito, Evolução de um Conceito para o ensino, e Relações entre matemática e outras Áreas.

Os resultados apresentados na próxima seção são uma parte daqueles obtidos com o estudo dos anais do ENEM, tendo em vista que o estudo produziu uma quantidade considerável de informações que serão publicadas em outros trabalhos oportunamente. Parte dessas informações já foram publicadas em Martins e Silva Neto (2018) e estão disponíveis nos anais do 16º Seminário Nacional de História da Ciência e Tecnologia realizado em Campina Grande – PB.

2. SOBRE OS RESULTADOS ENCONTRADOS

Para obter os Anais do ENEM fizemos um levantamento portal da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), seção Brasil, onde todos os documentos estão arquivados e organizados da seguinte forma: os Anais das edições I, II, III, IV, V e VI são documentos digitalizados em pdf e as outras seis edições do evento possuem anais eletrônicos disponíveis para download. Nos anais do I ENEM estão somente os títulos das comunicações, nas edições de II a V, constam os títulos e resumos e nos anais das demais edições estão os artigos completos.

Assim, para selecionar e classificar os textos estudados em nossa pesquisa, foram lidos os títulos, os resumos e, em alguns casos, os textos completos quando somente os títulos e resumos não foram suficientes para identificar o que queríamos. Assim, buscamos as comunicações sobre História da Matemática que tinham como objeto principal de pesquisa a História da Matemática, tendo em vista que algumas comunicações mencionam a história, mas não a têm como elemento principal. A partir desse critério, procedemos a seleção cujo resultado conta no Quadro 1.

Quadro 1: Comunicações de História da Matemática nos anais do ENEM

Encontros	Comunicações científicas	Comunicações de História da Matemática
I ENEM	77	4
II ENEM	92	4
III ENEM	80	1
IV ENEM	61	8
V ENEM	152	9
VI ENEM	287	18
VII ENEM	95	7
VIII ENEM	165	8
IX ENEM	278	6
X ENEM	514	44
XI ENEM	770	84
XII ENEM	971	84
Total	3543	277

Fonte: Elaborado pelos autores

Pelo Quadro 1 percebe-se que o número de comunicações publicadas nos anais das 12 edições do ENEM totaliza 3543 trabalhos dos quais 277 têm como foco a História da Matemática, número que corresponde a 8%, apenas. Uma primeira hipótese para esse resultado pode se justificar pela diversidade de métodos e temáticas das pesquisas em Educação Matemática brasileira ao longo desses 30 anos e, ainda, pelo movimento crescente dos estudos e pesquisas em História da Matemática.

As comunicações de História da Matemática foram classificadas nas três dimensões da pesquisa em História da Matemática do Brasil: História para o Ensino da Matemática, História da Educação Matemática, e História e Epistemologia da Matemática. Para caracterizar cada dimensão fizemos um recorte temático, com base nos estudos de Mendes, (2012, 2014, 2015) e Barros & Mendes (2017), que foi materializado da seguinte forma:

Foram classificados como História para o Ensino da Matemática os textos que foquem o desenvolvimento histórico-epistemológico da matemática como fonte de informações históricas a serem utilizadas para o ensino da matemática, nos seus diferentes níveis, e para a elaboração de atividades de ensino e que evidenciem preocupações com a formação de professores de matemática a partir da história.

Na dimensão História da Educação Matemática, foram incluídos artigos que têm como objetivo último recuperar ou reconstruir a memória da Educação Matemática

e foco temático: a biografia de matemáticos e professores de matemática, a história das disciplinas escolares, a história dos conteúdos e do currículo escolar de matemática, a história dos movimentos ligados à matemática e suas implicações para a matemática escolar e a história de instituições escolares

Foram classificados na dimensão História e Epistemologia da Matemática os textos que tem como foco principal o desenvolvimento histórico-epistemológico da matemática como conteúdo e como disciplina científica, que abordam a vida "acadêmica" de matemáticos diretamente ligadas e suas contribuições para o desenvolvimento da matemática e que tratam de obras matemáticas históricas.

Os resultados dessa classificação estão no Quadro 2 que mostra um panorama geral das comunicações orais do ENEM segundo as dimensões da pesquisa em História da Matemática brasileira, pois a partir dele é possível verificar como essas três dimensões se desenvolveram ao longo de 30 anos e foram demarcando e caracterizando o campo da História da Matemática, nesse contexto, como lócus de pesquisa e produção científica.

Quadro 2: Dimensões da História da Matemática nos anais do ENEM

Eventos	**HEpM**	**HEdM**	**HEsM**
I ENEM	1	1	2
II ENEM	---	1	3
III ENEM	---	---	1
IV ENEM	3	2	3
V ENEM	3	2	4
VI ENEM	1	12	5
VII ENEM	1	6	---
VIII ENEM	3	5	---
IX ENEM	---	4	2
X ENEM	5	30	9
XI ENEM	3	61	20
XII ENEM	4	58	22
Total	24	182	71
%	8%	66%	26%

Fonte: Elaborado pelos autores

Comparando quantitativamente as três dimensões, em relação ao total de comunicações de História da Matemática, a que obteve o maior crescimento foi HEdM com 66%, seguida da HEsM com 26%, ficando a dimensão HEpM com, apenas, 8%

desse total. Constata-se, portanto que a dimensão HEdM predomina em termos quantitativos em relação as outras, o que já foi comprovado por Mendes (2014) em sua pesquisa sobre teses e dissertações, já mencionada anteriormente, na qual, do total de trabalhos analisados, 65% foram classificados na dimensão História da Educação Matemática o que reforça nossa pesquisa e confirma o crescimento superior ao qual nos referimos.

2.1. Sobre as comunicações de HEsM

Nas comunicações de história para o ensino de matemática, foram abordados temas diversos como: analise de livros didáticos, História da Matemática para a formação de professores, potencialidades da disciplina de História da Matemática na licenciatura em matemática, História da Matemática em livros didáticos, dentre outros. As comunicações de HEsM cujo objeto é o ensino de um conteúdo específico de Matemática foram agrupadas em 4 categorias: *Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria*. As comunicações cujo objeto é a História para o Ensino, apenas, sem a relacionar a um conteúdo especifico foram agrupados na categoria, *Outros*, como pode-se visualizar no Quadro 3.

Quadro 3: Categorização dos trabalhos de HEsM

Encontros	Aritmética	Álgebra	Geometria	Trigonometria	Outros
I ENEM	1	---	---	---	1
II ENEM	1	---	2	---	---
III ENEM	---	---	---	---	1
IV ENEM	2	---	---	---	1
V ENEM	3	---	---	---	1
VI ENEM	---	---	1	1	3
VII ENEM	---	--	--	--	--
VIII ENEM	---	--	--	--	--
IX ENEM	1	---	1	---	---
X ENEM	3	1	1	2	2
XI ENEM	5	5	4	1	5
XII ENEM	3	2	3	1	13
Total	19	8	12	5	27
%	27%	11%	17%	7%	38%

Fonte: Elaborado pelos autores

Percebe-se que do total de comunicações de HEsM, 27% têm como objeto a Aritmética, 17% a Geometria, 11% Álgebra e apenas 7% a Trigonometria. A categoria com maior número de comunicações, Aritmética, contemplou os estudos que discutem sobre o ensino de: Logaritmos, conjuntos numéricos, teoria dos conjuntos, probabilidade, dentre outros. A categoria com menor representatividade, Trigonometria, contemplou, basicamente, o estudo das razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triangulo retângulo e na circunferência.

As 27 comunicações da categoria outros, abordam temas variados dos quais destacamos: a formação de professores de matemática a partir da história, o mapeamento do campo da história (pesquisas similares a que originou este texto, do tipo pesquisa da pesquisa), a relação entre História da Matemática e outras tendências no ensino de matemática, como didática da matemática e o uso das tecnologias de comunicação e informação no ensino de Matemática, e a História da Matemática como recurso pedagógico.

2.2 Sobre as comunicações de HEdM

As comunicações classificadas como História da Educação Matemática (HEdM) tratam de temas variados como a presença e desenvolvimento histórico de um conteúdo matemático no currículo das escolas, a importância de determinado professor de matemática para a Educação Matemática brasileira, a história de faculdades e cursos de matemática e a sua importância para a formação de professores e outros temas que foram agrupados em seis categorias: *Abordagem biográfica, História e Memória (H.M.), História Oral (H.O.), História das Instituições (H.I.), História das Disciplinas (H.D.) e Abordagem mista.*

A categoria *Abordagem biográfica* inclui textos que tratam da trajetória de professores de Matemática conectada às suas contribuições para o processo de consolidação da Educação Matemática brasileira no que se refere ao ensino, à pesquisa e aos demais setores da área; *História e memória* reúne trabalhos que têm como fontes documentos e relatos (dentre outros) com vistas a recuperar a memória de

uma época ou fato histórico relevante para a preservação do patrimônio cultural da Educação Matemática; *História Oral* inclui trabalhos que utilizam tal técnica na produção e análise de informações; *História das Instituições* reúne trabalhos que tratam da caracterização e constituição de instituições educacionais (físicas ou não) no que tange ao currículo, professores, processo de criação, crises, espaço físico e etc.; *História das Disciplinas* se refere a trabalhos que tratam de História da Matemática como disciplina escolar seja na sua totalidade ou com relação a um conteúdo específico de matemática, sua inserção e consolidação nos currículos escolares; e a categoria Abordagem mista reúne trabalhos que envolveram mais de um dos tipos de abordagens definidos anteriormente (GONÇALVES, 2015; MENDES e GONÇALVES, 2015; MENDES, 2008, 2011, 2015).

Os resultados dessa categorização encontra-se no Quadro 4 segundo o qual, 40% dos trabalhos de História da Educação Matemática tratam da História das disciplinas dos quais destacamos a história da inserção de um conteúdo específico de matemática no currículo escolar, como no texto "O conceito de função: política e Educação Matemática no Brasil dos anos 1930-1945" de Valente (2001), e como se deu o ensino de matemática em uma determinada instituição como, por exemplo, no texto de Gazire (1998) "O ensino de Matemática nos cursos de habilitação do magistério"

Quadro 4: categorização dos trabalhos de HEdM

Evento	Abordagem biográfica	Abordagem mista	H. M.	H. O.	H. I.	H. D.	Total
I ENEM	---	1	---	---	---	---	1
II ENEM	---	---	---	---	---	1	1
III ENEM	---	---	---	---	---	---	0
IV ENEM	---	---	2	---	---	---	2
V ENEM	---	---	---	---	1	1	2
VI ENEM	1	3	1	---	1	6	12
VII ENEM	1	---	1	---	1	3	6
VIII ENEM	2	---	---	1	---	2	5
IX ENEM	1	2	---	---	---	1	4
X ENEM	4	5	2	1	7	11	30
XI ENEM	11	8	6	7	11	18	61
XII ENEM	4	6	5	4	9	30	58
Total	24	25	17	13	30	73	182
%	13%	14%	9%	7%	17%	40%	100%

Fonte: Elaborado pelos autores

À História das instituições correspondeu 17% dos trabalhos estudados, dentre os quais destaca-se a história de uma instituição física (uma escola, por exemplo) como no texto “O colégio Gentil Bittencourt na instrução pública paraense” de Couto, Lima & Chaquiam (2016), e a história de instituições não-físicas como no artigo “Produção de saberes docentes: o curso de matemática e o curso de didática na Bahia (1943 - 1964) ” de Bertani & Dias (2010).

Dos textos estudados 14% se caracterizaram por discutir seus objetos a partir de mais de uma das categorias definidas, os quais foram categorizados como Abordagem mista. Por sua vez, 13% dos trabalhos de HEdM foram categorizados como Abordagem biográfica, dentre os quais destacamos o trabalho “Contribuições da professora Maria Laura Leite Lopes para a Educação Matemática no Rio de Janeiro” de Pereira (2010).

9% dos trabalhos estudados foram categorizados como História e memória com destaque para os trabalhos que utilizaram e memória de pessoas como fonte de informações como no trabalho “Ensino da matemática em amargosa: lembranças das ex-alunas do Ginásio Santa Bernadete (1946-1973) ” de Santos & Rios (2010). Já à categoria História oral corresponderam 7% dos trabalhos de HEdM dos destacamos o trabalho “Uma formação de professores de matemática na cidade de Dourados-MS: a importância da memória dos professores para construir uma versão histórica, por meio da história oral” de Faoro (2013).

2.3 Sobre as comunicações de HEpM

Os trabalhos classificados como História e Epistemologia da Matemática discutem o desenvolvimento histórico-epistemológico da matemática a partir de temas diversos dentre os quais destacam-se a história de conteúdos matemáticos (números, equações, limites e etc.), a obra de matemáticos relevantes para o desenvolvimento da matemática como disciplina e conteúdo científico e outros temas que foram agrupados em quatro categorias: *Obra de Matemáticos, Evolução da Matemática ou de um conceito, Evolução de um conceito para o ensino, e Relações entre matemática e outras áreas.*

A categoria *Obra de matemáticos,* inclui trabalhos que discutem as contribuições de matemáticos para o desenvolvimento histórico-epistemológico da Matemática ou de um conceito matemático; *Evolução da matemática ou de um conceito* agrega os trabalhos que discutem a maneira como a Matemática se desenvolveu historicamente ou como um conceito matemático foi construído historicamente*; Evolução de um conceito para o ensino* foca as possíveis contribuições desse desenvolvimento para o ensino*; e Relações históricas entre Matemática e outras áreas do conhecimento,* evolve trabalhos que discutem a história e epistemologia de temas ou conceitos que transversalizam a Matemática e outras Áreas de conhecimento (MENDES, 2008, 2011, 2015)*.*

Os resultados da categorização estão no Quadro 5 segundo o qual a maioria dos trabalhos, 54%, tratam da evolução histórico-epistemológica da Matemática ou de um conceito específico de Matemática e discutem sobre a história de alguns conceitos como: Limite de uma função, Equação do 1º Grau, Números Inteiros, O 5º Postulado de Euclides, dentre outros temas. Como exemplo destacamos o texto “Uma análise histórica-epistêmica da operação de Limite” de Rezende (1995).

Quadro 5: Categorização dos trabalhos de HEpM

Evento	**Obra de Matemáticos**	**Evolução da matemática ou de um conceito**	**Evolução de um conceito para o ensino**	**Relações entre matemática e outras áreas**	**Total**
I ENEM	---	1	---	---	1
II ENEM	---	---	---	---	---
III ENEM	---	---	---	---	---
IV ENEM	---	2	1	---	3
V ENEM	---	3	---	---	3
VI ENEM	1	---	---	---	1
VII ENEM	1	---	---	---	1
VIII ENEM	---	1	1	1	3
IX ENEM	---	---	---	---	---
X ENEM	2	2	1	---	5
XI ENEM	1	1	---	1	3
XII ENEM	1	3	---	---	4
Total	6	13	3	2	24
%	25%	54%	12%	9%	100%

Fonte: Elaborado pelos autores

À categoria Evolução de um conceito para o ensino, difere da categoria anterior por incluir trabalhos que abordam a evolução histórico-epistemológica de determinado conceito de matemática e discutem possíveis contribuições para o ensino do conceito, como no trabalho “O ensino de Cálculo Infinitesimal espelhado na História da Matemática” de Bonet (1992). Ressaltamos que os trabalhos dessa categoria diferem dos trabalhos da dimensão HEsM por terem como foco principal e desenvolvimento histórico-epistemológico do conceito e não o seu ensino.

Pode-se concluir ainda que 25% dos trabalhos da dimensão HEpM discutem sobre a obra de determinado matemático e a sua importância para a evolução da matemática. Dentre esses trabalhos há aqueles que discutam sobre a relevância de certa Obra de um Matemático, como no texto “A importância da Obra de Bernhard Varenius” de Penteado (2010) e as quais tratam das contribuições de certo matemático para o desenvolvimento de um conceito específico como, por exemplo, o texto “A matemática do Século XVIII em Portugal: o critério de convergência de José Anastácio da Cunha” de Balieiro (1998).

A categoria Relações entre matemática e outras áreas, agrega dois trabalhos (9%) que discutem sobre o conceito de perspectiva, transversal à Matemática e à Arte como no trabalho “A história da perspectiva e a visualização no ensino de matemática: laços entre técnica, arte e olhar” de Flores (2004).

3. CONCLUSÕES

Os resultados aqui expostos, mostram um panorama geral das comunicações orais do ENEM realizados de 1987 a 2016, segundo as dimensões da pesquisa em História da Matemática brasileira, pois a partir dele é possível verificar como essas três dimensões se desenvolveram ao longo de 30 anos e foram demarcando e caracterizando o campo da História da Matemática, nesse contexto, como lócus de pesquisa e produção científica.

Consideramos que este trabalho atingiu o seu objetivo de identificar e classificar as comunicações orais de História da Matemática nos anais do ENEM

realizados de 1987 a 2016, pois, os resultados apresentados nos quadros 1, 2, 3, 4 e 5 e comentados, mostram que foram identificadas 277 comunicações de História da Matemática que posteriormente foram classificadas nas dimensões HEsM, HEdM e HEpM e estas classificadas em categorias.

Entendemos que o trabalho contribui para o campo da História da Matemática por reunir e classificar as publicações de um dos maiores eventos da Educação Matemática e evidenciar como tem ocorrido a participação dos envolvidos com a História da Matemática no evento. Além disso, entendemos que essa classificação poderá ser utilizada por outros pesquisadores do referido campo possam, ao realizar seus estudos, pois evidencia a diversidade de métodos de abordagens dos objetos e de fundamentos adotados na pesquisa em História da Matemática brasileira.

Concluímos que o estudo feito para a elaboração do presente texto, foi formativo para os seus autores, principalmente, no que se refere a execução de um levantamento e escrita do seu relatório, pois exigiu um esforço considerável identificação dos trabalhos de História da Matemática que, sabemos, poderá não ter abarcado 100% dos textos do ENEM. Esperamos que este texto possa contribuir com a formação dos leitores, seja nas suas atividades docentes ou de pesquisa, gerando reflexões sobre o ensino e a pesquisa em Matemática pautadas na sua abordagem histórica.

REFERÊNCIAS

ANGELO, C. B. **Cenário da produção acadêmica em História da Matemática no ensino de matemática**: uma análise reflexiva das teses e dissertações (1990 a 2010). Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Centro de Ciências Sociais Aplicadas. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2014.

BARROS, R. J. A. do R. **Pesquisas sobre história e epistemologia da matemática**: contribuições para a abordagem da matemática no ensino médio. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Centro de Ciências Sociais Aplicadas. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2016.

BARROS, R. J. A. do R.; MENDES, I. A. Dissertações e teses em História e Epistemologia da Matemática: contribuições para a abordagem da Geometria Espacial no Ensino Médio. **Principia**, João Pessoa, n. 37, p. 139 – 150, 2017.

GAMBOA, S. S. **Pesquisa em educação**: métodos e epistemologias. – Chapecó, SC. Editora Argos, 2012.

GONÇALVES, F. D. da S. **História da Educação Matemática no Brasil**: contribuições das pesquisas para professores da educação básica. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Centro de Ciências Sociais Aplicadas. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2015.

MARTINS, J. P.; SILVA NETO, B. C. História para o Ensino da Matemática nos artigos do ENEM. In. 16º Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia, 2018, Campina Grande. **Anais...** Campina Grande: SBHC, 2018.

MENDES, I. A. **Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil:** um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010. Relatório de Pesquisa (Bolsa produtividade CNPq). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

MENDES, I. A. **História da Matemática no Ensino**: Entre trajetórias profissionais, epistemológicas e pesquisas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

MENDES, I. A. História na Educação Matemática no Brasil: uma caracterização dos seminários nacionais. In. MATOS, J. M. M.; SARAIVA, M. (Orgs.). **Actas do I Congresso Ibero-Americano de História da Educação Matemática**. 1 ed. Covilhã – Portugal: UIED, 2011, v 1, p. 364-373.

MENDES, I. A. **História para o Ensino de Matemática na Formação de Professores e na Educação Básica**: uma Análise da Produção Brasileira (1997 - 2017). UFPA: Projeto de pesquisa (Bolsa produtividade CNPq). Belém, 2018.

MENDES, I. A. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2009.

MENDES, I. A. Tendências da Pesquisa em História da Matemática no Brasil: A Proposito das Dissertações e Teses (1990 – 2010). **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 14, n. 3, p. 465 - 480, 2012.

MENDES, I. A. Uma radiografia dos textos publicados nos anais do SNHM. In. XI Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia, 2008, Niterói. **Anais**... Niterói: SBHC, 2008. p. 1-11. CD-ROM.

MENDES, I. A.; GONÇALVES, F. D. S. História da Educação Matemática no Brasil: abordagens que emergem das dissertações e teses defendidas entre 1990 e 2010. In. XI Seminário Nacional de História da Matemática, 2015, Natal. **Anais...** Natal: SBHM, 2015. V. 1. p. 1-14.

FONTES[397]

BALIEIRO, I. F. A matemática do Século XVIII em Portugal: o critério de convergência de José Anastácio da Cunha. In. VI Encontro Nacional de Educação Matemática, 1998, São Leopoldo. **Anais**... São Leopoldo: SBEM, 1998.

BERTANI, J. A.; DIAS, A. L. M. Produção de saberes docentes: o curso de matemática e o curso de didática na Bahia (1943 - 1964); In. X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. **Anais...** Salvador: SBEM, 2010.

BONET, F. O ensino de Cálculo Infinitesimal espelhado na História da Matemática. In. IV Encontro Nacional de Educação Matemática, 1992, Blumenau. **Anais**... Blumenau: SBEM, 1992.

COUTO, A. P. N. P.; LIMA, L. A. M.; CHAQUIAM, M. O colégio Gentil Bittencourt na instrução pública paraense. In. XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2016.

FAORO, T. C. T. Uma formação de professores de matemática na cidade de Dourados-MS: a importância da memória dos professores para construir uma versão histórica, por meio da história oral. In. XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM, 2013.

FLORES, C. R. A história da perspectiva e a visualização no ensino de matemática: laços entre técnica, arte e olhar. In. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 1998, Recife. **Anais**... Recife: SBEM, 2004.
GAZIRE, E. S. O ensino de Matemática nos cursos de habilitação do magistério. In. II Encontro Nacional de Educação Matemática, 1988, Maringá. **Anais**... Maringá: SBEM, 1988.

PENTEADO, A. M. A importância da Obra de Bernhard Varenius. In. X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. **Anais**... Salvador: SBEM, 2010.

[397] As fontes consultadas são os 277 artigos de História da Matemática identificados nos Anais do ENEM. Porém, por questões de espaço, priorizamos neste texto, os resultados do estudo e colocamos somente os artigos consultados que foram citados no texto. A lista completa das fontes será publicada oportunamente.

PEREIRA, P. C. Contribuições da professora Maria Laura Leite Lopes para a Educação Matemática no Rio de Janeiro. In. X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. **Anais...** Salvador: SBEM, 2010.

REZENDE, W. M. Uma análise histórica-epistêmica da operação de Limite. In. V Encontro Nacional de Educação Matemática, 1995, Aracajú. **Anais**... Aracajú: SBEM, 1995.

SANTOS, S. S.; RIOS, D. F. Ensino da matemática em amargosa: lembranças das ex-alunas do Ginásio Santa Bernadete (1946-1973). In. X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador**. Anais...** Salvador: SBEM, 2010.

VALENTE, W. R. O conceito de função: política e Educação Matemática no Brasil dos anos 1930-1945. In. VII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2001, Rio de Janeiro. **Anais**... Rio de Janeiro: SBEM. 2001.

ISSN 2236-4102

CLASSIFICAÇÃO DAS PRODUÇÕES DOS ANAIS DOS SEMINÁRIOS NACIONAIS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA (1995 - 2017)

Benjamim Cardoso da Silva Neto [398]
Jeová Pereira Martins [399]
Luiza Pereira da Silva [400]

RESUMO

A presente pesquisa objetiva classificar as produções publicadas nos anais do Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM) de 1995 a 2017 de acordo com as dimensões de pesquisas em história da Matemática: história da Educação Matemática, história e epistemologia da Matemática e história para o ensino de Matemática. Direcionando o olhar para o comportamento destas produções no decorrer dos anos com atenção especial em história para o ensino de Matemática. Busca-se responder a principal inquietação neste trabalho "como se comportam os quantitativos das pesquisas em história da Matemática nesses Seminários? O artigo faz parte de uma pesquisa maior intitulada "*História para o ensino de matemática na formação de professores e na Educação Básica: uma análise da produção brasileira 1997 – 2017"* sob a coordenação de Iran Abreu Mendes. Este trabalho apresenta uma descrição qualitativa da produção e evidencia que os estudos em história para o ensino de Matemática tem se estruturado com quedas na produção, mas aumentado nas duas últimas edições do SNHM. Foram identificadas 782 produções publicadas nos anais do SNHM, em que 38,86% eram sobre história da Educação Matemática, 16,24% tratavam sobre história para o ensino de Matemática, 30,05% sobre história e epistemologia da Matemática e 15,35% foram as pesquisas e propostas que não envolviam a história da Matemática. As produções classificadas são identificadas e caracterizadas neste artigo e não se formalizam, em sua maioria, com produção de professores em atividades docentes, mas sim, pesquisadores acadêmicos em seus relatos de pesquisa desenvolvidos como resultados de dissertações e teses em ensino de Matemática. Observa-se potencialidades do material empírico como fonte, suporte e encaminhamentos didáticos para uso por professores e alunos no estudo e no entendimento de propostas didáticas que orientam a prática de sala de aula.

Palavras-chave: História da Matemática. Seminário Nacional de História da Matemática. História para o ensino de Matemática.

[398] Universidade Federal do Pará (UFPA). benjamim.neto@ifma.edu.br.
[399] Universidade Federal do Pará (UFPA). jeovapereira80@outlook.com.
[400] Universidade Federal do Pará (UFPA). luizamat2005@yahoo.com.br.

INTRODUÇÃO

O presente artigo remete a uma pesquisa qualitativa que tem como objetivo classificar as publicações dos Anais do Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM) de 1995 a 2017 de acordo com as dimensões propostas nas pesquisas de Mendes (2012, 2015, 2018) assim como também estabelecer um olhar para as pesquisas publicadas nos Anais que dizem respeito à dimensão história para o ensino de Matemática. Nosso material empírico se constitui em todos os trabalhos publicados nos Anais dos SNHM de 1995 a 2017, com exceção dos textos de Minicursos que produziram outras publicações. Com este objeto somos capazes de apresentar o comportamento destas produções no âmbito da pesquisa acadêmica com uma pesquisa da pesquisa evidenciando quantitativamente o percurso do número de trabalhos dispostos nestes Seminários.

É consenso, de acordo com Mendes (2015), que no decorrer dos anos os SNHM obtiveram um aumento de variedades de abordagens sobre a história da Matemática e com isso surgiram diversificados modos de apresentação de manifestações de informações históricas que tentam descrever o caminho traçado pela história da Matemática paralelo ao desenvolvimento de práticas sociais, culturais e econômicas aliando ao estudo em sala de aula da disciplina de Matemática.

A história para o ensino de Matemática vem sendo destacada em trabalhos e estudos apresentados por Iran Abreu Mendes em seu projeto intitulado “História para o ensino de matemática na formação de professores e na Educação Básica: uma análise da produção brasileira 1997 – 2017” o qual esse artigo apresenta resultados parciais de pesquisa. Para Mendes (2017) existe uma crescente necessidade de se estabelecer uma inserção de novas abordagens metodológicas em sala de aula de Matemática e a revisitação dos momentos históricos que envolvem personagens e o desenvolvimento de práticas que estruturaram noções, conceitos e propriedades matemáticas compõe uma forma de situar um novo tipo de transposição de conteúdos nas aulas.

A catalogação de produções sobre história da Matemática levou ao desenvolvimento do projeto “Radiografias dos trabalhos publicados nos anais dos Seminários Nacionais de História da Matemática” mostrando como abordagens em

Ciências Humanas e Sociais se incorporaram aos estudos sobre história da Matemática (MENDES, 2018), aumentando o repertório de conceitos e procedimentos que recebem novos sentidos conforme o próprio estilo dos autores dos trabalhos influenciando na forma de escrever sobre história da Matemática possibilitando um direcionamento para inserção da história no ensino de Matemática.

Neste sentido, a história para o ensino de Matemática é uma dimensão das pesquisas, produções e trabalhos em história da Matemática e provém de estudos que sinalizavam a produção acadêmica de programas de Pós-Graduação Stricto Sensu entre 1990 e 2010 também em um projeto sob a coordenação de Iran Abreu Mendes intitulado de “Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990 e 2010” iniciado em 2008 (BARROS; MENDES, 2017). O que acabou dimensionando três tendências nas produções, a sabermos: história e epistemologia da Matemática, história da Educação Matemática e história no ensino de Matemática, o que mais tarde, por necessidades práticas e como eram destinadas ao ensino de matemática passou a ser chamada de história para o ensino de Matemática.

Apresentamos nossos resultados de nossa classificação em forma de quadros buscando evidenciar o quantitativo de trabalhos apresentados, as dimensões que caracterizam os trabalhos, e o comportamento das dimensões sobre história da Matemática, em especial a história para o ensino de Matemática.

REVISÃO DE LITERATURA

O Seminário Nacional de História da Matemática

O SNHM foi um dos grandes propulsores das pesquisas em história da Matemática no Brasil, inclusive para aquelas pesquisas que se preocupam com história para o ensino de Matemática. O desenvolvimento das pesquisas em História da Matemática no Brasil iniciou a partir de 1995 com o I SNHM, realizado em Recife (PE), evento presidido pelo Professor Ubiratan D’Ambrosio quando as primeiras pesquisas

em história da Matemática começaram a se difundir e serem disseminadas para um público maior no país (NOBRE, 2007). Com o acontecimento do I SNHM, em Recife (PE) em 1995 com os Anais publicados em 1998, as pesquisas já situavam algumas vertentes na distribuição das produções do evento que giravam em torno da história da Matemática e aplicação na pedagogia, na história da Matemática no Brasil e na história de conceitos matemáticos.

O II SNHM em 1997 que ocorreu juntamente com o II Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática em Águas de São Pedro (SP) que de acordo com Nobre (1997) consolidou a história da Matemática como área científica no Brasil e o surgimento dos primeiros grupos de estudos e de pesquisas que se preocupavam com estudos mais aprofundados sobre a história da Matemática.

No III SNHM em 1999 em Vitória (ES) foi criada a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) presidida pelo Professor Ubiratan D'Ambrósio, essa sociedade passaria a se responsabilizar pela organização dos SNHM nos ano posteriores. Ainda no ano de 1999 havia uma intensa preocupação com a inserção da história da Matemática na sala de aula, assim, as participações no evento também foram disponibilizadas para professores da Educação Básica além dos pesquisadores em história da Matemática. Neste ano os editores dos Anais já percebiam a estruturação de pesquisas que se preocupavam com a divisão em sessões em história, epistemologia e Educação Matemática.

No ano de 2001, o IV SNHM em Natal (RN), já organizado pela Sociedade Brasileira de História da Matemática que estabeleceu que os trabalhos submetidos devessem passar por um crivo mais detalhista e ajustes às normas que foram disponibilizadas antes das inscrições, principalmente, às produções que se enquadravam na categoria Comunicações Científicas.

Em 2003, no V SNHM em Rio Claro (SP) os trabalhos submetidos poderiam se enquadrar em Relatos de Experiência, Resultados de Iniciação Científica, Resultados de Pesquisas Científicas e Projetos de Pesquisa, além das Palestras e Conferências que já eram presentes desde o início com professores convidados. Desta forma, acontecia uma maior qualificação dos trabalhos a serem apresentados e consequentemente uma melhor organização e distribuição de sessões (NOBRE, 2007).

Ainda no V SNHM ocorreu a primeira publicação de Livros de Minicursos, os quais eram oferecidos por Profissionais doutores na área e um material impresso era disponibilizado aos participantes da Educação Básica e Superior.

Com o advento da internet, as submissões, o crivo de seleção de trabalhos e até mesmo a divulgação do seminário passou a instigar e incentivar o surgimento de novas frentes de pesquisa em história da Matemática e áreas correlatas. O VI SNHM de 2005, em Brasília (DF), marcou os 10 anos de evento e confirmou a constituição de um fórum privilegiado de partilhas de experiências, ideias, construções e diálogos sobre história da Matemática. No VII SNHM de 2007, realizado em Guarapuava (PR), pela primeira vez na região Sul do país teve a publicação nos Anais das produções apresentadas na modalidade Pôster, Mesas Redondas e Conferências, não ocorreram apresentações de comunicações orais, para que fosse possível que todos os inscritos participassem de todas as atividades.

O VIII SNHM realizado em Belém (PA) em 2009, primeiro da região Norte do país, consolida ainda mais a área com uma grande quantidade de trabalhos publicados nos Anais. Em 2011, em Aracaju (SE), o IX SNHM continua com a inserção de aspectos da epistemologia da Matemática, da história da Matemática e da história da Educação Matemática. Em 2013 o X SNHM aconteceu em Campinas (SP) e o XI em 2015 ocorreu mais uma vez em Natal (RN), devido a muitas das pesquisas serem desenvolvidas por pesquisadores da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, assim, a intensificação de pesquisas na região permitiu o retorno do evento ao estado. Em 2017, o XII SNHM ocorreu no estado de Minas Gerais em Itajubá.

Mendes (2012, 2015, 2018) destaca que as novas abordagens de situações das pesquisas que se desenvolviam nos SNHM possibilitava a identificação de dimensões que situavam os trabalhos em que a história se apresenta como epistemologia dos conteúdos da Matemática, também como patrimônio mental na história da Educação Matemática e também na inserção da história na sala de aula de Matemática. O SNHM, então, possibilita a divulgação, realização de parcerias, exposição de trabalhos de pesquisas, oportunidade de divulgação e materiais didáticos e instrucionais e uma série de oportunidades para o trabalho com a história da Matemática. A partir dessa ideia, acentuamos a história para o ensino de Matemática.

A história para o ensino de Matemática

Uma busca e investigação sobre o comportamento de pesquisas acadêmicas (Teses e Dissertações) e Anais do SNHM realizadas pelo Professor Iran Abreu Mendes proporcionou um delineamento que indicava uma convergência de evidências sobre o comportamento da história da Matemática em pesquisas o que acabava apontando valiosos caminhos e focos de abordagens que objetivavam estabelecer uma condução mais suficiente e adequada do processo de formação docente e da aprendizagem discente (MENDES, 2012). Nesta mesma obra, ocorre a condução a três dimensões históricas percebidas em pesquisas e estudos em história da Matemática: a epistemológica, a social e a pedagógica.

As dimensões apresentadas em Mendes (2012) nos possibilitou identificar características principalmente das finalidades pedagógicas da história para o ensino de Matemática encontrada em pesquisas que se utilizam de fragmentos de história da Matemática o qual passa por um processo de reorientação e reorganização para a adequação do ensino de algum conteúdo aos alunos. (BARROS; MENDES, 2017).

Miguel e Miorim (2011) apontam uma história pedagogicamente vetorizada, aquela que se volta para a sala de aula. No trabalho com a história da matemática, a adoção de descritores históricos, tais como a análise de trajetórias de personagens da Ciência e da Matemática, modelos e métodos de ensino, materiais didáticos, materiais instrucionais, documentos acadêmicos, artefatos e livros que se constituem em fragmentos históricos deixados por cientistas e matemáticos podem ser úteis como forma de possibilitar uma reflexão sobre a importância da constituição dos saberes matemáticos, a reconstituição de episódios e fatos tentando uma reconstrução histórica a ser transportada para sala de aula (MENDES, 2018).

Essa dimensão a qual centramos nossa atenção, história para o ensino de matemática foi estabelecida por meio de pesquisas sobre pesquisas e coloca como principal estratégia para uma apropriação dessa história para o ensino, a revisitação de fontes e acontecimentos históricos por professores que estimulem suas estratégias de pensamento e criatividade para poder transformar essa história da matemática em história para a sala de aula, levando ao aluno um aspecto desafiador imbricado em

atividades de investigação e problematização (MENDES, 2017) promovendo uma mudança da prática docente e consequentemente da aprendizagem dos alunos.

Nossa identificação e caracterização, no entanto, gira em torno de uma complementação das pesquisas das pesquisas sobre as publicações nos anais do SNHM de 1995 a 2017 verificando as quantidades de trabalhos publicados especificamente na dimensão de história para o ensino de Matemática, para tal destacamos algumas características de nosso percurso metodológico.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A presente proposta de pesquisa possui uma abordagem qualitativa no sentido expresso por Carmo e Ferreira (1998) que consideram este tipo de pesquisa como uma forma de busca por uma indução das informações coletadas e uma descrição que afirma que este tipo de pesquisa são respostas da condução humana em uma realidade que pode ser compreendida, entendida no comportamento que se verifica e comunicada em produções.

Nosso objeto de pesquisa se constitui nos Anais do SNHM, e também nossas informações empíricas para onde focamos nosso olhar. Costa e Valente (2015) colocam que este tipo de pesquisa deve ter o objeto de exaustivamente estudado, identificado e caracterizado para possibilitar que novos leitores possam se apropriar da contextualização das informações detalhadas na pesquisa e deem prosseguimento aos tipos de caracterização promovidos.

A busca pelos Anais dos SNHM ocorreu, inicialmente, pela internet aos onde localizamos os Anais dos IX, X, XI e XII SNHM, não obtivemos sucesso no encontro de todos os Anais pela internet, então, enveredamos por aqueles que estão em CDs os quais conseguimos com o Professor Iran Abreu Mendes, em seguida partimos para os impressos, que em Grupo de Estudos e Pesquisas foram digitalizados como forma de oferecer publicidade às produções. Realizamos, no entanto, o arquivamento em pastas digitais de todas as produções dos Anais de 1995 a 2017.

Realizamos a leitura da apresentação de todos os Anais, em seguida a leitura dos títulos das produções, se identificássemos no título alguma característica das dimensões anotávamos, pois alguns arquivos eram únicos, impossível de fazer arquivamento separado. Quando não conseguíamos identificar alguma característica condizente às dimensões traçadas pelo Mendes (2012, 2015, 2018) passávamos à leitura do resumo e em seguida do texto completo. Em alguns momentos recorremos ao Currículo Lattes dos autores. Após a separação em anotações escritas e apontamentos numéricos, passamos a identificação de características mais aprofundadas sobre as dimensões elencadas pelo Professor Iran Abreu Mendes.

Em seguida orientamos um olhar mais específico sobre a dimensão história para o ensino de Matemática, pois pensamos que estes Anais podem servir de subsídio para outros professores explorarem possibilidades para suas salas de aulas. Apresentamos nossos resultados em forma de Quadros em que fazemos uma exposição quantitativa das informações, com características dos eventos evidenciando informações qualitativas sobre os documentos estudados.

UMA DISCUSSÃO SOBRE AS INFORMAÇÕES

Nosso olhar figurou em uma análise textual das produções publicadas sobre história para o ensino de Matemática nos Anais do SNHM de 1995 a 2017. Realizamos uma separação inicial sobre as dimensões apontadas por Mendes (2012), a epistemológica, a social e a pedagógica. Ressaltamos que as quantidades de trabalhos apresentados no evento e os que foram publicados nos Anais se diferem, uma vez que em alguns dos eventos, uma nova seleção para aceite como publicação era realizada pela organização do evento, o que resultava numa diminuição das produções publicadas.

Nos Anais eram publicados desde Conferências de abertura, Conferências plenárias, Conferências paralelas, Discussões temáticas, Comunicações científicas, Mesas redondas e Pôsteres. Consideramos todos os trabalhos publicados, com

exceção dos Livros de Minicursos que foram publicados em materiais à parte, dignos de nova análise.

Evidenciamos as dimensões da seguinte forma:

História e educação matemática – Hed

História para o ensino de Matemática – Hen

História e epistemologia da matemática – Hep

Após a leitura e exame dos textos dos Anais foi possível a identificação de características que possibilitassem alocação de uma das três dimensões, Hed, Hep e Hen, desta maneira, construímos o Quadro 1 e para aqueles trabalhos que não conseguimos identificar alguma orientação e que apresentavam propostas metodológicas de pesquisa, trabalhos que não exprimiam a tendência da história da Matemática, análise de livros didáticos e modelos que subsidiam ou orientam a prática docente sem ligação com a história identificamos como a categoria Outros.

Quadro 1 – Caracterização em dimensões de história da matemática

SEMINÁRIO	Hed	Hen	Hep	Outros	Total
I SNHM - 1995	10	2	12	7	31
II SNHM – 1997	19	2	10	6	37
III SNHM – 1999	26	8	13	7	54
IV SNHM – 2001	22	13	18	4	57
V SNHM – 2003	11	10	16	2	39
VI SNHM – 2005	19	1	9	4	33
VII SNHM – 2007	9	2	10	10	31
VIII SNHM – 2009	50	19	33	36	138
IX SNHM – 2011	43	20	28	16	107
X SNHM – 2013	20	10	25	6	61
XI SNHM – 2015	45	25	46	18	134
XII SNHM - 2017	26	15	15	4	60
TOTAL	300	127	235	120	782

Fonte: elaborado pelos autores

O I SNHM – 1995 possuiu uma produção tímida, apenas 31 produções de onde 38,71% dos trabalhos sinalizaram Hep, essa preocupação em se estudar conceitos historicamente construídos ainda sinalizavam uma preocupação latente com as demonstrações matemáticas, mesmo ocorrendo uma separação entre as temáticas dos trabalhos o que revelou um peso sobre os aspectos filosóficos do desenvolvimento da

Matemática. No II SNHM – 1997, o número de trabalhos publicados subiu para 37, porém há uma intensa preocupação em obediência ao tema do evento “A contribuição de matemáticos portugueses para o desenvolvimento da Matemática do Brasil” que ocorria juntamente com o Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, dado este fato a maior quantidade de trabalhos publicados nos Anais dizia respeito a Hed 51,35%, e Hep 27%, e Hen ficou com 5,41%.

O III SNHM – 1999 a quantidade de trabalhos publicados aumentou mais de 37% com relação a média dos dois eventos anteriores. Percebemos em uma verificação nos Lattes dos autores que nesta época alguns autores principalmente das Comunicações Científicas estavam sendo orientados nos últimos quatro anos do evento, este fator pode ter desencadeado novas pesquisas e estudos em novas direções o que resultou no acréscimo de publicações. 54 trabalhos foram publicados nos Anais de 1999 em que 14,81% representavam Hen, também neste evento foi a oportunidade de criação da SBHMat. O IV SNHM – 2001 já organizado pela SBHMat obteve novamente um outro aumento da quantidade de trabalhos, desta vez 57, em que publicados sobre Hen foram 13, isso ocorre porque para os idealizadores do evento, existem duas vertentes do uso da história da Matemática, aquela utilizada como forma de mostrar os caminhos que a Matemática tomou para seu estado atual e a outra vertente considera o entendimento de como os personagens da Matemática antiga pensavam.

No V SNHM – 2003 a quantidade de trabalhos publicados diminuiu mais uma vez, mesmo como um dos eventos com maior número de participantes (316 inscritos) em menos de 50% dos trabalhos apresentados em Comunicações Científicas foram publicados nos Anais, por exemplo, foram aceitos 71 trabalhos para apresentação em Comunicações Científicas, porém apenas 27 foram publicados. Pensamos que em virtude da localização do evento, a produção nos Anais poderia ter sido bem maior. Ressaltamos que o número de pesquisadores no país aumentou com a formação de grupos de pesquisa e de estudos. Pensamos que a queda na quantidade de produção deve ter acontecido por conta da não publicação de todos os trabalhos.

O VI SNHM – 2005, aos 10 anos de evento, o número de trabalhos publicados ainda continuou baixo. De 39 pesquisas publicadas em 2003, passou para 33 pesquisas em 2005, o crivo para publicação dos anais selecionou 56% dos trabalhos dentre todas as modalidades de submissão. O evento ocorreu em Brasília que se mostra como uma região neutra com relação às produções em história da Matemática, apenas 1 trabalho em Hen foi publicado neste ano. Situamos que 57,58% dos trabalhos giravam em torno do Hed, 3,03% em Hen, 27,27% representou Hep e Outros tipos de trabalhos ficaram com 12,12%. Neste evento, ocorreram sessões especiais que tinham como tema “150 anos de Gauss” que proporcionava mais trabalhos na área de história e epistemologia da Matemática.

O VII SNHM – 2007, localizamos uma diferença na quantidade de trabalhos expostos em Mendes (2015), pois este autor utilizou os trabalhos do Caderno de Resumos, nós utilizamos nesta complementação os Anais do referido evento, o qual encontramos 31 trabalhos, onde 29,03% eram de Hed, 6,45% de Hen e 32,26% de Hep e Outros. Neste evento, foram publicados apenas pôsteres como forma de possibilitar que todos os inscritos (284 participantes) apreciassem todas as apresentações em um só ambiente.

No VIII SNHM – 2009 realizado em Belém (PA), não tivemos acesso ao texto de apresentação, houve o maior número de publicações de todos os eventos com 138 publicações, um pólo de produção de artigos, dissertações e teses em história da Matemática no Brasil, onde nas Universidade Federal e Estadual do Pará existem grupos de estudos e pesquisas na área da história da Matemática e áreas correlatas. O total de 50 pesquisas caracterizamos como Hed, 19 pesquisas caracterizamos como Hen, 33 como Hep e 36 como Outros.

Também não tivemos acesso ao texto de apresentação do IX SNHM – 2011, e identificamos a seguinte distribuição 40,19% de produções em Hed, 18,69% em Hen, 20,56% em Hep. O IX SNHM também possuiu uma grande quantidade de trabalhos publicados, a divulgação de trabalhos em história da Matemática consolida ainda mais a estruturação da área no Brasil.

No X SNHM – 2013 o evento volta a se hospedar em São Paulo, desta vez em Campinas, a quantidade de trabalhos publicados nos Anais volta a cair, passando para

61 publicações nos anais, onde 32,79% em Hed, 16,39% em Hen, 40,98% em Hep e 9,84% Outros trabalhos. Percebemos que as três vezes que o SNHM ocorreu em São Paulo, a produção em Hed e Hep é a que mais se destaca, visto que as produções em história da Matemática se concretiza com os programas de Pós-Graduação com linhas de pesquisa e grupos que estudam a história de conceitos matemáticos sem aplicação na sala de aula e também existe uma preocupação com as produções em história da Educação Matemática.

O XI SNHM – 2015 mais uma vez em Natal (RN) e também um número grande de publicações nos Anais, total de 134 publicados, visto que Natal também possui linhas de pesquisa e grupos de estudo na área da história da Matemática. 45 trabalhos na área de Hed, 25 na área de Hen, 46 trabalhos em Hep e 18 trabalhos em áreas diferentes de nosso propósito. A grande quantidade de trabalhos na área de Hed e Hep ainda permite uma percepção da insuficiência da quantidade de trabalhos sobre a inserção da história na sala de aula, algumas perspectivas de trabalhos já transformam estas informações da Hep e Hed em propostas para sala de aula.

O XII SNHM – 2017 publicou 100 trabalhos no Caderno de Resumos, e apenas 60 foram publicados nos Anais do evento já em novembro de 2018. Resultando em 43,33% em Hed, 25% em Hen e Hep, e 6,67% na categoria Outros. A Hed ainda se sobressai nos SNHM essa produção ainda se destaca face às diversas modalidades de pesquisa nessa área.

Notamos que ocorreu um crescimento significativo da produção em história da Matemática no Brasil, de uma maneira bem geral 38,36% dos trabalhos produzidos nos SNHM de 1995 a 2017 giraram em torno da Hed, 30,05% em Hep, 15,35% foram Outras modalidades de trabalhos e 16,24% pesquisas sobre história para o ensino de Matemática.

As pesquisas em história para o ensino de Matemática que observamos sinalizavam resultados de pesquisas de trabalhos acadêmicos e também recortes de aplicações metodológicas em sala de aula de dissertações e teses. Intuímos que a prática docente de professores em sua própria sala de aula não se refletia tanto na distribuição dos trabalhos publicados nos anais. Esse pensamento se consolida no que diz respeito à história para o ensino de Matemática porque nos preocupamos com a

inserção da história da Matemática no ensino desta disciplina como forma de instigar no aluno e no professor a percepção de uma Matemática construída historicamente por solução de problemas no percurso do tempo.

A história para o ensino de Matemática pode se apresentar de diversas maneiras no ensino, os trabalhos publicados nos Anais em sua maioria apresentam a história por meio de atividades em que a história está imbricada no corpo de textos e nas atividades, também percebemos que muitos dos autores partem da informação histórica ou da fonte histórica em si para construção de propostas para sala de aula e também a reprodução de técnicas, cálculos, estratégias aliadas a outras tendências do ensino de Matemática, tais como o uso de tecnologias.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ponderamos que nossa identificação e caracterização das produções sobre história da Matemática nas dimensões temáticas: história da Educação Matemática, história para o ensino de Matemática e história e epistemologia da Matemática resultou na percepção de em um aumento significativo na produção de 1995 a 2017. Ao todo encontramos 782 pesquisas nos anais do SNHM e identificamos todas elas nas três categorias das dimensões e em Outros em que situamos os trabalhos que tinha direção diferente de propostas de história da Matemática.

No quadro que construímos é possível observar o comportamento durante os anos que se tornaram o percurso de tempo do Seminário. Ainda nessa identificação e caracterização, o processo de estudo, observações e exploração dos textos dos Anais foi possível notar que, nestes trabalhos publicados, existem potencialidades que podem ser utilizadas por professores da Educação Básica e do Ensino Superior.

Refletimos sobre um viés de potencialidade destas pesquisas para facilitação da inserção da história da Matemática na sala de aula, elas oferecem algumas vezes experiências que foram bem sucedidas em sala de aula, trazem conhecimentos em formas de novas metodologias didáticas, propostas, também fontes históricas que são citadas ou utilizadas como forma de propor uso da história.

Entendemos que o presente artigo, ainda permite novas análises e novos olhares e serve para construir um pensamento sobre o comportamento das produções em história para o ensino de matemática no SNHM e consequentemente história da Educação Matemática e história e epistemologia da Matemática.

REFERÊNCIAS

BARROS, Rafael José Alves do Rego; MENDES, Iran Abreu. **Dissertações e teses em História e Epistemologia da Matemática**: contribuições para a abordagem da Geometria Espacial no Ensino Médio. Revista Principia, João Pessoa, n. 37, 2017, p. 139 – 150.

CARMO, Hermano; FERREIRA, Manuela Malheiro. **Metodologia da investigação**: guia para auto-aprendizagem. Lisboa: Universidade aberta, 1998.

COSTA, David Antonio da; VALENTE, Wagner Rodrigues. **História da Educação Matemática e o uso de um repositório de conteúdo digital**. v. 4. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

MENDES, Iran Abreu. **Pesquisas em história da educação matemática no Brasil em três dimensões**. Quipu, México, v. 14, n. 1, jan.-abr., 2012, p. 69-92.

MENDES, Iran Abreu. **História da matemática no ensino**: entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. (Coleção História da Matemática para Professores)

MENDES, Iran Abreu. **História para o ensino da matemática**: uma reinvenção didática para a sala de aula. Revista COCAR, Belém (PA), ed. esp., n. 3, p. 145-166, jan.-jul., 2017.

MENDES, Iran Abreu. Pesquisa sobre história da Matemática nas dissertações e teses. In: MENDES, Iran Abreu; MOREY, Bernadete (Orgs.). **Debates temáticos sobre Pesquisa em História da Matemática e da Educação Matemática**. São Paulo: Livraria da Fisica, 2018. p. 135 – 175.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na educação matemática**: propostas e desafios. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Tendências em Educação Matemática)

NOBRE, Sergio Roberto. A investigação científica em história da matemática em Portugal e no Brasil: a caminho para sua consolidação como área acadêmica. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2., ENCONTRO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2., Águas de São Pedro (SP), **Actas ...**, p. 1 – 7, 1997.

NOBRE, Sergio Roberto. Ubiratan D'Ambrosio e o movimento científico e institucional da história da matemática no Brasil. In: VALENTE, Wagner (Org.). **Ubiratan D' Ambrosio**: Conversas - Memórias - Vida Acadêmica - Orientandos -Educação Matemática - Etnomatemática - História da Matemática - Inventário Sumário do Arquivo Pessoal. São Paulo: Annablume, 2007.

ISSN 2236-4102

CLASSIFICAÇÃO DOS LIVROS DE MINICURSOS DOS SNHM ENTRE 2001-2017

Lucas Silva Pires[401]
Rubens Matheus dos Santos Marques[402]
Luís Andrés Castillo[403]

RESUMO

Este artigo é um recorte de uma pesquisa do projeto guarda-chuva em história da matemática entre 1990 a 2017 sob a coordenação de Mendes (2018), intitulada “História para o Ensino de Matemática na Formação de Professores e na Educação Básica: uma Análise da Produção Brasileira entre 1990 a 2017” da qual é financiada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Tratamos dos livros de minicursos publicados nos Seminários Nacionais da História da Matemática (SNHM) entre 2001 a 2017. O nosso objetivo é classificar os livros de minicursos em diferentes dimensões da História da Matemática. Para tanto, foi estabelecido o seguinte questionamento: Quais os livros de minicurso podem ser classificados como História e Epistemologia da Matemática (Hep), História para o Ensino da Matemática (Hen), História da Educação Matemática (Hed) e Filosofia da matemática (FMat)? Nesse sentido, a pesquisa foi desenvolvida em três momentos descritos. (i) leituras de todas as produções; (ii) seleção das produções em termos quantitativos nas dimensões da História da Matemática; (iii) elaboração e descrição dos dados nos quadros. Está pautado nas concepções teóricas de Mendes (2014) e nos pressupostos metodológicos de Sanchez Gamboa (2012). A pesquisa revelou um crescimento não muito significativo das produções da Hen. Nessa perspectiva, constatamos que ainda há limitações sobre a forma como foram elaborados os livros de minicurso, e possibilidades de refletir para a elaboração de futuras produções que efetivamente contribuam para o ensino de matemática em sala de aula.

Palavras-chave: História da Matemática. Livros de Minicursos. Ensino.

[401] Universidade Federal do Pará (UFPA). lucas.silvapires.10@gmail.com.
[402] Universidade Federal do Pará (UFPA). rubensmatheus@mail.uft.edu.br
[403] Universidade Federal do Pará (UFPA). luiscastleb@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

O Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM) é resultante da dinâmica acadêmica e científica, originada há duas décadas por um grupo de pesquisadores que já desenvolviam seus estudos em História da Matemática. O SNHM tornou-se o momento maior, em nível nacional, para a congregação desses interessados que passaram a poder discutir e divulgar para a comunidade as distintas investigações científicas inerentes à História da Matemática.

Em virtude da intensificação do movimento em torno dessa área de pesquisa, em 1999 foi criada a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), durante a realização da quarta edição do Seminário. A partir de então, a organização dos SNHM passou a ser de responsabilidade da Sociedade, assim como as publicações *"Revista Brasileira de História da Matemática", "Revista de História da Matemática para Professores" e recentemente a "Revista de História da Educação Matemática".*

O SNHM é, portanto, um evento que preconiza a divulgação de estudos e pesquisas sobre História da Matemática a professores dos vários níveis educacionais, alunos de graduação e pós-graduação, bem como a todos os interessados nessa temática caracterizada por uma vasta programação de cunho científico e pedagógico no qual são apresentadas as novas produções do conhecimento na área.

Debatem-se grandes temas, dos quais são expostos problemas em busca de soluções, divulgam-se experiências, realizam-se minicursos, apresentam-se bibliografias, materiais instrucionais e promove o desenvolvimento e a difusão das experiências, estudos e reflexões na área da História da Matemática.

A publicação dos livros de minicursos sobre história da matemática para uso didático pelos professores de Matemática teve sua origem em 2001. A receptividade dos textos, por parte de estudantes de licenciatura em matemática e por professores dos três níveis de ensino (fundamental, médio e superior), fez com que a sociedade brasileira de história da matemática levasse em frente o projeto, de modo a contribuir para a divulgação e uso dessa produção nas aulas de matemática nos diversos níveis de ensino. Ocorreram nove SNHM em diferentes cidades do Brasil, cujos eventos foram publicados inúmeros livros de minicurso.

No entanto, esta pesquisa instaurou-se sobre essas produções publicadas nos SNHM entre 2001 a 2017, no qual foi feito um levantamento de todos os livros de minicurso no intuito de classifica-los por dimensão da História da Matemática. Para isso, estabelecemos o seguinte questionamento de pesquisa: Quais os livros de minicurso podem ser classificados como História e Epistemologia da Matemática (Hep), História para o Ensino da Matemática (Hen), História da Educação Matemática (Hed) e Filosofia da matemática (FMat)?

A interrogação estabelecida solicita os pressupostos de Sanchez Gamboa (2012), em que subsidia para direcionamentos metodológicos sobre a realização do levantamento dos livros de minicurso a partir de uma matriz paradigmática, cuja matriz subsidia para a classificação das produções.

Para a classificação dos livros de minicursos, fundamentamos teoricamente em Mendes (2014), por ter desenvolvido uma pesquisa nos últimos 10 anos intitulada *Cartografia da Produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e tese defendidas entre 1990-2010*, no qual catalogou a produção científica na área da história da matemática nos programas de pós-graduação *stricto sensu* do país, das áreas de Educação, Educação Matemática, Ensino de Ciências Nutarias e Matemática e áreas afins, oriunda das pesquisas realizadas em diversos programas de pós-graduação existente no Brasil entre 1990 a 2010.

Nessa pesquisa, Mendes (2014) identificou três dimensões da História da Matemática, a saber, história e epistemologia da matemática, história para o ensino da matemática e história da educação matemática (MENDES, 2015, p. 150). Portanto, para a realização da classificação de todos os livros de minicurso, o referido estudo foi procedido em três momentos, conforme apresentamos a seguir.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para a realização deste estudo, desenvolvemos nossa pesquisa em três momentos, de modo que nos conduzíssemos para a classificação dos livros de minicurso nas dimensões da História da Matemática.

No primeiro momento, reunimos os livros de minicurso dos nove SNHM ocorridos no período de 2001 a 2017 em diversas cidades do Brasil. Elaboramos uma matriz paradigmática onde contemplamos título, autor, grupo de pesquisa filiado ao diretório do CNPq, currículo Lattes do autor, ano de publicação, editora, cidade/instituição, dimensão temática, nível de ensino, título do livro, foco temático, conteúdos matemáticos primários e secundários, objeto de estudo, objetivos, bases metodológicas e epistemológicas de cada produção, métodos de pesquisa utilizado, método utilizado para a elaboração do livro, caracterização das atividades, síntese, palavras-chave, contribuições para o ensino e para a formação de professor, de modo que nos subsidiássemos para a classificação das dimensões da matemática de cada produção, de acordo com a figura a seguir.

Quadro 1: Descritor Geral de Livro de Minicurso V SNHM – 2003

TÍTULO:	
Autor:	
Grupo de pesquisa filiado no diretório do CNPq	
Currículo Lattes do autor	
Ano de Publicação:	
Editora	
Cidade/Instituição:	
Dimensão Temática:	
Nível de Ensino:	
Título do Livro:	
Foco Temático:	
Conteúdo matemático Principal:	
Conteúdos matemáticos Secundários:	
Objeto de Estudo	
Objetivos:	
Bases Epistemológicas que fundamentam a elaboração do livro	
Fundamentos metodológicos adotados para organização didática do livro	
Método Utilizado para a Elaboração do Livro:	
Caracterização das Atividades de Uso (se houver):	
Síntese:	
Palavras-Chave;	
Principais contribuições do livro para a Formação de professores de matemática	
Principais contribuições do livro para a o ensino de matemática	

Fonte: Elaboração própria dos autores

No segundo momento, elaboramos um quadro para selecionarmos as produções da História da Matemática em termo quantitativo que tratam das dimensões história e epistemologia da matemática, história para o ensino da matemática, história da educação matemática e filosofia da matemática. Descrevemos em termo qualitativo os dados do quadro com as produções de cada dimensão especificada e os dados do quadro com os tópicos da matemática (álgebra, aritmética, geometria e trigonometria).

No terceiro momento, elaboramos um quadro com as produções das quais foram classificadas como história para o ensino da matemática. Elencamos a quantidade de livros de minicurso que tratam de álgebra, aritmética geometria e trigonometria e caracterizamos cada produção por subconceito da matemática.

3. LIVROS DE MINICURSO POR DIMENSÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Para materializar o objetivo de nosso estudo e dar resposta ao questionamento, fizemos um levantamento dos livros de minicurso no período de 2001 a 2017 e categorizamos todos os livros especificados de cada SNHM dos quais se enquadraram nas dimensões da História da Matemática, como mostra no quadro 1 a seguir.

Quadro 1: Livros de Minicurso por SNHM.

Eventos	Hep	%	Hen	%	Hed	%	FMat	%
IV SNHM	6	67%	2	22%	1	11%	--	--
V SNHM	6	55%	3	27%	1	9%	1	9%
VI SNHM	3	27%	7	64%	1	9%	--	--
VII SNHM	3	25%	4	33%	3	25%	2	17%
VIII SNHM	9	47%	7	37%	1	5%	2	11%
IX SNHM	7	58%	4	33%	1	9%	--	--
X SNHM	5	71%	--	--	2	33%	--	--
XI SNHM	2	20%	2	20%	6	60%	--	--
XII SNHM	2	20%	5	50%	3	30%	--	--

Fonte: Elaboração própria dos autores.

O IV SNHM ocorreu em Natal (Rio Grande do Norte) na Universidade Federal de Rio Grande do Norte-UFRN no ano de 2001. Nesse evento foram publicados nove livros de minicurso dentre os quais 67% são voltados a Hep, 27% referiram-se a Hen e 11 % foram categorizados os livros de minicurso como Hed.

O V SNHM ocorreu em Rio Claro (São Paulo), na Universidade Estadual Paulista-UNESP no ano de 2003. Foram publicados onze livros de minicurso, cujo percentual 54% estão voltados aos conceitos relacionados a Hep, 27 % tratam de abordagens da Hen, 9% dizem respeito da Hed e 9% tratam de abordagens sobre a FMat.

O VI SNHM ocorreu em Brasília (Distrito Federal), na Universidade de Brasília-UnB no ano de 2005. Nesse evento, foram publicados onze livros de minicurso em que 27% tratam da Hep, 64% são da Hen e 9% são aqueles que abordam a Hed.

O VII SNHM ocorreu em Guarapuava (Paraná) na Universidade Estadual do Centro-Oeste-UNICENTRO no ano de 2007. Foram publicados doze livros de minicurso, dos quais 25% são voltados a Hep, 33% são de Hen, 25% são da Hed e 17% dizem respeito a FMat.

O VIII SNHM ocorreu em Belém (Pará) na Universidade da Amazônia-UNAMA, no ano de 2009. Nesse evento, foram publicados dezenove livros de minicurso, dos quais 47% deles tratam de abordagens da Hep, 37% dizem respeito a Hen, 5% são sobre a Hed e os 11% abordam aspectos filosóficos FMat.

O IX SNHM ocorreu em Aracaju (Sergipe) na Universidade Federal de Sergipe-UFS, no ano de 2011. Nesse evento foram publicados doze livros de minicurso, dentre esses quantitativos, 58% são voltados a Hep, 33% foram selecionados na dimensão Hen por inferir sobre aspectos relacionados a essa dimensão e apenas 9% foram os livros que são voltados a Hed.

O X SNHM ocorreu em Campinas (São Paulo) na Universidade Estadual de Campinas-UNICAMP, no ano de 2013. Nesse evento, foram publicados sete livros de minicurso, dentre eles 67% foram identificados os livros de minicurso que tratam da Hep. Não foi identificado livros de minicurso que tratam da Hen, identificou-se também 33% dos que tratam exclusivamente da Hed.

O XI SNHM ocorreu em Natal (Rio Grande do Norte) na Universidade Federal do Rio Grande do Norte-UFRN no ano de 2015. Nesse evento, foram publicados dez livros de minicurso. Com isso, foram identificados 20% dos livros de minicurso que abordam a Hep, 20% foram aqueles pelos quais tratam da Hen e 60% dos livros de minicurso tratam da Hed.

E por fim, o XII SNHM ocorreu em Itajubá (Minas Gerais) na Universidade Federal de Itajubá-UNIFEI. Nesse evento, foram publicados dez livros de minicurso, dentre os quais 20% tratam da Hep, 50% são inerentes a Hen e 30% dizem respeito a dimensão Hed.

No intuito de identificarmos os percentuais gerais dos livros de minicurso inerentes as dimensões da História da Matemática, propusemos elencar os percentuais gerais de cada dimensão no quadro a seguir.

Quadro 2: Dimensões da História da Matemática

Nº de Livros de Minicurso Publicados (2001-2017)	**Hep**	**Hen**	**Hed**	**FMat**
101	42%	33%	19%	6%

Fonte: Elaboração própria dos autores.

O percentual 42% são voltados a dimensão Hep, dos quais abordam a vida e a obra de matemáticos e o desenvolvimento de suas ideias matemáticas, bem como, o desenvolvimento da referida área enquanto conteúdo cientifico. Os livros inferem sobre instrumentos de aquisição do conhecimento epistemológico a partir da origem do conhecimento sobre assuntos matemáticos e a forma como foram e estão sendo organizados enquanto conhecimento cientifico.

O percentual 34% são os livros de minicurso classificados na dimensão Hen. São utilizados artefatos e aspectos históricos e culturais inerentes aos livros de minicursos que podem servir de apoio para a sala de aula. Os livros de minicursos dessa dimensão referem-se da história das explicações e compreensões sobre os objetos existentes no mundo e das construções de realidades que podem ser estruturadas e reestruturadas na medida em que a sociedade reflete, se reinventa e redireciona seu modo de ser, isto é, uma dinâmica cultural que exige esse movimento de construção da realidade na educação básica, capaz de configurar modelos teórico-

metodológicos significativos que possibilitam professores colocarem em prática métodos inovadores de ensino, (MENDES, 2015).

O percentual 19% foram classificados na dimensão Hed, dos quais abordam temas de estudos históricos, cujos temas é uma especificidade da história da educação com relevância em formar professores que ensinam matemática por meio de pesquisas sobre as instituições, biografias de matemáticos, para entender o movimento histórico-cultural dos povos da antiguidade, a forma pela qual os conhecimentos matemáticos se desenvolveram em suas práticas e as reais necessidades de se constituir humanamente e superar as dificuldades por meio do desenvolvimento matemático. (BARROS: MENDES, 2017).

O percentual 6% foram classificados na dimensão FMat, por tratar de pressupostos de correntes filosóficas da matemática, bem como o logicismo, onde busca compreender a matemática associada a vida do ser humano e a estrutura metodológica sobre a utilidade da própria matemática pela matemática.

Nesse sentido, para a identificação dos tópicos matemáticos inerentes aos livros de minicurso que tratam das referidas dimensões, o quadro seguinte mostra em termo quantitativo as produções referentes a cada tópico por SNHM.

Quadro 3: Tópicos das Dimensões da História da Matemática

Eventos	Aritmética	Álgebra	Geometria	Trigonometria	Outros	Total
IV SNHM	2	-	5	1	1	09
V SNHM	4	2	3	-	2	11
VI SNHM	6	-	3	2	-	11
VII SNHM	1	4	1	-	6	12
VIII SNHM	2	4	7	2	4	19
IX SNHM	2	3	6	-	1	12
X SNHM	1	4	1	-	1	07
XI SNHM	1	2	3	-	4	10
XII SNHM	2	4	2	-	2	10
Total	21	23	31	05	21	101

Fonte: Elaboração própria dos autores.

Das produções inerentes as dimensões supracitadas, é possível observar no quadro 3 a distribuição dos livros de minicurso por tópicos da matemática das

dimensões da História da Matemática. De cento e uma produções inerente a História da matemática, vinte e um livros de minicurso representam um percentual 21% do conceito de aritmética. Dentre esse percentual, 7% dos livros de aritmética abordam timidamente e de forma implícita o tema de geometria e álgebra. No entanto, foram caracterizados como sendo de aritmética, pois o referido tópico está predominantemente explicito, do qual o objetivo do livro consiste em tratar da aritmética.

Foram identificados vinte e três livros de minicurso do conceito de álgebra, no qual representa 23% da produção como um todo. Essas produções abordam único e exclusivamente o conceito de álgebra. É perceptível que há diferença entre a quantidade do tópico de aritmética e álgebra é relativamente pequeno.

As produções das quais representam um número relativamente maior em relação aos demais conceitos da matemática, são aquelas que abordam o conceito de geometria com um total de trinta e um livros de minicurso, esse total representa em termo de percentual 31% que foram elaborados com a perspectiva geométrica, dentre esse percentual quatro livros de minicurso abordam implicitamente aspectos geométrico. No entanto, foram classificados com os mesmos critérios já especificado acima com o tópico de geometria.

Por fim, identificamos apenas cinco livros de trigonometria, no qual em termo de percentual representam 5% de livros inerentes a trigonometria e 20%tratam em abordar as características da FMat.

Diante das expostas identificações dos tópicos inerentes a essas produções, reiteramos que o maior percentual das produções em relação aos tópicos, é o da geometria, isso se justifica pelo fato de que esse tópico sempre esteve intimamente ligado as necessidades da sociedade primitiva, quando passaram formar pequenas comunidades e utilizar instrumentos de medidas, detinham costumeiramente de medidas das quais a geometria estava intimamente presente em suas práticas (esses povos utilizavam constantemente instrumentos de medidas, como, cordas, palmo, passos, polegar, dentre outras medidas para satisfazer suas necessidades, cujas medidas estavam ligadas a geometria). No entanto, as primeiras ideias matemáticas

percebidas nas práticas sócio-históricas e sócio-culturais da sociedade estava intimamente relacionada à geometria.

Para saber dos livros de minicurso que abordam da história para o ensino da matemática e que, por sua vez, abordam os tópicos da matemática, selecionamos cuidadosamente os referidos livros mencionados em seus respectivos tópicos, cujos foram considerados como potencialidade didática para a socialização dos conhecimentos matemáticos a partir do seu uso em sala de aula.

4. TÓPICOS DA HISTÓRIA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

No quadro 2, identificou-se 34% em relação aos livros que tratam da história para o ensino da matemática. Neste tópico, elegemos o quadro 4 para distribuirmos esse percentual em termo quantitativo de todos os SNHM, com a finalidade de identificarmos a quantidade de livros de minicurso que correspondem aos respectivos conceitos da história para o ensino da matemática.

Quadro 4: Tópicos da História para o Ensino da Matemática

Eventos	Aritmética	Álgebra	Geometria	Trigonometria	Total
IV SNHM	-	-	2	-	2
V SNHM	2	-	1	-	3
VI SNHM	3	-	1	1	5
VII SNHM	1	2	-	-	3
VIII SNHM	1	2	3	1	7
IX SNHM	-	1	3	-	4
X SNHM	-	-	-	-	-
XI SNHM	-	-	1	-	1
XII SNHM	2	2	1	-	5
Total	9	9	12	3	33

Fonte: Elaboração própria dos autores.

É possível observar que no IV SNHM foram identificados dois livros de geometria em que tratam do desenvolvimento geométrico, por apresentar áreas de figuras planas, quadraturas teoremas de Pitágoras, simetrias e volumes, ambos apresentam propostas didáticas para a sala de aula.

Com referência ao V SNHM, identificamos dois livros de minicurso de aritmética que apresentam a origem do número de 1 a 10 através de símbolos criados pelos povos milenares, bem como, os fenícios, hebreus, egípcios e romanos e, apresentam ainda, a adição, subtração multiplicação e divisão, e um livro de minicurso de geometria aborda a ideia de simetria, a área do círculo, do trapézio isósceles, o Teorema de Pitágoras e o volume da pirâmide. Ambos com propostas para o ensino de matemática, totalizando em três livros da história para o ensino da matemática, cujo livros podem ser utilizado em sala de aula.

No VI SNHM, foram identificados três livros de minicurso que tratam do tópico de aritmética em que apresenta as ideias iniciais de logaritmos, sistemas de numeração, medidas, razão e proporção, um livro de minicurso de geometria que aborda o assunto teoria dos gráficos e um livro de minicurso de trigonometria que trata de medidas de graus, relações de semelhanças entre triângulos retângulos, totalizando em cinco livros de minicurso da história para o ensino da matemática que pode servir de apoio didático para o professor que ensina essa disciplina.

Em relação ao VII SNHM, foi identificado um livro de minicurso que aborda o tópico de aritmética e trata sobre a história dos números, sistema de numeração e dois livros de minicurso de álgebra, cujos livros tratam de equações algébricas. Ambos foram elaborados com propostas para o ensino de matemática que podem ser utilizados em sala de aula.

No VIII SNHM, identificamos um livro de aritmética em que trata da adição, multiplicação, divisão, potenciação, expressões numéricas, proporcionalidade e números inteiros, dois livros de minicurso de álgebra, que tratam da equação do 1º grau, equação do 2º grau, equação do 3º grau, equação do 4º grau, três livros de minicurso de geometria, abordam topologia, polígonos, grafo, aresta, ordem, segmentos de reta, combinação e planificação de sólidos, e um livro de minicurso de trigonometria infere sobre a circunferência do círculo e a tabela trigonométrica. Totalizando em sete livros de minicurso com propostas para o ensino de matemática que pode servir de apoio didático em sala de aula.

No IX SNHM, foram identificados um livro de minicurso de álgebra em que trata de análise combinatória e três livros de minicurso de geometria, tratam de áreas figuras

planas, geometria dinâmica e geometria analítica plana. Totalizando em quatro livros da história para o ensino da matemática.

Com relação ao X SNHM, não houve livros de minicurso com propostas para o ensino de matemática. Portanto, não foi possível identificar os referidos livros na dimensão especificada. O XI SNHM, foi identificado um livro minicurso que trata de áreas de figuras planas, do qual apresenta propostas didáticas para o ensino da matemática.

No XII SNHM, dois livros de minicurso que abordam o tópico de aritmética do qual tratam da adição, subtração, multiplicação e divisão, do sistema métrico decimal, e sistema de numeração, dois livros de minicurso do tópico de álgebra tratam da função afim e integral, e um livro de minicurso de geometria aborda área de figuras planas, totalizando em cinco livros de minicurso da história para o ensino da matemática que servem de apoio didático para o professor de matemática.

O quadro 5 apresenta os livros de minicursos nas subdimensões da história para o ensino da matemática, como, aqueles dos quais tratam de propostas concretas para a sala de aula, os que abordam possíveis orientações para o ensino dessa disciplina e aqueles que abordam propostas pedagógicas para o professor.

Quadro 5: Livros de Minicursos nas Subdimensões da História para o Ensino da Matemática

Propostas didáticas concretas para sala de aula	Possíveis orientações para o ensino	Propostas pedagógicas para o professor	Total
11	8	13	33

Fonte: Elaboração própria dos autores

Do total de 33 livros de minicursos da história para o ensino da matemática, identificamos onze produções, das quais apresentam propostas concretas para a sala de aula. São livros de minicursos que contém propostas de atividades a partir de fragmentos históricos que favoreça o aprendizado dos alunos. Nesse sentido essas produções podem ser utilizadas exclusivamente como recurso didático.

Oito dessas produções abordam possíveis orientações para o ensino. Apresenta maneiras de como o professor deverá abordar atividades históricas para

ensinar matemática e romper com os obstáculos epistemológicos e metodológicos que se tem presenciado no contexto escolar. Nesse sentido, com as possíveis orientações dessas produções, possa contribuir para a instrumentalização no ensino de matemática e um ambiente de aprendizagem mais significativo.

Por fim, identificamos ainda, treze produções das quais apresentam propostas pedagógicas para o professor, como a prática com projetos de pesquisa utilizando aspectos históricos da matemática. Outrossim, apresentam o desenvolvimento conceitual de tópicos da matemática ao longo da história e a maneira como o professor poderá bifurcar esses conceitos em suas práticas pedagógicas para ensinar matemática.

5. REFLEXÕES FINAIS

A pesquisa permitiu a realização da classificação dos 101 livros de minicurso dos SNHM nas dimensões História e Epistemologia da Matemática, História para o Ensino da Matemática, História da Educação Matemática e Filosofia da Matemática, e a identificação das produções da História para o Ensino da Matemática como componentes didáticos que podem servir de apoio para o professor que ensina matemática.

A história para o ensino da matemática é aquela que é favorável à sua inserção em sala de aula, refere-se às histórias no plural, pois estão conectadas, integradas ou mesmo tecidas em meio a outras histórias das mais diversas qualidades, sobre as produções de ideias matemáticas e suas materializações em múltiplas linguagens representativas e talvez também seja dessa multiplicidade que surge a característica plural dessas histórias. Se esquecemos ou desprezamos essa pluralidade (MENDES, p. 154, 2017)**.**

Outrossim, trouxe contribuições para a área, por demonstrar um panorama das produções publicadas de modo que ratifica a necessidade de elaborar livro de minicurso com propostas para o ensino da matemática e possibilita vislumbrar a forma como tem-se produzido livros de minicurso nesse campo de pesquisa. A classificação proporcionou evidenciar um crescimento não muito significativo referente as produções

que podem ser instrumentalizadas para apoio ao professor que na maioria das vezes as práticas de investigação históricas são ausentes em suas práticas pedagógicas.

Portanto, o número de produções apresentadas, sobre dimensão História para o Ensino da Matemática está em um crescimento relativamente gradativo, o que de fato, essas produções devem ser crescentes, visto que a intencionalidade sobre a elaboração dessas produções é de preconizar materiais que sirvam como ferramental didática para que possa ser útil para o professor no contexto escolar, no intuito de que sirva de apoio ao professor que, na maioria das vezes se limita ao livro didático. Essa classificação colocou em destaque, ainda, a necessidade de elaborar livros de minicurso com propostas didáticas que efetivamente possa reverberar para a sala de aula. Outrossim, que se possa refletir para que as produções sejam repensadas e elaboradas com a finalidade didática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARROS, R. J. A. do R.; MENDES, I. A. Dissertações e teses em História e Epistemologia da Matemática: contribuições para a abordagem da Geometria Espacial no Ensino Médio. *Principia*, João Pessoa, n. 37, p. 139 – 150, 2017.

MENDES, I. A. *Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil*: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010. Relatório de Pesquisa (Bolsa produtividade CNPq). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

MENDES, I. A. História da Matemática no Ensino: Entre trajetórias profissionais, epistemológicas e pesquisas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

MENDES, I. A. *História para o Ensino de Matemática na Formação de Professores e na Educação Básica:* uma Análise da Produção Brasileira (1997 - 2017). UFPA: Projeto de pesquisa. Belém, 2018.

Mendes, Iran Abreu. HISTÓRIA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA REINVENÇÃO DIDÁTICA PARA A SALA DE AULA. Revista COCAR, Belém, Edição Especial N.3, p. 145 a 166 – Jan./Jul. 2017.

SÁNCHEZ GAMBOA, Silvio Ancisar. Pesquisa em Educaçao: Métodos e Epistemologias. 2. ed. – Chapecó: Argos, 2012.

ISSN 2236-4102

DESIGUALDADES E SUA APRESENTAÇÃO NO LIVRO DO MATEMÁTICO Soviético Pavel Petrovich Korovkin

Rubens Vilhena Fonseca [404]
Rosineide de Sousa Jucá [405]
Gilson Juarez Silva dos Santos Junior [406]

RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo apresentar o conteúdo de desigualdade do livro do Matemático Soviético Pavel Petrovich Korovkin (1913 - 1985), que circulou na União Soviética na época do Movimento da Matemática Moderna. O livro escolhido faz parte da famosa coleção *Lições populares de matemática* que circulou no período de 1960 e 1970. O livro analisado aborda o conteúdo de desigualdades que teve sua importância no ensino devido sua aplicação em outras áreas da matemática, assim como em outras áreas de conhecimento. A metodologia de pesquisa escolhida foi a Bibliográfica e Documental devido ser a mais apropriada para o tipo de trabalho que nos propusemos a realizar. Assim ao analisar o livro de Petrovich Korovkin percebemos que o conteúdo de desigualdades era abordado de forma dedutiva em que o autor apresenta os temas envolvidos, algumas desigualdades notáveis seguidas de suas definições, demonstrações e algumas teoremas que sustentam as ideias dos conteúdos, a importância e as aplicações em problemas, após isso exercícios resolvidos como exemplos e exercícios propostos de cada conteúdo, trazendo ao fim do livro suas soluções.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino da Matemática. Matemática Moderna. Conteúdo de Desigualdade.

[404] Universidade do Estado do Pará (UEPA). rubens.vilhena@uepa.br
[405] Universidade do Estado do Pará (UEPA). rosejuca@gmail.com
[406] Universidade do Estado do Pará (UEPA). gilsonlhp1910@gmail.com

INTRODUÇÃO

O Movimento da Matemática Moderna – MMM foi um movimento Internacional de modernização do Ensino da Matemática que iniciou na Europa no início do século XX e que teve como principal representante o Matemático Alemão Félix Klein (1849-1925). Para Miorim (1998), esse movimento tinha por objetivo modernizar a matemática que vinha sendo ensinada nas escolas do ensino secundário, pois havia um descompasso entre o que se produzia e ensinava nas Universidades da Europa e o que se ensinava nas escolas secundárias. Enquanto a Universidade ensinava os últimos progressos da matemática, ou seja, a Matemática Superior, nas escolas secundárias continuavam a ensinar a geometria grega, a álgebra elementar o cálculo aritmético. Assim as Universidades que preparavam os professores de matemática ofereciam um ensino restrito ás matemáticas superiores. Pouca ou nenhuma atenção era dada à formação especifica para o ensino dessa disciplina. (MIORIM, 1998, p. 61)

Para Duarte (2007), o período do MMM foi marcado por uma profunda renovação do ensino, colocando-o em destaque na história do ensino da matemática do século XX, esse movimento de renovação ocorreu em vários países como: França, Alemanha, Itália, Estados Unidos e União Soviética.

Na União Soviética ocorreram debates semelhantes ao movimento da reforma curricular ocorridos nos anos 60 nos Estados Unidos, assim estudiosos soviéticos, sob a liderança do eminente Matemático Soviético Andrei Kolmogoroff (1903-1987), redesenharam os currículos de matemática, produzindo novos currículos e livros didáticos para uso nas escolas soviéticas. (ROMBERG, 1984, p. 247)

Neste contexto, este trabalho tem por objetivo apresentar o conteúdo de desigualdade do livro do Matemático Soviético Pavel Petrovich Korovkin (1913 - 1985), que circulou na União Soviética na época do Movimento da Matemática Moderna. O livro de Petrovich Korovkin foi publicado pela editora Mir, em 1976 e faz parte da famosa coleção *Lições populares de matemática* que se fez presente em parte da história do ensino das matemáticas feitas pelos soviéticos nas décadas de 70 e 80. O livro analisado aborda o conteúdo de desigualdades, tal conteúdo apresenta relevância até os dias de hoje, pois aparece em diversas disciplinas dos cursos de graduação, tais

quais: análise real, estatística, probabilidade, geometria analítica, além de sua aplicação ser utilizada em outras áreas de conhecimento.

Assim a relevância deste trabalho se justifica pela contribuição que o mesmo apresenta para a construção da História do Ensino de matemática, assim como na formação do professor de matemática, pois a análise de livros antigos nos permite conhecer como alguns conteúdos de matemática eram abordados nas escolas em épocas passadas e como os mesmos sofreram transformações em sua abordagem ao longo do tempo.

2. O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA NA UNIÃO SOVIÉTICA

Nos anos de 60 a 70 surgiu uma necessidade de discutir o ensino de matemática, decorrendo daí uma vasta discussão entre diferentes países, esse período foi marcado, segundo Duarte (2007), como um momento de profunda renovação do ensino da matemática. Pois a intensificação dos debates permitiu identificar diferentes análises em relação ao ensino de matemática. Assim muitos encontros Internacionais foram realizados com a participação de vários países do mundo inteiro.

> Em 1914 tem-se o Primeiro Movimento Internacional para a "Modernização" do Ensino de Matemática - iniciada em 1908 - e tinha como um de seus objetivos a diminuição do descompasso existente entre os estudos científicos e tecnológicos e o ensino de Matemática desenvolvido nas escolas secundárias, as únicas que davam acesso à universidade (DIAS, 2008, p. 2).

Na opinião de Miorim (1998), a matemática ensinada nas escolas secundárias, pouco contribuía para o trabalho desenvolvido nas Universidade, uma vez que o jovem estudante encontrava uma situação problemática ao iniciar seus estudos universitários, pois estes não recordavam nada das coisas que até então o tinham ocupado. Por outro lado, ao completar seus estudos universitários, o professor recém-formado não conseguia estabelecer nenhuma relação entre a matemática estudada na Universidade e aquela que era exigida na escola secundária. (MIORIM, 1998, p. 60)

Por conta dessa situação desde os finais do século XIX, começaram a surgir em diferentes países movimentos de renovação para o ensino de matemática das escolas secundárias, algumas vezes dentro de propostas mais amplas de mudanças dos vários níveis educacionais, exigidas, especialmente, pelo crescimento da indústria, pelos avanços científicos e tecnológicos e pela ampliação da oferta de ensino, outras vezes, como propostas especificas para o ensino de matemática. (MIORIM, 1998, p. 61)

Neste sentido, com uma série de inovações, mudanças e transformações o processo de institucionalização da matemática moderna iniciou-se por meio de um grupo de matemáticos do século XIX. Essa série de processos de inovações, mudanças e transformação afetaram de maneira geral os diversos aspectos constitutivos da matemática até então praticada, desde o seu corpo profissional, até os seus fundamentos epistemológicos e metodológicos, passando pela organização e estruturação das suas subáreas, com notáveis repercussões nos resultados da produção e reprodução do conhecimento matemático (STRUIK, 2004 apud Dias, 2008, p. 4).

Dentre os diversos países que se motivaram a discutir sobre a modernização do ensino de matemática destacamos a União Soviética (URSS). A reforma de modernização na URSS era necessária, pois segundo Duarte (2007), os programas de ensino de Matemática na URSS não tiveram grandes modificações durante anos, pois os soviéticos utilizaram o livro *Geometria* do matemático soviético Andrei Petrovich Kiselyov (1852 – 1940), publicado em 1892, por mais de 70 anos. Somente nos anos 1970, uma mudança radical nos programas do ensino secundário foi realizada, tendo como um de seus objetivos a reorganização do ensino de matemática para acompanhar a evolução da Matemática Moderna. Segundo Romberg (1984), “o foco da primeira reforma curricular foi aumentar o aprendizado teórico e conceitual nas escolas, integrar o conhecimento factual encontrado no currículo tradicional com o conhecimento teórico”.

Assim em 1964 uma comissão da Academia de Ciências e das Ciências Pedagógicas da URSS reuniram se para definir os conteúdos do ensino escolar, ficando o Matemático Soviético Andrei Kolmorogov (1903-1987), à direção da subcomissão de Matemática. Assim um grupo formado por matemáticos profissionais,

professores, pedagogos reuniram se por três meses para preparar um projeto de Reforma que foi discutido e redigido em 1967, sendo implementado por etapas nos anos de 1970 a 1971. (DUARTE, 2007, P. 107)

Este novo programa de Reforma da Matemática tinha três princípios cujo o primeiro era garantir que a Educação geral de cada aluno seria adequada para orientação profissional a partir de novos conceitos e métodos adequados a mudanças tecnológicas; o segundo era que conteúdo desse mais alcance aos aspectos aplicados da matemática em que revelasse o papel e o potencial da matemática na descrição e investigação de fenômenos do mundo real, e deve fomentar no estudante uma visão de mundo materialista; e o terceiro conteúdo deve aumentar o nível científico do currículo. (CHERNYSHEVA e DEMIDOVA, 1979 APUD ROMBERG,1984, p. 4)

A estrutura do curso de matemática do ensino secundário foi modificada por completo e com os novos conteúdos introduzidos, a intenção é que ela passaria a formar um conjunto unificado:

> Da 1ª à 5ª série, onde foram introduzidos elementos de Álgebra (números negativos, notação literal, equações lineares, noções mais simples sobre conjuntos e operações sobre conjuntos). Da 6ª à 8ª série dava início ao curso de Álgebra e geometria, sendo que na 9ª e 10ª série, juntamente com a Álgebra, era introduzida a Análise. Em Álgebra, foram introduzidas noções de aplicação e função numérica (DUARTE, 2007, p.107).

No ensino de Geometria também ocorreram mudanças, as noções eram aprofundadas e demonstradas em séries superiores e a apresentação era fundamentada na Teoria dos Conjuntos.

Kolmogorov sempre teve uma ideia muito clara quanto ao rigor que deveria ser usado no currículo escolar, como aponta Karp (2010, p 113-114):

> Kolmogorov em sua entrevista para o jornal Izvestiya (The News) ele afirmou que quer “eliminar a distinção entre os métodos 'rigorosos' dos matemáticos puros e os métodos 'não rigorosos' da razão pura empregados por matemáticos, físicos e engenheiros aplicados. Ele queria que seus alunos se tornassem tão familiarizados com os conceitos matemáticos avançados que os usariam tão livremente quanto usam outras noções diárias de senso comum.

O projeto inicial continha outros conteúdos como noções de grupos, anéis e corpos, elementos de cálculo, probabilidade e números complexos que depois foram

abandonas. Conscientes da dificuldade que apresentava tal programa para a maioria dos alunos, os autores da reforma propuseram tornar facultativo parte do curso de matemática. Além disso, cientes da necessidade dos professores em aprender o novo método, os reformadores igualmente atacaram a formação profissional dos professores (PETROVA, 1996 APUD DUARTE, 2007, p.108).

Em meados dos anos 1970 apareceram críticas fazendo oposição os manuais redigidos com base nos programas de Kolmogorov.

> Essas críticas estavam ligadas, em grande medida, à linguagem matemática, que foi julgada excessivamente formalizada, recheada de definições abstratas e pouco compreensíveis, muito além do conteúdo real; um número de noções e propriedades foram suprimidas no curso de Geometria e o tempo dedicado à resolução de problemas clássicos havia sido reduzido (PETROVA, 1996 apud Duarte, 2007, p.108).

Após essas críticas, o Ministro da Educação foi orientado a revisar imediatamente os conteúdos dos programas de matemática, isso levou três projetos e à discussão no início de 1979. Segundo Duarte (ibidem):

> Segundo Petrova (1996), a análise desses programas mostrou que eles diferem daquele de Kolmogorov, mais pelo conteúdo do que pela maneira de tratar os temas. Desse modo, o programa dos anos 1980, adotado depois do abandono da reforma de 1970, conservou ainda os principais elementos do programa de Kolmogorov (DUARTE, 2007, p. 108).

As dificuldades encontradas por alunos, professores e até mesmo os pais dos alunos em compreenderem a nova matemática levou ao colapso da matemática moderna na URSS, pois segundo Romberg (1984), em uma resolução adotada em uma reunião da Divisão de Matemática da Academia de Ciências da URSS, observou-se que os livros didáticos e os programas de matemática existentes não cumpriam os requisitos modernos para a formação matemática de alunos do secundário.

> No que diz respeito à matemática elementar, suas seções principais foram muito abreviadas e apresentadas em uma forma incompleta, não acompanhada de um número suficiente de exemplos e exercícios. Como resultado, os membros da Academia concluíram que muitos estudantes não possuíam as habilidades necessárias para realizar transformações algébricas, para resolver as equações e desigualdades mais simples; eles mostraram um conhecimento pobre de trigonometria e não foram capazes aplicar álgebra e trigonometria à solução de problemas geométricos. (ROMBERG, 1984, p. 248)

Apesar de todos os fracassos e inúmeras críticas, os efeitos da reforma de Kolmogorov perdurou por mais tempo que os efeitos da “Nova Matemática”, que foi desaparecendo na década de 1970, à medida que movimento de modificação da Educação estava perdendo a força, embora não desapareceu completamente.

Assim segundo Romberg (1984), os membros da academia, depois de examinar os livros didáticos “modernos” de matemática, decidiram que eles estavam um passo para trás na forma como a matemática era tratada, porque eles emasculam a essência do método matemático. Após essa análise outro currículo de matemática foi planejado, experimentado e, em seguida, implementado em 1982-1983. (ROMBERG, 1984, p. 248)

3. METODOLOGIA DE PESQUISA

Na realização deste trabalho optamos pela pesquisa bibliográfica e documental. Pois segundo Gil (2008), a pesquisa bibliográfica e documental é desenvolvida com base em materiais elaborados, constituído principalmente de livros e artigos científicos, no entanto a diferença entre as duas está na natureza das fontes. Enquanto a pesquisa bibliográfica se utiliza fundamentalmente nas contribuições dos diversos autores sobre determinado assunto, a pesquisa documental vale-se de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico. (GIL, 2008, p. 44). Assim nosso interesse neste trabalho é apresentar o livro de Petrovich Korovkin que circulou nas escolas da URSS em tempos da Matemática Moderna e que aborda o conteúdo de desigualdades

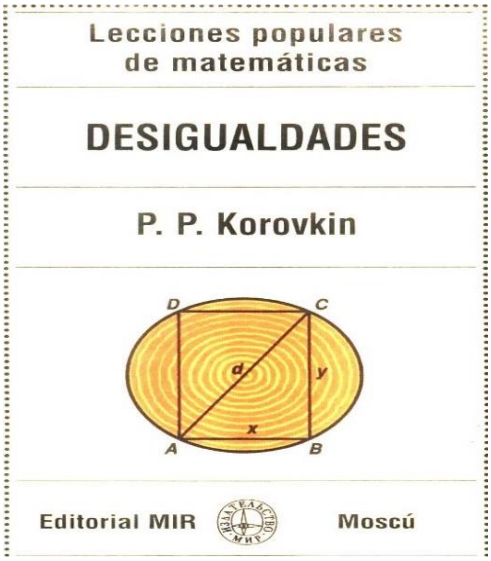
4. O LIVRO DO MATEMÁTICO SOVIÉTICO PETROVICH KOROVKIN

Fundada em 1946 com o nome *" Editora literária estrangeiras"*, a editora de livros que viria a se torna a editora MIR, tinha por principal função traduzir livros estrangeiros em Russo. O objetivo de sua criação era dar à ciência nacional a possibilidade de conhecer as últimas conquistas da ciência mundial, e aos seus

colegas estrangeiros dar a conhecer as conquistas científicas na URSS. A editora Mir publicou muitos livros de Matemática, alguns deles pertenceram a uma coleção com 46 livros chamada *Lições Populares de Matemática*, que abrangem praticamente, todos os temas da Matemática, escrito por professores de Universidades da União Soviética, que apareceram e ganharam evidência novamente na Espanha em 1975. Escritos com um espírito informativo e voltadas para pessoas com uma preparação média em matemática devido a necessidades de diversos conhecimentos matemáticos. Estes livros abordavam conteúdos tais como: Sistemas de desigualdades lineares, álgebra superior, demonstrações em geometria, funções hiperbólicas, método de indução matemática, triângulo de Pascal, aplicações da mecânica, regras em construções geométricas, sistemas de numeração, divisão inexata, desigualdades. Esses são alguns dos temas dos livros da coleção *Lições Populares de Matemática.* E o tema desigualdade é do livro que nos propomos a apresentar.

O livro Desigualdades foi publicado em 1976 pelo autor Petrovich Korovkin, e era destinado a leitores que desejavam um aprofudamento maior no assunto. Tal livro circulou nas escolas da URSS em tempos de Matemática Moderna. A figura 1 mostra a capa do livro.

Figura 1 capa do livro



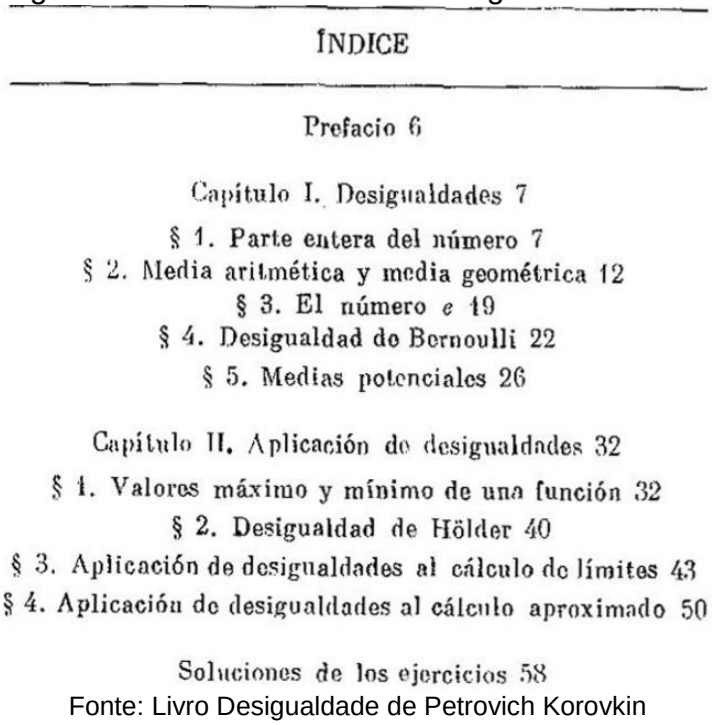
Fonte: http://www.elibros.cl/detalle/desigualdades/

O autor justifica a importância desse conteúdo com a seguinte colocação:

> A importância das desigualdades é que eles são aplicados em diferentes questões de ciência e tecnologia. A razão para isso é que só podemos encontrar valores aproximados e não exigir, das quantidades determinadas em um ou outro problema prático por exemplo, a distância até a lua, a velocidade da lua, etc. (KOROVKIN, 1976, p. 9).

O autor não tem o objetivo de expor as principais propriedades das desigualdades; apenas se destina a informar os estudantes de nível superior e do ensino secundário, algumas desigualdades notáveis que desempenham um papel importante em vários capítulos das matemáticas superiores e explicar como se aplicam as determinações dos valores máximos e mínimos de certas magnitudes. Assim o livro, por seu conteúdo, pode fornecer a base para um curso opcional nas classes mais avançadas do ensino secundário.

Figura 2 Prefácio do Livro de Desigualdade



ÍNDICE

Prefacio 6

Capítulo I. Desigualdades 7

§ 1. Parte entera del número 7
§ 2. Media aritmética y media geométrica 12
§ 3. El número e 19
§ 4. Desigualdad de Bernoulli 22
§ 5. Medias potenciales 26

Capítulo II. Aplicación de desigualdades 32

§ 1. Valores máximo y mínimo de una función 32
§ 2. Desigualdad de Hölder 40
§ 3. Aplicación de desigualdades al cálculo de límites 43
§ 4. Aplicación de desigualdades al cálculo aproximado 50

Soluciones de los ejercicios 58

Fonte: Livro Desigualdade de Petrovich Korovkin

O livro se encontra dividido em II capítulos, sendo que no capitulo I o autor expõe o conteúdo de desigualdades, ele inicia falando sobre a parte inteira de um número; Média Aritmética e Média Geométrica; O número e; Desigualdades Bernoulli;

Medias Potenciais; Valores máximo e mínimo de uma função; Desigualdades de Holder. No capítulo II o autor apresenta a aplicações das desigualdes na resolução de problemas envolvendo limites, séries e outras desigualdades. Inicia falando dos valores de máximo e mínimos de uma função, a desigualdade de Holder e para cálculo de limites e aplicação de desigualdades para cálculo aproximado.

Observamos que a linguagem utilizada para abordar os conteúdos é a linguagem formalista-estrutural, ou seja, o conteúdo é apresentado de forma dedutiva, com a exposição da definição, e em alguns casos Teoremas, seguidos das demonstrações. O tipo de abordagem presente no livro é característica da Matemática Moderna, com uma forte presença do rigor da linguagem matemática e uma abordagem internalista da matemática. Assim observamos uma ênfase no uso preciso da linguagem matemática, do rigor e das justificativas das transformações algébricas através das propriedades estruturais. A figura 3 mostra uma abordagem do conteúdo de desigualdade.

Figura 3 Primeiro conteúdo

§ 1. Parte entera del número

La parte entera del número x (designada por $[x]$) es el mayor número entero que no sobrepasa x.

De esta definición resulta que siempre $[x] \leqslant x$, pues la parte entera no sobrepasa x. Por otro lado, como $[x]$ es el mayor número entero que cumple esta desigualdad, tenemos que $[x] + 1 > x$.

Por lo tanto, $[x]$ es el número entero que cumple las desigualdades

$$[x] \leqslant x < [x] + 1.$$

Por ejemplo, de las desigualdades

$$3 < \pi < 4, \quad 5 < \frac{17}{3} < 6, \quad -2 < -\sqrt{2} < -1, \quad 5 = 5 < 6$$

resulta que

$$[\pi] = 3, \quad \left[\frac{17}{3}\right] = 5, \quad [-\sqrt{2}] = -2, \quad [5] = 5.$$

En los cálculos aproximados es muy importante saber determinar la parte entera de una magnitud. En efecto, si conocemos la parte entera de una magnitud x, podemos tomar $[x]$ ó $[x] + 1$ como valor aproximado de la magnitud x cometiendo un error que no pasa de la unidad, pues

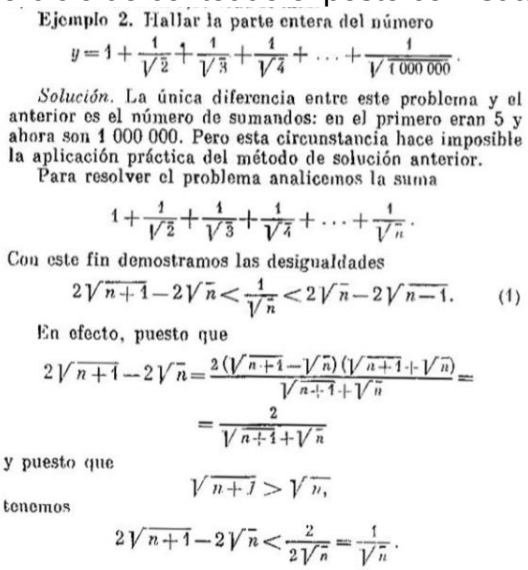
$$0 \leqslant x - [x] < [x] + 1 - [x] = 1,$$
$$0 < [x] + 1 - x \leqslant [x] + 1 - [x] = 1.$$

Fonte: Livro Desigualdade de Petrovich Korovkin

Os exercícios são apresentados com suas resoluções, ao final dos conteúdos, e servem como exemplos a serem seguidos, e após isso são propostos problemas para o aluno resolver. Os problemas propostos exploram apenas o contexto matemático e são do tipo “demonstre”, “encontre”, similar aos exercícios resolvidos utilizados como exemplos. Para resolver os problemas, o autor baseou-se exclusivamente nas propriedades de desigualdades e limites em nível mais elementar possível.

A figura 4 mostra um dos tipos de problemas exposto no livro.

Figura 4 Exercício do conteúdo exposto com sua resolução.



Ejemplo 2. Hallar la parte entera del número

$$y = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{1\,000\,000}}.$$

Solución. La única diferencia entre este problema y el anterior es el número de sumandos: en el primero eran 5 y ahora son 1 000 000. Pero esta circunstancia hace imposible la aplicación práctica del método de solución anterior.

Para resolver el problema analicemos la suma

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Con este fin demostramos las desigualdades

$$2\sqrt{n+1} - 2\sqrt{n} < \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n} - 2\sqrt{n-1}. \qquad (1)$$

En efecto, puesto que

$$2\sqrt{n+1} - 2\sqrt{n} = \frac{2(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$$

y puesto que

$$\sqrt{n+1} > \sqrt{n},$$

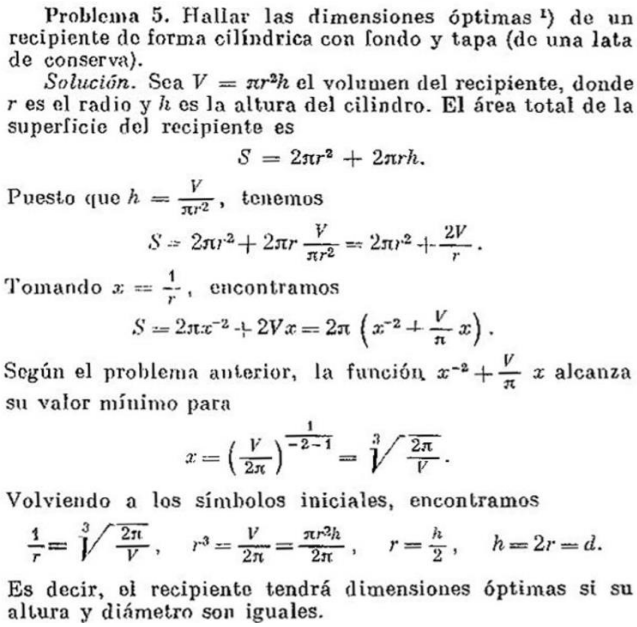
tenemos

$$2\sqrt{n+1} - 2\sqrt{n} < \frac{2}{2\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Fonte: Livro Desigualdade de Petrovich Korovkin

O autor faz a abordagem do conteúdo como por exemplo *A parte inteira de um número* trazendo sua definição logo em seguida traz um breve resultado ou uma “consequência” desta definição e as ideias complementares a ela, alguns exemplos triviais. O autor também dialoga com leitor sobre a importância de conhecer a parte inteira de um número para os cálculos aproximados e a determinação de qualquer grau de exatidão após isso traz alguns problemas como exercícios pedindo que seja encontrado a parte inteira de um determinado número. Para o segundo conteúdo denominado *Média aritmética e Média geométrica* o autor traz uma rápida definição, um teorema e sua demonstração em seguida os casos e fatores que podem ocorrer nos problemas, os exercícios resolvidos como exemplo e os propostos para o leitor. Já no terceiro Conteúdo o autor traz a importância do conteúdo, uma série de problemas

para só então trazer a definição. Quanto ao II capitulo do livro que traz as aplicações em diferentes problemas práticos como encontrar volumes, comprimentos a partir dos máximos e mínimos de função outras aplicações como em cálculos de aproximação de magnitudes, erros de aproximação e aplicações com cálculos de limites entre outras aplicações dentro de problemas com contextos matemáticos com algumas situações mais práticas. Como podemos observar na figura 5 uma aplicação das desigualdades:



Problema 5. Hallar las dimensiones óptimas [1]) de un recipiente de forma cilíndrica con fondo y tapa (de una lata de conserva).

Solución. Sea $V = \pi r^2 h$ el volumen del recipiente, donde r es el radio y h es la altura del cilindro. El área total de la superficie del recipiente es

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r h.$$

Puesto que $h = \frac{V}{\pi r^2}$, tenemos

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r \frac{V}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}.$$

Tomando $x = \frac{1}{r}$, encontramos

$$S = 2\pi x^{-2} + 2Vx = 2\pi \left(x^{-2} + \frac{V}{\pi} x \right).$$

Según el problema anterior, la función $x^{-2} + \frac{V}{\pi} x$ alcanza su valor mínimo para

$$x = \left(\frac{V}{2\pi} \right)^{\frac{1}{-2-1}} = \sqrt[3]{\frac{2\pi}{V}}.$$

Volviendo a los símbolos iniciales, encontramos

$$\frac{1}{r} = \sqrt[3]{\frac{2\pi}{V}}, \quad r^3 = \frac{V}{2\pi} = \frac{\pi r^2 h}{2\pi}, \quad r = \frac{h}{2}, \quad h = 2r = d.$$

Es decir, el recipiente tendrá dimensiones óptimas si su altura y diámetro son iguales.

Fonte: Livro Desigualdade de Petrovich Korovkin

De maneira geral e os demais conteúdos são abordados com as mesmas ideias dos anteriores com ênfase em suas aplicações e problemas o segundo capitulo já traz diversos problemas com uso das aplicações de valores máximos e mínimos, cálculos aproximados, desigualdade de Holder e aplicações com cálculo de limite. No que se refere aos exercícios seguem as mesmas ideias que os primeiros de demonstração e encontrar determinados valores, contudo os exercícios exigem um pouco mais de conhecimento de outros conteúdos da matemática.

Ao todo o livro contém 63 problemas; 35 deles, acompanhados de sua solução detalhada. Eles constituem o conteúdo fundamental do livro; os restantes aparecem sob a forma de exercícios. O leitor poderá encontrar as soluções dos exercícios propostos no final do livro.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho tinha por objetivo apresentar o conteúdo de desigualdade do livro do Matemático Soviético Pavel Petrovich Korovkin (1913-1985), que circulou na URSS na época do Movimento da Matemática Moderna.

O autor abordava os conteúdos de uma maneira dedutiva e bem formalista e sempre dentro do contexto matemático, seus exercícios propostos seguiam as ideias de demonstrações em alguns casos sustentado com demonstrações e também o livro tem problemas práticos matemáticos especialmente em suas aplicações com problemas práticos de contexto matemático, contemplando assim ideias e proposta que circulava durante o movimento da matemática.

Outras considerações acerca deste trabalho são a partir de observação das análises quanto ao tipo de abordagem utilizada na época, em que essas abordagens seguia as modificações dos programas de ensino e da que se era proposto durante o período da matemática moderna e como sofreram diversas mudanças o ensino, pois além de mudar os currículos pertencentes a escola na época, o MMM também trabalhou nas formações de professores.

Este trabalho traz contribuições para a formação inicial dos professores, não apenas referentes a importância da História do ensino da matemática na constituição profissional desse professor, mas também para que o mesmo reflita sobre as transformações que um conteúdo de matemática sofre no decorrer do tempo na sua forma de abordagem justificando a utilização do mesmo na sociedade.

REFERÊNCIAS

BERGER, P. L., LUCKMANN, T. **A construção social da realidade: tratado de sociologia do conhecimento.** Petrópolis: Vozes, 1976.

DIAS, A.L. M. **O movimento da matemática moderna: uma rede internacional científica-pedagógica no período da guerra fria.** Artigo. Rio de Janeiro, 2008.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

Karp, Alexander e Bruce R. Vogeli. **Educação Matemática Russa: História e Significância Mundial.** Publicação Científica Mundial. Nova Jérsia, 2010, p. 113 – 134.

KOROVKIN, P. P. **Desigualdade**: lições populares de matemática. Moscou: Editora: Mir, 1976.

MIORIM, M. A. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Editora Atual, 1998

ROMBERG, T. A. Reformas do Currículo da Matemática Escolar Soviética. **Contemporary Educational Psychology** n.9, 246-253. Universidade de Wisconsin, 1984

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

HISTÓRIA COMO MEDIADORA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ensino e a aprendizagem de funções

Jessica Alves Ribeiro[407]
João Pedro Marques Oliveira[408]
Luciano Feliciano de Lima[409]

RESUMO

Denomina-se a matemática como uma disciplina que pode contribuir para a formação de cidadãos críticos e participativos. Ela pode viabilizar a inserção do sujeito na sociedade assim como lhe possibilitar o desenvolvimento de uma criticidade. Esta criticidade envolve a habilidade para aplicar números e gráficos às situações da vida, incluindo a competência para refletir e reconsiderar sobre a aplicabilidade e a confiabilidade destas aplicações. Esta é a orientação que fundamentou o trabalho sobre a função polinomial do primeiro grau com estudantes do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública estadual, e de período integral, na cidade de Goiás/GO. No presente artigo busca-se refletir a importância da historia no contexto escolar ecomo pode ser trabalhada na sala de aula de matemática como fonte de incentivo e, consequentemente, como motivação para o envolvimento dos alunos na aprendizagem da matemática. Para isto, apresenta-se um contexto histórico que aborde historicamente a gênese do conceito de função e sua importância no desenvolvimento da matemática.

Palavras-chave: Abordagem Dialógica e Investigativa. Educação Matemática. História na Educação Matemática. Funções polinomiais.

[407] Licencianda em Matemática pela Universidade Estadual de Goiás campus Cora Coralina (UEG). Bolsista de Iniciação Cientifica. Jessica.tbf@hotmail.com.
[408] Licenciando em Matemática pela Universidade Estadual de Goiás campus Cora Coralina (UEG). Joaopedro.mat.go@gmail.com
[409] Doutor em Educação Matemática pela Unesp de Rio Claro/SP. Professor coordenador do Pibid de Matemática da Universidade Estadual de Goiás campus Cora Coralina (UEG). 7lucianolima@gmail.com .

INTRODUÇÃO

Literatura em educação matemática tem centrado seus interesses na aprendizagem dos alunos e em outras abordagens pedagógicas do professor. Em relação a isto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) sugerem que o professor viabilize ambientes de aprendizagem para o aluno ser ativo em seu processo de aprendizagem. Assim, o professor poderia desenvolver sua prática pedagógica por meio da resolução de problemas, com a utilização da história da matemática, de tecnologias da informação e de jogos. A sala de aula, organizada desta maneira, permitiria maior interação do professor com os alunos e dos alunos entre si. Criando caminhos para uma produção ativa dos alunos, na sala de aula, entendida como uma forma de fazer matemática.

O processo dos alunos de produzir seus conhecimentos, na sala de aula, por meio desse fazer matemático é uma maneira de promover um ambiente educativo para além de teorias, definições, exemplos de aplicação e exercícios de fixação. Nesse sentido, pretendemos destacar a história da matemática como um meio que contribui para os alunos perceberem essa ciência como uma produção humana. De acordo com Miguel e Miorim (2011) das críticas ao Movimento da Matemática Moderna, na década de 1980, derivou o movimento em torno da história da matemática.Dentre eles há o campo de pesquisa da história na educação matemática que reflete sobre

> [...] problemas relativos às inserções efetivas da história na formação inicial ou continuada de professores de matemática; na formação matemática de estudantes de quaisquer níveis; em livros de matemática destinados a ensino em qualquer nível e época; em programas ou propostas curriculares oficiais de ensino da matemática; na investigação em educação matemática, etc. (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 11).

Os interesses em história na educação matemática têm a ver com uma consideração “quase unânime, entre os pesquisadores em educação matemática, acerca da importância da perspectiva histórica e da sua fundamentação epistemológica na formação científica” (VALDÉS, 2006, p. 15).

Para nós, o estudo histórico da produção de determinados conteúdos matemáticos pode contribuir com sua compreensão porque estimula os alunos a refletir

sobre o que motivou o desenvolvimento dos mesmos. Afinal, “a recuperação do processo histórico de construção do conhecimento matemático pode se tornar um importante elemento de contextualização” (BRASIL, 2006, p. 86). Para D’Ambrósio (2009, p. 29) “a história vem aparecendo como um elemento motivador de grande importância”, pois com ela é possível compreender a produção, o desenvolvimento e a utilização de teorias e práticas em outros contextos e em outras épocas.

A história da matemática, para além de ser abordada como assunto específico pode contribuir com o desenvolvimento de atitudes mais positivas em relação ao conhecimento matemático. Pode mostrar, por exemplo, que o desenvolvimento desta ciência demandou muito envolvimento e perseverança para produzir soluções aos problemas estudados. Assim, em sala de aula, os alunos poderiam perceber que para a aprendizagem e para a produção do conhecimento matemático é necessária uma participação ativa no processo.

Consideramos importante que os alunos percebam a matemática como uma ciência exata, mas que se relaciona com o contexto histórico e social. O entendimento de que “dentre as inúmeras técnicas criadas [pelos seres humanos], a matemática é apenas uma delas, desenvolvida a partir das culturas ao redor do Mediterrâneo” (D’AMBROSIO, 2012, p. 119) é relevante para a formação de futuros cidadãos como sujeitos críticos. Assim, o desenvolvimento da matemática poderia ser visto, e entendido, pelos alunos, como mais uma produção humana.

Para Miguel e Miorim (2005) a história na educação matemática também pode auxiliar o professor a compreender possíveis obstáculos enfrentados pelos alunos no entendimento de determinado conteúdo. Lorenzato (2008, p. 107), considera que a utilização da história pode tornar as aulas de matemática mais compreensíveis aos alunos, pois “esta mostra que a matemática surgiu aos poucos, com aproximações, ensaios e erros, não na forma de adivinhação, nem completa ou inteira. Quase todo pensamento matemático se deu por necessidade do homem, diante do contexto da época”.

Interpretar o contexto é fundamental para o desenvolvimento de sujeitos críticos. Skovsmose (2008) evidencia isso ao refletir sobre a noção de educação matemática crítica. Ele conta de sua estada na África do Sul, em 1994, quando se envolveu em um

projeto de educação matemática, logo após o apartheid, que durou seis anos. Buscando compreender o sentido da democracia e da justiça social, naquele contexto, ele se atenta à necessidade de reformular e recriar sua compreensão de educação matemática crítica porque, em suas palavras: “Estava claro para mim que a noção de educação matemática crítica, que em grande parte fora formulada em contexto europeu, não teria a menor validade ali.” (SKOVSMOSE, 2008).

O professor Ubiratan D’Ambrósio (1996) enuncia quatro pontos para argumentar sobre as finalidades da história da matemática na sala de aula de matemática: 1) Para situar a matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução; 2) Para mostrar que a matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de matemática desenvolvidas pela humanidade; 3) Para destacar que essa matemática teve sua origem nas culturas da antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos com um estilo próprio; 4) E desde então foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas e se tornou indispensável em todo o mundo em conseqüência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico.

Compreender este processo histórico, contextualizando-o com o momento atual, pode contribuir com a formação de sujeitos críticos e participativos, ou seja, de cidadãos preocupados com a diminuição de desigualdades sociais. Nesse sentido, entendemos, com Bordignon e Gracindo (2001), o cidadão como um sujeito que se apropria das informações, da ciência e da tecnologia visando produzir conhecimentos. Alguém capaz de refletir sobre as informações recebidas, analisá-las e expor seu ponto de vista por meio de argumentação consistente, embasada em conhecimento teórico. Para formar sujeitos críticos é importante que a escola promova um ambiente que promova a produção “do saber e da cultura, do prazer e da sensibilidade, desenvolvendo capacidades técnicas, políticas e humanas, que tornem os alunos: capazes de aprender; competentes técnicas e politicamente; éticos; autônomos e emancipados” (BORDIGNON; GRACINDO, 2001, p. 158).

Neste artigo queremos destacar a contribuição da história na educação matemática visando à explicação de porquês referentes aos conteúdos matemáticos. Mais especificamente, nos concentraremos em refletir, por meio da história da matemática, o porquê do desenvolvimento do conceito de função.

POR QUE ESTUDAR FUNÇÃO?

O conceito de função, não raro, é relacionado a uma associação limitada durante o ensino e a aprendizagem da matemática. Professores e alunos o entendem de maneira utilitarista, consolidando o termo função com, por exemplo, função afim, função quadrática, função exponencial, função logarítmica, dentre outras. A compreensão do conceito é deixada de lado em detrimento do "ganho intelectual potencial desse aprendizado e das possibilidades de extrapolar esses conhecimentos no cotidiano" (MACIEL; CARDOSO, 2014).

Ao se trabalhar com uma abordagem pretende-se que os alunos tenham maturidade de compreender o conteúdo de forma saberem se posicionarem diante de questões feitas pelo professor regente, usando como exemplo o conteúdo de função onde através do contexto histórico usar autores e fontes literárias para melhorar a compreensão desses sujeitos de aprendizado.

Braga(2006)considera que o processo de inserção de função e dos demais conteúdos da disciplina que entendemos hoje como a matemática do secundário foi concretizada no ano letivo de 1929. Segundo este autor, a matemática surge como uma nova disciplina escolar do ensino brasileiro que resultou da junção de três disciplinas independentes, que foram: aritmética, álgebra e geometria. Esta função foi criada a partir da referencia internacional, tendo como epicentro as idéias do renomado matemático prussiano Felix Klein, sendo assim proposta a renovação no nível de ensino. A transformação estrutural da nossa matemática escolar ocorreu em1931, e teve como referência a reforma educacional ampla, conhecida como reforma Francisco Campos.

O conceito de função evoluiu historicamente, por meio de diversas contribuições, foram necessários anos e anos de aprimoramentos e modificações para se chegar ao que temos hoje.A figura 1, extraída do texto de Vazquez, Rey e Boubée (2008), apresenta o entendimento sobre função no decorrer dos anos.

Quadro 2 – Definições de funções ao longo dos séculos.

Época	Definição
Século XVII	Qualquer relação entre variáveis
	Uma quantidade obtida de outras quantidades mediante operações algébricas ou qualquer outra operação imaginável.
	Qualquer quantidade que varia de um ponto a outro em uma curva.
	Quantidades formadas usando expressões algébricas e transcendentais de variáveis e constantes.
Século XVIII	Quantidades que dependem de uma variável.
	Função de algumas variáveis, como quantidade, que é composta, de alguma forma, de variáveis e constantes.
	Qualquer expressão útil para calcular.
Século XIX	Correspondência entre variáveis.
	Correspondência entre um conjunto A e os números reais.
	Correspondência entre os conjuntos.

Quadro 1- Definições de funções ao longo dos séculos
Fonte: (VAZQUEZ, REY & BOUBÉE, 2008)

*O quadro 1*apresenta, de forma simplificada as definições e os conceitos das funções que passaram por modificações ao longo dos séculos. Estas transformações ocorreram devido às necessidades de cada época. De acordo com Maciel (2011) citando (SOUZA; MARIANI, 2005) a história do conceito de função pode ser dividida em três etapas: i) antiguidade: momento em que a noção de função aparece como uma dependência de valores de forma intuitiva; ii) idade média: período em que a noção de função relaciona-se com representações geométricas e mecânicas; iii) idade moderna: o conceito de função passa a ser representado por expressões analíticas. Conforme Abbagnano (2012, p. 548)

> No final do século XVI, o grupo de matemáticos ao qual pertencia Leibniz [...] inferiu do significado de relação o conceito matemático de função, mas a primeira tentativa de defini-lo foi feita por Johann Bernouilli em 1718. Hoje em dia, as definições que os matemáticos dão desse conceito de função variam muito, mas em geral podemos dizer que se trata de uma regra que une variações de certo termo ou de um grupo de termos com as variações de outro termo ou grupo de termos. Na função distingue-se a variável dependente [...] e as variáveis independentes.

Ao refletirmos sobre a evolução do conceito de função levamos em conta à importância de planejarmos atividades que fizessem referência a relação entre variáveis dependentes e independentes. Entendemos que isto seria relevante para os alunos construírem gradativamente o conceito de função, pois entendemos com D'Ambrósio (1999, p.97) de que "um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular Educação Matemática é desvincular a Matemática das outras atividades humanas". Concordando com ele entendemos que à história da matemática tem como uma das suas principais funções dar sentido e explicar o porquê da formação dos conteúdos e desta forma levar o aluno por meio de investigação a relacioná-lo com seu cotidiano. Sabe-se que através dos estudos sobre a construção histórica dos conhecimentos da matemática se tem a compreensão da evolução de conceitos onde se prioriza dificuldades epistemologias (origem, estrutura, métodos e validade do conhecimento). A construção do conhecimento sobre a matemática vem de maneira histórica onde se percebe que este foi elaborado de forma de tentativas quedo homem para compreender e desta forma conseguir atuar no mundo.

A tarefa que desenvolvemos foi encontrar relações entre duas seqüências numéricas da qual trataremos a seguir.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA CONTRIBUINDO PRA PLANEJAR AULA SOBRE FUNÇÕES

Estudar trabalhos sobre a história do desenvolvimento de um conceito de função contribuiu para que planejássemos tarefas que permitissem organizar uma maneira de os alunos refletirem sobre este objeto matemático. Por exemplo, Maciel (2011, p. 48) faz uma categorização de aspectos relevantes para o ensino de funções, como: A) valorização da dependência entre variáveis; B) apresentação do conceito de função por suas possibilidades de representação; C) entender o conceito de função associado a problemas contextualizados; D) utilizar o conceito de função como modelo matemático para outras ciências; E) compreender o conceito de função através do problema da variabilidade.

Para o início de nosso trabalho nos inspiramos na valorização da dependência entre variáreis. Assim, propusemos atividades alternativas e dinâmicas para trabalharmos a dependência de variáveis.

Nas tabelas a seguir, descubra qual a regra para se chegar ao número respondido. Escreva uma frase e uma expressão que represente a regra:

Número dito:	4	6	10	15	3
Número respondido:	8	12	20	30	6

Frase: _____

Expressão: _____

Por meio desta tarefa queríamos que os estudantes percebessem a relação entre as seqüências e, a partir daí, refletissem sobre qual era a variável dependente e qual a variável independente.

Esta tabela foi desenvolvida em um Colégio da rede estadual da cidade de Goiás com alunos do 1° ano do ensino médio, onde foi primeiramente foi lhes apresentado a proposta e uma breve explicação do que seria desenvolvido, e em seguida distribuído a eles as listas de exercícios.

No inicio da atividade os alunos tiveram um pouco de dificuldade para determinarem as variáveis, mais ao decorrer foram se soltando tentando fazer, quando sentiam dificuldades nos chamavam para retirarem duvidas, ou nos pediam para desenvolver alguma no quadro para desta maneira demonstrar a eles como se desenvolvia e o porquê era daquela forma. Mas por meio investigativo ficávamos indagando a eles como que fazia o que acontecia se colocássemos um numero qualquer o que isso implicaria na resolução da nossa tabela, mais deforma que eles mesmos nos dessem as respostas e deixassem de ser objetos de aprendizagem onde o professor apenas deposita conhecimento e se torna sem sujeitos de aprendizagem construindo seu próprio saber.

Quando terminamos o desenvolver da atividade percebemos que os alunos estavam mais seguros das respostas que nos davam, eles já não esperavam que respondêssemos tudo a eles, foi algo muito bom produtivo, pois éuma elaboração onde

o professor cria uma concepção referente ao ensino disciplina, que vai tem grande colaboração com a organização sobre abordagens pedagógicas que contribuem para formação ensino aprendizagem.

Freire (1996) nos fala que pensar certo coloca ao professor, mais amplamente a escola, a responsabilidade de respeitar os saberes dos alunos, como sua classe social e o meio em que este aluno se situa, mas também discutir com os alunos sobre a razão do por que de alguns saberes dos conteúdos.

O saber dos fatos históricos na sala de aula proporciona entendimento dos alunos de forma que os motive a buscarem o conhecimento pelo aspecto da matemática investigativa.

Através da contextualização, mostra-se a importância da historia da matemática, onde torna mais significativo o aprendizado, pois relaciona com as situações cotidianas, de forma que o aluno interaja com o que é ministrado. Pois ao introduzir a historia na matemática em sala tem se um planejamento pedagógico que é capaz de propor aulas que utilizem esse conhecimento com construção de conceitos, D'Ambrosio (1999) nos afirma, que ao se falar de educação sem falar sobre sua historicidade se torna algo impossível, pois a historia se torna a essência da disciplina.

Algo importante a se destacar é que através da historia, o aluno vai perceber que a matemática do passado com a matemática ensinada atualmente não é algo que se desassocia dos demais eventos culturais, sendo todo processo de aprendizado contribuinte para o desenvolvimento do pensar critico do sujeito aprendiz, pois possibilita ao individuo fazer pesquisas e se embasar em fatos históricos relacionados à matemática.

D'Ambrosio (2012) nos traz que

> Os grupos humanos da sociedade desenvolvem ao longo de sua historia, uma evolução cultural de acordo com sua forma de cultura (etno) como distintas técnicas. Se estabelecendo inúmeras técnicas criadas, sendo a matemática apenas mais uma delas, que se desenvolveu a partir de culturas ao redor do mediterrâneo. (D'Ambrosio; 2012, p.119).

A história age de forma que de motivação aos alunos para aprenderem o que lhes é ensinado. (Kliner, 1976, p.71) nos diz que temos que apresentar motivação, com

o que vai ser ensinado, pois não adianta assegurar aos alunos que algum dia apreciaram a matemática que lhes pedem que aprendam.

Quando se traz para sala de matemática o porquê estudar determinados conteúdos, como foram criados e sua finalidade no cotidiano se torna algo prazeroso, pois este aluno deixara de entender esta matéria como algo sem sentido, pois quando se traz a historicidade das coisas transformam e dão motivos para estes.

DESENVOLVENDO O CONCEITO DE FUNÇÃO ATRAVÉS DA HISTORIA?
QUARTA PARTE: Eixos Temáticos

Para aplicar o conceito de função através da historia deve se buscar artifícios fatos históricos e se relacioná-los ao cotidiano, mas atrás neste artigo foi aplicado o exemplo da tabela onde se percebia que ao longo dos anos vai se modificando e evoluindo os conceitos da matemática de acordo com as necessidades de cada época.

Ao levar a historia para sala deve primeiro ter um embasamento teórico convincente e adequado para apresentar, o conceito de função, por exemplo, pode se dizer que o método das funções foi desenvolvido para sanar algumas dificuldades que os antigos enfrentavam como a contagem do rebanho, muitos livros nos trazem que os antigos associavam a cada animal uma pedra se alguma pedra sobra-se era porque faltava um animal, e se faltava alguma pedra é porque havia aumentado o rebanho, (Maciel Paulo, 2011) nos traz que isso se refere a uma associação de objetos para suas necessidades cotidianas.

CONSIDERAÇÕES

A importância deste trabalho no ambiente escolar é mostrar aos alunos o motivo para se estudar a matemática, qual a sua importância para a vida e no cotidiano.

D’Ambrosio em seu livro Educação para uma sociedade em transição (2016) nos traz que Marcus Tullius Cícero nos fala do *educare* como o ato de sair tirar algo para fora, ele aponta que o *educare* se refere ao ato de dar a luz (como a luz do parto), o tirar o novo de cada individuo, levar o individuo ao seu conhecimento.

A história na educação matemática tem como função dar sentido, ajudar os alunos na construção do conhecimento, pois relaciona o estudo ao cotidiano.

Portanto o conceito de historia quando abordado em sala de aula é algo que pode ser tratado como fonte de incentivo e motivação para o aprendizado, algo que pode ser trabalhado por meio do cenário de investigação como Skovsmose(1999) aborda em seu texto Cenários para Investigação onde o professor ira fazer que o ambiente dê suporte para um trabalho investigativo que favoreça a formulação do conhecimento dando sentido no estudo, para que desta forma transforme o aprendizado em algo prazeroso, deixando de ser um aprender bancário como Freire (1996) nos traz em seu livro a pedagogia do oprimido e passe a ser um aprendizado onde o sujeito deixe de ser objeto e passe a ser sujeito.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.* Tradução Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BRAGA, C. Função a alma do ensino da matemática. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2006. 172p.

D’AMBROSIO, U. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. São Paulo, 1999.

FREIRE, PAULO..; (Pedagogia do Oprimido, Rio de janeiro;1987)
FREIRE, PAULO.; Pedagogia da autonomia; 1996.

KLEINER, I. EvolutionoftheFunctionconcept: A BriefSurvey. The collegeMathemeticsJournal, September 1989.

MACIEL, PAULO ROBERTO CASTOR, A construção do conceito de função através da historia da matematica, 2011.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. *História na Educação Matemática*. São Paulo: Autêntica, 2011.
SKOVSMOSE.; (1999) artigo Cenários para investigação.

VÁZQUEZ, S.; REY, G.; BOUBÉE, C.; “El concepto de función a través de laHistoria”, Revista Iberoamericana de Educación Matemática; v. 4 , n.16, p. 141-151, dez. 2008.

ISSN 2236-4102

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E CULTURA:
caminhos para compreensão dos saberes matemáticos do campo

Denilson Ferreira Soares [410]
Ana Paula Cruz [411]
Kissia Carvalho [412]

RESUMO

A história da matemática tem sido suporte para compreensão da construção de saberes matemáticos em diferentes culturas e temporalidades. Nesse viés de percepção, o presente trabalho, que faz parte de uma pesquisa monográfica, tem como problema conhecer, dentro de um prisma historiográfico cultural, os saberes matemáticos produzidos e praticados pelos agricultores da zona rural da comunidade do Sitio Timbaúba, pertencente à cidade de São João do Rio do Peixe, localizada no alto sertão paraibano. Desse modo, faz-se necessário registrar a importância da etnomatemática, desenvolvida inspirada nas perspectivas do professor Ubiratan D'Ambrosio, como base teórico-metodológico. Nesse primeiro momento, a pesquisa tem um caráter de pesquisa bibliográfica, dado que se busca aprofundar os conceitos sobre produção de conhecimento matemático entre grupos culturais particulares, nesse caso, como modo de problematizar o conhecimento matemático experimentado na zona rural. Como conclusão até momento, pode-se afirmar que a matemática se constrói dentro de experiências históricas, portanto, espaciais e temporais, dos sujeitos, de modo diretamente ligado às necessidades cotidianas de cada comunidade.

Palavras-chave: História. Etnomatemática. Saberes matemáticos.

[410] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFPB – Campus Cajazeiras). denilson_ifpb@hotmail.com.
[411] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFPB – Campus Cajazeiras). anapaula.cruz@ifpb.edu.br.
[412] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFPB – Campus Cajazeiras). kissia.carvalho@ifpb.edu.br.

INTRODUÇÃO

Este estudo apresenta dados de uma pesquisa bibliográfica que foi realizada com o objetivo de analisar os saberes matemáticos produzidos e praticados por agricultores, em suas atividades cotidianas. Os referenciais teóricos utilizados são, principalmente, do campo da Etnomatemática.

Portanto, estamos vinculados a uma pesquisa de caráter histórico-cultural, logo sua base metodológica prima por uma análise qualitativa de dados inspirada nos aportes teóricos da história, sobretudo no que tange memória, e da etnomatemática, aguçando o olhar sobre aspectos culturais em torno dos saberes matemáticos.

Para tanto, faz-se necessário elencar e analisar os autores que constituem esta base de conhecimento. Partindo do conhecimento etnomatematico, vertente da pesquisa em torno da matemática, inspirada no autor Ubiratam D'Ambrosio, idealizador deste termo, e trazendo como suporte teórico pesquisadores com trabalhos desenvolvidos nesta linha de pesquisa, como Knijnik (2006) com trabalho desenvolvido em um assentamento junto ao Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra (MST), no Rio Grande do Sul. Campos (2012) refletindo sobre os saberes matemáticos produzidos pelos produtores rurais em uma comunidade camponesa em suas praticas cotidianas. Também analisamos a pesquisa de Fantinato (2004) que busca aprofundar sobre a construção de saberes matemáticos entre jovens e adultos do Morro de São Carlos no Rio de Janeiro. Por fim, lançamos o olhar sobre o trabalho de Silva (2005) com os saberes matemáticos produzidos por mulheres em suas atividades profissionais.

Apoiando nesses autores, buscamos amadurecimento teórico com o intuito de melhor aprofundar nossas questões sobre aos saberes matemáticos produzidos por agricultores da zona rural de Timbaúba.

A matemática a partir de uma análise de viés cultural

A partir de meados da década de 70, o termo etnomatematica vem sendo utilizado como proposta de pesquisa e, hoje, vem sendo discutido no contexto escolar e caracterizando-se pela mudança no ensino e no olhar matemático, pois a partir da

proposta fundamentada no conceito de Ubiratan D'ambrosio, principal estudioso da área, que era o reconhecimento e o ver do "fazer matemática" em determinadas áreas, locais, grupos onde os indivíduos estão inseridos, ou seja, verificar as praticas que eles faziam no seu dia a dia, como eles à explicam, se viram nas suas necessidades diárias, tudo isso é levado em consideração para entender o modo de ver e ensinar matemática.

A Etnomatemática acredita que existem conhecimentos matemáticos em todas as culturas e que cada grupo desenvolve suas próprias estratégias de fazer matemática de acordo com seu cotidiano. Assim,

> Dentre as distintas maneiras de fazer e de saber, algumas privilegiam comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e de algum modo, avaliar. Falamos então de um saber/fazer matemático na busca de explicações e de maneiras de lidar com o ambiente imediato e remoto. Obviamente, esse saber/fazer matemático é contextualizado e responde a fatores naturais e sociais. (D'AMBROSIO, 2009, p.22)

A matemática sempre se desenvolveu paralelamente a do povo ou das profissões, isto é, a etnomatematica. Assim, diferentes povos elaboraram meios de medir terrenos diferentemente de outros povos, e, portanto, criaram geometrias (medidas da terra) relativamente diferentes (D'AMBROSIO, 2005).

A relação entre conhecimento e cultura a etnomatemática está interessada nas culturas, nas narrativas, nas práticas sociais dos indivíduos em suas diversas atividades profissionais. No que diz respeito à cultura, podemos caracterizar que são hábitos e costumes de determinado grupo, povo, comunidade, etnia.

> A cultura não é apenas um código comum nem mesmo um repertorio comum de respostas a problemas recorrentes. Ela constitui um conjunto comum de esquemas fundamentais, previamente assimilados, e a partir dos quais se articula, segundo uma "arte de invenção" análoga á escrita musical, uma infinidade de esquemas particulares diretamente aplicados a situações particulares. (BORDIEU, 1987, p.208)

Com base e enfoque na etnomatemática alguns trabalhos realizados ganharam destaque em nossa pesquisa, no qual, os saberes matemáticos aplicados e desenvolvidos por determinados grupos são pautados. Entre eles destaca o trabalho desenvolvido por Knijnik (2006) a partir de um assentamento pertencente ao

Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra (MST), no Rio Grande do Sul, em que o estudo teve por finalidade problematizar sociologicamente as inter-relações entre os saberes populares e saberes acadêmicos no contexto da Educação Matemática de grupos socialmente subordinados, voltado para aprendizagem e ao ensino das praticas de cubação da terra e cubagem da madeira.

Com base neste trabalho verificaram-se os saberes que estavam presentes no cotidiano dos indivíduos, como se tratava de aulas ministradas alguns métodos populares eram retratados pelos alunos, pois quando indagados sobre suas práticas, enunciavam: “a gente só aprendeu como faz”. E justificavam dizendo: “é assim que o pessoal faz”. Muitos desses alunos contaram que aprenderam os métodos populares por meio de um processo oral de transmissão de seus familiares, de uma geração anterior a deles (KNIJNIK, 2006).

Além do mais, durante o período de convivência, alguns métodos foram mencionados para a cubação da terra, no qual Knijnik (2006) denomina de Método do Adão e Método do Jorge (alunos que apresentaram o cálculo da medição de terra utilizada por suas comunidades). Apresenta os métodos por meio da fala de cada um, por exemplo, o *Método de Adão*:

> Bem, pessoal, esta então é a fórmula mais comum que aparece lá no interior, lá no alto da roça, né. E vamos supor que eu sou o dono da lavoura. Eu empreitei esse quadro aqui, ó, pro indivíduo carpir. Eu disse pra ele que eu pagava três mil a quarta. Ele carpiu a área, ele mesmo passou a corda e achou essa área aqui. Então, ele mediu esta parede aqui, 90 metros, a outra 152 metros, 114 metros,124 metros. Vocês notaram que nenhuma parede, nenhuma base, nenhuma altura tem a mesma medida, né? Tá. Então eu fiz o seguinte aí, né: eu somei as bases e dividi por 2. Achei 138. Então, a base é 138 aqui e 138 ali, entendido? Então, eu tenho aqui as duas alturas, 114 mais 90. Achei 204; dividido por 2, 102, né?! Então, esta aqui desapareceu, e então (...) agora é só multiplicar a base vezes a altura. [Adão faz a multiplicação no quadro verde] Tá, acho esse aqui, né. 14076 metros quadrados têm essa área que ele carpiu. (KNIJNIK, 1996, p.33)

Método do Jorge:

> Como é de quatro lados, só que os lados são diferentes, somo os quatro lados. [Pede para o colega Juarez, que tem uma calculadora, fazer a adição. Juarez soma 90,124,114,152 e diz o resultado. Ele repete em voz alta] Dá 480. Agora, tu divide por 4. [Juarez efetua a

> divisão na maquina e dá a resposta. Ele repete em voz alta]. Dá 120. Multiplica 120 por 120. [Juarez encontra o produto e diz: 14 400]. É isso aí: 14 400. Se a terra é do jeito de um triângulo, eles fazem assim, ó: eles pegam a base e lá em cima eles tocam um zero. Depois aplica para a terra de forma triangular os mesmos procedimentos usados por Adão. (KNIJNIK, 1996, p.36)

Mediante apresentação das falas, podemos constatar o modo como é feito o calculo em determinada prática, por meio de seus conhecimentos, isto é, conhecimento adquirido por uma transição de saberes que são próprios deles, ou seja, algo próprio de sua comunidade. Também foi elencado o fato de dois métodos distintos darem resultados diferentes, algo que ocasionou duvida entre eles, pois esperavam uma igualdade entre valores. Como forma de resolver este impasse a proposta da professora no momento foi a valorização dos dois métodos elencados e apresentação da matemática acadêmica. Destaca:

> O processo pedagógico foi orientado em um duplo sentido: por um lado, houve, indubitavelmente, o propósito de ensinar a matemática acadêmica, socialmente legitimada, cujo domínio os próprios grupos subordinados colocam como condição para que possam participar da vida cultural, social e econômico de modo menos desvantajoso. Por outro lado, a Matemática popular não foi considerada meramente como folclore, algo que merece ser resgatado para que “o povo se sinta valorizado”. As praticas matemáticas populares foram interpretadas e decodificadas, tendo em vista a apreensão de sua coerência interna e de sua estreita conexão com o mundo pratico (KNIJNIK, 2006, p.62).

Com isso podemos notar a preocupação da pesquisadora com a abordagem acadêmica e deixando clara a valorização dos saberes populares praticados pelo grupo presente. Ainda segundo a pesquisadora Knijnik (1996) O processo pedagógico não tratou os saberes acadêmicos e populares de modo dicotômico. Suas inter-relações foram permanentemente examinadas, tendo como parâmetro de analise as relações de poder envolvidas no uso de cada um destes saberes.

De modo similar, seguindo uma linha de pesquisa voltada para os saberes matemáticos produzidos por produtores rurais da comunidade camponesa em suas praticas cotidianas, Campos (2012) destaca em sua pesquisa as experiências que enfatizam o uso da matemática em contextos de vida social, profissional ou domestica, e como os conhecimentos postos em ação, pela comunidade, são desenvolvidas em

suas atividades cotidianas. Os métodos, na parte empírica de sua pesquisa, foram realizados através de inspiração etnográfica, envolvendo entrevista estruturada com perguntas abertas com intuito de descobrir os saberes matemáticos que são manifestados e praticados em situações cotidianas. Em uma das entrevistas, o produtor rural a fim de descobrir o valor de cada animal vendido dentre os 30 com ganho de seiscentos reais (R$ 600,00) se expressa:

> "... im 600,00 real cabi 6 vêiz e 10 cabi 60 vêiz, né?... Apois, si eu vendesse 10 bicho era 60 real pro cabeça, né?... si eu vendesse 20 bicho era 30 real pro cabeça né?... Apois, 60 cabi 30 duas vêiz, né?... e 20 cabi três vêiz né?... Apois, cada bicho tem de custa 20 real pro cabeça, né?" (CAMPOS, 2011, p.107)

É interessante o modo como o agricultor desenvolveu este cálculo. Fica evidente o domínio e habilidade no qual foi aplicado, deixando claro que as práticas do seu cotidiano permitem uma interpretação própria de sua cultura. Neste aspecto, D'Ambrosio (2005) ressalta que o cotidiano estar repleto de situações que envolvem habilidades matemáticas, em que os indivíduos utilizam "instrumentos matérias e intelectuais que são próprios de sua cultura" salienta que "é uma etnomatemática não aprendida nas escolas, mas no ambiente familiar, do trabalho e recebida de amigos e colegas".

No que diz respeito às atividades do trabalho, destacamos Silva (2005) com os saberes matemáticos produzidos por mulheres em suas atividades profissionais: um estudo de inspiração etnomatemática, em que, foram constatadas as regularidades com o uso do calculo oral e da estimativa. Ao ser questionada quanto iria pagar por uma compra de, por exemplo, uma roupa por R$ 29,90 e outra por R$ 15,90, uma das entrevistadas responde:

> Ah eu já boto inteiro, eu somo inteiro e depois diminuo os quebrados. Dá 46, dá 45 com 80. Somei os inteiro e tirei os quebrado, entendeu? Eu boto assim oh, queres ver, tu botou R$ 29,90 com R$ 15,90, aí eu fechei os R$ 30,00 e fechei os R$ 16,00 entendeu? Aí depois eu tirei os quebrado, porque eu botei 20 centavos a mais, daí eu tiro os 20 centavos. Assim que eu faço.(SILVA, 2005, p.5)

Dessa forma, fica evidente a utilização do cálculo oral e da estimativa com que é feito. Tratando primeiro os números inteiros e depois os decimais, mostrando os diferentes saberes matemáticos presentes no dia a dia.

O trabalho desenvolvido por Fantinato (2004), com a construção de saberes matemáticos entre jovens e adultos do morro de São Carlos no Rio de Janeiro também procurar relacionar os saberes matemáticos dentro de uma comunidade com alunos do EJA (Educação de Jovens e Adultos).

Em busca desse conhecimento ela constrói três eixos de analise, primeiro grupo: instrumento de conscientização política; segundo grupo: instrumentalização para o mercado de trabalho; terceiro grupo: modos próprios de raciocínio matemático. Este último, sendo o que a pesquisadora segue em sua pesquisa por sua perspectiva sociocultural no estudo dos processos de raciocínio do grupo. Configurando a busca de interpretações desses conhecimentos com as relações quantitativas e espaciais na comunidade, em que ele destaca a forma como são organizadas as ruas do morro e a numeração das casas; *os conhecimentos matemáticos na vida cotidiana* com destaque em compras do mercado onde procedimentos de cálculos são abordados e os sentimentos envolvidos na tomada de decisões. A motivação no raciocínio era constatada nas falas deles, como

> Se uma coisa é dois reais e oitenta centavos, eu falo: é três reais. Eu falo assim... pra mim poder saber se o meu dinheiro vai dar pra mim pagar! Se uma coisa é um real e oitenta, eu falo: dois reais. Deu cinco e quarenta, eu ponho seis reais. Eu faço assim, que aí eu pago e *sei que não vou passar vergonha no caixa*. (FANTINATO, 2004, p.118)

Notamos a maneira no qual a raciocínio aplicado requer situações que envolvem o cotidiano do individuo, as praticas constante fazem com que tenham a preocupação em não passar constrangimento, tendo que avaliar seus cálculos por meios de exageros e arredondamentos. E *a matemática escolar* ao longo da pesquisa verificava a dificuldade apresentada pelos alunos em associar o conhecimento escolar com o saber popular, em uma das falas nota a *flexibilidade* com que a matemática do cotidiano remete e a *precisão* dos algoritmos da escola:

> É diferente. Diferente e difícil… Tudo certinho! Se não, se a gente errar um algarismo... Em caso se eu... cinco quilos, mas se eu botar cinco quilos e cem, a máquina bate...O feijão tem que ficar quarenta minutos, se ficar quarenta e cinco também, não tem problema. (FANTINATO, 2004, p.120)

Com isso notamos o modo flexível da vida cotidiana, capaz de adaptar as diversas vivencias da vida, levando em consideração a necessidade exigida. Enquanto a maneira estabelecida pela escolar requer algo preciso, voltado para a exatidão.

Uma visão histórico-sociológica da educação matemática do campo

Na educação do campo, processo oral de transmissão de conhecimento em os alunos aprendem de seus familiares, de uma geração anterior a deles, caracteriza a presença de um capital cultural (BOURDIEU, 1987), uma herança etnográfica que deve ser preservada e utilizada da melhor forma possível dentro do ensino da matemática. Muito embora essa cultura do campo não seja dominante nas escolas tradicionais, o que se busca na educação do campo é trazer a realidade científica e academia ao campo, mas não meramente usando o conhecimento étnico de forma ilustrativa, pelo contrário, é construir a partir dele o conceito acadêmico.

Halmenschlager et al (2017) apresentam um panorama de como a pesquisa e o ensino de matemática dialoga com os aspectos emergentes da educação do campo:

> No que diz respeito às relações estabelecidas com o contexto do campo, as discussões apresentadas mostram a importância de se avançar na proposição de práticas educativas que articulem, de forma mais sistemática e profunda, questões do campo e o ensino de Ciências e Matemática, uma vez que é recorrente a presença de aspectos da vida no campo como simples ilustração das discussões realizada sem sala de aula, nos diferentes níveis de ensino (HALMENSCHLAGER, et al, 2017 p.17)

Por outro lado, Mendes (2012) apresenta um a implementação do ensino de matemática nas áreas de assentamentos rurais, por meio de um princípio metodológico baseado na investigação da realidade local. A experiência centrou-se em três momentos: o estudo da realidade (ER), a organização do conhecimento (OC) e a

aplicação do conhecimento (AC), como abordagem no ensino de matemática. Ele destaca o uso da tradição históricacultural como um instrumento pedagógico.

> Os meios de obtenção das informações referentes aos saberes e práticas da comunidade são os mais variados possíveis. Podem ser utilizadas, desde entrevistas [...] dentre outros, que somados às informações a respeito da comunidade escolar, têm como objetivo chegar à percepção individual e coletiva dos problemas enfrentados pela população do local, qual sua história, seus anseios, suas esperanças e seus sonhos: o conhecimento individual e coletivo, organizado e sistematizado. (MENDES, 2012, p.580)

Podemos observar assim que os aspectos culturais e históricos podem e devem ser utilizados como uma ferramenta pedagógica para elaboração de uma prática matemática aplicada a realidade do campo, construindo assim uma história recente e mais inclusiva

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em síntese, esse estudo possibilita compreender que saberes matemáticos são produzidos em situações de práticas. Os saberes matemáticos são construídos de acordo com as necessidades e os interesses de grupos sociais, de modo que, muitas vezes, são revelados por familiares em suas lembranças, nas alternativas de resolução das situações do cotidiano que exigem habilidades para medir, classificar, ordenar, entre outras tarefas que utilizam a matemática, além daquelas relacionadas à necessidade de subsistência na sociedade e no trabalho.

A presente teoria contribui diretamente para o modo como é possível problematizar e perceber os detalhes da experiência histórica através de memórias do homem do campo e como esses lidam com o saber matemático nas suas práticas cotidianas. Será interessante observar como ele desenvolve saberes a partir de um fazer, e como ele aplica a partir de uma astucia (esperteza) própria, logicas matemáticas a começar de um improviso amparado nas circunstancias que lhe aparece, como por exemplo, demarcação dos limites de terras, auferir pesos, contagens dos animais, organização do espaço, percepção e noção do tempo de colheita. Uma matemática empiricisada (se faz empiricamente) a partir do arcabouço das tradições que perpassam.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOURDIEU, Pierre. **A economia das trocas simbólicas.** São Paulo: Perspectiva, 1987. p.208.

CAMPOS, Paulo Policarpo. **A matemática do meio rural numa abordagem etnomatematica:** uma experiência educacional dos núcleos-escolas da comunidade camponesa do movimento sem terra do município de Serra Talhada. 2011. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências). Recife: UFRPE, 2011.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Volta ao Mundo em 80 matemáticas**. Revista Scientific American Brasil, n. 11. São Paulo: Ediouro, 2005. p. 6-9. Edição especial.

_____. **Etnomatematica: elo entre as tradições e a modernidade.** 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009. 112p. (Coleção Tendências em Educação Matemática,1)

FANTINATO, Maria Cecília C. B. **A construção de saberes matemáticos entre jovens e adultos do Morro de São Carlos**. Revista Brasileira de Educação**,** n. 27, pp. 109-124. Rio de Janeiro: ANPEd, 2004.

HALMENSCHLAGER, Karine Raquiel, CAMILLO, Juliano, FERNANDES, Carolina do Santos, MÔNACO, Graziela Del e BRICK, Elizandro Maurício. **Articulações entre Educação do Campo e Ensino de Ciências e matemática presentes na Literatura: Um Panorama Inicial.** Revista Ensaio • Pesquisa em Educação em Ciências, Belo Horizonte. 2017; v.19:e2800. DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1983-21172017190131

KNIJNIK, Gelsa. **Exclusão resistência: educação matemática e legitimidade cultural**. Artes Médicas, Porto Alegre,1996. p.33-62.

_____. **Educação matemática, culturas e conhecimento na luta pela terra.** Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2006.

MENDES, I. A. **O Estudo da Realidade como Eixo da Formação Matemática dos Professores de Comunidades Rurais**. **Bolema**, v. 23, n. 36, p. 571-595, ago. 2012.

SILVA, Fabiana Boff de Souza da. **Saberes matemáticos produzidos por mulheres em suas atividades profissionais:** um estudo de inspiração etnomatemática. Porto Alegre: UNISINOS, 2005.



ISSN 2236-4102

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA análises e propostas didáticas

Lília Santos Gonçalves[413]
Iarla Antunes de Matos Arrais[414]
Francisco Ronald Feitosa Moraes[415]

RESUMO

A História da Matemática é um conjunto de conhecimentos que deve ser estudado e compreendido por professores e estudantes da Educação Básica, pois fundamentam a existência da Matemática enquanto Ciência elaborada pelo Homem. Assim, objetivamos apresentar as análises de livros didáticos da Educação Básica realizadas pelos estudantes do 3° período do Curso de Matemática da Universidade Regional do Cariri na Unidade Descentralizada de Campos Sales (URCA/UDCS), especificamente nos 2º, 4º e 7º ano do Ensino Fundamental (EF) e, em todo o Ensino Médio (EM), observando conteúdos específicos de Matemática e, a existência ou não, bem como as maneiras nas quais a História da Matemática é abordada em cada livro, sugerindo propostas de utilização para a sala de aula sobre cada conteúdo específico. Realizamos um levantamento bibliográfico sobre análises de livros didáticos de Matemática para identificar a inserção da História da Matemática nas suas propostas didáticas nos embasando nas ideias de Chaquiam (2016), D'Ambrósio (2000), Gasperi (2008), Lutz (2006) e Medeiros (2014), e, em seguida, analisamos as pesquisas e propostas feitas pelos acadêmicos. Percebemos que os livros analisados não disponibilizam fundamentação histórica necessária para auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem de diversos conteúdos da Matemática, não abordando a história dos matemáticos responsáveis pelo desenvolvimento dos conteúdos específicos durante o tempo e nos mais diversos espaços, tampouco o processo que utilizaram para chegar a esse nível de generalização dos conceitos. Compreendemos, portanto, que essas atividades foram fundamentais para os acadêmicos analisarem e refletirem a importância da História da Matemática como metodologia de ensino e de sua inserção nos livros didáticos, devido serem um material de apoio bastante utilizado pelo professor da Educação Básica.

Palavras-chave: Educação Matemática. História da Matemática. Livros didáticos.

[413] Universidade Regional do Cariri (URCA). liliasantos_gonalves@yahoo.com.br.
[414] Universidade Regional do Cariri (URCA). iarlaantunesmarrais@outlook.com.
[415] Universidade Regional do Cariri (URCA). ronaldmoraes@ymail.com.

INTRODUÇÃO

Muitos professores dos Cursos de Graduação em Matemática, que lecionam a disciplina de História da Matemática percebem-na apenas como um espaço para contação de fatos históricos, não dando importância a evolução dos conceitos matemáticos desenvolvidos pela humanidade nos mais diversos espaços-tempos.

Não sabem eles que muitas perguntas do tipo: “Quem inventou a matemática?”, “Como foi que descobriram essas fórmulas?”, podem ser respondidas de forma simples, a partir do conhecimento do professor em História da Matemática. Além disso, possíveis respostas para essas perguntas iniciais seriam: “não há um inventor da disciplina” e, “essa ciência foi se desenvolvendo no decorrer do tempo conforme as necessidades iam surgindo na vida dos seres humanos”.

A História da Matemática é um conjunto de conhecimentos que deve ser estudado e compreendido por professores e estudantes da Educação Básica, pois fundamentam a existência da Matemática enquanto Ciência elaborada pelo Homem para auxiliar nas suas necessidades cotidianas.

Em sala de aula, à medida que os professores utilizam fatos históricos sobre a vida dos matemáticos e a finalidade de suas descobertas, permitem aos estudantes um estímulo à aprendizagem dessa Ciência auxiliando na desmistificação da ideia de que Matemática é conhecimento para os gênios.

No entanto, o professor Ubiratan D’Ambrosio nos alerta que anda há muitos matemáticos e educadores matemáticos que entendem que saber Matemática é privilégio de alguns especialmente dotados de capacidade intelectual, devendo ser ensinada levando em conta que apenas algumas pessoas são capazes de aprender e gostar da Matemática.

Nessa direção, objetivamos apresentar as atividades realizadas pelos estudantes do 3° período do Curso de Matemática da Universidade Regional do Cariri na Unidade Descentralizada de Campos Sales, na análise de livros didáticos utilizados na Educação Básica, especificamente nos 2º, 4º e 7º ano do Ensino Fundamental (EF) e, em todo o Ensino Médio (EM).

A turma foi dividida em grupos e os acadêmicos foram convidados a analisar conteúdos específicos de Matemática, observando a existência e as maneiras como a História da Matemática é abordada em cada livro, desde a abordagem inicial de cada conteúdo até as atividades propostas. Caso não fosse mencionada nos livros, os acadêmicos deveriam sugerir uma abordagem para a sala de aula sobre o conteúdo específico utilizando a História da Matemática.

Assim, realizamos um levantamento bibliográfico sobre pesquisas realizadas analisando livros de Matemática para identificar a inserção da História da Matemática nas suas propostas didáticas e nos embasamos nas ideias de Chaquiam (2016), D'Ambrósio (2000), Gasperi (2008), Lutz (2006) e Medeiros (2014).

Em seguida, analisamos as pesquisas feitas pelos acadêmicos, bem como suas propostas de utilização da História da Matemática para ensinar determinados conteúdos dessa Ciência nos diferentes anos do Ensino Fundamental e Médio, já mencionados anteriormente.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO METODOLÓGICO

A matemática é, sem dúvida, uma ciência fundamental para a vida humana, no entanto, enquanto disciplina, historicamente, acaba gerando muitas dúvidas e curiosidades sobre o seu surgimento e desenvolvimento.

D'Ambrósio (2000) destaca que existem várias interrogações dos alunos ao falarmos sobre matemática, dentre elas: i) A matemática é produzida individualmente ou socialmente?; ii) A partir de que problemas esse tema se desenvolveu?; Iii) Quais eram as forças que o impulsionavam?; e, iv) Por que foi essa descoberta tão importante?.

Quando nos deparamos com questionamentos como esses, percebemos a importância de compreender epistemologicamente a história da matemática. Através do estudo dessas histórias, conheceremos a herança cultural que povos antigos nos deixaram, compreendendo o avanço do conhecimento em matemática e entendendo o que levou a determinadas descobertas.

Nas escolas, a matemática é vista pelos estudantes como uma disciplina “chata”, sendo esse um evento frequente na educação básica, devido as escolhas metodológicas de muitos professores não evoluírem em consonância com as pesquisas em Educação Matemática e as tendências metodológicas.

Entre essas tendências, temos a História da Matemática, um recurso metodológico valioso, capaz de responder a maioria das perguntas dos estudantes durante o processo de ensino e de aprendizagem dessa ciência.

Além disso, na Educação Superior, os discentes do Curso de Licenciatura em Matemática ao estudarem história da matemática, desenvolveram uma visão crítica das possibilidades de articulações das suas metodologias de ensino, bem como estarão preparados para responder a esses diversos “porquês” e curiosidades dos seus futuros alunos.

Em Chaquiam (2016) e também em Gasperi (2008) podemos identificar diversas maneiras de utilizar a História da Matemática para melhorar a compreensão dos estudantes da Educação Básica e Superior sobre diversos conteúdos da Matemática. Abaixo, descrevemos alguns deles,

Exercício 01 – A primeira sugestão seria um seminário, com finalidade de conhecer vários matemáticos, esta atividade requer um envolvimento do discente. O questionário principal para o desenvolvimento do trabalho para a apresentação é a) Nome completo do personagem/matemático e sua árvore genealógica, quando fosse possível identificar sua genealogia; b) Pseudônimo, quando fosse o caso; c) Traços biográficos e trajetória acadêmica; d) Trabalhos produzidos, com ênfase aos mais relevantes e/ou soluções de problemas relacionados ao cotidiano, internos à própria matemática ou áreas afins; e) Relação dos personagens pré-estabelecidos com outros personagens da sua época; f) Frases célebres vinculadas aos personagens pré-estabelecidos; g) Fotografias vinculadas aos personagens em tela, ou seja, fotografias de cunho pessoal, trabalhos, com outros personagens, livros, etc.; h) Curiosidades sobre os personagens ou que os envolvessem; i) Fatos históricos da humanidade referente ao período de vida dos personagens pré-estabelecidos e j) Bibliografia utilizada na pesquisa. (CHAQUIAM, 2016)

Exercício 02 – Leitura de livros paradidáticos que mencionam tópicos da História da Matemática relativamente aos conteúdos trabalhados. Foram utilizados os livros “O Idioma da Álgebra” e “Equações do 2º Grau” (GUELLI, 1994), entre outros. Cada grupo de quatro ou cinco alunos recebeu um capítulo do livro para ler e estudar. Os alunos deveriam ler e interpretar a história descrita, refazer as atividades apresentadas no livro e confeccionar o material prático sugerido nas questões. (GASPERI, 2008)

Exercício 03 – Em duplas, e numa brincadeira de “amigo secreto”, os alunos sortearam um nome de matemáticos citados no texto da atividade anterior. Cada dupla deveria fazer uma síntese de sua história e depois apresentá-la para a turma. (GASPERI, 2008)

Estes são alguns exercícios que o professor pode usar nas aulas de matemática, podendo torná-la mais dinâmica e interessante, e, conquistando a atenção e o interesse dos alunos para a compreensão da Matemática.

Sendo assim, a história da matemática permite maior interação nas aulas, desenvolvendo a fala e a escrita dos estudantes, bem como aumenta o interesse pelas aulas, proporcionando uma desconstrução da ideia de que a Matemática é uma ciência difícil e destinada aos gênios, tornando-a divertida e interessante.

Dentre os materiais de suporte didático a atuação do professor na educação básica, bem como a aprendizagem dos estudantes, existe os livros didáticos, os quais apresentam, de maneira resumida, centenas de anos de pesquisa e desenvolvimento da Matemática em blocos de conteúdos que evoluem em profundidade a medida que o estudante avança na Educação Básica.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS

Enquanto recurso para os professores, os livros didáticos acabaram se tornando, em muitos casos, a única ferramenta para o ensino da matemática na sala de aula. No entanto, conforme o Programa Nacional do Livro no Ensino Médio (PNLEM), por exemplo,

> A História da Matemática oferece um âmbito de contextualização importante do conhecimento matemático. Um livro didático deve fazer referências aos processos históricos de produção do conhecimento matemático e utilizar esses processos como instrumento para auxiliar a aprendizagem da matemática. (BRASIL, 2004, p.35)

Neste sentido, além de axiomas e postulados, os livros didáticos devem dispor de conhecimentos históricos da matemática e dos (as) matemáticos(as) que elaboraram cada conceito a ser estudado para enriquecer a compreensão e o conhecimento dos estudantes.

Se observarmos as análises de livros feitas por Lutz (2006), bem como por Medeiros (2014), podemos perceber como os livros dispõem de conhecimentos relacionados à História da Matemática.

Lutz (2006) analisa a “Coleção Matemática”, livro escolhido pelas 9 escolas de Ensino Médio que compõem a Regional de Taguatinga no Distrito Federal, e destaca que este, foi sugerido junto a outras 11 opções que o governo federal colocou à disposição das escolas públicas de Ensino Médio de todo o país. Esta coleção é composta por 3 volumes e o autor é Luiz Roberto Dante.

Segundo Lutz (2006), o autor da coleção, utiliza a História da Matemática em sete situações diferentes. Na seção “Para Refletir” do capítulo 2, explica a origem da inicial Z usada para designar os números inteiros e no capítulo 3 faz menção a Galileu Galilei sobre uma de suas descobertas. Porém, estas duas citações são breves e pouco ou em nada ajudam na compreensão dos respectivos assuntos.

No capítulo que trata das Progressões, foi encontrado um maior número de referências, bem utilizadas, à História da Matemática. A primeira delas mostra o método que o matemático Gauss utilizou para resolver um problema em sala de aula quando tinha aproximadamente 7 ou 8 anos. Na verdade, o procedimento utilizado por ele vale como termo geral para construir a fórmula da soma dos n termos de uma Progressão Aritmética finita. Desta maneira o autor consegue ensinar um conteúdo utilizando a História da Matemática e com isto mostra aos alunos como desenvolver a capacidade de usar a Matemática na interpretação e intervenção na realidade. (LUTZ, 2006)

Na conclusão do tema sobre a soma dos n termos de uma progressão geométrica, pode ser encontrada na seção “Curiosidade” uma lenda envolvendo a invenção do jogo de xadrez. Este pequeno texto serve apenas para mostrar uma aplicação da soma de PA. (LUTZ, 2006)

Para encerrar este capítulo, o autor explica a “Seqüência de Fibonacci”, do matemático Leonardo de Pisa, cujo apelido era Fibonacci e no final menciona o número 1,618 que é considerado pelos gregos como o ‘número de ouro’. Entretanto observa-se duas situações que poderiam gerar questionamento entre os alunos. São elas: por que este matemático tinha o apelido de Fibonacci? Por que os gregos chamavam o número 1,618 de ‘número de ouro’? (LUTZ, 2006)

No capítulo 10, em que o tema é trigonometria no triângulo retângulo, destacam-se na seção “Leitura” três textos referentes a este assunto. Os textos se complementam e descrevem de forma abreviada, mas consistente, um pouco da história da trigonometria, a origem de seus termos, a necessidade de sua utilização e também a sua evolução. (LUTZ, 2006)

Outra análise foi feita por Medeiros (2014, p.11) sobre o livro “Matemática: contexto e aplicação”, volume I (DANTE, 2005), e o autor mostra que a metodologia adotada no livro prevalece por: Introduz os conteúdos por explanação teórica, seguida de exemplos, atividades resolvidas e propostas de cunho aplicativos.

Os capítulos estimulam a utilização de recursos didáticos diversificados como materiais concretos, calculadoras e outros recursos tecnológicos. O livro apresenta ainda algumas seções especiais, tais como: i) A matemática e as práticas sociais; ii) Leituras; iii) Atividades adicionais; iv) Para refletir; v) Um pouco da história: De onde vem o nome seno, pagina 366, Gauss, pagina 307, Logaritmos e função logarítmicas, pagina 278, A soma dos números naturais impares, pagina 310. E, Curiosidade, pagina 326. (MEDEIROS, 2014)

Todavia, segundo os autores a história da matemática na maioria das vezes vem apenas em pequenos textos e algumas curiosidades, e, por isso, acaba não sendo um suporte para desenvolver a história como metodologia de ensino, tendo os docentes que buscar informações e conhecimentos em outros livros, sites e revistas que possam auxiliar a aula.

PERCURSO METODOLÓGICO

Com o intuito de ampliar as possibilidades de aprendizagem dos conhecimentos históricos da Matemática, durante a disciplina de História da Matemática no Curso de Matemática da URCA – Campus Campos Sales, a professora da disciplina primeira autora deste texto resolveu pensar e atuar de forma que extinguisse os seminários que costumeiramente são realizados pelos futuros professores e utilizasse como proposta didática, apresentar momentos históricos e situações de desenvolvimento de conceitos matemáticos observando a evolução desses conceitos durante o tempo.

Essas ações foram pensadas esperando que, ao final da disciplina, os acadêmicos pudessem ser capazes de ministrar aulas de determinados conteúdos de matemática em sala de aula da Educação Básica, sabendo de onde tais conteúdos vieram e de que forma podem ser ensinados aos seus futuros alunos.

Sendo assim, os textos “De qual História e de qual Matemática tratamos?” e “História da Matemática que História é essa?”, foram extraídos do livro “História nas aulas de Matemática” de Mendes e Chaquiam (2017), para dar início as atividades da disciplina, levando os acadêmicos a refletirem sobre a importância dessa temática tanto no Ensino Superior quanto na Educação Básica.

À medida que os conteúdos foram abordados em sala de aula, tais como: o conceito de número, a origem da Aritmética, Álgebra e Geometria, os principais matemáticos e suas influências no desenvolvimento da matemática, e, a história de tópicos da matemática, como o Teorema de Pitágoras, os acadêmicos foram levados a refletir sobre as possibilidades de ensinar temas como esse, utilizando a história da matemática como um recurso metodológico.

Conforme estudado durante a disciplina de História da Matemática, o quadro abaixo mostra os matemáticos que foram fundamentais para o surgimento e desenvolvimento dos conceitos citados anteriormente, os quais devem ser estudados durante as atividades em sala de aula.

Quadro 01 – Matemáticos Famosos e Conceitos que desenvolveram

Conceitos	Matemáticos Famosos
Conjuntos	• Georg Cantor • Ricard D. • Euler • Venn
Funções	• Gottfriend Leibniz • Nikolai Lobachevky • Euler
Trigonometria	• Arquimedes • Pitágoras • Euclides • Ptlomeu • Hipatia de Alexandria
Geometria	• Euler • Arquimedes • Tales • Gauss • Tales • Hipatia de Alexandria

Fonte: Desenvolvido pelos autores.

Além disso, durante o semestre letivo, os acadêmicos foram convidados a analisar livros didáticos utilizados na Educação Básica, especificamente nos 2º, 4º e 7º ano do Ensino Fundamental (EF) e, em todo o Ensino Médio (EM).

A turma foi dividida em grupos e os acadêmicos foram convidados a analisar conteúdos específicos de Matemática, observando a existência e as maneiras como a História da Matemática é abordada em cada livro, desde a abordagem inicial de cada conteúdo até as atividades propostas. Caso não fosse mencionada nos livros, os acadêmicos deveriam sugerir uma abordagem para a sala de aula sobre o conteúdo específico utilizando a História da Matemática.

Assim, realizamos um levantamento bibliográfico sobre pesquisas realizadas analisando livros de Matemática para identificar a inserção da História da Matemática nas suas propostas didáticas e nos embasamos nas ideias de Chaquiam (2016), D'Ambrósio (2000), Gasperi (2008), Lutz (2006) e Medeiros (2014).

Em seguida, analisamos as pesquisas feitas pelos acadêmicos, bem como suas propostas de utilização da História da Matemática para ensinar determinados conteúdos dessa Ciência nos diferentes anos do Ensino Fundamental e Médio, já mencionados anteriormente.

DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Os conteúdos sugeridos para análise do livro de 2º ano do EF, da Coleção Brasiliana que tem como tema “Alfabetização Matemática” foram as quatro operações e as formas geométricas espaciais. Na análise, os acadêmicos perceberam que a autora Prado (2014) não apresenta nenhuma informação histórica da matemática, mesmo trazendo atividades lúdicas para o ensino desses conteúdos.

Após a análise, durante as aulas da disciplina de História da Matemática, os acadêmicos sugeriram à professora da disciplina que esses conteúdos pudessem ser ensinados por meio da apresentação de uma linha do tempo de sua evolução e também usar jogos além de apresentação teatrais.

Para o 4º ano do EF, o livro analisado foi Fazendo e Compreendendo Matemática, do Lucília Bechara (2010). Os conteúdos escolhidos foram, o sistema de numeração decimal, sólidos geométricos, retas e ângulos.

Com a análise, os acadêmicos observaram que o livro apresenta um pouco de história quando se trata do sistema de numeração decimal, porém, não há nada em relação a história da geometria, mesmo contendo imagens e informações curiosas para a compreensão do conteúdo.

Uma sugestão encontrada pela equipe que fez a análise desse material foi que os professores dessa turma podem abordar de maneira geral a origem da geometria a partir da civilização antigas, construindo sólidos geométricos com matérias de baixo custo. E, em relação a ângulos, utilizar os espaços da sala de aula e a própria escola contando como surgiu a ideia de ângulos.

Como sabemos, a história do conceito de ângulo, assim como a historia de toda a matemática não apresenta uma origem precisa. Lorenzoni (2003, p.10) ao mencionar

Euclides, em Os elementos (300 a.C.) apresenta sua definição sobre ângulo, “Ângulo plano retilíneo é a inclinação recíproca de duas linhas retas, que se encontram, e não estão em direitura uma com outra.”

Porém, em meados de 600 a.C, Tales de Mileto também utilizou a idéia de ângulo para verificar a altura de uma das pirâmides egípcias. Através da semelhança de triângulos, estes formados pela altura e pela sombra do sol projetada no chão, da pirâmide e de uma estaca fincada no chão, concluiu que, no momento em que a sombra e a altura de cada objeto forem iguais poderia se medir o comprimento da sombra projetada pela pirâmide e assim, encontraria a altura dela. Neste caso, temos o ângulo de 45º utilizado, intuitivamente, para encontrar a altura da pirâmide. (BENTO, 2010).

Visto isso, podemos dizer que, como não se conhecia tal definição, o ângulo primeiro foi utilizado e aplicado pelas civilizações (através de ideias intuitivas), sendo definido somente mais tarde.

A geometria contribui para desenvolver a capacidade de explorar, conjecturar e raciocinar logicamente, envolvendo três formas de processo cognitivo: visualização, construção de configurações e raciocínio. Estes três processos cognitivos estão entrelaçados e são de vital importância para o aprendizado de geometria. (BENTO, 2010).

Para o 7ª ano do EF, o livro analisado foi “Vontade de saber”, de Joamir Sousa (2015), os conteúdos selecionados foram, frações, expressões algébricas, fórmulas e equações. Porém, não há, no livro, nenhuma referência à história desses conteúdos.

A sugestão apresentada pela equipe à professora após análise do livro foi: i) Para frações apresentar o surgimento e a sua evolução, em seguida utilizar o dominó de frações. Para expressões algébricas, deve-se estudar as contribuições do grande matemático Arquimedes, destacando a sua importância para o desenvolvimento da Matemática, mediante o uso de história em quadrinhos.

Uma forma interessante de apresentar a história das frações para os alunos é informá-los que as frações eram usadas pelos egípcios por volta de 2000 a.C. com o objetivo de “operar com seus sistemas de pesos e medidas e para exprimir resultados” (BRASIL, 1998, p. 101).

Ainda, de acordo com os PCN do Ensino Fundamental, esses povos utilizavam:

> Apenas frações unitárias (frações de numerador 1), com exceção de 2/3 e 3/4. Assim, numa situação em que precisavam dividir 19 por 8 eles utilizavam um procedimento que na nossa notação pode ser expresso por 2 + 1/4 + 1/8. A partir dessa situação pode-se propor aos alunos que mostrem que essa soma é 19/8, que encontrem outras divisões que podem ser determinadas por soma de frações unitárias e que pesquisem outros problemas históricos envolvendo os números racionais (BRASIL, 1998, p. 101-102).

Já a equipe que fez a análise dos livros do Ensino Médio propôs os seguintes conteúdos: i) Conjuntos e Funções para o 1º ano; ii) Trigonometria para o 2º ano; e, iii) Geometria para o 3ª ano. O livro analisado foi Projeto Voaz – Matemática – Ensino Médio – Com 3 volume, do autor Dante (2012) e neste livro não foi encontrada nenhuma informação histórica sobre os conceitos escolhidos.

Sendo assim, as sugestões para o tema Conjuntos do 1º ano do EM, foram utilizar a história de Georg Cantor e a sua contribuição para o desenvolvimento das ideias de conjuntos como fundamentação para a aula, podendo usar livros paradidáticos como “O homem que Calculava” de Malba Tahan (1938) e jogos matemáticos como o “Bingo dos Conjuntos”, proposto por Batista (2009).

Para os conceitos de Funções, ainda no 1º ano do EM, apresentar a história de Gottfried Leibniz para fundamentação da aula e utilizar problemas do dia a dia que envolvam informações como o preço a pagar por uma refeição depende da quantidade de comida que for colocada no prato. Assim a quantidade de comida é a função do preço a pagar.

Nos 2º e 3º anos do EM, para os conceitos de Trigonometria e Geometria, o professor pode, por exemplo, narrar para seus alunos uma curiosidade sobre a importância da obra de Euclides.

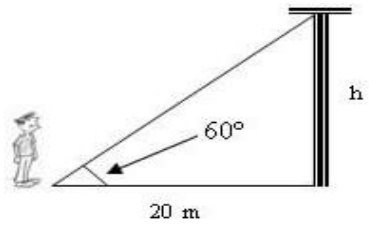
> A primeira versão impressa de Os elementos apareceu em Veneza em 1482, um dos primeiros livros de matemática impressos; calcula-se que desde então pelo menos mil edições foram publicadas. Talvez nenhum livro, além da Bíblia, possa se gabar de tantas edições, e, certamente nenhuma obra matemática teve influência comparável à de Os elementos de Euclides. (BOYER, 2002, p. 82)

Dentre as atividades realizadas em sala de aula, o professor pode construir o Relógio de Sol, como propõem Ribeiro e Soares (2006), utilizando compasso, régua e transferidor, explicando a sua utilidade e como surgiu.

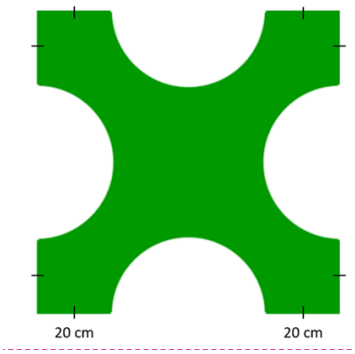
Para a trigonometria, podemos ensinar sua história ressaltando, resumidamente seu surgimento e desenvolvimento, tornando assim o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática mais dinâmicos, levando os alunos a construírem conhecimentos matemáticos de forma significativa e prazerosa.

Na sequência apresentamos dois problemas indicados pela equipe que analisou esses conteúdos, envolvendo situações cotidianas para os alunos:

Problema 1: Do ponto A, uma pessoa observa o topo de uma torre sob um ângulo de 60º. Determine a altura da torre, sabendo que a pessoa está a 20 metros dela.



Problema 2: A família Xis precisa de um logotipo para a placa que será colocada na fachada de sua loja. O filho mais novo fez o desenho abaixo, a partir de um quadrado de lados medindo 80 cm e de quatro semicírculos, mas precisa comprar tinta para pintá-lo. Qual a medida da área do logotipo que será pintada de verde? Veja a figura ao lado:



Com isso, entendemos que os autores dos livros, pouco ou nunca utilizam conhecimentos de História da Matemática para abordar os conteúdos dessa Ciência na Educação Básica.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (PCN), já mencionavam a importância da utilização de livro didático dentro das escolas brasileiras. O uso frequente dessa ferramenta de ensino é uma realidade e, por isso, é preciso ter cautela no momento de utilizá-la. O próprio documento alerta para isso:

> O livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileira. É preciso que os professores estejam atentos à qualidade, à coerência e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante considerar que o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado, pois a variedade de fontes de informação é que contribuirá para o aluno ter uma visão ampla do conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 67)

Ao analisar livros didáticos é possível perceber a existência de falhas na sua composição, às vezes na forma de apresentação do conteúdo, nas atividades propostas, no desenvolvimento dos conceitos no decorrer das páginas, ou ainda de inadequação à realidade local, às práticas sociais do grupo escolar em questão. Por esse motivo destaca-se a importância de utilizar diversos livros, mas, também, variados recursos pedagógicos para oferecer ao aluno uma vasta fonte de informações. Neste contexto, a análise crítica e criteriosa dos livros didáticos utilizados em sala de aula de matemática mostra-se de fundamental importância.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As atividades realizadas através da disciplina de História da Matemática permitiram aos acadêmicos analisarem e refletirem sobre a importância da História da Matemática como metodologia de ensino e de sua inserção nos livros didáticos, devido serem um material de apoio bastante utilizado pelo professor da Educação Básica.

Percebemos que os livros analisados não disponibilizam fundamentação histórica necessária para auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem de diversos conteúdos da Matemática, não abordando a história dos matemáticos responsáveis pelo desenvolvimento dos conteúdos específicos durante o tempo e nos mais diversos espaços, tampouco o processo que utilizaram para chegar a esse nível de generalização dos conceitos.

O livro didático adotado pela escola e utilizado pelos professores não precisa ser o único material utilizado nas aulas, pois algumas vezes o livro é cheio de exercícios de memorização e repetição, os quais não fundamentam a existência, beleza e utilidade da Matemática. Assim, os professores e futuros professores da Educação

Básica precisam buscar informações em outros livros, revistas, internet, artigos, entre outros, para ampliar seu conhecimento e as possibilidades de diversificar o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

REFERÊNCIAS

BATISTA, Jucimara Baptista. **Bingo dos conjuntos numéricos.** Portal do Professor. Presidente Prudente – SP, 2009. Disponível em:<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1914>. Acesso em: 28 set. 2016.

BENTO, Humberto Alves. **O desenvolvimento do pensamento geométrico com a construção de figuras geométricas planas utilizando o software:** Geogebra. Belo Horizonte, 2010.

BOYER, Carl B. **História da matemática.** 2. ed. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Programa Nacional do Livro do Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2004. Disponível em www.fnde.gov.br. Acesso em 27 dez. 2018.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática**.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática.** In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115.

GASPERI, Wlasta. PACHECO, Edilson. **A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO INSTRUMENTO PARA A INTERDISCIPLINARIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA.** Portal Educacional do Estado do Paraná, 2008. Disponível em http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf. Acesso em 26 dez. 2018

LORENZONI, Claudia A. C. A. **O ângulo na geometria elementar:** Diferentes concepções ao longo do tempo. Rio Claro: SBHMat, 2003.

Lutz, Michele. **A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO CONTEXTO DO LIVRO DIDÁTICO.** Universidade Católica de Brasília,2006. Disponível em http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22006/MicheleMelloLutz.pdf. Acesso em 27 dez. 2018.

MEDEIROS, Brecia. **ANÁLISE CRÍTICA DO LIVRO DIDÁTICO "MATEMÁTICA CONTEXTO E APLICAÇÕES" 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO.** Unidade Acadêmica de Matemática, 2014.Disponível em http://mat.ufcg.edu.br/pibid/wp-content/uploads/sites/4/2016/03/An%C3%A1lise-Cr%C3%ADtica-Matem%C3%A1tica-Contexto-e-Aplica%C3%A7%C3%B5es-1%C2%BA-ano.pdf. Acesso em 29 dez. 2018.

MENDES, Iram. CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de matemática.** SBHMat, 2016.Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/historia_nas_aulas_de_matematica.pdf. Acesso em 26 dez. 2018.

RIBEIRO, Jackson; SOARES, Elizabeth. **Construindo consciências:** Matemática, 6ª série. São Paulo: Scipione. (2013)

ISSN 2236-4102

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PRESENTE NOS LIVROS DIDÁTICOS DE UMA A EMEF DO MUNICÍPIO DE CAMETÁ/PA

Romulo Everton de Carvalho Moia [416]
Suyane Mendes Lopes [417]
Daniele Esteves Pereira Smith [418]

RESUMO

O presente estudo visa promover uma análise para verificar a inserção da História da Matemática nos livros didáticos do ensino fundamental, especificamente no 9º ano. Nesse sentido, tal investigação faz-se necessária tendo em vista que grande parte dos professores norteia sua prática de ensino a partir dos conteúdos do livro didático, em contrapartida, este recurso nem sempre é estendido para uma visão geral e contextualizada do conhecimento. A metodologia utilizada para a realização desta pesquisa foi uma abordagem qualitativa, pois houve análise dos livros didáticos, bem como uma pesquisa bibliográfica, para buscar autores que estudam o tema abordado, como D'Ambrósio (1993), Gomes (2005) e Garnica (2015). Nesse sentido, nos colocamos a favor de um ensino da Matemática contextualizado e amplo, para que esta se torne uma ciência menos abstrata aos olhos do educando, tornando também o ensino mais eficaz. Além disso, observamos que a História da Educação Matemática se faz presente nos dois livros didáticos analisados, mas de forma limitada, o que acaba de alguma forma, interferindo na sua utilização como metodologia de ensino a partir da história da matemática.

Palavras-chave: História da Matemática. Livros Didáticos. História da Educação Matemática.

[416] Universidade Federal do Pará (UFPA). romuloecm08@gmail.com
[417] Universidade Federal do Pará (UFPA). suyane_lopes@hotmail.com
[418] Universidade Federal do Pará (UFPA). danieleyz@gmail.com

INTRODUÇÃO

O presente artigo surgiu do interesse em estudos sobre Tendências em Educação Matemática, com destaque a História da Matemática. A História da Matemática se caracteriza por ser um mecanismo de estudo/investigação das origens, métodos e registros matemáticos elaborados com o passar dos anos, começando com as antigas civilizações e se estendendo até hoje. Logo, este artigo foi elaborado na perspectiva de promover uma análise para verificar a inserção da História da Matemática nos livros didáticos do 9° ano do ensino fundamental em uma Escola Municipal de Ensino Fundamental (EMEF) do município de Cametá/PA. Este é um recurso metodológico fundamental no estudo da matemática, pois auxiliam na contextualização, aplicação e compreensão dos conteúdos abordados, conforme estabelece os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's: "A História da Matemática, mediante um processo de transposição didática e juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática." (BRASIL, 1997, p. 34).

Assim, tem-se como principal objetivo investigar a utilização da História da Matemática em livros didáticos do ensino fundamental, especificamente no 9º ano, promovendo assim, uma análise para verificar a inserção da História da Matemática nos livros didáticos. De forma específica, pretende-se analisar e estimular o uso da História da Matemática como instrumento metodológico para o ensino da matemática, de modo a facilitar a compreensão desta pelos educandos.

Em função disso, foi realizada uma pesquisa nos livros didáticos do 9º ano de uma escola, da rede municipal, da cidade de Cametá-PA para evidenciar se realmente há uma escassez de História da Matemática e se essa escassez existe em um ponto que seja inconcebível a utilização da história da matemática através deles.

Os livros escolhidos foram o Ideias e Desafios, 17ª edição, dedicado a utilização nos anos 2014, 2015 e 2016, e o Vontade de Saber, 3ª edição, para utilização nos anos 2017, 2018 e 2019, pois estes foram utilizados em sala de aula, na escola alvo da pesquisa, nos anos de 2016 e 2017, respectivamente.

Nesse sentido, primeiramente foi feita uma pesquisa bibliográfica para caracterizar a Educação Matemática, algumas de suas atuais tendências, onde está inserida a História da Matemática e a partir disso a análise do livro na referida escola.

Assim, no primeiro tópico será abordada a História da Educação Matemática e Educação Matemática, enfatizando sua cronologia, tratando alguns momentos históricos importantes que contribuíram para a construção da Educação Matemática que conhecemos hoje, também é abordado um pouco sobre a importância da História da Educação Matemática na formação de professores, pois sem que o professor tenha aprendido essa base em seu curso, há diversas possibilidades de se transmitir conhecimento através da história da matemática para o aluno. Paralelo a isso, o segundo tópico é dedicado à uma abordagem da História da Matemática como tendência metodológica e, por fim, no terceiro tópico são apresentadas as análises e discussões do conteúdo do livro didático de Matemática do 9º ano utilizados na EMEF em questão.

HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O desenvolvimento da História da Educação Matemática tem se tornado um ramo de pesquisa destacado pois há uma grande necessidade de pesquisa nesse campo. Atualmente, muito se tem discutido sobre a História da Matemática como um recurso metodológico nas práticas de professores. Podemos constatar esse fato através análise de várias outras pesquisas com esta mesma vertente. (GUTIERRE, 2001, p.1)

Esta preocupação com a matemática vem desde a época de Platão. A palavra matemática em si tem raiz grega, *matemata*, e significa explicação, entendimento, manejo da realidade. Era através dela que se alcançava um “estágio superior”, por isso os estudos matemáticos do período grego, eram sempre destinados às elites dirigentes (D’AMBROSIO, 1993, p. 9).

Conforme o mesmo autor, a importância da Matemática no sistema escolar se consolidou com o avanço da ciência moderna e da tecnologia, a partir do século XVIII, no contexto em que ocorreu a primeira Revolução Industrial. E por volta da metade do

século XIX, a Educação se estabeleceu como uma disciplina acadêmica, nessa mesma época, as preocupações com o ensino da matemática tiveram um grande impulso pelas obras de Felix Klein.

Para Berti (2005, p.3), somente na Idade Média, no Renascimento e no início da Idade Moderna é que as preocupações com o ensino da matemática foram melhores focalizadas, sendo que a partir das três grandes revoluções: Industrial(1767), Americana(1776) e Francesa(1789), essas preocupações com a educação matemática da juventude passaram a tomar um destino próprio.

Nesse contexto, em que a ciência moderna avançava e a tecnologia gerava máquinas, tornou-se inevitável discutir a educação dessa nova classe de trabalhadores que estava emergindo (Berti, 2005, p.4). Época que foram muito alterados o modo de vida, as relações familiares e as relações de trabalho das pessoas, o que fez surgir uma necessidade de melhor preparação, e formação do trabalhador. Além disso, passaram a surgir as primeiras cátedras de Educação por toda Alemanha, e ao mesmo tempo começaram a se manifestar as “reflexões sobre a Matemática como um assunto escolar com especificidades tais que se justificavam reflexões especializadas sobre seu ensino” (D’AMBROSIO, 1993, p. 9).

Para Gomes (2005, p. 56), o século XIX foi o período em que diferentes países começaram a revelar-se uma preocupação com o ensino da Matemática nas escolas secundárias, visando a sua modernização. Essa preocupação decorreu da constatação de que o ensino da matemática no nível secundário estava incoerente (ou não estava de acordo), com as exigências impostas pelo novo contexto sócio-político-econômico. A maneira como a formação do professor de Matemática era ofertada nas universidades, naquela época, não era associada à mesma forma de ensino de matemática nas escolas secundárias – que hoje seria o ensino médio-, não havendo uma formação específica para o ensino da disciplina.

Deste modo, o professor, ao começar a atuar profissionalmente, não conseguia fazer a relação do conteúdo aprendido na universidade, como o que tinha que ensinar na escola. Isso ocorria porque, nessa época, havia uma acedência, um consentimento do ensino tradicional, formal e desprendido das necessidades práticas e de exatidão no manuseio da mesma, apresentando um ensino insatisfatório. Como efeito desse ensino

insatisfatório, começou a ser implantado os sistemas escolares nacionais, e houve uma necessidade de aumento do quadro de professores, e claro, de uma maior e melhor qualificação profissional. A partir daí as universidades então decidiram propor alterações na formação dos professores de Matemática dos cursos secundários (GOMES, 2005 P. 57).

Essas alterações passaram a ser discutidas em conferências em que se debatiam temas relacionados à formação de professores. Porém, Gomes (2005, p.57), diz que apenas no final do século XIX foram inseridos nas universidades alemãs cursos direcionados à formação do profissional de Matemática. E em decorrência disso, propostas de reforma começaram a surgir, resultando numa nova fase do ensino da Matemática.

Surge daí um conceito inicial de Educação Matemática, começando o primeiro movimento internacional para a modernização e renovação do ensino de Matemática. Tal concepção de preocupação com o ensino secundário só se incorporaria ao âmbito nacional no início do século XX, com o movimento da Escola Nova. Esse movimento da Escola nova foi desencadeado no final do século XIX e início do século XX, marcado por inovações tecnológicas que levaram numerosos pensadores a divulgar a crença no progresso indefinido. (GOMES, 2005, p. 57).

Essa grande expansão da educação a partir do final do século XIX só se manifestou com grande intensidade nos países menos desenvolvidos a partir de meados do século XX, levando à universalização da Educação Matemática – universalização no sentido pleno, de ensinar Matemática para todos. (D'AMBROSIO, 1993, p. 12)

Assim, D'Ambrósio (1993, p. 7) faz as seguintes indagações:

> O que vem a ser Educação Matemática? Um ramo da Educação? Sim. Não se pode tirar Educação Matemática de seu lugar muito natural entre as várias áreas da Educação. Mas não seria também uma especialização da Matemática? Claro. Tem tudo a ver com Matemática. E por que, então, distingui-la como uma disciplina autônoma? Não poderíamos simplesmente falar em Educação Matemática como o estudo e o desenvolvimento de técnicas ou modos mais eficientes de se ensinar Matemática? Ou como estudos de ensino e aprendizagem da Matemática? Ou como metodologia de seu ensino no sentido amplo? Claro [...] (D'AMBROSIO, 1993, p. 7).

Logo, a educação matemática pode ser o estudo e desenvolvimento de técnicas ou modos mais eficientes de se ensinar matemática, ou os estudos de ensino e aprendizagem. Ela também aborda inúmeros outros desafios da educação, o que a torna merecedora de ter um espaço próprio destacado na educação. Um desses desafios "é o reconhecimento da sua presença total no sistema escolar, da sua penetração em todas as camadas da sociedade, mas sem uma identidade disciplinar restritiva" o que refletiria a sua integração total na sociedade, pois toda a nossa sociedade está impregnada com a matemática (D'AMBROSIO, 1993, p. 7-8).

É por isso que, ainda para D'Ambrósio (1993, p. 7), ela é "a única disciplina que chegou a atingir um caráter de universalidade, e que é ensinada [...] da mesma forma e com os mesmos conteúdos para as crianças de todo o mundo".

Para Garnica (2015, p. 36), a educação matemática é uma área interdisciplinar, pois ela nasce e se nutre continuamente de interlocuções com inúmeras outras áreas de conhecimento. Além disso, seu objeto também é interdisciplinar, pois a relação entre matemática, ensino e aprendizagem ocorrem em variadas situações, tempos, espaços e circunstâncias diferentes.

Também é possível caracterizar a educação matemática como sendo um campo de conhecimento que tem como objeto a presença da matemática na cultura escolar. Sendo assim, Garnica (2015, p. 36) diz que é uma forma reducionista de se afirmar a educação matemática, visto que não está restrito somente a escola ou a instituições formais o ensinar e o aprender em matemática, apesar de ter se tornado muito "academicista".

Essa complexidade da Matemática, em decorrência de suas relações com outras áreas de conhecimento e por suas implicações sociais, políticas e econômicas, acaba justificando, desde a Antiguidade, reflexões, teorias e estudos sobre seu ensino (D'AMBRÓSIO, 1993 p. 9). É por isso que na concepção de Mendes (2008, p.9)

> A Educação Matemática como área de estudos e pesquisas tem se constituído por um corpo de atividades essencialmente *pluri* e interdisciplinares dos mais diferentes tipos, cujas finalidades principais são desenvolver, testar e divulgar métodos inovadores de ensino; elaborar e implementar mudanças curriculares, além de desenvolver e testar materiais de apoio para o ensino da matemática (MENDES, 2008, p. 9).

Em outras palavras, significa que a Educação Matemática não está em pauta somente por si mesma, ou seja, sua finalidade é abranger um contexto mais geral de modo que permita aos educandos um conhecimento amplo daquilo que esta sendo discutido, para que o estereótipo desta ciência como “difícil” ou abstrata seja superado.

É comum percebermos na maioria das escolas, a não aceitação da matemática como uma das matérias que os alunos mais gostam. Justificando-se pela maneira como os conteúdos são apresentados, que em sua maioria são descontextualizados. Além disso, ainda há um estereótipo sobre a matemática, que poucas pessoas conseguem entender e aprender, que matemática é para poucos. Logo, a pesquisa em Educação Matemática é um dos campos que mais crescem, pois não é de hoje que há uma grande preocupação com o ensino e aprendizagem. Há uma grande preocupação com a forma com que o conhecimento chega até o aluno e se as práticas pedagógicas de ensino estão cumprindo o seu objetivo de ensinar, e fazer que com que o aluno realmente tenha uma aprendizagem concreta.

Neste contexto vários autores, como Zorzan (2014, p.78), Gomes e Rodrigues (2014, p. 59), nos dizem que a por volta dos anos 1960 e 1970, a matemática foi muito influenciada pelo movimento chamado “Matemática Moderna”, que dava muita ênfase a abstração, a teoria. De encontro a esse movimento é que surgiu o termo Tendências em Matemática, pois passou a perceber-se que este movimento não se adequava mais as atuais necessidades educativas em uma sociedade cheia de avanços científicos e tecnológicos.

Segundo Lopes e Borba (1994, p. 50), muitos pesquisadores e professores passaram a se indagar sobre questões que envolviam a aprendizagem, e não somente o ensino da matemática. Foi através dessas e outras reflexões, que passaram a surgir diversas teorias, pesquisas, e foram criadas essas “alternativas para a ação pedagógica do ensino matemático”, ou seja, as tendências em educação matemática, e uma dessas é a História da Matemática (ZORZAN, 2014, p. 79).

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Uma proposta metodológica importante que atualmente vem sendo muito discutida é sobre a questão da História da Matemática como um recurso metodológico nas práticas pedagógicas de professores. Podemos constatar esse fato através da análise de vários trabalhos, artigos, entre outros, em anais de encontros, seminários e congressos de Educação Matemática. (GUTIERRE, 2001, p. 01).

É comum que se utilize o recurso da história da matemática nas séries iniciais do ensino fundamental, pois acredita-se que ela ajuda no processo de construção do conhecimento matemático pelas crianças. Porém, ela pode ser inserida em qualquer série, pois a complexidade do nível de conhecimento que será construído pelos alunos deverá ter como base atividades que possam favorecer a interatividade entre o sujeito e o seu objeto de conhecimento, e a história da matemática opera nesse sentido. Sempre contextualizando com o cotidiano escolar e o científico “principalmente quando são rearticulados ao longo do processo de manuseio de qualquer componente da atividade (o material manipulativo, as orientações orais e escritas e o diálogo estabelecido durante todo o processo ensino-aprendizagem)” (MENDES, 2008, p. 40).

É muito importante lembrarmos que a construção dos saberes matemático está profundamente ligada à cultura, pois tal qual o homem, a matemática não se desenvolveu sozinha e isolada ao longo do tempo. Por isso, mostrar as relações entre a matemática e o desenvolvimento, tanto social quanto econômico, é um caminho para se obter um cenário que promova a compreensão e entendimento dos conhecimentos matemáticos atuais, bem como sua origem. (LOPES e FERREIRA, 2013, p.78)

Pois pelo o que já vimos até aqui, a matemática surgiu por uma necessidade, de diversos povos, em lugares e tempos diferentes. Assim, surgiram algumas indagações, que formam a essência de um programa de estudos (ou de um currículo) de História da Matemática, como “Para quem?” e “Para que serve a História da Matemática?”. Tais indagações são respondidas em D’Ambrósio (1999, p.27):

> Para quem? Para alunos, professores, pais e público em geral. Para que? Algumas das finalidades principais parecem-me:

> 1. para situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução;
> 2. para mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade;
> 3. para destacar que essa Matemática teve sua origem nas culturas da antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio;
> 4. para saber que desde então a Matemática foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas, se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico, e avaliar as consequências socioculturais dessa incorporação. (D'AMBRÓSIO, 1999, p. 27).

Já Muller (2000, p. 139) acredita que,

> [..]o contato do aluno com estes lugares e tempos diferenciados, marcados pelo contexto sócio/histórico/econômico/cultural, servirá como motivação para um maior entendimento e gosto pela matemática (MULLER, 2000, p. 139).

Seguindo esse mesmo raciocínio, Nunes e da Silva (2006, p.4) nos apontam que, conhecer a história da matemática com maior grau de profundidade, permite ao professor criar novas estratégias de ensino e despertar o desejo de enveredar pelo estudo das descobertas da matemática.

Mas qual seria a maneira mais adequada de introduzir a história da matemática nos currículos escolares? Pois sabemos que há alguns obstáculos em se trabalhar a história da matemática. De acordo com Nunes e Silva (2006, p. 5), Muller (2000, p. 139) uma das dificuldades na utilização desta tendência, está relacionada a "ausência do desenvolvimento histórico" matemático na maioria dos livros didáticos.

Há ainda, o fato de a História da Matemática ser vista como um conteúdo supérfluo, que aplica-la como recurso pedagógico seria apenas perda de tempo para os alunos, o que resultaria em perda de espaço do ensino-aprendizagem de outras disciplinas. (VALENTE, 2013, p.33)

Na verdade, para inseri-la, o ideal seria um estudo mais aprofundado, e não necessariamente uma simples enumeração de nomes, datas e lugares. Um método mais elaborado seria organizar resumos históricos sobre cada tópico, enfatizando os

aspectos socioeconômico e políticos na criação matemática, relacionando-a com as ciências em geral, com filosofia, com as religiões, as artes e os costumes, na sociedade como um todo. (D'AMBRÓSIO, 1999, p. 35)

Porém não é necessário que o professor seja um expert em história da matemática para começar a introduzi-la na sala da aula, pois seu grau de conhecimento depende muito da sua formação acadêmica. Por isso, se for impossível fazer algo mais elaborado, caso ele tenha alguma informação, ou saiba alguma curiosidade histórica, ele deve sempre compartilhar com os alunos, ir inserindo a história da matemática através de pequenas reflexões, aos poucos. (DAMBRÓSIO, 1999, p. 35)

DESCRIÇÃO E ANÁLISES DOS LIVROS DIDÁTICOS

Para a pesquisa, adotamos os seguintes livros: *Matemática: Ideias e Desafios* (chamamos de livro 01), de autoria de Iracema Mori e Dulce Satiko Onaga. (9º ano, 17. Ed. – São Paulo: Saraiva 2012), fora utilizado no ano letivo de 2016, e *Vontade de Saber matemática* (chamamos de livro 02), cujo os autores foram Joamir Roberto de Souza e Patrícia Rosana Moreno Pataro (9º ano, 3. Ed. – São Paulo: FTD, 2015), utilizado no ano de 2017.

Como pontos em comum entre os livros 01 e 02, podemos citar as referências a Galileu Galilei, que tanto no livro 01 quanto no livro 02, aparecem quando se trata do mesmo assunto: Equações do 2º grau com uma incógnita.

No livro 01 é falado sobre Galileu Galilei no início do capítulo, como um incentivo, uma forma de chamar atenção para o assunto. Já no livro 02 ele aparece ao final de um capítulo, dentro de uma questão, como se fosse uma forma de aplicar o conteúdo estudado no capítulo.

Outro ponto em comum é a referência a Tales de Mileto, que é citado nos dois livros, no livro 01 a unidade já tem o nome de Tales no título, e logo por aí já podemos perceber que o assunto vai ter alguma ligação histórica, e há toda uma contextualização desde o início do capítulo. Já no livro 02 na página 148, aparece o

assunto com título Teorema de Tales, porém, durante todo o assunto não há nenhuma contextualização histórica, já ao final do capítulo é que vamos ver um pouco da história de Tales, novamente dentro de uma questão. Em ambos os livros é falado que Tales ficou conhecido ao conseguir calcular a medida aproximada de uma pirâmide, os assuntos em que Tales foi citado foram Proporcionalidade e Semelhança.

Sobre o assunto Equações de 2º Grau Completas, os dois livros citam Bhaskara, falando basicamente da mesma forma, que foi um matemático hindu, que destacou-se por vários escritos e dentre eles está a fórmula de Bhaskara, que é uma generalização da resolução de equações de 2º grau com uma incógnita.

Outro matemático que é citado nos dois livros é Pitágoras, que aparece, em ambos os livros, relacionado aos assuntos de Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo, e em ambos nos é informado que o Teorema de Pitágoras apenas ganhou seu nome, pois ele foi o primeiro a conseguir demonstrá-lo, porém outros povos antigos já o utilizavam. No livro 01, Pitágoras também é citado para falar da harmonia em cordas de instrumentos musicais, o que não é mencionado no livro 02.

Como pontos distintos, podemos ressaltar a menção ao Partenon, a Leonardo de Pisa, e ao R gótico (que foi muito interessante para nós, sabermos que esse foi o primeiro símbolo para representar uma raiz), tratados no primeiro livro para falar sobre Radiciação. Já no livro 02, para falar do assunto Raízes, é citado Herão de Alexandria, por causa de um método de calcular a raiz quadrada, em sua obra, Metrica.

Na unidade sobre Equações de 2º Grau, do livro 01, além de Galileu Galilei (que já foi mencionado anteriormente), é citado Al Khowarizmi, para falar sobre o método de completar quadrados, que é utilizado para resolver equações de 2º grau com uma incógnita, utilizando áreas de quadrados e retângulos. O livro 02 carece dessa informação.

Para falar sobre Semelhança e Medidas, no livro 01, foi citado o artista Leonardo da Vince, por sua Cânone da Harmonia. Já no livro 02, o capítulo em que encontramos outro artista, Maurits Cornelis Escher, foi o capítulo Sobre Simetria.

Outra diferença é que no livro 01, logo após Galileu, também é citado Isaac Newton, pois a Lei da queda Livre de Galileu foi a base para que Isaac Newton escrevesse sua Lei da Gravitação, e no livro 02 isso não é mencionado.

Somente no livro 01, também temos uma única menção ao filósofo grego Aristóteles, na unidade Circunferência e Círculos. Já no livro 2, sobre estes mesmos assuntos, quem foi citado, foi o matemático italiano, Bonaventura Cavalieri.

Uma outra discrepância entre os dois livros, que achamos interessante, foi um texto no livro 01, no tópico Leitura+, destinado somente a falar das pirâmides. Apesar de os dois livros sempre citarem pirâmides para falar dos assuntos de Relações trigonométricas, Pitágoras, Tales, não vemos um texto destinado a elas no livro 02, porém é citado o papiro egípcio Cairo, que continha problemas que envolviam relações trigonométricas.

Também foram citados somente no livro 01, o sábio grego Arquimedes, e os matemáticos Pierre Fermat e René Descartes.

No livro 02, para falar do assunto Matemática Financeira, temos um texto dedicado a falar de Juro, que nos mostra que a ideia de juro já utilizada a muito tempo, por povos antigos da Mesopotâmia. Já no livro 01, não temos em unidade alguma o assunto de Matemática financeira.

Também somente no livro 02 encontramos o assunto Medidas em Informática, onde temos uma relação histórica feita através de uma imagem antiga do surgimento do primeiro computador.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo, que surgiu a partir de um trabalho de pesquisa feito sobre Tendências em Educação Matemática na disciplina de Prática Docente II, teve intuito de apresentar um pouco da História da Educação Matemática, da Educação Matemática e da História da Matemática como metodologia de ensino, para serem usados como base bibliográfica na análise de livros didáticos, além de fazer uma avaliação da presença ou da ausência da história da matemática nos livros didáticos.

Com isso, no livro Ideias e Desafios, podemos observar que a história da matemática foi bastante utilizada, e em sua maioria apareceu na conclusão de um capítulo, quase sempre no tópico Leitura+, e quando aparecia, não era algo muito

aprofundado, além disso, em sua maioria era citada a história de algum estudioso matemático famoso, que descobriu algo relacionado aos assuntos da unidade.

O livro todo é recheado de figuras históricas, e podemos ver que em todos os capítulos sempre foi levada em consideração a história da matemática, ainda que fosse apenas para mostrar uma curiosidade, e não o assunto em si. Muitos outros assuntos temas poderiam ter sido melhores explorados, e melhores introduzidos com a utilização da história da matemática, mas para um livro de matemática do 9º ano, achamos a quantidade de conteúdo histórico muito razoável.

Já no segundo livro, Vontade de saber, podemos perceber que na maioria dos capítulos não foram feitas muitas ligações históricas, tanto que elas apareceram em sua maioria no quadro “Contexto”, sempre relacionado a alguma atividade, foram raras as aparições para introduzir um assunto. Logo podemos ver que há uma carência maior de história da matemática nesse livro em relação ao anterior.

Dessa forma, é possível perceber que apesar da História da Matemática estar presente nos livros analisados, ainda ocorre de maneira insuficiente. Diante disso, acreditamos que a inserção de mais fatos históricos nos livros didáticos pode contribuir para um melhor entendimento dos alunos no que tange a extensão histórica dos conteúdos abordados, haja vista que a História da Matemática apresenta um leque de possibilidades para o trabalho com diferentes assuntos de forma interligada, podendo propiciar o despertar do empenho dos alunos e a motivação para buscar novos conhecimentos.

Em suma, podemos concluir que a utilização da História da Matemática em sala de aula pode favorecer com que os alunos compreendam de fato o “porquê” e “para que” estudarem determinado conteúdo, podem reconhecer a aplicação e importância tanto nos tempos passados quanto nos dias de hoje, de modo a perceber a natureza dos objetos da matemática e de que forma se desenvolveu essa ciência.

Ao discutir a História da Matemática na sala de aula, o professor precisa apresentar a Matemática como sendo uma criação e produto da necessidade humana. Assim, é possível provocar o encanto do educando para a história dessa ciência que é essencial na construção do espaço dos indivíduos no mundo.

No entanto, isso só é possível se a visão da Matemática como disciplina decorativa for desmistificada, assim como aponta D'Ambrósio (1984, apud ANDUJAR, 2017, p. 14), ao afirmar que existe uma grande preocupação pautada em que o aluno decore as fórmulas e símbolos matemáticos, que muitas vezes não sabem onde e nem de que forma poderão ser usadas, e não há por parte do professor uma preocupação maior de tornar a matemática mais acessível, de interligar seus conteúdos com outras áreas do conhecimento – que é justamente neste ponto que se encaixa a Historia da Matemática como instrumento de metodológico.

Assim, é essencial que a História da Matemática faça parte do currículo educacional, pois somente assim é estabelecida uma relação prática e significativa da aplicação e relação dos conteúdos matemáticos com a realidade que é vivenciada, abrangendo também uma melhor absorção dos conteúdos pelo aluno, que um importante objetivo na construção de uma educação de qualidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDUJAR, Ariane Alves. História da Matemática: A importância da história na construção do conheci mento. 20 17. Número total de folhas. Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática Licenciatura. – Sistema de Ensino à Distância, Universidade Norte do Paraná, Teresópolis, 2017.

BERTI, Nívia Martins. O ensino de matemática no Brasil: buscando uma compreensão histórica. V. 17, p. 1-18, 2005. Ponta Grossa, [s. n.], 2005. Trabalho apresentado na "VI Jornada do HistedBr - História, Sociedade e Educação no Brasil". Universidade Estadual de Ponta Grosa – UEPG.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

D'AMBROSIO, Ubiratan. O ensino de ciências e matemática na América Latina. Campinas: Papirus, 1984.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A História da Matemática: Questões Historiográficas e Políticas e Reflexos ação Matemática. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas, org. Maria Aparecida Viggiani Bicudo, Editora UNESP, São Paulo, 1999; pp. 97-115.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação Matemática: Uma Visão do Estado da Arte. Vol.4N1[10]· março de 1993. Pro-posições.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. História oral em educação matemática: um panorama sobre pressupostos e exercícios de pesquisa História Oral, v. 18, n. 2, p. 35-53, jul./dez 2015.

GOMES, Emerson Batista. A História da Matemática como Metodologia de Ensino da Matemática: perspectivas epistemológicas e evolução de conceitos. 2005. 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) -Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

GOMES, T. de A.; RODRIGUES, C. K. A Evolução das Tendências da Educação Matemática e o Enfoque da História da Matemática no Ensino. Revista de Educação, Ciências e Matemática, v.4, n. 3, p. 57-67, set/dez. 2014.

GUTIERRE, Liliane dos Santos. História da Matemática na sala de aula. In: X Colóquio Internacional da Afirse/ I Colóqui Nacional - Secção Brasileira, 2001, Natal. Heterogeneidade, cultura e educação, 2001. p. 412-413.

LOPES, A. R. L. V.; BORBA, M. de C. Tendências em Educação Matemática, Roteiro. Revista da UNOESC, Joaçaba, Santa Catarina, v. 16, n. 32, p. 49-61, jul. /dez. 1994.

LOPES, L. S.; FERREIRA, A. L. A. Um olhar sobre a História nas aulas de Matemática. Abakós, Belo Horizonte, v.2, n.1, p. 75-88, novembro de 2013.

MENDES, Iran Abreu. Tendências Metodológicas No Ensino De Matemática Formação Continuada de Professores. v. 41. Belém: Editora da UFPA. 2008.

MULLER, I. Tendências atuais de Educação Matemática. Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas, Londrina, v.1, n.1, p.133-144, 2000.

NUNES, José Messildo Viana; da Silva, Francisco Hermes Santos. História da Matemática na Educação Matemática: uma tendência necessária In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2006. Recife. Artigo apresentado ao Simpósio Nacional de Pesquisa em Educação Matemática. Recife: UFPE, 2006.10 p.

VALENTE, Vagner Rodrigues Oito Temas sobre História da Educação Matemática. REMATEC, Natal (RN) Ano 8, n.12/ Jan.-Jun. 2013.

VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: considerações sobre suas potencialidades na formação do professor de matemática. Bolema, Rio Claro – SP, v. 23, n. 35A, abr. 2010.

ZORZAN, A. S. L. Ensino-Aprendizagem: Algumas Tendências na Educação Matemática. Revista de Ciências Humanas, Rio Grande do Sul, v.8, n.10, p.77-94, 2007.

ISSN 2236-4102

HISTÓRIA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NOS LIVROS DE MINICURSOS DO SNHM (2001 A 2017) PARA OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Luiza Pereira da Silva[419]
Benjamim Cardoso da Silva Neto[420]
Luis Andrés Castillo B.[421]

RESUMO

Este artigo tem por objetivo identificar e caracterizar as publicações de minicursos realizados nos Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM), em que se fundamenta nas dimensões emergentes das pesquisas da história da matemática, concebidas pelo Mendes de acordo com as dimensões propostas nas pesquisas (2012, 2015, 2017): história e epistemologia da Matemática, história da Educação Matemática e história para o ensino de Matemática, do período de 2001 a 2017, de modo a identificar os minicursos voltados para a história para o ensino de matemática com abordagem de conteúdos para os Anos Iniciais do EFI. Realizou-se uma análise documental das produções dos livros de minicursos, com uma abordagem qualitativa da pesquisa com a catalogação, caracterização e descrição dos minicursos com contribuições para os Anos Iniciais. Essa catalogação buscou responder a um questionamento principal: "quais as modalidades de abordagem da história da Matemática nos livros de minicursos do SNHM do período de 2001 a 2017 com abordagem da história para o ensino de matemática nos Anos Iniciais do EFI? O artigo faz parte de uma pesquisa maior intitulada "História para o ensino de matemática na formação de professores e na Educação Básica: uma análise da produção brasileira 1997 – 2017" sob a coordenação de Iran Abreu Mendes. Nesse sentido, observamos nos textos de minicursos a presença das três dimensões utilizadas para classificar as propostas, sendo 41% em história e epistemologia, 19 % em história da educação matemática e 40% em história para o ensino da matemática. Destes livros tivemos para os Anos Iniciais do EFI, 11 propostas, sendo 36% em história e epistemologia da matemática, 9% em história da educação matemática e 55% em história para o ensino de matemática.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Livros de Minicursos. Anos Iniciais.

[419] Universidade Federal do Pará (UFPA/IEMCI). luizamat2005@yahoo.com.br
[420] Universidade Federal do Pará (UFPA/IEMCI). benjamim.neto@ifma.edu.br
[421] Universidade Federal do Pará (UFPA/IEMCI). luiscastleb@gmail.com

INTRODUÇÃO

A área de Educação Matemática tem se constituído em um campo fértil de produção de conhecimento e de fontes de pesquisas nas diferentes tendências que a compõe, em particular na História da Matemática. As pesquisas em História da Matemática têm se expandido e se consolidado através dos diferentes meios de divulgação e disseminação criados ao longo dos últimos trinta anos, com a criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat); Seminários Nacionais de História da Matemática - SBHM, organizado pela SBHMat; Seminários Nacionais de História da Ciência e Tecnologia – SBHC; Encontros Luso-Brasileiro de História da Matemática; Simpósios Internacionais de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEMAT, organizado por SBHMat/SBEM; Encontros Nacionais de Pesquisa em História da Educação Matemática – ENAPHEM, dentre outros.

A criação da Revista Brasileira de História da Matemática, de abrangência internacional, REMATEC (Revista de Matemática, Ensino e Cultura – História e Educação Matemática), Revista de História da Matemática para Professores e recentemente a Revista de História da Educação Matemática, dentre outras, são veículos que vem sendo utilizados com o propósito de alargar a abrangência das discussões e ecoar a história da Matemática como importante instrumental para o ensino. As pesquisas em história da Matemática são recentes no âmbito de uma produção sistematizada e estruturada no que tange à produção de conhecimento nessa área, sendo formalizadas a partir da realização do I Seminário Nacional de História da Matemática (1995) e a criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) em 1999.

Nesta direção, temos as pesquisas desenvolvidas por Mendes (2012), através do Projeto de Pesquisa[422] em que realizou uma investigação cartográfica da produção científica na área de História da Matemática nos Programas de pós-graduação *stricto*

[422] Projeto de Pesquisa: Relatório de pesquisa intitulado Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010 coordenado pelo Prof. Dr. Iran Abreu Mendes, financiado pelo CNPq e realizado na Universidade Federal do Rio Grande do Norte em Natal.

senso no Brasil, no período de 1990 a 2010. Nessa ‘cartografia’, apresentou as produções classificadas em três dimensões:

> 1) Estudos e pesquisas em História e Epistemologia da Matemática: tratam das produções relacionadas à vida e à obra de matemáticos e ao desenvolvimento de suas ideias, bem como o desenvolvimento da área enquanto conteúdo científico; 2) Estudos e pesquisas em História da Educação Matemática: os trabalhos que tratam de estudos relacionados à história das instituições, biografias de matemáticos e professores de matemática (antigos e atuais) e suas contribuições para a formação de professores; 3) Estudos e pesquisas em História para o Ensino de Matemática: tem características por seus fins pedagógicos como elaboração de materiais didáticos para ensinar matemática, usando fragmentos da história da matemática. Mendes (2015, p. 140).

A partir dos resultados obtidos anteriormente e com o intuito de ampliar as pesquisas, discussões e reflexões já realizadas, o foco do projeto atual coordenado pelo Mendes na Pesquisa 2018, passa a ser a **“**História para o Ensino de Matemática na Formação de Professores e na Educação Básica: uma Análise da Produção Brasileira (1997 - 2017). Esse novo projeto coordenado por Iran Abreu Mendes conta com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, cujo estudo tem por objetivo investigar as modalidades de abordagem histórica propostas para uso didático nas aulas de Matemática produzidas por pesquisadores e educadores e seus usos em aulas nas escolas públicas da Educação Básica, com pressupostos na metodológica de Sanchez Gamboa (2012), conectada aos conceitos estabelecidos por Barros (2016) e Bishop (1999), para fazer uma análise epistemológica da produção gerada nas pesquisas da área.

Desta forma, esse texto faz parte das pesquisas iniciadas nessa nova etapa do referido Projeto de pesquisa e tem como objeto os Livros de minicursos dos Seminários Nacionais de História da Matemática - SNHM do período de 2001 a 2017, tendo como objetivo identificar e caracterizar essas publicações propostas por ocasião da realização dos SNHM de acordo com as dimensões propostas nas pesquisas de Mendes (2012, 2015, 2017), para identificar nas produções classificadas na dimensão história para o ensino de Matemática, àquelas relacionadas ao ensino de matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Esse período se justifica por ser somente a

partir de 2001 que foi solicitado aos proponentes, os minicursos com a exigência de um texto escrito em formato de livro para utilização na referida atividade.

APONTAMENTOS INICIAIS SOBRE A PESQUISA

Os Seminários Nacionais de História da Matemática (SNHM) já estão na sua 13ª edição e se tornou o maior espaço de congregação de pesquisadores e interessados na área da História da Matemática para discutir e divulgar as produções resultantes de investigações científicas neste campo. A seguir, realizamos um breve histórico das 12 edições do evento e suas características.

A primeira edição deste evento foi realizada em 1995 em Recife (PE), onde ocorreu a divulgação das primeiras pesquisas na área. O II SNHM aconteceu em 1997 em Águas de São Pedro (SP), momento em que ocorreu o surgimento dos primeiros grupos de estudos e pesquisas em História da Matemática; no III SNHM realizado no ano 1999 em Vitória (ES), foi criada a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat); no IV SNHM aconteceu em 2001 em Natal (RN), já ocorreu a inscrição dos primeiros minicursos do evento, sendo 9 no total.

No V SNHM que foi realizado em 2003 em Rio Claro (SP), houve a inscrição de 11 minicursos e os trabalhos inscritos foram melhor estruturados e organizados por categoria. Os trabalhos do VI SNHM que ocorreu em 2005 em Brasília (DF), marcaram os 10 anos do evento e contou com 11 propostas de minicursos. O VII SNHM foi organizado em Guarapuava (PR) em 2007, contou com 12 trabalhos de minicursos; o VIII SNHM foi realizado em Belém (PA) em 2009, contou com um número recorde de proposição de minicursos, num total de 19 propostas. O IX SNHM ocorreu em 2011 em Aracaju (SE), contou com 12 trabalhos de minicursos; o X SNHM foi organizado em Campinas (SP) em 2013, teve a menor quantidade de trabalhos propostos para minicursos da série, sendo apenas 7 propostas. O XI SNHM foi realizado em Natal (RN) em 2015, contou com 10 propostas de minicursos. Já o XII SNHM foi realizado na Universidade Federal de Itajubá, campus Itajubá, no período de 09 a 12 de abril de 2017 também contou com 10 propostas de minicursos.

Logo, a produção analisada nesse texto refere-se a essas publicações apresentadas ao SNHM, do período de 2001 a 2017, e publicadas pela Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), ao longo dessas 12 edições do Evento, que totalizam 101 livros de minicursos. Assim, para catalogar e categorizar os livros seguimos alguns percursos que orientaram esse trabalho.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para esse estudo, realizou-se uma análise documental das produções dos livros de minicursos, com uma abordagem qualitativa da pesquisa; organizou-se a catalogação, caracterização e descrição de acordo com as tendências conceitualizadas por Mendes (2015), para estudo dos objetos de pesquisa já definidos.

Inicialmente, realizou-se a juntada de todos os livros já publicados. Foi feito o escaneamento dos livros para montar um banco digital do material a ser analisado. Posteriormente, foi elaborado pelo grupo de pesquisa vinculado ao projeto, fichas para catalogação dos livros de minicursos, contendo Título do minicurso, Eixo Temático, Autores, Editora, a identificação do Seminário e o ano e a Cidade de realização do evento. Após essa catalogação geral, passamos à leitura dos livros com o objetivo de identificar vários descritores/ elementos constitutivos dos escritos. Para esse momento foi elaborada uma ficha síntese com a descrição geral do que poderíamos encontrar nas produções. Nessa leitura fomos guiados por elementos como: Título do Livro, Nível de Ensino, Objetivos, Objeto de Estudo, Conteúdos matemático Principal, Conteúdos matemático Secundário, Foco Temático, Dimensão temática, dentre outros. Com o preenchimento das fichas por minicursos, foi possível ter um mapeamento geral dos mesmos de acordo com os objetivos propostos pelo projeto e com os objetivos deste texto, que apresentamos a seguir.

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Com a catalogação geral dos livros de minicursos foi possível organizá-los em uma primeira classificação, quantificando-os pelas Dimensões temáticas desenvolvidas por Mendes (2015) e citadas anteriormente. Desta forma, temos como resultado os dados apresentados no QUADRO 1.

QUADRO 1 – Identificação, catalogação e classificação geral dos livros de minicursos por Dimensão da temática.

SNHM	*História Epistemologia da Matemática*	%	*História da Educação Matemática*	%	*História para o Ensino da Matemática*	%	Total
IV SNHM 2001	6	67%	1	11%	2	22%	9
V SNHM 2003	6	54%	2	18%	3	28%	11
VI SNHM 2005	3	27%	1	9%	7	64%	11
VII SNHM 2007	3	25%	5	42%	4	33%	12
VIII SNHM 2009	9	47%	3	16%	7	37%	19
IX SNHM 2011	7	58%	0	0	5	42%	12
X SNHM 2013	4	57%	3	43%	0	0	7
XI SNHM 2015	1	10%	3	30%	6	60%	10
XII SNHM 2017	3	30%	1	10%	6	60%	10
Total	42	41%	19	19%	40	40%	101

Fonte: elaborado pelos autores

No QUADRO 1, a catalogação dos 101 livros de minicursos dos SNHM foi apresentada de acordo com as Dimensões emergentes da pesquisa na História da Matemática (MENDES, 2015). Dos 101 livros de minicursos catalogados, 41% dos livros, que correspondem a 42 livros, apresentaram propostas de abordagem da História da Matemática na dimensão “História e Epistemologia da Matemática”; 19% dos livros, que são 19 livros, apresentaram a abordagem na dimensão da “História da Educação Matemática” e, 40% dos livros, num total de 40 livros, apresentaram abordagem com a dimensão “História para o Ensino de Matemática”. De um modo geral, a média de minicursos oferecidos ao longo desses anos se manteve estável,

tendo maior oferta de trabalhos, no VIII SNHM foi realizado em Belém (PA) no ano de 2009 com 19 minicursos e menor oferta, no X SNHM, realizado em Campinas com apenas 7 minicursos.

Observamos no QUADRO 1 que os minicursos propostos em todos os SNHM, apresentaram maior tendência em abordar a História da Matemática voltada para a História e Epistemologia da matemática, com 42 minicursos. Os trabalhos nessa dimensão buscaram evidenciar a evolução de algum conceito matemático e apresentar suas relações a vários outros conceitos de matemática. As produções apresentadas não refletem qualquer interesse de abordagem didática, apresentando a história de conceitos ou temas matemáticos historicamente produzidos de forma linear, explicitando definições, postulados, discutindo os aspectos da história da construção do conhecimento matemático, intrinsecamente ligado a historicidade do conceito ao longo dos tempos.

Os 19 livros de minicursos propostos na dimensão história da educação matemática, trabalharam com a história como constituição das fontes históricas, história das disciplinas escolares fornecendo alguns subsídios para a pesquisa em história da Matemática escolar e história das disciplinas escolares, enfatizando a história da disciplina de matemática.

Os 40 livros de minicursos que foram classificados na dimensão história para o ensino de matemática buscaram evidenciar o uso da história da Matemática como recurso didático para maior aprofundamento no conteúdo e também elaboração de novas estratégias de ensino de matemática; tem a percepção da história da Matemática através da história dos conteúdos; busca uma abordagem pedagógica do uso de fontes históricas no ensino de matemática, integrando história da Matemática e história da Matemática educativa a partir de fragmentos de textos (fontes históricas); apresentam reflexões sobre a utilização de fontes originais em sala de aula conduzindo a diferentes modos de uso, seja como fonte de ilustração, para dar um cunho de veracidade seja para dar uma visão de como determinados conhecimentos foram registrados, não se tratando apenas de mostrar a fonte histórica ao aluno, mas de manipular as informações para mediar um processo de conhecimento em que os alunos sejam os produtores de significados.

Assim, em uma nova classificação dos livros de minicursos, objetivou-se constatar a partir das dimensões de uso da história da matemática, para que nível de ensino, foram direcionadas as propostas ofertadas pelos autores em suas produções. Foi então, que obtivemos o QUADRO 2, com a identificação dos minicursos por nível de ensino e por Dimensão de abordagem da História da Matemática.

QUADRO 2: Livros de Minicurso classificados por Nível de Ensino e Dimensão da História

Nível	*História e Epistemologia da Matemática*	*%*	*História da Educação Matemática*	*%*	*História para o Ensino da Matemática*	*%*	Total
Anos iniciais do Ensino Fundamental	**4**	**36%**	**1**	**9%**	**6**	**55%**	**11**
Anos finais do Ensino Fundamental 6º ao 9º ano	**7**	**35%**	**2**	**10%**	**11**	**55%**	**20**
Ensino Médio	**5**	**26%**	**2**	**11%**	**12**	**63%**	**19**
Ensino Superior	**21**	**57%**	**5**	**13%**	**11**	**30%**	**37**
OUTROS	**5**	**36%**	**9**	**64%**	**0**	**0%**	**14**
Total	**42**	**41%**	**19**	**19%**	**40**	**40%**	**101**

Fonte: elaborado pelos autores

No QUADRO 2, com relação aos níveis de ensino a que se propõe os minicursos, o maior número foi destinado ao nível superior com 37 propostas, seguidos de 19 para o Ensino Médio, 20 propostas para o ensino fundamental e 11 propostas para o ensino fundamental . Com relação às dimensões de abordagem da História da Matemática, a dimensão história e epistemologia da matemática com 42 propostas, seguido da dimensão história para o ensino de matemática com 40 trabalhos e história da educação matemática com 19 propostas.

Observa-se ainda no QUADRO 2, que os trabalhos destinados aos anos iniciais correspondem a um total de 11 minicursos sendo: 4 minicursos classificados na tendência História e Epistemologia da Matemática; 1 minicursos em História da Educação Matemática e, 6 minicursos em História para o Ensino da Matemática. Identificou-se quais os conteúdos/áreas da matemática foram abordados nos

minicursos analisados. Como mostramos no quadro 3 abaixo, temos as grandes áreas da Matemática e os níveis de ensino aos quais se destinaram as propostas analisadas.

QUADRO 3: Livros de Minicurso por Área da matemática e Nível de Ensino.

Áreas	Anos iniciais do Ensino Fundamental	%	Anos finais do Ensino Fundamental	%	Ensino Médio	%	Ensino Superior	%	Outros Form. prof.	%	Total
Álgebra	0	0%	4	17%	6	25%	14	58%	---	----	24
Aritmética	8	32%	6	24%	4	16%	7	28%			25
Geometria	3	12%	7	28%	7	28%	8	32%	---	---	25
Trigonometria	0	0%	2	40%	1	20%	2	40%	---	---	5
OUTROS	0	0%	1	4%	1	4%	7	33%	13	59%	22
Total	11	11%	20	20%	19	19%	38	38%	13	13%	101

Fonte: elaborado pelos autores

No total, os livros de minicursos catalogados foram relacionados aos níveis de ensino a saber: 11% dos minicursos tem a abordagem da história da Matemática para conteúdo dos Anos Iniciais, distribuídos em Aritmética com 8 minicursos e Geometria com 3 minicursos. Destes 8 minicursos de Aritmética, 5 estão classificados na tendência de história para o ensino de matemáticas e 1 de Geometria. O conteúdo referente à Álgebra não foi abordado por nenhum minicurso nesse nível de ensino. Com relação aos demais níveis temos os Anos finais do Ensino Fundamental, com 20% dos minicursos; 19% destinados ao Ensino Médio; 38% dos minicursos voltados ao Ensino Superior; aproximadamente 13% voltados a outros níveis como a Formação de professores de um modo geral.

Assim, no QUADRO 3, observamos que as temáticas abordadas foram: Álgebra, Aritmética, Geometria e Trigonometria. Álgebra teve um total de 24 minicursos, sendo 4 trabalhos destinados aos Anos finais do Ensino Fundamental, 6 trabalhos para o Ensino Médio e 14 trabalhos ao Ensino Superior. Constatamos que essa temática não foi abordada nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A temática Aritmética, teve 25 propostas de minicursos distribuídos em: 8 propostas para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, 6 propostas para os Anos Finais do Ensino Fundamental, 4 propostas

para o Ensino Médio e 7 propostas para o Ensino Superior. A temática Geometria, com 25 propostas de minicursos distribuídos em: 3 minicursos para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, 7 propostas para os Anos Finais do Ensino Fundamental, 7 propostas para o Ensino Médio e 8 propostas para o Ensino Superior.

Observou-se ainda no QUADRO 3, que a área com maior número de minicursos abordando a História da Matemática, no total foi a Geometria e, a área com menor incidência na abordagem da temática foi a Trigonometria. Em 'outros', observou-se trabalhos com abordagem de temas variados como: História da Ciência, Filosofia, livro didático, história oral, história da Matemática enquanto teoria, etc. Percebeu-se também que apesar de a Geometria ter maior número de trabalhos em todos os eventos, no VII e no X SNHM, não houveram minicursos com essa área da Matemática. A Álgebra, não foi objeto de discussão dos minicursos com essa abordagem nos IV e VI SNHM. A temática da Trigonometria foi abordada em minicursos de apenas três SNHM: IV, VI e VIII, totalizando apenas 5 minicursos.

Como o nosso foco são os livros de minicursos voltados aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, obtivemos 11 livros destinados às discussões da História da Matemática para os Anos Iniciais, sendo que destes 11, apenas 6 estão voltados à abordagem da história para o ensino de matemática, foco principal desse estudo. Deste modo, na dimensão história para o ensino de matemática são 45 livros de minicursos com 6 destinados aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Destes 6 livros, 5 livros abordam o conteúdo de Aritmética e 1 livro aborda o conteúdo de Geometria, que discutiram sobre atividades de ensino voltadas aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, conforme QUADRO 4, abaixo.

QUADRO 4: Minicursos voltados para os Anos Iniciais.

SNHM/ANO	MINICURSO	AUTORES
V SNHM - 2003	Antropologia dos Números: Significado Social, Histórico e Cultural	Iran Abreu Mendes
V SNHM - 2003	Explorando as Operações Atméticas com Recursos da História da Matemática	Circe Mary Silva da Silva Dynnikov
VI SNHM - 2005	História da Matemática para professores das series Iniciais do Ensino Fundamental	Romélia Mara Alves Souto
VII SNHM - 2007	Uma perspectiva multicultural para a história da Matemática na formação de professores das séries iniciais.	Cristina Dalva Van Berghem Motta Viviane Lovatti Ferreira
VIII SNHM - 2009	O Teorema das 4 cores: Uma história e uma proposta pedagógica para o Ensino Básico	Maria Terezinha Jesus Gaspar
XII SNHM - 2017	Os sistemas de numeração antigos na formação de professores	Bernadete Morey Gesivaldo Santos Silva

Fonte: elaborado pelos autores

O livro de minicurso “Antropologia dos Números: Significado Social, Histórico e Cultural, publicado no V SNHM, em 2003, explorou as diversas formas de criação do sistema de Numeração por diversos povos; abordou implicitamente o conteúdo de Geometria, ao explicar as diversas formas de representação dos números pelos povos da antiguidade. Lança mãos de questões que podem desencadear reflexões acerca de como e porque historicamente os sistemas de numeração se mostram integrados nas culturas nas quais estão inseridos. Apresenta e discute aspectos sócio-históricos e culturais relacionados às construções sócio-cognitivas do conceito de número; propõe materiais e atividades para uso pedagogico em sala de aula.

O livro “Explorando as Operações Atméticas com Recursos da História da Matemática”, publicado no V SNHM, em 2003, tem como foco as quatro operações elementares apresentando a criação de diferentes representações abordadas por protagonistas e pioneiros antiguidade da matemática. Trás as ideias iniciais de Pitágoras sobre a criação das operações aritméticas e suas diferentes representações sobre a forma pela qual posteriormente outros estudiosos interpretaram-nas. A autora traz alguns fragmentos históricos sobre o surgimento dos problemas aritméticos criados na antiguidade, a partir daí apresenta uma gama de problemas para serem desenvolvidos sala de aula envolvendo aspectos históricos.

O livro “História da Matemática para professores das series Iniciais do Ensino Fundamental, publicado no VI SNHM em 2005, tem como foco principal os aspectos históricos do conceito de número e dos sistemas de numeração antigos. A autora defende que pelo conhecimento da história da Matemática é possível reconhece-la como produto sociocultural, onde a matemática passa a ser percebida como um bem coletivo e dinâmico que evolui na interação entre o homem e os contextos sociais. Tem como público alvo os professores de matemática das séries iniciais, para aprofundar seus conhecimentos sobre alguns conceitos matemáticos elementares, a natureza do conhecimento e seus contextos de produção.

No livro “Uma perspectiva multicultural para a história da Matemática na formação de professores das séries iniciais”, VII SNHM ocorrido 2007 as autoras abordam a história da Matemática enfatizando na história dos números, das medidas, da geometria e da estatística contextualizando com a história das civilizações egípcias.

As autoras, no entanto, ponderam uma reorganização didática das informações históricas através do princípio recapitulacionista e uma abordagem positivista para o uso da história da Matemática pelo professor, pela contextualização da história da Matemática e apresenta propostas de atividades a ser desenvolvidas em sala de aula.

No livro “O Teorema das 4 cores: Uma história e uma proposta pedagógica para o Ensino Básico”, VIII SNHM realizado em 2009, a autora discute a história do Teorema das quatro cores e elabora atividades com foco no Ensino Básico para enfatizar o papel da história da Matemática no ensino dessa disciplina escolar. Discute o conteúdo histórico sobre o Teorema das 4 cores surgido por volta de 1852 como um problema topológico, onde as atividades propostas pela autora servem de referência para elaborar atividades de ensino por meio de informações históricas.

O livro “Os sistemas de numeração antigos na formação de professores”, do XII SNHM realizado em 2017, teve por objetivo oferecer aos professores subsídios para abordagem do tema a partir da história; propor formas de introduzir o conteúdo matemática para além do pitoresco, do exótico e do lúdico, compreendendo a lógica do conteúdo que irá trabalhar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho feito teve como objetivo apresentar os resultados do estudo realizado das publicações propostas para a realização dos minicursos oferecidos por ocasião da realização dos SNHM do período de 2001 a 2017, segundo as dimensões propostas nas pesquisas onde identificou-se nas produções dos minicursos, as dimensões da história da Matemática abordadas em cada proposta, enfatizando àquelas voltadas para o ensino de Matemática, em partícular, as relacionadas ao ensino de matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Com esta catalogação observou-se que as propostas de uso da história para o ensino de matemática têm ganhado espaço e maior abrangência ao longo das edições de realização dos SNHM. Percebe-se que há maior preocupação com a elaboração de propostas que possibilite agir na formação inicial ou continuada dos professores como

potenciais multiplicadores e disseminadores da proposta de uso da história da Matemática nas salas de aula, principalmente da educação básica. Entende-se que as propostas têm características de fornecer subsídios teórico-prático aos professores no que se refere aos temas e conteúdos de matemática abordados e atividades de ensino elaboradas visando melhoria da prática docente. Consideramos que o objetivo estabelecido foi alcançado e que essa catalogação inicial não esgotou as possibilidades de análise mais detalhada e fundamentada das informações ou empiria, buscando revelar outros aspectos fundamentais à ampliação desse estudo, o que se assinala com a continuidade da pesquisa em curso.

REFERÊNCIAS

MENDES, Iran Abreu. **Pesquisas em história da educação matemática no Brasil em três dimensões.** Quipu, México, v. 14, n. 1, jan.-abr., 2012, p. 69-92.

MENDES, Iran Abreu. **História da Matemática no ensino:** entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. (Coleção História da Matemática para Professores)

MENDES, Iran Abreu. **História para o ensino da matemática:** uma reinvenção didática para a sala de aula. Revista COCAR, Belém (PA), ed. esp., n. 3, p. 145-166, jan.-jul., 2017.

ISSN 2236-4102

LITERATURA COMO FONTE HISTÓRICA AS ESCOLAS DE PLANOLÂNDIA E O ENSINO DE GEOMETRIA NA INGLATERRA VITORIANA

Roger Minks[423]
Rafael Montoito [424]
Maria da Graça Teixeira Peraça [425]

RESUMO

Norteados pelas potencialidades das obras literárias como aparato para a investigação histórica, propomos um olhar sobre a escolarização e as dinâmicas de ensino de matemática na Inglaterra Vitoriana através do livro *Planolândia – um romance de muitas dimensões*, de Edwin A. Abbott. Neste trabalho, a partir de considerações sobre a literatura como fonte histórica, buscamos elucidar como Abbott lançou mão de conteúdos matemáticos na construção da estrutura social de sua trama, relacionando definições euclidianas de geometria com a estratificação social da coletividade *planolandesa*, trazendo para o enredo várias questões sociais vividas na Inglaterra na época da rainha Vitória – sociedade na qual autor viveu. Trata-se, portanto, de uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico, tomando a narrativa de Planolândia como ponto principal de análise e entrecruzando-a com historiografias outras da Inglaterra vitoriana. Dentre as várias questões sociais suscitadas no livro, de especial interesse para nós no presente artigo é indicar o que é possível se depreender em Planolândia em relação ao ensino de geometria e à escolarização na sociedade e na época nas quais a obra foi publicada. Assim, intentamos contribuir para o entendimento de que Planolândia pode ser pensado como um exercício de aproximação entre literatura e matemática que instiga a possibilidade de pensar conjuntamente essas duas áreas do conhecimento na construção de novos saberes acadêmicos e posturas sociais, e como desenlace, estabelecer vínculo entre a obra de Abbott e História da Educação Matemática.

Palavras-chave: Literatura como fonte histórica. Ensino de Geometria. Planolândia.

[423] Instituto Federal Sul-Rio-Grandense, Campus Pelotas (IFSUL). roger-minks@hotmail.com.
[424] Instituto Federal Sul-Rio-Grandense, Campus Pelotas (IFSUL). xmontoito@gmail.com.
[425] Instituto Federal Sul-Rio-Grandense, Campus Pelotas (IFSUL). gperaca@hotmail.com.

Curta introdução sobre literatura

A Literatura, como uma manifestação artística que é produzida pelo homem em determinado tempo histórico (NEVES, 2004), não pode ser inteiramente compreendida sem considerar suas demarcações histórico-temporais. Assim, norteados pelo indissociável vínculo entre os textos literários e a História (uma época, uma sociedade, uma cultura, um pensamento...), propomos neste artigo uma análise do livro *Planolândia – um romance de muitas dimensões* como pórtico para investigações das possibilidades da literatura como fonte histórica: no caso em questão, acerca do sistema educacional da Inglaterra vitoriana e do ensino de geometria.

O presente trabalho foi desenvolvido no âmbito de pesquisa de iniciação científica.[426] No decorrer dos trabalhos, investigamos elementos históricos e matemáticos presentes no livro *Planolândia* e aferimos possíveis diálogos da obra com a realidade da época na qual foi escrita a partir do estudo de outras obras acerca de História e de História da Matemática. Trata-se, portanto, de uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico, tomando a narrativa de *Planolândia* como ponto principal de análise e entrecruzando-a com historiografias outras da Inglaterra vitoriana.

A obra *Planolândia* de Abbott (2002), publicada originalmente em 1884, tem seu enredo social desenvolvido em um universo bidimensional e euclidiano, com as personagens sendo retas e polígonos; para este cenário, além de questões alusivas aos conteúdos matemáticos, o autor transporta, em forma de crítica e sátira, algumas questões sociais vividas na Inglaterra na época da rainha Vitória (soberana do Reino Unido de 1837 a 1901), sociedade na qual o autor viveu.

Propomos nossa conversa através de quatro momentos: primeiro, tecemos considerações sobre a possibilidade de valer-se da Literatura como fonte histórica; segundo, apresentamos o universo de Planolândia; terceiro, buscamos elucidar como, em nosso entendimento, a ficção de Planolândia dialoga intimamente com a história e com as problemáticas sociais da Inglaterra vitoriana. Ao final, intentamos contribuir

[426]Trabalho resultante do projeto *Inter-relações entre Matemática e Literatura: estudo dos enunciados matemáticos da obra "Planolândia",* pesquisa fomentada pelo CNPq sob orientação do Prof. Dr. Rafael Montoito.

para o entendimento de que *Planolândia* pode ser pensado como um exercício de aproximação entre literatura e matemática que instiga a possibilidade de pensar conjuntamente essas duas áreas do conhecimento na construção de novos saberes acadêmicos e posturas sociais, e assim, como desenlace, estabelecer vínculo entre a obra de Abbott e História da Educação Matemática. Os Elementos de Euclides (2009) atravessa cada um destes momentos, ora discretamente, ora de maneira mais enfática.

***Fictionem*: Um apelo à literatura como fonte histórica**

A produção matemática é uma produção social que reflete uma época – mas que também espelha esta época. Enunciando nosso teorema: o contexto histórico e social constituem condições necessárias para a produção da Matemática e pesquisá-los permite o fazer historiográfico.

Entrementes, de especial interesse para nós no presente trabalho é, podemos assim dizer, o caminho oposto: a possibilidade de lançar mão da Matemática, de suas definições e de seus entes próprios, para contar uma história e, a partir de tal narrativa, tentar compreender, no entrelaçamento com outras fontes históricas, a sociedade em dada época. Conforme esmiuçaremos na sequência, Abbott (2002) aproveitou-se da geometria para construir uma *fictionem* – ato ou efeito de fingir, de simular – na qual é possível, como demonstraremos, entrever os conflitos sociais da Inglaterra no período vitoriano além de se inserir em discussões sobre geometrias euclidianas e não euclidianas, tema em voga dentro da academia e cuja discussão estava se tornando popular também entre os círculos não acadêmicos (ALMEIDA, 2019). Além, conjecturamos sobre as motivações do autor para eleger a Matemática, mais precisamente as figuras geométricas, como linguagem para construção de sua narrativa.

Todavia, averbar um estudo historiográfico sob o prisma de uma obra dessa natureza esbarra no fato de as fontes literárias não serem ainda, comparativamente às demais, tão utilizadas para a pesquisa historiográfica no campo da Educação

Matemática. Contudo, trabalhos como os de Brito e Ribeiro (2013), Montoito (2013) e Oliveira (2015), dentre outros, têm apontado nesta direção.

Ainda que não nos ateamos a comentar em maiores detalhes, vale ressaltar que é devido à História Cultural e Social, numa guinada do fazer historiográfico, que se passa a reconhecer a literatura enquanto fonte histórica, tal qual os documentos consagrados (atas, legislação, ofícios etc) (FERREIRA, 2017).

Não se trata de escolher um tipo de fonte em detrimento de outro, mas de lançar mão de tantas quantas forem preciso e estiverem disponíveis para entender o objeto histórico que se deseja conhecer, considerando que os mais diversos tipos de fontes são passíveis de interpretação haja vista que

> tudo é texto, já que tudo é linguagem. São textos as obras dos poetas, os livros sagrados da Índia, os templos e os mausoléus, as imagens tântricas de Bengala, o caráter nacional mexicano, o cinema de Buñuel, a experiência mística e o ascetismo, os ideogramas, o corpo como metáfora do cosmos, as drogas, o espaço como um sistema de sinais (LEITE, 1986, p. 19).

Inicialmente, é necessário ter em mente que há, ao menos, dois modos através dos quais uma obra literária dialoga com a eventual história fática subjacente ao seu enredo. Primeiro, temos a época, o contexto histórico, refletindo-se na estrutura e no encadeamento da narrativa, fornecendo o arcabouço da trama (como costumes, jargão, vestimenta, conformações sociais etc), o que notadamente identificamos, por exemplo, em romances de época. Em suma, a época refletindo na obra. Segundo, e eis nele nosso interesse, há a possibilidade de ler a época a partir da obra: a obra literária como fonte histórica, ou seja, a obra como um elemento ao qual o investigador dirige suas questões e que, entrelaçado a outras fontes, ajuda a construir uma tessitura possível do passado. É um movimento de vaivém: a época impregna a obra de si e esta, ao ser impregnada, cria possíveis retratos e reflexos da época; o resultado – a obra escrita – em maior ou menor escala, em mais ou menos tempo, impregna a própria época, colocando o pesquisador em meio a miríades potencialmente interpretativas.

Em síntese, não há obra que seja vazia, isto é, que não estabeleça nenhuma relação com o mundo e que nada dele diga. Indubitavelmente, a relação entre sociedade e texto literário é uma expressão do autor como sujeito histórico e de sua

versão sobre o tempo vivido (NEVES, 2004). Sob este prisma, agora iniciamos nossa viagem no mundo de Planolândia, em busca de trazer à luz relações entre o universo ficcional criado por Abbott e perceptíveis realidades sociais vivenciadas na época e sociedade às quais pertenceu o autor.

PLANOLÂNDIA: *Seja paciente, porque o mundo é largo e vasto.*[427]

O mundo de Planolândia, descrito como "largo e vasto", é uma extrapolação literária da definição euclidiana de plano: "superfície é aquilo que tem somente comprimento e largura" (EUCLIDES, 2009, p. 97). Nele, os seres humanos são representados por figuras geométricas bidimensionais que habitam, naturalmente, num plano. A história é narrada em primeira pessoa por uma de suas personagens, o Quadrado.

A posição social dos habitantes de Planolândia é determinada pelo número de lados que a figura possui, bem como por sua regularidade. A base da pirâmide social criada por Abbott é composta por triângulos isósceles – soldados e trabalhadores de classe baixa. Na classe média temos os triângulos equiláteros. Acima destes, os profissionais graduados e cavalheiros são os quadrados (classe à que pertence nosso narrador) e os pentágonos. Finalmente, a nobreza, que por sua vez possui muitas gradações, começando pelos hexágonos e se estendendo aos demais polígonos.

Contudo, o ápice da pirâmide é reservado aos círculos, que são os sacerdotes e líderes da sociedade, sendo o mais importante o Círculo Cardeal. Essa dignificação maior conferida aos círculos vem na esteira da atribuição de importância a partir do número de lados, o que resgata, em sua essência, o método do cálculo da área de uma circunferência pelo processo de exaustão, historicamente atribuído ao grego Eudoxo (BOYER, 1996) e notoriamente conhecido por Abbott.

Fora da pirâmide social encontram-se as mulheres; neste mundo plano, elas são apenas linhas retas, ficando à margem da classificação social, uma vez que retas não possuem lados. A posição de inferioridade das mulheres (retas) frente aos homens

[427] Epígrafe que introduz a Parte I (*Este Mundo*) do livro *Planolândia*.

ingleses (polígonos) é apenas um dos evidentes conflitos sociais da Inglaterra vitoriana, cujos indícios podem ser interpretados a partir da obra de Abbott para um estudo historiográfico. Outros casos que podem ser citados dizem respeito ao serviço militar (no qual não nos deteremos) e ao acesso ao sistema de educação inglesa. Este último ponto está fortemente relacionado aos demais, uma vez que a classe trabalhadora pobre, bem como as mulheres, não tinham grandes perspectivas de obter educação formal. No decorrer de nossa análise, evidenciaremos como os grupos sociais em posição subserviente, tanto em Planolândia como na Inglaterra do século XIX, não gozavam, por regra, da possibilidade de estudar – tais reflexões servem de indícios de como a literatura pode ser entendida como uma fonte histórica à medida em que há representações sociais da Inglaterra vitoriana que reverberam no texto abbottiano.

Discutiremos, dentro de nossas explanações, sobre os paralelos possíveis entre o livro de Abbott e o sistema de educação inglês e, *en passant*, sobre a posição feminina nesse sistema, na intenção de que nosso leitor sobrevoe Planolândia e a conheça um pouco melhor. Tais questões refletem, indubitavelmente, no sistema educacional inglês, que é ponto que abordaremos com mais detalhes.

O SISTEMA EDUCACIONAL: Paralelos entre Planolândia e a Inglaterra Vitoriana

O sistema educacional de Planolândia é construído de modo a fornecer aos planolandeses meios de identificar uns aos outros, sem o que seria impossível, obviamente, a interação social. A própria estrutura social planolandesa somente subsiste se os habitantes desse mundo conseguirem, de forma eficaz, discernir uma figura da outra, ou seja, um triângulo isóscele de um triângulo equilátero, um quadrado de um pentágono, e demais polígonos. Para o leitor não iniciado em Planolândia essa discriminação entre figuras pode parecer trivial, mas o reconhecimento mútuo entre os habitantes daquele mundo é dificultado por questões de projeção geométrica.

Para assimilar em um só olhar as propriedades de uma figura geométrica de duas dimensões é preciso que o observador o faça a partir de uma dimensão extra. Nós, que percebemos o mundo em três dimensões, identificamos um hexágono, por

exemplo, desenhado em uma folha de papel, porque lançamos nosso olhar “de cima”. Todavia, se estivéssemos confinados no mundo bidimensional de Planolândia, e tendo a percepção própria de um ente daquele mundo, todas as figuras seriam percebidas ao nosso olhar como linhas retas. Porém, “como pode um então ser distinguido um do outro, quando todos parecerem ser o mesmo” (ABBOTT, 2002, p. 35)?

Conforme nos conta o planolandês Quadrado, “a resposta é tríplice”: audição, toque e visão são os três métodos planolandeses utilizados para que um ser reconheça o outro.

Sobre o primeiro, resumidamente, a audição dos planolandeses – que é muito desenvolvida – permite-lhes diferenciar a voz das diferentes pessoas, inclusive identificar pela voz as destoantes classes. Porém, nas classes mais altas “o processo de discriminar e ser discriminado pela audição fica mais difícil, em parte porque as vozes são assimiladas, em parte porque a faculdade de discriminação auditiva é uma virtude plebeia não muito desenvolvida pela aristocracia” (ABBOTT, 2002, p.35).

A identificação pelo toque, por sua vez, é o principal critério de reconhecimento, de modo que é comum os polígonos se apresentarem enunciando: “Permita-me pedir que você toque e seja tocado por meu amigo, senhor Fulano de Tal” (ABBOTT, 2002, p.36). Esse método, porém, requer traquejo e a ele é dispensado especial atenção, exigindo aprendizado formal nas instituições de ensino de Planolândia, e é largamente utilizado pela classe média e pelos profissionais graduados.

Nesse adiantamento, convém apontar que, na narrativa de Abbott, há uma indissociável relação entre a casta que a figura ocupa e a habilidade cognitiva que a figura detém. O tamanho do cérebro de alguém de Planolândia é medido pelo maior ângulo que a figura ostenta. Muito embora a desigualdade social seja profunda e as dinâmicas sociais remetam a quase relações de vassalagem para com suseranos de maior número de lados, existe uma pequena perspectiva de ascensão social baseada no aperfeiçoamento da inteligência dos seres através das gerações. Como nos dá testemunho o Quadrado, narrador da trama,

> Há em nosso mundo uma lei da natureza segundo a qual o cérebro da classe dos isósceles se inicia com meio grau, ou 30 minutos, e cresce (quando cresce) de meio grau a cada geração até que o objetivo de 60

> graus seja alcançado, quando então a condição de servidão cessa e o homem livre ingressa na classe dos regulares (ABBOTT, 2002, p. 38, grifos nossos).

Quanto maior o ângulo, maior a inteligência. Nas classes pobres, a dos triângulos isósceles, que possuem um dos ângulos desigual aos outros dois, a medida do cérebro é feita considerando o maior dos três ângulos. Por sua vez, da classe média (iniciada nos triângulos equiláteros) até a aristocracia, a regularidade dos polígonos se conserva de modo que todos os ângulos possuem a mesma medida, crescendo o cérebro/ângulo conforme aumenta o número de lados. Como os triângulos isósceles são vistos como inaptos para processos mentais elaborados, considera-se que o método de reconhecimento pelo toque fuja de suas capacidades, de maneira que eles identificam uns aos outros pelo método da audição e não frequentam as escolas onde o método do toque é ensinado.

Finalmente, a identificação pela visão é privilégio da aristocracia e seu domínio implica estudos superiores. Para compreendermos como o processo de reconhecimento pela visão é empregado, tendo em vista as já suscitadas dificuldades de projeção que os planolandeses enfrentam ao enxergarem todo o mais como meras linhas retas, precisamos tecer algumas palavras sobre o clima em Planolândia. Lá, existe uma incessante neblina que abarca todos os seres e objetos, bem como uma constante luz. Assim, nesse jogo de luz e sombras, estas propiciadas pela neblina, o brilho que os objetos apresentam varia com a distância que estes se encontram do observador. Por exemplo, imagine que você é um planolandês e que está vindo um triângulo equilátero com um dos vértices se aproximando exatamente na direção de seu olho. Dada a neblina e a distância, o vértice mais próximo de você parece mais brilhante do que os outros dois, mais recuados, fazendo que a linha reta que você percebe varie em brilho, diminuindo do centro para as extremidades.

Entrementes, cabe a pergunta: o que é possível se depreender em Planolândia em relação ao ensino de geometria e à escolarização na Inglaterra Vitoriana (sociedade vivida por Abbott e que, conjecturamos, é por ele satirizada em seu livro)? Iniciamos pelo segundo ponto, o acesso à escolarização. A estratificação social baseada no número de lados que o polígono possui guarda direta relação com as

políticas de acesso à educação, praticadas em Planolândia. Como vimos, a educação não era para todos, restringindo-se às classes mais abastadas.

Em Planolândia, a instrução formal nas escolas de séries iniciais – para fins do aprendizado do reconhecimento pelo toque – não é ofertada para as crianças que possuam menos de 60 graus de ângulo, sendo, portanto, restrita à classe média ou abastada e vetada aos isósceles. Esta situação, ao nosso ver, dá ressonância à realidade da Inglaterra onde, até por volta de 1870, a participação do governo no subsídio das escolas era inexistente: as poucas escolas de educação elementar eram sustentadas por donativos de instituições religiosas ou benfeitores abastados. De acordo com Chastenet (s/d), a instrução primária na Inglaterra era desorganizada e em grande medida não regulamentada pelo governo, fato que se evidencia na tutela que a Igreja Anglicana e as Escolas Britânicas exerciam sobre a educação das classes pobres, mas que, no entanto, não atendiam juntas mais do que 18.000 alunos. Tais questões não afligiam as classes mais abastadas, pois estas educavam seus filhos com o auxílio de tutores particulares.

Por regra, as classes dirigentes da Inglaterra pouco se interessavam com a instrução das crianças das classes mais pobres, sendo que apenas em 1867 este quadro começou paulatinamente a mudar: primeiro a Lei da Reforma, apoiada por políticos como Robert Lowe – que considerava “haver chegado a hora em que o país deveria preocupar-se com a educação” (MORAIS, 2004, p. 57) – e, posteriormente, a Lei Educacional de 1870 tornara compulsório (mas não necessariamente gratuito) o ensino para crianças até 11 anos. Entretanto, o governo manteve-se bastante negligente em seu cumprimento no que se referia às crianças pobres, de maneira que poucas destas crianças tiveram seu cotidiano escolar modificado pela Lei; em outros casos, havia ainda muitas crianças que moravam em localidades em que se desconhecia totalmente a promulgação da Lei.

Dado esta conjuntura, muitas crianças abandonavam os estudos e empenhavam seu tempo em atividades laborativas, já que, de acordo com Cambi (1999), somente em 1833 a Inglaterra fixou a idade mínima de 9 anos para o trabalho infantil. O trabalho infantil e a falta de escolarização estavam enormemente entrelaçados durante o período vitoriano, em consonância com que nos indica Morais (2004) e Gay (1993)

sobre o trabalho de crianças nas minas de carvão inglesas no século XIX, “condenadas a passar doze e às vezes dezesseis horas por dia a empurrar, puxar, dirigir vagões pesados por caminhos subterrâneos, escuros, lamacentos e fortemente inclinados” (MORAIS, 2004, p. 19).

O desafortunado destino que as crianças inglesas pobres enfrentavam ressalta a subserviência compulsória da base da pirâmide social para com as classes mais abastadas. Esta aterradora realidade da infância em condições de pobreza e ausência de instrução também tem voz na trama de Planolândia. Depreendemos isso não apenas na negação do ensino para as crianças isósceles, mas em componente mais grave da narrativa, quando se percebe a utilização das crianças isósceles como meros objetos, chamados de espécimes, para auxiliar a formação das classes superiores. Pois, em Planolândia, os “espécimes” são colocados nas salas de aula e jardins de infância,

> e lá são usados pelos Conselhos de Educação para dar às crianças da classe média o tato e a inteligência de que essas desventuradas criaturas são totalmente desprovidas (ABBOTT, 2002, p.39).

Quanto à escolarização, há um elo entre a condição feminina e a condição subserviente da classe dos Isósceles. Tal qual a eles, também a elas é negado o acesso à educação, assim como o era na Inglaterra no tempo de Abbott, época na qual havia resistência a um papel mais efetivo das mulheres na vida social, baseada na argumentação que os assuntos intelectuais e os problemas políticos da comunidade não poderiam ser entendidos pela mente feminina, de modo que lhes era dispensável maior instrução. Tentava-se amenizar o discurso ao dizer que a alma feminina tinha naturalmente a nobre incumbência de cuidar das questões afetivas e familiares, mas “as percepções vitorianas dominantes eram variações, a maioria delas corriqueiras, de uma única e simples tese: os sexos diferem tão radicalmente em mentalidade como em corpo” (GAY 1993, p. 294) – corpo diferenciado, por Abbott, entre aqueles que encerram uma área (os homens/polígonos) e aqueles que não (as mulheres/retas).

Sobre a perspectiva da reforma das práticas de ensino na Inglaterra, a evolução era lenta e claudicante. Políticas sobre a expansão e o aperfeiçoamento da escolarização surgem vacilantes na década de 1830 até culminar na Lei Educacional

de 1870. Considerando que o livro de Abbott foi publicado em 1884, quase uma década e meia depois da promulgação da Lei Educacional, vale a pena conjecturar sobre os efeitos temporais que tomaram as reformas da educação na Inglaterra, uma vez que Abbott parece retratar – metaforicamente – uma realidade educacional equivalente ao período anterior a 1870 que, sem dúvida alguma, vivenciou. De fato o caráter "compulsório" da Lei seria muito lentamente implantado, de modo que até 1918 o governo ainda não havia providenciado educação gratuita para todos e qualquer criança acima de 11 anos, tendo atingido alguns padrões, poderia ser dispensada da escola (HOWSON, 2010).

Ainda segundo Howson (2010), a possibilidade de descontinuação dos estudos agravava a morosidade dos investimentos governamentais na educação, pois a manutenção dos bancos escolares era, aos olhos de muitos à época, um gasto desnecessário para com as classes populares, que poderiam abandonar os estudos a qualquer tempo. Em Planolândia, uma vez mais, vemos relato coincidente quando se fala sobre os tratos dispensados pelas gestões governamentais planolandesas às crianças isósceles, meras cobaias como vimos, como se não fossem merecedoras de serem encaradas como indivíduos:

> Em alguns Estados os espécimes são ocasionalmente alimentados e permiti-se que vivam por muitos anos, mas, nas regiões mais temperadas e mais bem governadas, verifica-se que a longo prazo é mais vantajoso para os interesses educacionais dos jovens dispensar a alimentação e renovar os espécimes todo mês – tempo aproximado de sobrevivência sem alimento da classe criminosa. Nas escolas mais baratas, o que se ganha com a vida prolongada do espécime se perde parcialmente em gastos com a alimentação, e parcialmente com a diminuição da exatidão dos ângulos, que ficam danificados após umas poucas semanas de "toques" constantes. E também não devemos nos esquecer de acrescentar, ao enumerar as vantagens do sistema mais caro, que ele tende – pouco, mas perceptivelmente - à diminuição da população supérflua de isósceles – um objetivo que todo estadista de Planolândia mantém constantemente em vista. No todo, portanto – embora eu saiba que em muitos Conselhos de Educação eleitos pelo povo haja uma reação a favor do "sistema barato", como é conhecido –, eu mesmo estou disposto a pensar que esse é um dos muitos casos no qual gastar é a maior economia que pode ser feita (ABBOTT, 2002, p.39, grifos nossos).

As políticas empregadas pelos Conselhos de Educação de Planolâdia se assemelham ao sistema de premiação por resultados apresentado ao Parlamento

Britânico em 1862: cada escola receberia até quatro shilings por aluno, e oito shilings adicionais se o aluno passasse nos exames de leitura, escrita e aritmética, o que nos remete à síntese feita por Howson sobre a visão do Parlamento inglês sobre o sistema educacional: “Se não é barato, tem que ser eficiente; se não é eficiente, tem que ser barato” (HOWSON, 2010, p. 23).

Reforçando a posição das classes pobres frente ao precário sistema educacional disponível, é pertinente indicar que, segundo Chastenet (s/d), o ensino não era gratuito, uma vez que os pais tinham que contribuir, em princípio, com um terço das despesas. A frequência não era obrigatória, o que fazia com que muitas crianças não frequentassem a escola. A evasão das crianças com menos de 11 anos era elevada, resultando na lastimável estatística levantada em 1839 apontando que, na Inglaterra, 33,7% dos homens e 49,5% das mulheres casadas não sabiam sequer assinar o próprio nome (CHASTENET, s/d, p. 147).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No que concerne às possíveis inferências entre Planolândia e o ensino de geometria visto sob a luz dos currículos empregados na Inglaterra Vitoriana, a própria escolha da geometria euclidiana como roupagem para a trama desta obra literária parece pertinente para a época. Conforme Montoito (2013) e Howson (2010), em 1858 a comissão montada sob supervisão do Duque de Newcastle para averiguar que medidas poderiam ser tomadas para que se estendesse a instrução elementar a todas as classes, de um modo barato, constatou que, das 1824 escolas públicas semanais, apenas 69,3% ensinavam aritmética, 0,6% ensinavam mecânica, 0,8% ensinavam álgebra e 0,8% ensinavam Euclides.

A geometria, por regra, não fazia parte dos currículos das escolas elementares, e mesmo no tocante à aritmética o ensino era deficiente. Por consequência, o desempenho em matemática das crianças inglesas, aferidos na segunda metade do século XIX, era em muito inferior ao das crianças de outros países da Europa, como a França e a Prússia (PRICE, 1994). A situação das escolas que atendiam as crianças

mais pobres era ainda mais precária, pois a educação em matemática que essas crianças recebiam não passava do aprendizado das operações básicas. Segundo Price (1994) A elas era dispensada uma “formação instrumentalizada” com vistas unicamente a muni-las com habilidades mínimas para engajarem em atividades de trabalho.

O ensino genuíno de matemática na Inglaterra Vitoriana era privilégio das classes mais abastadas e a geometria euclidiana era tópico relevante na formação dos homens da elite inglesa; todavia, apenas aqueles que rumavam para formações superiores em Oxford e Cambridge, notadamente, tinham a oportunidade de se debruçar sobre esses temas, com maior profundidade, nos bancos escolares. Quanto a isso, na narrativa de Planolândia, Abbott, mais uma vez, parece transportar a realidade de sua época para sua ficção: conforme vimos, percebe-se que os métodos de reconhecimento dos planolandeses se tornam “mais matemáticos”, mais geométricos, de acordo com a instrução que se tem. O método da audição, dispensado às classes pobres, parece não exigir nenhum conhecimento de geometria para ser empregado. O método do toque, largamente utilizado na classe média de Planolândia, traz consigo noções elementares da relação entre ângulos e lados de um polígono. Finalmente, o método empregado pela aristocracia, a visão, conforme vimos, exige conhecimentos mais profundos e refinados das propriedades geométricas. Em suma, os conhecimentos de matemática, mais especificamente os de geometria euclidiana, são mais robustos nas classes abastadas e quase inexistentes nas classes trabalhadoras.

Estas indicações nos possibilitam pensar um pouco acerca das convicções pessoais de Abbott como educador, transpostas para *Planolândia*. Abbott teve a oportunidade de estudar profundamente geometria euclidiana e outros conteúdos matemáticos, dado o prestígio e qualidade das instituições pelas quais passou (City of London School e St. John’s College, Cambridge). Após longa carreira docente, quanto lhe coube a direção de algumas escolas, Abbott aproveitou sua posição de gestão para introduzir efetivamente nos currículos alguns cursos de ciências exatas e da terra, que eram raros. Assim:

> Sua grandeza como educador derivou em parte da sua organização de novos métodos de instrução, em parte por inserir muitas inovações no currículo escolar e, em parte, pelo que simplesmente pode ser chamado de genialidade para

> ensinar. Possuindo uma reverência pelas ciências físicas que não era frequentemente encontrada entre os acadêmicos clássicos de sua época, Abbott criou um curso de química elementar compulsório em toda a escola superior[428] (O'CONNOR & ROBERTSON, 2005, tradução nossa).

Por estas contextualizações históricas que referenciamos, evidencia-se que a trama de Abbott – matematicamente criativa e repleta de originalidade literária – é não só uma narrativa literária, mas também dá um testemunho satírico, porém crítico, da realidade social da Inglaterra na época Vitoriana. Imagens sobre outros conflitos da sociedade vitoriana podem ser depreendidas dela[429] os quais, tomados lado a lado com os que aqui comentamos, fornecem indicadores de como a literatura pode ser visitada como fonte para a produção de interpretações historiográficas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBOTT, E. A. **Planolândia: um romance de muitas dimensões**. São Paulo: Conrad, 2002.

ALMEIDA, O. F. A evolução da ideia de uma quarta dimensão. In: SIMPÓSIO NACIONAL EM ENSINO DE FÍSICA, 23., 2019, Salvador. *Preprint.*

BRITO, A. de J.; RIBEIRO, M. A. História da educação e literatura: possibilidades de relações. **Bolema**, v. 27, n. 45, p. 97-116, 2013.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgar Blücher, 1996.

CAMBI, F. **História da Pedagogia**. Tradução de Álvaro Lorencini. São Paulo: UNESP, 1999.

CHASTENET, J. A **vida quotidiana em Inglaterra no começo da era vitoriana (1837-1851)**. Lisboa: Livros do Brasil, (s/d).

EUCLIDES. **Os Elementos**. São Paulo: UNESP, 2009.

FERREIRA, A. C. A fonte fecunda. In C. B. Pinsky, T. R. de Luca (Orgs). **O historiador e suas fontes**. São Paulo: Contexto, 2017. p. 61-91.

[428] A escola superior inglesa (upper school) trata do ensino secundário, para adolescentes a partir de cerca de catorze anos.

[429] Outros estudos sobre diferentes partes da mesma obra foram apresentados no XIII Encontro Gaúcho de Educação Matemática (Santa Maria, 2018) e no VIII Encontro Luso-brasileiro de História da Matemática (Foz do Iguaçu, 2018).

GAY, P. **A experiência burguesa da rainha Vitória a Freud – O cultivo do ódio**. São Paulo: Companhia das Letras, 1993.

HOWSON, G. Mathematics, Society, and Curricula in Nineteenth-Century England. **The International Journal for the History of Mathematics Education**, v. 5, n. 1, p. 97-116, 2010.

LEITE, S. U. **Crítica clandestina**. Rio de Janeiro: Livraria Taurus Editora, 1986.

MONTOITO, R. **"Euclid and his modern rivals"(1879), de Lewis Carroll: tradução e crítica.** 2013. 447f. Tese de doutorado em Educação para a Ciência - Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2013.

MORAIS, F. C. **Literatura vitoriana e educação moralizante**. Campinas: Alínea, 2004.

NEVES, M. S. Literatura: prelúdio e fuga do real. **Tempo**, v. 9, n. 17, p. 79-104, 2004.

O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. **Edwin Abbott Abbott**. 2005. Disponível em: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Abbott.html>. Acesso em 10 nov. 2018.

OLIVEIRA, A. G. **Memórias das aritméticas da Emília: o ensino de aritmética entre 1920 e 1940**. 2015. 204f. Tese de Doutorado em Educação Matemática - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.

PRICE, M. H. **Mathematics for the Multitude? A history of the Mathematical Association**. London: The Mathematical Association, 1994.

ISSN 2236-4102

MAPEAMENTO SOBRE OS PERIÓDICOS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO BOLEMA (1985-2018)

Luis Andrés Castillo B. [430]
Luiza Pereira da Silva [431]
Lucas Silva Pires [432]

RESUMO

Este artigo é um recorte do projeto de pesquisa intitulado: "História para o Ensino de Matemática na Formação de Professores e na Educação Básica: uma Análise da Produção Brasileira entre 1990 a 2017" o qual é coordenado pelo Prof. Dr. Iran Abreu Mendes e financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Temos como objeto de estudo os artigos publicados no periódico BOLEMA entre 1985 a 2018. Nosso objetivo é classificar os artigos do periódico que tratam da História da Matemática segundo as diferentes dimensões destacada por Mendes (2014). Por tanto, estabelecemos o seguinte questionamento: Quais os artigos do BOLEMA podem ser classificados como produções da História e Epistemologia da Matemática, História da Educação Matemática e História para o Ensino da Matemática? É uma pesquisa bibliográfica, a qual foi desenvolvida em quatro etapas descritas: (i) Levantamento de todos os artigos; (ii) classificação dos periódicos nas dimensões da História da Matemática supracitadas e (iii) organização das informações quantitativas em quadros; (iv) descrição dos dados nos quadros. Os resultados revelaram que o crescimento das produções nas dimensões é assimétrico, já que existe uma desproporção nas quantidades. A dimensão com maior número de trabalho neste mapeamento foi a História da Educação Matemática e a menor é a dimensão da História para o Ensino da Matemática. Portanto, constatamos sobre a importância de preconizar ações que possibilitam o desenvolvimento de produções que contribuam para o ensino da matemática e apontamentos que permitem pensar reflexivamente sobrea forma pela qual se tem produzido artigos nesse periódico.

Palavras-chave: Mapeamento. História da Matemática. Dimensões da História da Matemática. BOLEMA.

[430] Universidade Federal do Pará (UFPA). luiscastleb@gmail.com
[431] Universidade Federal do Pará (UFPA). luizamat2005@yahoo.com.br
[432] Universidade Federal do Pará (UFPA). lucas.silvapires.10@gmail.com

INTRODUÇÃO

Desde a última década do século XX as pesquisas em História da Matemática contribuíram com resultados importantes que norteiam novas rotas e olhares para melhorar a formação de professores de matemática e processo de aprendizagem na Educação Matemática. Fato que, talvez seja que a história da matemática facilita ao professor argumentos para melhor explicação dos conteúdos matemáticos escolares (MENDES, 2009).

De acordo com Mendes (2012) o desenvolvimento destas pesquisas sobre a História da Matemática no Brasil teve seu início na década de 1990. Na década de 1990, o qual ganhou mais interesse da comunidade cientifica-acadêmica a partir de 1995 com a realização do I Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM) em Recife. Além disso, o desenvolvimento das pesquisas teve um crescimento significativo com a constituição com a constituição da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) em 1999.

O SNHM é um evento para a divulgação e disseminação de estudos e pesquisas sobre História da Matemática. Na programação do evento, de modo geral os trabalhos apresentam experiências, pesquisas e outros assuntos referidos na área da História da Matemática, publicadas nos Anais do SNHM e que foram objeto de estudos de pesquisas com resultados valiosos e importantes na área.

Porem tem outra entidade que já tiveram alguns anos antes do que SNHM, compartilhando sob assuntos no campo da história da matemática, o qual é o Boletim de Educação Matemática (BOLEMA) é uma das mais antigas e importantes periódico na área da Educação Matemática no Brasil. Criado em 1985, o BOLEMA nasceu da iniciativa de um grupo de discentes do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro.

Destaca-se que os dois primeiros números tiveram sua publicação no mesmo ano da criação do periódico, e desde o ano de 2000 se manteve uma periodicidade semestral. Depois do ano 2007 que à demanda da comunidade fez com que o BOLEMA se tornasse um periódico com periodicidade quadrimestral, o qual atualmente

já tem 33 anos disseminando artigos para nossa comunidade de professores e pesquisadores no campo educativo.

Neste sentido, nossa pesquisa tem como foco essas produções publicadas no BOLEMA desde 1985 até 2018 que tiveram relação com a história da matemática. Por tanto, nós fizemos um levantamento de todos os artigos, no intuito de classificar essas produções aas dimensões da História da Matemática. De maneira, que se possa responder o seguinte questionamento de pesquisa: Quais os artigos do BOLEMA podem ser classificados como produções da História e Epistemologia da Matemática, História da Educação Matemática e/ou História para o Ensino da Matemática?

Este periódico foi escolhido primeiramente por alto nível de avaliação que lhe confere a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) para área em Ensino o qual é A1, por ser um dos periódicos com maior idade no Brasil na área de Educação matemática e também como pelo número considerável de artigos na história da matemática.

Para fazer a classificação dos artigos do BOLEMA tomamos como fundamento teórico, Mendes (2012, 2014, 2015), por ter identificado as três dimensões da história da matemática, a partir de uma pesquisa intitulada: *Cartografia da Produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e tese defendidas entre 1990-2010*, projeto no qual foi feito uma cartografia ao classificar as teses e dissertações dos programas de pós-graduação *stricto sensu* do país, que tem relação com a história da matemática entre 1990 a 2010.

Nesse estudo das teses e dissertações, Mendes (2012) agrupou e organizou os trabalhos em três eixos: o epistemológico, o sociológico e o pedagógico. Depois constatou que as produções cientifico-acadêmicas referidas à História da Matemática se podem reorganizar em três dimensões: história e epistemologia da matemática, história da educação matemática e história para o ensino da matemática (MENDES, 2015).

Portanto, com essa mesma perspectiva, abordaremos posteriormente, a maneira pela qual foram procedidos nossos estudos para a realização da classificação dos artigos do periódico da Revista supracitada.

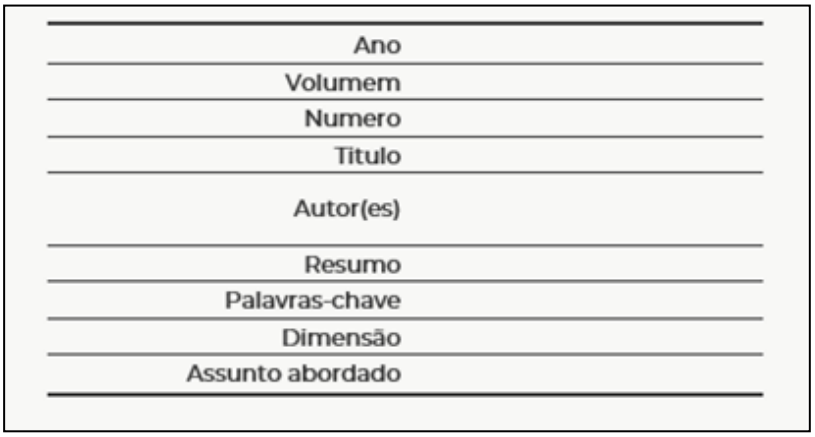
PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para a consolidação do referido estudo em relação aos artigos do BOLEMA, nossa pesquisa foi desenvolvida em quatro etapas. Os quais são descritos nos seguintes parágrafos

Na primeira etapa, Levantamentos de todos os artigos uma parte desde 1985 até 2016 foram baixados do antigo site do BOLEMA e os artigos restante entre os anos 2017 e 2018 do novo site.

Na segunda etapa, em primeiro lugar elaboramos uma ficha (ver Figura 1) para preencher com o título, autor, ano de publicação, resumo, palavras chaves, assunto abordado (Álgebra, Aritmética, Geometria e Trigonometria). De modo que as informações dos artigos sustentaram sua classificação na devida dimensão da história da matemática.

FIGURA 1: FICHA



Fonte: Elaboração pelos autores

Na terceira etapa, fizemos uma tabela em um processador de dados quantitativos para contabilizar os artigos da História da Matemática. Logo organizamos as informações quantitativas em quadros nos quais agrupamos os artigos nas dimensões da história e epistemologia da matemática, história da educação matemática e história para o ensino da matemática e depois, foram organizados por assunto (álgebra, aritmética, geometria e trigonometria) abordado. Finalmente, na quarta etapa fizemos a descrição dos dados nos quadros.

CLASSIFICAÇÃO DOS ARTIGOS DO BOLEMA

Para dar resposta ao questionamento de nossa pesquisa fizemos um levantamento dos artigos do periódico BOLEMA publicados entre 1985 e 2018, abarcando seus 33 anos de idade. Devido à grande quantidade dos números publicados tomamos a decisão de agrupar a classificação por períodos que abarcam 5 anos desde 1985 até 2018 como se mostra no seguinte quadro 1:

QUADRO 1: Publicações do BOLEMA referente à história da matemática

Período	Número de produções	História da Matemática	Percentual
1985 – 1989	25	3	12%
1990 – 1994	29	10	34%
1995 – 1999	18	0	0%
2000 – 2004	58	4	7%
2005 – 2009	99	14	14%
2010 – 2014	273	36	13%
2015 – 2018	224	9	4%
TOTAL	772	76	11%

Fonte: Elaboração pelos autores

Entre os anos de 1985 e 1989 foram publicados 03 volumes que compreendem 05 números e uma edição especial, somados os trabalhos publicados dá um total de 25, dos quais só 03 são da História da matemática, o qual representa um percentual de 12% dos artigos publicados nesse período. Destaca-se, que no ano de 1987 o BOLEMA não tive publicação.

No seguinte período compreendido entre 1990 e 1994, continua seu volume 03 e chega até o volume 09, publicando assim outros 05 números. A quantidade de artigos soma 29, dos quais o 34% deles, é dizer, 10 trabalhos se referem à história da matemática. Destacamos que no historial do BOLEMA não consta existência de algum volumes 4 e 5, mas teve duas edições especiais.

Entre os anos 1995 e 1999 a quantidade trabalhos publicados pelo periódico foram 18, deles não encontramos artigos que tiveram relação com a história da matemática. Além disso, neste período só foram publicados 03 volumes nos anos nos anos 1995, 1997 e 1999.

Com relação aos primeiros 5 anos do século XXI, ou seja, o período entre os anos 2000 e 2004. O BOLEMA primeiramente passa a ter publicações por semestre a partir do 2001 e chega até seu volume 17 e número 22. Com o qual a quantidade de artigos nesse período soma 58, destes artigos apenas 4 se referem à história da matemática, esta quantidade representa um 7%.

Nos seguintes anos entre 2005 e 2009, o BOLEMA teve uma mudança na sua periocidade e passa a ter publicações quadrimestral a partir do 2008. Neste período a quantidade de artigos publicados quase é o dobro do período passado, com um total de 99 artigos, dos quais 14 tem relação com a história da matemática, e tem um percentual de aproximadamente 14%.

Continuando com o período entre os anos 2010 e 2014 o BOLEMA, por pouco teve uma quantidade três vezes mais de artigos publicados que no período anterior. Fato que se deve a que entre os primeiros três anos teve publicações trimestrais, mas no ano 2013 retornou a quadrimestral. A quantidade de artigos foram 273, deles 36 apontam assuntos referidos a história da matemática, ou seja, essa quantidade representa 13% dos artigos publicados nesse período que chegou a seu volume 28 e número 50.

Neste último período, entre os anos 2015 e 2018, o BOLEMA chega até seu volume 32 e número 62, publicado nestes três anos um total de 224 artigos publicados, dos quais representa um percentual de 4%, ou seja, 9 dos artigos se referem à história da matemática.

Portanto, nos períodos estudados temos 772 artigos dos quais 76 tem uma relação ou se referem à história da matemática, então, dos artigos aproximadamente um 11% são referentes a essa área.

Posteriormente, fizemos uma classificação dos 76 artigos segundo as dimensões emergentes da História da Matemática, como se apresenta no quadro 2:

QUADRO 2: Publicações do BOLEMA por dimensão

	DIMENSÕES DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA		
Período	*História e Epistemologia da Matemática*	*História da Educação Matemática*	*História para o Ensino da Matemática*
1985 – 1989	3	-	-
1990 – 1994	10	-	-
1995 – 1999	-	-	-
2000 – 2004	1	2	1
2005 – 2009	3	9	2
2010 – 2014	5	25	6
2015 – 2018	2	7	-
TOTAL	24	43	9

Fonte: Elaboração pelos autores

No primeiro período estudado, dos 03 que se referem à História da matemática, os mesmos se encontram na dimensão da história e epistemologia da matemática. O mesmo fato acontece entre 1990 e 1994, ou seja, o segundo período dos 10 trabalhos encontrados na primeira classificação. Destacamos que todos estão dentro da dimensão de história e epistemologia da matemática.

No período onde o BOLEMA só teve publicados 03 volume nos anos 1995, 1997 e 1999, isso se justificado ao fato de não ter encontrado artigo com relação à história da matemática. Porém, a quantidade do artigo entre os anos 2000 e 2004, foram acrescentados 4, onde 1 deles foi para a dimensão da história e epistemologia da matemática, 2 para história da educação da matemática e o restante para história para o ensino da matemática.

Nos anos entre 2005 e 2009, foram encontrados 14 artigos, dos quais foram distribuídos nas dimensões da história da matemática, ou seja, 3 deles para dimensão da história e epistemologia da matemática, 9 foi à história da educação da matemática e o 2 na história para o ensino da matemática.

Entre os anos 2010 e 2014, a quantidade de artigos encontrados foram 36, destes 5 apontam para história e epistemologia da matemática, 25 se enquadraram na dimensão história da educação da matemática e, os 6 restantes para história para o ensino da matemática.

Finalmente, no período entre 2015 e 2018, só foram identificados 9 artigos, dos quais só 2 encaixam na dimensão da história e epistemologia da matemática e 7 vão em relação da história da educação da matemática.

No entanto, somando a quantidade de artigos por dimensão foram classificados 24 da história e epistemologia da matemática, 43história da educação matemática e 9 história para o ensino da matemática. O percentual de cada dimensão se apresenta no seguinte quadro 3:

QUADRO 3: Publicações do BOLEMA, percentual por dimensão

	DIMENSÕES DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA		
Número de artigos	*História e Epistemologia da Matemática*	*História da Educação Matemática*	*História para o Ensino da Matemática*
76	32%	57%	11%

Fonte: Elaboração pelos autores

Os 32% dos artigos que foram classificados dentro da dimensão da História e Epistemologia da Matemática referem as produções científico-acadêmico que tem relação tanta à vida como também à obra de matemáticos, bem como ao desenvolvimento das ideias matemáticas.

O percentual 57% refere-se aos artigos classificados na dimensão História da Educação Matemática dos quais são aqueles que abordam estudos com relação à história de instituições, (auto) biografias de matemáticos e professores de matemática, além das contribuições feitas por eles para a formação de professores de Matemática e melhorar o ensino. Como bem o que contribuem com a coleta de documentos, memórias e o patrimônio da Educação Matemática.

Com o restante percentual 11% são os classificados na dimensão História para o Ensino da Matemática foram aqueles que se caracterizam por um uso das informações históricas com fins pedagógicos, como uma estratégia para o ensino da matemática, como elaboração de materiais didáticos para ensinar Matemática, usando fragmentos da História da Matemática.

Com o intuito de identificarmos ao assuntos ou grandes temas da matemática inerentes aos 76 artigos, apresentamos o quadro 4 em termo quantitativo a seguir.

QUADRO 4: Publicações do BOLEMA por assunto

CLASE	*Álgebra*	*Aritmética*	*Geometria*	Trigonometria
1985 – 1989	-	3	-	-
1990 – 1994	1	-	-	-
1995 – 1999	-	-	-	-
2000 – 2004	-	1	-	-
2005 – 2009	-	1	1	-
2010 – 2014	3	-	-	1
2015 – 2018	-	1	-	-
TOTAL	4	8	1	1

Fonte: Elaboração pelos autores

No quadro 4 se pode observar a distribuição dos artigos por assunto da matemática. Foi possível identificar 4 artigos que abordam o tema relacionado a álgebra que representam aproximadamente um percentual 5%. Além disso, o percentual 8% foi para os artigos que referem à aritmética.

Foram identificados só um artigo aborda o assunto da Geometria e outro que se utiliza de informações históricas para o ensino da trigonometria. Para cada caso, o percentual é aproximadamente um pouco mais que 1%.

REFLEXÕES FINAIS

Nesta pesquisa foi feita um mapeamento de 772 artigos, dos quais 76 foram da história da matemática. Em seguida foi feito uma classificação dos artigos segundo as dimensões que emergem das pesquisas na história da matemática, as quais são História e Epistemologia da Matemática, História da Educação Matemática e História para o Ensino da Matemática e pelos assuntos abordados nas grandes áreas da matemática Álgebra, Aritmética, Geometria e Trigonometria.

A pesquisa feita apresenta um panorama geral dos artigos publicados no periódico do BOLEMA, onde se mostra que uma décima parte dos artigos publicados tem relação com a história da matemática. Além disso, os primeiros 13 artigos dos 76 encontrados no periódico faz parte da dimensão da história e epistemologia da matemática. Fato que concorda com o início do interesse e desenvolvimento desta área no Brasil (MENDES, 2012).

Durante os anos entre 1995 – 1999 no BOLEMA não se encontra a presencia de artigos com relação na história da matemática. Porém, já anos posteriores, como no início do século XXI artigos referentes as diversas dimensões da história da matemática. Das três dimensões a qual tem a maior quantidade de artigos é a dimensão da história da educação matemática, em segundo lugar a dimensão de história e epistemologia da matemática e de última quantidade de artigos na dimensão de história para o ensino da matemática.

O fato anterior, não só pode olhar-se nesta pesquisa, quando Mendes (2015) fez uma catalogão e classificação das teses e dissertações dos programas de pós-graduação *stritu sensu* entre os anos 1990 e 2010 destas produções acadêmicas teve como resultados que o maior número de trabalhos defendidos foram classificados na dimensão da história da educação matemática.

Nesse sentido, as produções de artigos da dimensão história para o ensino da matemática é perceptível que o crescimento é relativamente pequeno em relação as demais dimensões. Portanto, a preocupação que está sendo apontado pelas pesquisas em história da matemática, é que particularmente vem sendo centralizados os esforços em apenas uma dimensão.

Finalmente, chamamos atenção para tal fato, evidenciando a necessidade de empreender esforços no sentido de ampliar ações para o desenvolvimento de produções que possam apoiar o ensino da matemática por meio de informações históricas, com a visão de elaboração de materiais didáticos com fundamentos em fragmentos históricos que tenham uma intencionalidade didática, de tal maneira que possam ser usados por os professores nas aulas de matemáticas, de modo que tenha a disposição outros ferramentais além dos livros didáticos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MENDES, I. A. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciencia Moderna, 2009.

MENDES, I. A. **Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010.** Relatorio de pesquisa. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2014.

MENDES, I. A. Tendências da Pesquisa em História da Matemática no Brasil: A Propósito das Dissertações e Teses (1990 – 2010). **Educação Matemática Pesquisa**, v. 14, n. 3, p. 465–480, 2012.

MENDES, I. A. **História da matemática no ensino: Entre trajetórias profissionais epistemológicas e pesquisas**. 1a. ed. São Paulo: Livraria da Fisica/SBHMat, 2015.

ISSN 2236-4102

MEDIDAS DE CAPACIDADE NA HISTÓRIA, MEDIDAS DE CAPACIDADE NOS LIVROS DE ARITMÉTICA ESCOLAR NO BRASIL

Elenice de Souza Lodron Zuin[433]

RESUMO

Neste estudo, realizo uma breve descrição de aspectos históricos concernentes às medidas de capacidade e apresento o recorte de uma investigação, trazendo a análise de livros de Aritmética, relativamente às medidas de capacidade, publicados após o ano de 1872. A lei n.1157 oficializa o sistema métrico no Brasil, em 1862, e exige a sua inclusão como saber escolar, porém, estabelece um prazo de dez anos para a efetiva eliminação dos pesos e medidas antigos em todos os setores no país. A análise nos textos didáticos se concentrou em verificar a existência de abordagem histórica sobre o sistema métrico, da sua filiação às terras francesas, de ilustrações de medidas de capacidade e exercícios e problemas concernentes a essas medidas. Serão apresentados os resultados da verificação de quatorze livros de Aritmética, publicados e/ou distribuídos, no Brasil, entre o ano de 1879 e 1905, com destinação ao curso primário ou secundário. O período fixado foi determinado em função dos livros que foram analisados, considerando-se a inclusão do sistema métrico nos impressos por aproximadamente três décadas. Os resultados apontam a total ausência de ilustrações na maioria dos livros e a inexistência de uma abordagem histórica mais abrangente, acompanhada de uma conduta, que pode ter um caráter intencional, de não associar a elaboração do sistema métrico à França.

Palavras-chave: História da Matemática escolar. Sistema métrico decimal. Medidas de capacidade. Aritmética escolar.

[433] PontifÍcia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC Minas). E-mail: elenicezuin@gmail.com

INTRODUÇÃO

Neste artigo, entre a História da Matemática e a História da Educação Matemática, mais propriamente a História da Matemática Escolar, tive como objetivo trazer alguns elementos sobre a história das medidas de capacidade e uma análise sobre as mesmas, como um conteúdo escolar, em quatorze livros didáticos publicados e/ou distribuídos no Brasil. Este estudo é um recorte de outro, no qual procuro verificar se os autores inserem abordagens históricas e gravuras sobre os pesos e medidas, além das definições, condução deste tópico e a inclusão de exercícios e problemas.

O sistema métrico, elaborado por um grupo de cientistas na França, no final do século XVII, foi sendo tomado como oficial em determinados países ao longo do Oitocentos, estando, entre eles, Portugal, em 1852, e o Brasil, em 1862. Em ambos os países, havia a prescrição de um prazo de dez anos para que se fizesse a completa transição para os padrões legais. A exigência da introdução do sistema métrico decimal como conteúdo escolar, na segunda metade do Oitocentos, obrigaram adaptações nos livros existentes e novas publicações se fizeram necessárias, de modo a atender as normativas da legislação.

Não era comum integrar ilustrações nos textos destinados às escolas. Com a oficialização do sistema métrico decimal, tornava-se fundamental que as gravuras sobre as novas medidas estivessem presentes nos compêndios de Aritmética – o livro como um auxiliar primordial na divulgação dos pesos e medidas tornadas oficiais. Esse poderia ser o primeiro momento para promover a apreensão dos novos estalões. Se, nem sempre, as crianças podiam ter contato com os padrões métricos reais, as estampas nos livros seriam um recurso básico para viabilizar a difusão das novas medidas.

Um olhar mais atento para os impressos destinados à formação geral nos remete para os saberes pedagógicos e suas metodologias; da participação e ingerência dos compêndios na produção de uma cultura escolar. Há valores a serem disseminados e programas oficiais aos quais os livros didáticos devem se adequar, uma uniformidade dos discursos. Para além dos currículos, de forma direta ou não, os

manuais trazem consigo um sistema de valores, uma ideologia, uma cultura a serem transmitidos (CHOPPIN, 2000).

A presença da história dos pesos e medidas nos textos com destinação escolar é outro ponto a ser investigado, justamente porque o sistema métrico decimal trazia, fortemente amalgamado consigo, o símbolo da Revolução Francesa, das ideias liberais. Esse caráter político estaria presente quando o autor incluía dados históricos e mencionava a França como o berço da criação do sistema métrico? A inclusão ou ausência desses dados implicaria em um posicionamento do autor – alguns suprimiam essas informações. Neste particular, ligada às concepções, vem a questão de representação (CHARTIER, 1990), que é estabelecida em função do interesse dos grupos que a concebe, das disputas em diferentes níveis. Nas lutas de representação está o desejo de fixação de regras, concepções e valores. Ao se referir às representações, Chartier (1990), traz à tona uma categoria que possibilita investigações e inferências sobre as práticas culturais no âmbito escolar e suas peculiaridades. As práticas discursivas são “produtoras de ordenamento, de afirmação de distâncias, de divisões; daí o reconhecimento das práticas de apropriação cultural como formas diferenciadas de interpretação”. (CHARTIER, 1990, p. 29). Como um saber escolar, a imposição do sistema métrico decimal litigava mudanças que incidiriam nas práticas sociais. A escola como a “salvadora da pátria”, como a responsável por formar os novos “cidadãos métricos”, que deveriam estar aptos a operar com os padrões decimais. A escola à frente, na difícil tarefa de desatar os nós de toda uma cultura social atrelada aos pesos e medidas tradicionais.

MEDIDAS DE CAPACIDADE: breves apontamentos históricos

Quais medidas nasceram primeiro, as de comprimento ou as de volume? Não há qualquer registro oficial sobre essas gestações. Partes do corpo eram tomadas como referência para medidas lineares, pé, polegada, palmos... As medidas antropomórficas foram utilizadas em todo o mundo. As mãos unidas, em forma de

concha, podem ter sido a primeira unidade de capacidade. As medidas de massa vieram muito depois, pelo grau de abstração exigido.

Na história da metrologia, há muito envolto em sombras e algumas suposições não se sustentam. Sem uma posição definitiva quanto ao padrão primevo, certo é que as medidas de capacidade surgiram no seio de diversos grupos, com evidências do emprego de utensílios de uso diário, em alguns casos, confeccionados especialmente para esta finalidade. Não há como negar: "o conhecimento, que é gerado pela necessidade de uma resposta a problemas e situações distintas, está subordinado a um contexto natural, social e cultural" (D'AMBROSIO, 2012, p. 344). Cada grupo determinava seus padrões tendo em vista suas necessidades, costumes, crenças e mesmo as condições físicas e naturais da região habitada, as plantas disponíveis, como é o caso da utilização das cabaças[434]. Os registros arqueológicos demonstram o emprego de potes e vasos de barro em diversas culturas.

Constatam-se, para todos os tipos de padrões, peculiaridades regionais e locais. Determinados grupos, embora próximos, poderiam fazer uso de padrões totalmente distintos e até *sui generis*. Se houvesse uma ordem de unificação, esta, muitas vezes, atendia a um coletivo restrito, sem maiores exigências de que a precisão fosse uma prioridade.

Para Kula (1998), aparentemente, havia uma apreensão dos objetos de forma sintético-qualitativa pelos grupos primitivos. Milênios transcorreram até que fosse realmente estabelecida a relação quantitativo-abstrata entre o homem e certa característica dos objetos. Esse autor ainda destaca que:

> A medição é a abstração de uma característica quantitativa dos objetos, sem ter em conta sua qualidade. Mas, para a mentalidade primitiva, a medida deve ser uma resultante qualitativa, ou, pelo menos, está muito intimamente unida à qualidade; por ele, cada objeto deve ser medido com uma medida diferente e, nenhuma delas, é redutível às demais. (KULA, 1998, p. 117-118)

Essa circunstância de se utilizar medidas específicas para cada produto perdurou por milênios. Era habitual que fossem distintas as unidades de capacidade

[434]No Brasil, as cabaças continuam muito utilizadas, principalmente, pelos povos indígenas, porém, são empregadas por outras comunidades que aderiram a esse costume. Elas são feitas do fruto da cuieira (*Crescentia cujete*) – popularmente, cabaceira ou cuité (ZUIN & SANTANNA, 2017).

para secos (grãos, trigo, cevada) e líquidos (azeite, vinho). Essa prática vigorou, durante muito tempo, por exemplo, em Portugal, se estendendo para o Brasil no período colonial.

A consagração das medidas, em um nível religioso e mesmo esotérico, deve ser ressaltada:

> A medida tem o seu lugar entre as condições necessárias à localização e à delimitação do espaço aos ritos da religião e das magias. Nas unidades comprimento e volume, sobretudo, estas determinações especiais, como acontece com as temporais, assumem muitas vezes as características do sagrado... (TUCCI, 1995, p. 234)

Neste sentido, entre o sagrado e o profano, as medidas ocupam um lugar de destaque nas culturas e se revertem, algumas vezes, como signos da tradição. É esse caráter venerável que confere aos padrões de medida uma supremacia difícil de ser rompida quando há imposições ou tentativas de unificação das medidas e eliminação dos padrões consuetudinários.

Durante milênios, as medidas de volume se fizeram suficientes, não havendo uma necessidade das medidas de massa. As primeiras eram mais simples e mais rápidas de serem utilizadas do que as segundas, as quais exigiriam pesos, balanças e um maior grau de complexidade e abstração matemática. As medidas de capacidade, palpáveis e visíveis aos olhos do comprador, seriam menos suscetíveis a possíveis fraudes. Esse foi um dos motivos pelos quais as balanças foram alvo de desconfiança e sua disseminação foi lenta nas áreas comerciais. O outro motivo, o seu alto valor (KULA, 1998).

A multiplicidade das medidas parecia não ser um fator preocupante. Um grande número de padrões convivia pacificamente, atendendo as condições estabelecidas para o escambo. Apesar das peculiaridades locais, se, por um lado, os saberes e tradições, podem se perpetuar, por outro, eles se mesclam e se transformam. Nesse ínterim, os estalões ocupam o seu lugar. Ao longo do tempo, padrões de aferição “estrangeiros” vão sendo assimilados e incorporados ao uso cotidiano, seja pela imposição do dominador, no caso das invasões e ocupações de territórios, seja para facilitar as transações comerciais.

Na região da Mesopotâmia, foi descoberta uma grande variedade de tabletes de argila com inscrições. As traduções realizadas, até hoje, apenas identificaram “textos de aplicação prática, catálogos de referência e conjuntos de exercícios; o enunciado de soluções não comportava explicações e justificativas”. (ROSA, 2012, p. 61).

De acordo com Zamora López (2003), na antiga Ugarit, cidade portuária, da costa mediterrânea do norte da Síria (atual *Ras Shamra*), foram encontrados tabletes de argila em escrita cuneiforme e língua ugarítica, própria da região. Em textos de teor administrativo, incluem-se informações sobre diferentes tipos de cereais – os áridos; vinho, azeite – os líquidos; bem como metais – os sólidos. Os líquidos são expressos em unidades de medida, sendo as mais importantes, em geral, acompanhadas do termo ugarítico *kd* – que remeteria a uma vasilha, cântaro ou ânfora, sem qualquer pretensão metrológica, porém, como unidade básica para medidas de capacidade, na interpretação de Zamora López (2003). A semelhança da palavra *kd*, com outras, neste contexto, são diversas. Para citar uma delas, temos o *kádos* para o vinho fenício (ou vinho de palma), mencionado por Heródoto. A unidade *kd* serviria para medição de vinho, azeite, vinagre, às vezes, mel, azeitonas e outros produtos não necessariamente líquidos – contudo, para estes últimos, não haveria propriamente uma atribuição metrológica.

Entre os romanos, a ânfora era utilizada para medição de líquidos. Encontram-se estes recipientes em diversos formatos, de acordo com o local ou grupo que as produziu (figura 1).

FIGURA 1: Ânforas antigas



Fonte: https://pt.depositphotos.com

Na Bíblia, uma das fontes consultadas, é possível identificar algumas medidas de capacidade que se apresentam como unidade: para os secos, a *efa* (Êxodo 29:40; Levítico 5:11; 6:20; 19:36; Deuteronômio 25:14, 15; Juízes 6:19, Zacarias 5:6). Para os líquidos, o *bato.* "A *efa* e o *bato* serão duma mesma medida, de maneira que o *bato* contenha a décima parte do *hômer*, e a *efa* a décima parte do *hômer*; o *hômer* será a medida padrão." (Ezequiel 45:11). Em Levítico 23:17, temos: "Das vossas habitações trareis, para oferta, dois pães de dois décimos de uma *efa* de flor de farinha". Outras medidas: *cabo* (2 Reis 6:25) correspondente a 1/18 da *efa*; *gômer* (Êxodo 16:16, 18, 22), igual a 1/10 da *efa* (Êxodo 16:36). *Metreta* aparece como medida para líquidos nas Bodas de Canaã*:* "Ora, estavam ali postas seis talhas de pedra, para as purificações dos judeus, e em cada uma cabiam dois ou três *metretas*." (João 2:6). Em Apocalipse 6:6, "Um *queniz* de trigo por um *denário* e três *quenizes* de cevada por um *denário*; e não danifiques o azeite e o vinho". O *queniz*, correspondente a 1/8 do *modius* vem como uma medida de capacidade e *denário*, como moeda.

Defendo a utilização das mãos em concha como uma unidade de volume, não só na Pré-História, mas como uma tradição que se postergou, quando encontramos na Bíblia a "mão cheia" como uma medida. "Tomai vossas mãos cheias de cinza do forno, e Moisés a espalhe para o céu diante dos olhos de Faraó." (Êxodo 9:8). "Garanto-te, pelo Senhor teu Deus, que não tenho um só pedaço de pão em casa. Tenho apenas uma mão-cheia de farinha e uma pequena porção de azeite no fundo dum jarro." (1 Reis 17:12).

Para medida de líquidos, a unidade básica, já explicitada, seria o *bato* (Isaías 5:10), correlata a 3 *ânforas*. O *him* (Êxodo 29:40; Levítico 19:36; Ezequiel 4:11) corresponderia a 1/6 do *bato.* Outras unidades: o *cados* (Lucas 16:6) igual a 1/10 do *coro*; o *logue* (Levítico 14:10), ou seja, 1/12 do him. Em Oséias 3:2, encontramos o *leteque* [de cevada] igual a 1,5 *ômer*. Os análogos a 10 *efas*, o *ômer, ou hômer,* (Ezequiel 45:11) e o *coro* [de trigo] (Esdras 7:22).[435]

Constata-se que, em alguns casos, o *coro*, medida para secos, poderia ser utilizado na aferição de líquidos: "E Salomão dava a Hirão vinte mil *coros de trigo*, para

[435] "Quanto à porção fixa do azeite, de cada bato de azeite oferecereis a décima parte do bato tirado dum coro, que é dez batos, a saber, um hômer; pois dez batos fazem um hômer". (Ezequiel 45:14).

sustento da sua casa, e vinte, *coros de azeite* batido; isso fazia anualmente". (1 Reis 5:11).

O que se pode verificar é a divisão da unidade fundamental de volume em seis, oito, dez ou dezoito partes, implicando formas distintas de se realizar essas correspondências. Esses processos demandariam algo mais complexo do que as consecutivas divisões por 2, que originariam 1/2, 1/4, 1/8, etc. da unidade base.

Avançando alguns séculos, em Portugal, com influências de outros povos, também havia uma multiplicidade de medidas de capacidade. Dos romanos: moio, quarteiro, sesteiro, quinal; de origem européia: búzio, quaira, tonel, pipa, pinta, pucal, choupim; dos árabes: alqueire, almude, fanega, cafiz, celamin, cacifo (LOPES, 2005). Reformas no âmbito dos pesos e medida se processaram em terras lusitanas. Do ano de 1253, com Dom Afonso III, a *Lei da Almoçataria*. Em 1460, o Alvará de Dom Afonso V; seguem-se as *Ordenações Manuelinas* (1499-1521) e a Reforma de Dom Sebastião, com a *Carta da Lei de Almeirim* (1575).

As novas unidades, impostas pela legislação, em uma dada reforma, geralmente, traziam uma relação com as unidades antigas,

> ... através de um factor numérico bem conhecido, que podia ser um numero inteiro (2, 3, 4, …) ou uma fracção simples (1/2, 1/3, 1/4, 2/3, 3/2, …). Ou seja, a nível numérico, mesmo quando certas unidades fundamentais desapareciam, elas continuavam, de certa forma, a estar na base dos novos sistemas. (LOPES, 2005, p. 42)

Nas *Ordenações Manuelinas,* as referências se limitam aos submúltiplos do alqueire "*meyo alqueire, e quarta d'alqueire*", com omissão aos seus múltiplos – sendo as medidas para cereais e azeite. Para o vinho, a unidade fundamental, o *almude,* com seus submúltiplos *canada* (1/2 *almude*); *meia-canada*; *quartilho* (1/4 de *canada*) e *meio quartilho* (1/8 de *canada*).

Dom Sebastião (1554-1578), Rei de Portugal e Algarves, entre 1557 e 1578, sancionou a *Lei de Almerim* (1575) determinando medidas para secos: *fanga* (equivalente a 4 *alqueires*), *alqueire* (do árabe, *al-kail*), meio *alqueire, quarta* e *oitava*. Foram conservados os submúltiplos advindos das Ordenações Manuelinas. Em relação aos produtos líquidos, a unidade principal seria o *almude* (do árabe, *al-mudd*).

Obrigatoriamente, “as medidas para vinho, azeite e cereais deviam ser iguais as de Lisboa” – prescrição já presente nas Ordenações Manuelinas e na reforma de Dom Sebastião. (ZUIN & SANTANNA, 2017, p. 13).

Nos Oitocentos, para Portugal e seus domínios,

> ... os dois principais padrões do alqueire eram padrões ligados às tradições castelhana e hispanoárabe: o alqueire de 13.9 litros, equivalente à *faniqa* hispano-árabe e a 1/4 da fanega castelhana; e um alqueire com um valor médio de 15.7 litros, claramente aparentado com o *quadah* hispano-árabe e com a *cántara* castelhana. O antigo alqueire de Lisboa estava longe de ser o mais usado. (LOPES, 2003, p. 156)

As medidas utilizadas em Portugal foram estabelecidas também no Brasil, no entanto, estas se mesclavam com outros padrões utilizados por determinadas comunidades, que os confeccionavam e os utilizavam, tendo como princípios básicos as suas necessidades, utensílios e materiais dos quais dispunham.

No final do Setecentos, um grupo de cientistas franceses fica responsável pela elaboração de um novo sistema de medidas, quando foi definido o Sistema Métrico Decimal, baseado no metro – correspondente à décima milionésima parte do quarto do meridiano terrestre. Decimalizados e relacionados ao metro, vieram os padrões para a massa, o quilograma (unidade o grama igual a massa de 1dm³ de água a 4°C de temperatura) e, posteriormente, para os volumes, o litro (1dm³ de água pura a 4ºC, sob pressão normal – ou seja, o volume de 1kg de água).

Em 1816, no Brasil, por determinação de D. João VI, a aferição dos produtos líquidos e secos se pautaria em um mesmo padrão de volume estabelecido, a *canada* – correspondente a 1 litro. No ano de 1852, D. Maria II sanciona o decreto que estabelece o sistema métrico decimal em Portugal e seus domínios. D. Pedro II assina a Lei n.1157, em 1862, oficializando o sistema francês de pesos e medidas no país, com a obrigatoriedade de se tornar um conteúdo escolar e um prazo de dez anos para suprimir as medidas antigas.

MEDIDAS DE CAPACIDADE NOS LIVROS DIDÁTICOS EDITADOS APÓS 1862

Para este artigo, foram selecionados quatorze livros de Aritmética, de autores distintos, publicados e/ou distribuídos no Brasil, após 1872. A lei n.1157, apesar de instituir que o sistema métrico deveria estar presente nas escolas a partir de 1862, determinou dez anos para a completa adoção dos novos pesos e medidas em todos os setores no país. Os livros apresentados, destinados ao curso primário ou secundário, foram publicados entre 1879 e 1905. O período fixado foi determinado em função dos livros que foram analisados, considerando-se pouco mais de quatro décadas após a promulgação da Lei n. 1157.

Em um primeiro momento, a análise se concentrou na verificação da existência de dados históricos436 sobre as medidas decimais e na averiguação da menção da elaboração do sistema métrico pelos franceses. Como já explicitado, este último é um aspecto a ser apurado pelo viés que se estabelece entre as medidas métricas e os fatores políticos e ideológicos relativos à Revolução Francesa, que, deliberadamente, os autores pudessem omitir ou evidenciar.

Outro aspecto observado foi a inserção de ilustrações do litro e de outras medidas de capacidade nos livros, além de exercícios e problemas relativos a às mesmas. As figuras nos livros auxiliariam na identificação dos padrões oficiais, além da sua divulgação. Os exercícios e problemas seriam fundamentais para que os alunos apreendessem as operações com as medidas métricas.

José Teodoro Souza Lobo foi um autor cujos livros obtiveram circulação e adoção significativas principalmente no Estado do Rio Grande do Sul. Na 5ª edição da sua *Arithmetica para meninos*, publicada em 1879, apenas, no título de uma das seções, ele coloca “Systema métrico francez”. Esta seria a única alusão explícita à França. Sem qualquer gravura sobre as medidas métricas, inclui alguns problemas

[436] Relativamente aos dados históricos, foi verificado se, nos livros, havia referências: a) à medição do arco do meridiano, desde Dunkerque a Barcelona, por Jean Baptist Joseph Delambre (1749-1822) e Pierre François André Méchain (1744-1804), para se determinar o metro como a décima milionésima parte do quarto do meridiano terrestre; b) ao grupo de cientistas que se responsabilizou pela elaboração do sistema métrico decimal; c) à confecção dos protótipos dos padrões; d) à definição do litro. Foram identificados como contendo dados históricos os livros que incluíram, pelo menos, duas dessas referências indicadas em a, b e c.

referentes às mesmas. Há uma menção não muito clara do vínculo do sistema métrico à França e nenhum fato histórico é associado neste tópico. Isso também se verifica na 9ª edição da *Segunda Arithmetica* de Souza Lobo, de 1893. Apenas em nota de rodapé é indicado, em ambos os livros, que, para se obter o metro, calculou-se a distância do pólo ao equador, tomando por base a *toeza* – uma medida francesa – sem mais qualquer comentário e sem fazer uma ligação intrínseca entre os pesos e medidas decimais e a França.

De 1888 é a *Arithmetica prática para as escolas primárias de ambos os sexos,* de Felipe Nery Collaço, publicada em Pernambuco. Sem uma menção mais efetiva do papel metrológico da França, o "litro" é apresentado apenas como "o cubo de um decímetro". Ao abordar *medida de capacidade para líquidos*, o autor traz a homologia entre o *litro* e a *garrafa* (1 litro igual a 1 1/2 garrafa ou 3/2 garrafas). Quando trata da *medida de capacidade para secos*, indica que a *cuia* é equivalente a 2,3 *litros*, sendo a relação da cuia para o litro de 10:23 e, portanto, a relação inversa é de 23:10. Para um e outro caso, Collaço reforça que:

> ...a relação do litro para a garrafa é de 3 para 2 e, da garrafa para o litro de 2 para 3; quer isto dizer que para reduzir litros a garrafas, basta multiplicar o números de litros por 3 e dividir o producto por 2, e vice-versa para reduzir garrafas a litros basta multiplicar o numero das garrafas por 2 e dividir o producto por 3.
>
> ... para reduzir cuias a litros basta multiplicar o numero de cuias por 23 e dividir o producto por 10, o que se reduz a cortar um algarismo á sua direita, e vice-versa para reduzir litros a cuias basta multiplicar o numero de litros por 10, o que se faz accrescentando uma cifra á sua direita, e dividir o producto por 23. (COLLAÇO, 1888, p.154-155)

Há apenas um exemplo para cada um dos casos citados. As regras práticas seriam importantes para quem não havia se acostumado às medidas métricas e para o comércio. O propósito do autor era realmente apresentar uma "Aritmética prática", fazendo valer o título do seu compêndio. Vinte anos haviam decorrido desde a oficialização da lei, todavia, este reforço de Collaço demonstra que os novos padrões não estavam totalmente assimilados pela população.

Antonio Bandeira Trajano é autor dos grandes *best sellers* dos didáticos de Aritmética no Brasil, com dezenas de edições. Seus livros continuaram sendo

publicados e adotados nas escolas décadas após sua morte. Trajano começou a escrever seus livros nas últimas décadas do Oitocentos. Foram analisadas a 12ª edição da *Arithmetica Primaria,* publicada em 1890, e a 68ª edição da *Arithmetica Illustrada*, a qual não contém o ano de publicação (é provável que seja anterior a 1900, pois a 92ª edição é de 1922). Parte do texto, em ambas as edições, são muito semelhantes, com uma ampliação na *Arithmética Illustrada*. Nesta última, Trajano cita a Lei 1157 e faz menção à França como o berço do sistema métrico, indica como um grupo de cientistas chegou à definição do metro. Em relação às medidas de capacidade, apenas a ilustração do protótipo de um litro se faz presente, sendo a mesma figura contida na *Aritmética Primária*.

A editora FTD iniciou suas funções no Brasil em 1902, com publicações de vários títulos que foram adotados em diversas escolas do país. A 3ª edição dos *Elementos de Arithmetica*, publicados por esta editora, é do ano de 1918. Sem acesso a essa edição, foi analisada a publicada em 1937. Apesar de a editora ser originariamente francesa, não há qualquer menção histórica no livro, não consta a informação de que um grupo de cientistas da França elaborou o sistema métrico. Existem figuras relativas às medidas de capacidade, do *duplo-litro,* que era utilizado na época, informando o material empregado para sua construção, inclusive a figura de uma medida de madeira, representando um hectolitro, com informações sobre os produtos a serem aferidos na mesma. Há também uma lista com 127 exercícios e problemas, além de se verificar problemas, envolvendo medidas, inseridos em outros conteúdos. Em um tópico posterior, há a presença das medidas antigas e suas respectivas equivalências com o sistema métrico decimal, acompanhadas de diversos exercícios que envolvem a conversão entre as novas e antigas medidas.

A obra *Noções de Arithmetica e sistema métrico decimal para uso nas escolas*, de Manuel Olympio Rodrigues da Costa, tem lançamento em 1877 – escrita quando o autor era professor do Gymnasio Bahiano. Houve a publicação de uma 4ª edição póstuma em 1895 (BLAKE, 1970, v. VI, p.176). No Programa de Ensino do Colégio Pedro II de 1877, o livro de Costa estava indicado. O autor também lecionou nesta instituição. Em relação ao sistema métrico, todas as categorias analisadas estão ausentes.

As *Apostillas de Arithmetica elementar,* destinadas aos liceus, de Antônio José Duarte, foram publicadas no Ceará, em 1884. Expõe brevemente o contexto histórico do sistema métrico, contudo, há completa ausência ilustrações, nenhuma proposição de exercícios, não só neste tópico específico, mas em todo o livro.

Em sua *Arithmetica da Infância*, do ano de 1890, apenas em uma breve nota de rodapé, Joaquim Maria de Lacerda aponta que o metro foi obtido pelos trabalhos de medição realizados pelos astrônomos franceses Delambre e Mechain. O autor não insere ilustrações e incorpora poucos exercícios ao texto.

O Curso Elementar de Matemática – Arithmetica, de autoria dos irmãos Aarão e Lucano Reis, teve sua 2ª edição, em 1892, intencionando atender aos candidatos à matrícula em estabelecimentos de ensino superior, aos alunos das Escolas Naval e Normal, aos que seguissem a carreira comercial ou a engenharia de agrimensura. Positivistas, os autores valorizam a parte histórica dos pesos e medidas, dando ênfase a este tópico. A obra inclui gravuras relativas aos padrões decimais, porém, não são encontrados exercícios relativos a este conteúdo.

Na 2ª edição do livro *Arithmetica Primária,* de Cezar Pinheiro, publicada em 1902, consta, na capa, o informe de que esta foi aprovada e mandada adotar nas escolas do Pará, pelo Conselho Superior da Instrução Pública desse estado. Sem integrar abordagem histórica, contém ilustração de medidas de capacidade para secos e líquidos e não inclui exercícios ou problemas.

Francisco Marcondes Pereira, na 2ª edição das *Noções de Arithmetica*, vinda a lume em 1905, não integra quaisquer aspectos históricos do sistema métrico, apesar de introduzir o tema mencionando as dificuldades relativas à comercialização de produtos em função da falta de uniformidade dos padrões em “tempos mais remotos”. Faz uma distinção entre medidas de capacidade para secos e líquidos, incluindo figuras e não se ocupa com exercícios e problemas. As medidas antigas estão presentes nas tabelas de equivalência. Apesar de, na capa do livro, constar “Fortaleza – Ceará”, a tipografia é a Aillaud & Cia, de Paris.

No quadro 1, foi realizada uma síntese dos principais pontos analisados nos livros didáticos.

QUADRO 1: Síntese dos pontos analisados nos livros didáticos

OBRAS / AUTOR	Ano	Menção/ abor-dagem histórica	Menção da França como criadora do SMD	Ilustração		Proble-mas/ exercí-cios
				Litro	Capacidade: outra(s) medida(s)	
Arithmetica para meninos, José Teodoro Souza Lobo, 5ª edição	1879	–	X	–	–	X
Explicador de Arithmetica, Eduardo P. de Castro, 5ª edição	1880	X	X	X	X	–
Curso de Arithmetica Elementar, Alves Carneiro, 2ª edição	1880	X	X	–	–	–
Apostillas de Arithmetica elementar, Antônio J. Duarte	1884	X	X	–	–	–
Arithmetica prática das escolas primárias, Felipe Nery Collaço	1888	–	X	–	–	–
Arithmetica da Infância, Joaquim Maria de Lacerda	1890	–	–	–	–	X
Arithmetica Primaria, Antonio Trajano, 12ª ededição	1890 (?)	–	–	X	–	–
Noções de Arithmetica e SMD, Manuel O. Rodrigues da Costa	189-	–	–	–	–	–
Curso Elementar de Matemática - Arithmetica, Irmãos Reis, 2ªed.	1892	X	X	X	X	–
Segunda Arithmetica, José T. Souza Lobo, 9ª edição	1893	X	X	–	–	X
Arithmetica Illustrada, Antonio Trajano, 68ª ededição	s.d.	X	X	X	–	X
Arithmetica primária, Cezar Pinheiro, 2ª edição	1902	–	–	X	X	–
Elementos de Arithmetica, FTD	19--	–	–	X	X	X
Noções de Arithmetica, Francisco Marcondes Pereira, 2ª edição	1905	–	–	X	X	–

Fonte: Dados da pesquisa

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Alguns dos livros selecionados conservaram a temática do antigo sistema de medição e, nem sempre, os autores incluíam problemas e exercícios relativos às medidas tornadas oficiais. Então, como transcorreriam, para os estudantes, futuros "cidadãos métricos", a apreensão das conversões de medidas e do processo operativo com o sistema métrico decimal? Se o professor se baseava apenas no livro adotado e não detinha mais conhecimentos sobre o novo sistema, possivelmente, o ensino-aprendizagem deste conteúdo não se efetivaria ou seria deficiente. A população seguiu utilizando os padrões consuetudinários.

Embora não haja uma preocupação em contextualizar o sistema métrico historicamente, nos *Elementos de Arithmetica,* da FTD, o desenvolvimento do conteúdo ocupa várias páginas. A grande variedade de exercícios e problemas estaria imbuída na proposta da obra como um todo. Entre os livros analisados, o *Curso Elementar de Matemática - Arithmetica*, dos irmãos Reis, é o que traz a abordagem histórica dos pesos e medidas de forma mais consistente, sendo provável que isto adviria do fato de os autores serem adeptos do positivismo. Há também a condução de um discurso em prol dos padrões decimais.

Vinculada às concepções dos autores está a questão de representação, quando estes incluem ou não uma abordagem histórica que evidencia a França como o berço das medidas decimais. Estaria, nestes casos, embutidos o interesse de grupos? Convicções políticas? Essa desvinculação do sistema métrico aos ideais liberais, talvez, estivesse mais presente antes da proclamação da República no Brasil, entretanto, se constata o inverso no período analisado –mais livros, publicados antes de 1889, são os que trazem essa informação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BÍBLIA SAGRADA. Disponível em: <www.ebooksbrasil.org/adobeebook/biblia.pdf>. Acesso em: 31 ago. 2018.

BLAKE, Augusto Victoriano Alves do Sacramento. **Dicionário Bibliográfico Brasileiro.** Rio de Janeiro Imprensa Nacional*.* Rio de Janeiro: Typographia Nacional / Conselho Federal de Cultura, 1970. 7 v.

CARNEIRO, Alves B.. **Curso de Arithmetica Elementar**. 2. ed. Rio de Janeiro: Garnier, 1880.

CASTRO, Eduardo de Sá Pereira de. **Explicador de Arithmetica. 2.** ed*.* Rio de Janeiro: Nicolao Alves, 1880.

CHARTIER, Roger. Textos, impressos, leitura. In: CHARTIER, Roger. **A História Cultural:** entre práticas e representações. Lisboa; Rio de Janeiro: DIFEL; Bertrand Brasil, 1990. p. 121-139.

CHOPPIN, Alain. Pasado y presente de los manuales escolares. In: Berrio, Julio Ruiz (ed**.). La cultura escolar de Europa***.* Tendências históricas emergentes. Madrid: Biblioteca Neva, p. 107-141, 2000.

COLLAÇO, Felipe Nery**. Arithmetica prática para uso das escolas primárias de ambos os sexos**. 16. ed. Pernambuco: Livraria Francesa, 1888.

COSTA, Manuel Olympio Rodrigues da. **Noções de Arithmetica e sistema métrico decimal para uso nas escolas**. [s.l.].18--.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Tendências e perspectivas historiográficas e novos desafios na História da Matemática e da Educação Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 14, n.3, p. 336-347, 2012.

DUARTE, Antônio José. **Apostillas de Arithmetica elementar**. Maceió: Typographia de T. de Menezes, 1884.

FTD. **Elementos de Arithmetica:** curso primário. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 19--.

KULA, Witold. **La medida y los hombres.** Trad. Wiltold Kuss. 3. ed. México, D.F.: Siglo XXI, 1998.

LACERDA, Joaquim M.. **Arithmetica da Infancia***.* Rio de Janeiro: Garnier,1890.

SOUZA LOBO, José Theodoro de. **Segunda Aritmética para meninos**. 9. ed. Porto Alegre: Rodolpho José Machado Editor, 1893.

SOUZA LOBO, José Theodoro de. **Aritmética para meninos**. 5. ed. Curitiba: Typographia da Deutsche Zeitung, 1879.

LOPES, Luís Seabra. Sistemas legais de medidas de peso e capacidade do Condado Portucalense ao século XVI. **Portugália,** Nova Série, Universidade do Porto, v. XXIV, p. 113-164, 2003.

LOPES, Luís Seabra. A cultura da medição em Portugal ao longo da história. **Educação Matemática,** Nova Série, Universidade do Porto, n. 84, v. XXIV, p. 42-48, set./out. 2005.

PEREIRA, Francisco M. **Noções de Arithmetica.** 2. ed. Paris: Aillaud & C^{ia}, 1905.

PINHEIRO, Cezar. **Arithmetica primaria**. 2. ed. Paris:Jablonski, Vogt & C^{ia}, 1902.

REIS, Aarão; REIS, Lucano. **Curso elementar de matemática:** aritmética. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 189-.

ROSA, Carlos Augusto de Proença. **História da Ciência:** da Antiguidade ao Renascimento Científico. 2. ed. Brasília: Fundação Alexandre de Gusmão, 2012.

TRAJANO, Antonio. **Arithmetica Illustrada**. 68. ed. Rio de Janeiro: Typographia Martins de Araújo & C., s.d.

TRAJANO, Antonio. **Arithmetica Primária**. 12. ed. Rio de Janeiro: Companhia. Tipographica do Brasil, s.d.

TUCCI, Ugo. Pesos e medidas. In: **Enciclopédia Einaudi**. Lisboa: Imprensa Nacional / Casa da Moeda, 1995. v. 28. p. 233-277.

ZAMORA LÓPEZ, José Ángel. El ‘ánfora cananea’ y las medidas de capacidad en el Oriente Mediterráneo de la Edad del Bronce final. **SPAL**: Revista de Prehistoria y Arqueología de la Universidad de Sevilla, 12, p. 231-257, 2003.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron; SANT’ANNA, Nádia Aparecida dos Santos. **Pesos e medidas do Brasil Colonial, tradição e cultura nos dias atuais:** um novo tema para as aulas de Matemática. São Paulo: Editora da Física, 2017.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Dos antigos pesos e medidas ao sistema métrico decimal**. Belém: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2009.

ISSN 2236-4102

MEMÓRIAS DA TRAJETÓRIA DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA DA UEM

Raissa Araujo de Oliveira[437]
Thalia Pequini Zampirolli[438]
Sandra Regina D' Antonio[439]
Lucieli M. Trivizoli [440]

RESUMO

Há vários anos o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) da Universidade Estadual de Maringá (UEM) vem desenvolvendo, difundindo e realizando atividades que visam contribuir com a formação de alunos de cursos de licenciatura em matemática e pedagogia, e para docentes e discentes da Educação Básica. Criado em meados da década de 1980, o LEM não possui o registro de suas memórias compilado, nem seus registros históricos difundidos entre acadêmicos, docentes e comunidade. Desse modo, com o intuito de agrupar e divulgar essa história, o objetivo deste trabalho é apresentar alguns resultados da pesquisa que vem reunindo documentos e informações referentes ao LEM com vistas a materializar sua memória e divulgar parte de sua história. A pesquisa de natureza qualitativa tem como proposta metodológica a análise documental pautada na identificação e organização de informações presentes em documentos oficiais da universidade. Nesse trabalho apresentaremos uma análise inicial dos documentos compreendidos entre o período de 1985 a 1994.

Palavras-chave: História da Educação Matemática. Laboratório de Ensino. Memória. Levantamento documental.

[437] Universidade Estadual de Maringá (UEM). ra99592@uem.br
[438] Universidade Estadual de Maringá (UEM). ra102817@uem.br.
[439] Universidade Estadual de Maringá (UEM). srdantonio@uem.br .
[440] Universidade Estadual de Maringá (UEM). lmtrivizoli@uem.br.

INTRODUÇÃO

O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) tem sido o objeto de estudo de várias pesquisas no campo da Educação Matemática tais como: Lorenzato (2006), Oliveira (1983), Lopes e Araújo (2007), Turrioni (2004), Rêgo e Rêgo (2006). Essas pesquisas apontam a importância do LEM para a melhoria da formação inicial e continuada de professores, bem como o estreitamento dos laços entre a universidade e a comunidade em geral.

Segundo Rêgo & Rêgo (2006) um Laboratório de Ensino de Matemática deve ter alguns objetivos, como:

> a) estreitar as relações entre a instituição e a comunidade, atuando como parceira na solução dos problemas educacionais que esta apresenta, buscando a melhoria do ensino e constituindo um espaço de divulgação e de implantação de uma cultura de base científica; b) estimular a prática da pesquisa em sala de aula, baseada em uma sólida formação teórica e prática; e c) firmar projetos de parceria com os sistemas locais de ensino, visando à instalação de clubes e laboratórios de Matemática, além de oficinas e cursos de formação continuada para seus professores. (RÊGO; RÊGO, 2006, p. 41)

A instalação de Laboratórios de Ensino de Matemática ganha destaque nos próprios documentos oficiais que visam a formação dos professores de matemática: a implementação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN 9394/96) aponta em seu Art. 43 itens II e VII, respectivamente, como finalidade do Ensino Superior: formar diplomados nas diferentes áreas do conhecimento, aptos para a inserção em setores profissionais e para a participação no desenvolvimento da sociedade brasileira, garantindo também sua formação contínua; promover a extensão, aberta à participação da população, visando à difusão das conquistas e benefícios resultantes da criação cultural e das pesquisas científicas geradas na instituição. O parecer do Conselho Nacional de Educação CNE/CES nº 1302/2001, em seu item 4.2, ressalta que desde o início do curso o licenciando deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho e com outras tecnologias que possam contribuir para o ensino de Matemática. A resolução CNE/CP 2/2002, em seu Art. 1° itens I e II, estabelece: 400 (quatrocentas) horas de prática como componente

curricular, vivenciadas ao longo do curso; 400 (quatrocentas) horas de estágio curricular supervisionado a partir do início da segunda metade do curso. Tais documentos oficiais ratificam a criação e/ou manutenção de ambientes nos cursos de licenciatura que possam dar suporte ao planejamento das atividades de estágio como também que favoreçam a realização da prática pedagógica das disciplinas do núcleo pedagógico destas licenciaturas e contribuam para a formação de profissionais qualificados.

Nesse contexto, inúmeros cursos de Licenciatura em Matemática espalhados pelo Brasil implantam, consolidam ou ampliam seus Laboratórios de Ensino. Esse é o caso do LEM da Universidade Estadual de Maringá.

O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) é um projeto de extensão do Departamento de Matemática (DMA) na Universidade Estadual de Maringá. Esse projeto é realizado desde meados da década de 1980. Durante esse período recebeu diferentes denominações e passou por algumas mudanças de estrutura física e humana. Neste trabalho, temos a intenção de apresentar o processo de criação desse laboratório e relatar o início de sua história. Faremos uso da pesquisa documental visto que, como definem Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009), os documentos escritos representam os vestígios da atividade humana em certa época servindo, assim, de comprovação de fatos ocorridos em um passado recente.

Assim, para fundamentar nossa pesquisa buscamos informações em documentos compreendidos entre fevereiro de 1985 a maio de 1994 e que não receberam nenhum tratamento científico. Esses documentos são compreendidos como nossas fontes primárias (SÁ-SILVA; ALMEIDA; GUINDANI, 2009), as quais são fontes de dados originais que possibilitam relações diretas com os dados a serem analisados pelas pesquisadoras.

OS PRIMEIROS ANOS DO LEM-UEM

O desenvolvimento do trabalho se deu através da busca de informações e/ou referências que pudessem levar a documentos que falassem a respeito da história do

Laboratório de Ensino de Matemática da UEM. Essa busca se iniciou pelos arquivos com horários dos professores que foram coordenadores do Laboratório. A partir do horário desses docentes obteve-se números de processos, nos quais o LEM encontrava-se citado de alguma forma. Dentre esses processos, a principal fonte de pesquisa constituiu-se, então, do processo n° 00226/81 e do processo n° 0793/86, os quais serão o objeto de estudo para este trabalho.

No volume 1 do processo n° 00226/81, escrito no DME[441]/DSE[442] e destinado a Pró-Reitoria de Extensão e Assuntos Comunitários (PEA), estão descritos todas as propostas, relatórios e atividades realizadas sobre o projeto denominado Programa de Apoio ao Ensino de Matemática (PAEM). O PAEM surgiu por uma proposta das professoras Clélia Maria Ignatius Nogueira e Maria Dolis ao antigo Departamento de Matemática e Estatística (DME) e começou oficialmente suas atividades em 26 de Abril de 1981.

O PAEM foi criado com objetivo de proporcionar condições financeiras a alunos carentes, permitindo que os mesmos pudessem de alguma forma custear seus estudos a partir do trabalho em atividades relacionadas ao curso.

O processo n° 0793/86 descreve a criação do Projeto “Laboratório de Ensino de Matemática”. Neste artigo utilizou-se os volumes de 1 a 4 do referido processo, referentes ao período de 1985 até o ano 1994.

Em julho de 1985, no formulário 02 do volume 1 do processo n° 0793/86 consta que alguns professores do PAEM, não referenciados no documento, fizeram a proposta do projeto denominado “Recuperação Paralela com Criação e Implantação de Laboratório de Ensino de Matemática”, projeto que impulsiona a ideia inicial de criação de um Laboratório no Departamento de Matemática e Estatística (DME) da UEM e que também foi de suma importância para a implantação de laboratórios-piloto nas escolas públicas estaduais.

O projeto “Recuperação Paralela com Criação e Implantação de Laboratório de Ensino de Matemática”, descrito no processo n° 0793/86, tinha por objetivo criar e implantar nas escolas públicas Laboratórios de Ensino de Matemática, de modo a

[441] O Departamento de Matemática e Estatística foi desmembrado em dois departamentos distintos no ano de 1988 através da resolução Resolução nº 019/88-COU do Conselho Universitário da Universidade.
[442] Diretoria de Cursos e Serviços de Extensão.

fomentar nos discentes de 5ª a 8ª série das escolas envolvidas o gosto pela matemática auxiliando-os em suas dificuldades com vistas a uma aprendizagem matemática mais significativa.

Para a criação do Laboratório os professores integrantes do projeto PAEM realizaram a princípio uma revisão bibliográfica para embasamento teórico das atividades que seriam desenvolvidas e materiais que seriam propostos; fizeram a coleta de sucata e outros materiais descartáveis que seriam utilizados nas atividades a serem implementadas descrevendo como utilizá-los em uma abordagem didática nas aulas de Matemática (descrição detalhada do material, sobre a forma de sua utilização, referências de outras experiências com o mesmo e os objetivos gerais e específicos que poderiam ser atingidos com sua utilização).

A justificativa para a criação desse projeto era a de propiciar aos professores participantes uma real possibilidade de discussão e reflexão a respeito do ensino de Matemática e ao acadêmico do curso de Licenciatura de Matemática da UEM um "estágio" (no sentido de propiciar uma vivência com a realidade da escola), colocando-o em contato com diferentes realidades do ensino, bem como atuante no processo de escolarização, além de tentar diminuir o índice de reprovação nos colégios.

No volume 1 do processo n° 0793/86, inicia-se a apresentação da proposta do primeiro projeto "Laboratório de Ensino de Matemática" do Departamento de Matemática e Estatística - DME tendo seu início em março de 1986 sob a coordenação da professora Aparecida Francisco da Silva.

Com a criação do Laboratório no DME em 1986, desenvolveram-se diversas atividades como: reuniões semanais, elaboração de materiais didáticos, atendimento em laboratório contando com a participação dos acadêmicos envolvidos no projeto, revisão de conteúdos, entre outras. Durante a implementação dessas atividades, as principais dificuldades encontradas foram na datilografia dos textos utilizados, na organização e escassez de material, o excesso de burocracia no pagamento de bolsas dos acadêmicos envolvido no projeto e a diminuição do corpo docente participante culminando numa sobrecarga dos demais e redução de atividades por parte dos alunos.

De fevereiro a dezembro de 1987, o Laboratório teve como coordenadoras as professoras Clara Matiko Ueda e Maria das Graças de Oliveira Júlio. Neste período foram desenvolvidas diversas atividades como reuniões com professores das escolas[443]: Instituto de Educação Estadual de Maringá, Escola Estadual Theobaldo Miranda Santos, Escola Estadual Alfredo Moysés Maluf, Colégio Unidade Polo, Colégio Estadual João XXIII, Colégio Estadual Duque de Caxias, Escola Estadual Oberon Floriano Peixoto, Escola Estadual Tomaz Edison de A. Vieira e Escola Estadual Alberto J. Byngton Junior. Todas essas escolas estavam envolvidas no projeto do LEM com atividades de orientação a docentes e discentes nesses laboratórios desenvolvidas por acadêmicos do curso de licenciatura com a carga horária de 8h/semanais, além de estudos e confecções de materiais didáticos, tudo isso no sentido de proporcionar uma integração entre universidade e a comunidade escolar.

Para o fechamento das atividades do ano de 1987 foi realizada uma reunião com a coordenação, professores e alunos participantes do Laboratório de Ensino, com vistas a avaliar a continuidade do mesmo, bem como se havia interesse pela continuidade do projeto. Dentre as dificuldades encontradas nesse período podemos destacar a falta de interesse e a ausência de alguns professores das escolas, a falta de espaço físico na universidade e dificuldades de encontrar instrutores do Curso de Matemática com disponibilidade de tempo.

O Laboratório de Ensino de Matemática continuou sob a coordenação da professora Maria das Graças de Oliveira Júlio no período compreendido entre fevereiro a dezembro de 1988, com apoio dos professores Akemi Yamagata Yamamoto, Clélia Maria Ignatius Nogueira e João Cesar Guirado. Neste ano, dentre as atividades desenvolvidas podemos descrever reuniões de consultoria no departamento realizadas na universidade mesmo com a greve[444] na rede estadual. Essas reuniões preparatórias ocorreram com os professores do departamento e com os professores envolvidos e cursos de extensão, além de discussões dos conteúdos da 5°, 6° e 7° séries e forma de abordagens dos mesmos. Dois fatores foram citados como causa de dificuldade para a implementação das atividades do projeto: a tramitação de seis meses na

[443] Informações contidas no formulário 05 no volume 2 do processo nº 0793/86.

[444] Em 1986 os professores fizeram uma greve em busca de melhoria dos salários. Em 15 de agosto de 1988, inicia-se a greve pois o governo descumpre o acordo do piso de três salários mínimos e os(as) professores(as).

aprovação do projeto pela SEED e a não liberação de verba para material de consumo e para estagiários.

Durante o ano de 1989 o laboratório foi realocado para o Centro Interdisciplinar de Ciências (CIC) como está descrito no requerimento n° 112/89, sendo assim, não constam outros dados nos documentos e nos relatórios que foram consultados.

De fevereiro de 1990 a janeiro de 1991, o Laboratório de Ensino teve como coordenadora a professora Maria das Graças de Oliveira. Podemos destacar como principais atividades as reuniões semanais, realizadas na universidade, para discussão sobre os conteúdos programáticos e suas metodologias adequadas, a fim de encaminhar as reuniões com os professores de 5ª a 8ª séries envolvidos no projeto, a apresentação de trabalhos em eventos e os cursos oferecidos a professores de 1ª a 4ª séries.

Desde o primeiro ano de desenvolvimento do projeto, as dificuldades encontradas foram as mesmas, embora apresentadas em todos os relatórios anteriores, as descrições indicam que até aquele ano não se obteve avanços ou superações.

A partir de 1991 foram desenvolvidas atividades como cursos, minicursos e palestras. Essas atividades tiveram por objetivo propiciar aos participantes a oportunidade de reflexão e discussão sobre as novas tendências para o ensino da Matemática no 1º e 2º graus, bem como a atualização nos conteúdos e metodologias a elas subjacentes. Além disso, foi possível disseminar e testar os jogos e textos didáticos produzidos pela equipe por meio dos cursos. Tais cursos, minicursos e palestras foram ministrados em atendimento a solicitações de Núcleos Regionais de Ensino, Prefeituras Municipais, Escolas Particulares e Faculdades.

No ano de 1991, foram atendidos 05 Núcleos Regionais de Ensino, 02 Prefeituras Municipais, 02 Escolas Particulares e 01 Instituição de Ensino Superior, totalizando o atendimento a 584 beneficiários.

Dentre os cursos ministrados, podemos citar “Alfabetização Matemática”, “Curso de Capacitação para Docentes do 2º Grau”, “Curso de Capacitação para Docentes de 5ª a 8ª Séries”, “Curso de Atualização dos Professores da Rede Estadual na Proposta de Reorganização da Escola Pública para a 2ª Fase do 1º Grau (1ª Etapa)

".Os minicursos foram "Multiplicação e Divisão" e "Enfoques Metodológicos para o Ensino de alguns tópicos de Matemática no 1º Grau". Das palestras proferidas, "Aspectos Cognitivos Concernentes à Construção do Número" e "Jogos: Uma Maneira Divertida de Ensinar Matemática".

Em 1992, foram atendidos 09 Núcleos Regionais de Ensino, 06 Prefeituras Municipais, 03 Escolas Particulares e 01 Instituição de Ensino Superior, totalizando o atendimento a 1298 beneficiários.

Os cursos ministrados foram "Curso de Capacitação para Professores de 5ª a 8ª Séries", "Alfabetização Matemática", "O Ensino de Matemática de 1ª a 4ª Séries", "Curso de Capacitação para Professores de 2º Grau", "Curso de Capacitação para Docentes de 1ª a 4ª Séries" e "Curso de Atualização dos Professores da Rede Estadual, na Proposta de Reorganização da Escola Pública para a 2ª Fase do 1º Grau (2ª e 3ª Etapas) ".

Os minicursos foram intitulados "Refletindo o Ensino da Matemática para o Deficiente Mental" e "A Utilização de Jogos no Ensino da Matemática". Em relação às palestras foram "Postura do Professor de Matemática em Relação aos Conteúdos de 1º e 2º Graus" e "A Utilização de Jogos no Ensino da Matemática".

No ano de 1993, foram atendidos 08 Núcleos Regionais de Ensino, 05 Prefeituras Municipais e 02 Escolas Particulares, totalizando o atendimento a 1017 beneficiários.

Dos cursos ministrados estão "Curso de Capacitação para Docentes de 5ª a 8ª Séries", "Curso de Capacitação para Docentes de 1ª a 4ª Séries", "Curso de Capacitação para Docentes do 2º Grau", "Curso de Atualização dos Professores da Rede Estadual, na Proposta de Reorganização da Escola Pública para a 2ª Fase do 1º Grau (4ª Etapa) ", "Jogos: um recurso didático para o ensino da Matemática" e "Números Decimais". Segundo o relatório durante esse ano não há indicações de minicursos e palestras.

Uma das atividades de mais destaque durante o período de 1991 a 1993 foi o atendimento aos visitantes no Laboratório de Matemática. Essa atividade teve por objetivo demonstrar a utilização dos materiais e jogos didáticos existentes no Laboratório. Para isso, apresentou-se a fundamentação teórica pertinente aos

conteúdos relativos aos materiais exibidos, tecendo considerações críticas quanto ao uso dos mesmos, bem como a explicitação de sua utilização de acordo com as diferentes faixas etárias.

O projeto Laboratório de Ensino de Matemática escrito para o triênio (1991-1993), segundo consta no protocolo do volume 4 do processo n° 0793/86, atendeu a onze visitas, registrando o total de cento e setenta e sete beneficiários. Estiveram presentes professores dos municípios paranaenses de Astorga, Santa Fé, Mandaguaçu, Maringá, Ivatuba, Paiçandu e Apucarana.

Além disso, no triênio, dentre as várias solicitações, o relatório indica que foi possível atender a vinte e dois Núcleos Regionais, a treze Prefeituras Municipais, a sete Escolas Particulares e a duas Instituições de Ensino Superior, totalizando o atendimento a 2830 beneficiários.

Outras atividades foram as assessorias que tinham por objetivo atender professores e alunos quanto a orientações relativas a trabalhos a serem exibidos em Feiras de Ciências, bem como discussão sistemática sobre os conteúdos e metodologia a serem adotadas de 1ª a 4ª séries. Houve também a produção de vários textos didáticos e de jogos didáticos.

Considerando que a implantação de um Laboratório de Ensino é um dos objetivos do projeto Laboratório de Ensino de Matemática, neste período procurou-se dar continuidade às diretrizes da equipe quanto à melhoria da qualidade de ensino utilizando jogos como recursos didáticos. Tal opção deu-se após estudos que os levaram a concluir o quanto a utilização de tal metodologia auxilia a criança na construção de conceitos matemáticos, além de contribuir para a sua socialização e autonomia, condições imprescindíveis para a formação integral do indivíduo.

Com a consulta a esses documentos e pelas informações encontradas entre os anos de 1985 a 1994, pode-se notar que o Laboratório de Ensino, apesar das dificuldades, realizou os objetivos de seus idealizadores, auxiliou com formações os professores da educação básica, no processo de ensino e aprendizagem e promoveu a integração da universidade com a comunidade.

CONSIDERAÇÕES

Neste trabalho tivemos por objetivo apresentar alguns resultados da pesquisa que vem reunindo documentos e informações referentes ao Laboratório de Ensino de Matemática da UEM. Assim, abordamos parte da história do LEM-UEM por meio da pesquisa documental. Apresentamos um registro e uma divulgação da memória inicial desse projeto, por meio da identificação e organização de informações presentes em documentos oficiais da universidade.

Entendemos que essas informações ainda não são suficientes para se concluir sobre os fatos que aconteceram durante esse período. Ainda é necessário saber como se deu efetivamente as ações do Laboratório e se ocorreram da maneira como foi relatado nos documentos, mas essas são possibilidades para trabalhos futuros. Diante dessas considerações, podemos indicar como possibilidades de continuação da pesquisa a partir de depoimentos dos professores e pessoas que participaram do PAEM e do LEM, além da busca das ações relacionadas a outros períodos que não foram abordados neste trabalho, continuação da pesquisa documental dos anos posteriores a 1994 até o presente ano.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Processo n° 0793/86** - PEA/DSE.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Processo n° 00226/81** - DME/DSE.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Projeto PS N°001/81** - DSE. Processo n° 00226/81, vol 1, fls. 018,1981.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Projeto PS N°001/81** - DSE. Processo n° 00226/81, vol 1, fls. 019,1981.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Projeto PS N°001/81** - DSE. Processo n° 00226/81, vol 1, fls. 021,1981.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Projeto PS N°001/81** - DSE. Processo n° 00226/81, vol 1, fls. 048,1981.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá.**Ofício nº 002/87** – MAT. Processo nº 562/79, vol. 1, 1987.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°01/86** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 1, fls. 03,1986.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°02/86** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 1, fls. 04,1986.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°03/86** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 1,fls. 06, 1986.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°01/86** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 1, fls. 75,1987.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°05/86** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 1, fls. 80,1987.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°02/86** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 1, fls. 96,1986.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°03/86** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 1, fls. 97,1986.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°03/87** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 2, fls. 504,1987.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°02/87** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 2, fls. 562,1987.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°03/87** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 2, fls. 563,1987.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°04/87** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 2, fls. 564,1987.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°01/88** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 2, fls. 770,1988.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°02/88** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 2, fls. 771,1988.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°02-A/88** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 2, fls. 772,1988.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°03/88** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 2, fls. 775,1988.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Requerimento n°112/89** - DMA. Processo n° 0793/86, vol 2, fls. 1068,1989.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°01/90** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 3, fls. 1079,1990.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°02/90** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 3, fls. 1080,1990.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°02-B/90** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 3, fls. 1082,1990.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°3/90** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 3, fls. 1084,1990.

MARINGÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Formulário n°3-A/90** - PEA/DSE. Processo n° 0793/86, vol 3, fls. 1085,1990.

PROJETO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA. Departamento de Matemática. **Relatório de atividades**. Maringá, 1991-1993. Relatório. Mimeografado, Processo n° 0793/86, vol 4.

SÁ-SILVA, J. R.; ALMEIDA, C. D.; GUINDANI, J. F.. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História & Ciências Sociais**, Rio Grande - Rs, v. 1, n. , p.1-17, jul. 2009. Semestral.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

O PAPEL DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM CURSOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Gesivaldo dos Santos Silva*

RESUMO

Este artigo tem como objetivo de mostrar as discussões apresentadas por pesquisadores e professores sobre a consolidação da História da Matemática (HM) no Currículo Educacional Brasileiro, dando ênfase aos primeiros trabalhos publicados no Brasil até a consolidação em documentos oficiais, tais como PCN(1998) e DCN(2001). Neste artigo são apresentados trabalhos recentes que procuram enfatizar propostas pedagógicas da HM em curso de formação de professores da educação básica, onde destacam sugestões e recomendações aos professores de Matemática. Atribuímos nota ainda a trabalhos como o de Fragoso (2011) que mostra a fragilidade da disciplina HM e de Nobre (2012) que usa sua experiência de 20 anos de trabalho como professor e pesquisador de HM, que faz sugestões e recomendações de conteúdo, atividades e bibliografias a serem consultadas e usadas por professores interessados na temática.

Palavras-chave: História da Matemática. Consolidação de Discussões. Inserção no Currículo Educacional Brasileiro.

INTRODUÇÃO

A História da Matemática como disciplina curricular tem sua consolidação no currículo nacional por discussões, debates e pesquisas apresentadas por uma gama de professores pesquisadores que sentiram a necessidade de dar um significado a

conteúdos matemáticos, significados que só seria possível com aproximação da HM ao conteúdo ensinado.

Este artigo propõe apresentar uma análise cronológica de dados e eventos que eventualmente contribuíram para a consolidação das pesquisas em HM e o uso em sala de aula como disciplina curricular. Este é fragmento de estudos realizado no período de três anos na Universidade Federal do Rio Grande do Norte como trabalho de dissertação de mestrado.

2 A História da Matemática no Currículo Brasileiro

A História da Matemática (HM) cobre vários milênios. Começa tão remotamente quanto a invenção do alfabeto e novos capítulos ainda estão sendo acrescentados hoje. Essa visão geral deve ser pensada como um breve olhar nesse vasto território. A dinâmica da formação do conhecimento matemático sempre chamou atenção seja na compreensão de uma teoria ou teorema ou no contexto sociocultural, econômico ou político. É nessa dinâmica que se deve pensar a formação do professor de matemática, na qual possa ter elementos sobre a evolução do conteúdo que ele irá transmitir aos seus alunos.

Neste aspecto D'Ambrósio (1996) pontua que:

> Ninguém contestará que o professor de matemática deve ter conhecimento de sua disciplina. Mas a transmissão desse conhecimento através do ensino depende de sua compreensão de como esse conhecimento se originou, de quais as principais motivações para o seu desenvolvimento e quais as razões de sua presença nos currículos escolares. Destacar esses fatos é um dos principais objetivos da História da Matemática. (D'AMBRÓSIO, 1996, p.1).

O conhecimento que um professor de matemática deve ter não se traduz apenas na abstração dos números, pois o aspecto como se deu essa abstração é meramente um caminho essencial onde deve se ter em mente durante a formação que os caminhos percorridos por diversos matemáticos foram cheios de relevos, frustrações, erros e acertos. O que mostra ao professor que a matemática que ensinamos hoje foi fruto de muitos desafios do passado. Este interesse pela HM tem

produzido bastante efeito no cenário nacional acadêmico com produções acadêmicas voltadas para a HM na Sala de aula.

As discussões sobre a HM como disciplina concentrada é recente. No Brasil, Segundo Fragoso (2011), iniciaram-se na década de 80, mas essas discussões só ganharam forças no início da década de 90 devido ao aumento expressivo de pesquisadores e professores interessados na temática.

De acordo com Mendes (2001), o primeiro trabalho que propõe essa discussão foi o de Ema Prado*, História da Matemática: Um estudo de seus significados na educação matemática*, Dissertação de Mestrado, (1990), orientado pela Professora Dra. Maria Aparecida Viggiani Bicudo, da Universidade Júlio de Mesquita Filho (UNESP/SP). Nesse trabalho, destaca-se o caráter sociológico e motivacional da HM e traz também uma experiência da inserção da HM em uma turma de um curso de formação de professores em matemática.

Gutierre (2003), sobre esta temática, destaca o artigo de Sebastiani Ferreira intitulado de *O uso da História da Matemática na Formalização de Conceitos* publicado no Boletim de Educação Matemática da UNESP/Rio Claro,1992, o qual apresenta argumentos defendendo o uso da HM na sala de aula. Segundo Gutierre, Sebastiani entende a HM como um fator primordial para que o professor possa fazer uma educação Matemática com significado e compreensão para o aluno. Esses argumentos foram ganhando força cada vez mais e atraindo pesquisadores e defensores dessa ideia.

Outro trabalho que repercutiu no cenário nacional da educação matemática e traz uma discussão das potencialidades da HM e sua importância para o ensino de matemática é a tese *Três estudos sobre História e Educação Matemática*, de Antônio Miguel (1993). Nesse trabalho, o autor procura destacar elementos que ressaltam a importância da HM em sala de aula. Para tanto, elenca treze funções que estimulam o uso da História da Matemática em sala de aula. Vejamos:

1) História Motivação: Uma fonte de motivação para o ensino – aprendizagem;
2) História Objetivo: Uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem;

3) História-Método: Uma fonte de métodos adequados de ensino aprendizagem;
4) História Recreação: Uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos ou recreativos a serem incorporados de maneira episódica nas aulas de matemática;
5) História Desmitificação: Um instrumento que possibilita a desmitificação da matemática e a desalienação de seu ensino;
6) História e Formalização: Um instrumento na formalização de conceitos matemáticos;
7) História – Dialética: Um instrumento para a constituição de um pensamento independente e crítico;
8) História Unificação: Um instrumento unificador dos vários campos da matemática;
9) História – Axiologia: Um instrumento promotor de atitudes e valores;
10) História – conscientização: Um instrumento promotor de atitudes e valores;
11) História-Significação: Um instrumento de promoção de aprendizagem significativa e compreensiva;
12) História – Cultura: Um instrumento de resgate da identidade cultural;
13) História e Epistemologia: Um instrumento revelador da natureza da matemática. (MIGUEL,1993, p.106).

Para comentarmos a citação supracitada, destacando o texto de Nobre (1996), que a simplificaria, afirmando que o papel da HM é mostrar o “para que” e os “por quês”, de se ensinar HM na sala de aula, ou seja, ajuda a desmitificar as dúvidas que os alunos trazem ao longo de sua vivência escolar.

A partir desses trabalhos destacados outros foram ganhando forças e abrindo caminhos para a inserção da HM como um recurso metodológico na prática pedagógica do Professor. Nesse sentido, muitas são as manifestações favoráveis de professores e pesquisadores da área da HM, como podemos observar pelo número de publicações encontradas em diversos trabalhos acadêmicos, tais como: artigos, anais,

seminários e/ou congressos em Educação Matemática, além das várias dissertações e tese sobre o temática.

No I Seminário Nacional de História da Matemática, realizado no Recife (PE), em 1995, o Professor Dr. Carlos Roberto Viana, na ocasião convidado para mesa-redonda de abertura do Evento, apresentou um artigo originário de sua tese de doutorado intitulado: *Usos Didáticos para História da Matemática*. Nesse artigo, Viana faz paralelo entre os posicionamentos de professores e os subdivide em dois grupos: os que se mostraram favoráveis ao uso da HM como recurso pedagógico e os que negaram a utilização de tal recurso didático.

Viana (1995) cita Struik que defende o uso ou estudo da HM que serve para:

1. Satisfazer nosso desejo de saber como os conceitos da matemática se originaram e desenvolveram;
2. Promover ensino e a pesquisa mediante o estudo dos autores clássicos, o que vem a ser uma satisfação em si mesmo;
3. Contribuir para compreensão de nossa herança cultural através das relações da matemática com as outras ciências, em particular a física e a astronomia; e também com as artes, a religião, a filosofia e as técnicas artesanais;
4. Promover o encontro entre o especialista em Matemática e profissionais de outras áreas científicas;
5. Oferecer um pano de fundo para a compreensão das tendências da educação matemática no passado e no presente;
6. Ilustrar e tornar mais interessante o ensino da matemática;

Esses apontamentos feitos por Viana trouxeram alguns avanços quanto ao uso da HM como uma ferramenta de ensino.

Aqui no Brasil, a discussão sobre a função da disciplina História da Matemática na formação do professor de matemática apareceu no I EPEM (I Encontro Paulista de Educação Matemática), realizado na cidade de Campinas, em outubro de 1996. Nessa ocasião, ficou constatada a ausência da disciplina História da Matemática na quase totalidade dos currículos de Licenciatura.

Com referência a esse encontro, Miguel e Brito argumentam que:

> Ocorreu uma atividade coordenada denominada “Aspectos Históricos no Processo de Ensino-aprendizagem da Matemática”, na qual foi levantado o problema referente à função do estudo da história da matemática na formação do professor de matemática. Nessa ocasião, os participantes dessa atividade destacaram a “lamentável ausência da disciplina História da Matemática, quer na quase totalidade dos currículos de licenciatura, quer na quase totalidade dos cursos de magistério” e que há pequena oferta de cursos de história da Matemática para professores em exercício (MIGUEL e BRITO, 1996, p. 2, citado por Anais do I EPEM, 1996, p. 241).

Fragoso (2011) aponta que essa mesma temática foi discutida no IV ENEM (IV Encontro Nacional de Educação Matemática), em Blumenau (SC), em janeiro de 1992, no I SNHM (I Seminário Nacional de História da Matemática) realizado em Recife (PE), em abril de 1995 e no V ENEM (V Encontro Nacional de Educação Matemática), realizado em Aracaju (SE), em julho de 1995. Esses foram ao que parece os primeiros passos que iriam convergir para que a disciplina História da Matemática viesse anos mais tarde a vigorar na grade curricular dos cursos de Licenciatura em Matemática em nível nacional.

Com o aumento expressivo das discussões no entorno da HM como ferramenta pedagógica, observamos que a legislação incorpora em alguma medida as propostas de inclusão da HM no currículo dos cursos de formação de professores de Matemática. Em fevereiro de 1998, registrado na Portaria nº. 57, do Diário Oficial da União, seção 1, nº 26-E, caracteriza a formação do professor de matemática e destaca a HM nesse processo. Vejamos: “o perfil dos graduandos, no qual destaca que esses profissionais deveriam ter uma visão histórica e crítica da Matemática, tanto no seu estado atual como nas várias fases de sua evolução”. Nesse parecer HM não se constitui como um conteúdo obrigatório nos currículos das IES, mas aparece como um conteúdo a ser avaliado.

Outro destaque é lido nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do ensino fundamental que já enfatizava a importância da HM.

> O conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação dos professores para que tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a Matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (BRASIL,1998, p.30).

Com a citação dos PCN, observa-se que os órgãos responsáveis pela educação reconheceram que a HM pode ser um elemento importante na formação do aluno, haja vista que esta acrescentaria informações importantes na formação dos discentes. Naquela data foi reconhecido também que deveria haver nos cursos de professores de matemática elementos que dessem essa visão histórica aos futuros professores.

Mesmo com indicações em documentos oficiais, algumas instituições resistiram em incluir a disciplina HM como componente curricular no rol de disciplinas específicas dos PPP's. Esse fato levou alguns pesquisadores e professores da área a afirmar que poucas instituições tinham incluídas em suas grades curriculares a disciplina HM.

Nobre e Baroni (1999) confirmam:

> Um fato constatado diz respeito à disciplina História da Matemática nos cursos de graduação em Matemática. São poucos os cursos de graduação que possuem em seu rol de disciplinas a disciplina de História da Matemática. Com isso, inicia-se um problema. Em sua formação o professor não teve oportunidade de conhecer os pressupostos básicos acerca da História do Conteúdo que ele irá usar em suas atividades didáticas (NOBRE e BARONI, 1999, p.100).

Com o amadurecimento das discussões, muitas IES entenderam a importância da HM na formação do professor, outras não; resistiram à inserção do componente curricular HM em seu rol de disciplinas específicas. Essas discussões favoráveis ou contrárias apresentadas provocaram a publicação do documento que sinalizava a importância da HM. Em 5 de dezembro de 2001 foi publicado o Parecer CNE/ CES 1.302/2001 que trata das Diretrizes Curriculares Nacionais [DCN] para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Nesse documento, verificamos a inclusão da HM nos cursos de formação de professores de Matemática em nível superior, integrando a chamada parte comum como consta no documento: "Conteúdo da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática" (BRASIL, 2001, p. 6).

Nas DCN (2001) é lido o parecer do relator que indica que esse documento sistematiza a organização curricular do curso de Matemática em termos de Bacharelado e de Licenciatura, sendo o resultado das discussões apresentado pelos diversos órgãos, entidades e instituições vinculadas à Secretaria da Educação Superior do Ministério da Educação (SESu/MEC).

A partir de diretrizes estabelecidas nas DCN para os cursos de Licenciatura Matemática, houve uma reformulação dos Projetos Políticos Pedagógicos (PPP) das IES, incluindo a disciplina História da Matemática no rol de disciplinas específicas. Atualmente, quase todas IES públicas que oferecem o curso de Licenciatura em Matemática têm em sua grade curricular HM, conforme é apresentado por Silva (2016) em seu trabalho intitulado: *História da Matemática em Cursos de Formação de Professores: Sistema de Numeração Antigos*.

Outros documentos foram importantes para a consolidação dos cursos de graduação das IES, Resolução CNE/CP 1, de 18 de Fevereiro de 2002. Instituiu as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da educação básica. A Resolução CNE/CP 2, de 19 de Fevereiro de 2002. Instituiu a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura e formação de professores da educação básica em nível superior. O que possibilitou uma discussão mais ampla de cargas horárias, abrindo espaço para a disciplina HM no currículo.

Por outro lado, ainda na busca de refletir e esclarecer qual perspectiva de caráter e sentido a ser impresso num componente curricular História da Matemática, convém olhar para o trabalho de Balestri (2008) que entrevistou durante o VII Seminário Nacional de História da Matemática, em Guarapuava-PR, 8 professores, cujo enfoque era a HM e a formação de professores.

Que são eles: Profª. Drª. Lígia Arantes Sad, Prof. Dr. Ubiratan D´Ambrosio, Prof. Dr. John Andrew Fossa, Prof. Dr. Antônio Vicente Marafioti Garnica, Profª. Drª. Circe Mary Silva da Silva Dynnikov, Prof. Dr. Carlos Roberto Vianna, Prof. Dr. Edilson Roberto Pacheco, Prof. Dr. Sergio Roberto Nobre.

As entrevistas focavam a importância da História da Matemática em cursos de formação do professores e o seu papel nessa formação. Os posicionamentos dos entrevistados, Balestri organizou em nove categorias diferentes, que foram:

Categoria I - Contribui para compreensão de conteúdos matemáticos

Categoria II – Contribui para compreensão da matemática enquanto conhecimento e sua relação com outras áreas

Categoria III – Veicula a matemática como uma criação humana, uma manifestação Cultural

Categoria IV – Satisfaz a curiosidade do aluno e o motiva

Categoria V - Influencia na prática pedagógica do futuro professor

Categoria VI - Incentiva leitura sobre outras áreas do conhecimento

Categoria VII - Em cursos de Licenciatura em Matemática

Categoria VIII – Quanto à abordagem didática para a história da matemática em cursos de Licenciatura em Matemática

Categoria IX – Quanto à necessidade da participação da história da Matemática na formação inicial de professores de Matemática

O Trabalho de Balestri trouxe uma óptica do pensamento que professores têm sobre a HM na sala de aula e na formação do professor.

Em um curso de formação de professores, é percebido que a HM é bastante desprezada por professores de Matemática. A leitura que fazemos da situação atual é que há um número pequeno de professores interessados em ministrá-la, como aponta Fragoso (2011). Ele mostra a disciplina HM fragilizada.

De acordo com Fragoso:

> Com este trabalho, talvez seja possível vislumbrar a fragilidade da disciplina História da Matemática, a partir do indicador que nos alerta para a falta de professores interessados em ministrá-la. Essa postura, certamente, não é cogitada em disciplinas reconhecidas ou consolidadas, como Cálculo, Álgebra e Análise (FRAGOSO, 2011, p. 94).

A citação acima mostra um panorama atual de como a disciplina HM em sala de aula tem sido rejeitada pelos docentes de formação em Matemática, um fator que colabora com essa rejeição é a falta de material didático de HM para uso em sala de Aula; no entanto, essa problemática já vem sendo sanada, como citado por Silva

(2016) que tratou uma proposta de atividades e oficinas para serem trabalhadas em cursos de formação de professores inicial e continuada. Outro proposta de atividade de HM para uso em sala de aula é vista no trabalho de Oliveira, Viana e Rosa (2013), intitulado: *Um pouco de História das Funções: Algumas Sugestões de Atividades práticas para a Sala de Aula*. Neste trabalho os autores abordam tópicos especiais da HM no estudo de funções, sugerindo atividade que podem ser usadas em sala de aula.

Após a mostra que fizemos de todas as discussões realizadas no entorno da disciplina HM, vimos que problemas de aceitação surgiram ao longo do percurso. Este artigo versou mostrar a HM com uma característica de ser potencialmente significativa em sala de aula, mostrando o significado dos conteúdos como componente curricular a serem inseridos em cursos de formação de professores. A destaque apontamos posicionamentos de pesquisadores que defendem o uso da HM enfatizando trabalhos que mostram opções de atividades e oficinas a serem usadas por professores em sala de aula. Nesta abordagem destacamos o trabalho de Nobre (2012) intitulado: A disciplina acadêmica “História da Matemática” na formação de profissionais em matemática. Neste trabalho é destacada a experiência do professor Sergio Nobre com a disciplina HM, o qual destaca uma série de sugestões de textos e atividades que podem ser usadas por professores inexperientes.

CONCLUSÃO

Neste trabalho propusemo-nos mostrar algumas discussões apresentadas por pesquisadores e professores em eventos ou trabalhos publicados sobre a HM e a disciplina História da Matemática. No qual mostraram-se trabalhos apresentados desde o ano de 1990 até os mais recentes, dando ênfase à inserção da HM em documentos oficiais, tais como: Diretrizes Curriculares Nacionais e Parâmetros Curriculares Nacionais. E acrescentando trabalhos recentes com sugestões de atividades e oficinas para uso em Sala de Aula. Com esta abordagem traçamos uma visão cronológica de como foram os aspectos temáticos que levaram os pesquisadores e professores a entenderem o significado e potencial que HM têm na formação do indivíduo.

REFERÊNCIAS

BALESTRI, R. D. **A participação da história da matemática na formação inicial de professores de matemáticas na ótica de professores e pesquisadores.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR. 2008.106 p.

BALESTRI, R.D., CYRINO.M.C.C.T., **A História da Matemática na Formação Inicial de Professores de Matemática**. ALEXANDRIA. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.3, n.1, p.103-120, mai. 2010.

BALESTRI.R. D. B.; CYRINO. M. C. C.T.; SAVIOLI. A. M. P. D.; **A Participação da História da Matemática na Formação de Professores de Matemática na Óptica de Professores/Pesquisadores**. Universidade Estadual de Londrina, p.1- 17, 2008,. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/345-1-A-GT4_balestri_tc.pdf> Acesso em 28/06/2015.

BARONI, R. L.S., NOBRE, S. R. **A pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, p. 97-103, 1999.

BRASIL. Parecer CNE/CES 1/2002. **Diretrizes Curriculares Nacionais para Formação de Professores da Educação Básica, em Nível Superior da Licenciatura Plena**. Diário Oficial, Brasília, DF. 09/04/2002, Seção1, pt.31.

BRASIL. **Portaria 57**. Nº 26 – E. Diário Oficial, Brasília, DF. 06/02/1998, Seção 1, pt 4 p.140.

BRASIL. Parecer CNE/CES 1302/2001. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura**. Diário Oficial, Brasília, DF. 05/03/2002, Seção1, pt.15.

D`AMBROSIO, U. **A Interface entre História e Matemática uma Visão Histórico-Pedagógica**. Disponível em < http://vello.sites.uol.com.br/interface.htm> Acesso em 25/01/2015.

DAMBROS, E. L. B. História da Matemática: **Um estudo de seus significados na educação matemática**. 77 p. Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual Paulista, 1990.

FRAGOSO, W. C. **História da Matemática: uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora**.211 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, 2011.

FRAGOSO. W.C., OLIVEIRA.M.C.A. **História da Matemática: história de uma disciplina**. Rev. Diálogo Educ., Curitiba, v. 11, n. 34, p. 625-643, set./dez. 2011.

GUTIERRE, L.S. **História na Matemática em Sala de Aula**, 2003? Disponível em: <http://www.afirse.com/archives/cd3/tematica4/081.pdf > Acesso em 23/01/2016.

MENDES, I, A.**O uso da história no ensino da matemática: Reflexões teóricas e experiências**, 1º ed. Belém: UEPA,2001.

MIGUEL, A; BRITO, Arlete de Jesus. **A história da matemática na formação do professor de matemática**. In: FERREIRA, Eduardo Sebastiani (org). Cadernos. CEDES 40.Campinas:Papirus,1996.

NOBRE, S. **A disciplina acadêmica "História da Matemática" na formação de profissionais em matemática**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 14, n.3, p.507-524, 2012.

NOBRE, S. **Alguns "porquês" na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática**. In: Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática. Campinas: Papirus, 1996, pp.29-35.

OLIVEIRA, D.P.A; VIANA, M.C.V; ROSA, M.; **Um pouco de História das Funções: Algumas Sugestões de Atividades Práticas para a Sala de Aula**. BOLEMA, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 513-529, Agosto. 2013.

Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

SILVA,G.S. **HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES: Sistemas de Numeração Antigos**. 82 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2016.

ISSN 2236-4102

OS SABERES ELEMENTARES PRESENTES NO CURSO PRIMÁRIO DE ARITMÉTICA ELEMENTAR DO AUTOR J.M. DATADO DE 1907

Ana Paula Nascimento Pegado Couto [445]

RESUMO

Este trabalho é um recorte do Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática defendido em novembro de 2017, que teve por objetivo investigar os saberes elementares de Aritmética que circularam em manuais escolares e programas de ensino na cidade de Belém, no Estado do Pará, no período de 1900 a 1910. Dentre os manuais analisados, apresentamos neste artigo a análise do manual intitulado “Curso Primario de Arithmetica Elementar” do autor J.M., datado de 1907. A análise norteou-se pelos seguintes critérios: os aspectos físicos do manual e a abordagem dos conteúdos, além de verificar se o mesmo está condizendo com o Programas de ensino do período em questão. Como fundamentação teórico-metodológica utilizamos os estudos que discorrem sobre a história de uma disciplina, assim como sobre os manuais escolares e sobre a cultura escolar. Por meio das análises, em termos de conteúdo matemático, percebemos que o manual contempla os saberes elementares que constituem o ensino primário da época

Palavras-chave: História da Educação Matemática. Ensino Primário. Manual Escolar. Aritmética.

INTRODUÇÃO

Este estudo apresenta uma parte das pesquisas realizadas para a elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) intitulado “Os Saberes Elementares de Aritmética nos Manuais Escolares que circularam em Belém no período de 1900 a

[445] Universidade do Estado do Pará (UEPA). E-mail: ana.couto16@hotmail.com

1910” tendo como questão norteadora “Quais os saberes elementares de aritmética que circulavam nos manuais escolares e programas de ensino em Belém do Pará no período de 1900 a 1910?”.

Para o desenvolvimento desta pesquisa adotamos como metodologia a pesquisa histórico documental-bibliográfica, pois analisamos fontes documentais, como os manuais escolares da época, programas de ensino, legislações e estudos que discorrem sobre o ensino primário no Pará, com o intuito de conhecer os saberes elementares de aritmética que circulavam na referida época.

Estudos sobre os saberes elementares matemáticos no ensino primário vêm despertando, nas últimas décadas, o interesse de pesquisadores por todo o Brasil. Segundo André Chervel (1990) estudar historicamente os conteúdos que fazem parte do ensino primário ou secundário raramente despertou o interesse tanto de pesquisadores quanto do público. No entanto, mais recentemente, tem se manifestado uma tendência em favor de uma história de sua própria disciplina, dos conteúdos, tais como são dados nos programas de ensino.

Os saberes elementares matemáticos destinados ao ensino primário brasileiro se constituem em três áreas de conhecimento, a Aritmética, a Geometria e o Desenho. E neste trabalho, daremos enfoque aos saberes elementares de Aritmética em Belém no período de 1900 a 1910.

O trabalho de conclusão de curso constitui a análise de dois manuais escolares, e neste artigo apresentaremos a análise de um dos manuais que o contemplam. Neste sentido, este artigo tem como objetivo investigar os saberes elementares em Aritmética presente na obra do autor J.M. publicada em 1907.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA

Neste caminho trilhado, tendo como fontes de pesquisa os manuais escolares e programas de ensino, entende-se que o pesquisador está buscando conhecer e compreender os fenômenos sociais e culturais que predominaram em uma

determinada época, considerando que estes fatores influenciam diretamente na organização do sistema de ensino. Fundamentados nesta perspectiva faremos uso do aporte teórico da história do livro e das edições didáticas desenvolvidas por Choppin (2004), privilegiando como via de estudo as análises dos conteúdos ensinados pela investigação dos manuais didáticos de Aritmética.

Em relação à análise dos manuais escolares, cabe ao historiador, sobretudo, considerar que "todo manual didático está histórica e geograficamente determinado e é produto de um grupo social e de uma dada época" (CHOPPIN, 2000, p.116). Assim, a análise dos manuais escolares pode proporcionar identificar os traços culturais de um determinado contexto histórico em uma dada região, assim como identificar a organização dos conteúdos e programas de ensino de uma determinada época, além de possibilitar a identificação dos elementos construtores das metodologias de ensino empregadas pelos professores.

Entretanto, realizar essa análise é uma tarefa complexa, pois requer de o pesquisador definir os objetivos traçados de acordo com o material encontrado. Segundo Choppin (2004) a complexidade reside no fato de o manual assumir múltiplas funções das quais nós, enquanto pesquisadores, selecionamos as que mais se identificam com os nossos objetivos.

De acordo com este autor, o estudo histórico mostra que os manuais escolares exercem 4 funções essenciais, a saber: Função referencial, também chamada de curricular ou programática, nesta o livro didático é então apenas a fiel tradução do programa ou uma de suas possíveis interpretações; a Função instrumental, o livro didático põe em prática métodos de aprendizagem, propõe exercícios e atividades que visam a facilitar a memorização dos conhecimentos, a apropriação de habilidades, de métodos de análise ou de resolução de problema; Função ideológica ou cultural, nesta o livro didático se afirmou como um dos vetores essenciais da língua, da cultura e dos valores das classes dirigentes, assumindo um importante papel político; e por último a Função documental, na qual acredita-se que o livro didático pode fornecer um conjunto de documentos, textuais ou icônicos, cuja observação ou confrontação podem vir a desenvolver o espirito crítico do aluno. (CHOPPIN, 2004, p. 553)

Essas funções podem variar consideravelmente segundo o ambiente sociocultural, à época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as fórmulas de utilização, assim, a pesquisa histórica sobre os livros e edições didáticas aborda aspectos extremamente diversos. Nesta pesquisa tomaremos as 4 funções desenvolvidas por Choppin como elementos de categorização e análise. Além de adotar duas categorias de análise, a saber: Materialidade do Manual e Abordagem dos conteúdos.

Na primeira categoria, compreendemos por materialidade os aspectos físicos do manual, como: estrutura e apresentação da capa; etapa de ensino ao qual se destinava; edição, paginação, quantidade de capítulos ou seções, informações sobre o autor e orientações apresentadas pelo mesmo. Nesta segunda categoria levamos em consideração a organização do conteúdo no manual, como: a linguagem utilizada para abordar os conteúdos matemáticos, se há ilustrações ou não; como são apresentados os exemplos; tipos de exercícios e problemas propostos. Além de verificar se os manuais escolares estão condizendo com a legislação vigente e os Programas de ensino do período analisado.

ANÁLISE DO MANUAL "CURSO PRIMÁRIO DE ARITMÉTICA ELEMENTAR DO AUTOR J.M"

O manual analisado é intitulado *Curso Primario de Arithmetica Elementar: visando um curso secundario de arithmetica e contabilidade commerciaes*, editado pela Livraria Gillet, datado de 1907, do autor J.M.

Figura 1: Folha de rosto: Arithmetica Elementar – J.M., 1907



Fonte: www.fcp.pa.gov.br

Materialidade do manual

Na capa encontramos o nome do autor J.M. centralizado na parte superior, a palavra *Arithmetica* escrita na diagonal indicando o título do manual e na parte inferior o local *Belem – Pará* seguido da editora *Livraria Gillet* e o ano 1907. Vale ressaltar que estamos mostrando a folha de rosto, na figura 1, pois a capa se encontra muito deteriorada.

A folha de rosto da obra indica que a mesma é destinada para o Segundo Ano do ensino primário. O manual trata- se de um curso primário de aritmética elementar que visa um curso secundário de aritmética e contabilidade comerciais. Em relação às informações sobre o autor, nada se sabe sobre o mesmo.

O manual é constituído pela capa, folha de rosto, e logo depois a disposição dos conteúdos que são apresentados como *Lições de Arithmetica* que constitui a maior

parte do manual, e por fim, na sua última folha é apresentada uma nota explicativa referente à ortografia utilizada no manual e um aviso aos professores que irão adotar o *Curso de Arithmetica J.M.* que este terá continuação no ano seguinte, ou seja, em 1908. Nesta obra não encontramos nenhuma indicação pedagógica para o professor nem mensagens de orientação quanto a metodologia utilizada no manual.

Nesta obra não encontramos sumário que apresentassem o conteúdo trabalhado, então sintetizamos alguns dos conteúdos abordados pelo livro para facilitar o manuseio do mesmo. Como mostra o quadro 1.

Quadro 1: Conteúdo do livro Arithmetica Elementar – J.M. , 1907

LIÇÕES	**CONTEÚDO**	**PÁGINAS**
Lição IV	Números Inteiros	9
Lição XXII	Números Fracionários	50
Lição XXXII	Sistema de Medida	71
Lição XXXV	Sistema Monetário	79
Lição XXXVIII	Adição	85
Lição XLVII	Subtração	104
Lição XLI	Multiplicação	123
Lição LXVII	Divisão	145

Fonte: Feito pela autora

O manual não está dividido em capítulos, mas em “Lições”. Ao todo são 80 lições, no entanto selecionamos algumas com os conteúdos de maior abrangência. Está obra é constituída por 175 páginas.

Na *III lição: numeração, calculo e arithmetica*, temos as definições: *numeração é formar, denominar, escrever e ler os numeros; contar com os numeros é o cálculo; a numeração e o cálculo compõem um sciencia chamada arithmetica; e esta por sua vez é definida como a sciencia dos numeros e do cálculo.*

Abordagem dos conteúdos

Quanto à organização matemática dos conteúdos, estes se encontram distribuídos em oitenta lições que abrangem os assuntos de: Números Inteiros, que contempla 18 lições; Números Fracionários, com 10 lições; Sistema de medida,

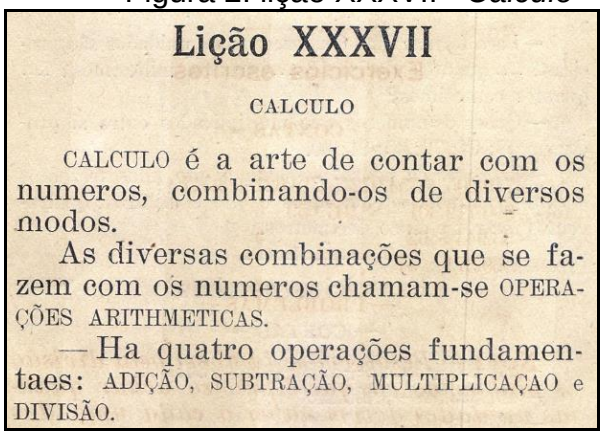
abrangendo 3 lições (o metro, o litro e o gramo); Sistema monetário, com 2 lições, a primeira envolvendo os estudos de réis e quantias e a segunda moedas e notas; e por fim as quatro Operações Fundamentais, Adição dividida em 9 lições; Subtração com 9 lições; Multiplicação com 11 lições; Divisão em 14 lições. Ressaltamos que cada lição é trabalhada um assunto especifico dos conteúdos apresentados.

No que se refere à organização didática dos conteúdos, o manual apresenta a seguinte disposição: Definição; Questionário; Exercícios “oraes” e “na pedra”; Exercícios escritos, divididos em contas e problemas. Assim, para compreender a abordagem dos conteúdos utilizada pelo autor, daremos continuidade a análise do conteúdo de Operações Fundamentais especificamente na operação de Adição que neste se encontra na Lição XXXVIII.

O conteúdo da operação de Adição abrange nove lições, a saber: Lição XXXVIII – Adição; Lição XXXIX – Adição de números inteiros (primeiro caso); Lição XL – Adição de números inteiros (segundo caso); Lição XLI – Adição de números inteiros (terceiro caso); Lição XLII – Adição Mental (primeiro caso); Lição XLIII – Adição Mental (segundo caso); Lição XLIV – Adição Mental (terceiro caso); Lição XLV – Adição de números ou frações decimaes; Lição XLVI – Prova da adição.

Antes de iniciar o conteúdo das operações fundamentais, o autor apresenta a lição XXXVII intitulada *Calculo*, na qual expõem a definição de cálculo e as quatro operações.

Figura 2: lição XXXVII - *Calculo*



Lição XXXVII

CALCULO

CALCULO é a arte de contar com os numeros, combinando-os de diversos modos.

As diversas combinações que se fazem com os numeros chamam-se OPERAÇÕES ARITHMETICAS.

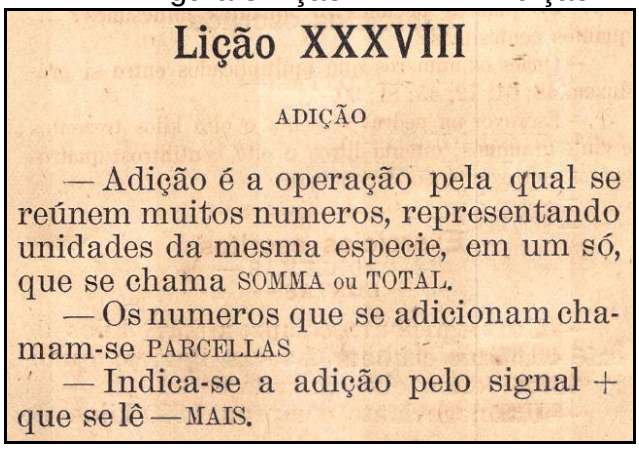
— Ha quatro operações fundamentaes: ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇAO e DIVISÃO.

Fonte: J.M., 1907, p. 83

O manual define *calculo* como a arte de contar com os números, combinando-os de diversos modos. Ele ainda esclarece que as diversas combinações que se fazem com os números chamam-se Operações Aritméticas. Sendo estas divididas em quatro: adição; subtração, multiplicação e divisão. Nesta mesma lição, ainda é definida a ideia de princípio e a operação de Prova, esta última sendo uma segunda operação que se faz para verificar se a primeira está certa, valendo-se para as quatro operações.

Na definição de Adição, temos que:

Figura 3: lição XXXVIII - Adição



Lição XXXVIII

ADIÇÃO

— Adição é a operação pela qual se reúnem muitos numeros, representando unidades da mesma especie, em um só, que se chama SOMMA ou TOTAL.

— Os numeros que se adicionam chamam-se PARCELLAS

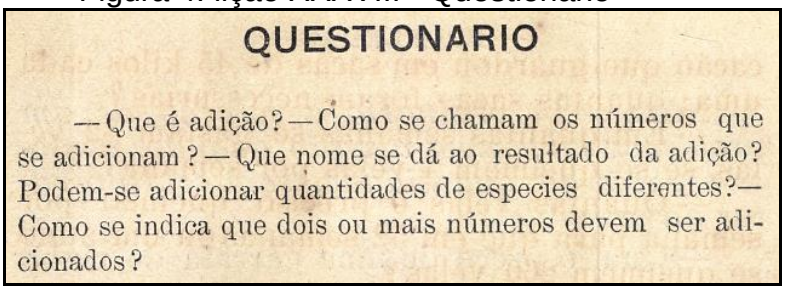
— Indica-se a adição pelo signal + que se lê — MAIS.

Fonte: J.M., 1907, p. 85

Na figura 3, a definição de adição é representada como a reunião de muitos números em unidades da mesma espécie, essas unidades são apresentadas no decorrer do livro como unidades de primeira ordem ou unidades simples; unidades de segunda ordem – as dezenas e unidades de terceira ordem – as centenas. Em seguida são apresentados os elementos da operação de Adição, chamando – se “parcelas” para os termos que se somam, e “somma” ou total para o resultado da soma.

Após a apresentação dessas primeiras definições, o manual traz perguntas denominadas de questionário:

Figura 4: lição XXXVIII - Questionário



QUESTIONARIO

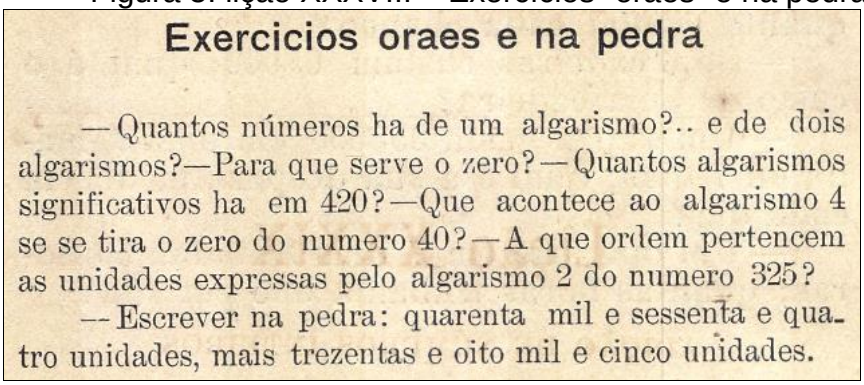
—Que é adição?—Como se chamam os números que se adicionam?—Que nome se dá ao resultado da adição? Podem-se adicionar quantidades de especies diferentes?—Como se indica que dois ou mais números devem ser adicionados?

Fonte: J.M., 1907, p. 86

O questionário é constituído por cinco questões, como podemos identificar na figura 4, com as respostas de todas as questões na parte teórica da introdução do conteúdo. Este questionário é pontual e não são feitas perguntas correlacionando outros assuntos, ou seja, é um instrumento que avalia a memorização das informações passadas anteriormente. Deste modo, os questionários são um rol de perguntas que remetem aos textos originais dos respectivos pontos.

Posteriormente são apresentados os exercícios que são classificados pelo autor de *exercicios oraes* e *exercicios na pedra*:

Figura 5: lição XXXVIII – Exercícios “oraes” e na pedra



Exercicios oraes e na pedra

—Quantos números ha de um algarismo?.. e de dois algarismos?—Para que serve o zero?—Quantos algarismos significativos ha em 420?—Que acontece ao algarismo 4 se se tira o zero do numero 40?—A que ordem pertencem as unidades expressas pelo algarismo 2 do numero 325?

—Escrever na pedra: quarenta mil e sessenta e quatro unidades, mais trezentas e oito mil e cinco unidades.

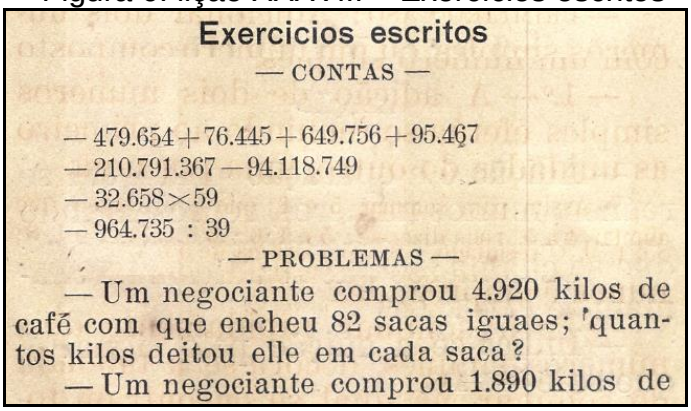
Fonte: J.M., 1907, p. 86

Os exercícios ditos “oraes” (ortografia usada na época) são constituídos por mais um questionário com seis questões, que pelo nome podemos inferir que suas respostas sejam dadas oralmente ao professor. Os exercícios ditos “na pedra” são compostos apenas por uma questão na qual orienta o aluno a escrever na pedra um número por extenso. Não sabemos ao certo o significado da palavra na pedra, no entanto, entendemos que o termo seja a denominação de algum tipo de caderno ou no próprio quadro.

Ao analisar os exercícios da figura 5, percebemos que o conteúdo cobrado nos exercícios tanto “oraes” quanto “na pedra” não contemplam o assunto da operação de Adição no qual eles estão contidos. Esses exercícios abrangem os conteúdos das lições, XVI – algarismos; XVII – números inteiros função do zero; XVIII – números inteiros valores dos algarismos; XIX – números inteiros escritura.

E por fim os exercícios escritos, divididos em contas e problemas:

Figura 6: lição XXXVIII – Exercícios escritos



Exercicios escritos

— CONTAS —

— 479.654 + 76.445 + 649.756 + 95.467
— 210.791.367 — 94.118.749
— 32.658 × 59
— 964.735 : 39

— PROBLEMAS —

— Um negociante comprou 4.920 kilos de café com que encheu 82 sacas iguaes; 'quantos kilos deitou elle em cada saca?

— Um negociante comprou 1.890 kilos de

Fonte: J.M., 1907, p. 86-87

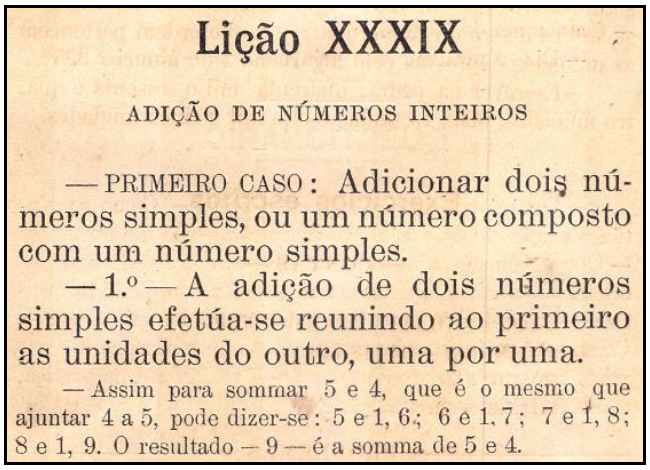
Quanto aos exercícios escritos, estes são divididos em dois: as contas e os problemas. As contas são referentes a aplicação do algoritmo propriamente dito às quatro operações, mesmo a Lição XXXVIII sendo destinada apenas a operação de Adição, o manual solicita a resolução das contas de subtração, multiplicação e divisão, mesmo o aluno ainda não tendo estudado estes conteúdos. Nos problemas, essa mesma situação se repete, são cinco problemas práticos que envolvem a operação de divisão para a sua resolução.

Até então o autor não mostrou a regra e exemplos para a resolução da operação envolvendo a adição, apenas definiu o que seria essa operação, contudo já solicita a resolução desta operação e de outras ainda não estudadas. Esses procedimentos só iram ser estudados nas próximas lições.

A partir da introdução do conceito de adição na lição anterior, as próximas lições serão como efetuar o cálculo da adição, ou seja, a regra do algoritmo da operação de Adição, o autor divide esse procedimento Adição de números inteiros em três lições ou como ele denomina em três casos: Lição XXXIX primeiro caso – adicionar dois

números simples; Lição XL segundo caso – adicionar números compostos quanto a soma não excede a nove; Lição XLI Terceiro caso: adicionar números compostos quanto a soma excede a nove. Temos na figura 7, o primeiro caso da adição de números inteiros:

Adição de números inteiros



Lição XXXIX

ADIÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

— PRIMEIRO CASO: Adicionar dois números simples, ou um número composto com um número simples.

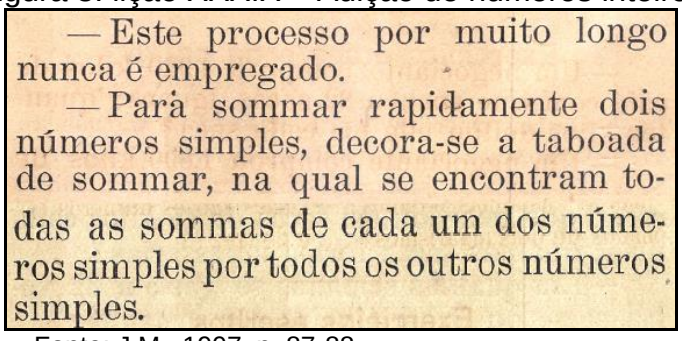
— 1.º — A adição de dois números simples efetúa-se reunindo ao primeiro as unidades do outro, uma por uma.

— Assim para sommar 5 e 4, que é o mesmo que ajuntar 4 a 5, pode dizer-se: 5 e 1, 6; 6 e 1, 7; 7 e 1, 8; 8 e 1, 9. O resultado — 9 — é a somma de 5 e 4.

Fonte: J.M., 1907, p. 87

No primeiro caso da adição de números inteiros, temos a adição de dois números simples e a adição de um número composto com um número simples. Em ambas as situações, o manual expõe a regra e um exemplo. A adição é feita somando ao primeiro número as unidades do outro até se obter o total. No entanto, o próprio autor ressalta que esse processo é inviável por ser muito longo e que é preciso decorar a tabuada de somar para fazer rapidamente os cálculos. Como podemos ver na figura 8:

Figura 8: lição XXXIX – Adição de números inteiros



— Este processo por muito longo nunca é empregado.

— Para sommar rapidamente dois números simples, decora-se a taboada de sommar, na qual se encontram todas as sommas de cada um dos números simples por todos os outros números simples.

Fonte: J.M., 1907, p. 87-88

Na figura 8, temos o apelo do autor para o aluno aprender a tabuada da operação de adição para facilitar e realizar a soma rapidamente. No entanto, neste período saber a tabuada de cor é um ícone dos tempos a serem superadas, as práticas ligadas à memorização devem ser abandonadas em favor de métodos onde esteja presente um ensino ativo. (VALENTE, 2016, p. 17). Baseando-se neste mesmo autor, o ensino ativo, considerando os processos intuitivos, tem por grande desafio desbancar a herança da memorização. E no caso da aritmética, a memorização da tabuada. Neste sentido, o manual em suas definições afasta-se dos preceitos do ensino ativo que se configurava no método intuito predominante no período.

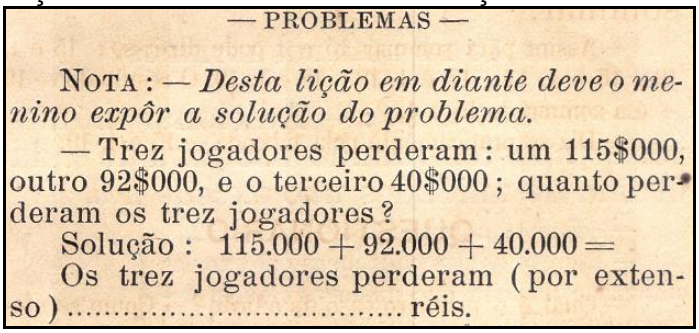
O conteúdo segue com a mesma estrutura, um questionário com perguntas relativas às definições dadas no início da lição:

> Qual é o primeiro caso da adição? Como se efetúa a adição de dois números simples? Dê um exemplo. Que se encontra na tabuada de sommar? Porque se organisou a tabuada de sommar e se faz uso d´ella na pratica? Que operação se faz na formação dos números? Como se efetúa virtualmente a adição de um número composto com um número simples? E realmente, na pratica, como é efetúada a adição? (J.M., 1907, p. 88)

O questionário é constituído por sete perguntas e todas suas respostas estão na parte introdutória da lição ao qual pertence.

Quanto aos exercícios “oraes” e “na pedra”, estes novamente não comtemplam o assunto estudado da adição de números inteiros, e sim das lições anteriores. Nos exercícios escritos, divididos em contas e problemas, segue a mesma abordagem, as contas são as quatro operações, mesmo o conteúdo sendo só de adição, e os problemas tem um diferencial, o autor expõem uma nota explicativa referente à resolução das questões:

Figura 9: lição XXXIX – Problemas de Adição de números inteiros



— PROBLEMAS —

NOTA: — *Desta lição em diante deve o menino expôr a solução do problema.*

— Trez jogadores perderam: um 115$000, outro 92$000, e o terceiro 40$000; quanto perderam os trez jogadores?

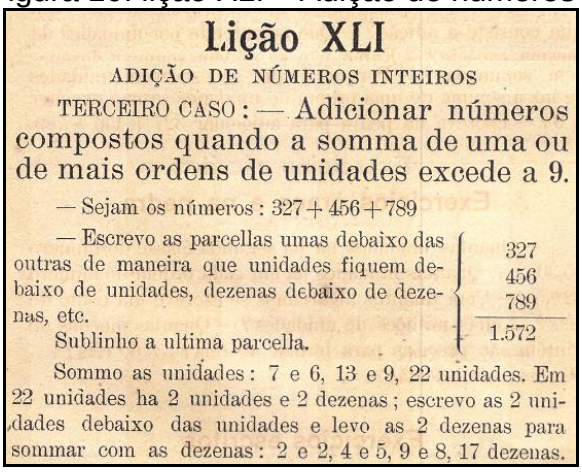
Solução: 115.000 + 92.000 + 40.000 =

Os trez jogadores perderam (por extenso) ..... réis.

Fonte: J.M., 1907, p. 89

Na nota, o autor ressalta que desta lição em diante o aluno deve expor a solução do problema e mostra como se deve proceder a resolução, deixando só a resposta para o aluno completar. Todos os problemas são contextualizados com situações práticas. O problema exposto na figura 9 é especifico da operação da adição, no entanto os números que devem ser somados são números compostos que só será apresentada ao aluno na Lição XLI – Adição de números inteiros (terceiro caso).

Figura 10: lição XLI – Adição de números inteiros



Lição XLI

ADIÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

TERCEIRO CASO: — Adicionar números compostos quando a somma de uma ou de mais ordens de unidades excede a 9.

— Sejam os números: 327 + 456 + 789

— Escrevo as parcellas umas debaixo das outras de maneira que unidades fiquem debaixo de unidades, dezenas debaixo de dezenas, etc.

Sublinho a ultima parcella.

327
456
789
1.572

Sommo as unidades: 7 e 6, 13 e 9, 22 unidades. Em 22 unidades ha 2 unidades e 2 dezenas; escrevo as 2 unidades debaixo das unidades e levo as 2 dezenas para sommar com as dezenas: 2 e 2, 4 e 5, 9 e 8, 17 dezenas.

Fonte: J.M., 1907, p. 94

Nesta lição, o autor apresenta o caso, dá um exemplo e mostra o procedimento do cálculo da adição com números compostos quando a soma excede a nove. As lições seguintes referentes à adição são as que abrangem o cálculo mental, primeiro, segundo e terceiro caso, a lição da adição de *números decimaes* e ou *fracções decimaes* e por fim a lição da prova da adição:

Figura 11: lição XLI – Prova da Adição



Lição XLVI

PROVA DA ADIÇÃO

— **Principio** — Na adição póde alterar-se á vontade a ordem das parcellas, que a somma será sempre a mesma.

— Exemplo: 438 + 625 + 179.

438	438	625	625	179	179
625	179	438	179	438	625
179	625	179	438	625	438
1.242	1.242	1.242	1.242	1.242	1.242

Fonte: J.M., 1907, p. 102

Para tirar a prova da adição, considera-se invertida a ordem das parcelas, e recomenda-se a operação de baixo para cima; se o resultado for o mesmo, quase certeza que a conta está certa.

Os demais conteúdos são apresentados segundo a abordagem apresentada: Definições preliminares; Questionário; Exercícios “oraes” e “na pedra”; Exercícios escritos, divididos em contas e problemas.

No decorrer da análise do manual de J.M ficou evidente a estrutura adotada da exposição de tais conteúdos, depois das definições preliminares referente às lições, os questionários são caracterizados como um mecanismo de memorização desses conceitos, com perguntas nas quais todas as respostas estão no início da lição; os exercícios “oraes” e “na pedra”, são questões que contemplam assuntos anteriores, que induz o aluno a sempre estar lembrando os conteúdos já estudados; e por fim os exercícios escritos, divididos em contas e problemas, estes são assuntos de lições futuras, ou seja, de conteúdos que ainda não foram estudados, tanto as contas quanto os problemas envolvem as quatro operações fundamentais.

Por mais que a abordagem utilizada pelo autor predomine a memorização dos conteúdos com definições sem nenhuma contextualização, os exercícios, principalmente os que envolvem os problemas, buscam relacionar situações relativas do dia a dia do aluno. Esse mecanismo condiz com o método de ensino intuitivo também conhecido como lições de coisas, no qual segundo Pinto e Valente (2016, p. 19) “fundamentava-se na premissa de que, a partir dos objetos do cotidiano, ‘as coisas’ do mundo real, a intuição infantil seria capaz de construir e expressar ideias”. No entanto, o ensino intuitivo renegava a memorização como estratégia de ensino, pois pretendia propagar a intuição intelectual no aluno. Esse mesmo pensamento encontra-se no Programa de Ensino de 1903, no qual orienta em suas observações que “*o decorar no estudo de arithmetica deve ser com escrupulo regulado pelo professor, que antes de tudo e de preferencia, incutirá no espirito do alunno a comprehensão das lições por meio de exemplos e explicações no quadro preto, ao alcance das tenras intelligencias*”. Sendo assim, o manual comtempla em partes as orientações propostas no Programa de Ensino de 1903.

O manual Curso Primário de Aritmética Elementar publicado em 1907 visa um curso secundário de aritmética e contabilidade comerciais. Pelo título, entende-se que a obra é destinada ao Ensino Primário para o curso elementar, no entanto não aparece nenhuma orientação em relação ao que seria o curso de contabilidade comerciais, contudo podemos inferir que seja um mecanismo de preparar o aluno para os problemas práticos do dia a dia, pela quantidade de exercícios e problemas contidos do decorrer da obra. Essa proposta segue o Programa de Ensino de 1903, no qual orienta em suas observações que o ensino de aritmética atenderá o lado prático das operações de modo que o ensino se torne útil pelos exercícios.

No período analisado, o ensino primário se dividia em dois cursos: elementar e complementar, o elementar contempla quatro anos e o complementar dois. O manual de J.M. por sua vez é destinado ao segundo ano do ensino primário, e pelo seu título *Curso Primário de Arithmetica Elementar* entendemos que seja destinado ao segundo ano do curso elementar, contudo, pela análise do seu conteúdo com os conteúdos que comtemplam do programa de 1903 podemos inferir que este se destina ao quarto ano do curso elementar por conter alguns dos conteúdos do programa de ensino vigente. Desta forma, concluímos que o mesmo abrange todo o curso elementar do ensino primário.

CONSIDERAÇÕES A PARIR DAS ANALISES

Na análise realizada, percebemos que o manual escolar publicado no período republicano paraense, momento de grandes reformas no ensino, procurou adaptar- se aos programas de ensino da época. Em termos de conteúdo, estes são postos em forma de textos com regras e exemplos, na qual prezava uma abordagem expositiva dos conteúdos.

Os autores desta fase, de alguma forma contribuíram no ensino primário adaptando seus manuais aos programas de ensino delimitado no período em análise. Essa proposta é uma das funções que o manual escolar pode assumir de acordo com os estudos de Alain Choppin (2004).

De acordo com este autor, o estudo histórico mostra que os manuais escolares assumem múltiplas funções que podem variar consideravelmente segundo o ambiente sociocultural a época. (CHOPPIN, 2004, p. 553). Entre estas funções destacamos a Função Referencial, também chamada de curricular ou programática, na qual o manual é então apenas a fiel tradução do programa ou uma de suas possíveis interpretações, ele constitui o suporte privilegiado dos conteúdos educativos referentes ao programa de ensino vigente na época. Assim, podemos estabelecer esta função ao manual analisado nesta pesquisa, pois o mesmo foi adaptado de acordo com os conteúdos do Programa de Ensino de 1903.

Além da função referencial, o estudo de Choppin (2004) ressalta que os manuais exercem mais três funções essências. A Função Instrumental, na qual o manual põe em prática métodos de aprendizagem, propõe exercícios ou atividades que, segundo o contexto, visam a facilitar a memorização dos conhecimentos, favorecer a aquisição de competências disciplinares ou transversais. Esta função podemos associar ao manual do autor J.M., que traz em sua obra uma estrutura baseada em definição; questionário; exercícios orais e na pedra; exercícios escritos, divididos em contas e problemas.

Outra função estabelecida por Choppin (2004, p. 553) é a Função ideológica e cultural, na qual o manual assume um importante papel político, um instrumento privilegiado de construção de identidade. O manual analisado foi publicado nas primeiras décadas do período republicano, momento de grandes mudanças políticas, econômicas e principalmente no sistema educacional, o que influenciou diretamente nos manuais e nas propostas de ensino da época como foco de mudar o ensino escolar colonial e monárquico para o ensino que propagou os ideais advindos da República.

Por último destacamos a Função documental, a qual acredita-se que o manual didático pode fornecer, sem que sua leitura seja dirigida, um conjunto de documentos, textuais ou icônicos. Nesta pesquisa, o manual assume a função documental, pois são usados como fontes de pesquisa histórica para compreender o sistema de ensino de uma determinada época. Além de ser um documento que poderá ser usado para pesquisas futuras.

CONCLUSÃO

Este estudo teve como objetivo investigar os saberes elementares em Aritmética presente na obra do autor J.M. publicada em 1907. Por meio das análises, em termos de conteúdo matemático, percebemos que o manual contempla os saberes elementares que constituem o ensino primário da época.

Em relação ao a abordagem dos conteúdos no manual, se estabelecia por manuais escolares com definições resumidas, com poucos exemplos e exercícios quase inexistentes. Os exercícios, quando existem, procuravam abordar assuntos práticos da vida útil do aluno. Essa abordagem seguia as orientações dos programas de ensino da época.

Também da análise percebemos que o manual escolar comtempla em partes as observações estabelecidas no Programa de Ensino Primário de 1903, entre as observações que estavam de acordo estão: compêndios resumidos e claros em suas definições; e atenderá especialmente o lado prático das operações de modo que o ensino se torne útil pelos exercícios e escolhas de problemas consoantes a vida comum. Entre as observações que não estavam de acordo estão: o decorar no estudo de aritmética deve ser regulado, este quesito o manual escolar não seguiu, acreditamos que um dos motivos seja a dificuldade de superar a herança herdada do passado Imperial para as novas propostas trazidas com o advento da República.

Entendemos que a pesquisa e a análise das produções didáticas são de grande relevância, pois possibilitam um novo olhar sobre a educação no período em estudo, contribuindo com novas discussões para campo da História da Educação no Pará, ainda nascente. Assim, este trabalho buscou contribuir para o desenvolvimento acerca da História do ensino de Matemática em Belém, especificamente da Aritmética no período, de 1900 a 1910.

Desta forma, acreditamos que trabalhos nesta direção podem contribuir para a formação do professor de matemática, pois permite ao mesmo conhecer como se constituiu o ensino de matemática ao longo do tempo e assim compreender o ensino de matemática nos tempos atuais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHERVEL, André. **História das Disciplinas Escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa**. Teoria e Educação. 1990. p.177-229.

CHOPPIN, A. **História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte**. In: Educação e Pesquisa. v.30, n.3, set. /dez. São Paulo, 2004, p. 549-566.

JULIA, Dominique. **A Cultura Escolar como Objeto Histórico**. Revista Brasileira de História da Educação. Campinas, n. 1, p. 9-43, jan/jun 2001.

J.M. **Curso primário de arthmetica elementar**: visando um curso secundário de arithmetica e contabilidade commerciaes. Belém: Livraria Gillet, 1907. 175p.

LONGEN, Adilson. **Uma História dos Livros de Matemática**: leituras, intrigas e evolução editorial. Jundiaí, Palco Editorial, 2015. 464 p.

PARÁ. Estado. **Regulamento geral do ensino primário reorganizado pelo Decreto n.1190 de 17 de fevereiro de 1903**. Belém: Typ. Diário Oficial, 1903. 55p.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

PISTAS SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DE CADERNOS DE PROVAS ESCOLARES

Waléria de Jesus Barbosa Soares[446]
Carlos André Bogéa Pereira[447]

RESUMO

O presente artigo apresenta uma analise sobre as questões de aritmética presentes nos cadernos de provas de alunos do curso primário da década de 1950. Utiliza como fontes um caderno de prova datado de 1954, do Estado de Santa Catarina, e dois cadernos de prova, datados de 1958 e 1959, do Estado do Paraná. Estes cadernos encontram-se no Repositório Institucional da Universidade Federal de Santa Catarina. A partir da análise de conteúdo dos mesmos, objetivamos levantar considerações sobre os tipos de questões encontradas nas provas de matemática, assim como as respostas dos alunos e correção das mesmas pelo professor. Para tanto, a nossa base teórica encontra-se em Bencostta (2007), Castro (2009) e Felgueiras (2010), entre outros, sobre a cultura material escolar e a importância dos cadernos escolares para as pesquisas sobre a história do ensino. Constatamos que os cadernos escolares são documentos significativos que podem nos oferecer vestígios de como se dava o processo avaliativo de alunos, por meio das provas, na década investigada.

Palavras-chave: Cadernos escolares. Provas. Matemática.

[446] Secretaria Municipal de Educação de São Luís (SEMED). walleria_soares@hotmail.com.
[447] Secretaria Municipal de Educação de São Luís (SEMED). andre.bogea@hotmail.com.

INTRODUÇÃO

Concebemos os cadernos escolares como elementos que compõem a cultura material escolar. Para chegarmos a esse entendimento, embasamo-nos teoricamente em Bencostta (2007), Castro (2009) e Felgueiras (2010), sobre conceitos que permeiam essa cultura.

> [...] é mudar o foco da atenção, é atrair o olhar para os conjuntos escolares (professores, alunos, materiais disponíveis ou utilizados, condições objectivas do parque escolar, dos apoios sócio educativos, normativos, perspectivas de educação e de ensino). Não é negligenciar o escrito - que foi produzido nas escolas -, mas relacioná-lo com o que eram hábitos sociais de leitura e escrita, de produção de textos escritos, da acessibilidade de materiais e dos próprios locais de ensino. (FELGUEIRAS, 2010, p.97)

Entendemos aqui, segundo Castro (2011), que são vários os elementos que compõem a cultura material escolar, podendo,

> [...] abranger uma série de elementos que constituem o universo escolar, como os objetos de leitura e escrita (lápis, caneta, livros, etc.), materiais de limpeza (panos, vassouras, tapetes, etc.), mobiliários (cadeiras, carteiras, bancos, mesas, etc.), indumentárias (fardamentos, chapéus, calçados, etc.) dentre outros, os quais podem ser estudados sob perspectivas e ângulos teóricos e metodológicos diversos, inclusive sob um enfoque mais regionalizado [...]. (CASTRO, 2011, p.13)

Nesse sentido, reforçamos que entender a cultura material escolar "significa compreender, num espectro ampliado, os mais diversos componentes materiais ligados ao mundo da educação" (BENCOSTTA, 2007, p. 176).

Dentro dessa cultura, entre os objetos utilizados para leitura e escrita, destacam-se os cadernos escolares. Abarcando uma única disciplina, ou várias, ou mesmo uma temática, entendemos esses cadernos como,

> [...] um conjunto de folhas costuradas de antemão em forma de livro que formam uma unidade ou volume e que são utilizados com fins escolares e que podem ou não ter a capa personalizada ou padronizada; grandes ou pequenos; com linhas ou não; com margens, espessuras e folhas diferentes. (VIÑAO FRAGO, 2008, p.19-20)

Sobre estes cadernos existem aqueles específicos para as provas escolares, que tomamos como fonte de pesquisa para esse trabalho.

Buscamos assim, responder ao questionamento: o que podemos dizer sobre os tipos de questões encontradas nas provas de matemática, assim como as respostas dos alunos e correção das mesmas pelo professor?

Para responder esse questionamento, nossa fonte de pesquisa constou de 3 (três), cadernos datados de 1954, 1958 e 1959, que foram identificados e selecionados a partir do material disponível no Repositório Institucional da Universidade Federal de Santa Catarina. A seleção partiu do fato de os mesmos conterem provas de matemática, tratarem de aritmética, serem do ensino primário e estarem em datas próximas.

NAS ENTRELINHAS DOS CADERNOS ESCOLARES: caminhos de investigação sobre o cotidiano escolar

A partir da segunda metade do século XIX, os cadernos escolares aparecem entre os materiais mais utilizados na sala de aula. Substituindo as páginas avulsas, era mais comum um aluno ter um caderno do que um livro. Eles acabaram por ocupar espaço na realização de grande parte das atividades escolares (HÉBRARD, 2001).

Inseridos no cotidiano das escolas, os cadernos não eram destituídos de finalidade, e sim, tidos “como meio para uma produção específica, no caso escolar, mas sempre apreendido na e a partir da sociedade” (GRENDEL, 2009, p.28).

Entre o fim do século XIX e o início do século XX, vários itens materiais, como móveis, prédios e materiais didáticos foram aumentando em número. Esse aumento era tido como fator positivo para o desenvolvimento da educação escolar, pois “a modernidade educativa foi sendo reinventada, a partir de um signo de progresso que associava desenvolvimento científico e educativo à ampliação material da escola” (VIDAL, 2009, p. 43). Os cadernos escolares continuaram a se manter entre os materiais mais utilizados em sala de aula.

Objetos de poder, os cadernos permitiam ao professor controlar e vigiar seus alunos. Eram uma espécie de “aliado a cimentar regras, produzir e controlar novos comportamentos” (SANTOS, 2002, p. 26).

Ao longo de todo o século XX e adentrando no século XXI, os cadernos permaneceram fazendo parte da cultura material de cada escola que os utilizavam. As suas entrelinhas sempre estiveram carregadas de histórias; elas falam dos alunos, dos professores, das práticas que permeiam o ambiente escolar. Um caderno escolar tem guardado em si a memória da educação (MIGNOT, 2008).

Nesse sentido, ao analisar cadernos escolares buscamos entender como se dá/dava um determinado cotidiano escolar, isto porque, os cadernos escolares nos oferecem caminhos de investigação sobre uma realidade escolar e as atividades efetuadas em determinada escola (VINÃO FRAGO, 2008).

A partir deles temos pistas (VINÃO FRAGO, 2008), que nos levam a entender o quão relevante é a produção escrita para a história do ensino e da educação escolar (GVIRTZ, 1999). Suas páginas estão imbuídas de informações, e, “[...] tanto por sua inserção na história da escola quanto pela preocupação de conservação da qual ele foi objeto, é certamente um testemunho precioso do que pode ter sido e ainda é o trabalho escolar de escrita” (HÉBRARD, 2001, p. 121).

Os cadernos escolares são assim, fontes inesgotáveis para as pesquisas, principalmente as de abordagem histórica sobre períodos de tempo em que não temos muitas informações sobre o que aconteciam nas salas de aula. Seus registros nos mostram muito mais do que escritos, revelam-nos o aluno, o professor, o ensino e a escola.

PROVAS ESCOLARES: os cadernos para essa temática como instrumento de avaliação

Os cadernos dos alunos estão carregados de registros sobre os conteúdos ensinados pelos professores e as diversas atividades realizadas. Esses cadernos são como “um espaço de interação entre professor e aluno, uma arena na qual se

enfrentam cotidianamente os atores do processo de ensino-aprendizagem e onde, portanto, é possível vislumbrar os efeitos desta atividade: a tarefa escolar" (GVIRTZ, 1997, p. 23).

O que difere os diversos cadernos escolares são as finalidades e os significados que assumem para alunos e professores. Nesse sentido, ao tomarmos os cadernos de provas, buscamos conhecer o que permeava a avaliação dos alunos a partir desse instrumento.

As provas são documentos escolares, e como tais,

> Tomados em sua materialidade, esses objetos permitem não apenas a percepção dos conteúdos ensinados, a partir de uma análise dos enunciados e das respostas, mas o entendimento do conjunto de fazeres ativados no interior da escola. Assume destaque, por exemplo, a maneira como o espaço gráfico da página de exercício, do caderno ou da prova é organizado [...]. (VIDAL, 2005, p.16)

Por muito tempo, as provas foram (e ainda são?) instrumentos com os quais os professores controlavam os alunos, tudo para manter a disciplina em sala de aula. O controle sobre os alunos torna-os úteis e obedientes, enquanto a disciplina era como "um aparelho onde as técnicas que permitem ver induzam a efeitos de poder, e onde, em troca, os meios de coerção tornem visíveis aqueles sobre quem se aplicam" (FOUCAULT, 1987, p. 143).

Analisá-las, permite-nos penetrar num tempo e espaço que talvez não nos pertença, e ao investigá-las, aproximamo-nos de práticas escolares.

Por meio do que pedem os enunciados das provas, por exemplo, podemos identificar os diferentes tipos de questões. Nas provas de matemática, ações como "calcule", "arme e efetue", "resolva", dão-nos ideia de como os professores pensavam as estratégias de resolução, privilegiando o cálculo. Quando a questão exige que o aluno "escreva por extenso" ou "conceitue", oportunizam a escrita bem mais que os cálculos.

Ao corrigir as provas, os professores desempenham o papel de avaliador. A forma como são corrigidas as provas demonstra como o professor atribui sentidos e significados a esses instrumentos, levando em consideração suas próprias concepções e conhecimentos. Concordamos com Sordi (2001, p.173), quando diz que "uma

avaliação espelha um juízo de valor, uma dada concepção de mundo e de educação, e por isso vem impregnada de um olhar absolutamente intencional que revela quem é o educador quando interpreta os eventos da cena pedagógica".

Ainda assim, sabemos que os cadernos de provas de matemática não revelam o reflexo real do trabalho do professor, mas as anotações neles contidas nos mostram indícios sobre a maneira como o professor entende uma prova e nos dão pistas dos temas considerados relevantes na hora de elaborar cada questão.

ENTRE ERROS E ACERTOS: considerações sobre os cadernos de provas de matemática analisados

Os cadernos escolares aqui analisados carregam marcas de seus donos, seus professores e da prática escolar. Segundo Oliveira (2008, p.131), nos cadernos "descobrimos marcas da singularidade de cada um no uso desse artefato". Logo, para esta pesquisa, ao fazer a análise dos cadernos de provas, destacamos as informações sobre seus donos, as características físicas dos cadernos e os conteúdos das provas de matemática, para então apresentarmos considerações sobre os tipos de questões e a correção das mesmas.

Sobre os donos dos cadernos selecionados e características físicas dos cadernos, obtivemos informações no próprio Repositório Institucional da Universidade Federal de Santa Catarina:

- Caderno de provas de Elita Ebeling, aluna do 4º ano do curso primário, na Escola Reunida Professora Ivoni Ribeiro, localizada em Arabutã, Santa Catarina. caderno é do tipo grampeado, com capa marrom, sem identificação da marca/fabricante, com uma ponte e uma cidade e local para a identificação do aluno, sem cobertura. O caderno possui 06 páginas pautadas, cada uma com dimensões 22,3cm x 15,5 cm.
- Caderno de provas de Lauro Rodrigues dos Santos, aluno do 1º ano do curso primário, na Escola Isolada do Bairro Huimatá, localizada em Jandaia do Sul, Paraná. Datado de 1958, o caderno possui 03 páginas pautadas, cada uma com dimensões 32 x 21,5 cm.

• Caderno de provas de Lauro Rodrigues dos Santos, aluno do 2º ano do curso primário, na Escola Isolada do Bairro Huimatá, localizada em Jandaia do Sul, Paraná. Datado de 1959, o caderno possui 04 páginas pautadas, cada uma com dimensões 32 x 21,5 cm.

Os conteúdos de aritmética encontrados nos cadernos são:

• Caderno de provas de Ebeling (1954): unidades de medida de comprimento.

• Caderno de provas de Santos (1958): operações aritméticas e problemas, escrita de números na forma cardinal e em algarismo romano, numerais multiplicativos e fracionários, números ímpares, e unidades de valor posicional.

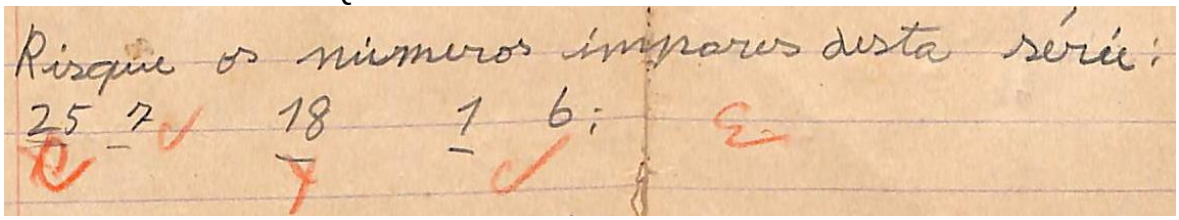
• Caderno de provas de Santos (1959): operações aritméticas e problemas, escrita de números na forma cardinal e em algarismo romano, números ímpares e unidades de valor posicional.

Sobre as provas de matemática, tecemos algumas considerações:

A prova de matemática do caderno de Ebeling (1954) não está corrigida pelo professor. Porém, no mesmo caderno existem provas de outras disciplinas corrigidas e com nota. As provas de matemática dos dois cadernos de Santos (1958) e (1959) estão corrigidas com caneta vermelha, e lhes são atribuídas notas numéricas (notas 9 e 10, respectivamente).

A prova do caderno de Santos (1958) nos chama atenção com relação ao erro do aluno. A prova tem 4 questões, cada questão contempla outras questões, totalizando 13. O único erro do aluno está, em uma dessas questões, marcar o número 18 como ímpar. Mesmo tendo acertado todos os demais números ímpares, a questão é considerada no todo, errada.

FIGURA 1: QUESTÃO DE PROVA - NÚMEROS ÍMPARES.



Fonte: Caderno de provas de Lauro Rodrigues dos Santos, 1858, p. 3.

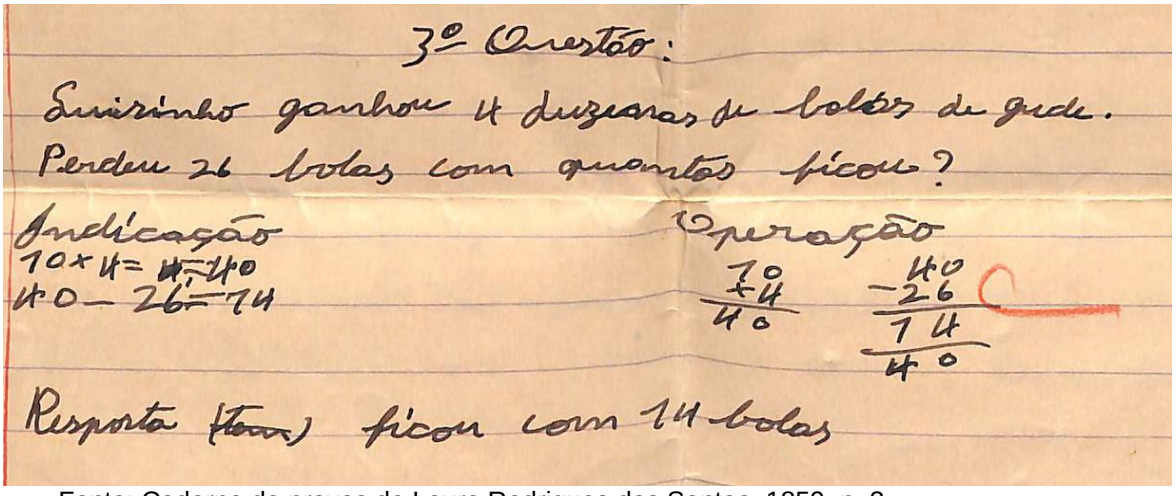
Supondo que o erro não era discutido na sala de aula, acreditamos que esse tipo de correção, sem deixar claro ao aluno porque errou, acaba por não colaborar com o desenvolvimento discente. É o tipo de consideração que nos revela como uma prova pode reproduzir um modelo social que além de ser autoritário, é seletivo e excludente (LUCKESI, 2005).

Ainda sobre esse único erro da prova, ao final das 13 questões, o aluno tira nota 9. Ele perde um ponto por causa desse erro. Medir os alunos por números, considerar o resultado final, sem levar em consideração o todo de uma questão, demonstra que os professores,

> [...] aplicam provas pensando avaliar apenas os conteúdos aprendidos mecanicamente. Atribuem notas pensando que elas refletem – sem desvios – a aprendizagem do aluno. Não analisam, não tecem considerações, não realizam ponderações. Apenas corrigem, atribuem notas e classificam os alunos [...]. (MORAES, 2008, p. 63)

A forma como os alunos respondiam as questões se diferenciava. No caderno de Santos (1959), observamos a riqueza de detalhes na resolução das questões:

FIGURA 2: QUESTÃO DE PROVA - PROBLEMA ENVOLVENDO OPERAÇÕES ARITMÉTICAS.

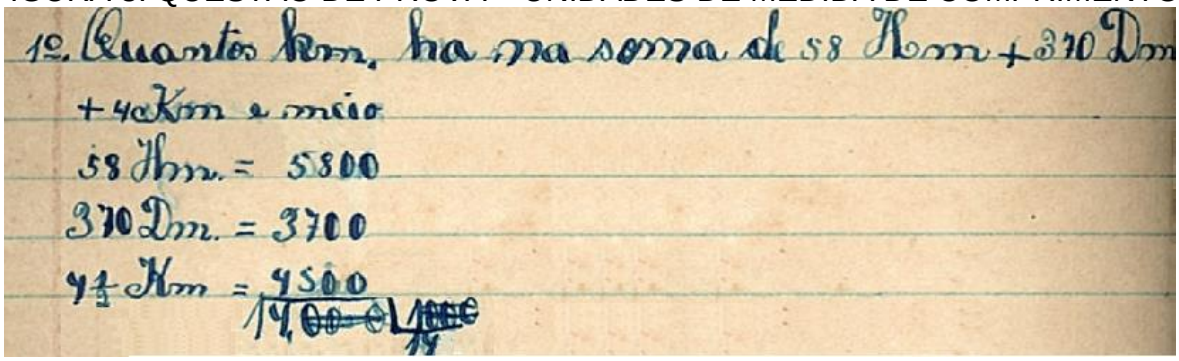


Fonte: Caderno de provas de Lauro Rodrigues dos Santos, 1859, p. 3.

Observamos que o aluno reconstrói, utiliza informações contidas no enunciado e insere novos elementos para chegar ao resultado.

No caderno de Ebeling (1954), a resolução dos problemas é mais direta, praticamente uma cópia do resultado, sem detalhes de como a aluna chegou às soluções, como podemos observar nas transformações de medidas que realizou para resolver a seguinte questão:

FIGURA 3: QUESTÃO DE PROVA – UNIDADES DE MEDIDA DE COMPRIMENTO.



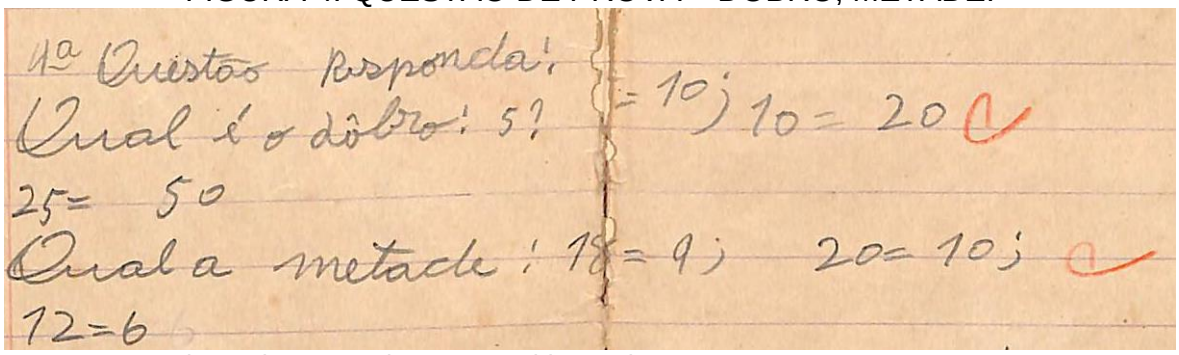
Fonte: Caderno de provas de Elita Ebeling, 1854, p. 2.

Neste caso, podemos também deduzir a possibilidade de que à aluna era dada folha de borrão, e que apenas transcreveu os resultados finais das transformações de unidades. Enfim, em qualquer das situações deduzidas, entendemos que “cada caderno tem o jeito de cada um de nós, de suas preferências e da forma como se tratavam essas preferências” (GRINSPUN, 2008, p. 261). Logo, cada aluno tem sua forma de responder uma prova.

Ainda sobre essa questão, mesmo que ela não tenha sido corrigida pelo professor, podemos fazer algumas considerações. Mesmo sabendo que não aparece discriminada para qual medida a aluna buscou transformar 58hm, 370dm e 4km e meio, deduzimos que seria para o metro. Observamos também que ao transformar 370dm ela chega a 3700, o que estaria errado, em metros. Neste caso, para chegar a esse resultado a aluna pode ter confundido ‘dm’ com ‘dam’. Ainda assim, a aluna soma corretamente seus resultados e os transforma em km, também corretamente, como pedido do enunciado. Isso demonstra que a aluna sabia responder a questão, mesmo que não tenha chegado à resposta correta.

Questões de repetições também eram comuns nas provas, ou seja, um mesmo exercício era exigido várias vezes, como percebemos no caderno de Santos (1858):

FIGURA 4: QUESTÃO DE PROVA – DOBRO, METADE.

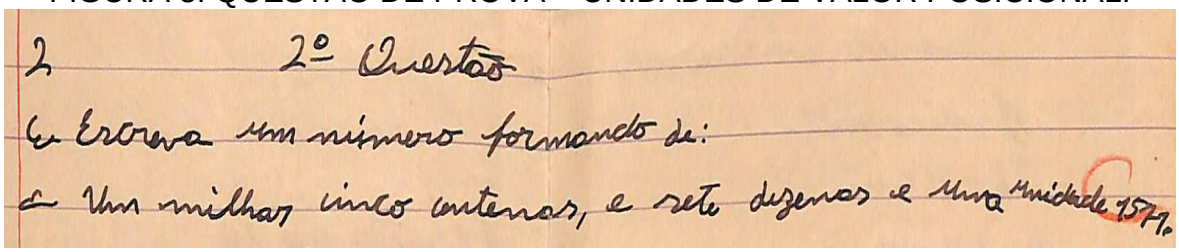


Fonte: Caderno de provas de Lauro Rodrigues dos Santos, 1858, p. 3.

Sobre este tipo de questão, Moretto (2003, p.13), diz-nos que “[...] há perguntas que apelam apenas para a memorização mecânica, sem contextualização ou significado. Elas são aprendidas por força de repetição”. Aqui, percebemos que a repetição busca dar ênfase a um conceito, no caso, o que o aluno entende por dobro e metade.

Questões de nomeação eram outro tipo presente nas provas de matemática, ou seja, aquelas que exigiam que o aluno desse significado diferente a algo já conhecido, como no caderno de Santos (1858):

FIGURA 5: QUESTÃO DE PROVA – UNIDADES DE VALOR POSICIONAL.



Fonte: Caderno de provas de Lauro Rodrigues dos Santos, 1858, p. 3.

Observamos que nesse tipo de questão bastava apenas que o aluno atribuísse um número ou símbolo convencional a uma informação já contida no enunciado. Aqui, o aluno consegue fazer corretamente essa relação.

Em todas as provas, não encontramos questões que levassem o aluno a opinar, a interpretar algo e expor com suas palavras um determinado exercício matemático. Seriam questões do tipo, que ao final, pedissem que o aluno justificasse sua resposta.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Quando analisamos as questões das provas, observamos a pouca ênfase com que apareciam questões que permitiam que o aluno expusesse seu ponto de vista.

A partir de nossas reflexões sobre o erro, acreditamos que os professores ao corrigirem as questões de matemática pareciam estar mais focados no resultado final, do que no desenvolvimento do exercício realizado pelos alunos.

Não encontramos nenhum recado do professor para o aluno que demonstrasse o que significava cada nota dada, o que nos faz perceber, manifestações dos padrões sociais dominantes da época, como não poderia deixar de ser, na década de 1950.

Enfim, essa pesquisa possibilitou reforçar nossa compreensão acerca da relevância dos cadernos escolares, percebendo-os como um "campo significativo para observar os processos históricos e pedagógicos da denominada 'vida cotidiana da escola'; nem tanto no que tende as relações de poder interpessoal mas, e sobretudo, no que concerne a produção de saberes" (GVIRTZ, 1997, p. 23-24).

Constatamos que os cadernos escolares são documentos significativos que podem nos oferecer vestígios de como se dava o processo avaliativo de alunos, por meio das provas, na década investigada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BENCOSTTA, Marcus Levy. *Culturas escolares, saberes e práticas educativas*: itinerários históricos. São Paulo: Cortez, 2007.

CASTRO, César Augusto. Os usos e as tipologias dos materiais escolares no Maranhão Oitocentista. In: CASTRO, César Augusto; CURY, Cláudia Engler; LOPES, Antônio de P. C; PINHEIRO, Antonio Carlos Ferreira (Orgs.). *Objetos, práticas e sujeitos escolares no Norte e Nordeste.* São Luís: EDUFMA: UFPB: Café & Lápis, 2011.

EBELING, Elita. *Caderno de Provas Mensais*. 4º ano. Santa Catarina: 1954. Disponível em: < https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/161138>. Acesso em: 27/03/2017.

FELGUEIRAS, Margarida Louro. Cultura Escolar: da Migração do Conceito à sua objectivação Histórica. In: *Cultura Escolar, Migrações e Cidadania*. Porto, Portugal: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2010.

FOUCAULT, Michael. *As palavras e as coisas*: uma arqueologia das ciências humanas. Trad. T. Muchail, São Paulo: Martins Fontes, 1987.

GRENDEL, Marlene Terezinha. De como a didatização separa a aprendizagem histórica do seu objeto: um estudo a partir da análise de cadernos escolares. *Tese* (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná: Curitiba, 2009.

GRINSPUN, Mírian Paura Sabrosa Zippin. Velhos cadernos, novas emoções. In: MIGNOT, Ana Chrystina Venâncio. *Cadernos a vista*: Escola, Memória e Cultura escrita. Rio de Janeiro: EdUERJ, 2008.

GVIRTZ, Silvina. *El discurso escolar a través de los cuardernos de clase*: Argentina 1930 y 1970. Buenos Aires: Eudeba, 1999.

_____. *Del curriculum prescripto al curriculum enseñado*: uma mirada a los cuadernos de clase. Buenos Aires: Aique Grupo Editor S.A., 1997.

HÉBRARD, Jean. Por uma bibliografia material das escritas ordinárias: o espaço gráfico do caderno escolar (França — séculos XIX e XX). Trad. Laura Hansen. *Revista Brasileira de História da Educação.* Campinas: Autores Associados, n.1, p.115-41, jan./jun. 2001.

LUCKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem escolar*. 17. ed. São Paulo: Cortez, 2005.

MIGNOT, Ana Chrystina Venâncio. Antes da escrita: uma papelaria na produção e circulação de cadernos escolares. In_____. *Cadernos a vista*: Escola, Memória e Cultura escrita. Rio de Janeiro: EdUERJ, 2008.

MORAES, Dirce Aparecida Foletto de. Avaliação formativa: re-significando a prova no cotidiano escolar. 2008. 146f. *Dissertação* (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina: Londrina, 2008.

MORETTO, Vasco Pedro. *Prova um momento privilegiado de estudo* – não um acerto de contas. 3. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2003.

OLIVEIRA, Inês Barbosa de. Aprendendo com os cadernos escolares: sujeitos, subjetividades e práticas sociais cotidianas na escola. In: MIGNOT, Ana Chrystina Venâncio. *Cadernos a vista*: escola, memória e cultura escrita. Rio de Janeiro: EdUERJ, 2008.

SANTOS, Lauro Rodrigues dos. *Caderno de Provas*. 2º ano. Paraná: 1959. Disponível em: < https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/169121>. Acesso em: 27/03/2017.

_____. *Caderno de Provas*. 1º ano. Paraná: 1958. Disponível em: < https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/169123>. Acesso em: 27/03/2017.

SANTOS, Vera Mendes. O nascimento dos cadernos escolares: um dispositivo de muitas faces. 2002. *Dissertação* (Mestrado em Educação e Cultura) - Universidade do Estado de Santa Catarina: Florianópolis, 2002.

SORDI, Mara Regina L. de. Alternativas propositivas no campo da avaliação: por que não? In: CASTANHO, Sérgio; CASTANHO, Maria Eugênia (Orgs.). *Temas e textos em metodologia do Ensino Superior*. Campinas, SP: Papirus, 2001.

VIDAL, Diana Gonçalves. A invenção da modernidade educativa: circulação internacional de modelos pedagógicos, sujeitos e objetos no oitocentos. In: CURY, Cláudia Engler; MARIANO, Serioja (Orgs.). *Múltiplas visões*: cultura histórica no oitocentos. João Pessoa: Editora Universitária da UFPB, 2009.

_____. Cultura e práticas escolares: uma reflexão sobre documentos e arquivos escolares. In: SOUZA, Rosa Fátima de; VALDEMARIN, Vera Teresa (Orgs.). *A escolar em debate*: questões conceituais, metodológicas e desafios para pesquisa. Campinas, SP: Autores Associados, 2005.

VINÃO FRAGO, Antonio. Os cadernos escolares como fonte histórica: aspectos metodológicos e historiográficos, In: MIGNOT, A. C. (Org.). *Cadernos a vista*: escola, memória e cultura escrita. Rio de Janeiro: Eduerj, 2008.

ISSN 2236-4102

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ANAIS DOS ENEMs: preâmbulo de uma investigação

Tiêgo dos Santos Freitas [448]
Tereza F. L. Cardoso [449]

RESUMO

O Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) é um dos principais eventos para a comunidade de pesquisadores brasileiros da área de Educação Matemática, constituindo-se como um dos marcos da consolidação dessa área, principalmente a partir da fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). No presente trabalho, no contexto das pesquisas na área da História da Educação Matemática, buscamos compreender como se deu a inserção da Resolução de Problemas como metodologia de ensino nos anais das cinco primeiras edições dos ENEMs. A coleta de dados se deu através da consulta aos anais das primeiras edições do evento, visando identificar a presença da referida temática e destacar como se deu sua inserção. A partir dos dados levantados, foi possível constatar sua presença já na primeira edição do encontro, em 1987, a existência de um grupo de pesquisas com foco na Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino e uma diversificação de conteúdos e abordagens nos estudos dessa tendência da Educação Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Resolução de Problemas. ENEM. Anais. Metodologia de ensino.

[448] Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ). tyego-santos@hotmail.com
[449] Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ). fachada@gmail.com

INTRODUÇÃO E APORTE TEÓRICO

O tema aqui apresentado, situa-se no âmbito da Educação Matemática, campo de investigação que reflete sobre como promover um ensino com compreensão, utilizando diversas estratégias e recursos didáticos que visem facilitar o trabalho dos professores e a aprendizagem dos alunos em Matemática. Em específico, esta pesquisa ancora-se nos estudos desenvolvidos no âmbito da História da Educação Matemática, vertente que, segundo Valente (2013, p. 29), "[...] está inscrita no campo da história. Mais especificamente, ela reporta-se à história da educação". Ademais, sobre as investigações desenvolvidas dentro desse campo de conhecimento, destaca "[...] que qualquer um pode apropriar-se do passado da educação matemática. E, apropriando-se dele, contar a sua história da maneira que assim o desejar" (VALENTE, 2013, p. 23).

Kilpatrick (1996), por sua vez, ao tratar sobre o campo da Educação Matemática destaca que "pesquisadores em Educação Matemática não provam teoremas. As reinvindicações que eles fazem são condicionais, tentativas e profundamente envolvidas em um contexto" (p. 119). Indo além, aponta a necessidade desse campo investigativo se relacionar com as diversas áreas de conhecimento, fazendo avançar em suas investigações.

Assim, nos propomos a desenvolver uma pesquisa dentro do campo de investigação da História da Educação Matemática, buscando identificar, a partir de uma abordagem de cunho histórico (MARCONI e LAKATOS, 2016), características da inserção, no cenário nacional, da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, especificamente como uma tendência de pesquisa e ensino dentro da Educação Matemática, nos anais das primeiras edições dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs).

Destacamos a Resolução de Problemas, em detrimento de outras tendências, pela ênfase dada por publicações internacionais (MORAIS, 2015), orientações curriculares de diversos países, como Portugal e Estados Unidos, pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), bem como pela Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), além das diversas discussões e investigações realizadas no

âmbito da Educação Matemática que destacam essa tendência como um dos principais caminhos para se “fazer Matemática” em sala de aula.

Evidenciamos a importância do trabalho com aspectos históricos da Resolução de Problemas, no cenário nacional, pelas poucas pesquisas desenvolvidas no campo da História da Educação Matemática, conforme nos assegura Valente (2012), ao destacar que, “se, de uma parte, a idade das pesquisas em educação matemática é centenária; de outra, é recente a área de estudos denominada ‘história da educação matemática’” (2012, p. 164).

Ademais, a partir da relevância dos ENEMs para a comunidade de pesquisadores brasileiros, sendo esse evento um dos marcos da consolidação da área de Educação Matemática, bem como acerca da importância da Resolução de Problemas como um campo investigativo da Educação Matemática, sendo esta tendência, um tema “[...] efetivamente central na teoria do conhecimento” (D´AMBROSIO, 2017, p. 11).

O presente trabalho, recorte de uma pesquisa em andamento, objetiva identificar, caracterizar e apresentar uma análise inicial dos trabalhos apresentados nas cinco primeiras edições do ENEM que tratam sobre a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino.

CONTEXTO DE CRIAÇÃO DA SBEM E DO ENEM: aspectos históricos

O campo que hoje denominamos de Educação Matemática surgiu a partir de preocupações com questões relativas ao como ensinar essa disciplina, promovendo discussões sobre como facilitar o processo de aprendizagem, muitas vezes com reflexões pessoais acerca da forma como determinados matemáticos conduziam suas aulas.

No contexto brasileiro, vários pesquisadores em diferentes instituições desenvolviam investigações concernentes ao campo da Educação Matemática. Na década de 1980, por exemplo, conforme destaca Muniz (2013), o professor e pesquisador Ubiratan D’Ambrosio já era uma personalidade influente no que concerne

ao ensino de Ciências e Matemática, assumindo posições de destaque em comitês e associações internacionais. Nesse sentido, vários grupos vinham sendo organizados desde 1980 em diversos lugares do país, "[...] constituídos por professores, estudantes e pesquisadores no país, preocupados com questões referentes à Educação Matemática, promoveram debates e discussões com vistas a um futuro promissor no espaço que lhes cabia no campo educativo" (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016).

Porém, foi na 6ª Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM), realizada em Guadalajara, México, em novembro de 1985, que ocorreu a aproximação entre vários desses pesquisadores, que se comprometeram a iniciar o processo de criação de uma sociedade de Educação Matemática. Redigiram, na ocasião, uma carta na qual assumiram esse compromisso. (PEREIRA, 2005; MUNIZ, 2013).

Ou seja, esse movimento pró-Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) se dá, principalmente, a partir de diversos pesquisadores que, mesmo sem se conhecerem e trabalhando de forma isolada em diversos estados brasileiros, vinham contribuindo para a constituição da área de Educação Matemática (PEREIRA, 2005).

O início desse processo, segundo o testemunho do professor D´Ambrosio, precisou de várias reuniões, nas quais,

> o grupo dos 11 signatários, modificado pela deserção de alguns e pela adesão de outros, verificou que a tarefa não seria fácil. Pressões diretas e indiretas questionavam a criação da nova Sociedade ("Porque mais uma?") e mesmo desacreditavam que a ideia de um congresso nacional era factível ("Ainda não há massa crítica de pesquisa que possa alimentar um congresso do gênero"; "Não há capacidade organizacional"). (D´AMBROSIO, 1998 *apud* MUNIZ, 2013, p. 40).

A primeira coisa a fazer, para que a Sociedade fosse nacional e representativa, era atrair a comunidade, porque não podia ser formada por poucos. Segundo D´Ambrosio, daí surgiu a ideia de reunir educadores matemáticos de vários lugares em um congresso brasileiro de Educação Matemática. Com o apoio da professora Tania Campos, da PUC de São Paulo, que ofereceu o espaço, realizou-se, então, o que seria "o zero-ésimo" Encontro Nacional de Educação Matemática, em São Paulo, em 1987, que deflagrou o processo de criação da SBEM. (Idem, Ibidem)

O I ENEM ocorreu em fevereiro de 1987, contando com a participação de aproximadamente 550 pessoas que participaram e apresentaram trabalhos nas sessões coordenadas e mesas redondas, em conferências e minicursos. Durante a realização da assembleia geral desse evento, ficou proposto por aclamação a criação SBEM, sendo definidos alguns princípios que nortearam a sua fundação. Assim, ficou acordado que, após um ano para preparação coletiva do estatuto da Sociedade ocorreria, durante o II ENEM, a homologação do estatuto e fundação da SBEM.

Dessa forma, foi em uma assembleia realizada com cerca de 600 professores de matemática de todas as regiões do país e de diferentes níveis de ensino que ocorreu, durante o II ENEM, em Maringá, no Paraná, a fundação da SBEM e aprovação de seu estatuto e a indicação da primeira diretoria nacional, com Nilza Bertoni da Universidade de Brasília (UnB) como secretária geral (hoje se chama diretora). Assim, uma vez eleita a Diretoria, nesse primeiro momento foi imediatamente providenciado material para as filiações, pois, de acordo com Bertoni, “depois as pessoas não estariam presentes para fazê-lo, e nós, nem endereço tínhamos”. (BERTONI, 2004, p. 3). Posteriormente, processo de filiação ocorreu através dos correios.

OS ENCONTROS NACIONAIS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEMs)

A História dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM) se liga de forma orgânica à própria constituição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM. O grupo pioneiro, que se reuniu em Guadalajara durante a VI CIAEM, buscou formas de criar a SBEM incentivando a adesão de diversas pessoas que estivessem trabalhando com questões de Educação Matemática, além dos professores de matemática da Educação Básica. O movimento pró-SBEM decidiu-se pela realização de um evento que congregasse os diversos profissionais da área.

As dificuldades para a realização do primeiro encontro foram muitas. Com poucas verbas, os organizadores buscaram parcerias com diversas entidades, mas conseguiram um anfiteatro cheio na PUC-SP. “As pessoas estavam nos hotéis e não

tínhamos um tostão para pagar ninguém, porque o dinheiro dos ministérios não havia chegado até aquele momento" (PEREIRA, 2005, pp. 86-87).

Através de parcerias diversas, os organizadores "[...] contando com uma grande empresa de aviação como patrocinadora [...] realizaram o ENEM com um sucesso total, com participação massiva de todos os grupos e polos regionais, o CEM em peso, G-RIO, GEPEM, FUNDÃO" (PEREIRA, 2005, p. 87). Esses grupos foram essenciais para o sucesso do evento e, posteriormente, para a fundação da SBEM, proporcionando o agrupamento dos diversos investigadores em Educação Matemática existente no país, principalmente os do eixo Rio-São Paulo.

Sobre a organização desse evento e sua relevância para área de Educação Matemática brasileira, bem como acerca da consolidação desse campo de conhecimento, Lins (2004) avalia que:

> [...] Um exemplo claro do sentimento de segurança de então, é o fato de que a equipe organizadora não estruturou o evento ao redor de nomes famosos, que poderiam "promovê-lo" – como em encontros que anunciam a vinda de um famoso educador deste ou daquele país. Ao contrário, o I ENEM foi um encontro científico, para o qual as pessoas enviaram suas propostas de apresentação ou mini-cursos, para serem avaliadas, e aceitas ou não, e sendo um encontro científico nacional, sua organização foi a afirmação da existência de uma comunidade nacional da área. (p. 2).

Campos (2004) complementa que os encontros do ENEM têm "[...] recebido a massa crítica de professores/pesquisadores que trabalham nesta área de conhecimento vindos de todas as Unidades da Federação", se constituindo como "[...] uma oportunidade única para intercâmbios e trocas de experiências entre os professores de matemática especialmente os em exercício" (p. 2). Sendo realizado bianualmente até 1995, quando passou a ser realizado a cada 3 anos (trianual), e consta como um dos princípios proposto na fundação da SBEM: "5) responsabilizar-se pela continuidade dos ENEMs e dar cobertura aos encontros estaduais" (MUNIZ, 2013, p. 41).

UM OLHAR PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A afirmação de que problemas fazem parte do desenvolvimento histórico da humanidade, estando intimamente relacionados com o desenvolvimento humano em questões de sobrevivência, como alimentar-se, manter-se aquecido e escapar do ataque de diversos animais, e com a criação e aperfeiçoamento de várias técnicas, como a caça, pesca, plantio e colheita, construções, etc., é defendida por diversos pesquisadores (ONUCHIC, 1999, 2013; HUANCA, 2008; ANDRADE, 1998; MORAIS, 2015).

Exemplos dessa necessidade se deram a partir do desenvolvimento das primeiras noções de número por pastores de ovelhas que associavam pedras a cada animal para saber se seu rebanho aumentava ou diminuía ou faziam riscos em ossos para representar seu rebanho; outra situação-problema que acarretou o desenvolvimento da matemática foi a questão das medições de terras às margens do Rio Nilo, no Antigo Egito, proporcionando o desenvolvimento das frações. (EVES, 2004)

Ao matemático húngaro George Pólya (Budapeste, 13/12/1887 — Palo Alto, 7/9/1985), é creditada a paternidade dos estudos sistematizados acerca da resolução de problemas. Sobre as pesquisas desenvolvidas por ele, Morais (2015) menciona que, quando começaram a ganhar espaço, a temática resolução de problemas “era, ainda, considerada prática inerente às aulas de Matemática. Foi a partir de Pólya que a Resolução de Problemas assumiu status de teoria, ao menos no âmbito do que dizem pesquisadores que se dedicam a investigar o tema”. Nesse sentido, destaca que “pesquisadores que partilhavam das mesmas crenças de Pólya sobre o ensino de Matemática destinaram suas pesquisas a investigar o tema, dando início a um movimento de pesquisa que se desenvolveu paralelamente aos currículos oficiais.” (pp. 36-37).

As dúvidas e incertezas sobre como trabalhar com a resolução de problemas nas aulas de matemática, principalmente a partir das recomendações propostas no documento *Uma agenda para a ação*, publicação do conselho nacional de professores de matemática dos Estados Unidos, se tornaram frequentes, tanto para professores de

matemática quanto para educadores matemáticos e pesquisadores em todo o mundo (ONUCHIC, 1999). Porém, foi a partir de Pólya que a resolução de problemas passou a ser tomada como uma metodologia de ensino da matemática. Mas, essa nova abordagem da resolução de problemas sofreu resistência, considerando as mudanças de correntes teóricas e abordagens vigentes no currículo.

Onuchic e Allevato (2011), embasadas nos estudos desenvolvidos por Schroeder e Lester (1989), apresentaram os três modos de abordagem da resolução de problemas, que auxiliam no entendimento e reflexão sobre as diferenças de entendimento ou de abordagem que se faziam presentes nas investigações nessa área. Essa classificação decorre dos estudos desenvolvidos por Schroeder e Lester a partir dos trabalhos desenvolvidos durante a década de 1980. Assim, no contexto do ensino, com forte ênfase para alguns estudos em detrimento de outros, sobressaem-se os seguintes modos:

> (1) ensinar sobre resolução de problemas; (2) ensinar matemática para resolver problemas; e (3) ensinar matemática através da resolução de problemas. Ocorre que, a partir das recomendações do NCTM, seguidores de Pólya, com algumas variações, acreditavam em teorizar sobre esse tema, ou seja, que era necessário ensinar estratégias e métodos para resolver problemas. Outros a interpretavam no sentido de que o professor deveria apresentar a matemática formal para, depois, oferecer aos alunos o problema como aplicação dessa matemática construída, acreditando que deveriam ensinar matemática para resolver problemas. (ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p. 79, grifos dos autores).

A resolução de problemas como uma metodologia de ensino, ou seja, ensinar matemática através da Resolução de Problemas se dá de forma mais sistematizada e difundida, a partir da publicação *Principles and Standards for School Mathematics* (Princípios e Padrões para Matemática Escolar) pelo NCTM no ano de 2000 (MORAIS, 2015). Essa publicação serviu de guia para a produção de diversas obras que possuíam como eixo central o trabalho com a Resolução de Problemas.

A seguir, passamos as inferências preliminares dos anais das cinco primeiras edições, realizadas entre os anos de 1987 e 1995. Nosso trabalho de pesquisa se encontra em fase de desenvolvimento, por isso os dados apresentados ainda são parciais e mais descritivos.

ASPECTOS METODOLÓGICOS E INFERÊNCIAS INICIAIS

Considerando o objetivo proposto, nossa investigação se dá a partir de um estudo exploratório (GIL, 2016; MARCONI e LAKATOS, 2016), que proporciona maior familiarização com o tema/problema a ser investigado, consistindo em um levantamento acerca do nosso tema nos anais dos ENEMs, com o propósito de torná-lo mais explícito, buscamos identificar em uma perspectiva histórica (MARCONI e LAKATOS, 2016), como se deu a inserção da Resolução de Problemas como campo investigativo nesses encontros.

Com relação ao método empregado para a obtenção dos dados, nossa pesquisa classifica-se como um estudo bibliográfico (GIL, 2016; MARCONI e LAKATOS, 2016), no qual tomamos os anais das edições dos ENEMs para o estudo de nosso tema. Com relação ao material a ser analisado, na página da SBEM da internet, encontramos os arquivos resultantes das diferentes edições do evento, alguns são anais, outros o caderno de resumo e para as edições mais recentes, o link para o *site* onde estão hospedados os arquivos resultantes do encontro. Assim, utilizamos como fonte de dados os anais/livro de resumos digitalizados.

No quadro a seguir, situamos os dados gerais das 5 primeiras edições e do arquivo que utilizamos para consulta.

QUADRO 3: Dados das 5 edições iniciais dos ENEMs

Edição	Ano	Cidade	Instituição	Arquivo
I ENEM	1987	São Paulo - SP	Pontifícia Universidade Católica – PUC SP	Anais
II ENEM	1988	Maringá - PR	Universidade Estadual de Maringá - UEM	Livro de resumos
III ENEM	1990	Natal - RN	Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN	Anais
IV ENEM	1992	Blumenau - SC	Fundação Universitária Regional de Blumenau - FURB	Anais
V ENEM	1995	Aracaju - SE	Universidade Federal de Sergipe - UFS	Anais

Fonte: anais dos ENEMs.

Após baixarmos os arquivos, passamos a realizar uma leitura inicial e buscamos identificar como eles estavam estruturados, considerando as palestras, comunicações, relatos e minicursos apresentados em cada edição.

Após seleção dos trabalhos/atividades que tratassem sobre a Resolução de Problemas, passamos a uma leitura exploratória e seletiva (GIL, 2016), e classificamos os trabalhos nas três categorias destacadas por Onuchic e Allevato (2011) com base nas pesquisas desenvolvidas por Schroeder e Lester (1989): *para, sobre e através.* Considerando que nessas edições iniciais os resumos eram bem curtos e traziam poucas informações, bem como alguns constavam apenas o título e o nome dos autores, adotamos a classificação *não identificado* para trabalhos com essas características. O total de trabalhos que versam sobre nossa temática de pesquisa, considerando as comunicações orais (comunicações e relatos de experiência), minicursos e outras atividades que foram desenvolvidas nas diferentes edições consultadas, sua classificação e o percentual nas 5 primeiras edições estão destacados no quadro a seguir.

QUADRO 2: Trabalhos/atividades sobre Resolução de Problemas (RP).

I ao V ENEM	Total	RP	Sobre	Para	Através	Não identificado	%
Minicursos	256	16	0	11	2	3	6,25
Comunicações	487	25	4	12	5	4	5,13
Outros		8	1	2		5	

Fonte: os autores (2018).

Na categoria outros estão as menções a Resolução de Problemas em palestras, painel, mesas redondas, grupos de trabalho e nas sessões de conclusões e recomendações; por serem atividades diversas, não computamos um total e um índice percentual.

De nossa leitura, a partir da seleção dos trabalhos, constatamos que a resolução de problemas, em seus diferentes modos (*sobre*, *para* e *através*) se faz presente nos anais das cinco primeiras edições do ENEM, com prevalência do viés *para* (25), com

relação aos demais: *através* (7) e *sobre* (5). O nosso foco, a vertente *através,* na qual a Resolução de Problemas é trabalhada como uma metodologia de ensino, apresenta um total de 7 itens, sendo 2 minicursos e 5 comunicações.

Na primeira edição, 1987, verificamos que existia um conjunto de pesquisadores que realizavam investigações, discussões e divulgavam experiências em Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, intitulado Grupo de Estudos de Resolução de Problemas (GERP). Na proposta de minicurso, *Resolução de Problemas no 1º grau*, oferecida pelo grupo, eles objetivavam discutir sobre as visões e utilizações da resolução de problemas, considerando os três modos de abordagens, bem como propiciar aos participantes a resolução de diversos problemas. Para eles, o fato dos participantes estarem em ação no decorrer do minicurso, resolvendo problemas, "essa vivência, e a reflexão sobre ela, devem valer mais que exposições teóricas" (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1988, p. 76).

A preocupação do grupo GERP era com uma abordagem da Resolução de Problemas no viés *através*, visando a inserção dessa metodologia de ensino para o trabalho com os conteúdos matemáticos nas primeiras séries do processo de escolarização básica. Consta, também, nos anais dessa 1ª edição que ocorreu uma sessão coordenada com três trabalhos que ficam agrupados no eixo Resolução de Problemas. Desses, um era de autoria de um dos membros do GERP (trabalho 1), nos levando a hipótese de que poderia ser um trabalho no qual a Resolução de Problemas seria tomada como uma metodologia de ensino. Por não termos conseguido ainda o arquivo com a cópia dos trabalhos apresentados, não é possível inferimos muitas informações.

No minicurso MC 59, no V ENEM, *frações, porcentagens e relações proporcionais via resolução de problemas*, de Lourdes de La Rosa Onuchic, Luciene S. Botta e Silvanio de Andrade, foi proposto apresentar aos participantes situações-problema que envolvessem frações, porcentagens e relações proporcionais para serem analisadas e discutidas.

Em CC49, no II ENEM, *o ensino por meio de formulação e solução de problemas e atitude do professor frente ao conhecimento*, de Maria do Carmo Domite Mendonça,

o objetivo foi relatar aspectos de uma experiência com professores das séries iniciais do 1º grau.

Na comunicação CC82, também no II ENEM, *ensino de equações: uma tentativa do emprego de um método de ensino ativo*, de Arlindo José de Souza Jr., desenvolvida junto ao Centro de Estudos de Técnicas Alternativas para o ensino de Matemática, foi utilizada a Resolução de Problemas como um método de ensino ativo para a aprendizagem de equações.

Em SCO-0691, no III ENEM, *resolução de problemas como contexto no qual os conceitos e habilidades podem ser aprendidos*, de Maria Rosana Mymoszczenko, teve como objetivo apresentar uma simulação de situações em que um problema de subtração é proposto a crianças como forma de introduzir esse conceito. Além disso, discute-se sobre a importância de os alunos serem colocados frente a situações-problemas que promovam o crescimento intelectual, bem como estimular a realização de conjecturas, explorar e investigar as ideias que surgem frente ao trabalho com problemas.

No trabalho *didática da resolução de problemas de matemática no ensino de 1º e 2º graus e no magistério (2º grau)*, de Silvanio de Andrade no IV ENEM, é destacado que em muitas escolas é comum o ensino de matemática ocorrer a partir do ensino de toda a teoria, principalmente a partir do trabalho com diversos exercícios, para em seguida serem trabalhados problemas; estes como aplicação do conteúdo trabalhado. Essa forma de ensino não tem contribuído com um processo de ensino e aprendizagem com compreensão, muito menos auxilia em um processo de aprendizagem dessa disciplina de forma liberadora e que promova a transformação, sendo contrária ao processo de desenvolvimento dessa área de conhecimento. Ademais, é apontado que os problemas antecedem ao desenvolvimento de diversas descobertas matemáticas, sendo eles que devem exigir o desenvolvimento de uma teoria, e não o contrário, como tem ocorrido nesse processo de ensino. A partir do relato de diversas experiências com a utilização da resolução de problemas em diversas situações, a exemplo de gincanas, jogos e peças teatrais, sublinha o aumento do interesse e do processo de aprendizagem dos alunos na matemática, considerando os mais diversos contextos de uma escola pública.

Na CC 37, no V ENEM, *explorando as características matemáticas da proporcionalidade*, através de problemas, de Luciene Souto Botta, aponta-se a importância do conceito de proporcionalidade no dia a dia, bem como o trabalho com situações-problemas que desenvolvam o pensar e estimulem o raciocínio proporcional. Nesse sentido, é destacado a importância do trabalho com a resolução de problemas para uma aprendizagem com compreensão a partir da utilização de gráficos, tabelas e expressões algébricas.

Desses trabalhos, podemos observar que, inicialmente, a perspectiva das produções com o *viés* através em Resolução de Problemas se deu com a divulgação dessa tendência para professores e demais interessados nesse tema, bem como com a difusão de experiências realizadas. Assim, os 2 minicursos objetivaram proporcionar aos participantes a vivência do trabalho com problemas e situações-problemas, para que eles pudessem resolvê-los (*Resolução de Problemas no 1º grau* – GERP) e conhecerem situações que favorecessem o desenvolvimento de tópicos matemáticos, possibilitando análise e discussões para o grupo participante (MC 59).

Já nas comunicações prevalece o objetivo de relatar experiências vivenciadas com a aplicação dessa metodologia de ensino com diferentes conteúdos e com diferentes níveis de ensino. Porém, é notório que essas ações são pontuais, desenvolvidas em contextos de aplicações e não faziam parte do dia a dia de sala de aula, sendo a maioria delas desenvolvidas com alunos em processo de escolarização básica.

Ademais, é importante destacar que na CC49, durante o segundo ENEM em 1988, ocorre um trabalho com professores que, além de empregar o viés metodológico, faz utilização da formulação de problemas, tendência essa que, atualmente, se faz presente em diversos trabalhos que abordam a Resolução de Problemas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mesmo se tratando de uma pesquisa inicial, considerando que nossos dados se baseiam nos anais das cinco primeiras edições dos ENEMs, é importante o destaque do tema Resolução de Problemas em suas diferentes vertentes, nas edições iniciais

dos encontros, apontando que essa tendência da Educação Matemática se faz presente e já foi investigada por diferentes pesquisadores da área, desde 1987. Percebemos que a preocupação com a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, o *através*, é forte no programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro, pois dos 7 trabalhos nessa vertente, 5 são oriundos de alunos da UNESP, sendo 4 relacionados à pós-graduação.

Esse fato ocorre pelo contato de professores-pesquisadores desse programa, como Lourdes de La Rosa Onuchic e Luiz Roberto Dante, pioneiros no trabalho com a Resolução de Problemas no Brasil, com pesquisadores/grupos de pesquisas americanos, berço do desenvolvimento das pesquisas sobre essa temática.

Ademais, mesmo com poucas informações nos resumos dos trabalhos e outros apenas com títulos, é notória uma ênfase na exploração do viés *para* (25), no qual o foco é a formação de resolvedores de problemas diversos, com base na proposta de heurística defendida por Pólya, com a utilização das etapas propostas defendidas por ele: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e visão retrospectiva. Os trabalhos no viés *sobre* (5), ensinar sobre a resolução de problemas, podem explorar o viés *para* e também o *através*, foi explorado em quantidade inferior as outras duas dimensões da resolução de problemas nessas 5 edições do ENEM.

REFERÊNCIAS

BERTONI, N. E. História da SBEM Sociedade Brasileira de Educação Matemática. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Recife-PE. **Anais**... Recife, 2004.

CAMPOS, T. M. M. História da SBEM. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Recife-PE. **Anais**... Recife, 2004.

D'AMBROSIO, U. Prefácio. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Orgs.). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

Eves, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas, Editora da UNICAMP, 2004.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2016.

KILPATRICK, J. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico. **Revista Zetetiké**, Campinas, v. 4, n. 5, p. 99 - 120, jan./jun, 1996.

LINS, R. C. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM): de 1986 a 2004, e além. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Recife-PE. **Anais**... Recife, 2004.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. Métodos específicos das ciências sociais. In: MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, pp.88-95, 2016.

MORAIS, R. S. **O processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma Temática da pesquisa em Educação Matemática – um inventário a partir de documentos dos ICMEs**. Tese. UNESP, Rio Claro, 2015.

MUNIZ, N. C. **Relatos de memórias**: a trajetória de 25 anos da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (1988-2013). São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. Rio Claro: UNESP. Cap. 12. p. 199-218, 1999.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES NO LIVRO DE MATEMÁTICA MODERNA DE AGRÍCOLA BETHLEM (1969)

Célio Moacir dos Santos [450]

RESUMO

O trabalho se baseia em estudos referentes à história de um conteúdo escolar de Chervel (1990) e na análise de conteúdo de Laurence Bardin (2011). Este estudo, que se enquadra no campo da História da Matemática: ensino de matemática apresenta uma descrição e análise do tópico sistemas de equações lineares no livro "Matemática Moderna – 2ª série ginasial" de Agrícola Bethlem, publicado em 1969. Constatou-se que, em relação ao tópico analisado, o autor atendia os pressupostos defendidos pelo Movimento da Matemática Moderna que, se fez presente no Brasil no final dos anos 50 e início dos anos 60. Identifica-se no texto uma linguagem que não disfarça seu formalismo tendo a presença da Teoria de Conjuntos como sendo uma das características marcantes no tópico estudado.

Palavras-chave: Sistemas lineares. Livro didático. História das disciplinas escolares.

INTRODUÇÂO

Os sistemas de equações lineares fazem parte dos programas escolares no Brasil. Identificamos que esse conteúdo comparece desde os povos da antiga Babilônia, que resolviam problemas que poderiam ser equacionados por sistemas de equações do primeiro grau.

[450] Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo / SEDU-ES . moacircelio@yahoo.com.br

Realizamos uma investigação objetivando verificar como era apresentado o conteúdo sistemas de equações do 1º grau com duas equações e duas incógnitas nos livros didáticos de Matemática e Álgebra publicados entre 1930 e 1970. Neste artigo, trazemos um recorte deste estudo, focalizando o livro *Matemática Moderna,* de Agrícola Bethlem, lançado em 1969. Nosso estudo se insere no campo da História da Matemática, situando as questões da história de um conteúdo escolar (CHERVEL, 1990), ao investigarmos os sistemas lineares como um conteúdo escolar relativo às questões do seu ensino.

Ao pesquisarmos o livro didático entendemos que,

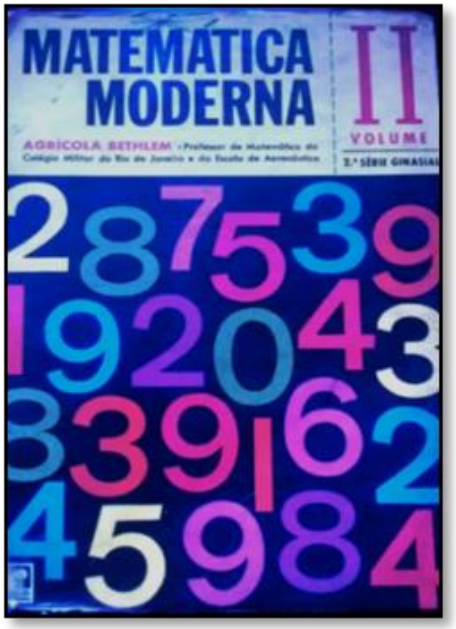
> o livro didático é, em primeiro lugar, o portador dos saberes escolares, um dos componentes explícitos da cultura escolar. De modo geral o livro didático é a transcrição do que era ensinado, ou que deveria ser ensinado, em cada momento da história da escolarização. (MUNAKATA, 2016, p.123).

A obra de Bethlem foi lançada em um período importante da matemática, o Movimento da Matemática Moderna, que impuseram mudanças substantivas para o ensino dos saberes dessa disciplina.

O LIVRO MATEMÁTICA MODERNA DE AGRÍCOLA BETHLEM: primeiras impressões

O livro Matemática Moderna, de Bethlem, é datado de 1969, publicado pela Distribuidora Record, situada no Rio de Janeiro, possui 143 páginas numeradas e uma capa bastante colorida.

FIGURA 1 – CAPA DO LIVRO MATEMÁTICA MODERNA
2ª SÉRIE GINASIAL – VOLUME 2



Fonte: Bethlem (1969)

Agrícola Bethlem se graduou engenheiro e bacharel em Matemática e Ciências Físicas, foi por muitos anos professor do Colégio Militar do Rio de Janeiro. Esse autor publicou várias obras:

- Exercícios de Mathematica;
- Curso de Mathematica (5 volumes - Primeira à Quinta Séries Ginasiais antigas);
- Arithmética;
- Licções de Cálculo Diferencial e Integral;
- Matematica Moderna (4 volumes - Primeira à Quarta Séries Ginasiais modernas).[451]

O professor Wilson Choeri foi quem escreveu o prefácio, colocando-o em lugar de destaque entre os livros da Matemática Moderna. “É um livro ímpar na constelação de livros de Matemática Moderna que aparecem, ùltimamente, no Ensino da Matemática, daí recomendamos a sua leitura a professores e alunos.” (BETHLEM, 1969, prefácio, p. 10).

[451] Nessa coleção está sendo analisado o segundo volume – 2ª Série Ginasial.

No prefácio encontramos uma ideia de que o livro é de fácil compreensão, com uma linguagem acessível a todos os alunos, mas não deixando de atender as exatidões que a matemática exige. O autor relata a importância dos exercícios propostos pelo livro e que para a realização dos mesmos encontram-se os exemplos para uma melhor compreensão. “Os exemplos objetivam e esclarecem as noções apresentadas.” (BETHLEM, 1969, prefácio, p. 10).

Uma das principais inciativas do Movimento da Matemática Moderna era o de fazer uma reforma nos programas de Matemática utilizando em grande parte a Teoria de Conjuntos.

> um acontecimento que marcou a história da Educação Matemática e provocou mudanças significativas nas práticas escolares foi o Movimento da Matemática Moderna. Desencadeado em âmbito internacional, esse movimento atingiu não somente as finalidades do ensino, como também os conteúdos tradicionais da Matemática, atribuindo uma importância primordial à axiomatização, às estruturas algébricas, à lógica e aos conjuntos. (PINTO, 2008, p.2).

Ao analisarmos esse livro, primeiramente procuramos sinalizar características peculiares a esse movimento, já que o livro está inserido nesse meio e o próprio título faz alusão ao termo “moderna”.

Ao analisarmos capítulos anteriores ao conteúdo de sistemas, percebemos que a linguagem de conjuntos vai se acentuando. Especificamente, no capítulo III, são estudados, com mais propriedade, outros tipos de conjuntos e novas simbologias. Chamamos a atenção no que o autor traz como um subtítulo, as “Preliminares”. Nesse item, é trabalhado com mais rigor as definições oriundas da linguagem de conjuntos; como se fosse um dicionário com significados de vários termos dessa teoria.

> As idéias ou pensamentos são traduzidos em *linguagem corrente* por meio de asserções escritas ou orais. *Essas asserções, por isso representam* um pensamento completo. Em Matemática essas asserções utilizam *símbolos* ou *sinais* e, por isso mesmo, constituem a *linguagem matemática*. (BETHLEM, 1969, p.102, grifo do autor).

ABORDAGEM METODOLÓGICA

Para legitimar a nossa pesquisa utilizaremos como referencial metodológico e como meio de sistematização, a Análise de Conteúdo, pautando-nos em Laurence Bardin. Para esta autora, a Análise de Conteúdo significa:

> Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando a obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (BARDIN, 2011, p. 47).

Entendemos que, a Análise de Conteúdo é um conjunto de instrumentos metodológicos que está sempre em progresso. Há uma grande utilização de técnicas na tentativa de garantir excelência na interpretação. Essa análise é pautada no rigor da subjetividade, ou seja, algo que varia de acordo com o julgamento de um indivíduo, com a objetividade de um resultado, uma avaliação imparcial, independente de preferências individuais. Em nossa pesquisa sobre os sistemas de equações de primeiro grau, realizamos uma categorização prévia do tipo “caixas”, pois consideramos algumas categorias como ponto inicial para a pesquisa e, ao mesmo tempo em que realizávamos a leitura do livro didático, elaboramos as especificidades integrantes de cada categoria e as mudanças para a adaptação na própria categorização.

Os elementos examinados em cada livro foram:

- definições sobre o conteúdo de Sistemas de Equações Lineares do Primeiro Grau;
- métodos de resolução;
- exercícios/problemas;
- abordagem histórica;

O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA NO BRASIL

Encontramos nas pesquisas de Dassie, Costa e Carvalho (2014) que o Movimento da Matemática Moderna se fez presente no Brasil no final dos anos 50 e início dos anos 60, porém, com uma maior acentuação, após 1960.

> Nas décadas de 1960 e 1970, o Brasil, aderiu à Reforma da Matemática Moderna, uma das principais reformas educacionais do século XX. Ainda hoje se sentem as decorrências destas reformas, que modificaram profundamente a matemática escolar. Grupos de estudos foram criados, novos livros didáticos foram produzidos na intenção de divulgar as novas ideias [...]. Vivia-se a grande novidade a Matemática Moderna. (DASSIE; COSTA; CARVALHO, 2014, p.364).

França (2016) afirma que o Movimento da Matemática Moderna constituiu-se em

> um conjunto de ações ocorridas em grande parte do mundo, originadas pelo descompasso entre o desenvolvimento da disciplina Matemática e o ensino. Foram muitas as propostas de mudanças divulgadas, sobretudo na década de 1960. Os adeptos, de um modo geral, objetivavam modernizar o ensino, alterando e atualizando os conteúdos e métodos, incentivando a participação de professores em eventos nos quais se discutia o tema. (FRANÇA, 2016, p. 406).

Para Pinto (2008) o Movimento da Matemática Moderna apresenta-se, para os alunos, mais como sendo um agrupamento de novos dispositivos e nomenclaturas e significados conceituais, uma matemática abstrata e desligada da realidade.

Com esse movimento, os livros didáticos sofreram mudanças significativas, integrando uma axiomatização e estruturação algébrica, com uma forte predominância da Teoria de Conjuntos. A análise do livro de Bethlem irá constatar essa afirmação.

A ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO

Considerando o nosso assunto, sistema de equações, destacaremos algumas definições que consideramos primordiais utilizadas no livro (quadro 1). Esses termos podem ter influenciado outras obras vindas a *posteriori*, principalmente, no que tange

às respostas dadas as atividades do tema em análise. Esses termos comparecem em exemplos e exercícios do assunto de sistemas de equações.

QUADRO 1 – Definições sobre teoria de conjuntos no livro de Bethlem (1969)

As definições de Bethlem relacionado a teoria de conjuntos	
Conjunto universo	"O conjunto dos números entre os quais se deve selecionar o que colocado no lugar da variável (x) torna *verdadeira* a sentença *aberta* denomina-se *conjunto universo*. Representamos este conjunto por U." (BETHLEM, 1969, p.106, grifo do autor)
Conjunto verdade	"O conjunto de elementos de U que torna a sentença *aberta* verdadeira é denominado *conjunto verdade* ou conjunto solução o qual se representa por V." (BETHLEM, 1969, p.106, grifo do autor)
Conjunto vazio	Nesse caso podemos dizer que não há solução, a representação utilizada pelo autor é a utilização das simbologias "...conjunto verdade ou V={ } ou Ø, vazio..."(BETHLEM, 1969, p.107)

Fonte: Santos e Zuin (2017, p. 121)

Nesse livro, apresenta-se para equações e também para sistemas de equações sem solução, as respostas V={ } ou Ø, ou seja a nova simbologia dentro da teoria de conjuntos. Para um melhor endossamento sobre essa questão, mostraremos a seguir um exemplo utilizado pelo Bethlem. Em seu livro, esse é o primeiro exemplo que elucida essa característica. Dentro de um conjunto de números inteiros, Conjunto Universo $\boldsymbol{U}$, é estabelecido um exemplo com uma sentença aberta, em que se deve encontrar o valor numérico que substitui a variável $\boldsymbol{x}$. É estabelecido um conjunto $\boldsymbol{U}$ com os valores $\{0,1,2,3,4,5,6,7,\dots\}$ e uma sentença aberta $\boldsymbol{x+8=5}$, sendo que o valor que torna a sentença verdadeira é $\boldsymbol{V=\{\quad\}}$ $\boldsymbol{ou}$ $\boldsymbol{V=\emptyset}$. (BETHLEM, 1969, p.107).

Confirmamos a importância que é dada a Teoria de Conjuntos ao observarmos como eram tratadas as definições sobre o assunto de sistemas, observou que estas, se encontram vinculadas à linguagem de conjuntos. Podemos inferir que todas as definições apresentadas nesse assunto servem de sustentação para abordagens futuras, sempre no sentido de substanciar elementos para ampliar os conhecimentos

dessa linguagem matemática. Para Santos e Zuin (2017) as definições, simbologias e rigor, aos olhos dos defensores da Matemática Moderna, eram vistas como o início de um processo para uma nova estruturação da Matemática, desencadeando ou, pelo menos, tentando tornar o raciocínio matemático mais amplo e com uma linguagem mais acessível à população.

QUADRO 2 – Definições sobre sistemas

Definições sobre sistemas	
Problema indeterminado	"...problema que comporta mais de uma solução..." (BETHLEM, 1969, p.131)
Resolução de um Sistema de Equações	"...consiste em achar o conjunto verdade $V = V_1 \cap V_2$ $(V_1 \, inter \, V_2)$. " (BETHLEM, 1969, p.132)
Grafo	"...conjunto de pares ordenados..." (BETHLEM, 1969, p.133) Temos outra maneira de definir um grafo. "$\{u = (x, y; x, y \in Q_r\}$" (BETHLEM, 1969, p.135)
Sistema com infinitas soluções	"Um *sistema* de duas equações lineares que diferem por um fator numérico, têm o mesmo conjunto verdade e consequentemente uma infinidade de soluções. " (BETHLEM, 1969, p.138, grifo do autor)

Fonte: Santos e Zuin (2017, p.122)

As definições presentes no quadro estão relacionadas à linguagem de conjuntos que, como já mencionamos, é uma linguagem marcante para o período. Logo de início, o autor indica que resolver um sistema de equações é simplesmente encontrar o *conjunto verdade.*

Soares (2005) relata que essa ênfase dada à Teoria dos Conjuntos, se fundamentava no fato de que esse conceito era a base para o agrupamento com outros tópicos da Matemática. Dessa forma, quando mais cedo o aluno tivesse contato com esse tipo de simbologia, mais cedo ele conseguiria realizar essa unificação com os outros ramos dessa disciplina.

Em se tratando dos métodos de resolução de problemas e, especificamente, para se resolver sistema de equações do 1º grau, percebemos que, no livro em análise, o autor optou por não utilizar ou distinguir métodos de resolução.

Bethlem inicia o assunto de sistemas com um problema que, segundo o autor, remete ao cotidiano. Essa equação apresenta duas quantidades desconhecidas, sendo necessário apresentar duas variáveis, x e y. “Ernani entrou em uma loja e comprou três camisas de mesmo preço unitário e duas gravatas, também, de mesmo preço unitário, tudo por NCr$ 62,00.”(BETHLEM, 1969, p. 130).

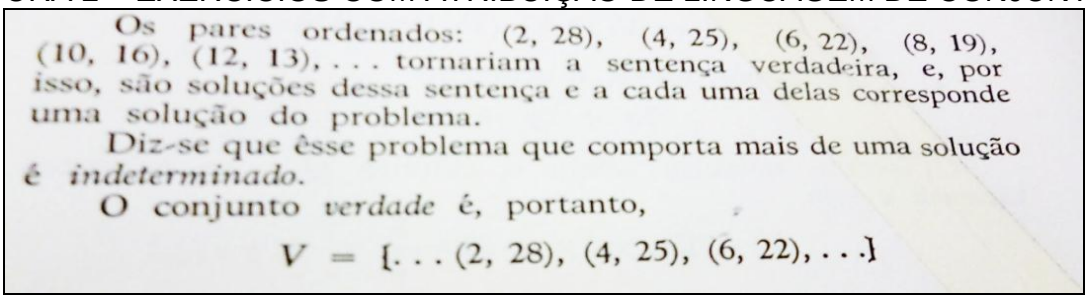
$$3x + 2y = 62$$

As duas quantidades desconhecidas representaremos por:

$$x \rightarrow camisas$$
$$y \rightarrow gravatas$$

Utiliza-se o conjunto dos números racionais como conjunto universo para as possíveis soluções da equação. São atribuídos valores para a variável x e encontrados valores correspondentes para y (figura 2). Nesse caso, a ideia de infinidade de soluções é mencionada e lhe é conferido uma representação utilizando a linguagem de conjunto para expressar essas quantidades infinitas (figura 3).

FIGURA 2 – EXERCÍCIOS COM ATRIBUIÇÃO DE LINGUAGEM DE CONJUNTOS



Os pares ordenados: (2, 28), (4, 25), (6, 22), (8, 19), (10, 16), (12, 13), . . . tornariam a sentença verdadeira, e, por isso, são soluções dessa sentença e a cada uma delas corresponde uma solução do problema.

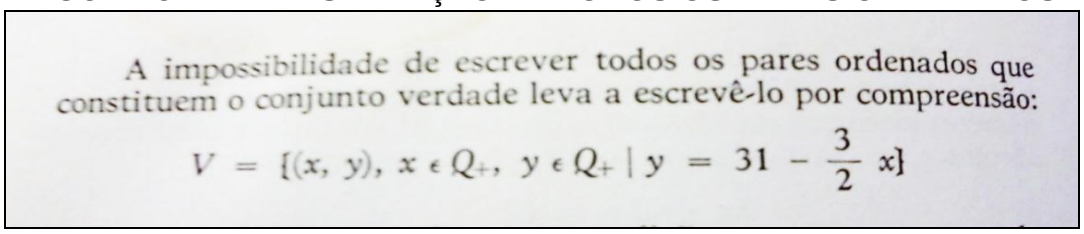
Diz-se que êsse problema que comporta mais de uma solução é *indeterminado*.

O conjunto *verdade* é, portanto,

$$V = \{\ldots (2, 28), (4, 25), (6, 22), \ldots\}$$

Fonte: Bethlem (1969, p.131)

FIGURA 3 – REPRESENTAÇÃO DE TODOS OS PARES ORDENADOS



A impossibilidade de escrever todos os pares ordenados que constituem o conjunto verdade leva a escrevê-lo por compreensão:

$$V = \{(x, y),\ x \in Q_+,\ y \in Q_+ \mid y = 31 - \frac{3}{2}x\}$$

Fonte: Bethlem (1969, p.132)

A esse exemplo é estabelecido mais uma nova condição, “...o preço de uma gravata adicionado ao de uma camisa é igual a NCr$ 23,50” (BETHLEM, 1969, p.132). Tornando assim o problema determinado com a utilização de mais uma sentença.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 62 \\ x + y = 23{,}5 \end{cases}$$ (BETHLEM, 1969, p.132)

O livro menciona um ponto importante e que mais uma vez evidencia a presença de uma nova simbologia, expressando a solução em notação de conjuntos. O conjunto verdade das duas sentenças, $V_1 e\, V_2$, são os pares ordenados que tornam simultaneamente as duas equações verdadeiras.

$$V = V_1 \cap V_2$$ (BETHLEM, 1969, p.132)

Na resolução do sistema, Bethlem, utiliza-se de tentativas, não especificando nenhum método de resolução. Existe, também, a definição de relação binária, que dá origem ao grafo e, posteriormente, ao plano cartesiano. Inferimos que todo esse caminho, trilhando pelo autor, era com o propósito de se chegar à visualização da solução de um sistema de equações por meio de um gráfico ou *grafo*, como mencionado pelo autor.

O autor prossegue com a resolução do sistema, contudo, ele não nomeia qual método é utilizado. Observando a maneira como é descrito no livro, percebemos que o método é o de comparação, que já foi apresentado em livros analisados anteriormente.

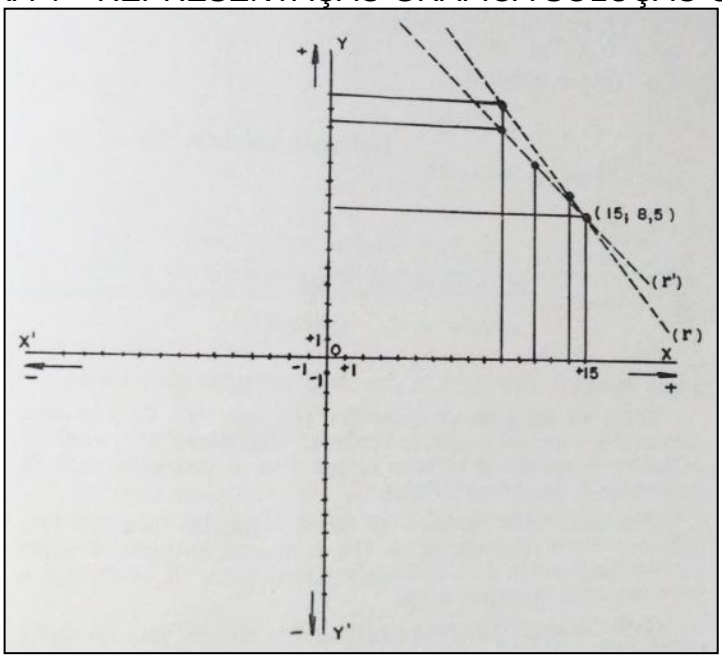
$$\begin{cases} 3x_1 + 2y_1 = 62 \\ x_1 + y_1 = 23{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = 31 - \frac{3}{2}x_1 \\ y_1 = 23{,}5 - x_1 \end{cases}$$ (BETHLEM, 1969, p.136)

Encontramos como respostas $x_1 = 15\ e\ y_1 = 8,$ ou expressando o resultado na linguagem de conjuntos $V = \{(15;8{,}5)\}$.

Um aspecto muito importante é que, o autor trata a solução desse sistema em termos geométricos (figura 4), o que possibilitaria uma melhor visualização do significado da resposta e, consequentemente, uma aprendizagem mais eficaz.

FIGURA 4 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA SOLUÇÃO ÚNICA



Fonte: Bethlem (1969, p.137)

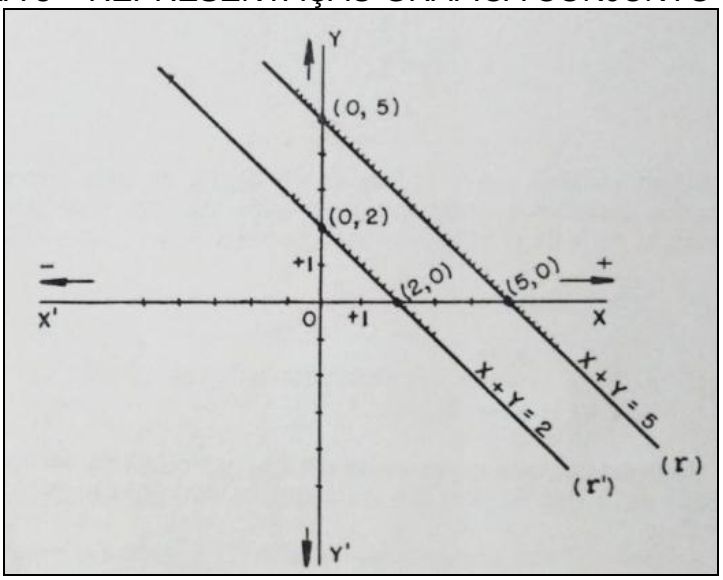
O autor enfatiza como é importante tratar da solução de sistemas de equações atrelada com sua representação gráfica.

> Os *sistemas de equações* e as inequações são estudadas objetivamente. A representação gráfica das soluções esclarecem às dúvidas que perduram na solução analítica. Através de exemplos bem escolhidos faz a fixação da aprendizagem procurando ampliar os hábitos de raciocínio e de abstração (BETHLEM, 1969, prefácio, p. 10, grifo nosso).

Em outro exemplo, verifica-se que o autor tem a preocupação de informar que um sistema não tem solução não recorrendo apenas da forma algébrica, mas tratando da forma geométrica a solução.

No sistema $\begin{cases} \mathbf{x+y=2} \\ \mathbf{x+y=5} \end{cases}$ $\mathbf{(p.140)}$, Bethlem elucida, com mais veemência, a sua solução impossível (figura 5), utilizando um gráfico com retas paralelas, apresentando como solução o conjunto vazio $\mathbf{V = \emptyset}$.

FIGURA 5 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA CONJUNTO VAZIO



Fonte: Bethlem (1969, p. 140)

Quando analisamos os exercícios/problemas percebemos que Bethlem vem com uma proposta diferenciada. Ao final do capítulo, do tópico sobre sistema de equações, temos dois momentos, o primeiro, com um total de dez exercícios, sem respostas e, um segundo, com mais dez problemas, esses por sua vez, todos com respostas. Para os primeiros exercícios, há um enunciado com uma indicação: “Diga, sem resolver, se os sistemas de equações seguintes, têm uma solução, uma infinidade de soluções ou não tem solução.” (BETHLEM, 1969, p.142). Ainda, nesse primeiro momento, o autor pede o conjunto verdade de cada exercício juntamente com seu gráfico, ou seja, o estudante precisa dizer o tipo de solução e representá-lo graficamente (figura 6).

FIGURA 6 – EXERCÍCIO SOBRE SISTEMA

Diga, sem resolver, se os sistemas de equações lineares seguintes, têm uma solução, uma infinidade de soluções ou não têm solução.

Aponte em cada caso o conjunto-verdade e represente o *grafo:*

1) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + 4y = 7 \end{cases}$ (conjunto universo $Q_R \times Q_R$ ou Q_R^2)

Fonte: Bethlem (1969, p.142)

Já com relação ao aspecto histórico o livro não faz alusão a esse tipo de abordagem em se tratando do assunto de sistema de equações ou de nenhum outro conteúdo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em seu livro “Matemática Moderna 2ª série ginasial - Volume 2”, de 1969, Bethlem apresenta uma linguagem que não disfarça o formalismo, tendo a presença da linguagem de conjuntos como sendo uma das características marcantes. Essa particularidade da Teoria de Conjuntos presente no livro está relacionada com as influências vivenciadas pelos autores no período do Movimento da Matemática Moderna.

Verifica-se a presença da menção à geometria atrelada aos sistemas lineares. Elencamos essa importância de se trabalhar com a resolução gráfica do conteúdo, pois em muitos dos livros analisados, anteriores a esse, essa parte gráfica não era tratada pelos autores.

A inclusão de problemas ligados ao cotidiano, buscando uma aplicação do conteúdo e uma contextualização era observada, juntamente com enunciados que, estimulavam o leitor a pensar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Lisboa, Portugal; Edições 70, LDA, 2011.

BETHLEM, Agrícola. **Matemática Moderna**. 2ª série ginasial. Rio de Janeiro: Editora Record, 1969.

CHERVEL, Andre. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria e Educação**. Porto Alegre, n º 2, p. 177-229, 1990.

DASSIE, Bruno Alves; DA COSTA, Letícia Maria Ferreira; DE CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes. As primeiras experiências do Movimento da Matemática Moderna no Colégio de São Bento do Rio de Janeiro. **Revista HISTEDBR On-line**, v. 14, n. 60, 2015.

FRANÇA, Denise Medina. Como ensinar matemática nos primeiros anos escolares em tempos do Movimento da Matemática Moderna? **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 16, n. 48, p. 403-422, maio/ago. 2016.

MUNAKATA, Kazumi. Livro didático como indício da cultura escolar. **Revista História da Educação**, v. 20, n. 50, p. 119-138, 2016.

PINTO, Neuza Bertoni. Marcas e implicações da Matemática Moderna nas práticas escolares. **Revista Educação e Linguagem**, v. 2, p. 1-15, 2008.

SANTOS, Moacir Célio dos; ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Sistemas de equações lineares:** uma análise de livros didáticos publicados no Brasil (1930 a 1970). 2017. 2016f. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

SOARES, Flávia dos Santos. A divulgação da matemática moderna na imprensa periódica. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2005, Porto. **Anais**... Porto, Portugal: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 2005.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

TIPOLOGIA E FUNCIONALIDADE DAS ILUSTRAÇÕES DE MANUAIS ESCOLARES DO CURSO PRIMÁRIO PRODUZIDOS NO PARÁ DURANTE A PRIMEIRA REPÚBLICA BRASILEIRA

Marcos Fabrício Ferreira Pereira[452]

RESUMO

O crescimento do mercado editorial brasileiro no período da primeira república elevou a preocupação com a modernização da produção gráfica, fazendo com que, sobretudo, as ilustrações se transformassem em um poderoso recurso de comunicação, visando a melhor comercialização do produto. Assim, este artigo tem como objetivo identificar os tipos e as funções das ilustrações presentes nos manuais escolares de matemática do curso primário produzidos no Pará durante o período da primeira república brasileira. Foram analisados dos manuais de Geometria e para a classificação das ilustrações constantes nos manuais foi utilizado o modelo proposto por Vézin, J. (1986) e Vézin, L. (1986). Quanto aos tipos de ilustrações, predominam os esquemas e croquis. Já em relação às funções, enquanto que no manual *Geometria Primária* predominam as ilustrações cuja única função é apresentar conceitos geométricos, no manual *Geometria Prática*, as ilustrações com que permitem a visualização de um processo ou mecanismo, são mais recorrentes. Em ambos os livros, as ilustrações se mostram essências para a aprendizagem dos conceitos geométricos circunscritos.

Palavras-chave: História da Educação Matemática. Manuais Escolares. Ilustrações.

[452] Universidade Federal do Pará (UFPA). marcosfabriciofp@gmail.com.

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa intitulada “tipologia e funcionalidade das ilustrações de manuais escolares do curso primário produzidos no Pará durante a primeira república brasileira”, trata-se de um estudo sobre as diferentes tipos e funções de ilustrações presentes nos manuais escolares produzidos no Pará durante o período da primeira república brasileira.

A motivação para a escolha de um tema que utiliza manuais escolares[453] como finte de pesquisa que tema se deu pela participação em grupos de pesquisa[454] que se dedicam em estudos sobre Educação Matemática, mais precisamente sobre a História da Matemática em suas diferentes abordagens.

Mendes (2012) identifica três subáreas de pesquisas em História da Matemática: História e Epistemologia da Matemática, História e Pedagogia da Matemática e História da Educação Matemática, a qual tenho me dedicado com mais afinco.

As pesquisas brasileiras atribuídas à História da Educação Matemática (HEM) têm se difundido amplamente nos últimos vinte anos, envolvendo histórias do currículo de matemática escolar, dos conteúdos que o compõe, dos materiais que foram e/ou são usados para a prática escolar de tais conteúdos, da formação dos professores que os ensinam, e da própria disciplina escolar matemática, como afirmam Brito e Miorim (2016).

Nesse sentido, Garnica e Souza (2012), destacam que o diálogo entre História, Educação e Matemática promovido pela HEM visa compreender as permanências e alterações nas práticas relativas ao ensino e à aprendizagem de Matemática; dedicando-se a estudar como as comunidades se organizavam para produzir, usar e compartilhar conhecimentos matemáticos e como, afinal de contas, as práticas do

[453] O termo “manuais escolares” para conceituar os livros, objetos desta pesquisa, por considerar ser um termo de uso geral na concepção da História Cultural.
[454] Grupo de Estudos e Pesquisa em História e Ensino de Matemática (GEHEM/UFPA), Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia (GHEMAZ/UEPA) e Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM/UECE).

passado podem – se é que podem – nos ajudar a compreender, projetar, propor e avaliar as práticas do presente.

A busca por fontes para a realização de pesquisas em HEM permitiu um contato com acervos de várias bibliotecas, dentre as quais destaco a Biblioteca Fran Pacheco do Grêmio Literário Português, localizada em Belém-PA e a biblioteca da Sociedade Beneficente e Literária Cinco de Agosto (SBLCA), localizada em Vigia – PA, onde foram encontrados exemplares de manuais escolares, utilizados para o ensino de matemática, no final do século XIX e início do século XX.

De posse dos manuais escolares, o passo seguinte foi buscar referenciais teórico-metodológicos que pudessem dar o aporte necessário para as pesquisas a serem realizadas. Segundo Valente (2015), o manual escolar, numa perspectiva da História Cultural, que até pouco tempo atrás era considerado uma literatura completamente descartável, de segunda mão, tornou-se uma preciosa fonte para a escrita da História dos saberes escolares. Assim, surgem algumas questões quanto ao processo de seleção de manuais, os critérios para lê-los, a metodologia a ser utilizada e o caminho a ser percorrido para a construção da HEM.

Para Brito e Miorim (2016) as pesquisas em HEM podem ser enquadradas em pelo menos um de cinco eixos temáticos, elencados por elas, a saber: História de formação de professores de matemática; Histórias de mudanças curriculares, métodos e práticas de ensino da matemática; História de conteúdos e de disciplinas escolares em diferentes níveis de ensino; História de grupos culturais ou comunidades de prática envolvidos com educação matemática e História de artefatos didáticos relacionados ou dirigidos à educação matemática, sendo esse último, o eixo no qual essa proposta está inserida, o eixo que investiga a História de manuais escolares, revistas de educação matemática; jogos de ensino; materiais didáticos; produtos midiáticos e tecnológicos; História da produção científico-acadêmica em educação matemática.

Nesta pesquisa utilizeio manual escolar como fonte de pesquisa e considerando para isso que tais manuais estão intimamente ligados ao processo de desenvolvimento do ensino da matemática escolar no Brasil, haja vista que as aulas, ou os cursos, de matemática sempre se demonstraram dependentes dos manuais escolares, como afirma Valente (2008).

Deste modo, as primeiras pesquisas realizadas, com colaboração de outros autores, no acervo da SBLCA foram sistematizadas em dois artigos, o primeiro intitulado “A presença (ou não) do método intuitivo no livro *Arithmetica Pratica* (1908) de Manoel Evaristo Ferreira”, como o próprio título sugere, investigou a presença do método intuitivo de Calkins em um manual escolar produzido por um professor da referida sociedade e publicado no Boletim Cearense de Educação e História da Matemática (BOCEHM), o segundo intitulado “Saberes geométricos para ensinar geometria prática” buscou identificar os saberes necessários para ensinar geometria a partir do manual *Geometria prática*, tendo sido apresentado e posteriormente publicado nos anais do IV Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática (ENAPHEM).

A pesquisa de Pereira (2017) pôde verificar, através de consultas com alunos e professores da Educação Básica, que o manual escolar ainda é uma das únicas (ou única) ferramentas metodológicas utilizadas pelos professores durante as aulas de matemática, evidenciando uma dependência de um curso de matemática aos manuais escolares.

No entanto, Valente (2008) afirma que essa dependência ocorreu desde as primeiras aulas que deram origem à matemática hoje ensinada na escola básica. Assim, desde os seus primórdios, ficou assim caracterizada, para a matemática escolar, a ligação direta entre manuais escolares e o desenvolvimento de seu ensino no país.

Talvez seja possível dizer que a Matemática se constitua na disciplina que mais tem a sua trajetória histórica atrelada aos manuais escolares. Das origens de seu ensino como saber técnico-militar, passando por sua ascendência, a saber de cultura geral escolar, a trajetória histórica de constituição e desenvolvimento da matemática escolar no Brasil pode ser lida nos manuais escolares. Com isso, o processo de constituição da matemática escolarizada no Brasil, pode ser construído a partir dos referidos manuais.

Assim, os saberes que compõe um manual escolar, em particular os saberes elementares matemáticos, podem contribuir para a escrita da História da disciplina escolar, para a qual ele se apresenta como um representante do que se deve ensinar

e, por vezes, também integram, no seu corpus, orientações direcionadoras do processo de ensino, como aponta Choppin (2009).

Como mencionado anteriormente, as pesquisas já realizadas por mim em parceria de outros autores, se propuseram a analisar a presença do Método Intuitivo e a identificação de saberes para ensinar geometria. Após assistir a palestra *Les Illustrations pour montrer des savoirs mathématiques. Deux exemples dans des manuels scolaires anciens en arithmétique et en travaux manuels* proferida pelas professoras Valérie Legros e Claudia Frizzarini, pude perceber um novo olhar sobre o material à minha disposição.

Assim, realizei nesta pesquisa um estudo sobre os tipos e funções das ilustrações presentes nos manuais escolares do ensino primário produzidos no Pará durante o período da primeira república brasileira.

Frente ao que fora exposto, coloco-me diante da seguinte questão: Quais os tipos e funções das ilustrações presentes nos manuais escolares de matemática do curso primário produzidos no Pará durante a primeira república brasileira.

Para respondê-la, este estudo tem como objetivo identificar os tipos e as funções das ilustrações presentes nos manuais escolares do curso primário produzidos no Pará durante o período da primeira república brasileira

APORTE TEÓRICO-METODOLÓGICO

Nesta pesquisa, adotei os tipos de pesquisa Bibliográfica e Documental. Segundo aponta Gil (2008) a pesquisa bibliográfica “é desenvolvida com base em materiais já elaborados, constituído principalmente de livros e artigos científicos”. Mesmo sendo muito parecida com a pesquisa bibliográfica, a pesquisa documental se distingue pela natureza das fontes. Enquanto na pesquisa bibliográfica são utilizadas fundamentalmente contribuições dos diversos autores sobre determinado assunto, a pesquisa documental se vale de materiais que não recebem ainda um tratamento analítico.

Assim, opto pela pesquisa bibliográfica e documental para esta pesquisa, focando principalmente na análise de manuais escolares do curso primário produzidos no Pará no período indicado.

O recorte temporal desta pesquisa deve-se ao período da Primeira República no Brasil, período profícuo de reformas no âmbito da educação e de grande produção e circulação de manuais escolares e, também pelo fato dos manuais escolares produzidos no Pará, encontradas no âmbito da pesquisa, se enquadrarem neste marco temporal. O recorte privilegiou o Estado do Pará como lócus de pesquisa, por este ser o local de minha vivência e formação enquanto pesquisador e professor de Matemática.

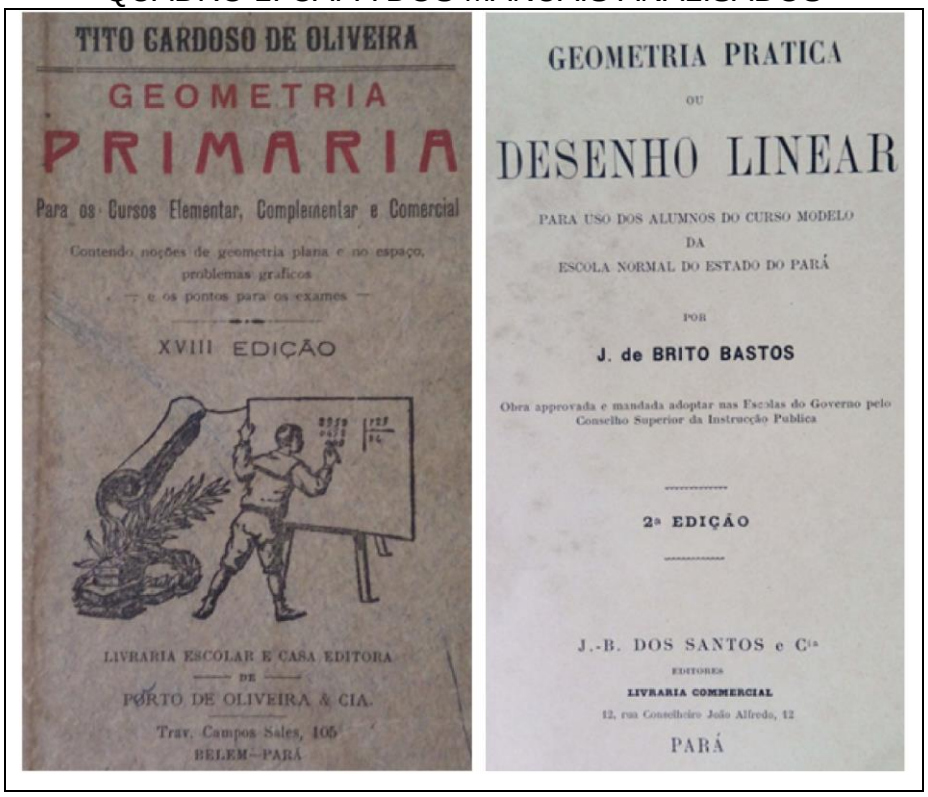
Para alcançar o objetivo proposto nesta pesquisa, norteados pela questão de pesquisa realizamos inicialmente uma busca por fontes para o desenvolvimento da pesquisa nos acervos de bibliotecas, arquivo público do estado do Pará, repositório virtual do GHEMAT e exemplares existentes em acervos particulares, sendo considerados os manuais escolares do curso primário produzidos no Pará durante o período da primeira república. Também realizamos uma revisão bibliográfica dos estudos que foram desenvolvidos sobre Educação Primária no Pará, com o intuito de encontrar pesquisas que possam corroborar com a descrição do contexto histórico paraense, no período de descrito nesta proposta.

Nesse sentido, Garnica e Souza (2012) afirmam que o exercício historiográfico, fica enriquecido quando são mobilizados, de forma articulada, o maior número e tipos de fontes possíveis. Entretanto, esse exercício não se dá em busca de estabelecimento de uma verdade única e inquestionável. Estudos dessa natureza trazem à tona resquícios de experiências ressignificadas pela lembrança de quem às relatou, no passado (em atas, diários de classe, etc.) ou no presente (em entrevistas, por exemplo), e a partir deles podemos produzir significados às práticas, às quais meu interesse se dirige.

O número elevado de manuais escolares encontrados fizeram com que optássemos pela escolha dos manuais de Geometria e Desenho, a saber: *Geometria Primária para os cursos Elementar, Complementar e Comercial* de autoria de Tito Cardoso de Oliveira, e *Geometria Prática ou Desenho Linear para uso dos alumnos do*

curso modelo da Escola Normal do Estado do Pará de J. de Brito Bastos, aos quais vou me referir como *Geometria Primária* e *Geometria Prática,* respectivamente (capas representadas na figura 1).

QUADRO 1: CAPA DOS MANUAIS ANALISADOS



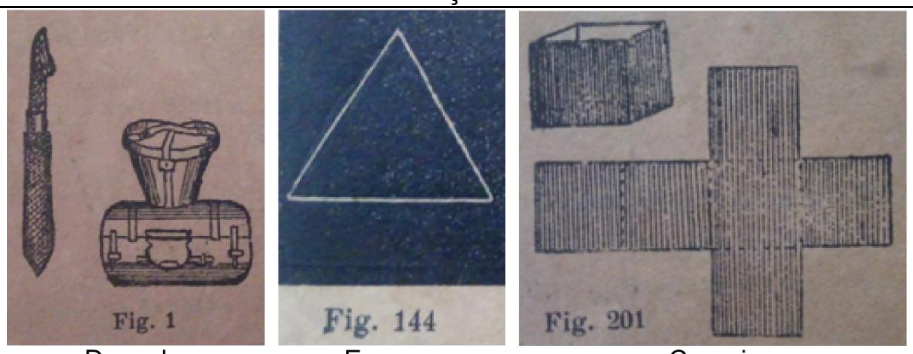
Fonte: Autor (2018)

Após a seleção dos manuais a serem analisados, realizamos a classificação das ilustrações, para isso, utilizamos o modelo de classificação proposto por Vézin, J. (1986) e Vézin, L. (1986), que propõe dois grupos de indicadores, abrangendo os tipos e as diferentes funções das ilustrações, presentes em manuais escolares.

Quanto ao tipo, Vézin, J. (1986) e Vézin, L. (1986) classificam as ilustrações em fotografias, desenhos, esquemas e croquis.

Fotografia é a representação de um objeto registrado a partir de técnicas fotográficas; desenhos são representações de um plano da forma de um objeto ou de uma figura, integrando uma dimensão de particularidade; esquemas são representações das características reais variáveis para uma categoria de objetos ou fenômeno; croquis são representações objetivas que mostram a essência do objeto.

QUADRO 2: TIPOS DE ILUSTRAÇÕES EM *GEOMETRIA PRIMÁRIA*



Desenho | Esquema | Croqui

Fonte: Autor (2018)

Quanto sua função no texto, as ilustrações podem ser motivacional e contextual, decorativa, explicativa descritiva e explicativa funcional. Uma ilustração motivacional e contextual tem a função de atrair a atenção do aluno e torna o texto mais interessante à leitura, permite também contextualizar um objeto e exemplificar uma categoria de objetos; as ilustrações com função decorativa permitem adicionar um elemento estético, mas sem dimensão pedagógica; a função explicativa descritiva permite mostrar um objeto, fornecendo uma representação, que às vezes é difícil de traduzir em palavras. Outra função das ilustrações apontada por Vézin, J. (1986) e Vézin, L. (1986) é a explicativa funcional, que permite visualizar a apresentação de um processo ou mecanismo.

QUADRO 3: FUNÇÕES DAS ILUSTRAÇÕES EM *GEOMETRIA PRIMÁRIA*



Motivacional / Contextual | Decorativa | Explicativa Descritiva | Explicativa Funcional

Fonte: Autor (2018)

Segundo Frizzarini e Legros (2018), o principal objetivo das ilustrações contidas nos manuais é mostrar objetos, noções matemáticas para ajudar na compreensão do texto escrito, e/ou facilitar a representação mental, permitindo relacionar saberes escolares com a vida cotidiana do aluno, conforme sugeriam os programas de ensino.

É importante ressaltar que classificar as ilustrações presentes nos manuais quanto aos diferentes tipos e funções, necessita de um trabalho minucioso. Quanto aos tipos de ilustrações definidos por Vézin, J. (1986) e Vézin, L. (1986), enquanto uma fotografia pode ser identificada facilmente, por vezes é difícil distinguir um desenho de um diagrama ou um croqui. De maneira análoga, pode ser difícil identificar a função de uma ilustração pelo fato de não se conhecer as reais intenções dos autores e editores na elaboração dos manuais.

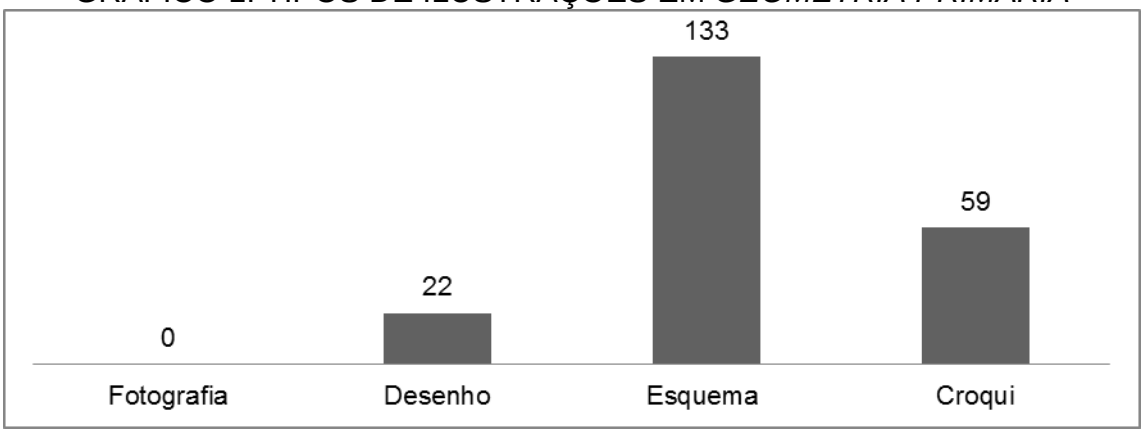
Por fim, realizamos uma análise para elaboração de dados estatísticos relacionados à presença, tipos e funções das ilustrações nos manuais analisados.

CLASSIFICAÇÃO DAS ILUSTRAÇÕES NOS MANUAIS ANALISADOS

Após a catalogação minuciosa de todas as ilustrações dos manuais selecionados, chegamos a um total de 214 ilustrações no manual *Geometria Primária* e no manual *Geometria Prática,* 112*.*

Quanto aos tipos de ilustrações presentes no manual *Geometria Primária* constatamos a inexistência de ilustrações do tipo fotografia, em contrapartida encontramos um número considerável de esquemas, seguidos por croquis e desenhos.

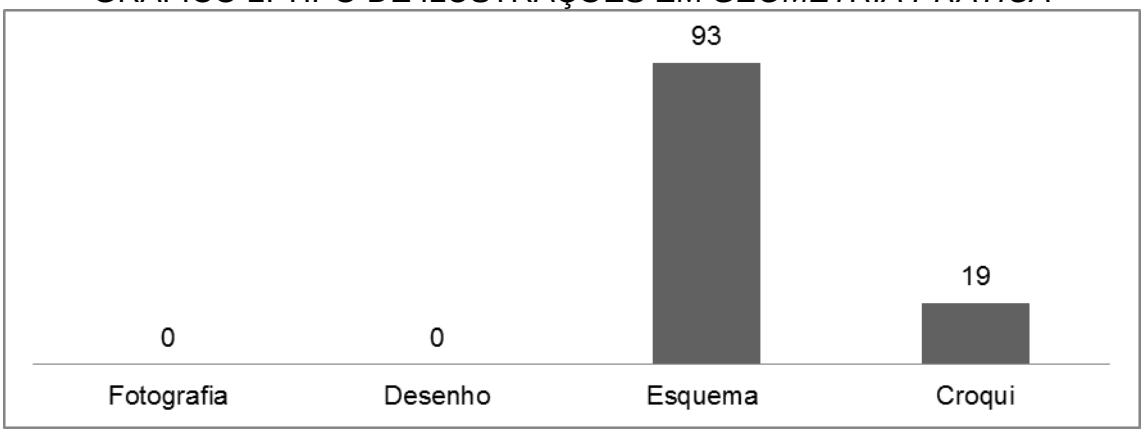
GRÁFICO 1: TIPOS DE ILUSTRAÇÕES EM *GEOMETRIA PRIMÁRIA*



Fonte: Autor (2018)

No manual *Geometria Prática* não foram identificados ilustrações do tipo fotografia nem do tipo desenho, sendo predominante a utilização de esquemas e um número reduzido de croquis.

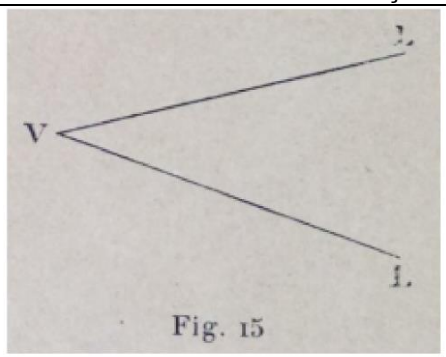
GRÁFICO 2: TIPO DE ILUSTRAÇÕES EM *GEOMETRIA PRÁTICA*



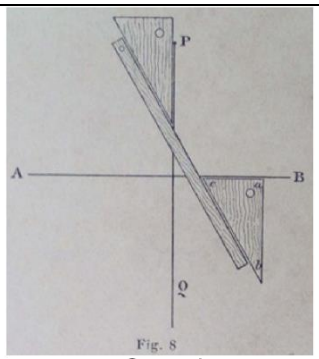
Fonte: Autor (2018)

Uma comparação feita entre os dois manuais analisados revela, além do maior número de ilustrações em *Geometria Primária*, a utilização de desenhos e maior ocorrência de croquis que em *Geometria Prática*.

QUADRO 4: TIPOS DE ILUSTRAÇÕES EM *GEOMETRIA PRÁTICA*



Esquema

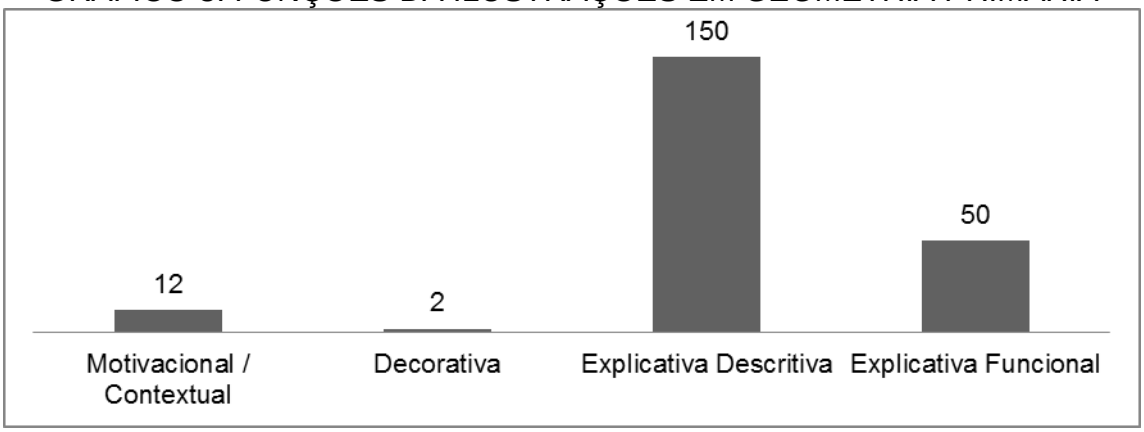


Croqui

Fonte: Autor (2018)

Quanto às funções das ilustrações presentes nos manuais analisados, podemos perceber que em *Geometria Primária* a maioria das ilustrações tem a função Explicativa Descritiva, isso se deve ao grande número de definições contidas no manual. Nos exercícios propostos, encontramos um número elevado de ilustrações com função Explicativa Funcional, dado os processos de construção com régua e compasso necessários para as resoluções.

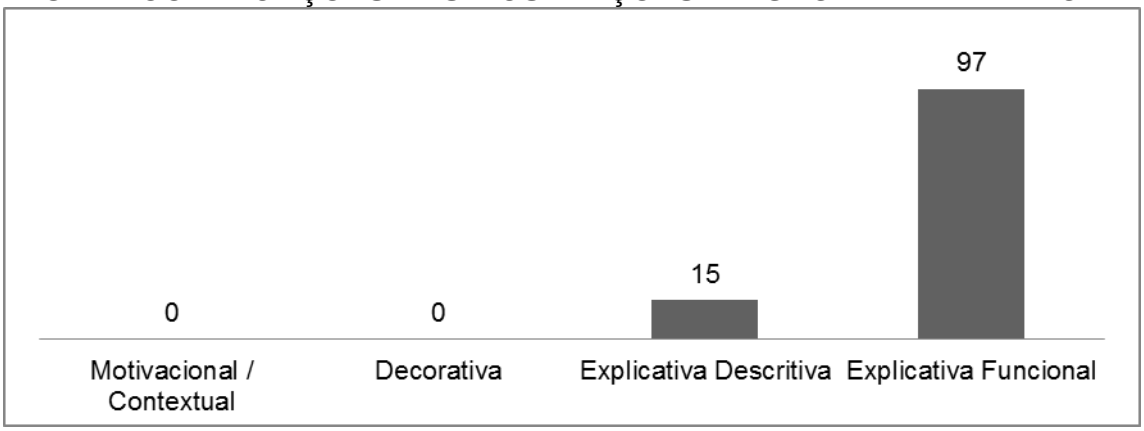
GRÁFICO 3: FUNÇÕES DA ILUSTRAÇÕES EM *GEOMETRIA PRIMÁRIA*



Fonte: Autor (2018)

Outro fato notório em *Geometria Primária* é a preocupação do autor, apenas no primeiro capítulo, em apresentar os conceitos geométricos utilizando ilustrações com função Motivacional/Contextual, em contrapartida, ilustrações com essa função não foram utilizadas pelo autor de *Geometria Prática*.

GRÁFICO 4: FUNÇÕES DAS ILUSTRAÇÕES EM *GEOMETRIA PRÁTICA*



Fonte: Autor (2018)

No manual *Geometria Prática*, em que os conteúdos são apresentados por meio de construções geométricas, a grande maioria das ilustrações tem função Explicativa Funcional, ou seja, permitem a visualização de um processo ou mecanismo. Podemos notar a ausência de ilustrações com função Motivacional/Contextual e função Decorativa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A elaboração deste artigo permitiu identificar os tipos e as funções das ilustrações presentes nos manuais escolares de matemática do curso primário produzidos no Pará durante o período da primeira república brasileira. No manual *Geometria Primária,* prevalecem as ilustrações do tipo Esquema, seguida de um número considerável de Croquis e Desenho, não havendo a ocorrência de Fotografias. Quanto às funções das ilustrações neste manual, o autor utilizou tanto ilustrações para fins unicamente estéticos, quanto ilustrações que auxiliam na aprendizagem dos conceitos geométricos.

A ausência de ilustrações com função Motivacional/Contextual e Decorativa evidenciam a intenção do autor de *Geometria Prática* em apresentar os conceitos e construções geométricas de forma sucinta e direta.

Considero importante ressaltar que durante a o período da primeira república, as instruções oficiais também possibilitam a disseminação de práticas de ensino mais inovadoras, incluindo as primeiras lições de coisas cujo uso era amplamente defendido. Neste contexto, as ilustrações poderiam ser consideradas um apoio inicial para a aprendizagem, como um primeiro passo na lição ou no capítulo. Essa situação não foi observada nos manuais analisados.

Reitero que classificar os tipos e funções das ilustrações presentes nos manuais necessita de um trabalho minucioso. Por vezes as ilustrações foram reanalizadas para distinguir um desenho de um diagrama ou um croqui. Assim como reconhecer a real intenção dos autores quanto às funções das ilustrações no texto.

Finalmente, as ilustrações presentes nos manuais escolares do curso primário, produzidos no Pará durante o período da primeira república, representam um importante suporte para a aprendizagem dos conceitos geométricos contidos nestes manuais, seja mostrando um conceito, descrevendo um procedimento e/ou possibilitando a visualização de noções mais complexas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BASTOS, J. de Brito. **Geometria Prática ou Desenho Linear.** Belém: Livraria Commercial, SD.

BRITO, Arlete de Jesus; MIORIM, Maria Ângela. **A institucionalização da História da Educação Matemática.** In: GARNICA, Antônio V. M. (org.). Pesquisa em história da educação matemática: sob o signo da pluralidade. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

CHOPPIN, A. **Les manuels scolaires:** histoire et actualités. Paris : Hachette Education, 1992.

CHOPPIN, A**. O manual escolar:** uma falsa evidência histórica. História da Educação, 13 (27), 9-75. 2009. Disponível em: http://seer.ufrgs.br/index.php/asphe/article/view/29026. Acesso em: 10 set. 2018.

FRIZZARINI, Claudia; LEGROS, Valérie**. Montrer des savoirs mathématiques? Les illustrations dans des manuels scolaires d'arithmétique et de travaux manuels de la Troisième République.** In: LEGROS, Valérie; Perret, Laetitia. Les illustrations dans les manuels scolaires : approches descriptives, diachroniques et épistémologiques. p. 04-18. DIRE nº 10, Limoges, 2018.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; SOUZA. Luzia Aparecida de. **Elementos de História da Educação Matemática.** São Paulo : Cultura Acadêmica, 2012.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LEGROS, Valérie. **Des Exercices de calcul à L'arithmétique en riant. Les mathématiques dans l'enseignement primaire:** programmes et manuels sous la Troisième République. In: E. Barbin & M. Moyon (coord.): Les ouvrages de mathématiques dans l'Histoire. p. 189-203. Entre recherche, enseignement et culture, Limoges : PULIM (Savoirs scientifiques et pratiques d'enseignement), 2013.

MENDES, Iran Abreu. **Tendências da Pesquisa em História da Matemática no Brasil:** A Propósito das Dissertações e Teses (1990 - 2010). Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.14, n.3, pp.465-480, 2012. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/12765>. Acesso em: 12 out. 2018.

OLIVEIRA, Tito Cardoso de. **Geometria Primária**. Belém: Livraria Escolar e Casa Editora, 1934.

PEREIRA, M. F. F. **Uma sequência didática para o ensino de semelhança de figuras planas.** (Dissertação de Mestrado) PMPEM – UEPA. Belém – PA, 2017.

VALENTE, W. R. **Livro didático e educação matemática:** uma história inseparável. ZETETIKÉ, 16 (30), pp. 139-162. 2008. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/index. Acesso em: 12 nov. 2017.

VALENTE, W. R. **A constituição do elementar matemático:** uma análise de programas de ensino (São Paulo, 1890-1950). Educação Unisinos, , v. 19, pp. 196-205. 2015. Disponível em: http://revistas.unisinos.br/index.php/educacao/article/view/edu.2015.192.04/4705. Acesso em: 12 nov. 2017.

VEZIN, Jean-François. Schématisation **ET acquisition des connaissances.** In: Revue française de pédagogie, volume 77, p. 71-78, 1986.

VEZIN, Liliane. **Les illustrations, leus role dans l'apprentissage des textes.** In: Enface, tome 39, nº 1, p. 109-126. 1986.

ISSN 2236-4102

TÓPICOS DE MATEMÁTICA ABORDADOS NOS LIVROS DE MINICURSOS DOS SEMINÁRIOS NACIONAIS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Rubens Matheus dos Santos Marques [455]
Lucas Silva Pires [456]
Jeová Pereira Martins [457]

RESUMO

O intuito dessa pesquisa é caracterizar as produções de História da Matemática ofertadas nos minicursos de acordo com a área da matemática, a saber; geometria, aritmética, álgebra e trigonometria. Essa investigação é um recorte de um projeto guarda-chuva[458] em andamento, cujo objetivo são de identificar nas produções em História da Matemática potenciais pedagógicos para seu uso em sala de aula, em consequência identificar as contribuições de pesquisadores e educadores da área dessas produções que subsidiam a formação do professor de matemática. Para nortear este artigo destacamos a seguinte pergunta, *Os livros de Minicursos elaborados para os SNHM tendem para quais tópicos de matemática?* Para o desenvolvimento desta pesquisa foi consultado todos os livros de minicurso realizados nos Seminários Nacionais de História da Matemática-SNHM entre os anos de 2001 – 2017, tais publicações dos livros é um incentivo da Sociedade Brasileira de História da Matemática-SBHMat para a formação de professores da educação básica. Para análise e categorização dessa produção foi elaborado um descritor geral baseado na proposta metodológica de Gamboa (2012). Os resultados obtidos neste mapeamento são relevantes para se compreender o quantitativo de livros que estão sendo produzidos acerca das ramificações da matemática já supracitadas. Desse Modo consideramos, portanto, que todas essas produções estão subdivididas nas seguintes dimensões temáticas da História da Matemática, História e Epistemologia da Matemática, História da Educação Matemática e História para o Ensino de Matemática.

Palavras-chave: História da Matemática. Geometria. Aritmética. Álgebra. Trigonometria.

[455] Universidade Federal do Pará (UFPA). rubensmatheus@uft.edu.br
[456] Universidade Federal do Pará (UFPA). lucas.silvapires.10@gmail.com
[457] Universidade Federal do Pará (UFPA). Jeovapereira80@outlook.com

[458] Coordenada por Iran Abreu Mendes intitulada História para o ensino de Matemática na formação de professores e na Educação Básica: uma análise da produção Brasileira (1997 – 2017). – CNPq.

INTRODUÇÃO

Neste artigo, temos como objetivo descrever e sistematizar caracterizando todos livros de minicursos de acordo com os tópicos da matemática ofertadas pelos Seminários Nacionais de História da Matemática até o presente momento.

Sobre o objeto de análise, o evento ocorre bienalmente, desde do ano de 1995 na cidade de Recife–PE, II SNHM realizou - se em 1997 na cidade de Aguas São Pedro–SP, o III SNHM ocorreu no ano de 1999 em Vitória-ES, estes três primeiros Seminários Nacionais de História da Matemática, conforme Nobre (2007), eram de responsabilidade de seus coordenadores locais com contribuições de um comitê vinculado a Sociedade Brasileira da História da Ciência–SBHC.

Os primeiros livros de minicursos foram publicados durante o IV SNHM ocorrido na Universidade Federal do Rio Grande do Norte–UFRN no período de 08 a 11 de abril de 2001 na cidade de Natal–RN, John Andrew Fossa foi o primeiro organizador da série textos de História da Matemática, este seria o primeiro Seminário Nacional de História da Matemática realizado pela Sociedade Brasileira de História da Matemática-SBHMat. Segundo Nobre (2007), o SNHM anterior, ocorrido em Vitória – ES na assembleia de encerramento foi comunicado a criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática.

Conforme Nobre (2007), com a SBHMat na organização, ocorreram discursões a respeito do evento, nessas discussões foi definido que haveria uma seleção mais qualitativa dos trabalhos para garantir uma qualidade científica no qual possuiriam condições para a publicação nos anais do evento, nesse sentido foi definido quatro modalidades de apresentações, Relatos de Experiências e Resultados de Iniciação Científica *(alunos de graduação)*, Resultados de Pesquisa *(alunos de pós-graduação e pesquisadores),* e Projetos de Pesquisas.

Ainda sobre as discussões a respeito do evento, Nobre (2007), salienta que houve novos objetivos para os SNHM, um desses objetivos eram de proporcionar acesso da História da Matemática para os professores do ensino fundamental, ensino médio e do ensino superior. Desta maneira, passou a ser promovido durante o evento a realização de minicursos para estes professores, no qual a posteriori viriam ser transformados em livros.

Considerando às quatros ramificações da matemática, (aritmética, geometria, álgebra e trigonometria) caracterizamos as produções da seguinte maneira: a maioria dos livros publicados tratam de um ou mais objeto matemático, desta maneira, classificamos livros que possuem duas ou mais ramificações da matemática, a fim de esclarecimento o livro publicado em 2011 intitulado *"o que são e o que significam frações*", consideramos que este objeto matemático abordado no livro é algébrico, salientamos que de acordo com o objetivo apresentado no livro alcança uma perspectiva aritmética.

As produções em que classificamos como *"outros"*, são os livros que não trataram de um objeto matemático, dessa forma são livros que destacaram princípios filosóficos históricos e outros aspectos temáticos e/ou a formação do professor fundamentados na história.

SOBRE OS LIVROS DE MINICURSOS PRODUZIDOS ENTRE 2001 – 2017.

O IV SNHM, realizou se na Universidade Federal do Rio Grande do Norte–UFRN no período de 08 a 11 de abril de 2001 na cidade de Natal–RN, as coleções de minicursos eram de responsabilidade do professor Dr. John Andrew Fossa. No primeiro ano de minicurso oferecido nos Seminários Nacionais de História da Matemática, foram ofertados nove minicursos com dezesseis autores respectivamente.

Quadro 4: Quantitativo dos Tópicos de Matemática nos MC.

SNHM 2001	
Geometria	4
Aritmética	2
Trigonometria	1
Outros	1
Geometria e Aritmética	1
Álgebra	-
Total	9

Fonte: os autores

Nas produções classificadas como geometria seus autores em suas respectivas obras evidencia a evolução na concepção de medidas apresentando que ao ser abordada pode ser relacionado a vários outros conceitos matemáticos, discute aspectos da história na construção do conhecimento matemático em relação as grandezas fundamentada na didática da matemática, apresenta discussão não apenas a questões métricas, mas outras relações articulando a geometria plana e espacial, apresenta algumas considerações sobre a origem de problemas e suas relações com os rituais religiosos das antigas civilizações, e uma tradução da obra de Euclides do grego para o português.

Em relação as produções de aritmética seus respectivos autores abordam um estudo dos logaritmos em meados do século XIX destacando as concepções relativas ao ensino e como o conceito constituiu e transformou ao longo da história, discute e apresenta o que é um número nupcial e o número tirano.

Na produção identificada como trigonometria o objeto de estudo é o Almagesto e o Plimpton 322 a autora apresenta alguns momentos de desenvolvimento da trigonometria de modo que seu objetivo é de beneficiar professores e alunos da educação básica. A produção classificada como outros e, a partir de contribuições da temática propõe a construção de laboratório de história da matemática.

O V SNHM, foi realizado na Universidade Estadual Paulista–UNESP ocorrido no período 13 a 16 de abril de 2003 na cidade de Rio Claro–SP, por sua vez Sergio Nobre seria responsável pela série de textos de História da Matemática deste referido ano. Na segunda edição de ofertas de minicursos, foram propostos onze minicursos, e dezesseis autores, deste quantitativo de autores, treze deles ofereciam minicursos para o evento pela primeira vez.

Quadro 5: Quantitativo dos Tópicos de Matemática nos MC.

SNHM 2003	
Aritmética	3
Geometria	2
Outros	2
Álgebra	1
Aritmética, álgebra, geometria	1
Geometria e outros	1
Geometria e trigonometria	1
Trigonometria	-
Total	11

Fonte: os autores

Nas produções de geometria são abordados tópicos de conteúdo de matemática do ensino básico que pode ser abordado em miniprojetos de pesquisas relacionando com a história, são apresentados possíveis estudos de simetrias e isometrias utilizando aspectos da cultura indígena de forma que o professor possa fazer uso dentro da sua sala de aula, são analisados definições de ângulos extraídos de livros didáticos apresentando alguns aspectos históricos do conceito de ângulo.

Em relação as produções de aritméticas são abordados alguns aspectos de desenvolvimento dos conceitos de razão e proporção, são apresentados e discutidos aspectos sócio históricos e culturais do conceito de número apresentando situações acerca das reflexões históricas dos sistemas de numeração, são apresentadas diversas possibilidades de efetuar operações de modo que professores explorem dessas propostas, e uma análise de como se constituiu a matemática para ser ensinada no ensino fundamental.

Na produção que aborda a trigonometria é apresentado aos professores que ensinam matemática as contribuições dos países Árabes e da Índia na elaboração de ideias como de sistema de numeração, resolução de equação e trigonometria. Na produção de álgebra é apresentado um panorama histórico das equações de segundo grau demonstrando aspectos sobre seu desenvolvimento.

Na produção classificada como outros, foi caracterizada uma proposta de formação de professores em uma abordagem historiográfica em que representa uma nova dinâmica para compreender o processo de produção e organização do conhecimento, e estudos preliminares dos princípios lógicos dedutivos.

O VI SNHM, foi realizado na Universidade de Brasília–UnB ocorrido no período de 20 a 25 de março de 2005, na capital federal, neste ano Ligia Arantes Sad seria a responsável pela série de textos de História da Matemática. Nesta edição foram ofertados onze minicursos, proporcionado por quinze autores, oito destes participava em relação aos minicursos de forma inédita do evento.

Quadro 6: Quantitativo dos Tópicos de Matemática nos MC.

SNHM 2005	
Aritmética	3
Geometria	2
Geometria e Aritmética	2
Trigonometria	2
Aritmética e álgebra	1
Aritmética, álgebra e geometria	1
Outros	-
Álgebra	-
Total	11

Fonte: os autores

As produções de aritmética apresentam, um olhar da história da matemática tendo em vista a possibilidade de destacar a linearidade para a construção histórica. Professores podem aprofundar seus conhecimentos relativos a alguns conceitos da matemática elementar, almejando uma maior compreensão sobre a natureza do conhecimento matemático e sobre o contexto da produção desse conhecimento. Buscar na história da matemática a relação entre a razão e a proporção e geometria em que auxilia o professor principalmente no que diz respeito a atividades onde essa relação está explícita ou não. Realça as transposições didáticas do ensino de frações e da operação de multiplicação de divisão nas fontes primarias. Propõem propostas para

formação de professores retomando a ideia de medição de segmentos como forma primeira de introduzir o conceito de números reais positivos no curso que se formam professores que ensinam matemática. Apresenta problematizações para possíveis pesquisas, apresentando um conjunto de textos em que o professor poderá adaptar para seu uso em sala de aula abordando aspectos conceituais importantes no trabalho com fontes primárias em que o professor poderá adaptar e utilizar em aula.

Nos livros classificados como geometria são apresentadas situações de modo que propiciem o ensino – aprendizagem da matemática onde os alunos possam aprendem novos conceitos, conhecer métodos de resolução de problemas e refletir sobre o trabalho dos matemáticos. Exibe um tratado de Apolônio de Perga apresentando como proposta o estudo das seções cônicas a partir da tradução do tratado mencionado, de modo que estes métodos não podem deixar de fazer parte do conhecimento matemático básico dos egressos do ensino médio.

Nas produções relacionadas a trigonometria são abordados estudos sobre a influência entre a astronomia e as navegações para o desenvolvimento da trigonometria. Contribuições para professores que queiram introduzir a história da matemática em suas aulas servindo de guia introdutório a quem aprecie estudos em história da matemática a partir de fonte primárias.

O VII SNHM, foi realizado na Universidade Estadual do Centro–Oeste– UNICENTRO ocorrido no período de 1 a 4 de abril de 2007 na cidade de Guarapuava–PR, nesta edição dos Seminários Nacionais de História da Matemática os responsáveis pela série de textos de História da Matemática foram Edilson Roberto Pacheco e Wagner Rodrigues Valente. Na quarta edição de ofertas de minicursos nos Seminários Nacionais de História da Matemática, vinte e quatro autores proporcionaram doze minicursos, dezessete dos vinte e quatro autores estreavam ministrando minicursos no evento.

Quadro 7: Quantitativo dos Tópicos de Matemática nos MC.

SNHM 2007	
Outros	6
Álgebra	4
Aritmética	1
Geometria e Aritmética	1
Trigonometria	-
Geometria	-
Total	12

Fonte: os autores

Nas produções classificadas como outros as abordagens foram a respeito da história da matemática nos livros didáticos para o ensino fundamental categorizando modos e formas de como avaliar livros didáticos. Ideias principais do Movimento da Matemática Moderno no Brasil e um olhar nas teses e dissertações que abordam nessa perspectiva. aponta um manual para a pesquisa com a metodologia história oral em educação matemática. Apresenta debates historiográficos sobre a temática memória. mostra contribuições para análise histórica da disciplina matemática que hoje é ensinada no ensino médio. Apresenta George Boole a partir de seus dados biográficos e obras historiográficas.

Nas produções de álgebra destacam se, uma abordagem direcionada a professores com aspectos históricos – didáticos da relação entre a matemática e a música, utilizando as séries harmônicas e sequências de Fourier. Apontam exemplos do pensamento reverso pode tornar uma importante ferramenta para o ensino de cálculo. Demonstra como ocorreu a passagem da abordagem das equações de 3°, 4° e 5° a partir de Lagrange e do Teorema de Galois. Exibe uma integração da história da matemática com a história da matemática educativa a partir de fragmentos históricos, dessa forma manipula as informações expressas para o processo de aprendizagem dos alunos.

As produções de aritmética apresentam como a alteração do currículo foi ocorrendo e modificando a prática dos professores de matemática nas séries iniciais. Retrata uma utilização da história da matemática em uma perspectiva multicultural com aproximações da Etnomatemática abordando a história da matemática destacando a

história dos números, medidas e das geometrias contextualizando com a civilização egípcia.

O VIII SNHM, foi realizado na Universidade da Amazônia–UNAMA ocorrido no período de 5 a 8 de abril de 2009 na cidade de Belém–PA, a série de textos de História da Matemática foram organizadas por Iran Abreu Mendes e Miguel Chaquiam. Nesta edição obteve o maior quantitativo de minicursos, vinte e seis autores proporcionaram dezenove minicursos. Dezoito autores participavam do evento ofertando minicursos pela primeira vez.

Quadro 8: Quantitativo dos Tópicos de Matemática nos MC.

SNHM 2009	
Geometria	7
Álgebra	4
Outros	4
Trigonometria	2
Aritmética	2
Total	19

Fonte: os autores

As produções de geometria abordam algumas explorações dos tópicos da história da geometria e alguns episódios desta história na Grécia antiga. Apresenta a história da geometria não euclidiana listando as contribuições de Gauss, Lobachevshy e Bolya para esse tema. Apresenta a história da matemática como recurso pedagógico a partir do teorema das quatro cores apresentando atividades que podem ser utilizadas para educação básica. Aponta o conceito de abstração de modo que se compreende o surgimento da geometria analítica. Demonstra a relação de Euler e apresenta algumas atividades para serem utilizados por professores do ensino médio. Propõe algumas atividades que podem ser utilizadas envolvendo operações com segmentos e números inteiros. Exibe um panorama histórico dos pesos e medidas, desde sua origem até se chegar nos sistemas internacionais de medidas.

Nas produções de álgebras são apresentados alguns aspectos históricos sobre espaços vetoriais e outros conceitos relacionados a álgebra linear. Mostra diversos métodos de resolução de equações, demonstrando informações e fatos históricos em relação aos métodos de resolução. Revela um panorama histórico da evolução dos

problemas de equações expondo estudos do cálculo de raízes de equações polinomiais. Demonstra um percurso histórico relacionado ao conceito das funções.

Nas produções classificadas como outros abordam diferentes contextos sociais e culturais considerando a religião, filosofia e artes. Apresenta possibilidades de trabalhar as diferenças entre a lógica de Aristóteles, Boole e Frege discutindo sobre aspectos históricos e conceituais da lógica. Denota conexões entre a ficção e realidade pela relação entre a história da matemática. Manifesta como os cadernos escolares constituem em um material imprescindível para estudos de professores de diferentes épocas.

Nas produções de trigonometria apresentam aspectos da história da trigonometria referente ao cálculo do seno mostrando contribuições de Ptolomeu, Copérnico e Al-Kashi. Apontam atividades que envolvem a construção de tabelas trigonométricas embasando historicamente. Nas produções de aritméticas abordam a história das recreações matemática e apresentam possibilidades para o ensino de matemática. Exibe e contextualiza a história da teoria dos números figurados.

O IX SNHM, foi realizado na Universidade Federal de Sergipe–UFS ocorrido no período de 17 a 20 de abril de 2011 na cidade de Aracajú–SE, a responsabilidade da série de textos de História da Matemática foi de Carlos Henrique Barbosa Gonçalves e Eva Maria Siqueira Alves. Na 6º edição de oferta de minicursos, doze dos vinte e um autores participavam pela primeira vez apresentando minicursos no evento, juntos ofertaram doze minicursos respectivamente.

Quadro 9: Quantitativo dos Tópicos de Matemática nos MC.

SNHM 2011	
Geometria	5
Álgebra	3
Aritmética	1
Aritmética e álgebra	1
Outros	1
Geometria e Aritmética	1
Trigonometria	-
Total	12

Fonte: os autores

Nas produções de geometria foram abordados aspectos históricos e filosóficos do surgimento dos elementos de Euclides, discute e expõe o conceito de curvatura da superfície por meio de atividades históricas. Apresenta um breve panorama histórico da aritmética e da geometria para os anos iniciais do ensino fundamental, e analisa as transformações do antigo ensino primário. Exibe contribuições da história da matemática no processo de construção dos conceitos pautada em uma proposta historiográfica. apontam atividades, para isso descreve um percurso do problema de Apolônio mostrando algumas potencialidades do uso da história da matemática por meio de um problema clássico. Mostra uma introdução da história da geometria analítica elencando atividades com o intuito de exibir como essa teoria foi constituída. Salienta aspectos gerais do ensino e pesquisa da geometria no começo do século XX.

Nas produções de álgebras apresenta a análise combinatória no desenvolvimento de algumas civilizações, com contribuições dos gregos através de problemas envolvendo a lógica e dos chineses através do jogo Go. Demonstra as práticas de leituras em história da matemática focalizando-se no ensino de equações de segundo grau. Demonstra um panorama histórico do problema do carteiro incluindo as abordagens de matemáticos como Newton, Bezout e Borel. Aponta a evolução do conceito de fração e a sua relação entre os números racionais. Na produção de aritmética é apresentado uma exploração no contexto histórico da matemática nos aspectos referentes a ampliação do conceito de número. A produção classificada como outros aborda uma experiência de trabalho realizada com alunos do ensino básico apontando possibilidades de projetos de intervenção com aspectos da história da educação matemática para o ensino fundamental e médio.

O X SNHM, foi realizado na Universidade Estadual de Campinas–UNICAMP no período de 24 a 27 de março de 2013 na cidade de Campinas–SP. Fábio Bertato e Ítala D'Ottaviano foram os organizadores da série de textos de História da Matemática deste ano mencionado. Na edição foram proporcionados somente sete minicursos pelos seus onze respectivos autores, sendo que sete estreavam no evento como ministrante dos minicursos.

Quadro 10: Quantitativo dos Tópicos de Matemática nos MC.

SNHM 2013	
Álgebra	4
Outros	1
Aritmética	1
Geometria e álgebra	1
Trigonometria	-
Geometria	-
Total	7

Fonte: os autores

As produções de álgebra foram abordadas reflexões sobre as transformações ao longo da história da análise. Apresenta a tradução do artigo de Gaub, explicando a aceitação dos números imaginários como números complexos. Aponta a origem da teoria das probabilidades expondo algumas contribuições importantes de matemáticos da época. Exibe alguns aspectos históricos da análise de modo que contribuam para uma melhor compreensão dessa disciplina. A produção de geometria aborda a existência da relação entre a história da matemática e alguns conteúdos trabalhados no ensino fundamental. A produção de aritmética aborda a biografia de Euler destacando o segundo artigo dos 3 publicados referentes aos números amigáveis. A produção classificada como outros retrata uma abordagem dos aspectos da história da filosofia da ciência e história da lógica paraconsistente.

O XI SNHM, foi realizado na Universidade Federal do Rio Grande do Norte– UFRN no período de 28 de março a 1 de abril de 2015 na cidade de Natal-RN, Iran Abreu Mendes e Bernadete Barbosa Morey foram os organizadores da série de texto de História da Matemática neste ano dezessete autores proporcionaram dez minicursos para o evento dez destes autores participavam de forma inédita.

Quadro 11: Quantitativo dos Tópicos de Matemática nos MC.

SNHM 2015	
Outros	4
Geometria	3
Álgebra	2
Aritmética	1
Trigonometria	-
Total	10

Fonte: os autores

As produções classificadas como outros apresenta um panorama de cartas contidas no livro de Euler que podem ser um recurso pedagógico para as aulas de matemática. Exibe o uso de um repositório digital elaborado pelo grupo de pesquisas de história da educação matemática no Brasil. Mostra as narrativas como potencial para o desenvolvimento do tema escolar a parti da história. Abordam discussões e exercícios acerca de narrativas e história oral e potencialidade para a formação dos professores.

Nas produções de geometria foram abordadas literaturas clássicas da educação do século XX e atividades geométricas explorando sua historicidade. Denota um panorama histórico de cada conteúdo relacionado a geometria propondo posteriormente atividades e expondo os procedimentos. Expressa o conceito de simetria enfatizando sua importância e sua possível interdisciplinaridade nas demais áreas de conhecimento

Nas produções de álgebra apresenta uma investigação de alguns problemas nos concursos do jornal última hora de 1972 em que pode fornecer o desenvolvimento do processo de pensamento. Exibe a origem e evolução do cálculo infinitesimal através de Leibniz. A produção classificada com aritmética apresenta um estudo histórico da régua de cálculo, enfatizando o contexto social da época e sua relação com os logaritmos.

O XII SNHM, foi realizado na Universidade Federal de Itajubá–UNIFEI ocorrido no período de 9 a 12 de abril de 2017 na cidade de Itajubá–MG, a série de texto de História da Matemática deste ano foi de responsabilidade da Livraria da Física. Na 9° edição dos Seminários Nacionais de História da Matemática proporcionando minicursos, vinte autores propiciaram dez minicursos. Dez destes autores participavam de forma inédita na categoria.

Quadro 12: Quantitativo dos Tópicos de Matemática nos MC.

SNHM 2017	
Álgebra	4
Geometria	2
Aritmética	2
Outros	2
Trigonometria	-
Total	10

Fonte: os autores

Nas produções de álgebra apresenta atividades com abordagem histórica que podem servir para o ensino de função afim. Exibe um panorama biográfico de matemáticos e contribuições dos mesmos para a teoria e métodos das invariantes. Demonstra a biografia de Leibniz e de Newton e o desenvolvimento do cálculo diferencial integral. Mostra a evolução histórica do conceito de integral e discute possibilidades do uso da história da matemática para o ensino de cálculo integral.

Nas produções de geometria apresenta possibilidades com o uso da história da matemática através das TIC's abordando problemas históricos de construções geométricas através do geogebra. Abordam a história dos pesos e medidas no Brasil e Portugal apresentando estudos e costumes dos séculos passados que ainda estão enraizados em alguns grupos. Nas produções de aritmética uma possibilidade para o ensino de aritmética através da obra de naiper. Aponta sugestões e abordagens para o professor referentes aos sistemas de numerações dos maias, egípcios e babilônios.

As produções classificadas como outros salienta os saberes dos professores de matemática apontando que não basta somente o saber da disciplina. Apresenta abordagens da história da matemática em livros didáticos e no ensino de matemática.

Quadro 13: Quantitativo Total das Produções

TÓPICOS DE MATEMÁTICA	N° DE PRODUÇÕES
Geometria	25
Álgebra	22
Outros	21
Aritmética	16
Abordagens Mistas	12
Trigonometria	5
Total	101

Fonte: os autores

O quadro acima representa o quantitativo das produções de Minicursos ao longo das últimas nove edições dos Seminários Nacionais de História da Matemática de acordo com os tópicos da matemática. A geometria representa o maior quantitativo

das produções resultando em 30% da produção elaborada, a álgebra representa 24% dessas produções, as produções em que classificamos como outros reflete 21% das produções, a aritmética representa 20% e a trigonometria representando 5% das produções.

Dessa forma, podemos verificar que as produções de Minicursos tendem para o ensino de geometria, álgebra e para alguns aspectos que caracterizamos como outros, observamos também que esses livros nos quais classificamos dessa forma comtemplam a dimensão da História da Educação Matemática.

Observamos também que as produções de trigonometria requerem mais aprofundamentos, poucas produções para os minicursos foram apresentadas, basicamente as produções pautadas nessa perspectiva foram elaboradas por uma única pesquisadora.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, que teve como objetivo caracterizar as produções de minicursos oferecidos pela Sociedade Brasileira de História da Matemática-SBHMat, destacamos a intensa atividades de minicursos ao longo das nove edições desde sua criação desenvolvida nos Seminários Nacionais de História da Matemática–SNHM. Dessa forma, conseguimos identificar a existência de inúmeros temas desenvolvidos nos minicursos, satisfazendo o ensino fundamental I e II, ensino médio e o ensino superior, em alguns livros é possível identificar propostas de atividades e em outros ressaltando a formação de professores.

De acordo com essas observações, desde da criação de ofertas de minicursos realizadas no IV SNHM em 2001, cento e onze autores proporcionaram ao todo cento e um minicursos oferecidos nos Seminários Nacionais de História da Matemática, possibilitando que de certa forma à História da Matemática seja capaz de constituir na

Os percentuais dessa pesquisa foram ajustados levando em consideração a técnica de arredondamento considerando as produções caracterizadas como abordagens mistas. Dessa forma, tal técnica não prejudica a compreensão da pesquisa elaborada.

prática pedagógica de professores de todos os níveis de ensino em especial no ensino fundamental e médio, já que a proposta das ofertas dos minicursos prescrita inicialmente eram de subsidiar a formação continuada dos professores de matemática. Esse quantitativo de autores por sua vez, em cada edição, a comissão organizadora avalia apenas uma proposta por autoria independente de outras parcerias. Portanto não há possibilidade de um pesquisador ministrar dois minicursos na mesma edição dos Seminários Nacionais de História da Matemática.

Neste contexto as produções elaboradas nos livros de minicursos podem servir de subsídios principalmente para os professores da educação básica alcançar seus objetivos periodicamente em sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GAMBOA, Silvio Sanchez. Pesquisa em Educação métodos e epistemologias. 2° edição. Chapecó. Argos, 2012.

NOBRE, Sergio Roberto. Ubiratan D'Ambrosio e o movimento científico e institucional da história da matemática no Brasil. In: VALENTE, Wagner (Org.). Ubiratan D' Ambrosio: Conversas - Memórias - Vida Acadêmica - Orientandos - Educação Matemática - Etnomatemática - História da Matemática - Inventário Sumário do Arquivo Pessoal. São Paulo: Annablume, 2007.



ISSN 2236-4102

UMA CONVERSA DE BASTIDORES: História Oral, narrativas, história de vida e biografia em uma pesquisa em História da Educação Matemática

Jean Sebastian Toillier[459]

RESUMO

No presente artigo apresento uma proposta em viso abordar aproximações entre História Oral, narrativas, história de vida e biografia. O cenário dessa discussão se dá a partir de uma pesquisa em andamento em que busco compreender como se deu a constituição em uma educadora matemática de Lourdes de la Rosa Onuchic. Para isso, trago apontamentos dos momentos de execução da pesquisa, principalmente quando do uso dos procedimentos comuns de um trabalho que utiliza a História Oral como metodologia de pesquisa: contato inicial, elaboração do roteiro, gravação da entrevista, transcrição, textualização, conferência e assinatura da carta de cessão dos direitos. Assim, faço paralelos entre as concepções do Grupo de História Oral e Educação Matemática (Ghoem) sobre essa metodologia com os exemplos de situações vividas durante os anos de 2017 e 2018 no desenvolvimento da pesquisa. Dessa maneira, discuto como emergiram as temáticas de narrativas, história de vida e biografia ao longo da execução do trabalho. Acredito que são possíveis aproximações entre os temas, principalmente em relação a escrita de uma biografia, desde que se tenha ressalvas com essa forma de abordagem, uma vez que um projeto biográfico está fadado ao fracasso se é esperado que ele narre toda uma vida em sua completude.

Palavras-chave: Metodologia. Lourdes de la Rosa Onuchic. Entrevistas.

[459] Docente do Colegiado de Matemática, do Centro de Ciências Exatas e da Terra (CCET), da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), *campus* Cascavel. Doutorando em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (Unesp), *campus* Rio Claro. Email: jeantoillier7@gmail.com.

INTRODUÇÃO

A História Oral é uma das ferramentas possíveis utilizadas para o desenvolvimento de pesquisas no campo da História da Educação Matemática. A partir dos pressupostos metodológicos do Grupo de História Oral e Educação Matemática (Ghoem), ela ajuda a constituir vários trabalhos com base na elaboração de narrativas.

Um exemplo de trabalho é o que executo e que utiliza a História Oral para discutir como se deu a constituição em educadora matemática de Lourdes de la Rosa Onuchic. Por se tratar de uma pesquisa em que as narrativas elaboradas são originarias de entrevistas apenas com ela, acreditamos que a proposta toma também as ideias relativas ao uso de uma escrita biográfica, dados aspectos de uma história de vida.

Assim, pensamos ser possível aliar o uso da História Oral como metodologia de pesquisa, que gera narrativas originarias da história de vida e, com uma escrita biográfica dados alguns cuidados. Dessa forma, traremos discussões ao longo do presente texto das questões que envolvem tanto o uso da História Oral como das demais teorias a partir do que aconteceu durante a execução da pesquisa citada acima.

UMA POSSÍVEL RELAÇÃO ENTRE HISTÓRIA ORAL, NARRATIVAS, HISTÓRIA DE VIDA E BIOGRAFIAS

Como dito anteriormente, a História Oral que utilizo em minha pesquisa segue os pressupostos teóricos do Ghoem. Portanto, para nós, membros do grupo, entendemos que ela não se constitui apenas como uma metodologia que fornece procedimentos estanques para a realização de um trabalho acadêmico. Ela é tomada como uma trajetória (GARNICA, 2015a), ou seja, ela passa e ajuda a moldar e constituir todo o trabalho acadêmico.

Com a maneira que nos dispomos a trabalhar com a História Oral temos que, para cada pesquisa, ela é tratada de modo único e isso influencia nos modos de escrita

e análise, bem como possibilita outras discussões teóricas. Ou seja, ela se molda a partir das especificidades de cada estudo.

Para exemplificar os modos de proceder com base no uso da História Oral como metodologia de pesquisa, apresento a trajetória de desenvolvimento da minha pesquisa de doutorado em Educação Matemática, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (Ppgem), da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (Unesp), *campus* de Rio Claro. Esse estudo tem por objetivo geral entender como se deu a constituição em uma educadora de Lourdes de la Rosa Onuchic.

A pesquisa iniciou em 2017, porém foi necessário um contato prévio com Lourdes de la Rosa Onuchic se aceitaria fazer parte desse trabalho e ter a sua vida estudada por um pesquisador em formação. A partir do aceite por parte dela foi possível iniciar as conversas. Para isso, realizei várias as visitas à sua residência ou à sua sala na Unesp de Rio Claro para que pudesse me aproximar e mostrar que tinha interesse em executar um trabalho acadêmico com a sua colaboração e que ela seria a figura central. Pelo seu vínculo com a academia, ela se mostrou receosa em vários momentos e não entendia o por quê de ser escolhida para fazer parte dessa pesquisa. Além disso, aparentava um certo receio por dar entrevistas e o que apareceria escrito sobre ela.

Em muitos momentos, as idas à sua casa foram para longas conversas apenas, que se estendiam das nove horas da manhã até o horário do almoço e que continuavam a tarde, até as 18h. Esses momentos não eram apenas importantes para a execução do meu trabalho, mas para Lourdes também, pois passava a entender os modos de desenvolvimento da pesquisa e o que objetivávamos.

As conversas precisavam começar as nove horas da manhã, pois antes disso, Lourdes ia para a fisioterapia para cuidar de sua saúde e se exercitar. Era algo que se repetia várias vezes na semana. Assim, quando eu chegava em sua residência, ela contava sobre coisas que aconteceram com seus orientandos ou com sua família, falava sobre notícias que havia visto na televisão ou lido nos jornais e assim o tempo se estendia. Até o momento que ela dizia: "Agora vamos trabalhar. Me diz o que você veio fazer aqui".

Para Portelli, “[...] uma troca de conhecimento só tem significado se esse conhecimento não está previamente compartilhado – isto é, se entre os sujeitos envolvidos existe uma diferença significativa e *um deles está em situação de aprendizagem*” (PORTELLI, 2016, p. 13, itálico nosso). Assim, sempre me mostrei aberto para conversar sobre os mais diversos temas, muitas vezes até aqueles que escapavam do escopo da pesquisa.

Esse momento, às vezes, era o pontapé inicial para o trabalho do dia. Dessa forma, em algumas ocasiões ela apresentava documentos sobre sua história como professora, lia trechos de livros sobre os temas que apareciam, falava de problemas matemáticos que foram discutidos em trabalhos que orientou e falava de suas vivências. Nessas situações sempre estava pronto para gravar algo, mas não sentia que esses podiam ser os momentos ideias para que isso ocorresse, pois entendia o receio de Lourdes com entrevistas e a sua preocupação de como o que foi dito poderia aparecer. Contudo, tomava notas do que era dito para que, quando ocorresse o momento oficial da entrevista, pudesse retomar os pontos que julgasse interessante.

Após várias conversas, análise de documentos de sua vida acadêmica e profissional, resolvemos gravar a primeira entrevista. Para isso, alguns dias antes, encontrei Lourdes e deixei um roteiro com os temas que gostaria de conversar. Logo adiantei que a entrevista trataria de sua vida pessoal. Assim, no dia combinado, cheguei em sua casa e gravamos a primeira entrevista. Muitas das histórias já não eram mais novidade para mim, pois já ouvira em outros momentos. Mas o resultado foi muito bom e me agradou.

Após transcrever a entrevistas, passado um tempo levei para Lourdes o material textualizado. Segui os mesmos procedimentos que fiz à época do mestrado parta textualizar: peguei a transcrição literal da entrevista, omiti as minhas falas, limpei o texto de alguns vícios de linguagem e outras marcas de oralidade, reordenei algumas falas de forma que aproximei temas simplesmente por achar conveniente. Estava contente com material elaborado, pois me via empolgado com as histórias. Entretanto, quando ela fez a leitura da textualização não gostou do resultado e solicitou mudanças. A principal delas e que mais me afetou foi para mudar o narrador da história.

Para Lourdes quem deveria narrar a entrevista devia ser o pesquisador, pois é de seu interesse. Uma inversão de papeis em relação ao que comumente é realizado em trabalhos com História Oral elaborados por membros do Ghoem. Essa mudança na forma de apresentar a narrativa, na qual eu passava a ser o narrador me incomodou. Não por ter que ser o autor de um texto sobre Lourdes, pois, de certa forma, o que havia apresentado para ela já não era mais uma narrativa de Lourdes, já era uma narrativa minha, com os filtros que apliquei e que impunham uma característica minha para o que ela me narrara. Assim como aborda Portelli (2016), somos *cocriadores* de fontes orais. Esses registros não são encontrados como a maioria dos registros históricos utilizados nas pesquisas. A sua elaboração se dá a partir de uma troca dialógica, uma troca de olhares. Além disso, o autor ressalta que nem tudo o que surge nesses momentos coincide com o que estava na agenda de pesquisa e, no meu caso específico, não somente pelo que foi dito, mas pela forma de apresentação do texto.

A partir desse momento pude compreender de uma maneira mais clara que aquilo não seria mais uma narrativa de Lourdes. Na verdade, nunca foi. Sempre foi uma narrativa minha, criada a partir de registros orais dela. O que fazíamos ao mudar a figura do narrador era explicitar que quem narrava a história de vida dela seria eu. Como Portelli (2016) aborda, não “dei voz” a ninguém, como se comumente se falava nos primeiros trabalhos de História Oral. É Lourdes quem me dá voz. Somente a partir do que ela fala que temos um registro histórico. Assim, concordamos com modificações não apenas na apresentação da textualização, mas, também, de outras partes do texto que deveriam ser omitidas ou esclarecidas.

Com essa abordagem me questionei se o que fazia realmente era História Oral. As dúvidas foram constantes, mas quando me dei conta que a textualização que apresentei nunca foi de Lourdes, sempre foi minha, me deixou claro que o que fazia era História Oral. E isso faz cada vez mais sentido ao pensar que é uma metodologia em trajetória, como dito anteriormente.

Após a primeira entrevista, depois de alguns meses realizamos outras três em um intervalo de três semanas, ao longo do mês de maio de 2018. Assim, abordamos os temas de formação acadêmica e atuação profissional em duas entrevistas e Educação Matemática e Resolução de Problemas na outra. Duas dessas entrevistas foram

longas, com mais de três horas e meia de duração. Porém, uma delas nos chamou mais atenção, em virtude do posicionamento de Lourdes.

Quando decidi abordar o tema de formação acadêmica e profissional de Lourdes, ela pediu para que eu pegasse um livro em sua estante. Tratava-se da obra *Ubiratan D'Ambrosio: conversas; memórias; vida acadêmica; orientandos; educação matemática; etnomatemática; história da matemática; inventário sumário do arquivo pessoal*, de autoria de Wagner Rodrigues Valente (2007). A escolha desse livro era simples para Lourdes: a partir de sua leitura conseguia responder todas as minhas dúvidas sobre o seu período de graduação, pois Lourdes foi colega de Ubiratan de 1951 a 1954 no curso de Licenciatura e Bacharelado em Matemática da Universidade de São Paulo (USP). Como um dos capítulos desse livro abordava a formação acadêmica de Ubiratan D'Ambrósio e ele foi colega de Lourdes, então, para tudo estava resolvido. Era só pegar aquele texto, analisar o que quisesse e as respostas estavam postas.

Nesse momento comecei a insistir com Lourdes que, apesar de conviverem juntos por quatro anos, ela e Ubiratan teriam divergências, pois haveriam passagens que foram mais marcantes para um do que para o outro e, assim, não seria adequado contar a história da vida acadêmica de Lourdes com o olhar apenas sobre a obra que tratava de Ubiratan.

No dia da realização da entrevista que trataria sobre esse tema, Lourdes já estava com o livro sobre Ubiratan no seu lado e começou a entrevista com a leitura do capítulo *Ubiratan D'Ambrosio: Conversas, entrevistas, história da vida* de Aparecida Rodrigues da Silva Duarte e Rosimeire Aparecida Soares Borges. Em alguns momentos fazia paradas, comentava sobre o que lia, fazia acréscimos, discordava, trazia a sua opinião sobre o que lera. E essa forma de realizar a entrevista que antes me preocupava me deixou animado, pois muitas coisas novas surgiram, além do que estava registrado na obra de Valente (2007).

A postura de Lourdes nessa entrevista me fez pensar mais sobre as narrativas que produzimos ao falarmos sobre algumas temáticas. A narrativa de si que produzimos é um entrecruzamento de vários momentos, espaços, temporalidades e vivências.

Segundo Garnica (2015b, p.181, 182-183),

> Afirmar que eu sou o que dizem de mim deve significar que eu me constituo em “eu” a partir não apenas dos olhos que me veem, mas das narrativas formuladas a partir desses olhares, do mesmo modo que constituo o mundo a partir dos olhos com que vejo e, vendo, enuncio meus julgamentos e organizo minhas ações sobre ele. Eu sou narrativa de mim e, no limite, eu sou as narrativas que os outros elaboram sobre mim.
> A narrativa é, pois, discurso, forma originária vinculada à possibilidade de ser, e sua manifestação é um emaranhado de sensações e enunciados nos quais personagens circulam em meio a cenários perpassados por alguma temporalidade, seja a da cronologia, contínua e marcada, seja a da memória, caótica e livre daqueles compassos preestabelecidos pela civilização do relógio.

A constituição das narrativas de Lourdes carregou várias marcas de suas vivências e atribuição de vários significados. A leitura dos trechos de Valente (2007) possibilitava uma imersão no passado, aflorou lembranças longínquas e que eram reconstruídas a partir do que era exposto sobre a vida de Ubiratan D’Ambrosio.

Essas narrativas elaboradas por Lourdes, carregam as três características discutidas por Maffioletti (2016, p. 57-58):

> A principal característica da narrativa é a sua sequencialidade composta por uma sequência de eventos e estados mentais, em que os seres humanos são os personagens ou atores principais. O significado da narrativa tem a ver com o lugar que ocupa na configuração geral da estrutura sequencial, juntamente com o enredo que se forma. Portanto, compreender uma narrativa supõe o duplo trabalho de entender a estrutura como um todo a partir da qual a narrativa se forma, ao mesmo tempo compreender o modo como seus elementos constituintes se relacionam na produção da trama ou enredo.

A segunda característica diz respeito ao caráter “real” ou “imaginário” do seu conteúdo. O significado do que é narrado não está na veracidade ou não do que foi dito, mas no sentido que se dá na organização sequencial e mental que o narrador impõe.

Por último, “a terceira característica da narrativa está na sua especialidade em forjar laços entre o excepcional e o vulgar” (MAFFIOLETTI, 2016, p. 58). A partir do que é narrado é possível uma atribuição de significados plausíveis ao que foi vivido nas mais diferentes esferas.

Na última entrevista que realizamos em maio de 2018, falar sobre Educação Matemática e Resolução de Problemas foi algo muito mais simples e objetivo para Lourdes, pois pôde trazer os seus posicionamentos em relação a essas temáticas com liberdade. Como suas opiniões são fortes, quis mostrar como elas foram elaboradas ao longo da sua carreira. Assim, várias falas remetiam aos momentos já narrados nas entrevistas anteriores.

Naquele instante, passei a pensar sobre a narrativa de uma história de vida e ver como tudo se atravessa ao longo do viver. Como salientado por Portelli (2016), não sabemos se as histórias narradas em uma entrevista têm alguma moral. Contudo, elas não podem ser resumidas para um significado único.

O narrador demonstra grande empenho para relatar sua história, conforme Garnica (2015a). Assim, a história de vida passa a ter um significado muito maior do que talvez uma simples exposição linear e organizada dos fatos. São vários fatores que fazem o que foi dito aparecer no momento da entrevista e isso possibilita analisar e entender diversos aspectos como, por exemplo, os sociais, os históricos, os psicológicos e muitos outros. Esse é um movimento que não deve ser ignorado pelo pesquisador.

O nosso entendimento em relação à história de vida é “[...] o relato de um narrador sobre sua existência através do tempo, com a intermediação de um pesquisador. É um trabalho coletivo de um narrador-sujeito e de um intérprete” (PEREIRA, 2000, p. 118). Assim, entendemos que a vida é uma história e que podemos interpretá-la a partir de análises de seus vários aspectos sociais e históricos.

No segundo semestre de 2018, tive mais visitas à casa de Lourdes e ela começou a trazer outras reflexões para a minha pesquisa. Ela julgava interessante fazer aparecer alguns momentos que não ficaram ressaltados na sua fala e que considerava importantes para a sua trajetória de vida e profissional. Assim, ela gostaria de abordar mais sobre a sua vida como matemática e o papel de seu marido, Nelson Onuchic, na sua vida profissional.

De certa forma essas temáticas apareceram nas entrevistas realizadas anteriormente, mas ela tinha uma preocupação agora de se mostrar de uma outra

maneira e expor uma faceta que talvez poucos conhecessem dela, por exemplo, a “Lourdes matemática” como ela mesmo se intitulou.

Atualmente, Lourdes é reconhecida pelos seus trabalhos em Educação Matemática e, principalmente, em Resolução de Problemas, linha de pesquisa que adotou por ser próxima ao que sempre fez em sala de aula. Por estar imersa na Educação Matemática, sempre deixava claro que não existia mais a “Lourdes matemática”, que essa pessoa havia ficado para trás quando se aposentou da USP de São Carlos, em 1986. Daquele momento em diante ela não se via mais como matemática e tentou sempre ressaltar isso durante as entrevistas.

Assim, ela resolve falar especificamente dos mais de 20 anos que lecionou em cursos de graduação, tanto em Rio Claro como em São Carlos, nas disciplinas de Cálculo, Métodos Numéricos, Álgebra, Álgebra Linear, entre outras. Além disso, comentou sua parceira com seu marido Nelson Onuchic em pesquisas sobre Equações Diferenciais, bem como a participação em cursos, elaboração de seminários, orientações de alunos e participação em eventos. Talvez, após se ver como educadora matemática, percebeu que viver tudo isso como uma matemática foi importante e conseguia mostrar o papel de Nelson em toda essa vivência.

O modo como Lourdes esperava abordar todas essas suas facetas mostra o caráter biográfico que a pesquisa que realizo com ela tomou. Assim, ela demonstrou as suas intenções na pesquisa e se colocou no trabalho. Entretanto, esse ponto, que é muito positivo, me fez pensar sobre o que é a escrita de uma biografia e se esse é um movimento possível.

De antemão ressalto que não acredito na possibilidade de uma escrita biográfica que abarque toda uma vida pois, pela multiplicidade do ser, várias facetas do biografado podem aparecer e fazer o julgamento de que determinada passagem de uma vida se encaixa em uma dada temática pode parecer muito raso e até mesmo uma escolha infeliz. Não consigo imaginar a completude de uma biografia, mas entendo que ela possibilita pontos de partidas para vários tipos de análise e, se tomada dessa forma, pode parecer um exercício possível. Sobre isso, Silva (2002) caracteriza o indivíduo narrado como um fio condutor que levará a análise de aspectos sociais:

> As trajetórias individuais não se constroem simplesmente por meio dos relatos biográficos nos quais cada sujeito se converte em ideólogo de sua própria existência, selecionando certos acontecimentos significativos. Para compreender uma trajetória, seria preciso construir previamente os estados sucessivos do campo social em que ela se desenvolve, isto é, o conjunto de relações objetivas que unem o sujeito analisado e que o vinculam a outros agentes sociais (Silva, 2002, p. 32).

O sujeito a ser narrado não pode ser abrangido em sua completude e esgotamento no próprio sujeito, mas, conforme Albuquerque Júnior (2012), ele passa a ser entendido como alguém que é condicionado e moldado pelas estruturas sociais à sua volta. Assim, o trabalho do biógrafo sempre fica aberto, pois serão descobertas lacunas e poderão ser elaboradas explicações múltiplas para as preenchê-las. Dessa forma, concordamos com Avelar (2012) ao dizer que o biógrafo, ao terminar seu texto, pode acreditar que produziu um relato homogêneo e tornado com sentido a existência descontínua e fragmentada do biografado. Entretanto, o que foi construído estará submetido a uma pluralidade de olhares, referências e perspectivas. O leitor será aquele que desconstruirá a solidez que o autor imagina ter obtido em sua narrativa.

Para que ação do leitor ocorra o papel do biógrafo é importante, uma vez que é ele que irá consubstanciar uma existência, a partir de peças de um quebra-cabeças no qual busca juntar aquilo que está separado, a fim de elaborar um caráter do biografado (Oliveira, 2018). Assim, há uma busca por sentidos em relação ao vivido pelo biografado. Para que seja possível a construção dessas ideias, compreendemos que o uso da História Oral, da análise documental e de outras fontes ajudam na composição dessa escrita.

Assim, em dezembro de 2018, realizei a última entrevista com a abordagem desses temas e outros que julgamos complementares ao que ela dissera nas quatro primeiras. Com todas as narrativas orais transcritas e textualizadas, passamos pelo processo final de assinatura das cartas de cessão de direitos. Dessa forma, iniciamos a elaboração da fase final do trabalho.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Não tive por intenção de escrita desse texto trazer um perfil de Lourdes de la Rosa Onuchic, principalmente por acreditar que se o fizesse condicionaria uma visão sobre ela. O trabalho de Cavalari (2013) apresenta uma caracterização da docente e serve como uma maneira de formar um perfil de Lourdes. Ele foi importante para que conhecesse mais sobre aquela que seria a minha interlocutora. Contudo, a forma como Cavalari a apresenta em seu texto não é a que gostaria de expô-la, principalmente por ter convivido por dois anos e ter uma imersão na vida acadêmica e profissional de Lourdes muito maior. Assim, por entender que uma escrita sobre Lourdes seria algo mais elaborado e que seria composto por vários momentos além daqueles considerados chaves, tive por objetivo discutir o modo de execução da pesquisa.

Esse texto pode ser tomado mais como um relato de experiência de execução de uma pesquisa. De maneira breve tentei abordar questões sobre como a História Oral pode ser uma metodologia que atravessa todo o seu ato de fazer pesquisa. A partir de todos os procedimentos de trabalho que são comumente utilizados em trabalho acadêmicos busquei trazer reflexões de como essa metodologia ajudou nos modos de fazer o trabalho.

Desde o contato inicial, passando pelas gravações de entrevistas, transcrição, textualização e assinatura das cartas de cessão de direitos, muita coisa atravessou o processo e mostrou o caráter de trajetória que uma pesquisa com História Oral tem.

Minhas pretensões iniciais ao começar a pesquisa era proceder metodologicamente como fizera em meu mestrado, concluído em 2013, em que entrevistei oito professores e utilizei a História Oral como metodologia. Contudo, como exposto acima, a cada momento revia as formas de seguir os passos metodológicos e outras discussões começaram a fazer parte do trabalho, por exemplo, narrativas, história de vida e biografias.

Dessa forma, passei entender que o pensar metodológico com a História Oral pode trazer essas novas discussões e aprofundar algumas ideias, principalmente em relação à história de vida e às biografias. Acredito, de antemão, ser possível relacionar

tudo isso em um trabalho acadêmico desde que se tenham todos os cuidados relativos ao que pode uma biografia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE JR., D. M. O significado das pequenas coisas: História, prosopografia e biografemas. In: AVELAR, A. de S.; SCHMIDT, B. B. (Org). **Grafia de vida**: Reflexões e experiências com a escrita biográfica. São Paulo: Letra e Voz, 2012. p. 15-38.

AVELAR, A. de S. Escrita biográfica, escrita da História: Das possibilidades de sentido. In: AVELAR, A. de S.; SCHMIDT, B. B. (Org). **Grafia de vida**: Reflexões e experiências com a escrita biográfica. São Paulo: Letra e Voz, 2012. p. 15-38.

CAVALARI, M. F. Lourdes Onuchic. In: VALENTE, W. R (Org). **Educadoras Matemáticas:** memórias, docência e profissão. São Paulo: Editora Livraria da Física, p. 113-126, 2013.

GARNICA, A. V. M.. História Oral em Educação Matemática: um panorama sobre pressupostos e exercícios de pesquisa. **História Oral**. Rio de Janeiro, v. 18, p. 35-53, 2015a.

GARNICA, A. V. M.. O pulo do sapo: narrativas, História Oral, Insubordinação e Educação Matemática. In: D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Org.). **Vertentes da Subversão na Produção Científica em Educação Matemática**. Campinas (SP): Mercado de Letras, 2015b, p. 181-206.

MAFFIOLETTI, L. A.. Reflexões sobre os fundamentos do método (auto)biográfico: inventando relações. In: BRAGANÇA, I. F de S.; ABRAHÃO, M. H. M. B.; FERREIRA, M. S. (Org). **Perspectivas epistêmico-metodológicas da pesquisa (auto)biográfica**. Curitiba: CRV, 2016, p. 51-65.

OLIVEIRA, M. da G. de O. Para além de uma ilusão: Indivíduo, tempo e narrativa biográfica. In: AVELAR, A. de S.; SCHMIDT, B. B. (Org). **O que pode a biografia**. São Paulo: Letra e Voz, 2018, p. 59-72.

PEREIRA, L. M. L. Algumas reflexões sobre histórias de vida, biografias e autobiografias. **História Oral**. Rio de Janeiro, v. 3, p. 117-127, 2000.

SILVA, H. R. K da. Considerações e confusões em de história oral, história de vida e biografia. **MÉTIS**: História & Cultura, Caxias do Sul, v. 1, n. 1, p. 25-38, jan./jun., 2002.

VALENTE, W. R. (Org). **Ubiratan D'Ambrosio:** conversas; memórias; vida acadêmica; orientandos; educação matemática; etnomatemática; história da matemática; inventário sumário do arquivo pessoal. São Paulo: Annablume, 2007.

ISSN 2236-4102

UMA HISTÓRIA DO PRIMEIRO CURRÍCULO DO CURSO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ: anos 1971 a 1972

Suélen Rita Andrade Machado [460]
Lucieli M. Trivizoli [461]

RESUMO

O presente trabalho compreende um estudo histórico que se relaciona diretamente à nossa dissertação de mestrado desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (PCM/UEM), e visa a análise das modificações curriculares do Curso de Matemática desta instituição entre os anos 1971 a 1996, uma história relativamente recente em termos de História da Educação Matemática no Brasil. Assim, para este trabalho, definimos por cerne identificar e caracterizar historicamente o desenho inicial do primeiro currículo do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá, em consonância ao movimento histórico-institucional de gênese da instituição UEM, uma vez que o primeiro currículo do Curso de Matemática desta instituição sofreu modificações em seu aspecto inicial no decorrer dos anos, o que suscitou-nos a rememorar neste trabalho as bases curriculares iniciais que foram necessárias à ascensão do Curso de Matemática em sua organização histórico-curricular. Neste sentido, por corresponder a um estudo exploratório-descritivo, de natureza qualitativa que se prima na análise documental, nos amparamos em documentos alocados no Departamento de Matemática (DMA) do Curso de Matemática da UEM, em resoluções e pareceres da Revista Documenta e trabalhos que trataram sobre o histórico do Curso de Matemática e da instituição UEM. Da análise realizada, verificamos que a aprovação do primeiro currículo do Curso de Matemática junto à homologação do Curso de Matemática da UEM ocorreu no ano de 1970, sua vigência sem modificações perdurou até o 1º Semestre de 1972 e apresentava em seu conteúdo o Parecer C.F.E. nº 292/1962 referente às matérias pedagógicas e o Parecer C.F.E. nº 295/1962 referente ao Currículo Mínimo de Matemática. Consideramos, então, que seu contorno expressa características inseparáveis da política educacional da década de 1960, como também particularidades do corpo docente e de outros cursos da própria instituição que foram criados no mesmo ano.

Palavras-chave: Curso de Matemática. Currículo do Curso. História da Educação Matemática. História Institucional. UEM.

[460] Universidade Estadual de Maringá (UEM). sumachado18@gmailcom.
[461] Universidade Estadual de Maringá (UEM). lmtrivizoli@uem.br.

INTRODUÇÃO

Este trabalho é oriundo do contexto de nosso trabalho dissertativo e historiográfico de mestrado, desenvolvido no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (PCM/UEM) e que também integra o conjunto de trabalhos que são realizados no Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática (GHMEM). No âmago de nossa dissertação, tivemos por objetivo analisar as modificações curriculares do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá entre os anos 1971 a 1996.

Para este trabalho, nosso objetivo é identificar e caracterizar historicamente o desenho inicial do primeiro currículo do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá, em consonância ao movimento histórico-institucional de gênese da instituição UEM. O primeiro currículo do Curso de Matemática desta instituição sofreu modificações em seu aspecto inicial no decorrer dos anos. Entretanto, neste trabalho nos propomos a rememorar as bases curriculares iniciais que foram necessárias à constituição do Curso de Matemática em sua organização histórico-curricular, antes das primeiras modificações.

Por integrar um estudo que se relaciona ao campo investigativo da História da Educação Matemática, se inclui à vertente da História Institucional da Matemática que apresenta em seu arranjo investigações relacionadas ao histórico de Cursos de Matemática de Instituições Superiores no Brasil. Outrossim, o campo investigativo da História da Educação Matemática se debruça a investigar como prática social científica a complexidade histórica que envolve o desenvolvimento de instituições, sociedades, currículos e agentes atrelados ao desenvolvimento da matemática, seja em fontes orais ou documentais (TRIVIZOLI, 2016; GARNICA, 2012; MIGUEL; MIORIM, 2002).

Ao se caracterizar como um estudo exploratório-descritivo, este trabalho se insere dentre as abordagens de natureza qualitativa (TRIVIÑOS, 1987), que utiliza como aporte teórico pesquisas correlacionadas, o estudo de políticas educacionais a partir da Revista Documenta como direcionamento para as análises, e como fonte histórica de análise os documentos históricos relacionados ao Curso de Matemática da

Universidade Estadual de Maringá, identificados, organizados e alocados no Departamento de Matemática desta instituição.

Esta identificação, organização e alocação de documentos é importante para a conservação e o acesso a posterior consulta, uma vez que segundo Bacellar (2008), no Brasil, não há uma prática comum de preservação da documentação pública/privada e o pesquisador muitas vezes encontra documentos mau acondicionados em locais que se caracterizam por “[...] um relativo descaso pelo patrimônio arquivístico” (p. 50).

Segundo Machado e Trivizoli (2018), a organização de fontes documentais de instituições em geral pode corroborar na memorização histórica de acontecimentos importantes que outrora foram excluídos pelo desconhecimento de arquivos desprovidos de armazenamento e identificação adequada. Ainda por estas pesquisadoras, o processo que inclui a organização, a análise e a interpretação destes documentos, e as relações que envolvem os acontecimentos implícitos nestes arquivos, que narram fatos inerentes a eles, expressam-se como uma elaboração de um discurso sobre a história, mas que não se restringe apenas o “olhar” ao passado, mas a maneira como o historiador “aborda” o passado, dialogando com Jenkins (2007).

Para análise e interpretação das fontes primárias alocadas no Departamento de Matemática da UEM, seguimos os componentes de agrupamentos para análise, elencados por Bacellar (2008), quanto à organização e justaposição dos documentos relacionados ao objeto de nosso trabalho, a leitura e estabelecimento de relações entre textos, contextos e constantes, busca por mudanças e permanências.

Neste sentido, no presente trabalho buscamos construir uma história do primeiro currículo do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá, aprovado no ano de 1970 (Resolução nº 01/1970) e com vigência até o 1º Semestre de 1972, procurando responder ao seguinte questionamento: Quais são as características político-histórico-educacionais do desenho do primeiro currículo do Curso de Matemática da UEM e o que projetou a sua primeira modificação curricular redesenhando seu aspecto inicial?

Concordamos com Trivizoli (2008) que a pretensão deste escrito se encaminha dentre as diversas interpretações possíveis acerca do passado, considerando sua descrição sob influência de conceitos do presente. Assim, para o contemplar de tal

questionamento, na próxima seção apresentaremos um histórico dos primeiros anos da instituição UEM e de seu Curso de Matemática, apontando os motivos que levaram à implantação de uma instituição superior no interior do Paraná e o legado de seus primeiros cursos a fim de suprir expectativas regionais, especificamente o Curso de Matemática. Posteriormente, apresentaremos o desenho do primeiro currículo, suas disciplinas e o respaldo da política educacional do momento.

Por fim, teceremos considerações acerca deste ensaio que representa um estado da arte em relação à construção de uma possível história para o desenho do primeiro currículo do Curso de Matemática da UEM.

OS PRIMEIROS ANOS DA UEM E DO CURSO DE MATEMÁTICA

Para compreender a gênese da instituição UEM, recorre-se a meados da década de 1960 quando, sob influência do regime militar, novos rumos educacionais e sociais foram tomados no Brasil de modo a manter a ordem socioeconômica e política, em consonância às diretrizes gerais da Educação e o ajuste da organização do ensino à nova ordem política, por meio da Lei nº 5.540/68 que reformulou o Ensino Superior e posteriormente pela Lei nº 5.692/71 que alterou o ensino primário e secundário, denominando-os de sistema nacional de ensino de primeiro e segundo graus (SAVIANI, 2014).

Neste sentido, tem-se que o final da década de 1960 e o início da década de 1970 foram marcados por reformulações e a criação de diversas universidades no país. No Paraná, por exemplo, a ideologia do desenvolvimento integrado do governo Paulo Cruz Pimentel previa a interiorização do ensino superior pelo estado, já que até a década de 1960 havia apenas a Universidade Federal do Paraná e a Universidade Católica, ambas situadas na capital, e desde a década de 1950 as regiões não centrais do Estado desejavam criar uma universidade a fim de tirar a exclusividade universitária da capital e expandir seu desenvolvimento econômico (SHEEN, 2001; ARAUJO NETO; TRIVIZOLI, 2016).

De acordo com Sheen (2001), o segundo quinquênio da década de 1960 representou a autorização da criação de três universidades estaduais no interior do Paraná pelo governo do estado: a *Universidade Estadual de Ponta Grossa*, a *Universidade Estadual de Londrina* e a *Universidade Estadual de Maringá*, por meio da Lei nº 6.034/69 de 06 de novembro de 1969, instituída pelo governador Paulo Pimentel. Porém, somente sob o Decreto Estadual nº 18.109 de 30 de janeiro de 1970 foi criada a Universidade Estadual de Maringá no noroeste do Paraná, sob o regime de Fundação de Direito Público, com autonomia didático-científica, financeira, administrativa e disciplinar.

A UEM em sua criação agregou a Faculdade Estadual de Ciências Econômicas, criada em 1959, a Faculdade Estadual de Direito e Fundação Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, criadas em 1966. Nestas instituições, os cursos de Ciências Econômicas já existiam desde 1961, Direito desde 1966, Geografia, História e Letras desde 1967, e em 1969 foi criado o curso de Ciências do 1º Grau (UEM, 2018). No entanto, um dos primeiros cursos criados pela Universidade Estadual de Maringá foram Matemática e Química, pedido formulado pela incorporada Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras.

O Curso de Matemática foi um dos primeiros a serem criados na UEM, junto ao Curso de Química sob a modalidade de Licenciatura, e foi denominado pelo Catálogo de Cursos do Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas (ICET) como Curso de ‘Matemática Pura’ (PARANÁ, 1971). Sua criação junto ao seu primeiro currículo foi fixada e aprovada por meio da Resolução nº 01/1970 - COU da Fundação Universidade Estadual do Paraná, aos dias 26 de novembro de 1970, a partir de três razões: mediante a necessidade de formação docente na área e áreas afins, pelo cumprimento das exigências quanto à estrutura e funcionamento de cursos universitários desta natureza na instituição e, por fim, pela prescrição de um currículo em conformidade à política educacional do momento.

Em relação às expectativas regionais, o curso foi proposto em função da carência de professores do ensino secundário na região noroeste do Paraná para constituir corpo docente de estabelecimentos de ensino oficiais e particulares de Maringá e região, como também abrir portas à Engenharia e suprir a carência de

docentes de Matemática da região do sul de São Paulo e do Mato Grosso do Sul, na qual Maringá era o pólo (ARAUJO NETO; TRIVIZOLI, 2018; ARAUJO NETO, 2016; D'ANTONIO, 2013).

No Projeto Político Pedagógico do Curso de Matemática da UEM de 2010, que se encontra em vigência até o ano de 2018, há a indicação de que o Curso de Matemática, seu primeiro currículo e corpo docente foram aprovados pelo Conselho Universitário da Universidade Estadual de Maringá por meio da Resolução nº 01/1970, de 26 de novembro de 1970, com uma oferta de 90 vagas. Implantado em 1971, o curso se configurava em regime anual com 2.370 horas-aula, já em 1972, passou a ser semestral vinculado ao Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas - ICET, com oferta de 40 vagas semestrais (PARANÁ, 2010).

Conforme indicado por Araujo Neto (2016), o regime de disciplinas do Curso de Matemática era composto de créditos que possibilitava aos alunos escolherem as disciplinas que cursariam, com formandos no primeiro e segundo semestres. E embora o curso tenha sido criado sob o aspecto de licenciatura, se espelhava em outros cursos do Brasil, em sua maioria com disciplinas conteudistas e uma parte pedagógica, sob responsabilidade de outros departamentos.

O PRIMEIRO CURRÍCULO DO CURSO DE MATEMÁTICA DA UEM

De modo a caracterizar o primeiro currículo do Curso de Matemática da UEM, evocamos a perspectiva assumida por Sacristán (2013) sobre o pensamento acerca do currículo e suas relações com o desvelar de sua natureza reguladora, isto é, a compreensão dos "[...] códigos por meio dos quais ele é feito, que mecanismos utiliza, como é realizada essa natureza e que consequências podem advir de seu funcionamento" (p. 23). Entretanto, é necessário, segundo este pesquisador, explicitar, explicar e justificar o que é imposto, o por quê e como isto é realizado. Neste sentido, ao longo dos próximos trechos procuramos caracterizar o desenho do primeiro currículo assumindo essa perspectiva.

A elaboração da primeira grade curricular do Curso de Matemática no início da década de 1970 resultou possivelmente da incorporação de diversas grades curriculares de outras instituições, não havendo a influência específica de uma ou outra instituição de ensino superior. Sua elaboração, segundo o relato do professor Amaury Antônio Meller (2015, in ARAUJO NETO, 2016), foi iniciativa do próprio corpo docente, a partir de análises de diversas grades curriculares de outros cursos de matemática por aqueles professores. Advertimos que em nossas documentações não há informações suficientes acerca da escolha das disciplinas e as justificativas para a escolha, entretanto, ao longo desta caracterização buscamos justificar as escolhas amparadas nas políticas educacionais do momento.

No quadro 1 apresentamos o desenho do primeiro currículo do Curso de Matemática da UEM para o ano de 1971 e para o 1º semestre de 1972, ressaltando que para o ano de 1971 o curso se fixava como anual. Sua aprovação junto à homologação do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá ocorreu no ano de 1970, por meio da Resolução nº 01/1970.

QUADRO 1: I Currículo do Curso de Matemática da UEM (1971-01/1972)

1971 e 1/1972 – Regime Anual	**Carga Horária Semanal**
Cálculo I – DM[462]	16
Cálculo II – DM	16
Cálculo Avançado	8
Cálculo Numérico	8
Geometria Descritiva I	4
Geometria Descritiva II	8
Geometria Analítica	8
Geometria Superior	8
Lógica Simbólica	8
Desenho Geométrico	4
Fundamentos da Matemática	8
Mecânica Geral – DF[463]	12
Estatística	8
Álgebra I	8
Álgebra II	8
Física Geral e Experimental I – DF	16
Física Geral e Experimental II – DF	16
Análise Superior	8

[462] Departamento de Matemática.
[463] Departamento de Física.

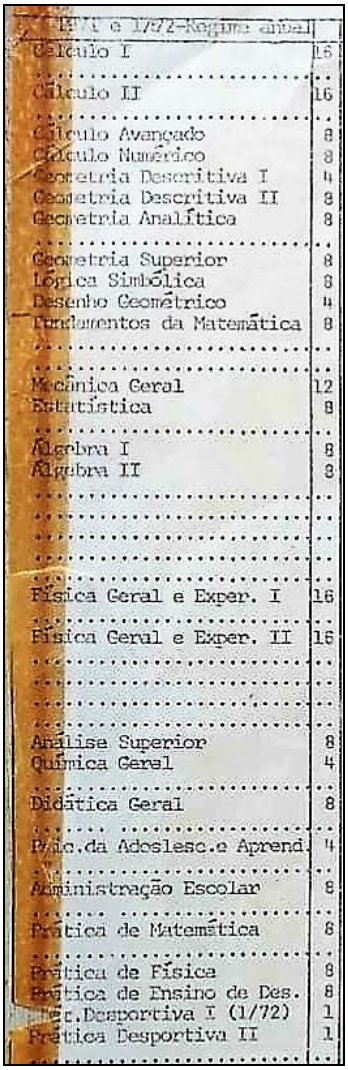
Química Geral - DQ[464]	4
Didática Geral	8
Psicologia da Adolescência e Aprendizagem	4
Administração Escolar	8
Prática de Matemática	8
Prática de Física	8
Prática de Ensino de Desenho	8
Prática Desportiva I (1/72)	1
Prática Desportiva II	1
Total de Carga Horária Semanal do Curso:	**222**

Fonte: Arquivos físicos das grades curriculares (PARANÁ, 1978)

Na sequência, apresentamos a fotocópia do documento original referente ao primeiro currículo do Curso de Matemática da UEM, que transcrevemos no quadro acima.

[464] Departamento de Química.

FIGURA 1: I CURRÍCULO DO CURSO DE MATEMÁTICA DA UEM (1971-01/1972)



I - 1 e 1/72-Regime anual	
Cálculo I	16
Cálculo II	16
Cálculo Avançado	8
Cálculo Numérico	8
Geometria Descritiva I	4
Geometria Descritiva II	8
Geometria Analítica	8
Geometria Superior	8
Lógica Simbólica	8
Desenho Geométrico	4
Fundamentos da Matemática	8
Mecânica Geral	12
Estatística	8
Álgebra I	8
Álgebra II	8
Física Geral e Exper. I	16
Física Geral e Exper. II	16
Análise Superior	8
Química Geral	4
Didática Geral	8
Psic.da Adoslesc.e Aprend.	4
Administração Escolar	8
Prática de Matemática	8
Prática de Física	8
Prática de Ensino de Des.	8
Ed.Desportiva I (1/72)	1
Prática Desportiva II	1

Fonte: PARANÁ (1978)

Verificamos que o primeiro currículo do Curso de Matemática da UEM proposto para o ano de 1971 e para o 1º semestre do ano de 1972, encontrado nos arquivos físicos organizados, prescreviam 27 disciplinas para a concretização do curso, num total de 222 horas-semanais a serem cumpridas ao longo dos três anos de curso em regime anual. Este currículo foi concebido para ser ofertado para todos os alunos que ingressassem no curso pelo mínimo de três anos ou máximo de sete anos (PARANÁ, 1978).

Observamos no desenho do primeiro currículo a presença da disciplina de *Química Geral*, oferecida pelo Departamento de Química, ministrada pelos professores

Flávio Pasquinelli e Percy Ildefonso Spitzner Júnior, além das disciplinas de *Física Geral e Experimental I e II*, *Mecânica Geral* oferecidas pelo Departamento de Física. Nas documentações, encontramos a disciplina de *Inglês* não inclusa no currículo, mas ministrada pela professora Maria Mercedes Lopes Pertsew na ocasião do primeiro currículo.

Quanto a outros professores, encontramos nas documentações as seguintes informações, a saber: Amaury Antônio Meller e Maria Mercedes Lopez Pertsew ministravam *Cálculo I*; José Wellington ministrava *Cálculo II*; Jaime Cardoso e Jorge Bernard ministravam *Geometria Descritiva I*; Maria Mercedes Lopez Pertsew e Wadilson Kleber Fabri Pereira ministravam *Geometria Analítica*; Antonio de Santa Rosa ministrava *Fundamentos da Matemática* e *Lógica Simbólica*; Laudelina Leila Santos de Campo e Carlos Roberto do Carmo Leite ministravam *Desenho Geométrico*; Oberon Floriano Dittert ministrava *Física Geral e Experimental I*; Fred Wolff e Renato Sprung ministravam *Física Geral e Experimental II* (PARANÁ, 1973).

Em correspondência à observância do currículo em relação ao Parecer C.F.E. nº 295, de 14 de novembro de 1962 regulamentado pelo Conselho Federal de Educação, que estabeleceu o currículo mínimo para Licenciatura em Matemática, fixando disciplinas de conteúdo matemático e de cunho pedagógico, encontramos as disciplinas de conteúdos matemáticos: *Geometria Descritiva I e II*; *Desenho Geométrico*; *Geometria Analítica*; *Fundamentos da Matemática*; *Física Geral e Experimental I e II*; *Cálculo I e II*; *Álgebra I e II*; *Cálculo Numérico*, em conformidade ao currículo mínimo para os Cursos de Matemática expresso pelo Parecer C.F.E. nº 295/1962:

> Art. 1.º - O currículo mínimo para a licenciatura em Matemática abrangerá as seguintes matérias:
> 1. Desenho Geométrico e Geometria Descritiva
> 2. Fundamentos de Matemática Elementar
> 3. Física Geral
> 4. Cálculo Diferencial e Integral
> 5. Geometria Analítica
> 6. Algebra
> 7. Cálculo Numérico
> 8. Matérias pedagógicas de acordo com o Parecer n.º 292. (BRASIL, 1962, p.86-87).

Sobre o Parecer C.F.E. nº 295/1962, que regulamentou o currículo mínimo da Licenciatura em Matemática, a disciplina *Fundamentos de Matemática Elementar* foi incluída no currículo mínimo de modo a revisar assuntos tratados no âmbito dos cursos de Matemática dos Ginásios e dos Colégios, aprofundando o conhecimento dos licenciandos, situando esse conhecimento no conjunto das teorias matemáticas estudadas, como é indicado na Revista Documenta nº 10, de 1962.

Em relação às disciplinas pedagógicas indicamos o que sugere o Parecer C.F.E. nº 292/1962, que fixava em seu âmago os seguintes dizeres:

> Art. 1.º - Os currículos mínimos dos cursos que habilitam ao exercício do magistério em escolas de nível médio, abrangerão as matérias de conteúdo fixados em cada caso e as seguintes matérias pedagógicas:
> 1. Psicologia da Educação: Adolescência, Aprendizagem.
> 2. Didática.
> 3. Elementos de Administração Escolar.
>
> Parágrafo único. É também obrigatória, sob a forma de estágio supervisionado, a Prática de Ensino das matérias que sejam objeto de habilitação profissional. (BRASIL, 1962, s/p).

Percebemos no primeiro currículo a presença das disciplinas: *Psicologia da Adolescência e da Aprendizagem; Didática Geral; Administração Escolar; Prática de Matemática; Prática de Física; e Prática de Desenho*. Essas matérias pedagógicas e/ou disciplinas pedagógicas como já elencamos, integravam o Parecer C.F.E. nº 292/1962 e não eram ministradas por professores do Departamento de Matemática, mas sim por professores de outros departamentos.

Ainda sobre as matérias pedagógicas no Parecer C.F.E. nº 292/1962, os relatores Valnir Chagas, Anísio Teixeira e Newton Sucupira destacaram a importância da inclusão de matérias pedagógicas no contexto dos conteúdos ora fixados pelo currículo mínimo na natureza de cada curso, de modo que o candidato à licenciatura realizasse estudos inerentes à ação docente a fim de compreender aspectos do aluno e do método. Assim, indicavam a *Psicologia da Adolescência*, pois esta voltava seu olhar às etapas de desenvolvimento do indivíduo, corroborando na compreensão do desenvolvimento do aluno. Quanto ao método, com enfoque no ensinar e com vistas à aprendizagem, indicava-se *Didática* e *Psicologia da Aprendizagem*. A *Prática de Ensino* então, seria o entrelaço entre aluno e método, dando realismo às abordagens

estudadas, por meio do Estágio Supervisionado, no qual o aluno em situação de docência é assistido e orientado por um professor regente (BRASIL, 1962).

A *disciplina Administração Escolar* foi indicada pelo parecer para que o aluno pudesse compreender os elementos básicos do funcionamento da estrutura escolar e os componentes da escola e do meio, não em profundidade como destaca o parecer, mas com o intento do aluno 'conhecer a escola'. Nos arquivos físicos referentes ao primeiro currículo do Curso de Matemática da UEM, não encontramos dados que evidenciam que as disciplinas de Práticas de Ensino eram realizadas sob a forma de estágio em conformidade legal. Ao analisar a ementa, percebe-se apenas um preparo teórico relativo à docência em meio às modificações do primeiro currículo.

A disciplina *Prática Desportiva ou Educação Física*, presente no primeiro currículo do curso e implementada a partir de 1972, foi uma disciplina que se tornou obrigatória a partir do ano de 1972, sob o decreto de Lei nº 69.450/71 de 01 de novembro de 1971, para o Ensino Superior, período no qual o Brasil se encontrava em Regime Militar. Esta disciplina foi obrigatória até o ano de 1996 e valorizava conteúdos esportivos que visavam a saúde e aprimoramento da aptidão física (BRASIL, 1971).

Deste modo, se observa a concordância do desenho do primeiro currículo do curso com as políticas educacionais do momento, entretanto, concordamos com o apontamento de Araujo Neto e Trivizoli (2018, p. 07) que adverte que "Embora o curso tivesse sido criado na modalidade de licenciatura, a grade curricular inicialmente foi estruturada com disciplinas de cunho conteudista, seguindo a regularidade dos cursos na época". O que converge ao que já expomos acerca da elaboração deste currículo.

Ainda sobre o caráter conteudista de um currículo voltado à formação docente, Junqueira e Marinque (2002) ressaltam que neste período o modelo de racionalidade técnica se operava e o esquema 3+1 "[...] em que as disciplinas de natureza pedagógica com duração de um ano justapunham-se após três anos de disciplinas de conteúdo específico" (p. 47), assentava à formação do professor como um especialista, um técnico para aplicar com rigor o que derivava dos conhecimentos científicos e pedagógicos recebidos em sua formação.

Pelas documentações, verificamos que essa proposta de currículo teve pouca durabilidade de execução em razão do vínculo do Curso de Matemática com o Instituto

de Ciências Exatas e Tecnológicas – ICET a partir de 1972, o qual tornou o curso semestral, e sobretudo em relação às políticas educacionais que foram homologadas para o Ensino Superior, o que suscitou modificações no desenho do primeiro currículo, sua modificação e adaptação em relação a alteração de carga horária, inclusão e exclusão de disciplinas, mudanças de rubricas e revisão curricular, o que não nos atentaremos neste presente trabalho, por não integrar parte de nosso objetivo investigativo.

CONSIDERAÇÕES

Neste trabalho tivemos por objetivo identificar e caracterizar historicamente o desenho inicial do primeiro currículo do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá em consonância ao movimento histórico-institucional de gênese da instituição UEM, procurando responder quais foram as características político-histórico-educacionais do desenho do primeiro currículo do Curso de Matemática da UEM e o que projetou a sua primeira modificação curricular redesenhando seu aspecto inicial.

Na construção de uma possível interpretação das fontes documentais que utilizamos e analisamos, verificamos que a aprovação do primeiro currículo do Curso de Matemática junto à homologação do Curso de Matemática da UEM ocorreu no ano de 1970, sua vigência sem modificações perdurou até o 1º Semestre de 1972 e apresentava em seu conteúdo o Parecer C.F.E. nº 292/1962 referente às matérias pedagógicas e o Parecer C.F.E. nº 295/1962 referente ao Currículo Mínimo de Matemática, políticas educacionais homologadas na década de 1960 e presentes ainda nos currículos atuais de cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil.

Em relação ao desenho do primeiro currículo, consideramos que ele expressa em seu contorno características inseparáveis da política educacional da década de 1960, como também particularidades do corpo docente e de outros cursos da própria instituição que foram criados no mesmo ano. Entretanto, verificamos um currículo essencialmente relacionado a disciplinas de conteúdos matemáticos e uma parte mínima de disciplinas pedagógicas, voltadas à formação docente, considerando que o

Curso de Matemática objetivava a formação de professores para suprir as necessidades e expectativas do momento.

Sobre a memória histórica decifrada a partir de uma fonte documental recuperada de um acervo que passou por um processo de organização e identificação, a construção de uma possível história do primeiro currículo do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá não pode ser interpretada a partir deste ensaio como a única e indiscutível, mas como a oportunidade para outras interpretações históricas, considerando a complexidade histórica que envolve os sujeitos, o espaço temporal e o momento atual que nos condiciona a assumir perspectivas de não neutralidade em relação à preservação da história em tempos sombrios nos quais as luzes históricas do conhecimento estão sendo cada vez mais requisitadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAUJO NETO, Antonio Peixoto de; TRIVIZOLI, Lucieli M. A interiorização do ensino superior no estado do Paraná a partir da década de 1960: O contexto para a criação do Curso de Matemática na UEM. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. **Anais** do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016. Disponível em:< http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6787_2876_ID.pdf>. Acesso em: 30 out. 2018.

ARAUJO NETO, Antonio Peixoto de; TRIVIZOLI, Lucieli Maria. O Curso de Matemática da UEM: uma problematização de sua história em seus primeiros anos. **Acta Scientiarum**, v. 40, p. e32127, 2018.

ARAUJO NETO, Antonio Peixoto de. **Um estudo histórico do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá:** A criação e os primeiros anos. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciência e Matemática), Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Maringá, 2016.

BACELLAR, Carlos. Fontes Documentais: Uso e mau uso dos arquivos. In: PINSKY, Carla Bassanezi (Org.). **Fontes históricas**. São Paulo: Contexto, 2008.

BRASIL. Conselho Federal de Educação. Parecer C.F.E. nº 292/1962. In: **Documenta**. Brasília, n. 10, dez., 1962.

BRASIL. Conselho Federal de Educação. Parecer C.F.E. nº 295/1962. In: **Documenta**. Brasília, n. 10, dez., 1962.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Decreto n° 69.450/71**, de 1° de novembro de 1971. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/d69450.htm>. Acesso em: 31 out. 2018.

D'ANTONIO, Sandra Regina. **Comunicação e saberes docentes: uma reflexão sobre o curso de licenciatura em matemática da Universidade Estadual de Maringá**. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática), Universidade Estadual de Maringá, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Maringá, 2013.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; SOUZA, Luzia Aparecida de. **Elementos de História da Educação Matemática**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.

JENKINS, Keith. **A História repensada**. Tradução de Mario Vilela. Revisão Técnica de Margareth Rago. São Paulo: Contexto, 2007.

MACHADO, Suélen Rita Andrade; TRIVIZOLI, Lucieli M**.** I Encontro do ensino da matemática na UEM (Maringá, 1981): Componente histórica da educação matemática no Brasil. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.7, n.14, p. 61-82, 2018.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. História da Matemática: uma prática social de investigação em construção. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, 2002.

PARANÁ. Apoio aos colegiados – ACO. Campus Sede (Maringá/PR). **Projeto Político Pedagógico de Matemática**. 2010. Disponível em:<http://www.pen.uem.br/deg/apoio-aos-colegiados-aco/documentos/cursos-1/cursos/matematica-integral-noturno-vespertino-e-noturno>. Acesso em: 30 out. 2018.

PARANÁ. **Catálogo de cursos ICET**, Maringá, 1971.

PARANÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Ementas e Planos de Curso de Matemática UEM de 1973**. Maringá, 1973.

PARANÁ. Universidade Estadual de Maringá. **Grades curriculares**: 1971-1978. Maringá, 1978.

PARANÁ. **5ª Ata da reunião referente à Resolução do Conselho Universitário nº 01/1970**, Maringá, 26 nov.1970.

SACRISTÁN, José Gimeno. O que significa o currículo? In: SACRISTÁN, José Gimeno (Org.). **Saberes e incertezas sobre o currículo**. Porto Alegre: Penso, 2013. p. 16-35.

SAVIANI, Demerval. O Legado Educacional do “Longo Século XX” Brasileiro. In: SAVIANI, Demerval (Org.). **O Legado Educacional do Século XX no Brasil**. Campinas, SP: Autores Associados, 2014.

SHEEN, Maria Rosemary Coimbra Campos. Estado e educação no Brasil: análise histórica do contexto de criação das universidades estaduais do Paraná na década de 60. In: SHEEN, Maria Rosemary Coimbra Campos (Org.). **Recortes da história de uma universidade pública:** o caso da Universidade Estadual de Maringá. Maringá: Eduem, 2001.

TRIVIÑOS, Augusto Nibaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais:** a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

TRIVIZOLI, Lucieli Maria. **Sociedade de Matemática de São Paulo:** Um estudo histórico-institucional. Dissertação de Mestrado (Mestre em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, 2008.

TRIVIZOLI, Lucieli Maria. Um panorama para a investigação em História da Matemática: Surgimento, institucionalização, pesquisas e métodos. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 5, n. 8, p. 189-212, 2016.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ - UEM. **Histórico**. 2018. Disponível em:<http://www.uem.br/sobre-a-uem/historico>. Acesso em: 30 out. 2018.

ISSN 2236-4102

UMA VISÃO DOCENTE: A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Romulo Everton de Carvalho Moia [465]
Idalina Caldas Moia [466]

RESUMO

A pesquisa iniciou após verificar que muitos professores de matemática e também graduandos em Licenciatura em Matemática ainda não compreendem muito bem a História da Matemática como recurso metodológico a ser utilizado em sala de aula. Diante disso, é fundamental pesquisas particulares com professores que a utilizam em sua prática docente para constatar de que forma a História da Matemática é utilizada como mecanismo de ensino. A pesquisa tem como objetivo verificar a importância da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem a partir da visão do professor de matemática. Para tanto, realizamos os seguintes caminhos da pesquisa: pesquisa bibliográfica; escolha do lócus da pesquisa (uma escola pública do município de Cametá/PA); coleta de dados, a partir de um questionário, junto a dois professores de matemática; descrição e análises das respostas. Com essa pesquisa, percebemos que o uso da História da Matemática tornam as aulas mais dinâmicas e interessantes para os alunos. Além disso, o resgate histórico é um instrumento auxiliador ao professor no processo de ensino e aprendizagem, estimulando a curiosidade e o interesse do aluno pelo aprender. Além disso, proporciona a integração entre os conteúdos da matemática e desta com as outras disciplinas.

Palavras-chave: História da Matemática. Ensino. Aprendizagem.

[465] Universidade Federal do Pará – UFPA. E-mail: romuloecm08@gmail.com
[466] Universidade Federal do Pará – UFPA. E-mail: fc.lina@gmail.com

INTRODUÇÃO

Este trabalho consiste na apresentação da História da Matemática e sua importância no ensino e aprendizagem da Matemática a partir da visão do professor. Nesse aspecto, acreditamos que a História da Matemática proporciona ao aluno uma outra forma de ver e entender a Matemática, tornando-a mais contextualizada e integrada com as outras disciplinas, estimulado o interesse e a aprendizagem dos mesmos.

Consideramos ainda, que a organização e o ensino da disciplina Matemática deve estar atrelado a interdisciplinaridade e a contextualização para possibilitar ao aluno uma visão mais abrangente da matemática (GASPERI e PACHECO, 2007, p. 02).

Sendo assim, a partir de observações em discursos e conversas com professores de matemática e graduandos em Licenciatura em Matemática, verificamos que a História da Matemática, como recurso metodológico, necessita ser mais bem compreendida e utilizada em sala de aula. Logo, é imprescindível que pesquisas e trabalhos sejam feitos sobre essa temática, a fim de aprofundar discussões sobre

Dessa forma, a presente pesquisa tem como objetivo geral verificar a importância da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem a partir da visão do professor. Para tanto, fizemos uma abordagem bibliográfica com autores relacionados a Educação Matemática, a História da Matemática, a História do Ensino da Matemática. Em seguida, realizamos visitas a Escola Municipal de Ensino Fundamental São João Batista para expor a pesquisa a direção e professores de matemática. Logo após, realizamos entrevistas agendadas com os sujeitos da pesquisa (professores de matemática). Por fim, descrevemos e analisamos as informações adquiridas com as entrevistas.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA

A partir de 1961, com a criação do Comitê Interamericano de Educação Matemática – CIAEM, os países da América Latina iniciaram as discussões sobre

Educação Matemática. Após esse primeiro passo, a Educação Matemática foi e continua sendo um movimento que vem crescendo significativamente com a promoção de eventos para debater o tema em diferentes países. (D'AMBROSIO, 2012).

Desde o final do século XIX que, pessoas como o professor Otto de Alencar e Silva, empenhava-se em sintonizar o Brasil com o que tinha de mais atual na produção matemática. Outros professores, como Manuel Amoroso Costa, Theodoro Ramos, Lélio Gama e Felipe dos Santos Reis, aderiram ao movimento "(...) em prol da implantação definitiva no Brasil das novas teorias e técnicas matemáticas, bem como da ruptura das estruturas arcaica representadas pela ideologia positivista de Comte, no que diz respeito às ciências exatas" (SILVA 1992, p.109).

O Movimento de Educação Matemática acontece em âmbito internacional, em várias instâncias e em todos os níveis de ensino. Inclusive, o Brasil tem sido palco de encontros internacionais de Educação Matemática.

Segundo Valente (2007, p. 38) muitos países da Europa começaram a amadurecer a ideia de que se tornava imprescindível e urgente uma reforma no ensino da Matemática. De fato, durante a década de 1950, ocorreram numerosas iniciativas, tanto nos Estados Unidos como em vários países da Europa, como França, bem como, no Brasil, com propósitos de modificar o ensino da disciplina Matemática, reorganizando sua programação a partir de uma nova concepção metodológica que priorizava a heurística e a axiomática, as relações entre estruturas lógico matemáticas, até então, ensinadas de forma fragmentada.

A partir deste contexto, há uma preocupação com a Matemática ensinada a população, originando:

> Um movimento internacional de reformulação do ensino de Matemática, conhecido como Movimento da Matemática Moderna, uma tentativa que nos anos 60 e 70 procurava superar o ensino tradicional que até a década de 50 privilegiava a Matemática clássica, o modelo euclidiano, a visão platônica (PINTO e FERREIRA, 2006, p. 113).

O Movimento da Matemática Moderna, no início da década de 1960, trouxe ao ensino da Matemática novas formas de representação, uma vez que, segundo Flores (2007, p. 152) esse movimento:

> Ligado a um projeto maior, ao projeto modernista percebido como positivista tecnocêntrico e racionalista, buscava atender às novas necessidades sociais de progresso, de desenvolvimento, de modernização e avanço tecnológico. A "Nova Matemática", ou a "Matemática Moderna", nas escolas, pretendia ser antes de tudo uma linguagem universal, clara e precisa fundamentada numa concepção estrutural - formalista com supremacia nas estruturas algébricas e na linguagem formal da Matemática (FLORES, 2007, p. 152).

Segundo Miguel e Miorim (2005, p. 78), os livros didáticos de Matemática que contemplam o ideário do Movimento da Matemática Moderna começaram a surgir no cenário brasileiro a partir de meados da década de 60, com novos recursos editoriais, com uma organização lógico-estrutural dos conjuntos numéricos com o uso da linguagem simbólica.

Mesmo que a Matemática Moderna tenha ocorrido de forma que não atendesse plenamente ao que se propunha o movimento, para Pinto e Ferreira (2006) essa reforma curricular da matemática escolar foi adequando-se pela comunidade escolar, a começar, pelos grandes centros do país, passando a ocorrer, de forma mais lenta, nas escolas mais longínquas, a maioria delas, informando-se das mudanças da disciplina Matemática, por meio do livro didático.

Na concepção de Valente (2007, p. 80) "para que um sistema de ensino exista, isto é, para que o ensino seja possível, é preciso que haja compatibilidade do sistema com o meio onde o educando está inserido". Logo, o movimento, mesmo com boas ideias e concepções pedagógicas, foi perdendo força e fracassando no contexto educacional.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Segundo Santos (2009, p. 76), o homem utiliza a matemática para facilitar a vida e organizar a sociedade, desde a antiguidade; abandona o pensamento mítico e passa a utilizar a filosofia como forma de buscar o conhecimento, e é nesse momento histórico que se dá a utilização dos números de forma racional. A matemática desempenhou um papel importante dentro da sociedade e foi utilizada por povos primitivos.

A origem da Matemática se deu nas culturas da Antiguidade Mediterrânea e desenvolveu-se ao longo da Idade Média, e por meio da história que conseguimos entender e destacar isso. “Ensinar a Matemática recorrendo a sua história é tratá-la como uma manifestação cultural” (CREPALDI, 2005, p. 37).

Há de enfatizar ainda que:

> a própria História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática.
>
> (BRASIL, 1998, p. 40)

Para D’Ambrósio (1999, p. 97), comete-se um grande erro ao desvincular a Matemática das outras atividades humanas. Em toda a evolução da humanidade, as ideias matemáticas vêm definindo estratégia de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumento para esse fim e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para própria existência.

A História da Matemática, quando bem interpretada na Educação Matemática, pode ser vista como imprescindível, pois ela é essencial nas discussões sobre a disciplina e seu ensino (GASPERI & PACHECO, 2007, p. 35).

A História da Matemática pode ser um ótimo instrumento para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, com a finalidade de entender porque cada conceito foi introduzido nesta ciência e que fora algo natural naquele momento histórico (MILIES, 2007, p. 23).

Ainda de acordo com Mendes (2003, p. 24), a História da Matemática, quando inclusa, nas atividades de ensino aprendizagem de conteúdos matemáticos permite um caráter mais construtivo e útil à aprendizagem dos mesmos. Os alunos percebam o caráter investigatório presente na geração, organização e disseminação desses tópicos ao longo do seu desenvolvimento histórico.

Utilizando a História da Matemática, pode-se verificar que a Matemática é uma construção humana, foi sendo desenvolvida ao longo do tempo e, por assim ser, permite compreender a origem das ideias que deram forma à cultura, como também

observar aspectos humanos de seu desenvolvimento, enxergar os homens que criaram essas ideias e as circunstâncias em que se desenvolveram (PACHECO, 2007, p. 38).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A pesquisa ocorreu na Escola Municipal de Ensino Fundamental “São João Batista”, localizada no Bairro Central da Cidade de Cametá, estado do Pará. A escola foi fundada no dia 20 de outubro de 1983, para atender o ensino fundamental menor da 1ª a 5ª série. Recebeu esse nome em homenagem ao padroeiro da cidade de Cametá, São João Batista.

As entrevistas foram realizadas nos dias 16 e 17 de maio de 2017, durante visitas agendadas com a direção da escola e os professores de Matemática. Foram entrevistados dois professores de Matemática, que lecionam a disciplina no Segundo ciclo do Ensino Fundamental e na Educação de Jovens e Adultos - EJA. Os mesmos foram chamados de PROFESSOR A e PROFESSOR B. O roteiro utilizado nos encontros com os docentes possuíam os seguintes questionamentos, conforme mostra quadro 1 a seguir.

Quadro 1: Roteiro de Perguntas utilizado com os Professores Pesquisados

ORD	Questionamentos
01	A História da Matemática contribui para compreensão de conteúdos matemáticos?
02	A História da Matemática contribui para compreensão da matemática enquanto conhecimento e sua relação com outras áreas?
03	Ensinar sobre a história da matemática satisfaz a curiosidade do aluno e o motiva?
04	Quanto à necessidade da participação da história da matemática na formação inicial de professores de Matemática?
05	A História da Matemática incentiva leitura sobre outras áreas do conhecimento?
06	A História da Matemática influencia na prática pedagógica do futuro professor?

Em relação à primeira pergunta, ambos professores enfatizaram sobre a importância da utilização da História da Matemática para a compreensão dos

conteúdos matemáticos. No entanto o Professor A, salienta que ainda hoje muitos professores da área desconhecem a história dos conteúdos matemáticos. Logo, tais professores deixam de lado e não exploram esse recurso metodológico importantíssimo na aprendizagem dos alunos.

Quanto à segunda pergunta, os docentes disseram que a História da Matemática contribui para a aprendizagem e com outras áreas do conhecimento. O Professor B comentou que a matemática está vinculada a história da humanidade em diferentes contextos históricos e sociais. O Professor A ressaltou que a Matemática, a partir dos Parâmetros Curriculares nacionais, deve ser trabalhada, aplicada e discutida com outras áreas de conhecimento.

Quanto a curiosidade e motivação dos alunos, questionado na terceira pergunta, os professores responderam que os conteúdos, quando trabalhados com o uso da História, aumentam e estimulam a vontade de aprender. Além disso, essa prática metodológica faz com os alunos agucem a busca por mais informações sobre o tema, não se restringindo apenas as informações repassadas pelo professor.

A respeito da pergunta número quatro, o Professor A informou que a História da Matemática pode trazer muitas contribuições positivas para formação inicial de professores de Matemática. Já o Professor B frisou que a história não é um elemento único na formação do professor, mais sim um elemento a mais na sua formação. Sendo assim, a História da Matemática vem como um fator que soma na organização da formação do professor.

A respeito da quinta pergunta, o Professor A informou que a História da Matemática pode incentivar leituras sobre outras áreas do conhecimento devido a mesma estar presente em passagens importantes da sociedade, levando também a um contextos de maior alcance de informações. Já para o Professor B, a História da Matemática estimula a leitura para outras áreas do conhecimento, mas isso não se generaliza. Para ele, isso varia conforme a afinidade do aluno em relação ao conteúdo trabalhado e outras áreas do conhecimento.

Já para a sexta e última pergunta, os professores concordaram que a História da Matemática influencia na prática pedagógica do futuro professor. O Professor A disse que tais conhecimentos contribuem no aprimoramento das ações pedagógicas do

futuro professor, auxiliando-o a ministrar suas aulas de maneira mais fora do cotidiano tão sério que é a matemática. O Professor B colocou que ainda que esse e outros recursos metodológicos influenciam e enriquecem a formação e o trabalho do futuro professor e aprimoram a aprendizagem do aluno, mas que é preciso mais cursos de formação continuada, pois o que se aprende na graduação não é suficiente para tal fim.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho fundamentou-se em uma visão sobre A Educação Matemática e Movimento da Matemática Moderna, História da Matemática e, a partir dos sujeitos da pesquisa, a importância da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem.

A Educação Matemática surge como uma forma de revolucionar todo um contexto a priori conservador do ensino, onde a mesma ascende como uma tendência no contexto internacional até se propagar e se consolidar no cenário educacional brasileiro.

Em consonância, houve o Movimento da Matemática Moderna, que influenciou a prática de ensino de matemática na década de 1960 e 1970. Várias mudanças ocorreram no sentido de ensinar a Matemática, dentre elas está a implementação do livro didático, fazendo referências aos processos históricos de produção e utilizando esses mesmos como instrumento para auxiliar a aprendizagem da matemática.

Além disso, foi possível verificar que a História da Matemática encontra-se atrelada a História da Humanidade na busca de uma melhor forma de organização.

Quanto a prática pedagógica, a utilização da História da Matemática é uma ferramenta metodológica muito útil para o processo de ensino aprendizagem da Matemática. Ela deve ser mais bem tratada pelos professores para estimular o interesse e aprendizagem dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos.

Um dos pontos relevantes do trabalho está quando os professores, assim como D'Ambrósio (1999), concordam que a matemática deve está engajada com outras

atividades humanas. Isto é, a Matemática sendo trabalhada com outras áreas do conhecimento.

Ainda foi possível considerar, a partir das entrevistas com os professores os seguintes, alguns fatores relevantes, tais como: A importância da utilização da História da Matemática para a compreensão dos conteúdos matemáticos foi comum aos professores pesquisados; A História da Matemática contribui para a aprendizagem e com outras áreas do conhecimento; Quando os professores fazem uso adequado da História da Matemática, aumentam e estimulam a vontade de aprender por parte dos alunos; Os professores pesquisados concordaram que a História da Matemática influencia na prática pedagógica do futuro professor.

Outro ponto positivo a ser destacado, diz respeito a concordância dos professores pesquisados com Mendes (2012), onde a História da Matemática contribui para a compreensão dos conteúdos matemáticos.

Com isso, percebemos que ao utilizar a História da Matemática nas aulas, as mesmas tornam-se mais dinâmicas e interessantes. Além disso, o resgate histórico vem como instrumento para auxiliar o professor no processo de ensino e aprendizagem, estimulando a curiosidade e o interesse do aluno pelo aprender.

REFERÊNCIAS

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CREPALDI, M. A. S. **A História da matemática na apropriação dos conteúdos da 6ª série do ensino fundamental**. UNESC, 2005. Disponível em <http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/000027/00002769.pdf>. Acesso dia 15 de maio de 2017.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **A História da Matemática**: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Ed.). Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 8. ed. Campinas: Papirus, 2012.

FLORES, C. R. **A Representação Semiótica e a Matemática Moderna**: análise de uma nova forma de pensar e de representar. . In MATOS. J. M.: VALENTE. W.R. (Org.). A Matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos. São Paulo: Da Vinci, 2007.

GASPERI, W. N. H. de; PACHECO, E. R. **A História da Matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na Educação Básica**. PDE: Programa de Desenvolvimento Educacional da Secretaria da Educação do Estado do Paraná. 2007.

MENDES, I. A. **História da Matemática**: um enfoque transdisciplinar. In: XI CIAEM. FURB. Blumenau: FURB. 2003, CD-CARD.

MIGUEL, A.; MIORIN, M. A. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica. 2005.

MILIES, C. P. **História da Matemática**. 2003. Disponível em: <http://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/>. Acesso: 26 Mai. 2017.

PACHECO, Moura. **A História da Matemática** - desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: Makron Books do Brasil, 2012.

PINTO, N. B.; FERREIRA, A. C. da C. **O movimento paranaense de matemática moderna**: o papel do NEDEM. Revista Diálogo Educacional. Programa de pós-graduação da PUC. v. 6, n. 18. 2006.

SANTOS, Luciane Mulazani dos. **Metodologia do Ensino de Matemática e Física**: tópicos de História da Física e da Matemática. Curitiba: IBPEX, 2009.

SILVA, Clóvis Pereira da. **A Matemática no Brasil**: uma história de seu desenvolvimento. Curitiba. Ed. da UFPR, 1992.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma História da Matemática escolar no Brasil, 1730-1930**. 2ª Ed. São Paulo. Annablume: FAPESP, 2007.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

UM BREVE RETROSPECTO HISTÓRICO DOS NÚMEROS E O PROCESSO DE CONTAGEM

Ana Mara Coelho da Silva[467]
Marcelo Marques de Araújo[468]

RESUMO

Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa bibliográfica que teve por objetivo fazer um retrospecto envolvendo a história dos números e o processo de contagem. Para o fornecimento das informações foram utilizados livros importantes de história da matemática e educação matemática. O trabalho foi dividido nas seguintes seções: Conhecendo os números: do senso numérico à contagem; Os primeiros registros do processo de contagem; As bases numéricas. Os resultados sugerem que a espécie humana tinha uma capacidade de saber diferenciar mais e menos objetos através da percepção, relacionado ao senso numérico. Quando o homem deixa de ser nômade e ocorre os primeiros avanços relacionados às necessidades de trocas comerciais, a contagem se faz presente, embora de forma ainda primitiva. Ou seja, a invenção dos números, possivelmente, esteve relacionada com os acontecimentos de ordem utilitária e prática, de acordo com as vivências e necessidades da civilização. Entretanto, algumas evidências arqueológicas demonstraram que o homem, há cerca de 50.000 anos já era capaz de contar, de maneira que é possível inferir que o conceito de número e o processo de contar desenvolveram-se tão antes dos primeiros registros históricos. Estes registros eram representados por meio de fissuras em ossos de animais, por exemplo, que possibilitava as equiparações entre o elemento a ser contado e seu registro, pelo que conhecemos hoje como correspondência um a um. Os humanos da antiguidade também recorreram aos dedos das mãos ou aos membros das diferentes partes do corpo humano para estabelecer o contato com a contagem, principalmente quando não estavam disponíveis os instrumentos (ossos, pedrinhas, conchas etc.) para representar as quantidades, além de que o um e o dois foram os primeiros conceitos numéricos estabelecidos por eles. Posteriormente, os povos da antiguidade estabeleceram a sucessão e o número de ordem dos elementos, imprescindíveis para o processo de contagem. A escrita numérica foi importante para representação dos números, quando nem os dedos e nem sua representação em outros artefatos possibilitava a contagem. Desta forma, a contagem e a representação numérica

[467] Universidade Federal do Pará (UFPA). maracoelho17@yahoo.com.br
[468] Universidade Federal do Pará (UFPA). marcelomarkes@uol.com.br

começou a se estabelecer através de diversas bases, sendo atribuída a base da qual utilizamos atribuída aos dez dedos das nossas mãos ou pés, e por fim, até se chegar o que hoje conhecemos de sistema de numeração decimal.

Palavras-chave: Números. Senso numérico. Contagem. Registros numéricos.

INTRODUÇÃO

A presença e a utilidade do número, que hoje faz parte em nossa sociedade, nos parece tão próximos que “chegamos quase a considerá-lo como uma aptidão inata do ser humano, como algo que lhe aconteceria do mesmo modo que andar ou falar” (IFRAH, 1992, p. 09). Mas, de fato, os acontecimentos que giraram em torno da história dos números, seu surgimento, e o processo de contagem nas diferentes civilizações, ainda seguem em descoberta, o que desperta o interesse de vários pesquisadores interessados na problemática.

Os matemáticos do século XXI desempenharam uma atividade intelectual altamente sofisticada, que não é fácil de definir, mas boa parte do que hoje se chama matemática deriva de ideias que originalmente estavam centradas nos conceitos de *número, grandeza e forma*, as quais podem ser encontradas nos primeiros tempos da espécie humana, e vislumbres de noções matemáticas se encontram em formas de vida que podem datar milhões de anos da humanidade, é o que afirma Boyer (1996).

A história dos números se faz importante entender, na tentativa de situar e colocar os alunos diante dos fatos e mudanças civilizatórias que foram imprescindíveis para a construção e evolução dos conceitos dos números, dos algarismos e operações aritméticas que hoje conhecemos. Ou seja, possivelmente algumas dificuldades que determinados estudantes manifestam ao longo do período escolar é decorrente de uma prática que os povos primitivos também foram submetidos e enfrentaram ao longo de seu contexto histórico.

Portanto, este trabalho traz os resultados de uma pesquisa bibliográfica que teve por objetivo apresentar um breve retrospecto histórico dos números e o processo de contagem. O trabalho foi dividido nas seções: *Conhecendo os números: do senso*

numérico à contagem; Os primeiros registros do processo de contagem; As bases numéricas.

CONHECENDO OS NÚMEROS: Do senso numérico à contagem

Para Eves (2011), a espécie humana, mesmo nas épocas primitivas, tinham o que ele denominou “senso numérico”, pelo menos ao ponto de reconhecer *mais e menos.* Essa característica de pequenas percepções de diferenciações do qual “permite reconhecer que alguma coisa mudou numa pequena coleção quando, sem seu conhecimento direto, um objeto foi retirado ou adicionado à coleção” (DANTZIG, 1970, p. 15), permitiu à humanidade todo o desenvolvimento numérico posterior, ou melhor dizendo, foi o núcleo do qual cresceu o conceito de número.

Ao que tudo indica, conforme Eves (2011), os primeiros povos advindos da Idade da Pedra - entre 5 milhões a 3000 a. C. - habitavam as savanas[469] e constantemente precisavam se deslocar de um lugar ao outro para se manterem vivos, dadas as condições climáticas da época e a busca de alimentos. Não obstante, por terem sido de um período em que quase todas as pessoas eram caçadores nômades, a Idade da Pedra registrou limitados avanços científicos e intelectuais, os quais não estavam, em si, relacionados a falta de inteligência dos desses povos, mas da própria questão cultural de viver sem um lugar fixo.

> Por volta de 20.000 a.C., os caçadores das savanas haviam desenvolvido uma cultura complexa que incluía a feitura de ferramentas, linguagem, religião, arte música e comércio. Os progressos na matemática e na ciência, todavia, eram obstados pelas estruturas social e econômica daqueles tempos remotos. Como os povos da Idade da Pedra eram caçadores e não agricultores, tinham de se deslocar em consonância com as estações e com o sazonamento de frutas e castanhas. Só tinham condições de levar consigo ferramentas pequenas, fáceis de transportar, roupas e objetos pessoais (EVES, 2011, p. 23).

[469] Verdadeiros oceanos de uma erva alta que cobria a maior parte das porções habitáveis da África, Sul da Europa, sul da Ásia e América Central (EVES, 2011, p. 22).

Com uma vida bastante dedicada à caça e a busca pela sobrevivência, um caçador não conseguia tempo para se dedicar e pensar sobre o que hoje denominamos ciência e filosofia. Entretanto, é possível denotar algum desenvolvimento primordial para o progresso científico e para a história da matemática, pois desde já, havia a necessidade de *contar*. As savanas aglomeravam cerca de 40 pessoas que necessitavam distribuir, entre os membros, as partes correspondentes às caçadas e algumas trocas comercias das quais dependiam da *ideia de contar*. Contudo, Eves (2011) salienta que, fora os sistemas de contagem primitivos, tudo o mais teve de esperar o desenvolvimento da agricultura, a qual requeria uma aritmética mais sofisticada.

Ifrah (1992, p. 16) corrobora ao evidenciar que o homem das épocas mais remotas eram incapazes de conceber os números em si, resumindo-se em "uma apreciação global do espaço ocupado pelos seres e pelos objetos vizinhos", demonstrando que conseguiam estabelecer diferenças nítidas entre a *unidade, o par e a pluralidade,* os quais podiam ser claramente observadas a partir das diferenças e semelhanças ao observar o mundo a seu redor.

> A diferença entre um lobo e muitos, a desigualdade de tamanho entre uma sardinha e uma baleia, a dessemelhança entre a forma redonda da Lua e a retilínea de um pinheiro. Gradualmente deve ter surgido, da massa de experiências caóticas, a percepção de que há analogias: e dessa percepção de semelhança em número e forma nasceram a ciência e a matemática. A próprias diferenças parecem indicar semelhanças, pois o contraste entre um lobo e muitos, entre um carneiro e um rebanho, entre uma árvore e uma floresta, sugerem que um lobo, um carneiro, e uma arvore têm algo em comum - sua unicidade (BOYER, 1996 p. 1).

Dessa maneira, decorrentes de bases empíricas, a invenção dos números possivelmente esteve relacionada com os acontecimentos de ordem utilitária e prática, de acordo com as vivências e necessidades da civilização.

> Aqueles que guardavam rebanhos de carneiros ou de cabras, por exemplo, precisavam ter certeza de que, ao voltar do pasto, todos os animais tinham entrado no curral. Os que estocavam ferramentas ou armas, ou que armazenavam reservas alimentares para atender a uma vida comunitária, deviam estar aptos a verificar se a disposição dos víveres, armas ou instrumentos era idêntica à que eles haviam deixado

> anteriormente. Aqueles, afinal, que mantinham relações de inimizade com grupos vizinhos necessitavam saber, ao final da expedição militar, se o efetivo de seus soldados estava completo ou não. Os que praticavam uma economia de troca direta deviam estar aptos a “avaliar” para poder trocar um gênero ou mercadoria por outro (IFRAH, 1992, p. 25).

Para Dantzig (1970, p. 19), “um rudimentar senso numérico, igual, em seus limites, ao possuídos pelos pássaros, foi o núcleo do qual cresceu o conceito do número.” Assim, através de uma série de circunstâncias notáveis, o homem aprendeu auxiliar sua percepção numérica ao fazer uso da contagem, do qual deve-se todo o progresso na expressão do nosso universo em termos numéricos.

OS PRIMEIROS REGISTROS DO PROCESSO DE CONTAGEM

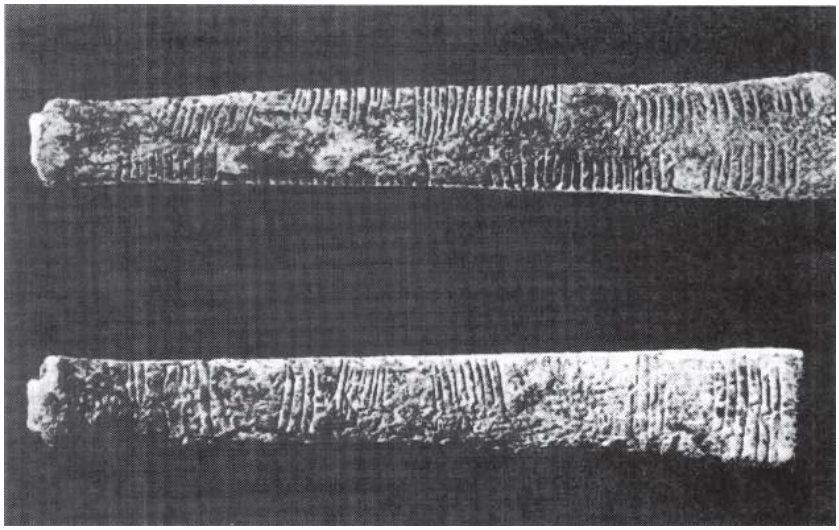
É improvável que as descobertas das primeiras noções sobre a contagem se deva a uma determinada tribo ou a um só indivíduo. É mais provável que a percepção tenha sido gradual, desenvolvida tão cedo no desenvolvimento cultural do homem quanto o uso do fogo, talvez há 300.000 anos. Temos que algumas evidências arqueológicas demonstraram que o homem, há cerca de 50.000 anos já era capaz de contar, de maneira que é possível inferir que o conceito de número e o processo de contar desenvolveram-se tão antes dos primeiros registros históricos (BOYER, 1996; EVES, 2011).

A partir dos anos 3.000 a.C. (EVES, 2011; TOLEDO, TOLEDO, 2009), quando ocorre o fim da glaciação e o recuo do gelo para os pólos, as plantas começaram a nascer e, de tal forma, começam a emergir as primeiras comunidades agrícolas densamente povoadas ao longo do rio Nilo, na África, dos rios Tigre e Eufrates, no Oriente Médio e ao longo do rio Amarelo, na China. Essas comunidades criaram culturas nas quais a ciência e a matemática começam a se desenvolver, pois a civilização deixava de ter uma vida sazonal e começa a se fixar ao longo dos rios para começar seus primeiros povoados.

As evidências arqueológicas demonstraram que os povos antigos se basearam em algum método de registro simples para representar suas contagens, dentre elas, as

fissuras[470] em ossos de animais é a mais representativa entre nós. Eles fizeram uso das técnicas do entalhe (Figura 1), em que representavam em ossos, por exemplo, riscos correspondentes a quantidade de animais do rebanho que iam e voltavam depois de um dia de trabalho. O número de animais deveria ser o mesmo, caso contrário, revelava que algum elemento do rebanho, representado no entalhe, havia se perdido, ou sido roubado. Assim, essa técnica de recorrer a um procedimento concreto para representar a quantidade de elementos, sem reconhecer à significação matemática por traz dessa prática, possibilitou o homem pré-histórico contar.

Figura 1: VISTAS DOS OSSOS DE ISHANGO[471]



Fonte: Eves, 2011, p. 26

Além da técnica do entalhe, os povos daquela época ampliaram esse conhecimento empregando outros instrumentos de registros, como conchas, pérolas, frutos duros, ossos, pauzinhos, dentes de elefante, cocos, bolinhas de argila, grãos de

[470] O homem pré-histórico registrava um número fazendo marcas num bastão ou pedaço de osso. Poucos destes registros existem hoje, mas na Tchecoslováquia foi achado um osso de lobo com profundas incisões, em número de cinquenta e cinco; estavam dispostos em duas séries, com vinte e cinco numa e trinta na outra, com riscos em cada série dispostos em grupo de cinco. Tais descobertas arqueológicas fornecem provas de que a ideia de número é muito mais antiga do que progressos tecnológicos como o uso de metais ou de veículos com rodas. Precede a civilização e a escrita, no sentido usual da palavra, pois artefatos com significados numéricos, tais como o osso descrito, vêm de um período de cerca de 30 mil anos atrás (BOYER, 1996, p. 3).

[471] Com mais de 8.000 anos de idade, encontrado às margens do lago Edward, no Zaire, mostrando números preservados por meio de entalhes no osso.

cacau e até excrementos secos, tudo arrumado em montinhos ou em fileiras correspondentes à quantidade de seres ou de objetos que queriam enumerar. Do mesmo modo, alinharam riscos na areia, nós em pequenas cordas, ou debulharam pérolas e conchas enfiadas numa espécie de rosário (IFRAH, 1992).

Essas equiparações registradas em artefatos revelam que, o homem pré-histórico praticava a aritmética antes mesmo de ter consciência e de saber o que é um número abstrato. Eles faziam uso do que hoje concebemos *correspondência um a um,* que segundo Ifrah (1992, p. 25), confere "a possibilidade de comparar com facilidade duas coleções de seres ou de objetos, da mesma natureza ou não, sem ter de recorrer à contagem abstrata".

A equiparação das quantidades, também denominada *correspondência biunívoca*[472] ou, mais precisamente, uma *bijeção*, de acordo com a matemática moderna, possibilitou as primeiras noções primitivas de registros numéricos, de maneira que, conforme Toledo e Toledo (2009), os nossos antepassados, aos poucos, foram ampliando o vocabulário relativo à quantificação, ao comparar os elementos de duas coleções, já era possível perceber termos como *mais que, menos que, tanto quanto,* nos pareamentos estabelecidos.

Os humanos da antiguidade também recorreram aos dedos das mãos ou os membros das diferentes partes do corpo humano para estabelecer o contato com a contagem, principalmente quando não estavam disponíveis os instrumentos (ossos, pedrinhas, conchas etc.) para representar as quantidades. Mas o trabalho que o homem enfrentou para se chegar a contar foi a partir da criação de *coleções-modelo*, o qual segundo Dantzig (1970, p. 20), eles "estavam representados em seu ambiente, como as asas de um pássaro podem simbolizar o número dois; um trevo, três; as pernas de um animal, quatro; seus próprios dedos, cinco."

As investigações de Ifrah (1992) remetem que o *um* e o *dois* foram os primeiros conceitos numéricos estabelecidos pelo ser humano, pois,

[472] Correspondência termo a termo entre dois conjuntos com o mesmo número de elementos (VERGNAUD, 2014, p. 127).

> O Um é, com efeito, o homem ativo, associado à obra da criação. É ele próprio no seio de um grupo social e sua própria solidão face à vida e à morte. É também o símbolo do homem em pé, o único ser vivo dotado desta capacidade, como também do falo ereto que distingue o homem da mulher. Quanto ao Dois, ele corresponde à evidente dualidade do feminino e do masculino, à simetria aparente do corpo humano. É também o símbolo da oposição, da complementaridade, da divisão, da rivalidade, do conflito ou do antagonismo. E ele se manifesta, por exemplo, na ideia da vida e da morte, do bem e do mal, do verdadeiro e do falso etc. (IFRAH, 1992 p. 17).

Com o passar dos tempos, os povos da antiguidade já conseguiam estabelecer uma outra relação muito importante para a contagem, a *sucessão* e o *número de ordem* dos elementos, utilizando para isso as partes do corpo, por exemplo. Os estudos de Ifrah (1992), a partir de evidências encontradas com algumas tribos indígenas, remetem este exemplo:

> Toca-se, sucessivamente um por um os dedos da mão direita a partir do menor, em seguida o pulso, o cotovelo, o ombro, a orelha e o olho do lado direito. Depois se toca o nariz, a boca, o olho, a orelha, o ombro, o cotovelo e o pulso do lado esquerdo, acabando no dedo mindinho da mão esquerda. Chega-se assim ao número 22. Se isto não basta, acrescenta-se primeiramente os seios, os quadris e o sexo, depois os joelhos, os tornozelos e os dedos dos pés direito e esquerdo. O que permite atingir unidades suplementares, ou seja, 41 no total (IFRAH, 1992, p. 31-32).

É possível notar que todas essas formas de quantificação, empiricamente utilizavam o princípio da correspondência termo-a-termo, o qual podemos inferir que ao utilizar as partes do corpo, os povos antigos estavam sendo levados à primeira manifestação que conduziria o surgimento de uma sequência de palavras que, em termos, representavam seus números. Por exemplo, Ifrah (1992) enfatiza que determinados povos, ao quantificar por meio de gestos corporais juntamente com as respectivas palavras associadas a esses gestos, permitiu adquirir pouco a pouco a faculdade de contar e abrir caminhos para a representação abstrata dos números. Assim, sem as técnicas corporais nossos procedimentos numéricos, provavelmente, não teriam vencido a fase das equiparações.

Agora, além de realizar equiparações nas contagens, com esses aborígenes é possível notar que já se conseguia estabelecer uma *número de ordem* em relação às

diversas partes do corpo. Assim, cada uma das referências corporais consecutivas poderá ser, para nós, caraterística de uma certa quantidade de seres, de objetos ou de elementos. Na verdade, como aponta Ifrah (1992), esses homens não tem ideia abstrata do número 10, por exemplo, mas eles sabem que ao tocar sucessivamente as partes estabelecidas do corpo, poderiam fazer passar tantos homens, animais ou objetos quantas referências corporais houvesse nesta sucessão. E, após esta operação, eles lembrarão perfeitamente até que parte do corpo está relacionada uma quantidade de seres ou objetos igual a este número. Assim, toda vez que repetirem esta mesma operação, reencontrarão sempre este mesmo número.

Dessa forma, Ifrah (1992) estabelece que “contar” os objetos de uma coleção é destinar a cada um deles um símbolo (uma palavra, um gesto ou um sinal gráfico, por exemplo) correspondente a um número tirado da “sequência natural de números inteiros”, começando pela unidade e procedendo pela ordem até encerrar os elementos. Nesta coleção assim transformada em sequência, cada um dos símbolos será, consequentemente, o número de ordem do elemento ao qual foi atribuído. E “o número de integrantes desse conjunto” (p. 44) será o número de ordem do último de seus elementos.

Assim, graças ao artificio da contagem, uma noção antes confusa, se transforma assim, em nosso espírito, numa noção abstrata e homogênea, a da *quantidade absoluta*. Ifrah (1992, p. 45) ressalta que, quer comecemos a enumeração por este ou aquele elemento, este processo conduzirá sempre ao mesmo resultado: *o número de elementos de uma coleção é inteiramente dependente da ordem de “numeração” de seus elementos.*

Entretanto, houve um dado momento que, nem as mãos e nem os instrumentos que esses povos faziam uso, conseguiam representar os números em quantidade elevadas, pois “não podemos multiplicar indefinidamente pedras, pauzinhos, entalhes ou nós em cordas” (IFRAH, 1992, p. 52). Assim, esbarrou-se em novas dificuldades que só começaram a ser sanadas com a representação das coleções-modelo através da escrita, e para isso, começaram a se pensar em símbolos para representar os números e em diversas bases numéricas, até se chegar o que hoje conhecemos de sistema de numeração decimal.

AS BASES NUMÉRICAS

Eves (2011) lembra que quando se tornou necessário efetuar contagens mais extensas, o processo de contar teve de ser sistematizado. Isso foi feito dispondo-se os números em grupos básicos convenientes, sendo a ordem de grandeza desses grupos determinada em grande parte pelo processo de correspondência empregado. Dessa forma, a contagem começou a se estabelecer através de *bases.* E como os dedos do homem constituem um dispositivo de correspondência conveniente, não era de se estranhar que a base 10 acabasse sendo a nossa base que fazemos uso hoje, reforçados pelo pensamento de Aristóteles, destacado por Boyer (1996, p. 3), de que "o uso do sistema decimal é apenas o resultado do acidente anatômico de que quase todos nós nascemos com dez dedos nas mãos e nos pés", dado que permitiu diversas civilizações a utilizarem.

Nesse aspecto, Ifrah (1992, p. 59) ainda complementa que a numeração assim efetuada sem uma só palavra prova, consequentemente, que "foram mesmo os dez dedos que impuseram ao homem a ideia de grupos por feixes de dez. É por esta razão que a base dez ocupa nas nossas numerações um lugar de certo modo inexpugnável."

Entretanto, Eves (2011) coloca que o sistema quinário, ou sistema de numeração de base 5, foi o primeiro a ser usado extensivamente, provavelmente, utilizadas para a contagem em uma mão só. O fato é que até hoje algumas tribos da América do Sul contam com as mãos: "um, dois, três, quatro, mão, mão e um" e assim por diante. Os Yukaghirs da Sibéria usam uma escala mista para contar "um, dois, três, três e um, cinco, dois três, um mais, dois três e dois, dez faltando um, dez". Ainda no início do século XIX se encontravam calendários de camponeses germânicos baseados no sistema quinário.

Há evidências de que 2, 3 e 4 também serviram como bases primitivas. Por exemplo, há nativos de Queensland, que contam "um, dois, dois e um, dois e dois, muito", e alguns pigmeus africanos que contam *"a*, *oa*, *ua*, *oa-oa*, *oa-oa-a* e *oa-oa-oa"* para 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Uma certa tribo da Terra do Fogo compõe seus primeiros e poucos nomes de números na base 3 e algumas da América do Sul usam de maneira análoga o 4.

> Embora historicamente contar pelos dedos, ou o uso de contar por cinco e dez pareça ter surgido mais tarde que a contagem por dois e três, os sistemas quinário e decimal quase invariavelmente ganharam do binário. Um estudo de várias centenas de tribos entre os índios americanos, por exemplo, mostrou que quase um terço usava a base decimal e aproximadamente outro terço usava um sistema quinário ou quinário-decimal; menos de um terço tinha um esquema binário, e os que usavam um sistema ternário formavam menos de um por cento do grupo. O sistema vigesimal, com base vinte, ocorria em cerca de 10 por cento das tribos (BOYER, 1996, p. 3).

Seguem, ainda outras bases de usos primitivas que ainda são utilizadas por alguns povos na atualidade, como a base 12, que pode ter sido usado em épocas pré-históricas, principalmente, em relação as medidas. Essa base pode ter sido sugerida pelo número aproximado de lunações de um ano ou, talvez, pelo fato de o 12 ter tantos divisores inteiros. Do mesmo modo, o sistema sexagesimal (base 60) foi usado pelos babilônios, sendo ainda empregado na medida do tempo e de ângulos em minutos e segundos (EVES, 2011).

O sistema vigesimal (base 20) também foi amplamente usado, e remonta aos dias em que o homem andava descalço. Esse sistema foi usado por índios americanos, sendo mais conhecido pelo bem desenvolvido sistema de numeração maia.

> O sistema vigesimal provavelmente originou-se entre as tribos primitivas que contavam em seus artelhos [dedos dos pés], assim como nos dedos das mãos. O exemplo mais notável de tal sistema são os Mais da América central. Do mesmo caráter geral era o sistemas dos antigos astecas. O dia dos astecas era dividido em 20 horas; uma divisão do exército continha 8000 soldados (8000 = 20x20x20) (DANTZIG, 1970, p. 25).

Outro acontecimento importante na história dos números diz respeito ao valor posicional ou princípio posicional, como alguns autores preferem chamar. Segundo Dantzig (1970), o princípio posicional consiste em dar ao algarismo um valor que depende não apenas do membro na sequência natural que ele representa, como também possibilitou ao homem a perceber a posição que ocupa com respeito aos outros símbolos do grupo.

> Assim, o mesmo algarismo 2 tem significados diferentes nos três números 342, 725, 269: no primeiro caso, significa dois; no segundo, vinte, e no terceiro, duzentos. Por sinal. 342 é apenas uma abreviação

> de três centenas, mais quatro dezenas, mais duas unidades (DANTZIG, 1970, p. 39).

Convém lembrar que os achados do valor posicional do algarismo foi um acontecimento muito importante para a história dos números, a invenção do zero. Foi essa invenção que possibilitou os registros dos algarismos de acordo com o seu valor posicional. Enfim, “[...] nenhum progresso era possível até que se inventasse um símbolo para uma classe vazia, um símbolo para o nada, o nosso zero moderno” (DANTZIG, 1970, p. 40).

CONCLUSÃO

Este trabalho teve por objetivo apresentar um breve retrospecto histórico dos números e o processo de contagem, cuja realização permitiu o conhecimento da capacidade humana de percepção por meio do senso numérico, o qual dava sentido quando algum objeto era colocado ou retirado de um conjunto. Não há dúvida que o homem tenha se libertado quando conduziu seus descobrimentos por representações, dentre elas os registros nos entalhes e inclusive na contagem com os seus dedos. Tais medidas possibilitaram também a ampliação do entendimento do número, a ponto de se construir uma ideia sobre ele, da qual poderiam ser incorporados de forma abstrata.

Assim, essa abordagem histórica é de suma importância não só para o entendimento da própria construção histórica da matemática, mas também para situar alunos e professores do quão significativo foram os processos de contagens utilizados pelos povos da antiguidade e que, de certa forma, pode representar a gênese das dificuldades apresentadas pelos discentes na sala de aula em relação aos processos de contagem, as representações numéricas e finalmente nas operações aritméticas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução Elza F. Gomide. 2ª. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

DANTZIG, T. **Número**: a linguagem da ciência. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. 5ª ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

IFRAH, G. **Os números**: a história de uma grande invenção. Tradução Stella M. de Freitas Senra. 4ª ed. São Paulo: Globo, 1992.

TOLEDO, M. B. A.; TOLEDO, M. A. **Teoria e prática da matemática**: como dois e dois. São Paulo: FTD, 2009.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Trad. Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Ed. UFPR, 2014.



ISSN 2236-4102

UM OLHAR PARA A HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA BRASILEIRA
constituição de uma sociedade

Tiêgo dos Santos Freitas [473]
Tereza F. L. Cardoso [474]

RESUMO

No presente trabalho, através de uma abordagem histórica, em específico no contexto das pesquisas na área da História da Educação Matemática, e com o apoio de teóricos do campo da História e da História da Educação, buscamos compreender uma parte do processo histórico da Educação Matemática Brasileira, focando nosso olhar para a constituição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Assim, a partir de referenciais diversos, principalmente textos/pesquisas da área da Educação Matemática, traçamos um panorama histórico com fatos que detalham o processo de constituição da SBEM e da realização das edições iniciais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs). Esses encontros, iniciados no processo de criação da SBEM, constituem-se como um dos principais eventos para a comunidade de pesquisadores brasileiros da área de Educação Matemática, reunindo profissionais diversos em torno de questões relacionadas aos processos de ensino e aprendizagem da matemática em diferentes níveis, estabelecendo-se como um dos marcos da consolidação dessa área.

Palavras-chave: História da Educação Matemática. SBEM. ENEM.

[473] Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ). tyego-santos@hotmail.com
[474] Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ). fachada@gmail.com

INTRODUÇÃO E APORTE TEÓRICO

Nossa temática de pesquisa relaciona-se aos estudos desenvolvidos no âmbito da História da Educação Matemática. Conforme destacado por Valente (2013), os diferentes pesquisadores nessa temática se situam em distintos campos: há investigadores da História da Educação Matemática que se localizam na História da Matemática e a tomam como um subconjunto dessa tendência; outros no âmbito das pesquisas em Didática da Matemática, considerando que ela deve contribuir com a aprendizagem em matemática; há pesquisadores que tomam por base a vertente da Filosofia e produzem escritos que podem ser considerados como uma Filosofia da História da Educação Matemática e, outros que situam-se como um tema de estudos dentro das pesquisas em História da Educação que, por sua vez, estão ancorados nos diversos temas das pesquisas no campo da História.

Nesse sentido, considerando as diferentes vertentes, situamos nossa investigação dentro da História da Educação, apoiando-se em conhecimentos das áreas da Educação Matemática, História da Matemática e da Educação. Assim, mesmo considerando essa categorização, bem como a transversalidade da temática, podemos nos apoiar e fazer uso das diferentes características dos quatro campos supracitados. Dessa forma, como nas pesquisas realizadas pelos diferentes membros do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT), “esse posicionamento, desde logo, implica na necessidade de apropriação e uso do ferramental teórico-metodológico elaborado por historiadores para escrita da história” (VALENTE, 2013, p. 24).

Essa posição, de buscar subsídio no campo da história, é considerada também por pesquisadores que desenvolvem investigações na área da História da Educação. Sobre essa assertiva, Luchese (2014), ao realizar suas pesquisas no campo da história educacional, sublinha que suas reflexões produzidas nessa área são “[...] construídas, especialmente, a partir do vínculo teórico com autores da Nova História, com ênfase, na História Cultural” (p. 147).

Assim, nesse trabalho, temos como objetivo de investigação, à luz do exposto, buscarmos compreender uma parte da História da Educação Matemática brasileira, no

processo de constituição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Nesse contexto, é importante destacar que “vai já longe o tempo em que a escrita da história deixa de ser pensada como algo que busca retratar o passado, sendo-lhe cópia fiel” (VALENTE, 2013, p. 24.). Nessa asserção, corroboramos com Luchese (2014), ao destacar que essa ciência não é neutra e nem uma

> “[...] verdadeira versão do passado, contínua, linear, progressiva, pautada na ideia de sujeitos fundantes e de origens, celebratória dos rumos escolhidos pelo ser humano no tempo, bem como não tenho privilegiado olhares explicativos binários sobre a realidade. Compreendo a história como processo que, em suas multiplicidades, descontinuidades, brechas e atravessamentos constitui os momentos do passado-presente”. (p. 147).

Assim, no desenvolvimento dessa pesquisa no campo da História da Educação Matemática, adotamos a perspectiva teórica de inserir-nos:

> “[...] numa história do tempo presente, caracterizada pelo fato de o pesquisador ser contemporâneo de seu objeto de estudos; ou, ainda, testemunha dos acontecimentos de seu tempo. [...] a história do tempo presente é assumida como um conceito em construção, portanto inacabado e em movimento permanente, como o próprio fazer historiográfico do presente, marcado por uma natureza provisória, seletiva e incompleta”. (MUNIZ, 2013, p. 12).

Nesse sentido, o trabalho do historiador passa a ser visto de outra forma, pois “a ele não cabe mais coletar fatos do que ocorreu noutros tempos descrevendo-os consoante os documentos que encontra. Seu ofício é o de construir esses fatos”. Assim, a história e o historiador assumem uma nova maneira de representar fatos/momentos do passado, sendo esta representação através de narrativas (VALENTE, 2013, p. 25, grifos do autor). Essas narrativas, como destaca Luchese (2014, p. 153), construídas pelo discurso do historiador, “[...] vai sendo entrecortada por notas e citações. Dialogando com outros autores, mas especialmente com documentos de época, o texto produzido é apropriação da palavra do outro, à sua maneira, para dar sentido ao seu próprio texto”.

Assim, consoante a Souto (2006):

> “Historiar é fazer ciência e arte. É fazer a ciência dos homens em sociedade no tempo. É perscrutar consciências humanas e analisar a dinâmica das sociedades e no interior delas, a movimentação dos homens. Historiar é vasculhar no fundo das eras e trazer de volta à vida não o passado, por natureza inacessível, mas o conhecimento que dele podemos alcançar. [...] sem perder de vista a margem de liberdade e criatividade de cada indivíduo dentro do contexto em que se movia. É aceitar inclusive, a liberdade de escolhas e a criatividade próprias daquele que se propõe a escrever uma história. Em particular, historiar é para nós, aprendizes de historiadores, lançar-se à aventura de adentrar-se por searas que não as nossas, arriscando a andar às vezes sem rumo certo, mas encorajados pelo fascínio do caminho que se vai fazendo ao caminhar”. (p. 117).

Nessa asserção, “como é próprio do ofício do historiador, toma-se um tema de interesse, do qual decorrem algumas escolhas – de fontes, de procedimentos, de abordagens, de caminhos a trilhar” (Ibid, p. 118). Nesse sentido, a escolha do objeto de pesquisa é uma opção definida pelo historiador, na qual dimensões objetivas e subjetivas se mesclam, relacionadas ao contexto de vida do pesquisador e às experiências construídas (LUCHESE, 2014). Consoante ao exposto por Bloch (2002), ao tratar sobre a importância das perguntas para o trabalho do historiador, Garnica (2013, p. 55), embasado em Certeau (2010), sublinha que uma operação historiográfica consiste em um movimento constituído por “[...] um conjunto de ações que se iniciam quando se tem à mão um problema a partir do qual saímos à procura de fontes (ou criamos fontes) para, a partir dessas fontes, analítica e metodicamente, compor uma narrativa historiográfica”.

Nesse contexto, considerando o objetivo proposto, nossa investigação se dá a partir de um estudo exploratório (GIL, 2016; MARCONI e LAKATOS, 2016), que proporciona maior familiarização com o tema/problema a ser investigado, consistindo em um levantamento de informações acerca do desenvolvimento da Educação Matemática Brasileira, focando na criação da SBEM, com o propósito de torná-la mais explícita, na qual, em uma perspectiva histórica (VALENTE, 2013; BLOCH, 2002; MARCONI e LAKATOS, 2016), buscamos identificar fatos que marcaram sua constituição.

UMA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA...

Ao discutir sobre os aspectos históricos da Educação Matemática, Miguel *et al.* (2004) destaca que, desde a antiguidade, já se identificavam preocupações com questões relativas ao ensino de matemática. Na visão de Ubiratan D'Ambrosio, acerca do contexto de surgimento/desenvolvimento da Educação Matemática, em entrevista sobre os 25 anos de criação da SBEM, destaca estar convicto de que a:

> "[...] matemática é um dos instrumentos intelectuais mais poderosos desenvolvidos pela espécie humana, ao longo de sua evolução, para lidar com situações críticas e resolver problemas. Essas situações críticas envolvem muitas vezes interesses internacionais". (MUNIZ, 2013, p. 29).

Nesse contexto, como destaca Fernandes e Menezes (2002), "a preocupação com o ensino da matemática é histórica. Na Grécia antiga a matemática é ensinada na escola pitagórica, como um conhecimento necessário para a formação dos filósofos e dos futuros governantes".

Miguel *et al.* (2004), destacam, ainda, que após a revolução industrial (1767), revolução americana (1776) e revolução francesa (1789), as preocupações com a educação matemática dos jovens passam a ganhar destaque. Nessa asserção, D'Ambrosio sublinha que foi "[...] no momento de intensificação da industrialização e da grande competição entre impérios. Portanto, a motivação para a Educação Matemática tem um componente político" (MUNIZ, 2013, p. 31). Nesse contexto, o surgimento da Educação Matemática como:

> "[...] uma área prioritária na educação ocorre na transição do século XIX para o século XX. Os passos que abrem essa nova área de pesquisa são devidos a John Dewey (1859-1952), ao propor em 1895, em seu livro Psicologia do número, uma reação contra o formalismo e uma relação não tensa, mas cooperativa, entre aluno e professor, e uma integração entre todas as disciplinas". (MIGUEL *et al*., 2004, p. 71).

A partir de então, alguns pesquisadores, principalmente matemáticos renomados, passaram a escrever sobre educação, em contexto geral, e sobre a Educação Matemática em particular. Assim, quando a formação de professores

secundários passou a ser “[...] uma função crescentemente importante das universidades, a Educação Matemática começou a ser reconhecida como uma matéria universitária”. Nesse contexto, os matemáticos “[...] que se preocupavam em como sua matéria estava sendo ensinada” (KILPATRICK, 1996, p. 8), constituíram-se nos primeiros educadores matemáticos.

Com a publicação do livro Matemática Elementar de um ponto de vista avançado, em 1908, do matemático alemão Felix Klein (1849-1925), ocorreu o estabelecimento da Educação Matemática como disciplina. Defendendo que nas escolas a apresentação da matemática ocorresse a partir de uma base mais psicológica, em oposição à forma sistemática como vinha sendo trabalhada (MIGUEL *et al*. 2004). Nesse sentido, Kilpatrick (1996) destaca que a psicologia estava ganhando espaço, sendo considerada como “ciência mestra” do contexto escolar. Considerando a formação de professores, os estudantes universitários, ao estudarem sobre aspectos psicológicos da aprendizagem das crianças, foram dando sustentação ao campo da Educação Matemática, a partir da impregnação mútua das disciplinas de Matemática e Psicologia.

Destarte, a Educação Matemática passou a ser um campo de investigação em expansão, contando cada vez mais com a colaboração de novos pesquisadores, tanto da matemática pura quanto da área da educação, além das contribuições advindas da psicologia. Sua consolidação, como uma subárea da matemática e educação, configurando-se como um campo interdisciplinar, [...] se dá com a fundação, durante o Congresso Internacional de Matemáticos, realizado em Roma, em 1908, da Comissão Internacional de Instrução Matemática, conhecida pelas siglas IMUK/ICMI, sob liderança de Felix Klein” (MIGUEL *et al*., 2004, p. 72).

Dessa forma, passam a surgir diversos grupos de pesquisas que tomam questões relativas ao processo de ensinar e aprender matemática como cerne de suas investigações, sendo o Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos (NCTM), fundando por professores de Matemática em 1920, como um dos importantes espaços de reflexões sobre as questões ligadas ao ensino dessa disciplina. Conforme assegura Miguel *et al*. (2004), as pesquisas nesse campo de conhecimento passavam por um processo de expansão, mas não era o foco de

discussão dos membros do NCTM, que em suas reuniões anuais possuía a participação de poucos investigadores em Educação Matemática, sendo “[...] maior presença de autores de livros didáticos. Alguns autores eram importantes pesquisadores em educação matemática, mas suas presenças nessas reuniões tinham outra finalidade” (p. 72).

Sobre a criação do NCTM, D’Ambrosio destaca que ele surge de certa forma, “[...] como uma dissidência da American Mathematical Society. Uma dissidência no seguinte sentido, “a nossa preocupação é Matemática, é pesquisa, a Educação é muito importante, mas não é de nossa área, portanto vocês se preocupem com isso” (MUNIZ, 2013, pp. 32-33, grifos da autora). Dessa forma, a American Mathematical Society se encarrega de pesquisas e divulgações acerca da matemática pura e aplicada, ficando o NCTM encarregado de discutir propostas e questões relativas ao processo de ensino e aprendizagem de matemática na educação escolar básica, dando vez e voz aos professores das escolas, contando com o apoio de mais de 100 mil sócios. Similar ao contexto americano, o Brasil tem a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

No cenário brasileiro, as propostas defendidas por Klein passaram a influenciar docentes, que, após reformas no currículo de matemática, principalmente a reforma Francisco Campos em 1931, passou a “[...] introduzir ideias renovadoras, que foram influenciadas essencialmente por Felix Klein”. Mesmo sofrendo resistências de mudanças por parte da Igreja Católica, no fim da “[...] primeira metade do século XX [....] [passa a ocorrer] mudanças centralizadas, essencialmente no eixo Rio-São Paulo” (FERNANDES e MENEZES, 2002, pp. 4-5). Essa resistência, principalmente por parte da igreja, se dava porque ela possuía um grande domínio sobre as escolas. Porém, considerando a falta de uma estrutura básica, o restante do país não conseguiu acompanhar as mudanças ocorridas nesse eixo, passando a ocorrer apenas reflexos pontuais dessas modificações, através de expoentes que trabalhavam com alguns livros ou que ministravam cursos de matemática, a exemplo dos Estados do Ceará, Maranhão, Pernambuco e Paraná (FERNANDES e MENEZES, 2002).

Essas discussões e reformas ainda eram pontuais. Porém, a partir dos anos 50:

> “[...] as questões de ensino-aprendizagem da Matemática começaram a ser discutidas com maior intensidade [...] principalmente como um dos frutos dos primeiros Congressos Nacionais de Ensino de Matemática, realizados em 1955 (Salvador), 1957 (Porto Alegre) e 1959 (Rio de Janeiro). A seguir foram criados os Círculos de Professores de Matemática e uma Associação Brasileira de Professores e Pesquisadores de Matemática e, tornam-se mais freqüentes, os Congressos Estaduais de Professores de Matemática” (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 20-?, on-line).

No contexto do pós-guerra, ocorreu uma ampla expansão da Educação Matemática em todo o mundo, considerando as competições entre grandes impérios e a necessidade de um maior desenvolvimento cientifico e tecnológico. Assim, passam a surgir diversas propostas de renovação curricular “[...] em vários países da Europa e dos Estados Unidos. Floresce o desenvolvimento curricular. Psicólogos como Jean Piaget, Robert M. Gagné e Jerome Bruner, B. F. Skinner dão a base teórica de aprendizagem de suporte para as propostas” (MIGUEL *et al*., 2004, p. 72). Nesse sentido, surgem vários projetos de grande importância em diversos países, eclodindo o Movimento denominado de Matemática Moderna, possuindo forte influência pelo mundo nas décadas de 60/70. Assim:

> “A Matemática Moderna nasceu como um movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica e foi posta na linha de frente do ensino por se considerar que, juntamente com a área de Ciências, ela constituía uma via de acesso privilegiada par o pensamento científico e tecnológico. Para tanto, procurou-se aproximar a Matemática desenvolvida na escola da Matemática como é vista pelos estudiosos e pesquisadores”. (BRASIL, 1998, p. 19).

Consoante esses diferentes movimentos de reorientações curriculares, alterou-se a forma como os docentes lecionavam, os alunos aprendiam e os profissionais eram formados para atuarem na docência. Os próprios professores não conseguiram acompanhar as orientações propostas, possuindo dificuldades de colocar em prática o que elas propunham. Pois, a forma proposta de ensino por esse movimento possuía como fundamento as “[...] grandes estruturas que organizam o conhecimento matemático contemporâneo e enfatizava a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, a topologia etc.” (BRASIL, 1998, p. 19).

A partir desse movimento, considerando o grande número de projetos existentes, em 1963, ocorreu a criação da Câmara Internacional em Ciência e desenvolvimento curricular em Matemática. Sendo que, “em 1969, realizou-se em Lyon, França, o Primeiro Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME 1); em 1972, realizou-se o ICME 2, em Exeter (Inglaterra), e desde então, a cada quatro anos, reúne-se um ICME, com a presença de pesquisadores em educação matemática de todo o mundo [...]” (MIGUEL *et al*., 2004, p. 73). Esse congresso é um marco para a Educação Matemática em nível mundial, congregando pesquisadores de diversos países, discutindo e refletindo ações em Educação Matemática em todos os níveis de ensino.

No cenário brasileiro, as bases para a constituição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), bem como para o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), principais marcos para a consolidação dessa área de conhecimento, ocorreram com o retorno da:

> “[...] delegação brasileira à 6ª Conferência Interamericana de Educação Matemática em Guadalajara [CIAEM], México, em novembro de 1985 [...]. Eram onze especialistas de diferentes Estados da Federação, a saber: Ubiratan D’Ambrósio, Terezinha Nunes, Esther Grossi, Eduardo Sebastiani Ferreira, Anna Franchi, Vânia Maria Pereira dos Santos, Lucília Bechara Sanches, Antônio Silva e Luiz Carlos Guimarães. A surpresa de muitos em participarem da maior delegação estrangeira no evento foi superada pelo fato de poucos se conhecerem entre si ou não conhecerem o teor dos trabalhos e pesquisas dos colegas. Foi assim que este grupo decidiu, num memorável jantar, retomar os congressos brasileiros de Educação Matemática e criar a Sociedade Brasileira de Educação Matemática”. (CAMPOS, 2004, p. 25).

Nesse contexto, podemos perceber que vários pesquisadores, em diferentes instituições e localidades, já desenvolviam investigações no campo da Educação Matemática. Nessa época, conforme destaca Muniz (2013), D’Ambrosio já era uma personalidade influente na área, assumindo posições de destaque em comitês e associações internacionais, porém foi nessa conferência que ocorreu a aproximação dele com os demais pesquisadores brasileiros. Assim, “naquela ocasião [da conferência] encontrei vários pesquisadores brasileiros, que, curiosamente, quase não se conheciam entre si”. O estranhamento maior se dá pelo desconhecimento, de

muitos, da própria figura do brasileiro D'Ambrosio, pesquisador mais velho e que possuía maior envolvimento com questões da área "[...] e ocupava uma posição de destaque, mas muita gente que encentrei lá me perguntava: quem é você? De onde é? O que está acontecendo? E sentimos um mal-estar ou bem-estar geral de nos conhecermos em Guadalajara" (MUNIZ, 2013, p. 35).

Nessa ocasião, eles decidem realizar um jantar de confraternização dos brasileiros, assumindo o compromisso de, após voltarem para o Brasil, iniciarem o processo de criação de uma sociedade de Educação Matemática. Nesse contexto, fizeram uma carta na qual assumiram esse compromisso. Essa carta está sob a guarda do professor D'Ambrosio, sendo transcrita na tese de Pereira (2005, pp. 20-21) acerca do movimento histórico de criação da SBEM:

> "Nós, abaixo-assinados, brasileiros reunidos na 6a. Conferência Interamericana de Educação Matemática, em Guadalajara, Jalisco, México, de 23 a 27 de novembro de 1985, considerando: que o número de brasileiros aqui reunidos e a diversidade de cidades representadas demonstram a existência de uma quantidade significativa de pessoas de diferentes formações acadêmicas ocupadas com a Educação Matemática no Brasil – que uma parte importante dos trabalhos aqui apresentados constituem uma contribuição da comunidade científica e educacional brasileira para a 6a. CIAEM; - que muitos dos brasileiros aqui reunidos encontram-se pela primeira vez para uma discussão e análise conjunta de suas idéias, nos dirigirmos aos colegas brasileiros que se ocupam de Educação Matemática para propor a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, com o objetivo de estimular e coordenar o intercâmbio de estudos e atividades realizadas no Brasil na área de Educação Matemática.
> Motiva-nos a força da experiência aqui vivida caracterizada pela oportunidade de conhecer e refletir sobre muitos trabalhos científicos que se reforçam e se completam no confronto e na discussão.
> A efetiva organização da Sociedade Brasileira sobre Educação Matemática poderá se fazer no Encontro Nacional que sugerimos para os dias 8, 9 e 10 de agosto de 1986 em local a ser determinado.
> Assinam: Antonio José Lopes, Esther Pillar Grossi, Anna Franchi, Vânia Maria Pereira dos Santos, Ubiratan D´Ambrosio, Terezinha Nunes Carraher, Lucília Bechara Sanchez, Eduardo Sebastiani, Circe Silva, Neivaldo (Pará), Luis Carlos Guimarães (UFRJ)".

A carta é um marco importante no movimento que visava à criação da sociedade, apontando o engajamento de diversos profissionais atuantes na área. Porém, como ocorreu anteriormente com a proposta de criação da sociedade da

América Latina, após a volta dos pesquisadores para o Brasil, o movimento perdeu força. Ao perceber que “[...] a coisa esfriou [...]”, D’Ambrosio passa a realizar reuniões com diversas pessoas, algumas que estiveram com ele no VI CIAEM e com outros pesquisadores, decidindo, efetivamente, a organização dos trabalhos para a criação da Sociedade (MUNIZ, 2013, p. 40).

É importante destacar que esse movimento pró-SBEM se dá, principalmente, a partir de diversos pesquisadores que, mesmo trabalhando de forma isolada em diversos estados brasileiros, vinham contribuindo para a constituição da área de Educação Matemática. Nesse contexto, as dúvidas e questionamentos acerca da proposta de constituição dessa entidade eram diversos, nesse sentido, D’Ambrosio destaca que:

> “Em várias reuniões, o grupo dos 11 signatários, modificado pela deserção de alguns e pela adesão de outros, verificou que a tarefa não seria fácil. Pressões diretas e indiretas questionavam a criação da nova Sociedade (“Porque mais uma?”) e mesmo desacreditavam que a ideia de um congresso nacional era factível (“Ainda não há massa crítica de pesquisa que possa alimentar um congresso do gênero”; “Não há capacidade organizacional”).
> A primeira coisa era atrair a comunidade, não podia ser uma Sociedade formada por poucos. Tinha que ser nacional e representativa. E como nós faríamos aquilo? Daí surgiu a ideia de reunir educadores matemáticos de vários lugares em um congresso brasileiro de Educação Matemática e daí apareceu uma pessoa decisiva, a professora Tania Campos, da PUC de São Paulo, que ofereceu o espaço para isso. E nós fizemos o que seria “o zero-ésimo” Encontro Nacional de Educação Matemática, em São Paulo, em 1987. A partir daí, deflagrou-se o processo de criação da SBEM” (D’AMBROSIO, 1998 *apud* MUNIZ, 2013, p. 40).

Nesse cenário de dúvidas e incertezas, ocorreu o I ENEM em fevereiro de 1987, contando com a participação de aproximadamente 550 pessoas. O evento, conforme aponta os organizadores, possuiu um expressivo número de trabalhos nas sessões coordenadas; contando, ainda, com a realização de mesas redondas, conferências e minicursos. Durante a realização da assembleia geral desse evento, que contou com um grande número de educadores matemáticos de diversas regiões do país, foi proposto por aclamação a criação SBEM, sendo sugeridos alguns princípios que norteassem a sua fundação. Assim, nesse evento, ficou acordado que, após um ano

para preparação coletiva do estatuto da Sociedade, durante o II ENEM, ocorreria a homologação do estatuto e fundação da SBEM.

Dessa forma, foi em uma assembleia realizada com cerca de 600 educadores matemáticos e professores de matemática de todas as regiões do país que ocorreu, durante o II ENEM, a fundação da SBEM e aprovação de seu estatuto. O processo não foi simples, acarretando muitas discordâncias entre os presentes, que durante o ano de 1987 se reuniram em diversos grupos pelo país para discutir o estatuto da nova Sociedade. Ocorrendo, também, a indicação da primeira diretoria nacional (MUNIZ, 2013):

> "[...] A seguir o Professor Ubiratan D'Ambrosio, manifestou-se em nome da Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI) e do Comitê Inter - Americano de Educação Matemática (CIAEM), congratulando-se com a SBEM pelo preenchimento de uma lacuna há muito sentida no cenário nacional.
> Cumprimentou todo os que trabalharam desde a VI (Sexta) Conferência Inter - Americana de Educação Matemática (CIAEM) em Guadalajara - México em novembro de 1.985 (hum mil novecentos e oitenta e cinco) quando se firmou a intenção de fundação da Sociedade. Em seguida se dirigiu particularmente àqueles que dedicaram esforço físico e emocional para que a Sociedade se concretizasse.
> Parabenizou enfim a Educação Matemática do Brasil confirmando: "Estamos Fundados" [...]" (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1988, p. 3).

Após a fundação em Maringá durante o II ENEM, a sociedade que contava com Nilza Bertoni da Universidade de Brasília (UnB) como diretora (na época era chamada de secretária geral), passou a contar com a filiação de seus sócios. Assim, "eleita a Diretoria, foi imediatamente providenciado material para as filiações, pois depois as pessoas não estariam presentes para fazê-lo, e nós, nem endereço tínhamos" (BERTONI, 2004, p. 3). Após o retorno de Nilza para a UnB, o processo de filiação ocorreu através dos correios. Sobre a consolidação e expansão da SBEM, Campos (2004), destaca que a professora Nilza Bertoni "[...] foi eleita a primeira Secretária Geral da Sociedade e foi sua a responsabilidade de implantar esta Sociedade, que se solidificou num processo democrático [...]" (p. 1).

Nesse contexto, a SBEM:

> "[...] tem se feito representar e tem mostrado a que veio nos seus 16 (dezesseis) anos de existência. Tem sido representada no Ministério da

> Educação, nas Secretarias de Educação e no Ministério de Ciência e Tecnologia. Tem ocupado espaços importantes e contribuído para implementação de políticas públicas educacionais. Muitos de seus membros tem ocupado papel de destaque nas comissões nacionais devido a contribuição que tem dado à área e a seus currículos. Muitos de seus membros participam de Comissões Científicas de Eventos Internacionais Representativos da área e participam também de Comitês Científicos de Revistas Internacionais indexadas e bem referenciadas. A SBEM está representada na área de conhecimento em que atua" (CAMPOS, 2004, p. 5).

Possuindo dois periódicos próprios e avaliados na área de Ensino pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), a Educação Matemática em Revista (EMR) e a revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, sendo responsável pela realização dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM), além dos Seminários Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), a área vem passando por um processo de expansão, principalmente a partir dos inúmeros programas de pós-graduação que já estão em funcionamento e das novas propostas que sempre são encaminhadas para avaliação pela CAPES. Assim, podemos falar de uma área de conhecimento que possui sua consolidação no cenário nacional, cooperando, entre seus objetivos, pela melhoria dos processos de ensino e aprendizagem da matemática em seus diferentes níveis.

Para fecharmos essa sessão, considerando todo o exposto, nos chama a atenção uma citação de Miguel *et al*. (2004), na qual define que a comunidade de educadores matemáticos, eclética e heterogênea, é constituída por:

> "[…] professores de matemática que não pesquisam suas práticas e que não veem com bons olhos os pesquisadores acadêmicos em educação matemática; pesquisadores acadêmicos em matemática e em educação que participam da formação desses professores, mas que não gostam muito de fazer isso e, se pudessem, não o fariam; de matemáticos que não pesquisam nem matemática e nem educação, mas que formam, a gosto ou a contragosto, professores de matemática; pesquisadores matemáticos que gostariam de fazer educação matemática, mas que se acham impedidos de fazer o que desejariam fazer; pedagogos e psicólogos, por alguns considerados matematicamente incultos, mas que realizam pesquisas em educação matemática; matemáticos conteudistas de última hora, moralizadores, arrogantes e inflexíveis, que se imaginam salvadores da pátria e legítimos proprietários e defensores do nível e do rigor da educação matemática da população; mas também por professores de matemática, pesquisadores em matemática,

> pesquisadores em educação matemática e outros profissionais que fazem e acreditam na educação matemática e tentam, de fato, levar a sério o que fazem". (p. 89).

E, de fato, essa diversificação de profissionais com formações distintas, com diferentes concepções de mundo, ensino, aprendizagem, avaliação, formas de atuar e pesquisar, com seus mais diversos jogos de interesse constituem o campo de pesquisa da Educação Matemática. Esse campo interdisciplinar, que possui estreita aproximação com a Educação e com a Matemática, possui diferentes conceituações pelos diversos pesquisadores da área. Sendo, em linhas gerais, definida como uma área de investigação e estudos "[...] que possui sólidas bases na Educação e na Matemática, mas que também está contextualizada em ambientes interdisciplinares. Por este motivo, caracteriza-se como um campo de pesquisa amplo, que busca a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática" (FLEMMING *et al*., 2005, p. 13).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O movimento de diferentes pesquisadores, em diversos lugares de nosso país, em torno de questões relacionadas aos processos de ensino e aprendizagem da matemática foi essencial para o crescimento da Educação Matemática no cenário nacional, bem como para a fundação da SBEM.

O jantar dos participantes brasileiros na conferência de Guadalajara foi o passo inicial para, com o apoio de Ubiratan D'Ambrosio, iniciar o movimento para a constituição de uma sociedade que congregasse pesquisadores e professores de todo o território nacional em prol da Educação Matemática. Nesse contexto, a realização dos ENEMs proporciona um espaço para discussões e reunião de diferentes profissionais de diversos níveis, promovendo a criação de uma sociedade forte, com a participação de vários atores de diferentes regiões.

Por fim, destacamos que essa é uma história, uma versão da história que pode ser contada e recontada por diferentes ângulos e pontos de vista. Esse movimento de narrar fatos e escrever uma história a partir de um tema de interesse do pesquisador é o que mantem essa ciência viva e em constante movimento.

REFERÊNCIAS

BERTONI, N. E. História da SBEM Sociedade Brasileira de Educação Matemática. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Recife-PE. **Anais**... Recife, 2004.

BLOCH, M. **Apologia da História ou O ofício de Historiador**. Rio de Janeiro: Zahar, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CAMPOS, T. M. M. História da SBEM. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Recife-PE. **Anais**... Recife, 2004.

FERNANDES, G. P.; MENEZES, J. E. O movimento da educação matemática no Brasil: cinco décadas de existência. In: II Congresso Brasileiro de História da Educação, 2002, Natal. **Anais** ... Natal: Editora da UFRN, v. Único, 2002.

FLEMMING, D. M.; LUZ, E. F.; MELLO, A. C. C. **Tendências em Educação Matemática**. 2. ed. - Palhoça: UnisulVirtual, 2005.

GARNICA, A. V. M. Sobre historiografia: fragmentos para compor um discurso. **REMATEC – Revista de Matemática, Ensino e Cultura**. Natal, n.12, p.51-65, jan.-jun., ano 8, 2013.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2016.

KILPATRICK, J. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico. **Revista Zetetiké**, Campinas, v. 4, n. 5, p. 99 - 120, jan./jun, 1996.

LUCHESE, T. A. Modos de fazer história da educação: pensando a operação historiográfica em temas regionais. **História da Educação**. Porto Alegre. v. 18, n.43, p. 145-161. maio/ago., 2014.

MARCONI, M.; LAKATOS, E. M. A. Métodos específicos das ciências sociais. In: MARCONI, M.; LAKATOS, E. M. A. **Fundamentos de metodologia científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, pp.88-95, 2016.

MIGUEL, A. *et al*. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 27, p. 70-93, set./out./nov./dez. 2004.

MUNIZ, N. C. **Relatos de memórias**: a trajetória de 25 anos da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (1988-2013). São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

PEREIRA, D. J. R. **História do movimento democrático que criou a Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM**. Tese. Campinas - São Paulo: Universidade Estadual de Campinas, 2005.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **A sociedade**. [20-?]. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/a-sociedade>. Acessado em: 01 de mai. de 2018.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Ata da Assembleia de Fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. 1998. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/atafundacao.pdf>. Acessado em: 01 de mai. de 2018.

SOUTO, R. M. A. **Mário Tourasse Teixeira**: o homem, o educador, o matemático. 2006. 151f., Tese de doutorado. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP, Rio Claro, 2006.

VALENTE, W. R. Oito temas sobre História da educação matemática. REMATEC. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura** (UFRN), v. 8, p. 22-50, 2013.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

HISTÓRIA, EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA
as interfaces do GHEMAZ

Lucas Antonio Mendes de Lima [475]
Ana Paula Nascimento Pegado Couto [476]
Miguel Chaquiam [477]

RESUMO

O Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia (GHEMAZ), vinculado a Universidade do Estado do Pará (UEPA), desenvolve pesquisas sobre História da Matemática e Educação Matemática na região Amazônica visando à construção de diálogos entre as diferentes áreas do conhecimento. Nessa perspectiva, esse trabalho objetiva ressaltar a importância do GHEMAZ no desenvolvimento de pesquisas em História da Matemática e História da Educação Matemática na Amazônia e a constituição de massa crítica nessas áreas. Para contemplar o objetivo elencado, foi desenvolvida uma pesquisa de cunho histórico e bibliográfico, baseado nos documentos produzidos pelos membros do GHEMAZ e manifestações verbais dos seus coordenadores. Os resultados apontam significativa contribuição para as pesquisas efetuadas nas áreas de História da Matemática e História da Educação Matemática na Amazônia.

Palavras-chave: História da Matemática. História da Educação Matemática. GHEMAZ.

[475] Universidade do Estado do Pará (UEPA). lucasamlima@outlook.com
[476] Universidade do Estado do Pará (UEPA). ana.couto16@hotmail.com
[477] Universidade do Estado do Pará (UEPA). miguelchaquiam@gmail.com

INTRODUÇÃO

O Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia (GHEMAZ) foi criado com a finalidade de desenvolver estudos e pesquisas sobre as vertentes elucidadas no próprio nome, tendo em vista a construção de diálogos entre as diferentes áreas do conhecimento. Nesse sentido, apresenta-se em duas frentes de atividades.

A primeira associa História da Matemática e História da Educação Matemática com intuito efetuar o resgate da memória individual, coletiva e institucional, assim como, a constituição histórica da educação de modo a subsidiar compreensão e a análise das concepções e práticas educacionais no contexto Amazônico.

Na segunda são desenvolvidas ações que convergem para a análise e produção de estratégias, metodologias e materiais institucionais, os quais visam contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da Matemática na região Amazônica.

Nesse sentido o grupo tem trabalhado com a perspectiva pautada nos três pilares da academia: ensino, pesquisa e extensão. No ensino, têm-se a aproximação dos alunos da licenciatura com a intencionalidade de mobilizar discussões a respeito da estrutura dos artigos, de que modo devem ser elaborados, assim como, na orientação para produção dos Trabalhos de Conclusão de Curso. Na pesquisa, o avanço de trabalhos científicos nas áreas de História da Matemática e História da Educação Matemática, especificamente o cientista paraense Guilherme de La Penha. Na extensão, exposições de trabalhos desenvolvidos por seus Membros, a exemplo da Coleção Trilhos da Matemática e Semana Nacional de Ciência e Tecnologia (SNCT).

Cada uma destas vertentes com as suas respectivas peculiaridades, mas a cima de tudo, com as suas interrelações que são indissociáveis e fundamentais para a formação inicial e continuada dos professores de matemática associadas ao grupo.

A partir dessas intencionalidades, primamos por responder o seguinte questionamento: Como o GHEMAZ contribui para o desenvolvimento de trabalhos científicos em História da Matemática e História da Educação Matemática e formação de massa crítica na Amazônia?

Assim, ficou estabelecido que neste trabalho será apresentado um recorte cujo objetivo é ressaltar a importância do GHEMAZ no desenvolvimento de pesquisas em História da Matemática e História da Educação Matemática na Amazônia e a constituição de massa crítica nessas áreas.

Recorte este, de um trabalho mais abrangente a respeito do GHEMAZ, que se tornará capítulo de um livro que está sendo elaborado pelos coordenadores do grupo, os professores Miguel Chaquiam e Natanael Freitas Cabral com a finalidade de apresentar as pesquisas desenvolvidas frente às vertentes citadas anteriormente.

Para contemplar o objetivo elencado, foi desenvolvida uma pesquisa de cunho histórico e bibliográfico, baseado nos documentos produzidos pelos membros do GHEMAZ e manifestações verbais dos seus coordenadores. Ressalta-se que as manifestações dos coordenadores foram no sentido de apontar a trajetória do grupo desde a sua implantação, bem como ressaltar algumas de suas produções e preencher as lacunas temporais.

Nesta perspectiva adotaram-se pesquisas de ordem bibliográficas e documentais. Segundo GIL (2008), a pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em materiais elaborados, constituído principalmente de livros e artigos científicos. A pesquisa documental é muito parecida com a bibliográfica, no entanto a diferença está na natureza das fontes.

A seguir, apresentamos uma breve história do grupo com um perfil de seus coordenadores, as bases teóricas que sustentam as pesquisas do grupo, sua dinâmica no espaço das reuniões, o site, as publicações nas respectivas áreas citadas, o Boletim Eletrônico e, futuramente, a implantação de um Centro de Documentação, Informação, Memória e Pesquisa na Amazônia (CDIMPA).

GHEMAZ: história e constituição

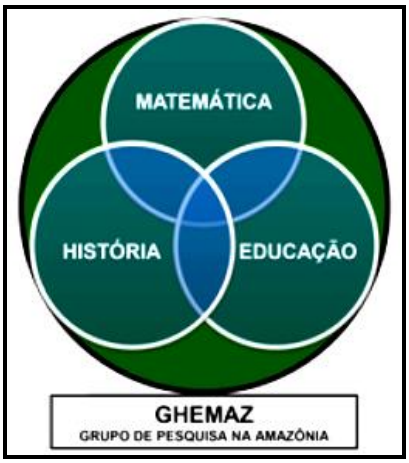
Em meados de outubro de 2015, após o III Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática (III CIEM), realizado em Belém do Pará, alguns discentes do curso de Licenciatura em Matemática, juntamente com outros alunos do Programa de

Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) da Universidade do Estado do Pará (UEPA) e os Professores Miguel Chaquiam e Natanael Freitas Cabral, que haviam participado em conjunto deste evento em suas respectivas funções, mobilizaram-se para a criação de um grupo de pesquisa, visto que, de uma maneira ainda não oficializada como grupo, estes alunos desenvolviam trabalhos e pesquisas com orientações desses professores. Neste momento houve consenso entre todos e motivos para institucionalização do GHEMAZ na UEPA.

Em 06 de maio de 2016, os professores Chaquiam e Cabral solicitaram à Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação (PROPESP) da UEPA a criação do Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia. Em 23 de maio do mesmo ano, de acordo com o constante no Diretório dos Grupos de Pesquisa no Brasil, o GHEMAZ foi oficialmente reconhecido e certificado pelo CNPq como grupo de pesquisa Vinculado à UEPA.

Vale ressaltar que o grupo foi reconhecido inicialmente no CNPq com o nome *Grupo de Pesquisa em História da Matemática e Educação Matemática na Amazônia*, não tinha o nome de GHEMAZ ainda, foi a partir de novas reuniões com os integrantes do grupo que o nome *Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia (GHEMAZ)* foi instituído. Essa mudança se deu a partir da ampliação das possibilidades de pesquisa e a necessidade de se abranger as diversas áreas de atuação do grupo. Neste contexto, a logomarca do grupo foi criada como emblema para caracterizar suas vertentes.

FIGURA 1: LOGO DO GHEMAZ



Fonte: site do GHEMAZ

Naquele momento o grupo compunha-se da seguinte maneira: Miguel Chaquiam e Natanael Freitas Cabral (coordenadores); Agnes Rocha de Oliveira, Ana Paula Nascimento Pegado Couto, Desirrèe O'Nassis Canuto Pontes, Lucas Antonio Mendes de Lima, Maria Paula Duarte O' de Almeida, Mayara Gabriella Pereira Granjeiro (membros da graduação) e Alailson Silva de Lira e Marconni Augusto Pock de Oliveira (membros do mestrado), além de Ana Carolina Costa Pereira (membro pesquisadora) da Universidade Estadual do Ceará (UECE).

Observa-se a heterogeneidade dos membros quanto titulação acadêmica, justifica-se a partir das preocupações de seus membros que foram exaustivamente discutidas e decidido que o grupo abrangeria tanto para os discentes da formação inicial, quanto da continuada, os quais, estavam imbuídos com a pesquisa. Assim como, em uma perspectiva mais ampla, visou-se a integração com as interfaces entre os membros dos grupos GHEMAZ e Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), vinculado à (UECE).

Além disso, evidencia-se que as linhas de pesquisas do grupo emergem dos trabalhos anteriores desenvolvidos pelos seus coordenadores. Neste sentido para melhor caracteriza-lo a partir de seus coordenadores descrevemos um perfil dos mesmos.

Iniciamos pelo professor Miguel Chaquiam. Licenciado em Ciências pelo Centro de Estudos Superiores do Estado do Pará (1983), licenciado em Matemática pelo Centro de Estudos Superiores do Estado do Pará (1984), Especialista em Matemática pela UNESPA (1989), Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Pará (2001) e Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2012). Atualmente é professor da Universidade da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Atua no ensino superior na qualidade de professor nos cursos de Licenciatura em Matemática e Engenharias, e nos Cursos de Especialização em Educação Matemática e Fundamentos de Matemática. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática Computacional, Álgebra Linear; Estruturas Algébricas, Análise Real, História da Matemática, História das Ciências e Formação de Professores. Foi professor de Matemática da Educação Básica durante 18 anos, Diretor Regional da SBEM-PA durante o triênio 2004/2007, membro da DNE da SBEM

no triênio 2007/2010. É avaliador da Revista Ibero-americana de Educação Matemática - UNIÓN, membro do Comitê Científico da Revista REMATEC, Membro do Conselho Editorial da Coleção Contextos da Ciência, uma publicação da Editora Livraria da Física. Professor no Ensino Superior há mais de 30 anos. Vinculado ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM/UEPA) da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

Seguimos com o perfil do professor Natanael Freitas Cabral. Possui graduação em Licenciatura em Ciências pela Universidade Federal do Pará (1985), Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1988), Bacharel em Teologia - Seminário Teológico Batista Equatorial (1994), Mestrado em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Pará (2004) e Doutorado em Educação pela PUC-Rio. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Matemática. Atualmente ministra as disciplinas: Instrumentação I e II no curso de graduação em Licenciatura em Matemática na Universidade do Estado do Pará (UEPA) e Ensino de Matemática I e II no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM/UEPA). Atualmente coordena o Laboratório de Educação Matemática - LABEM/UEPA.

A partir desta exposição elucidamos o GHEMAZ como um espaço relevante no que se refere aos saberes docentes, em seus diversos níveis de atuação, observado os perfis de seus coordenadores e as linhas de atuação do grupo.

OS APORTES TEÓRICOS

A respeito do modo de compreender e fazer educação, entendemos que o professor tanto o que é formado inicialmente nas licenciaturas quanto o da formação continuada (em nível de aperfeiçoamento e pós-graduação) tenha consciência da necessidade do arcabouço de conhecimentos que são fundamentais para o exercício da profissão (os chamados saberes docentes). Estes por sua vez estão intrínsecos à subjetividade, às experiências e às situações vivenciadas no ambiente de sala de aula, na academia e devem ser associados a uma busca intermitente pelo desenvolvimento profissional.

Nesse sentido, Pimenta (2005) apresenta perspectivas para a formação docente. Estas vinculadas à construção de uma identidade para o professor, mobilizada por saberes fundamentais ao exercício da profissão, os quais, são elencados da seguinte forma: a experiência, o conhecimento e os saberes pedagógicos.

A experiência, de um amplo caracteriza-se como um saber de suma importância para a profissão. Visto que relaciona a teoria com a prática em sala de aula em sua vivencia cotidiana com os alunos, além disso, no estabelecimento de troca de conhecimentos com seus colegas de profissão para abordagem dos conteúdos ou mesmo para estabelecimento de parâmetros escolares.

O conhecimento, segundo Miorin (1993), não se reduz a informação, esta é um primeiro estágio. O segundo é o tratamento da informação, a classificação, a análise e contextualização. O terceiro vem a inteligência que se vincula ao conhecimento de forma útil para a vida. Estes são os específicos trabalhados em sala de aula.

Além desses, também destacou os saberes pedagógicos. Os quais, dizem respeito ao desenvolvimento da atividade do professor, ou seja, estão associados às técnicas, os métodos e as ferramentas utilizadas para conduzir o processo de ensino e aprendizagem.

Adjuntos aos saberes apresentados por Pimenta (2005) evidencia-se uma tendência que tem sido valorizada, a do professor crítico-reflexivo acerca de suas práticas, ou seja, a do professor que busca constantemente a auto formação. Pensamento este, enfatizado por Novoa (1997), ao defender que o professor deve ter um pensamento autônomo, que acima de tudo seja capaz de problematizar aspectos inerentes ao exercício da profissão.

Diante dos saberes apresentados, compreendemos que a troca de experiências, discussões entre sujeitos sobre um objeto de utilidade para o ensino, assim como, o apoio mútuo são elementos que têm muito a oferecer ao processo de desenvolvimento profissional. Dessa maneira, ressaltamos o ambiente em grupo de trabalho colaborativo, como um espaço motivacional, no qual promove estímulos e novos olhares para os docentes no âmbito educacional.

A fim de corroborar tal importância, ressaltamos por meio da literatura os trabalhos de MIORIM, FERREREIRA (2004) e FIORENTINI, GAMA (2009); os quais caracterizam o grupo colaborativo como sendo aquele no qual: a participação é voluntária e seus membros almejam crescer profissionalmente, o trabalho é desenvolvido de forma conjunta a fim de atingir um objetivo comum de modo a construir e dialogar com o grupo numa perspectiva de compartilhar resultados a fim de discutir, pensar e repensar sobre sua vida e prática profissional. Cada um com seu respectivo nível de colaboração, que varia de acordo com o nível de maturidade e experiência profissional.

Com isso, verifica-se o potencial do trabalho colaborativo para o desenvolvimento profissional do professor de Matemática, nos seus diversos níveis. Assim, para um melhor entendimento da relação do GHEMAZ com os trabalhos colaborativos, abordaremos a seguir de forma sucinta a dinâmica desenvolvida por este grupo.

GHEMAZ: dinâmica

O GHEMAZ segue uma rotina na qual os encontros são realizados semanalmente, especificamente às quartas-feiras, no Laboratório de Educação Matemática (LABEM) localizado no Bloco III da Universidade do Estado do Pará (UEPA), no período de 16 às 18 horas.

Nas primeiras reuniões feitas pelo grupo, os coordenadores preocuparam-se em nivelar os membros a respeito de conteúdos que consideraram importantes e essenciais aos saberes docentes na academia. Para isso, ocorreram discussões introdutórias de cunho normativas sobre os trabalhos acadêmicos a respeito da padronização recorrente da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), assim como, de que modo os trabalhos acadêmicos eram produzidos.

Posteriormente foram trilhados caminhos tendo em vista compreensão dos elementos fundamentais que compõem os textos científicos a partir de livros, artigos, dissertações e teses. Concomitantemente a isso, e de forma proposital estudávamos

textos referentes às linhas que o grupo propunha-se levantar discussões a posteriori. Vale ressaltar que embora houvesse tal preocupação, os membros, desde o início desenvolvem trabalhos acadêmicos, participam de exposições, dentre outras atividades, sob orientação dos seus coordenadores.

Nesse sentido, com o decorrer do tempo o grupo foi ganhando força e gradativamente aumentou o número de produções, participações em eventos, assim como, atraiu outros discentes da graduação e do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) vinculado à (UEPA), cursos que os coordenadores integram o corpo docente.

Evidenciamos uma prática adotada pelo grupo, na qual há um momento que é disponibilizado para a exposição de pesquisas que estão em fase de desenvolvimento. Nessas ocasiões, os responsáveis expõem suas ações e os principais pontos de suas pesquisas ou atividades práticas e, em seguida, emergem discussões com os demais integrantes do grupo que geralmente apresentam sugestões com intuito de colaborar para a melhoria do trabalho que está em pauta.

No mais, vale ressaltar que ao final das reuniões há um momento de congregação. Os membros reúnem-se em pares ou grupos para discutir sobre novas possibilidades de integrações para pesquisas, ou mesmo, para esclarecimentos dos mais variados temas (profissionalização, aperfeiçoamento em nível de graduação e pós-graduação, os eventos científicos que ocorrerão, etc).

Percebe-se com isso que as colaborações ocorrem de acordo com os níveis de profundidade e experiência de cada um dos membros sobre o tema em cheque para discussão. Para exemplificar tal situação, evidenciamos num primeiro momento que, embora, os alunos iniciantes não contribuam de maneira efetiva, o grupo traz subsídios para que haja um amadurecimento e este por sua vez se desenvolva e num segundo momento comece a produzir no grupo e para o grupo. Ou seja, isto promove uma espécie de ciclo acadêmico neste ambiente motivacional.

Desse modo, nota-se que o GHEMAZ apresenta determinadas características de grupos que se enquadram na definição de colaborativos. Afim de assinalar tal semelhança, apresentamos a seguir publicações e contribuições do grupo para as pesquisas em História da Matemática e História da Educação Matemática.

GHEMAZ: contribuições para História da Matemática e História da Educação Matemática

O grupo, desde sua fundação, vem aos poucos desenvolvendo pesquisas e projetos relacionados as áreas de História da Matemática e História da Educação Matemática, entre os quais estão as publicações produzidas pelos seus membros, a criação do site, o Boletim eletrônico, assim como projetos futuros como o CDIMPA, cujo detalhes passamos a relatar.

As Publicações

A partir das linhas de pesquisas adotadas pelo grupo, os seus membros, por meio das reuniões/orientações e discussões de textos, produziram trabalhos ao longo desses três anos. O grupo tem ao todo 105 trabalhos produzidos, sendo 4 dissertações, 12 TCC´s, 64 comunicações científicas, 1 minicursos, 3 banners, 2 palestras, 3 mesas redondas, 6 publicações em revistas, 5 Livros e 5 capítulos de livro. Sendo os quais 33 trabalhos na área em História da Matemática e 26 trabalhos na área de História da Educação Matemática. Ou seja, uma significativa produção em apenas três anos. Assim, observa-se uma significativa contribuição para as pesquisas efetuadas nas áreas de História da Matemática e História da Educação Matemática na Amazônia.

O Site (www.ghemaz.com.br)

Com o intuito de abranger novos espaços e tornar acessível as publicações desenvolvidas pelo grupo, foi desenvolvido e criado o site do GHEMAZ, um local virtual no qual disponibilizamos os trabalhos, projetos, pesquisas desenvolvidas e que estão em fase de desenvolvimento, além trabalhos e projetos futuros. Este espaço foi mais uma conquista adquirida pelo GHEMAZ e pode ser visitado por meio do endereço eletrônico*: www.ghemaz.com.br*.

O Boletim Eletrônico

Além das publicações habituais, o grupo também desenvolve boletins eletrônicos que são publicados mensalmente e divulgados por meio do site do grupo, via e-mail e em redes sociais. O boletim tem a finalidade de divulgar notícias, atividades e leituras, assim como uma seção onde são apresentadas curiosidades, desafios, divertimentos e histórias envolvendo matemática ou educação matemática, em particular, da Amazônia. No qual apresenta a seguinte estrutura: inicia com o Editorial (introdução), uma sessão sobre “O que acontece no Brasil e no Mundo”, seguindo com “Sugestões de Atividades e Leituras”, e termina com uma seção onde são apresentadas Curiosidades, Desafios, Divertimentos e Histórias.

A primeira edição do Boletim foi publicada em outubro de 2016 e sua segunda edição saiu em novembro de 2016, ambas podem ser encontradas no site do GHEMAZ, no entanto, posteriormente houve empecilhos para a continuação, mas recentemente o grupo foi reestruturado e as publicações do Boletim serão retomadas em fevereiro de 2019 e passarão a ser publicadas a cada dois meses, pois possibilita uma maior catalogação de materiais para serem divulgados.

O CDIMPA

As ações do grupo convergem para a implantação de um Centro de Documentação, Informação, Memória e Pesquisa na Amazônia (CDIMPA) visando (i) a reunião, a produção, a sistematização, a preservação e a divulgação de documentação histórica, bem como a elaboração de instrumentos e projetos de pesquisa; (ii) empreender esforços no sentido de se consolidar como espaço de apoio à pesquisa, ao ensino, à extensão, pautando-se rigidamente pelo princípio da indissociabilidade entre essas instâncias e (iii) prestação de serviços em sua área de atuação e realização de eventos científicos e culturais com a finalidade de disseminação de seu acervo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi estabelecido como objetivo desde trabalho ressaltar a importância do GHEMAZ no desenvolvimento de pesquisas em História da Matemática e História da Educação Matemática na Amazônia, além da constituição de massa crítica nessas áreas.

Assim, o para alcançar o objetivo, o trabalho respondeu a questão de pesquisa estabelecida, visto o significativo número de publicações realizadas na área, além de, ao longo de sua existência, o grupo contribuiu efetivamente para a formação dos seus membros e formação de massa crítica nessas áreas.

Nesse sentido, a importância do GHEMAZ associou-se aos trabalhos de grupos colaborativos na perspectiva do desenvolvimento profissional de professores de Matemática, tanto na formação inicial quanto na formação continuada. Visto que, a partir de sua dinâmica percebem-se as interfaces existentes entre seus membros a fim de que haja um crescimento mútuo.

No mais, destacamos que ao logo dos três anos da constituição do GHEMAZ houve produção quantitativa e qualitativa de materiais associados ao viés do ensino, além disso, a intencionalidade para motivações acadêmicas, ambas embasadas nas áreas da História da Matemática e História da Educação Matemática.

Dentre as futuras pretensões, a partir de um trabalho mais abrangente a respeito da história da constituição do GHEMAZ e suas ações, os resultados dessas pesquisas irão, posteriormente, compor o livro que está em fase final de constituição pelos coordenadores, professores Miguel Chaquiam e Natanael Freitas Cabral, cuja finalidade é apresentar os resultados das pesquisas desenvolvidas pelo grupo frente às vertentes História, Educação e Matemática na Amazônia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FIORENTINI, Dario; GAMA, Renata Prenstteter. **Formação continuada em grupos colaborativos: professores de matemática iniciantes e as aprendizagens da prática profissional**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.11, n.2, pp.441-461, 2009.

GHEMAZ, site do. Disponível em: <***www.ghemaz.com.br***>. Acesso em: 27 de dezembro de 2018.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LATTES, Plataforma. Disponível em: <**http://lattes.cnpq.br/**>. Acesso em: 27 de dezembro de 2018.

MIORIM, Maria Ângela; FERREIRA, Ana Cristina. **O potencial da investigação coletiva no desenvolvimento profissional de professores de matemática: análise de uma experiência**. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática – VIII ENEM, Recife, julho de 2004.

MIORIN, Edgar. **Toftler e Miorin debatam sociedade pós-industrial**. World Media – Suplemento do Jornal Folha de São Paulo. 1993.

NOVOA, António. **Formação de Professores e Qualidade do Ensino**. Aprendizagem. Paraná. Ano 1, n. 2. p. 25 – 31. 2007.

NOVOA, António. **Formação de professores e profissão docente**.1997.

PIMENTA, Selma Garrido. **Saberes pedagógicos e atividade docente**. 4.ed.São Paulo: Cortez, 2005.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

ABORDAGEM HISTÓRICA DA ANÁLISE MATEMÁTICA
Um estudo de caso realizado com alunos do Curso de Licenciatura de Matemática do IFPB campus Cajazeiras

Maria Beatriz Marim de Moura [478]
Kissia Carvalho [479]
Francisco Aureliano Vidal [480]

RESUMO

A disciplina de Análise Matemática é componente obrigatória da grade curricular dos cursos de licenciatura em matemática cujo objeto de estudo é, essencialmente, o conjunto dos números reais e as propriedades analíticas das funções reais. Na licenciatura esta disciplina é oferecida após a segunda metade do curso, período no qual os estudantes já tiveram os primeiros contatos com o cálculo diferencial e integral, e comumente é fonte de apreensão e incertezas para os graduandos. O impacto causado pelos próprios aspectos estruturais da Análise Matemática, em geral, é a justificativa para o alto índice de reprovação. Além disso, acreditamos que o ensino descontextualizado e a escassez de recursos didáticos são outros fatores que ampliam ainda mais as dificuldades na aprendizagem da disciplina de Análise Matemática. Assim, o problema sobre o qual reside esta pesquisa consiste em buscar respostas para ao seguinte questionamento: A exploração de aspectos históricos que favoreçam a consolidação do processo de aritmetização da Análise Matemática pode contribuir para a compreensão dos conceitos abordados nesta disciplina? Para isto utilizamos como abordagem metodológica uma pesquisa bibliográfica onde inicialmente fizemos uma breve discussão sobre as principais contribuições da história da matemática na compreensão dos conceitos matemáticos focando dois documentos oficiais sobre o ensino brasileiro, Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Orientações Curriculares Nacionais (OCN) que relatam a importância da abordagem histórica no ensino da matemática, também realizamos uma breve síntese do processo de formalização e estruturação da análise matemática. Em um segundo momento realizamos um estudo de caso para verificar como o tema História da Análise Matemática é abordado dentro do Curso de Licenciatura de Matemática do IFPB campus Cajazeiras, por meio de uma pesquisa de campo em que realizamos entrevista com alunos do

[478] IFPB-Campus Cajazeiras. mariabeatrizmarim@gmail.com.
[479] IFPB-Campus Cajazeiras. kissia.carvalho@gmail.com.
[480] IFPB-Campus Cajazeiras. aurelianovidal@homail.com.

referido curso onde aplicamos um questionário visando identificar se em algum momento ao longo do curso, algum tema relativo a história da análise matemática foi abordado. Os resultados apontam que, em relação a avaliação que os alunos fizeram acerca da importância da História da Matemática na formação dos professores de matemática 84,7% dos entrevistados afirmaram que conhecer aspectos históricos da matemática pode contribuir para o ensino e para a aprendizagem dessa disciplina. Como conclusão identificamos a visão e a preocupação de um ensino menos conteudista e de uma aprendizagem voltada para a compreensão histórica dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Análise Real. Ensino. Formação de professores. História da Matemática.

INTRODUÇÃO

A disciplina de Análise Matemática ou Análise Real é, em geral, componente obrigatória da grade curricular dos cursos de licenciatura em matemática cujo objeto de estudo é, essencialmente, o conjunto dos números reais e as propriedades analíticas das funções reais. Em geral, na licenciatura, a disciplina é oferecida após a segunda metade do curso, em uma única disciplina, período no qual os estudantes já tiveram os primeiros contatos com o cálculo diferencial e integral, e comumente é fonte de apreensão e incertezas para os graduandos.

A respeito do aprendizado da Análise Real, Baroni e Otero-Garcia (2014) ressaltam que o excesso de formalismo e o alto grau de abstração da disciplina muitas vezes não favorecem a assimilação dos conceitos. Desse modo, o impacto causado pelos próprios aspectos estruturais da Análise Matemática, em geral, é a justificativa para o alto índice de reprovação. Além disso, acreditamos que o ensino descontextualizado e a escassez de recursos didáticos são outros fatores que ampliam ainda mais as dificuldades na aprendizagem da disciplina de Análise Matemática.

Nesse contexto explorar aspectos históricos que favoreceram a consolidação do processo de aritmetização da Análise Matemática é uma ferramenta potencial na compreensão dos conceitos abordados na disciplina. Sobre o estudo da História da Matemática, Batarce (2003) aponta que a matemática e a sua história são partes de uma dialética, na qual a História da Matemática se consolida expondo distintas concepções de matemática, cada qual definida em um contexto histórico matemático.

Por meio deste trabalho, buscamos discutir sobre as principais contribuições da História da Matemática na compreensão das noções matemáticas, em especial aquelas que compõem o campo de estudo da Análise Matemática. Além disso, através de um estudo de caso, realizado com alunos do Curso de Licenciatura de Matemática (CLM) do IFPB campus Cajazeiras (IFPB – CZ), que cursaram ou que ainda estão cursando a disciplina de Análise Real pretendemos contrastar os resultados obtidos nessas discussões à realidade acadêmica vivenciada por estes alunos.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: UM RECURSO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Diversos autores (BARONI e NOBRE, 1999; BARONI, TEIXEIRA e NOBRE, 2004; BRITO, NEVES e MARTINS, 2004; SILVA, 2014) defendem a utilização da História da Matemática (HM) como elemento motivador para o ensino da matemática. Neste sentido, este trabalho se baseou, essencialmente nas ideias defendidas por estes e outros autores que defendem a inserção da HM no processo de ensino e aprendizagem como ferramenta que vem contribuir para tornar o ensino da matemática mais significativo e eficiente para o aluno.

Concordamos plenamente com Silva (2014) quando afirma que a História da Matemática "torna-se forte candidata a fornecer respostas sobre as razões, motivações e necessidades de produção de conhecimentos matemáticos" (SILVA, 2014, p. 48). Acreditamos que estas respostas podem auxiliar fortemente na compreensão de certos conceitos matemáticos, especialmente no contexto da disciplina de Análise ofertada nos cursos superiores, a inclusão da HM nas discussões farão o aluno perceber que os processos de construção dos conceitos estudados são de natureza prática e surgiram também a partir de necessidades humanas de conhecer certos aspectos da vida real. Porém, se faz necessário que "o professor esteja preparado para seu uso em sala de aula, caso contrário, essa estratégia não passará de mais uma frustrada tentativa de melhorar o ensino apenas com a inclusão de uma nova forma de instrução" (VIDAL, 2016, p. 3).

Documentos oficiais sobre o ensino brasileiro, Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Orientações Curriculares Nacionais (OCN), entre outros também relatam a importância da abordagem histórica no ensino da matemática. Os PCN também orientam bem como deve ser esta abordagem em sala de aula ao relatarem sobre este tema.

> Entretanto, essa abordagem não deve ser entendida simplesmente que o professor deva situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da História da Matemática, mas que a encare como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados (BRASIL, 1998, p. 43).

Portanto, a utilização da HM em sala deve ser realizada não apenas como citação de fatos isolados no tempo a respeito de determinado conceito, mas sim de modo abrangente levando em consideração todo o processo de construção destes ao longo dos séculos. As OCN relatam também que a HM ajudará o professor a compreender as dificuldades dos alunos.

> A História da Matemática pode contribuir também para que o próprio professor compreenda algumas dificuldades dos alunos, que, de certa maneira, podem refletir históricas dificuldades presentes também na construção do conhecimento matemático (BRASIL, 2006, p. 86).

Desta forma, levando em consideração as ideias apresentadas pelos autores acima, destacamos as potencialidades da HM no ensino e na aprendizagem da matemática, especificamente no estudo da Análise Matemática.

No contexto do ensino e da aprendizagem da Análise Real Baroni e Otero-Garcia (2014) destacam que através da abordagem histórico-epistemológica dessa disciplina o professor e o aluno podem construir subsídios que colaborem para uma compreensão mais profunda dos conceitos abordados. Nesse sentido, Grunetti (2000, apud Baroni e Otero-Garcia, 2014), afirma que a compreensão histórica e epistemológica de determinadas noções matemáticas pode identificar as razões pelas quais os alunos apresentam mais dificuldades na sua assimilação, favorecendo uma abordagem didática desses conceitos.

Desse modo, os autores ressaltam que esse tipo de instrumento pode fornecer relevantes contribuições especialmente na aprendizagem de diversas noções matemáticas, dentre as quais: a de conjuntos infinitos, a de função e a de limite. Além disso, mediante uma a abordagem que se fundamente nos aspectos históricos da Análise Real, o licenciando pode identificar todo o percurso traçado pela disciplina ao longo dos anos, assim pode compreender o processo de formalização e consolidação da análise.

FORMALIZAÇÃO DA ANÁLISE: UMA BREVE PERSPECTIVA HISTÓRICA

Segundo Baroni e Otero-Garcia (2014) o processo de estruturação da análise matemática foi precedido pelo desenvolvimento do cálculo. Durante o período de consolidação da análise diversos matemáticos deram contribuições fundamentais, dentre os quais René Descartes, Pierre de Fermat, Cauchy, Gauss, Bernad Bolzano, Niels Abel, Bernhard Riemann e Weierstrass. Além disso, no decorrer desse processo, o estabelecimento de certos conceitos como o de função, variável, limite, continuidade, convergência, derivada e integral foi primordial.

O conceito de função é uma das principais noções matemáticas, por meio do qual novos conceitos puderam ser esclarecidos e se estabelecer. Segundo Baroni e Otero-Garcia (2014) as noções de dependência funcional podiam ser contatadas em diversos textos antigos. Entretanto, esse conceito começou a se consolidar sobretudo graças as representações algébricas criadas por François Viète e pela geometria analítica introduzida por René Descartes e Pierre de Fermat.

O termo função surgiu pela primeira vez em um artigo publicado por Leibiniz em 1692. No entanto, a simbologia utilizada para representar funções se consolidou somente com os trabalhos de Johan Bernoulli. A partir dos trabalhos de Cauchy o conceito de função ganhou mais rigor e as noções de função explícita e de função implícita começaram a ser introduzidas. Diversos outros matemáticos apresentaram diferentes definições para o conceito de função, dentre os quais se destacam Joseph Fourier, Nicolas Lobachevskiy, Lejeune Dirichlet e Hankel.

As noções consolidadas a respeito das funções foram essenciais no trabalho do matemático francês Louis Cauchy, um dos principais precursores do movimento do rigor matemático. Segundo Otero-Garcia e Baroni (2014), Cauchy deu diversas contribuições com os seus trabalhos, especialmente no que se refere ao conceito de variável, de limite, de continuidade, de derivada e ao estudo da convergência de sequências e séries. Além disso, Cauchy também foi o primeiro, ao que se sabe, a apresentar uma demonstração mais rigorosa para o Teorema Fundamental do Cálculo.

Outros grandes nomes do movimento do rigor matemático foram os matemáticos Friedrich Gauss, Bernard Bolzano e Niels Abel. Segundo Struik (1948) citado por Baroni e Otero-Garcia (2014), no que se refere a fundamentação da Análise Matemática esses três matemáticos tiveram ideias bastante semelhantes às de Cauchy e foram pioneiros no moderno rigor da matemática. Um nome tão importante quanto o de Cauchy para desenvolvimento da análise e para a disseminação do rigor matemático foi o do matemático alemão Wilhelm Weierstrass. A Weierstrass também é atribuída a consagrada notação que se utiliza das letras gregas ε e δ.

As contribuições de Weiertrass se deram especialmente no estudo do conceito de convergência uniforme e das funções patológicas. Além disso, segundo Baroni e Otero-Garcia (2014), o rigor Weierstrassiano foi rapidamente propagado pelos matemáticos Camille Jordan e Schwartz influenciou uma legião de matemáticos, como Émile Borel e Henri Lebesgue. Desse modo, o movimento impulsionado principalmente por Louis Cauchy por Weiertrass favoreceu, sobretudo, no processo de formalização da análise dando-lhe mais rigor e generalidade e contribuiu para a estruturação e consolidação dessa disciplina.

ABORDAGEM METODOLÓGICA

A pesquisa apresentada desenvolve-se a partir da leitura e análise do livro “A História da Análise Matemática de Cauchy a Lesbegue” (BARONI e OTERO-GARCIA, 2014). Neste sentido está sendo realizada uma pesquisa bibliográfica contemplando este e outros livros de História da Matemática e Análise Matemática com o objetivo de

verificar como a História da Análise é abordada. Ao mesmo tempo foi realizado um levantamento de artigos em português dos últimos quatro anos que tratam do assunto com a intenção se situar no que está sendo discutido no Brasil em relação ao tema.

Em um segundo momento foi feito um estudo de caso para se analisar como o tema História da Análise Matemática é abordado dentro do Curso de Licenciatura de Matemática do IFPB campus Cajazeiras, por meio de uma pesquisa de campo. Com estas características (GERHARDT e SILVEIRA, 2009) este trabalho apresenta uma natureza básica e aplicada, com objetivo exploratório, com procedimentos de levantamentos bibliográficos e de pesquisa de campo, com isso pode-se definir como características metodológicas quantitativas e qualitativas.

Como no curso de Licenciatura em Matemática do IFPB – Campus Cajazeiras, a disciplina de Análise Matemática é oferecida aos alunos do sétimo período, os questionários foram aplicados com alunos do sétimo, oitavo período e alunos egressos em total de 13 alunos. As questões apresentadas visam identificar se em algum momento ao longo do curso, algum tema relativo a história da análise matemática foi abordado, principalmente dentro da disciplina de Análise Matemática. Também desejamos saber se os estudantes reconhecem a contribuição da HM para o ensino de análise real.

RESULTADOS E ANÁLISES

O questionário foi um instrumento através do qual pudemos analisar alguns aspectos da abordagem histórica da Análise Real (AR) no referido curso. Com base nisso, o questionário versava sobre os seguintes aspectos: o contato que o aluno teve com a história da Análise Matemática durante todo o curso, em especial enquanto cursava a disciplina e as principais dificuldades encontradas ao ter o primeiro contato com a Análise Real. Além disso, pudemos analisar a avaliação de cada aluno acerca da importância da disciplina de AR na formação do professor de matemática, bem como da relevância da História da Matemática no ensino e na aprendizagem.

Dentre os questionamentos realizados aos sujeitos da nossa pesquisa destacamos, inicialmente, aqueles através do qual pudemos identificar o uso de aspectos históricos no ensino da análise matemática no curso. Com base nesse contexto, 53,8% dos participantes da pesquisa afirmaram que tiveram contato com uma abordagem de caráter histórico da AR enquanto cursava a disciplina, o restante afirmou que não teve. No entanto, 46,2% dos alunos afirmaram que não tiveram contato com esse tipo de abordagem enquanto cursavam outras disciplinas, cerca de 46,2% destes afirmaram ter tido algum contato, embora não soubesse em qual disciplina ocorreu e os 7,6% restante não soube responder. Desse modo, no referido curso, a História da Análise Matemática já é um recurso empregado durante as aulas dessa disciplina ou mesmo de outras.

Ainda pudemos analisar os principais obstáculos enfrentados pelos alunos do curso enquanto cursavam a disciplina de análise. A respeito disso, 100% dos alunos afirmou ter tido dificuldade ao cursar a disciplina, aproximadamente 69,3% não soube explicar o motivo pelo qual enfrentou esse tipo de obstáculo. Os 30,7% restante afirmou que as dificuldades eram advindas principalmente em razão da rigorosidade com a escrita, característica marcante da disciplina. Além disso, os entrevistados consideraram a abstração e a complexidade estrutural da análise como um fator limitante na sua aprendizagem.

Outro aspecto que pudemos analisar refere-se ao grau de importância que os sujeitos da pesquisa concederam à disciplina de Análise Real. Acerca disso, 46,2% dos alunos considerou a AR é pouco relevante para a formação inicial do professor de matemática. Além disso, 38,5% declarou que a disciplina é relevante e os 15,3% restante a considerou muito importante na formação inicial do professor de matemática. Acreditamos que a utilização da HM como elemento pedagógico poderia contribuir para melhorar estes resultados, principalmente por que estas informações irão ser úteis no campo de trabalho dos licenciados.

Por fim, analisamos a avaliação que os alunos fizeram acerca da importância da História da Matemática na formação dos professores de matemática. Com base nesse contexto, 84,7% dos alunos afirmaram que conhecer aspectos históricos da matemática pode contribuir para o ensino e para a aprendizagem dessa disciplina.

Enquanto que os 15,3% restantes não consideram a História da Matemática como um instrumento eficaz no ensino e na aprendizagem da matemática.

A respeito disso, um dos entrevistados participantes da pesquisa comentou que "a matemática não é construída tão somente pelos cálculos ou pelas aplicações presentes no dia a dia, mas pelas muitas descobertas ao longo do tempo que transformam e que contribuem satisfatoriamente para a sua construção". O comentário acima expõe a visão e a preocupação de um ensino menos conteudista e de uma aprendizagem voltada para a compreensão histórica dos conceitos matemáticos.

A partir dos resultados dessa pesquisa constatamos que sobre a disciplina de Análise Matemática ainda paira um aspecto repulsivo e apático, seja ele resultado da própria estrutura da disciplina ou fruto do ensino marcado pela inflexibilidade. Isto reflete instantaneamente na aprendizagem e na taxa de aprovação da disciplina. A respeito disso, Otero-Garcia e Baroni (2015) comentam que o ensino da Análise Matemática nos cursos superiores ainda está muito voltado para o *status* acadêmico. Além disso, os autores discutem que a inserção dessa disciplina nas licenciaturas pode estar relacionada à uma mera questão de mercado, no qual a disciplina de Análise Real seria um filtro a partir do qual poderiam ser selecionados os melhores profissionais.

Muito embora a Análise Matemática seja muito relevante para a formação dos professores de matemática, segundo Otero-Garcia e Baroni (2015) o ensino dessa disciplina contém diversas armadilhas.

> A armadilha reside no fato de que a análise nos cursos de licenciatura não promove os objetivos que são mencionados com orgulho pelos matemáticos e não naquilo que ela poderia promover caso fosse trabalhada sob uma perspectiva ideal. (OTERO-GARCIA; BARONI, 2015, p. 629)

Esse contexto explicita a necessidade de uma abordagem da Análise Matemática voltada para uma aprendizagem mais satisfatória dessa disciplina.

> Por essa imposição e universalização é que o processo de ensino e aprendizagem da matemática precisa se integrar ao meio social em que se encontra inserido. É primordial motivar e despertar o interesse dos alunos para além de números, contagem, fórmulas e símbolos. (COSTA, 2016, p.10).

Desse modo, por meio do estudo de caso apresentado, pudemos constatar a relevância da História da Matemática nos processos de ensino e da aprendizagem da matemática, embora tal recurso ainda seja pouco explorado.

> O estudo da História da matemática faz parte do conjunto de valores que fundamentam o conhecimento, à medida que utilizando fatos históricos sobre a vida dos matemáticos e a finalidade de algumas descobertas, quando abordados em sala de aula, pode estimular os alunos ao aprendizado da disciplina e a desmitificar a ideia de que a Matemática é direcionada apenas aos mais bem capacitados intelectualmente. (COSTA, 2016, p.11).

Ou seja, a História da Matemática pode contribuir não apenas para a compreensão dos conceitos matemáticos e, em especial, para aprendizagem da Análise Matemática, como também pode auxiliar na desconstrução de alguns paradigmas criados a respeito dessa disciplina.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo desse trabalho discutimos alguns aspectos da História da Matemática no ensino e na aprendizagem da Análise Matemática. Logo após, apresentamos uma breve síntese histórica do processo de formalização e estruturação da análise matemática. Em seguida, discutimos sobre as principais contribuições da história da matemática na compreensão das noções matemáticas, em especial, no que se refere aqueles que compõem a disciplina de análise. Por fim, expomos e discutimos sobre os principais resultados obtidos por meio das informações coletadas através dos questionários propostos aos egressos e graduandos do Curso de Licenciatura em Matemática do IFPB, Campus Cajazeiras.

Chama atenção o fato de 46,2% dos entrevistados considerarem a disciplina pouco relevante na formação do Licenciado em Matemática, talvez conhecendo como, porque e para que surgiram ferramentas matemáticas extremamente utilizadas, a exemplo da função, a noção da relevância deste aprendizado seja mais valorizado.

É importante que o professor de AR esclareça que embora os assuntos abordados na disciplina não entre de forma direta no conteúdo do ensino fundamental e médio, ele forma o arcabouço teórico para que o licenciado caminhe com passos firmes no ensino do conjunto dos números reais e extensões. A História da Análise surge neste momento como um instrumento enriquecedor, agregador e motivador para esse fim.

Desse modo, pudemos constatar a importância da História da Matemática quando aliada ao ensino da análise matemática, em especial na compreensão dos conceitos dessa disciplina. Além disso, pudemos contrastar os resultados obtidos através das pesquisas bibliográficas ao contexto do curso de Licenciatura em Matemática do IFPB, Campus Cajazeiras. Sendo assim, é importante que o ensino da disciplina de Análise Matemática se volte para esse tipo de abordagem, sem necessariamente abdicar da rigorosidade e formalismo, mas visando uma aprendizagem mais satisfatória.

REFERÊNCIAS

BARONI, R. L. S.; OTERO-GARCIA, S. C. **Aspectos da História da Análise Matemática de Cauchy a Lebesgue**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/126211/ISBN9788579836015.pdf>. Acesso em 09 de dezembro de 2018.

_____. Questões críticas em ensino de análise matemática. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.17, n.3, p. 617-636, 2015.

BARONI, R. L. S.; NOBRE, S. R. A Pesquisa em História da Matemática e Suas Relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, pp. 129-136.

BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. A Investigação Científica em História da Matemática e suas Relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, pp. 164-185.

BATARCE, M. S. **Um contexto histórico para Análise Matemática para uma educação matemática**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.Vol. 2. Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, 2006.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

COSTA, C. L. **A história da matemática como estímulo ao ensino-aprendizagem**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Matemática e estatística. Universidade Federal de Goiás, Goiânia.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. [organizado por]; **Métodos de Pesquisa** coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

SILVA, C. M. S. Onde está a proporção? **Revista de História da Matemática para Professores**, Natal, ano 1, n. 1, mar. 2014. Natal: Editora da SBHMat, 2014, pp. 47-57.

VIDAL, F. A. A história da matemática presente nos livros didáticos: uma análise sobre o conteúdo estatística. In: II Seminário Cearense de História da Matemática. **Anais...** Fortaleza: UECE, 2016.

ISSN 2236-4102

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
o ensino de geometria por meio das embalagens

Thayse Maria Gomes de Sousa[481]
Emerson Batista Gomes[482]

RESUMO

O presente artigo trata de uma possibilidade estratégica de utilização da história da matemática como recurso didático, em específico, abordando a resolução de problemas relacionados a modelagem de embalagens. Empregamos por metodologia a pesquisa bibliográfica, em que articulamos referencias como (MENDES 2001, 2006; EVANGELISTA 2001). Os resultados da pesquisa nos indicam a existência de pelo menos três momentos históricos que se destacaram funções cumulativas para as embalagens: condicionamento e transporte, transporte e conservação, e minimização de custos e marketing. A pesquisa tem por objetivo investigar o ensino de Geometria enquanto elemento articulador do currículo de matemática. A proposta, de abordagem qualitativa e exploratória, pauta-se em um estudo de cunho antropológico em que evidenciamos, por meio da análise da literatura a respeito, que apesar de a Geometria historicamente constituir um tema de suma importância para o enfrentamento de inúmeras situações de ordem prática, enquanto disciplina, porém, esta vem sofrendo o impacto de políticas educacionais que a legaram ao segundo plano no campo dos interesses curriculares e de ensino.

Palavras – Chave: História da Matemática. Resolução de Problemas. Embalagens.

[481] Universidade do Estado do Pará – UEPA. thaysegomes18@outlook.com
[482] Universidade do Estado do Pará – UEPA. drmensonbg@gmail.com

INTRODUÇÃO

Um dos problemas que envolvem a educação no Brasil é o baixo índice de rendimento dos alunos. Sobretudo em relação à matemática, cujo ensino é visto como um desafio para quem aprende e para quem ensina (BRASIL, 1997). Dentre as ferramentas utilizadas pelos professores temos a História da Matemática, tendência que proporciona ao professor formar um outro olhar sobre o seu conhecimento matemático e sobre seu próprio método educacional.

A história da matemática é considerada uma apresentação relevante para a formação matemática do discente. Na qual se promove um conhecimento mais claro e amplo, caracterizando essa abordagem como uma ciência em construção. Com erros e acertos, e sem exatidão universal. Contrariando alguns dos ideais positivistas, sob os quais existem verdades absolutas.

A matemática com a sua história tem o caráter de contextualizar saberes, expor conceitos e suas consequências em meio a um do contexto social-político-cultural. Nesse sentido, um dos aspectos mais relevantes da História da Matemática é a possibilidade de explorar problemas. A história da civilização está repleta de situações problemáticas e questões de cunho social, econômico ou simplesmente curiosidades, para as quais buscou-se por resultados que muitas vezes implicam o emprego de matemática.

Salientamos aqui um emprego metodológico da História da Matemática, um que busca por problemas relevantes e/ou de interesse ao estudante em que possamos buscar suas premissas, transformações e, sobretudo, técnicas, estratégias e modelos. O trabalho por esta captura contextual de um problema matematizável é o objeto de nossas considerações neste texto.

Sendo assim, este trabalho pretendemos discutir a utilização da História da Matemática sob a ótica da resolução de problemas contextuais como ferramental para o ensino da matemática. A efeito de exemplo, exploramos o ensino da Geometria por meio da história das embalagens.

1. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A História da Matemática pode ser desenvolvida sob a ótica da resolução de problemas históricos, a desfrutação e o estudo das soluções apresentadas por nossos antepassados e o desenvolvimento de suas estratégias para solucionar tais problemas, evidenciam saberes interessantes de serem tratados no contexto de sala de aula.

Empregos diferenciados da História da Matemática são salutares em tempos de baixos índices de aprendizagem em matemática. O investimento em uma história problema recebe o apoio de pesquisadores como Mendes, que afirma:

> O que sempre procuro esclarecer é que, quando menciono o uso da história no ensino da matemática, me refiro às explorações didáticas da história das ideias produzidas no tempo e no espaço e como, atualmente, elas podem ser refletidas na matemática que ensinamos. (...) A finalidade maior é esclarecer o vínculo direto da matemática com relação às práticas desenvolvidas historicamente no contexto da sociedade e da cultura como uma forma de solucionar problemáticas relacionadas à sobrevivência humana no planeta. (MENDES, 2013, p. 68)

O emprego da história pode promover o resgate de situações problema em que os precursores da matemática se depararam para que desenvolvessem os teoremas e conceitos matemáticos; isso pode possibilitar que o aluno entenda que a matemática não surgiu por acaso, mas que foi fruto de um processo árduo e que as fórmulas e definições não surgiram prontas, mas que foram desenvolvidas conforme a necessidade do homem.

Sob esta perspectiva, adaptamos dos argumentos de Swetz (1989) algumas justificativas pelas quais os problemas históricos relacionados às embalagens podem nós auxiliar no ensino da matemática. Por exemplo, os problemas históricos:

1. Possibilitam o esclarecimento e auxilio de muitos conceitos, propriedades e métodos – As embalagens ao serem relacionadas à Geometria, cumprem o papel de mediadoras, por exemplo, dos modelos formais de perímetro, área e volume das formas geométricas.
2. Constituem veículos de informação cultural e sociológica – As embalagens cumprem papel histórico, pois, mostram as técnicas e processos de nossos antepassados.

3. Refletem as preocupações práticas ou teóricas das diferentes culturas em diferentes momentos históricos - Nesta perspectiva a história exerce um papel restaurador das tradições de um determinado povo, como no caso dos nômades que por estarem em constante deslocamento, utilizavam como embalagens, restos de couro das caças e/ou recipientes de origem vegetal.

4. Constituem veículos de informação cultural e sociológica – As embalagens cumprem papel histórico, pois, mostram as técnicas e processos de nossos antepassados.

5. Refletem as preocupações práticas ou teóricas das diferentes culturas em diferentes momentos históricos - Nesta perspectiva a história exerce um papel restaurador das tradições de um determinado povo, como no caso dos nômades que por estarem em constante deslocamento, utilizavam como embalagens, restos de couro das caças e/ou recipientes de origem vegetal.

6.Constituem meios de aferimento da habilidade matemática de nossos antepassados – Estabelecem processos e saberes matemáticos que povos antigos praticavam, no caso das embalagens as técnicas de medição, trançados e transporte.

7. Permitem mostrar a existência de uma analogia ou continuidade entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente – ou seja, uma relação de semelhança entre os fatos ocorridos na pré-história com situações e necessidades atuais. Fazemos referência a este contexto à utilização das embalagens.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, publicado em meados da década de 90, admite-se a resolução de problemas como de fundamental importância, sobretudo relacionada ao desenvolvimento histórico da matemática.

> A própria História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem práticas (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas a própria matemática (BRASIL, 1998, p.40).

Dessa forma, podemos evidenciar a possibilidade de trabalharmos o ensino da matemática por meio da História da Matemática de problemas históricos, no caso por meio das embalagens, pois estaríamos respaldados por uma prática de valorização das experiências dos alunos, que lhes propiciará ler o mundo a partir de suas vivências e

construir em conjunto conosco, e o professor regente de sala de aula, as racionalizações e conceituações matemáticas. As embalagens cumprirão, neste sentido, o papel de mediadoras dos modelos formais de perímetro, área e volume das formas geométricas básicas.

2. HISTÓRIA DAS EMBALAGENS

No momento presente, em que a concorrência se tornou algo que as empresas têm de encarar cotidianamente, pois o mercado está criando cada vez mais produtos similares, com mesmas funções e valores, a criatividade e inovação das embalagens é fundamental. Sobretudo, para que a mercadoria possa continuar no comércio. Porém, as embalagens não têm como função apenas o Market. Muitos anos atrás ela surgiu para conter e proteger produtos, tanto para transporte como guardar alimentos, auxiliando os povos que eram nômades.

Segundo Evangelista (1998) a definição de embalagem surgiu a milhares de anos. As primeiras “embalagens” surgiram quando o homem se deparou com a necessidade de algum recipiente para transporte e guarda de alimento e água, devido às longas viagens que precisavam realizar para a caça, a exploração e a procura por novos abrigos. Até então, as famílias eram autossuficientes e tudo o que se obtinha na natureza era preparado e consumido sem necessidade de estocagem.

A própria natureza nos traz exemplos de embalagens naturais, essas eram para fins conservativos, quando mantido os alimentos em suas embalagens originais, tais como; vagens, frutas, ovos, entre outros. Eram usadas como simples recipientes para beber ou estocar (cascas de coco, conchas do mar). Com o passar do tempo começaram a surgir as tigelas de madeira, cestas de fibras naturais, bolsas de peles de animais e potes de barro, outros mudando as técnicas de embalagens (ABRE, 2004).

Como embalagens para o transporte e a guarda de alimentos foram utilizados bexigas e estômagos de animais, sacos de couro, folhas de plantas, pedaços de bambu e de ocos de arvores, cifres, cabaças, vasos de barro cozido, cestos de cipó, vime de bambu, palha costurada etc. (Evangelista, 1998, p.471)

Na época da Segunda Guerra Mundial, o alumínio surgiu e com isso no ano de 1959 iniciou-se a venda de cerveja em latas de alumínio. Logo após a Segunda Guerra Mundial, a população urbana presenciou o surgimento de novos elementos, um deles para transportar os produtos alimentícios desde sua produção, até os pontos de venda, e ainda, mantendo os estáveis por causa de tempo de estocagem. A higiene, a facilidade de empilhamento, e a resistência fizeram com que as embalagens de papel e papelão atendessem a esses requisitos. (ABRE 2004)

Nesta mesma empreitada surgiu o plástico, seguindo as embalagens transparentes. Com tais descobertas, a indústria de embalagens passou a ajustar matérias-primas, como no caso das caixas de cartão, que recebem uma camada de resina plástica, transformando-as impermeáveis, sendo utilizadas, também, para embalar líquidos.

Além disso, as indústrias de embalagens têm valorizado o marketing como papel para satisfazer o desejo do consumidor, pois a mesma vem a ser o meio principal de atração entre produto e cliente. Logo proporcionando, que as embalagens venham ter além de boas condições de transporte, armazenamento e conservação, também de vendas e consumo.

As embalagens atualmente não desempenham apenas o mesmo papel de quando surgiu, e diante da descoberta da importância que a própria tem para o cliente, foram acrescentadas mais algumas características a ela:

• facilitar a armazenagem - a embalagem deve ser confeccionada para diminuir custos, a forma e o tamanho delas se modifica de acordo com o transporte;

• proteger e conservar o produto – com a finalidade de preserva aso venha ocorre problemas como; umidade, queda e entre outros.

• posicionar o produto – perceber o posicionamento correto dos produtos em prateleiras é relevante para uma maior conservação do produto.

• marketing de mercado – no qual a função é conquistar e seduzir o cliente, por meio de uma embalagem atrativa e lúdica, como exemplo embalagens infantis.

A embalagem deve adaptar-se ao consumo, nas quantidades básicas as necessidades do cliente consumidor. Deve ser um facilitador de transporte do produto pelo consumidor. Deve ter manuseio tão simples quanto possível; deve permitir o uso

repetitivo do produto além de ser suficientemente resistente. Deve ser adequada à exposição em prateleiras e displays. Deve indicar as condições de armazenagem e transporte, além de proteger e conservar adequadamente o produto pelo seu tempo de vida útil.

Assim como diversas áreas empresariais evoluíram com o tempo, as embalagens também sofreram esse processo e com isso ela vem se tornando uma ferramenta em que mais se tem investido nas industrias, agora não apenas em conversação e transporte, como também consumo e marketing.

3. HISTÓRIA DAS EMBALAGENS E ENSINO DA MATEMÁTICA

Visamos nos referir neste trabalho ao uso da História no ensino e aprendizagem da Matemática como uma possibilidade metodológica para auxiliar o docente na elaboração de atividades que mostrem melhorias no ensino - aprendizagem. Conforme afirma Mendes (2001, p. 12):

"(...) passamos a conceder o uso da história no ensino da matemática, sempre numa perspectiva de resgate das situações problematizadoras que conduzam os estudantes à redescoberta da matemática através das informações histórias que revestem essas situações. "

O processo de interpretação das informações históricas das embalagens, deve possibilitar que o aluno tome para si as ideias matemáticas e as compreenda. Então o aluno parte de uma situação histórica, compreende e internaliza o conhecimento matemático, assegurando a ideia de Mendes (2001, p. 17): "a história reflete os interesses da época em que foi escrito e a busca do conhecimento se caracteriza pelo processo de investigação histórica (...)".

Por meio da história das embalagens o processor pode recorrer, por meio de pesquisas e propor atividades que enriqueçam o aprendizado, acreditando que ele está estingando o aluno a refletir e relacionar o passado com o presente.

Com isso, recorremos a literatura por sugestões que pudéssemos utilizar a história das embalagens como auxilio para o ensino e aprendizagem matemática, mais

especificamente o da geometria. Nossa escolha se justifica visto que, dentre os ramos da Matemática a Geometria é um dos que mais têm sofrido em decorrência das dificuldades provenientes tanto dos alunos em aprender, como também de alguns professores em ensinar seu conteúdo. Diante de tais problemáticas, surge a seguinte indagação: Mas por que a Geometria plana e espacial é vista tão negativamente por professores e alunos?

Em levantamentos prévios da literatura a respeito do tema, encontramos alguns autores, como exemplo, Almouloud & Mello (2000) e Pavanello(1993) que tratam de sugestões de resposta que delegam o baixo índice de rendimento e aceitação da Geometria relacionadas à:

- Precária formação dos professores;
- Excessiva formalização de seu ensino;
- Falta de incentivo por parte dos professores para que os alunos se interessem pela matéria;
- Falta de inovações nas escolas que visem melhorar seu ensino.

Dessa forma, considerando as assertivas acima, existe uma histórica, porém recente, predileção dos professores pelo ensino da Álgebra e da Aritmética em detrimento à Geometria. A Geometria, quando trabalhada nas escolas, é vista como uma matéria bastante complexa, cuja dinamização ocorre por meio da memorização demasiada de formalizações sem que ajam as devidas explicações de sua origem ou razão de ser. Circunstância, agravada devido a precária formação dos professores que cientes de seus déficits, muitas vezes deslocam o ensino da Geometria para o final do ano letivo do ensino fundamental e médio, principalmente nas escolas da rede pública de ensino. (PAVANELLO, 1993).

Preocupadas com esse contexto de necessidade de articulação a respeito do ensino e aprendizagem da geometria, mais especificamente plana e espacial, recorremos à literatura por sugestões que pudessem nos auxiliares na proposição de um ensino da Geometria plana e espacial, com sentido para os alunos do Ensino Fundamental. Sendo assim, vislumbramos na abordagem de pesquisa e ensino chamada HM uma possível solução. Em específico, interessamo-nos pelo trabalho com

embalagens, por nos possibilitar tratar de percepções e conceituações básicas relacionadas à geometria como as de perímetro, área e volume de formas geométricas.

No ensino da matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados. (BRASIL, 1997, p.19)

Sob esta perspectiva levantamos e ensejamos responder a seguinte questão de pesquisa: Em que termos a HM das embalagens pode contribuir para o ensino da Geometria?

Evidenciamos ainda a possibilidade de problematizar os conceitos matemáticos tomando por base situações que fazem parte da realidade dos alunos, visando o trabalho em equipe e a resolução de problemas com significado.

A História das embalagens podem ser utilizadas no ensino e aprendizagem da geometria, visto que avaliaremos junto com os alunos, sua origem, a sua finalidade no decorrer do tempo, os variados tipos e modelos das embalagens, analisando suas formas, tamanhos e materiais utilizados em sua fabricação.

Com isso haverá uma contextualização com os alunos sobre a História das embalagens, em seguida a História da Matemática como auxilio. Usaremos de embalagens para relacionar a geometria, como exemplo um quadrado, onde podemos visualizar sua forma, vértices, arestas e entre outros.

O ensino da matemática a partir da história das embalagens o qual poderá ser apresentadas aos alunos, nesse sentido presumimos que essa prática chame a atenção do aluno, tornando o ensino mais atraente e motivando os alunos a aprenderem matemática, mais especificamente a geometria, partir da conceituação das embalagens e levando-o a visão de que elas têm uma finalidade, objetivamos a percepção e racionalização do aluno da imagem com seu cotidiano, fazendo com que ele note a relação da embalagem com as figuras geométricas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho buscou mostrar a história da matemática, mais especificamente a das embalagens, como alternativa para o ensino da geometria. Nesse sentido, desde os tempos remotos as embalagens contribuíram para conservação e transporte dos alimentos, e com o decorrer dos anos passou a ter outras funções que contribuíram para o desenvolvimento do comercio.

A história da Matemática permite, ainda, ao aluno formalizar o conceito estudado, pensar e compreender conceitos matemáticos a partir de mecanismos usados hoje, mas que foram construídos em outra época, levando-os a resolver questões não somente a partir de aplicação de formulas, mas da construção das mesmas, a desenvolver raciocino lógico sobre o assunto, construir as formulas não como expressões, mas como conceitos, facilitando a aprendizagem e levando –os a compreender a construção do saber matemático.

Em relação à nossa questão de pesquisa, a saber: Em que termos a história das embalagens pode contribuir para o ensino da Geometria? Entendemos ter confirmado nossas suspeitas, de que a geometria é vista de forma um tanto trabalhosa por alunos e professores, o que nos respalda que o estudo história das embalagens deve se figurar como uma estratégia viável no currículo de matemática, para o ensino da geometria, uma vez que as embalagens permeiam conteúdos e representações geométricas possibilitando um maior ensino e aprendizagem da geometria.

Por fim, acreditamos que o uso de materiais que fazem parte da vida de cada aluno, pode influenciar na motivação para seu aprendizado. A inovação no método de ensino poderá trazer melhorias ao processo de aprendizagem dos alunos em relação a Geometria, desde que nossos investimentos se deem de forma planejada e engajada com posturas mediadoras, colaborativas e sensíveis ao que pensam e sabem os alunos.

REFERÊNCIAS

ABRE. **Associação Brasileira de Embalagem**. Disponível em: <http://www.abre.org.br>. Acesso em: 12 de maio de 2008.

ALMOULOUD, Saddo Ag; MELLO, Elizaneth Gervazoni Silva e. **Iniciação à demonstração apreendendo conceitos geométricos**. 23ª REUNIÃO ANUAL DA ANPed, 23. 2000. p. 1-18.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC, 1997/1998.

COBRA, Marcos. **Administração de Marketing**. São Paulo: Atlas, 1990.

EVANGELISTA, José. **Tecnologia de Alimentos**. 2. ed. São Paulo: Atheneu, 1998.

MENDES, Iran. História no ensino da Matemática: trajetórias de uma epistemologia didática. In: **REMATEC**: Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Natal, RN, v.1, n.1, p. 66-85, jul. /nov. 2006.

MENDES, Iran. **O uso da história no ensino da matemática**: reflexões teorias e experiências. Belém: EUDEPA, 2001.

PAVANELLO, Regina Maria. O Abandono do Ensino da Geometria no Brasil: Causas e Conseguencias. Revista **Zetetiké**. Campinas: UNICAMP/FE/CEMPEM, v.1, n.1 marco, p.7-17, 1989.

SWETZ, F. J. Resolução de problemas da história da matemática. **Usando a História para Ensinar Matemática**: uma Perspectiva Internacional. p. 59-65.

ISSN 2236-4102

A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DA ÁLGEBRA MEDIADA PELO OBJETO VIRTUAL DE APRENDIZAGEM (OVA)

Janaina Silveira Nascimento[483]
Larissa Rodrigues Mendonça[484]
Rodrigo Bastos Daude[485]

RESUMO

Este trabalho visa refletir sobre a história na educação matemática, mais especificamente, em relação ao ensino de álgebra mediado pelo objeto virtual de aprendizado (OVA), o presente artigo traz uma abordagem investigativa e dialógica que explora o ensino da álgebra por meio da história e mediada pelo OVA, esse OVA foi desenvolvido na turma do 4° ano/ 8° período do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás.. Entende-se que a história possa contribuir com um estudo sobre as dificuldades de assimilação de conteúdos, pois evidencia motivações e dificuldades enfrentadas pela humanidade para o desenvolvimento de conceitos matemáticos. Por isso, com este artigo apresenta-se o contexto histórico no ensino de álgebra e abordado pelo uso do OVA, buscando elementos que mostrem possíveis necessidades em se abordar este conceito atualmente. Estudar a história do conceito nos referenciando em Maciel (2011) e refletirmos como esta história pode minimizar uma abordagem utilitarista sobre a álgebra, ultrapassando a ideia da Álgebra ser uma apenas aritmética, mas deve ser vista a partir de interpretações. Assim os conceitos algébricos podem ser desmistificados com estudos problematizados do nosso cotidiano. Pensar a história da matemática na sala de aula possibilita planejar tarefas e discussões em que os alunos possam refletir sobre este objeto matemático. A reflexão sobre o desenvolvimento do objeto de estudo centra-se numa concepção crítica de educação com Skovsmose (2008) em que se busca um entendimento, por exemplo, sobre o motivo de estudar determinado conteúdo, em que ou para quem o conhecimento de determinado conteúdo pode servir dentre outras reflexões. Mostrando de maneira histórica como reconstruir o conhecimento de utilizando a tecnologia de forma

[483] Universidade Estadual de Goiás (UEG). E-mail do autor 1.
[484] Universidade Estadual de Goiás (UEG). larissamendonca21@gmail.com .
[485] Universidade Estadual de Goiás (UEG). rodrigo.daude@ueg.br

investigativa. Desenvolvendo o conceito de álgebra através da história buscando artifícios e fatos históricos através do OVA, ao longo deste artigo falaremos um pouco mais sobre nossa pesquisa.

Palavras-chave: História; Ensino de Álgebra; OVA (objeto virtual de aprendizado).

INTRODUÇÃO

A Literatura em educação matemática tem centrado seus interesses na aprendizagem dos alunos e em outras abordagens pedagógicas do professor. Em relação a isto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) sugerem que o professor viabilize ambientes de aprendizagem para o aluno ser ativo em seu processo de aprendizagem. Assim, o professor poderia desenvolver sua prática pedagógica por meio da resolução de problemas, com a utilização da história da matemática, de tecnologias da informação e de jogos. A sala de aula, organizada desta maneira, permitiria maior interação do professor com os alunos e dos alunos entre si. Criando caminhos para uma produção ativa dos alunos, na sala de aula, entendida como uma forma de fazer matemática.

O processo dos alunos de produzir seus conhecimentos, na sala de aula, por meio desse fazer matemático é uma maneira de promover um ambiente educativo para além de teorias, definições, exemplos de aplicação e exercícios de fixação. Nesse sentido, pretendemos destacar a história da matemática como um meio que contribui para os alunos perceberem essa ciência como uma produção humana. De acordo com Miguel e Miorim (2011) das críticas ao Movimento da Matemática Moderna, na década de 1980, derivou o movimento em torno da história da matemática. Dentre eles há o campo de pesquisa da história na educação matemática que reflete sobre:

> [...] problemas relativos às inserções efetivas da história na formação inicial ou continuada de professores de matemática; na formação matemática de estudantes de quaisquer níveis; em livros de matemática destinados a ensino em qualquer nível e época; em programas ou propostas curriculares oficiais de ensino da matemática; na investigação em educação matemática, etc. (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 11).

Os interesses em história na educação matemática têm a ver com uma consideração “quase unânime, entre os pesquisadores em educação matemática, acerca da importância da perspectiva histórica e da sua fundamentação epistemológica na formação científica” (VALDÉS, 2006, p. 15).

Para nós, o estudo histórico da produção de determinados conteúdos matemáticos pode contribuir com sua compreensão porque estimula os alunos a refletir sobre o que motivou o desenvolvimento dos mesmos. Afinal, “[...] a recuperação do processo histórico de construção do conhecimento matemático pode se tornar um importante elemento de contextualização” (BRASIL, 2006, p. 86). Para D’Ambrósio (2009, p. 29) “[...] a história vem aparecendo como um elemento motivador de grande importância”, pois com ela é possível compreender a produção, o desenvolvimento e a utilização de teorias e práticas em outros contextos e em outras épocas.

A história da matemática, para além de ser abordada como assunto específico pode contribuir com o desenvolvimento de atitudes mais positivas em relação ao conhecimento matemático. Pode mostrar, por exemplo, que o desenvolvimento desta ciência demandou muito envolvimento e perseverança para produzir soluções aos problemas estudados. Assim, em sala de aula, os alunos poderiam perceber que para a aprendizagem e para a produção do conhecimento matemático é necessário uma participação ativa no processo.

Consideramos importante que os alunos percebam a matemática como uma ciência exata, mas que se relaciona com o contexto histórico e social. O entendimento de que “[...] dentre as inúmeras técnicas criadas [pelos seres humanos], a matemática é apenas uma delas, desenvolvida a partir das culturas ao redor do Mediterrâneo” (D’AMBROSIO, 2012, p. 119) é relevante para a formação de futuros cidadãos como sujeitos críticos. Assim, o desenvolvimento da matemática poderia ser visto, e entendido, pelos alunos, como mais uma produção humana.

Para Miguel e Miorim (2005) a história na educação matemática também pode auxiliar o professor a compreender possíveis obstáculos enfrentados pelos alunos no entendimento de determinado conteúdo. Lorenzato (2009, p. 107), considera que a utilização da história pode tornar as aulas de matemática mais compreensíveis aos alunos, pois “[...] esta mostra que a matemática surgiu aos poucos, com aproximações,

ensaios e erros, não de forma adivinhatória, nem completa ou inteira. Quase todo pensamento matemático se deu por necessidade do homem, diante do contexto da época".

Interpretar o contexto é fundamental para o desenvolvimento de sujeitos críticos. Skovsmose (2008) evidencia isso ao refletir sobre a noção de educação matemática crítica. Ele conta de sua estadia na África do Sul, em 1994, quando se envolveu em um projeto de educação matemática, logo após o *apartheid*, que durou seis anos. Buscando compreender o sentido da democracia e da justiça social, naquele contexto, ele se atenta à necessidade de reformular e recriar sua compreensão de educação matemática crítica porque, em suas palavras: "Estava claro para mim que a noção de educação matemática crítica, que em grande parte fora formulada em contexto europeu, não teria a menor validade ali." (SKOVSMOSE, 2008).

O professor Ubiratan D'Ambrósio (1996) enuncia quatro pontos para argumentar sobre as finalidades da história da matemática na sala de aula de matemática: 1) Para situar a matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução; 2) Para mostrar que a matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de matemática desenvolvidas pela humanidade; 3) Para destacar que essa matemática teve sua origem nas culturas da antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos com um estilo próprio; 4) E desde então foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas e se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico.

Compreender este processo histórico, contextualizando-o com o momento atual, pode contribuir com a formação de sujeitos críticos e participativos, ou seja, de cidadãos preocupados com a diminuição de desigualdades sociais. Nesse sentido, entendemos, com Bordignon e Gracindo (2001), o cidadão como um sujeito que se apropria das informações, da ciência e da tecnologia visando produzir conhecimentos. Alguém capaz de refletir sobre as informações recebidas, analisá-las e expor seu ponto de vista por meio de argumentação consistente, embasada em conhecimento teórico.

Para formar sujeitos críticos é importante que a escola promova um ambiente que estimule a produção "[...] do saber e da cultura, do prazer e da sensibilidade, desenvolvendo capacidades técnicas, políticas e humanas, que tornem os alunos: capazes de aprender; competentes técnica e politicamente; éticos; autônomos e emancipados" (BORDIGNON; GRACINDO, 2001, p. 158).

Nesta pesquisa queremos destacar a contribuição da história na educação matemática visando à explicação de porquês referentes aos conteúdos matemáticos. Mais especificamente, nos concentramos em refletir, por meio da história mediada pelo OVA acerca dos conceitos de Álgebra.

POR QUE ESTUDAR ÁLGEBRA?

Ao refletirmos sobre a evolução do conceito da álgebra levamos em conta a importância de planejarmos atividades que fizessem referência a relação entre as incógnitas sabendo fazer distinção de soma, subtração, multiplicação e divisão. Entendemos que isto seria relevante para os alunos construírem gradativamente o conceito de função, pois entendemos com D'Ambrósio (1999, p.97) de que "[...] um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular Educação Matemática é desvincular a Matemática das outras atividades humanas". Concordando com ele entendemos que à história da matemática tem como uma das suas principais funções dar sentido e explicar o porquê da formação dos conteúdos e desta forma levar o aluno por meio de investigação a relaciona-lo com seu cotidiano. Sabe-se que através dos estudos sobre a construção histórica dos conhecimentos da matemática se tem a compreensão da evolução de conceitos onde se prioriza dificuldades epistemologias (origem, estrutura, métodos e validade do conhecimento). A construção do conhecimento sobre a matemática vem de maneira histórica onde se percebe que este foi elaborado de forma de tentativas que do homem para compreender e desta forma conseguir atuar no mundo.

Uma das motivações para estudar álgebra é encontrado de acordo com os PCNs, no Sistema Nacional de Avaliação de Educação Básica (SAEB) mostra que dificilmente atinge 40% de acerto em questão de Álgebra, pesquisa realizada por Silva no ano de 2016, o aluno exercendo a sua capacidade de abstração e generalizando estará possibilitando uma ferramenta contribuinte para solucionar situações praticas. Outro ponto para realizar um estudo de álgebra se refere a seguinte citação realizada por Silva (2016), 71% de negatividade relacionado ao desempenho dos alunos em álgebra e aritmética. Em a aritmética está presente excessivamente no nosso cotidiano e a partir destas operações é introduzido o estudo de álgebra que carregará a defasagem de aritmética para a construção de conceitos algébricos.

O OVA NA AULA DE MATEMÁTICA CONTRIBUINDO PARA O DESENVOLVIMENTO DA HITÓRIA NA ÁLGEBRA

Para estudar o conceito de Álgebra através da história e mediada pelo uso do Objeto virtual deve se buscar fatos históricos e relaciona-los ao cotidiano. Pensando nisso o presente artigo traz uma abordagem investigativa e dialógica que explora o ensino da álgebra por meio da história e mediada pelo OVA, esse OVA foi desenvolvido na turma do 4° ano/ 8° período do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás.

As TICs apresentam diversas mídias e recursos digitais que podem contribuir no ensino de matemática, sendo assim usamos o PowerPoint[486] (programa da Microsoft) na elaboração e apresentação de um OVA (objeto virtual de aprendizagem) utilizando o meios investigativos onde o professor cria um ambiente que de suporte a aprendizagem e a formulação de conhecimento do indivíduo, ou seja, tem como finalidade estimular o individuo para que este sinta prazer em experimentar circunstâncias que envolvem o ambiente o qual o cerca, com isso ao abordar as

[486] PowerPoint: é um programa da Microsoft utilizado para criação/edição e exibição de apresentações gráficas.

tecnologias tem como finalidade estimular os indivíduos a experimentarem novas circunstâncias, como exemplo usar o meio tecnológico na sala de aula. O OVA tem como principal função mediar o ensino por meio de diálogos entre personagens que narram o contexto histórico da álgebra.

Acerca do uso das tecnologias no processo ensino e aprendizagem , Fioreze (2016, p 25) nos diz que:

> No processo ensino-aprendizagem de matemática, experiências com a inserção do computador demonstram que há uma mudança de status na sala de aula, [...] no ensino assistido por computador, têm-se possibilidades maiores de desenvolverem-se experiências ensino centrado no aluno, mudando as tarefas e responsabilidades do professor e do aluno.

Na perspectiva de Fioreze (2016) precisamos de um ensino em que o aluno desenvolva possibilidades de adquirir aprendizado, sendo essas possibilidades de desenvolver experiências de aprendizado em sala de aula, dependentes da forma que o professor ministra sua aula, sendo qualquer forma de ensino se adquire experiências. Deste modo o conceito de Tecnologias quando abordado em sala de aula é algo que pode ser tratado como fonte de incentivo e motivação para o aprendizado, onde o aluno deixa de ser objeto e passe a ser sujeito de sua própria aprendizagem.

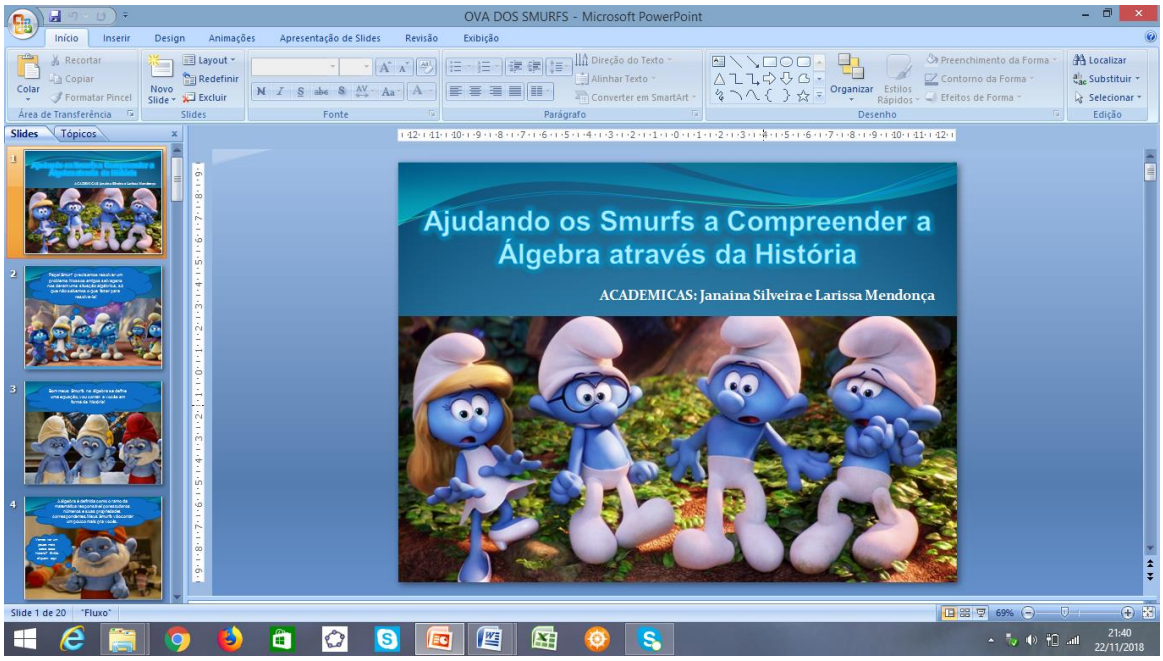
Neste contexto metodológico temos como principal foco o OVA, mais o que seria e como aborda-lo na aula de matemática no ensino de álgebra para que seja um instrumento potencializador, de um aprendizado com significado aos alunos por meio de um contexto histórico. De acordo com Benite (*et. al.* 2011) são:

> Como ferramentas materiais, os OVAs podem se configurar por recursos digitais que trazem informações apresentadas em diferentes formas, tais como imagens, sons e gráficos e que possuem objetivos educacionais. Encontramos a designação *learning object* (objeto educacional) descrevendo a utilização de materiais educacionais construídos e projetados em pequenos blocos com intuito de maximizar as situações de aprendizagem. (Benite et al., 2011, p. 76)

Abaixo temos uma imagem do OVA que tem como temática “ajudando os smurfs a compreender a álgebra através da história, para o desenvolvimento deste se

escolheu como tema de animação os smurfs por serem animados e infantil, o que possibilita uma abertura maior de diálogos. Com isso ao longo deste OVA são desenvolvidos vários hiperlinks com objetivo de deixar a apresentação dinâmica, esses hiperlinks possibilitam que um mesmo slide vá para vários outros e não apenas para o próximo.

Imagem 1: OVA dos smurfs



Fonte: OVA, construído pelas autoras.

Freire (1996) nos traz que pensar certo coloca ao professor, além disso amplamente a escola, o encargo de repeitar os saberes já adquiridos pelos alunos, levando em conta a classe social e o meio em que este aluno se situa, e também discutir com estes sobre o motivo a qual se estuda determinados conteúdos.

Os saberes que os fatos históricos abrangem proporciona em sala de aula um aguçamento dos alunos por mostrarem estes o por quê foi criado determinados conteúdo assim os motivando a buscar conhecimento através da matemática investigativa.

> Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações. O convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se...?”. Dessa forma os alunos se envolvem no processo de exploração e explicação. O “Por que isto?” do professor representa um desafio, e os “Sim, por que isto...? dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e estão em busca de explicações, o cenário de investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário de investigação os alunos são responsáveis pelo processo. (SKOVSMOSE, 2007, p. 21).

Através dessa contextualização, mostra de forma clara a importância da história da matemática, tornando significativo o aprendizado, pois relaciona situações cotidianas com situações problemas matemáticos da sala de aula, fazendo que o aluno interaja com o que é abordado. Pois ao introduzir a história dentro da educação matemática tem se um planejamento pedagógico que propõe aulas dialógicas que utilizem esse conhecimento na construção de conceitos, D’Ambrosio (1999) nos afirma, que ao se falar de educação sem falar sobre sua historicidade se torna algo impossível, pois a história se torna a essência da disciplina.

É importante destacar que a historia media o aluno a perceber que a matemática do passado com a matemática ensinada atualmente não se desassocia dos demais eventos culturais, fazendo com que todo processo de aprendizado seja contribuinte para o desenvolvimento do pensar critico do sujeito aprendiz, possibilitando o individuo a fazer pesquisas e se embasar em fatos históricos relacionados à matemática.

D’Ambrósio (2012) nos traz que

> Os grupos humanos da sociedade desenvolvem ao longo de sua historia, uma evolução cultural de acordo com sua forma de cultura (etno) como distintas técnicas. Se estabelecendo inúmeras técnicas criadas, sendo a matemática apenas mais uma delas, que se desenvolveu a partir de culturas ao redor do mediterrâneo. (p.119).

A história atua em forma de motivação para que os alunos aprendam o que lhes é ensinado. (KLINER, 1976, p.71) nos traz que temos que ser motivadores, do que vai ser ensinado, pois não adianta certificar aos alunos que algum dia apreciem a matemática a qual é imposta que aprendam.

ESTUDAR O CONCEITO DE ÁLGEBRA ATRAVÉS DA HISTÓRIA E MEDIADA PELO OVA

O estudo do ensino de matemática é considerado pelos alunos uma matéria complicada, isso pode acontecer devido as dificuldades de compreender e muitas das vezes a falta de interpretações de exercícios. Nisto podemos perceber os estudos realizados por Silva (2016), se destaca a indagação da abstração do estudo de álgebra, na qual os alunos não conseguem generalizar as situações práticas.

Ao desenvolver o OVA pretende-se que os alunos se envolvam na aula e na atividade, para que assim no decorrer dos exercícios consigam chegar na resposta sem a necessidade do professor regente forneça ou induza as resposta a eles, deste modo os ajudando a serem mais ativos, não por falta de inteligência mas ativos no sentido de autônomos, seres críticos e reflexivos diante de tomadas de decisões propostas nas situações problemas.

Pensando na perspectiva de um recurso que de suporte ao ensino, Castro Filho [et al.] (2008) defende o Objeto de aprendizagem, como auxílio na aquisição de conceitos matemáticos, assim fazendo duas intervenções pedagógicas, para discutir os benefícios no aspecto cognitivo e didático. Tendo como um dos principais focos mostrar que o ambiente informatizado além de poder abordar conceitos programáticos de matemática pode dar suporte ao ensino, de modo a transforma-lo em algo interessante aos alunos e assim auxiliar na compreensão.

> Uma das soluções propostas tem sido o desenvolvimento de objetos de aprendizagem (OA), recursos digitais (vídeo, animação, simulação etc) os quais permitem que professores e alunos explorem conceitos específicos em matemática, ciências, linguagem. (CASTRO [et al.] 2008)

Este recurso trás a possibilidade de abordagem da matemática com uma característica visual e personificada próxima ao cotidiano dos alunos, gerando assim um ensino contextual e dinâmico.

CONSIDERAÇÕES

A importância deste trabalho é mostrar como a história abordada através do OVA no ensino de Álgebra colabora no processo de ensino aprendizagem e sua importância para a vida e no cotidiano. Pois quando se leva o contexto histórico para sala tem-se como um dos principais objetivos do processo escolar, levar o aluno a ser autônomo critico, e sujeito de aprendizagem. Percebe-se que através dos contextos históricos pode-se melhorar a forma de compreender situações problemas em uma sala de aula. D'Ambrosio em seu livro Educação para uma sociedade em transição (2016) nos traz que Marcus Tullius Cícero nos fala do *educere* como o ato de sair, tirar algo para fora, ele aponta que o *educere* se refere ao ato de dar a luz (como a luz do parto), o tirar o novo de cada indivíduo. Uma forma de fazer isso é através de uma educação com significado aos estudantes. Entendemos que a história mediada pelo OVA no ensino de álgebra pode ser tratado como fonte de incentivo e motivação para o aprendizado.

REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.* Tradução Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BENITE, C.R.M.; BENITE, A.M.C.; SILVA FILHO, S.M. Educação em Química e Multimídia. Cibercultura no Ensino de Química: Elaboração de um Objeto Virtual de Aprendizagem para o Ensino de Modelos Atômicos. Química Nova na Escola, v.33, n.2, 2011.

BRASIL. Secretária de Educação fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília, 1998. 148p.

CASTRO FILHO.J.A.D; FREIRE, R.S.; FERNANDES,A.C. E LEITE,M.A. *Quando objetos digitais são efetivamente para aprendizagem: o caso da matemática*. XIX Simpósio Brasileiro de informática na Educação (SBIE 2008).

D'AMBROSIO, U. *A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática*. São Paulo, 1999.

FIOREZE, Leandra Anversa.; *Rede de conceitos em matemática: reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de proporcionalidade utilizando atividades digitais*/Leandra Anversa Fioreze. 1.ed.-Curitiba: Appris, 2016

KLEINER, I. *Evolution of the Function concept*: A Brief Survey. The college Mathemetics Journal, September 1989.

LORENZATO, Sérgio. Para aprender matemática. 2. ed. Campinas-SP: Autores Associados, 2008. MENDES, Iran Abreu. Investigação histórica no ensino da matemática. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2009.

MACIEL, PAULO ROBERTO CASTOR, *A construção do conceito de função através da historia da matematica,* Rio de Janeiro, 2011.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. *História na Educação Matemática*. São Paulo: Autêntica, 2011.

SILVA,C.B. *Introdução ao estudo de álgebra no ensino fundamental- o "X" da questão*. São José do Rio Preto, 2016.

SKOVSMOSE, Ole. Educação Matemática Crítica: A questão da Democracia. Campinas, SP: Papirus, 2008.

SKOVSMOSE, Ole; VALERO, Paola. Educación matemática y justiça social: hacerle frente a las paradojas de la sociedad de la información. In: D`AMBRÒSIO, U. et al. Educación matemática y exclusión. Barcelona: Graó, 2007.

VALDÉS, J. E. N. Sobre a história da matemática: um enfoque baseado nos problemas matemáticos. In: DANYLUK, O. S. (org.). História da Educação Matemática: escrita e reescrita de histórias. Porto Alegre: Sulina, 2006.

VÁZQUEZ, S.; REY, G.; BOUBÉE, C.; *"El concepto de función a través de la Historia",* Revista Iberoamericana de Educación Matemática; v. 4 , n.16, p. 141-151, dez. 2008.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

ALAN TURING, A CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E SUAS CONTRIBUIÇÕES

Ricardo de Oliveira Muniz Junior [487]
Cristiane Coppe de Oliveira [488]

RESUMO

Esta pesquisa, de cunho bibliográfico, foi desenvolvida na disciplina História da Matemática do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal da Universidade Federal de Uberlândia - ICENP/UFU. A investigação originou-se a partir de uma proposta de realização de um estudo histórico como parte da avaliação da disciplina. Desse modo, optou-se por um estudo acerca da vida e obra de Alan Turing, considerado como o "pai" da ciência da computação. Turing foi um matemático que contribuiu para a evolução das tecnologias digitais (TD). A proposta da investigação é conhecer/reconhecer o contexto histórico da matemática e da tecnologia, apresentando uma realidade com constantes mudanças tecnológicas, que podem ser refletidas/utilizadas para reestruturar a prática docente na constituição de saberes na própria formação inicial de professores de matemática.

Palavras-chave: Alan Turing. Tecnologias Digitais. Matemático. Ciência da Computação.

INTRODUÇÃO

Autores como Borba e Penteado (2010, p. 10), Bairral (2015, p. 487) e Borba, Scucuglia e Gadanidis (2015, p. 17) e documentos oficiais, tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e os apontamentos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhecem a importância das tecnologias.

[487] Universidade Federal de Uberlândia (UFU). ricoliveirajr@outlook.com
[488] Universidade Federal de Uberlândia (UFU). criscopp@ufu.br.

No que tange à educação uma das competências gerais da educação básica, acerca das tecnologias, apontadas pela BNCC é a de

> compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BNCC, 2018, p. 9).

No que se refere ao contexto mais específico da prática em sala de aula, percebe-se uma dificuldade em envolver as tecnologias de informação e comunicação[489] (TIC), ao incluir práticas em que o aluno interaja com um ambiente em sala de aula, utilizando de saberes e práticas que utiliza fora da escola, tal como computadores, celulares, *tablets*.... Tal como aponta a BNCC (2018).

> Em decorrência do avanço e da multiplicação das tecnologias de informação e comunicação e do crescente acesso a elas pela maior disponibilidade de computadores, celulares, *tablets* e afins os estudantes estão dinamicamente inseridos nessa cultura, não somente como consumidores (BNCC, 2018, p. 59).

Ao analisar a BNCC, podemos notar que um dos objetivos das competências do ensino de matemática não é familiarizar as tecnologias presentes, e sim de

> utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados (BRASIL, 2018, p. 265).

Já de acordo com os PCN (2000, p. 11), a nova sociedade, decorrente da revolução tecnológica e seus desdobramentos na produção e na área da informação, possibilitam características possíveis de assegurar à educação uma autonomia ainda não alcançada e a partir da tentativa de se romper com os modelos tradicionais, busca-se construir novas alternativas de organização curricular para o Ensino Médio comprometidas, já que

[489] Segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2015, p. 35) tornou-se comum o uso do termo Tecnologias Digitais (TD) o qual substitui o termo anterior Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC).

> a revolução tecnológica, cria novas formas de socialização, processos de produção e, até mesmo, novas definições de identidade individual e coletiva. Diante desse mundo globalizado, a educação surge como uma utopia necessária indispensável à humanidade na sua construção da paz, da liberdade e da justiça social (BRASIL, 2000, p. 13).

Alguns pesquisadores da área tecnológica apontam ideias que ajudam a repensar a informática na educação matemática. Para os autores Borba e Penteado (2010, p. 17), a discussão sobre informática na educação matemática deve ser compreendida, bem como o acesso à informática, como um direito e, portanto, nas escolas públicas e particulares o estudante deve poder usufruir de uma educação que no momento atual inclua, no mínimo, uma "alfabetização tecnológica". Ainda neste contexto Bairral (2015, p. 487) considera que necessita-se de mais análises sobre o aprendizado de professores de matemática e sobre as diferentes formas de apropriação de tecnologias digitais em sua prática.

Do ponto de vista histórico, a biografia dos principais estudiosos envolvidos com a ciência da computação comprova que o início da tecnologia digital se deu com pesquisadores matemáticos, sendo esta história pouco explorada nas evoluções das tecnologias digitais.

A partir desta perspectiva, este trabalho tem como objetivo levantar a biografia do matemático Alan Turing, a fim de investigar as contribuições de seus estudos para a evolução das Tecnologias Digitais, situando o contexto histórico.

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, do tipo bibliográfico, a fim de instigar o contexto histórico da relação da biografia do matemático com as TD. O escopo da pesquisa é classificado como levantamento amostral.

CRONOLOGIA INICIAL

A narrativa apresentada a seguir, possui como referência os autores Connor e Robertson (2018), a partir do projeto intitulado *"The MacTutor History of Mathematics Archive"* da Universidade de St. Andrews, na Escócia. O projeto conta, com a biografia de mais de 2.680 matemáticos diferentes, apontando contribuições de ideias matemáticas ao longo da história dos conteúdos.

Fontes históricas apontam que os principais pesquisadores das TD, presentes no dia-a-dia, veio e vem de matemáticos, como Charles Babbage (1791-1871) que tornou-se professor Lucasiano de Matemática em Cambridge, e embora nunca tenha construído um computador operacional, foi o criador dos conceitos por trás do computador atual.

Augusta Ada King, condessa de Lovelace (1815-1852) foi educada por diversos matemáticos, conheceu Charles Babbage e se tornou amiga de Mary Somerville, a qual aconselhou-a sobre seus estudos. Seu ensino avançado em matemática foi com De Morgan. Ada descreveu como o mecanismo analítico poderia ser programado, fornecendo assim o primeiro programa de computador.

Outro matemático que, indiretamente, auxiliou na construção da computação foi Gottfried Wilhelm Von Leibniz (1646-1716) com o desenvolvimento do sistema binário de aritmética, que foi utilizado por George Boole (1815-1864) para o desenvolvimento da álgebra booleana que tem amplas aplicações na comutação telefônica e no *design* de computadores modernos que é visto como um passo fundamental na revolução dos computadores.

John Presper Eckert (1919-1995) e John William Mauchly (1907-1980) construíram o Electronic Integrator and Computer (ENIAC), concluído em 1946. Foi o primeiro computador digital eletrônico de propósito geral, porém projetado para uma tarefa específica de compilar tabelas para a trajetória de bombas.

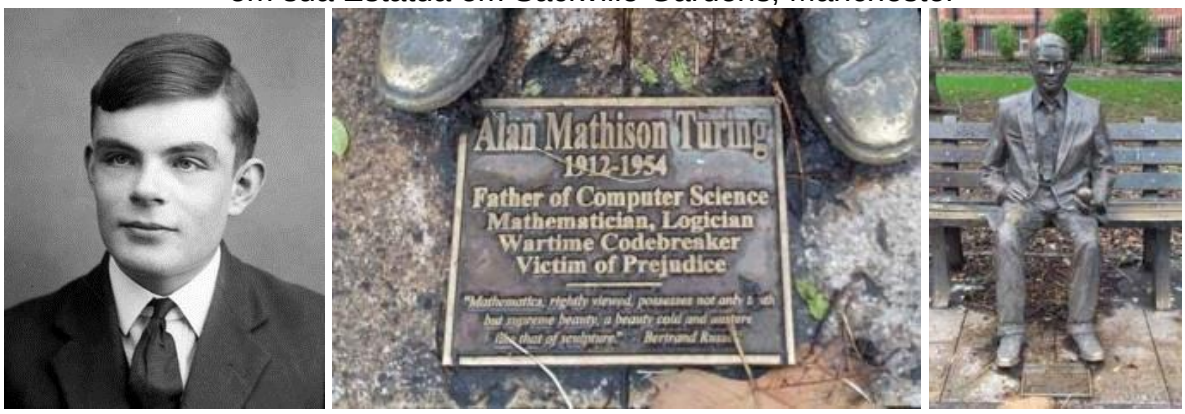
John Von Neumann (1903-1957) entrou em contato com o ENIAC utilizando-o para resolver sistemas de Equação Diferenciais Parciais. Sua carreira matemática foi complicada pela não aprovação de seus pais, obtendo assim titulação em química, porém desenvolvendo trabalhos matemáticos. Von Neumann é um dos pioneiros da ciência da computação, contribuindo para o *design* lógico e uma proposta da Arquitetura de Von Neumann que, embora não seja mais utilizada, foi o precursor de tudo o que conhecemos hoje.

Alan Mathison Turing (1912-1954) foi um matemático que estudava lógica, e é conhecido como o “pai” da computação. Seu principal trabalho foi na criação de um dispositivo que permitia a decodificação de mensagens. Alan (Figura 1) escreveu sobre

máquinas de computação e inteligência em Mente, propondo o *Teste de Turing*. Neste trabalho serão evidenciados brevemente sua vida e obra.

A partir daí, os principais nomes dos cientistas da computação não são considerados matemáticos propriamente ditos, como Steve Jobs (1955-2011) que estudou física, literatura e poesia, mas não concluiu a faculdade. Steve Wozniak que é um engenheiro eletrotécnico e programador de computadores e Bill Gates que iniciou o curso de matemática, mas não concluiu o Ensino Superior.

FIGURA 1: Fotografia e Placa de Alan Turing
em sua Estátua em Sackville Gardens, Manchester



Fonte: J. J. O'Connor and E. F. Robertson, Turing, Alan, MacTutor History of Mathematics, (University of St Andrews, Scotland, February 2003) Acesso em http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Turing.html

ALAN TURING, O "PAI' DA CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

David Leavitt (2007) publica em seu livro *O Homem Que Sabia Demais*: *Alan Turing e a Invenção do Computador*, que a mãe de Alan Turing dizia que seu filho sempre se interessou por números. Ela que o ensinou a dividir números longos, e que ele sempre buscava entender os princípios subjacentes e aplicá-los.

Nas disciplinas de matemática e ciências, os professores apresentaram relatórios positivos, porém sempre havia o que reclamar. Um relato de 1927 do professor Randolph na escola de Sherbone, dizia que Alan gastava muito tempo investigando matemática avançada e negligenciava a básica. Alan Turing, com 15 anos de idade, encontrou uma série infinita para a função da inversa da tangente,

começando da fórmula trigonométrica para a série $\tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} \ldots$. O professor queixou da originalidade, e mais tarde disse que seu trabalho havia sido rejeitado por conta de estar mal apresentado.

Em 1927, Alfred Beuttell estava trabalhando em uma iluminação uniforme a retratos e pôsteres, pediu ajuda a Turing para encontrar a fórmula que determinaria a curvatura certa do vidro. Alan determinou a curvatura e indicou qual espessura do vidro afetaria a iluminação, algo que ninguém havia observado.

O melhor amigo de Alan Turing na escola foi Cristopher Morcom, apresentaram uma amizade romântica, marcado por acessos de emoção entusiástica. Turing sempre escrevia o quanto admirava seu amigo. Morcom morreu de tuberculose em 1930, porém não se sabe se ele era homossexual.

De acordo com Leavitt (2007) Alan Turing ingressou em Cambridge no *King's College* para estudar Matemática no ano de 1931. Seu trabalho inicial foi em matemática pura, incluindo a teoria dos grupos. Desde o início, ele estava provando o que já havia sido provado e produzindo teoremas. Uma publicação de 1935 consta como *"Equivalence of Left And Right Almost Periodicity"*. Após uma palestra sobre a metodologia da ciência, Turing foi conduzido a dedicar-se e a descobrir uma prova que explica a razão pela qual medições, quando representadas em um gráfico, tendem a formar a curva de Gauss. Mais tarde, descobriu que o "Teorema do Limite Central" já havia sido provado em 1922. assim foi encorajado a incluir os resultados no trabalho intitulado "*On the Gaussian Error Function*", o qual conquistou uma bolsa de 300 libras por ano.

Em Cambridge, quando Alan Turing começou seu trabalho sobre Problema de Decisão, a palavra computador significava a pessoa que fazia cálculo sozinha. Em 1937, no *Proceedings of The London Mathematical Society*, Alan publicou o artigo intitulado "*On Computable Numbers*". Seu trabalho foi marcado por frases cheias de modéstia, especulações filosóficas e matemática altamente técnica.

A partir daí, Alan Turing busca construir uma máquina universal. A primeira máquina que Turing dá como exemplo é uma máquina para escrever "010101...", e sua

lista de configuração pode ser visto na figura 2. Turing escreve várias máquinas, mas não consegue alcançar um padrão dito universal.

Figura 2 – Exemplo da lista de configuração de uma máquina de Turing. (A → B → C→D→A→B→C→D→A ...) escrevendo 0101010...

Configuração-*m*	Símbolo	Ação	Nova configuração-*m*
A	em branco	Imprimir 0; Mover uma célula para a direita	B
B	em branco	Mover uma célula para a direita	C
C	em branco	Imprimir 1; mover uma célula para a direita	D
D	em branco	Mover uma célula para a direita	A

Fonte: (LEAVIT, 2007, pg. 49).

Durante a guerra, vários matemáticos passaram pela faculdade e isso distanciou Alan de seu foco inicial, eram poucos lógicos e muitas mentes brilhantes no mesmo local, como Von Neumann, Einstein, Veblen, T.Y. Thomas e Al Tucker, e tudo acontecia simultaneamente, assim um estudante de pós-graduação ficava emaranhado entre 16 áreas e não chegava a lugar nenhum.

Ainda no período da guerra, junto com outros matemáticos e engenheiros, Alan Turing desenvolveu técnicas para burlar a criptografia, seja manualmente ou mecanicamente, sendo assim conseguiam rastrear as mensagens codificadas e decodifica-las, a fim de obter informações confidenciais sobre possíveis ataques.

Segue de Leavitt (2007) que, Turing sempre buscava explorar os erros alemães, como por exemplo, uso das sequências de três letras que figuravam o teclado da máquina de escrever: digamos EDC, RFV e TGB.

John Von Neumann e Alan Turing mantinham contato, sendo que, muitas vezes, os créditos das ideias de Turing eram atribuídos apenas à Von Neumann. Tal afirmação foi publicada por Martin Davis.

Tanto Neumann quanto Turing, trabalharam com o ENIAC. No entanto, Alan Turing preferiu trabalhar em um projeto só seu, era para ser um computador chamado

ACE – Sigla em Inglês para Máquina de Computação Automática, que poderia resolver problemas completos, porém com um custo alto nunca foi criado fisicamente, apenas os relatórios dizendo como funcionaria. O ACE poderia jogar xadrez, resolver problemas matemáticos, escrever poesias, entre outras coisas.

Sendo assim, Alan descreveu o que é chamado atualmente de Teste de Turing, onde mede-se a capacidade de uma máquina em apresentar comportamentos humanos. Será que as máquinas poderiam pensar? O teste era chamado de jogo da imitação, onde seria jogado por três pessoas: um homem, uma mulher e um interrogador. O objetivo do jogo era o do interrogador descobrir quem era o homem e a mulher, sendo que o mesmo só poderia fazer perguntas e obter respostas sem ver quem estava do outro lado. As respostas deveriam ser escritas e entregues ou datilografadas. Sendo assim, foi feito a pergunta: o que aconteceria se uma máquina tomasse o lugar de uma pessoa no jogo, será que o interrogador identificaria como no jogo quem seria o homem e o computador?

Os anos seguintes que Turing passou trabalhando com computadores o manteve isolado de outras pessoas, sendo a maior parte de seu tempo sendo dedicado à aplicações da máquina a problemas puramente matemáticos.

De acordo com Leavitt (2007), Alan Turing se envolveu com Arnold Murray, um jovem de classe operária da época, e depois de alguns desentendimentos, a polícia passou a investigá-los, e quando Turing ligou para a polícia, eles informaram que sabiam do seu caso com Arnold, e em vez de prenderem o Arnold que o havia roubado, prenderam a Alan Turing por ter um caso com um homem. Quando em liberdade Alan foi sentenciado para um tratamento com estrogênio, com o objetivo de curar a sua homossexualidade a castração química.

Em 8 de junho de 1954, foi encontrado o corpo de Alan Turing sobre a cama, perto dele havia uma maçã com várias mordidas. Algumas versões compõem narrativas sobre a morte de Turing. Existe a possibilidade dele ter cometido suicídio envenenando a maçã com cianeto. Outra hipótese é que Turing sofreu um acidente com seus produtos químicos (incluindo o cianeto de potássio).

Apesar do preconceito revelado pela sociedade britânica da época de Turing, em 2013, a rainha Elizabeth II declarou perdão real, como um pedido de desculpas pelo Reino Unido em 1952 ter condenado Alan Turing por ser homossexual.

CONSIDERAÇÕES

Os desafios e as demandas educacionais que, desde as últimas décadas, fazem parte do cotidiano brasileiro, transformam o papel dos seus docentes. Desta forma, destacam-se a utilização das tecnologias digitais na Educação Matemática.

A realidade a qual estamos vivenciando apresenta constantes mudanças, incluindo na educação, estamos passando por transformações tecnológicas, e isto nos mostra uma necessidade de reestruturar a prática dos professores.

Com este trabalho foi possível, enquanto futuro professor de matemática, perceber, a relevância da história da matemática como um instrumento potencializador para o ensino e aprendizagem da matemática, além de constatar que a pesquisa histórica revela os por quês lógicos cronológicos da ciências da computação.

REFERÊNCIAS

BAIRRAL, M. A. **Pesquisas em Educação Matemática com Tecnologias Digitais: algumas faces da interação.** Revista do P.P.G.E.M da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) Volume 8, Número Temático – 2015.

BORBA, M. C; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007

BORBA, M.C., SCUCUGLIA R. R. S., GADANIDIS G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). Brasília. MEC. 2000

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais, Ciência, Natureza e Matemática e suas tecnologias.** Brasília. MEC, 2000.

CONNOR, J.J.O.; ROBERTSON, E. F. **MacTutor History of Mathematics**. University of St Andrews, Scotland, February, 2018. Acesso em: <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk>. Último acesso: jan 2019.

LEAVIT, D. **O Homem que sabia demais: Alan Turing e a Invenção do Computador.** [tradução Samuel Dirceu].São Paulo : Novo Conceito Editora, 2007.

ISSN 2236-4102

A MATEMÁTICA NA MÚSICA

Laressa Alves Pereira Prima[490]
Amabile Jeovana Neiris Mesquita [491]
Maria Eduarda Camelo de Moura[492]

RESUMO

Esse artigo é resultado parcial de uma pesquisa na qual analisou-se sobre a utilização da música como uma ferramenta auxiliar na aprendizagem de matemática, através da percepção que a matemática está presente em tudo, inclusive na música. A música tem um grande poder de interação social que consegue ter um alcance para gostos distintos, sendo uma fonte de visibilidade nacional e mundial. Já a matemática é uma das disciplinas na qual os alunos apresentam muita dificuldade e rejeição. Sendo assim, o objetivo dessa pesquisa foi de mostrar que essa ciência está presente na música, e com isso, incentivar alunos a se interessarem por elas. Para a fundamentação teórica, utilizou-se autores como Luis Ellmerich (1977), Adeilton Bairral (2010) e Carl Boyer(1996). O modelo de pesquisa adotado para o desenvolvimento deste trabalho foi a pesquisa participante, como referencial foram feitas leitura em Severino (2007) e Demo (2008). Assim, para Severino (2007) a pesquisa participante é aquela onde o pesquisador observa, compartilha vivências e interage com os participantes em todo momento da pesquisa. Como considerações parciais concluiu-se que os alunos aprenderam que a matemática está presente na música, ficaram entusiasmados com as atividades desenvolvidas e realizaram as atividades propostas com muito interesse e interação.

Palavras-chave: Matemática. Música. Aprendizagem.

[490] Universidade Estadual de Goiás, Campus Cora Coralina (UEG). lareprima@hotmail.com
[491] Universidade Estadual de Goiás, Campus Cora Coralina (UEG). amabile_@yahoo.com.br
[492] Universidade Estadual de Goiás, Campus Cora Coralina (UEG).msamorim01@gmail.com
Contribuições de Matheus Souza Amorim. madudemoura14@gmail.com

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem o intuito de utilizar a música como uma ferramenta auxiliar para ensinar alguns conceitos matemáticos, através do incentivo provocado por ela aos alunos, pois passam a se interessar pela matemática através da percepção que esta está presente na música e que muitas vezes este fato passa desapercebido. A realização desta pesquisa deu-se em duas salas do nono ano do ensino fundamental, mas pode ser aplicada em qualquer outro ano do ensino fundamental por trabalhar basicamente com números fracionários.

Pretende-se que, com a realização de uma aula diferente, os alunos demonstrem um maior interesse em matemática e provoque sua curiosidade através da utilização de objetos sonoros, e assim quebrando essa barreira que existe de “ódio” entre muitas pessoas quando se trata da matemática. Quando se utiliza a música como ferramenta espera-se grande êxito nos resultados pois “A principal vantagem que temos ao utilizar a música para nos auxiliar no ensino de determinada disciplina é a abertura, poderíamos dizer assim, de um segundo caminho comunicativo que não o verbal – mais comumente utilizado.” (FERREIRA, 2010.).

Nessa perspectiva o desenvolvimento dessa pesquisa nas escolas, buscou primeiramente conhecer as relações entre os alunos e a música, e até onde ela os alcançava e os interessava e a percepção que os alunos tinham sobre a matemática.

Como metodologia, estre trabalho pautou-se em uma pesquisa participante pois o pesquisador interage com o sujeito e ocorre muito diálogo conforme diz Severino (2007, p.120):

> O pesquisador coloca-se numa postura de identificação com os pesquisados. Passa a interagir com eles em todas as situações, acompanhando todas as ações praticadas pelos sujeitos. Observando as manifestações dos sujeitos e as situações vividas, vai registrando descritivamente todos os elementos observados bem como as análises e considerações que fizer ao longo dessa paricipação,

A pesquisa participante tem o objetivo de transformar a realidade conforme relata Demo (2008, p.8):

> Pesquisa Participante produz conhecimento politicamente engajado. Não despreza a metodologia cientifica em nenhum momento no sentido dos rigores metodológicos, controle intersubjetivo, discutibilidade aberta e irrestrita, mas acrescenta o compromisso com mudanças concretas [...]. Como resultados parciais, espera-se que os alunos possam ver a matemática de outra forma, de um jeito mais dinâmico, interessante e contextual. Que através da musica eles tenham a matemática como uma disciplina prazerosa de se aprender.

UM POUCO DA HISTÓRIA DA MÚSICA NA PERSPECTIVA DE LUIS ELLMERICH

A história da música estuda a origem e a evolução da música ao longo da história. Desde antes da era cristã há relatos de existência de música. A Bíblia Sagrada narra que Davi tocava harpa para acalmar o rei Saul (1Samuel 16:23) e nela também se encontra Salmos que é um livro de cânticos e poemas ao Deus de Israel. O livro História da música, de Luis Ellmerich, relata que no antigo Egito foi encontrado, através de escavações arqueológicas, resquícios de atos musicais religiosos, militar e social. Já os Árabes usavam a música antes do islamismo, fundado por Maomé. A música hindu, de religião indiana passou por algumas influências chinesas e egípcias e sua escala persistia em 22 intervalos por oitava.

Ellmerich(1977) ainda trouxe que na Renascença há registros de atos religiosos extremistas, por isso qualquer formato que representava arte ou cultura foi banido. Desde então surgiu manifestações da música profana, que trata de “canções cultivadas pelos nobres, nas ruas, festas e nas feiras”. Na Irlanda, Escócia e Inglaterra músicos e vendedores ambulantes ficaram conhecidos como bardos, que significa pessoas que demonstravam suas artes.

O período denominado renascença foi marcado pela liberdade do homem das regras singelas de vida, ou seja, libertar dos abusos. Martin Luther King ficou conhecido pela reforma protestante por debater abusos vindos da igreja católica. Jean Jacques Rousseau, que ficou conhecido no período da renascença, dizia que a melodia poderia ser utilizada para retirar qualquer aborrecimento em qualquer contexto econômico:

> [...]espécie de pequeno poema lírico, bem curto que trata geralmente de assuntos agradáveis, ao qual se junta uma melodia [...] seja para afastar momentos de enfado, quando se é rico ou, para suportar, com mais ânimo, a miséria e o trabalho, quando se é pobre (ROUSSEAU, 1768 apud ELLMERICH, 1977, p30)

A Grécia foi o berço de diversas ciências e entre elas encontra-se a música e a matemática. A palavre música vem do grego e significa arte das musas. Segundo Ellmerich (1977) existem vários filósofos gregos que contribuíram para reconhecimento tanto da matemática como da música dentre esses se tem: Aristóteles, conhecido por tratar de harmonia e ritmo; Euclides, visto como “pai da geometria”, que morou e lecionou em Alexandria entre 306 a 283 A.C e que teve participação na teoria dos sons; e Pitágoras, marcado pelo primeiro experimento cientifico que é denominado o monocórdio de Pitágoras, que através desse experimento denominou a escala pitagórica.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A matemática hoje é uma ou talvez a mais temida disciplina pelos alunos. Não se tem uma data precisa para o seu surgimento, contudo existem algumas teorias. Um exemplo é dos povos antigos que devido à necessidade de diferenciar seus animais e contá-los foi aparecendo implicitamente à matemática, bem como notavam as diferentes formas de distinguir coisas simples do cotidiano. De acordo com Boyer (1996, p.1):

> [...]a princípio as noções primitivas de número, grandeza e forma podiam estar relacionadas com contrastes mais do que semelhanças - a diferença entre um lobo e muitos, a desigualdade de tamanho entre uma sardinha e uma baleia, a dessemelhança entre a forma redonda da Lua e a retilínea de um pinheiro.

Já os Babilônios com a expansão do comercio cerca de 300 a. C. “necessitavam de treinamento para forma em escrita, e em matemática” Cajori (2007).

Todos já ouviram ou viu pelo menos alguma das figuras geométricas do Egito, sendo pirâmides a mais conhecida. Aristóteles grego, dizia que a matemática nasceu no Egito, porque sua classe sacerdotal dispunha de toda a ociosidade para o seu estudo.

No período denominado antes de cristo crescia o comercio entre Grécia e Egito, tal que trocavam mercadorias. “Os gregos, sedentos de conhecimento, procuram os sacerdotes egípcios para se instruírem”. “Tales, Pitágoras, Cenópides, Platão, Demócrito, Eudoxo todos visitaram as piramedes” Cajori (2007), se perdeu vários registros da origem dessa ciência que se é a matemática, entretanto nessa corrida para dar origem a conceitos matemáticos atuais, surge na Grécia Escola Jônica, Escola de Pitágoras, Escola Sofista, Escola Platônica e a Escola de Alexandria.

Contudo o legado da matemática é de milhões de anos, que a cada dia têm-se novos avanços e descobertas.

RELAÇÃO MATEMÁTICA E MÚSICA

Como já dito anteriormente a matemática é uma disciplina que aterrorizam os alunos, já a música sempre foi uma forma de interação social, forma de expressar a arte entre outros. Podemos considerar tanto a música como a matemática como ciência, pois “A ideia de música como ciência nasce em Pitágoras (século VI a.C.). Acredita-se que a sua experiência foi uma das primeiras tentativas de compreender e organizar o universo sonoro no ocidente” (HENRIQUE, 2002, p.15). Afirma Ferreira (2011, p.210), que são consideradas ciências as “disciplinas escolares e universitárias, que compreendem a química, a física, a biologia, a matemática e outras”. Sabe-se que a física estuda acústica, como trata o Dicionário Grove de Música (Sadie, 1994, p. 6), que a acústica é “a ciência do som da audição. Trata das qualidades sônicas de recintos e de edificações, e da transmissão do som pela voz, por instrumentos musicais ou por meios elétricos”. Segundo Rameau, apud Fonterrada (2005, p. 54):

> “A música é uma ciência que deve ter regras definidas; estas regras devem ser extraídas de um princípio evidente; e este princípio não pode ser realmente conhecido, sem a ajuda da matemática... Não é suficiente sentir os efeitos da ciência ou da arte. É preciso, também, conceituar esses efeitos, para torná-los inteligíveis.”

Por isso considera-se então que a música é uma ciência e arte, por englobar não apenas a matemática, mas a física, sociologia, filosofia. Vanda Lima Bellard Freire comenta que:

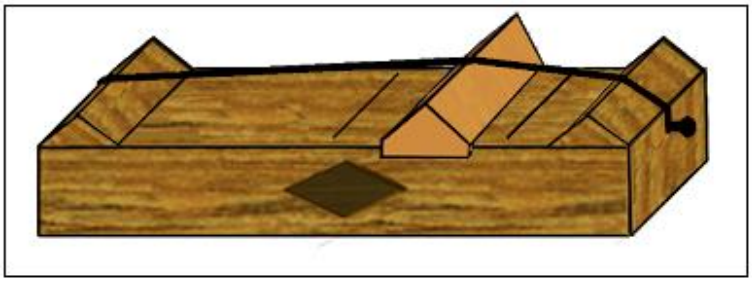
> Merriam considera música como comportamento humano e parte funcional da cultura humana, sendo parte integrante de sua totalidade e refletindo a organização da sociedade em que se insere". Embora considere que o som musical é o resultado de processos de comportamento humano que são modelados por valores, atitudes e crenças das pessoas de uma cultura particular, Merriam buscou, através da comparação de diversas sociedades, chegar a funções sociais da música, por ele consideradas como "universais Culturais, ou seja, encontráveis em todas as culturas". (FREIRE, 1992. p.20)

Contudo vários filósofos e matemáticos estabelecem ligações dessas duas matérias, sendo Aristóteles, Platão, Euclides, Pitágoras entre outros.

PITÁGORAS

Pitágoras foi um matemático e filósofo que nasceu cerca de 570 anos antes de cristo na ilha de Samos, na região da Ásia Menor (Magna Grécia). De acordo com o vídeo da TV Cultura, diz uma lenda que como ele era muito curioso, ficava intrigado ao ouvir os diferentes sons que produziam os sinos das igrejas. Certo dia, chamou sua atenção ao ver um trabalhador batendo seu martelo em um ferro, cada martelada soava um som diferente, alguns sons eram agradáveis e outros não. Pitágoras pensava como poderia haver vários sons em uma mesma batida. Portanto, foi a partir dessa lenda que teria originado o monocórdio de Pitágoras, onde demonstrou os intervalos da escala musical, que seriam ½ (quinta), 2/3 (quarta), ¾ (tons maiores) e 8/9 (a diferença entre a quinta e a quarta).

IMAGEM 1: O monocórdio de Pitágoras

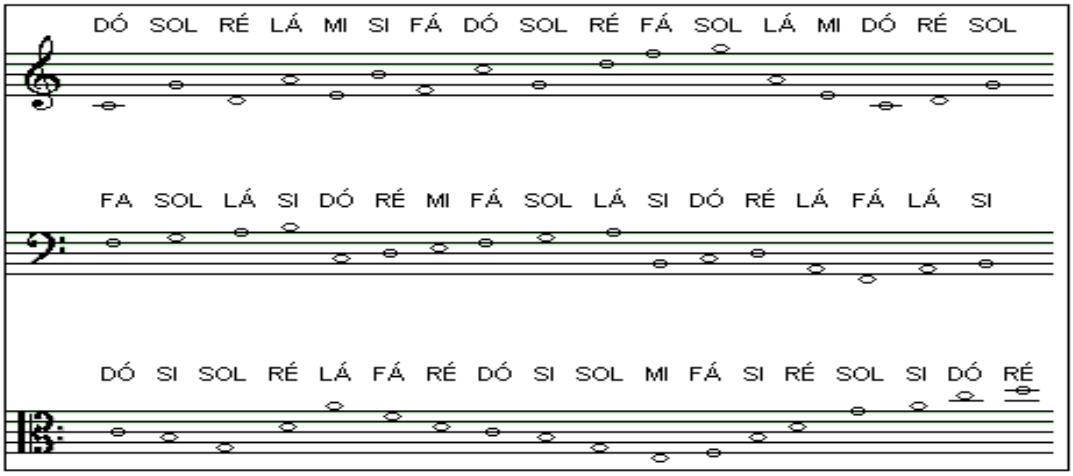


Fonte: Turbinados da Matemática (2018)

O monocórdio é considerado o primeiro experimento científico registrado e é descrito como um instrumento de uma única corda esticada entre dois cavaletes, conforme mostrado na IMAGEM 1. Através desse instrumento, Pitágoras concluiu que o som emitido pressionando a metade da corda era o mesmo que o emitido com a corda solta, porém uma oitava acima. Dividiu a corda novamente em 3/4 das suas extremidades, ouviu um quarto acima do som original, por fim dividiu em 2/3, ouvindo uma quita do som original.

A partir disso foram desenvolvidos vários estudos renovando as teorias musicais, bem como algumas pesquisas onde apontam que quem tem habilidade em matemática desenvolve uma facilidade na música. Um exemplo desses pesquisadores, Du Sautoy (2007, p,71), afirma que “Muitos matemáticos possuem uma afinidade natural pela música. (...) Existe uma conexão numérica evidente entre as duas, já que o ato de contar é dá suporte a ambas”. Visto como uma moderna notação musical, “a música é representada sobre uma pauta de cinco linhas, o pentagrama (grego: penta=cinco, grama=linha) ”,.Ellmerich (1977, pg. 33) conforme ilustrado na IMAGEM 2:

IMAGEM 2: Notação musical



Fonte: Música e adoração (2018)

Observa-se na IMAGEM 2 a presença de três claves, a clave de Sol, de Fá, de Dó. Estas claves servem para indicar ao músico como ler o pentagrama, portanto sevem para dar nome e altura da nota.

Bairral (2010) afirma que “As notas serviram, durante um tempo, somente para marcar os graus e a diferença de entonação. Eram todas iguais em valor quanto à duração e só diferiam quanto às sílabas longas e breves do texto que se cantava”.

Para poder representar o intervalo de tempo onde deva ocorrer silêncio é utilizado às pausas. Cada símbolo de pausa corresponde a uma determinada duração. A IMAGEM 3 ilustra figuras de notas e figuras de pausas:

IMAGEM 3: Figuras musicais representativas das durações temporais relativas.

Nome	Som	Silêncio	Duração
Semibreve			1
Mínima			1 / 2
Semínima			1 / 4
Colcheia			1 / 8
Semicolcheia			1 / 16
Fusa			1 / 32
Semifusa			1 / 64

Fonte: Dantas e Cruz (2018)

Observe na IMAGEM 3 que a relação entre as diferentes figuras é sempre fixa, a figura próxima é sempre a metade da anterior.

EXPERIÊNCIAS NAS ESCOLAS: UM PLANO DE AULA CHEIO DE EXPECTATIVAS

Como qualquer projeto a ser aplicado em salas de aulas, o projeto A Matemática na Música, também exigiu a elaboração de um plano, no qual contém o roteiro de aplicação das atividades. Com intuito de obter melhores resultados começamos fazendo reflexões de pontos que poderiam ser importantes. O que seria de suma importância para que alcançássemos o que estaríamos buscando, em ambientes escolares onde possui jovens de diferentes situações e pensares? A partir desta reflexão é que começa a elaboração de um plano, ele que se teve de possuir uma visão periférica, onde deveria ser visto além do que estava a nossa frente, a partir daí começam a aparecer mais indagações.

Adolescentes, muitos que enxergam a matemática de uma forma sombria, na qual se tem bastante dificuldade, porém ela pode assustar alguns, até porque isto vem de uma bagagem, onde existe uma visão alienada que precisa ser rompida. Justamente daqui que se originou a ideia de interligá-la junto à música, pois a música de fato é algo que alcança grande porcentagem dos adolescentes, e por apresentar diversos efeitos sonoros chama-se bastante atenção, o que seria muito bom para dar uma nova visão de quão interessante é a matemática. Para isso optamos em levar alguns instrumentos para a sala de aula, onde tocamos algumas músicas e falamos sobre melodia, harmonia e ritmo, e assim seria demonstrado que a matemática está presente na música e é extremamente fundamental para analisar tais elementos que compõem a música.

Assim, optamos por levar o caxixi, o violão, o teclado e o xilofone, para produzir alguns sons. A escolha do xilofone se deu por ser mais próximo e mais acessível que se assemelhava às batidas que Pitágoras ouvia quando certo trabalhador bateu em um ferro com seu martelo, a escolhe do teclado por seu som se assemelhar aos sinos de uma igreja; e, finalmente, por ser um instrumento de corda utilizamos o violão para demonstrar o monocórdio. Poderíamos ter escolhido outros instrumentos para demostrar a matemática na música? Claro que sim, mas esses eram os mais convenientes já que estas histórias foram as que optamos por levar aos alunos.

A primeira escola onde levamos este projeto de uma “aula diferente”, foi uma escola pública de período integral localizada no centro da cidade. O professor nos relatou que apesar da sala não possuir muitos alunos, estes eram desinteressados e nem sempre colaboravam para uma aula produtiva. Apesar desta informação não desanimamos, pois de certa forma, isto contribuiria para nossa pesquisa onde saberíamos se nosso objetivo seria atingido.

Já em sala, primeiramente nos apresentamos, logo interagimos com os alunos para conhecer um pouco de cada, algo essencial. Como esperado todos gostaram de algum ou até mesmo vários tipos de música e alguns até já tocam algum tipo de instrumento. Utilizamos o Datashow para apresentar o contexto histórico da música e fomos para a parte prática que foi a utilização dos instrumentos e explicamos sobre os

elementos da música. Logo após, fizemos uma pequena introdução sobre a notação musical e apresentamos alguns conceitos como pauta, clave, compasso, entro outros.

Na segunda parte da aula aplicamos uma atividade referente às frações que aparecem nas notas musicais, e houve colaboração da maior porcentagem dos alunos ali presentes.

A outra escola que aplicamos o projeto foi em um Colégio da Policia Militar de Goiás (CPMG). Então, buscamos levar uma nova visão de como a matemática pode ser divertida para aqueles que já têm a visão formada de que essa disciplina é muito complicada.

Já dentro da sala de aula fizemos o mesmo procedimento de apresentação da escola anterior, e de fato obtivemos os mesmos resultados em relação à música. Através da primeira atividade de diálogo, constatou-se que a música agrada a todos ali presentes diferindo apenas nos gostos pelos diferentes ritmos. Nessa escola, como na outra, alguns alunos já sabiam tocar algum tipo de instrumento. Ao se perguntar sobre o gosto pela matemática, na qual quando perguntamos quais alunos não gostavam da disciplina, alcançou-se um porcentual negativo muito grande. Segundo os alunos, o que os motivam a não gostarem é quão difícil eles a consideram. Ao contrário da primeira escola neste colégio havia uma quantidade grande alunos, aproximadamente o dobro, e ali tivemos também uma excelente interação e colaboração. Portanto podemos dizer que é possível trabalhar a matemática na música.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A escolha das escolas envolvidas neste trabalho, se deu somente devido à fácil localização de ambas. Através das atividades realizadas nessas escolas, os resultados obtidos não se distanciaram ao que esperávamos, pois, além de ocorrer interação entre os alunos, houve participação da maioria dos presentes e quando apresentamos a existência da matemática no estudo de ritmos, por exemplo, eles não se recusaram a realizar as atividades propostas e escreveram as notas na pauta musical, onde precisaram realizar alguns cálculos utilizando números fracionários e não ocorreu dificuldade ou recusa para fazer esses cálculos.

Somente de se falar em aula diferente a maioria dos alunos já mudam seus olhares e começam a se interessar pois uma aula diferente gera curiosidade. Quando chegamos à primeira escola os alunos já começaram a nos questionar sobre o que iriamos trabalhar com eles, viram alguns instrumentos e se interessaram mais ainda. Este trabalho foi realizado com alunos do 9° ano, porém alguns alunos do ensino médio que nos viram na escola e perceberam que estávamos com uma atividade diferente, se interessaram pela aula, tanto que nos perguntam se aplicaríamos esta aula a eles também.

Portanto obtivemos resultados satisfatórios, assim podemos dizer que é possível trabalhar a matemática na música. Assim, nossas expectativas de que esta proposta chamaria a atenção dos alunos para se interessarem em entender a matemática foi contemplada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAIRRAL, Adeilton. **A conceituação de notação musical em dicionários terminológico-musicais dos séculos XVIII e XIX**. Música em contexto, Brasília, n. 4, 2010, p. 57-81

BOYER, Car Benjamin. **História da matemática**, revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F.Gomide – 2ª ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

CAJORI, Florian. **Uma História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2007.

DANTAS, Joseclécio Dutra; CRUZ, Sérgio da Silva. **Um olhar físico sobre a teoria musical. Revista brasileira de ensino de Física, vol 41, nº 1, 2018**

DEMO, P. **Pesquisa Participante:** saber pensar e intervir juntos. 2. ed. Brasília, DF: Líder, 2008.

DU SAUTOY, Marcus. **A música dos números primos**: a história de um problema não resolvido na matemática/ Marcus du Sautoy; tradução, Diego Alfaro – Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2007. 264p.

ELLMERICH, Luis. **História da Música**. 4ª ed. São Paulo. Fermata do Brasil. 1977.

FERREIRA, Martins. **Como usar a música na sala de aula.** São Paulo: contexto, 2010, 7. ed. 3° impressão.

FONTERRADA, Marisa Trench de Oliveria. **De tramas e fios**: Um ensaio sobre música e educação. São Paulo: Editora UNESP, 2005.

FREIRE, Vanda Lima Bellard. **Música e Sociedade**: uma perspectiva histórica e uma reflexão aplicada ao ensino superior de música. Rio de Janeiro: ABEM, 1992.

HENRIQUE, Luís L. **Acústica Musical** . Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002.

Música e adoração. Disponível em: https://musicaeadoracao.com.br/26196/aulas-de-teoria-musical-respostas-02/ Acesso em: 14 nov. 2018.

SADIE, Stanley (Org.). **Dicionário Grove de música** edição concisa. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1994.

Turbinados da Matemática. Disponível em: https://sites.google.com/site/turbinadosdamatematica/pitagoras/9-pitagoras-e-a-musica. Acesso em: 14 nov. 2018.

TV Cultura – Matemática e Música: Parte 1. Disponível em: http://tvcultura.com.br/videos/34204_matematica-aula-27-matematica-e-musica-parte-1.html. Acesso em: 15 nov. 2018.

ISSN 2236-4102

A PRÁTICA PEDAGÓGICA DA MATEMÁTICA
o projeto de extensão matemática na escola

Carlos Augusto Cardoso de Jesus [493]
Núbia Alves Azevedo[494]
João Pedro Marques Oliveira [495]

RESUMO

A presente pesquisa faz parte dos resultados parciais do projeto de extensão denominado Matemática na Escola no âmbito da Universidade Estadual de Goiás. O objetivo foi ampliar os conhecimentos matemáticos dos alunos do Ensino Médio da rede Estadual de Educação de Goiás a partir da aplicação de oficinas de matemática. Esse movimento permitiu despertar o interesse pela mesma e ao mesmo tempo propiciar aos acadêmicos do curso de Matemática da Universidade Estadual de Goiás do Câmpus Cora Coralina a oportunidade de adentrar escolas e conviver com a realidade educacional da comunidade local e assim construir bases para sua formação. A pergunta da pesquisa foi verificar de que modo as oficinas podem contribuir no ensino de matemática? Uma das principais dificuldades dos acadêmicos e dos maiores motivos de desistências dos recém-formados é o distanciamento entre teoria e prática. Por isso a metodologia baseou-se na pesquisa bibliográfica e de campo. A pesquisa teve início com a seleção de bases teóricas sobre questões relativas a extensão universitária e a educação matemática (SERRANO, 2010). Posteriormente foram elaboradas oficinas envolvendo maquetes de pirâmides egípcias no qual discutimos as potencialidades da história da matemática. Ao final entendemos que a história da matemática torna um forte aliado para o entendimento dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Matemática. Extensão. Oficinas

[493] Universidade Estadual de Goiás (UEG). cardosoaugussto@gmail.com
[494] Universidade Estadual de Goiás (UEG). nubiaa268@gmail.com
[495] Universidade Estadual de Goiás (UEG). joaopedro.mat.go@gmail.com

INTRODUÇÃO

Este artigo faz parte do projeto de extensão “Matemática na Escola” realizado na Universidade Estadual de Goiás, que tem como objetivo refletir sobre a prática pedagógica e ampliar os conhecimentos matemáticos dos alunos do Ensino Médio da rede Estadual de Educação de Goiás, elaborando aulas e oficinas, discutindo a história da matemática, nas turmas de ensino médio dos colégios da cidade de origem dos acadêmicos do curso de matemática. O projeto matemática na escola vai ao encontro das propostas extensionistas, pois visa atuar nas barreiras encontradas no ensino de matemática e sanar dificuldades encontradas tanto pelos educadores quanto pelo educando, ajudando na formação dos alunos do ensino médio em conjunto com a universidade.

De acordo com Serrano (2010) a extensão nos ensina como agir dentro de uma universidade perante aos padrões exigidos, de forma que o sujeito põe em prática o que lhe foi repassado, mudando também sua forma de pensamento levando a assimilar o que foi apresentado com o que deve fazer, ao criar um pensamento crítico sobre determinado assunto, levando-o a discutir e resolver problemas de sua comunidade.

Nisso destacamos um dos principais objetivos dos projetos de extensão, de levar o conhecimento da universidade para o exterior da comunidade, a extensão agrega o conhecimento culto com o cultural buscando ajudar a comunidade com dificuldades em matemática sanando dúvidas, por outro lado os discentes do curso tem a oportunidade de adquirir experiência em sala de aula. (SERRANO, 2010)

Espera-se ao final, constituir-se em momentos privilegiado para a formação dos discentes, a partir da pesquisa e trabalho coletivo. Além disto estamos atuando diretamente na análise de questões que envolve a própria comunidade, estabelecendo um canal de comunicação entre as Unidades Escolares de ensino médio e o curso de licenciatura em matemática.

A ATIVIDADE EM SI

Foi realizada uma visita com o projeto Matemática na Escola no dia 19 de junho de 2018 em Colônia do Uvá, distrito do município de Goiás-GO, no Colégio Estadual Walter Engel, com o intuito de apresentar alguns temas da matemática para os alunos do ensino fundamental e médio, com a duração de 2 horas aulas. Na apresentação foram utilizados recursos como: data show, slides, maquetes e uso da história da matemática.

Na visita desenvolvemos atividades para instigar os alunos, como por exemplo, uma discussão sobre as construções das pirâmides. Indagamos sobre a questão histórica dos egípcios em construir monumentos, com tecnologias a frente de seu tempo, usando a matemática. Na atividade desenvolvida, apresentamos a pirâmide e uma noção sobre base, vértice, eixo, altura, faces laterais, arestas laterais, apótema, superfície lateral e arestas da base e como podem ser calculadas. De forma enfática mostramos como os egípcios usaram a matemática e conseguiram erguer monumentos complexos, carregar pedras no deserto por muitos quilômetros, assim instigamos os alunos a refletirem como essas pedras eram transportadas na areia sem que os escravos fizessem tanto esforço e esse transporte não demorasse.

Os egípcios notaram que na areia molhada o pedaço da rocha não afundaria e assim deslizava sobre sua superfície, além disso o transporte também era realizado com botes de modo que as rochas sobre os botes flutuavam no rio Nilo sem afundar.

De forma geral era uma tarefa complexa, tudo era feito por meio de cálculos que não podiam ter erro, ao apresentar essa problemática aos alunos houve um interesse ao solucionar a questão de como as rochas eram transportadas, na época que não havia máquinas nem outro tipo de ajuda para transportar, tudo era feito manualmente.

Outra problemática analisada foi o problema dos 35 camelos do livro “O homem que calculava” de Malba Tahan que testa o raciocínio lógico do aluno ao resolver o problema O referido problema, dos 35 camelos, utiliza o raciocínio lógico. Como se segue:

> Nesta passagem, Beremiz – o homem que calculava – e seu colega de jornada encontraram três homens que discutiam acaloradamente ao pé de um lote de camelos. Por entre pragas e impropérios gritavam, furiosos:
> - Não pode ser!
> - Isto é um roubo!
> - Não aceito!
> O inteligente Beremiz procurou informar-se do que se tratava.
> - Somos irmão
> – esclareceu o mais velho
> – e recebemos como heranças esses 35 camelos.
> Segundo vontade de nosso pai devo receber a metade, o meu irmão Hamed uma terça parte e o mais moço, Harin, deve receber apenas a nona parte do lote de camelos. Contudo, não sabemos como realizar a partilha, visto que a mesma não é exata [...]
> (TAHAN, 2013, p.21-23)

Ao tentarem solucionar o problema perceberem que como 35 é um número com poucos divisores não era possível fazer a divisão, então os bolsistas apresentaram uma solução, colocar mais um camelo na divisão, como 36 e um número com mais divisores teríamos então como fazer a divisão. Assim todos os irmãos ficaram satisfeitos e sobraram dois camelos para o matemático.

Os alunos ao perceberem como o cálculo foi feito ficaram fascinados de como a divisão por 35 não tinha resultados inteiros, já que não podiam matar nenhum camelo, e quando foi acrescentado um camelo a divisão pode ser feita, e sobraram dois camelos para o matemático. Quando instigamos os alunos a pensar nesse problema a intenção era que percebessem o quanto importante a matemática é, e como ela pode ser usada no dia a dia, e em questões complexas.

A partir dessas atividades concordamos com Souto (2010) de que que os professores da rede de ensino básico deve manifestar interesse em utilizar da História para enriquecer suas aulas e reconhecer o valor didático que ela pode oferecer.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao final do processo podem ser evidenciados diversos avanços, no que diz respeito aprendizagem dos alunos e também na nossa própria formação acadêmica,

quando lançamos mão do uso da história da matemática. Foi notório a participação dos alunos na oficina da maquete da pirâmide egípcia e na discussão do conto dos camelos de Tahan. De modo que tanto na prática quanto na teoria se mostraram interessados nos assuntos e discutiram satisfatoriamente entre eles as questões propostas por nós.

Enquanto espaço de formação, tanto as oficinas quanto o projeto tem contribuído grandemente. Ao passo que o contato com os alunos em sala de aula nos dá experiência e conhecimento da realidade escolar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

SERRANO, R. M. S. M. ***Conceitos de extensão universitária****:* um diálogo com Paulo Freire. (2010). Disponível/ https://www.researchgate.net/publication/267429105 Conceitos de extensão universitária um diálogo com Paulo Freire. Acesso em 07 de agosto de 2018

SOUTO, *Romélia Mara Alves.* ***História na Educação Matemática***: um estudo sobre trabalhos publicados no Brasil nos últimos cinco anos. Bolema-mathematics Education Bulletin-boletim de Educação Matemática. Rio Claro (SP): UNESP-dept Mathematica, v. 23, n. 35, p. 515-536, 2010. Disponível em: http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/3765. Acesso em: 25/08/2016

TAHAN, M. ***O Homem que Calculava***. 83 ed. - Rio de Janeiro: Record, 2013.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

BAO AFRICANO
uma possibilidade de trabalho para incorporação de jogos e história da matemática no ensino

Francisco Wagner Soares Oliveira[496]
Grasiany Sousa de Almeida[497]

RESUMO

Nesse trabalho, procura-se apresentar elementos do *Bao africano*, jogo matemático muito antigo, do qual se entende que possam ser elucidadas várias questões de ordem matemática, histórica, contextual, dentre outras. Esse esforço pode ser justificado pela compreensão de que a incorporação de elementos da história da matemática, assim como o uso de jogos podem de alguma forma favorecer o ensino e aprendizagem de matemática. Como aporte metodológico, trabalha-se sob o pressuposto de uma pesquisa bibliográfica. Ao que se pode observar, o *Bao* é um jogo/instrumento muito complexo, que exige dos jogadores a elaboração de um raciocínio aguçado para entender o seu funcionamento. Desse fato, ao se pensar no ensino de matemática, acredita-se que esse jogo tem um possível potencial para trabalhar o raciocínio dos estudantes. Sob essa perspectiva, pretende-se dar continuidade ao trabalho e exploração desse jogo, diante disso em estudos posteriores, se quer estar apresentando, discutindo ou indicando propostas de incorporação desse jogo histórico à sala de aula de matemática.

Palavras-chave: *Bao africano*. História da matemática. Jogos no ensino.

[496] Instituto Federal de ciências e tecnologia do Ceará (IFCE). E-mail: franciscowagner2007@gmail.com.
[497] Universidade Estadual do Ceará (UECE). E-mail: grasianysa@gmail.com

INTRODUÇÃO

No âmbito de pesquisas da educação matemática é comum observar estudos que discutem e/ou incorporam a utilização de jogos e da história da matemática no ensino. Em documentos oficiais voltados a educação brasileira, também é possível observar a indicação desses possíveis caminhos de se fazer matemática. No que se refere ao trabalho com jogos, sabe-se que:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problemas que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (BRASIL, 1998, p. 46).

Nesse sentido, entende-se que o trabalho com jogos pode ser de fato uma possibilidade viável e valiosa para o trabalho com os temas da matemática. Contudo, segundo Fiorentini e Miorim (1990), deve-se ter cuidado para que esse material não se torne apenas meras brincadeiras esvaziadas de intenções e propósitos didáticos. É necessário cuidar para que o jogo proporcione a aquisição de "[...] um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade." (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 06).

Quanto a incorporação de elementos da história da matemática no ensino, entende-se que a depender da abordagem ou perspectiva assumida, essa prática pode favorecer o ensino e aprendizagem da matemática. São fatores favoráveis dessa incorporação, o fato dela possibilitar: uma contextualização do conhecimento em seu tempo e espaço, a atribuição de significado a conceitos e temas, a visualização de locais de aplicação dos conteúdos, dentre outros (MENDES, 2009, 2015; SAITO, 2016; BARONI, TEIXEIRA, NOBRE, 2004).

São sob essas perspectivas quanto a incorporação de jogos e história da matemática no ensino que foi proposto apresentar elementos do *Bao africano*. Entende-se que ele pode ser trabalhado/discutido como uma alternativa para o ensino

e aprendizagem de matemática. Segundo Santos, Neto e Silva (2008) o *Bao* se trata de um jogo que emerge como um dos ramos dos jogos de tabuleiros conhecidos por *Mancala*. Sabe-se que:

> O jogo do Bao (da palavra suahili para tabuleiro de madeira) é jogado na África Oriental, nas comunidades Suahili, na Tanzânia, no Quénia, no Malawi, em Zanzibar, chegando a ser jogado no noroeste da ilha de Madagáscar (é conhecido nestes locais por outros nomes, como *Bau*, *Mbau* ou *Mbo*). Os tabuleiros de Bao encontram-se normalmente em clubes, porque normalmente são demasiado caros para os jogadores ocasionais (SANTOS; NETO; SILVA, 2008, p.26).

Outra característica dele, indicada por alguns praticantes, se refere ao fato de ser designado como um jogo complexo que exige uma análise avançada para a tomada de táticas e estratégias. Por essa razão, alguns jogadores o chamam de Rei dos Mancala. Ele utiliza tabuleiros de quatro linhas, característica dos que eram utilizados na África ocidental, mas que também há indícios de uso na China e no Sri Lanka, pelo mundo é comum observar uma versão de apenas duas linhas (SANTOS; NETO; SILVA, 2008).

ELEMENTOS DO JOGO DO *BAO AFRICANO*

De forma a compreender os elementos do *Bao*, foi construído um tabuleiro para favorecer a visualização de suas regras. De tentativa de construção, utilizou-se como material uma folha de Isopor (para substituir a taboa) e um estilete para forjar os entalhos (covas) onde ficaram dispostas as peças (grãos). Na imagem a seguir expõe-se a reconstrução (figura 1):

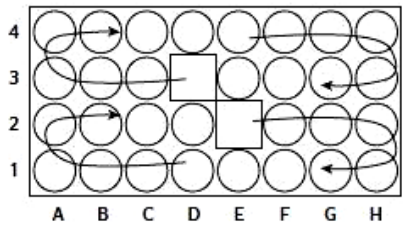
FIGURA 1: *BAU AFRICANO*



Fonte: Elaboração própria

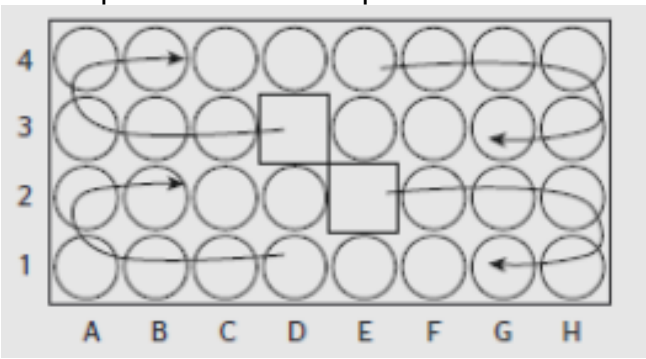
Com base nas regras dispostas por Santos, Neto e Silva (2008), apresenta-se a seguir os elementos do *Bao africano*. Os esforços nesse sentido, se dedicam a elencar as casas do jogo (quadro 1), os procedimentos para mobilização das peças (quadro 2) e as suas etapas (quadro 3):

QUADRO 1: Casas do jogo

CONHECENDO AS CASAS DO JOGO		
NYUMBA	KITCHWA	KIMBI
➢ Nyumba (casa quadrada, em alguns casos são consideradas casas especiais; ➢ O turno pode terminar, por opção do jogador caso durante o semear a última semente cair na Nyumba, somente se esta tiver 6 ou mais sementes, caso contrário está será considerada uma casa normal; ➢ A partir do momento em que todas as 64 sementes estiverem no jogo as Nyumbas passam a ser consideradas casas normais independentemente da quantidade de sementes que as compõe; ➢ Há uma regra especial para a Nyumba. Só se pode colocar uma semente da reserva nesta casa se for para capturar ou se todas as restantes casas da linha central estiverem vazias. Nesta segunda opção, apenas se semeiam duas sementes para a esquerda ou direita, deixando as restantes sementes onde estão.	 ➢ As casas A2, A3, H2 e H3 são chamadas kitchwa; ➢ O jogador Sul controla a 1.ª e 2.ª linha e o jogador Norte controla a 3.ª e 4.ª linha. Designamos a 2.ª e 3.ª linha do tabuleiro como linhas centrais; ➢ São pontos de partida para realizar o semear das sementes após capturadas. Respeitando o sentido do jogo; ➢ O jogador pode escolher o sentido do seu semear caso as sementes sejam capturadas por conta da kitchwa, mas o semear deve ser realizado a partir de tal kitchwa.	➢ As casas adjacentes na linha (ou seja, as casas B2, B3, G2 e G3) são chamadas kimbi; ➢ O jogador pode escolher o sentido do seu semear caso as sementes sejam capturadas por conta da Kimbi, mas o semear deve ser realizado a partir da Kitchwa mais próxima.

Fonte: Adaptado de Santos, Neto, Silva, 2008.

QUADRO 2: Procedimentos para mobilização das peças

PROCEDIMENTOS	
O SEMEAR	A CAPTURA
➢ O semear corresponde a colocar uma semente por casa numa sequência de casas consecutivas numa dada direção. Cada semear é definido pela casa de partida (a pós uma captura a casa de partida é uma das Kitchwas), quantas sementes se semeiam, a direcção (que pode ser no sentido dos ponteiros do relógio ou no sentido inverso) e a casa onde o semear termina; ➢ O semear, ao chegar ao extremo da linha, continua na outra linha do jogador (no diagrama acima mostram-se as mudanças de linha para os semear no sentido dos ponteiros do relógio); ➢ Cada semente da reserva é semeada uma a uma no jogo; ➢ As sementes capturadas devem todas serem semeadas no sentido em que você estiver jogando para que dessa forma possa verificar qual deve ser a nova jogada, podendo esta resultar em um movimento ou em uma nova captura; ➢ Se qualquer semear terminar sem captura e numa casa com sementes, o jogador recolhe as sementes dessa sua última casa e, na mesma direção, recomeça a semear, no entanto não poderá realizar mais capturas neste turno; ➢ Caso o primeiro semear do turno comece com captura, ao semear	A captura no *Bao* só é possível:  ➢ Se o semear terminar numa casa da linha central com sementes; ➢ Se a casa adversária correspondente também tiver sementes; ➢ Quando possíveis as capturas são obrigatórias; ➢ A casa adversária correspondente é a casa da linha central adversária mesmo em frente da casa central do jogador (por exemplo, se Sul terminar o semear na casa C2, a casa adversária correspondente será a casa C3); ➢ Se estas duas condições forem satisfeitas, as sementes da casa adversária são assim capturadas. Mas atenção: as peças capturadas nunca saem do tabuleiro. Elas são repostas na linha central do jogador que realizou a captura, e têm de ser semeadas a partir de uma das kitchwas. Por exemplo, se Norte efetuou uma captura, então essas sementes capturadas são semeadas a partir das casas A3 ou H3, ou nas casas A2 ou H2 no caso de ter sido Sul a realizar a captura; ➢ Se este semear começar na kitchwa A2 (ou A3), o semear deve ser no sentido dos ponteiros do relógio. Se for na kitchwa H2 (ou H3), o semear é no sentido inverso. O

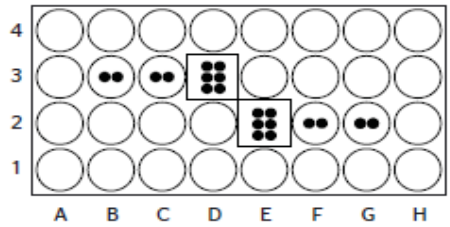
as sementes e observar que o semear terminou em uma casa com sementes e não seja possível realizar capturas, o jogador pode semeá-las novamente e caso esse novo semear resulte em uma nova captura o jogador deve capturar novamente; ➢ O semear após uma jogada apenas de movimento, deve seguir no sentido do jogo e deve-se iniciar a semear logo na casa seguinte.	jogador escolhe o sentido do semear, exceto se a captura ocorrer na kitchwa ou na respectiva kimbi. Neste caso, o semear terá de começar nessa kitchwa. Exemplo: se Sul capturar as sementes de A3 ou B3, deverá obrigatoriamente semeá-las a partir de A2; ➢ Se o semear após uma captura efetuar uma nova captura, quem semeia deve continuar a jogar. Deste modo, no *Bao* é possível realizar capturas múltiplas; ➢ Se qualquer semear terminar sem captura e numa casa vazia, o turno termina; ➢ Se qualquer semear terminar sem captura e numa casa com sementes, o jogador recolhe as sementes dessa sua última casa e, na mesma direção, recomeça a semear, no entanto não poderá realizar mais capturas neste turno; ➢ Caso o primeiro semear do turno comece com captura, ao semear as sementes a semear desta captura, caso o semear termine em uma casa com sementes e não seja possível realizar capturas o jogador pode as semear novamente e caso esse novo semear resulte em uma nova captura o jogador poder capturar novamente; ➢ O turno pode também terminar, por opção do jogador, se a última semente cair na nyumba – a casa especial quadrada em E2 ou D3 – se esta detiver seis ou mais sementes. Se a nyumba conter cinco ou menos peças, ela é considerada uma casa como as outras; ➢ Uma última nota sobre o semear. Se uma jogada múltipla começar sem capturas (o jogador só está a redistribuir as suas sementes), então não poderá realizar qualquer captura durante esse turno.

Fonte: Adaptado de Santos, Neto, Silva, 2008.

QUADRO 3: Etapas do *Bao*

<table>
<tr><th colspan="3">ETAPAS DO JOGO</th></tr>
<tr><th>PRIMEIRA FASE</th><th>SEGUNDA FASE</th><th>FIM DO JOGO</th></tr>
<tr>
<td>

INICIO DO JOGO:

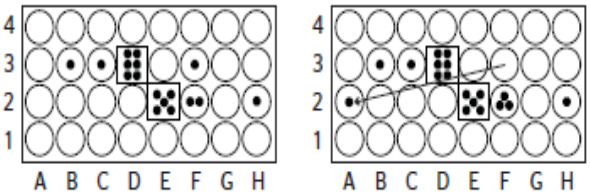


- Existem 64 pedras (ou sementes), onde 20 são colocadas inicialmente no tabuleiro na posição acima:
- As demais peças ficam na reserva;
- As peças capturadas não saem do jogo estão são semeadas novamente no jogo a partir das kitchwas;
- O turno (cada jogada termina) dentre outros termina, se o semear acabar em uma casa vazia.

Primeira etapa

- Cada jogador, alternadamente, escolhe uma casa da sua linha central que tenha sementes e cuja casa adversária correspondente também tenha sementes. Nessa sua casa, coloca-se uma semente da reserva e captura as sementes da casa adversária.

Seja o seguinte exemplo.
É a vez do Sul jogar:



Sul tem apenas uma opção (dado que as capturas têm precedência), colocar uma semente da reserva em F2 (a única casa

</td>
<td>

- A Nyumba agora é uma casa normal independentemente da quantidade de peças contidas que contenha esta casa;
- As capturas continuam a ser obrigatórias. Assim, o jogador deve recolher e semear as sementes de uma casa sua (de qualquer uma das suas duas linhas) desde que o semear termine na sua linha central, numa casa com sementes e em frente de uma casa adversária que também tenha sementes;
- Usam-se as regras de semear e de captura referidas atrás, excepto no seguinte ponto: o sentido da captura é o mesmo do semear que a

</td>
<td>

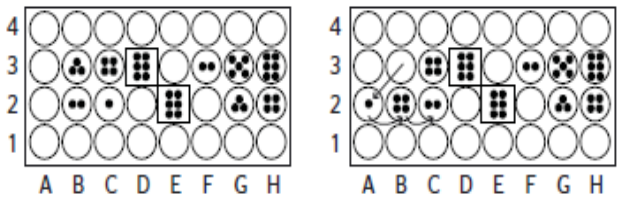
- O jogo desenrola-se até que seja atingido um dos critérios de vitória:

Um jogador ganha, se capturar todas as sementes da linha central do adversário ou se o deixar sem qualquer movimento legal.

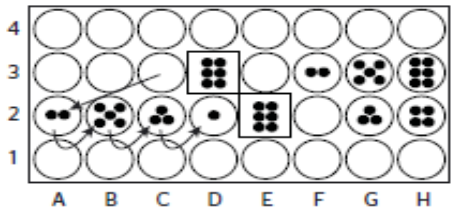
</td>
</tr>
</table>

sua já com sementes e cuja casa adversária correspondente não está vazia). Deste modo, F2 fica com três sementes (tinha duas mais a semente da reserva) e Sul captura a semente de F3 que coloca na kitchwa A2 (poderia ter também colocado em H2). Como a semente capturada ficou numa casa com a cova adversária correspondente vazia, o turno termina aqui;

- E agora um exemplo com capturas múltiplas:



Sul deposita uma semente em B2. Como B3 tem sementes, estas são capturadas e semeadas a partir de A2 (aqui não há opção, porque a captura foi a partir da **kimbi** da esquerda). O fim do semear ocorre em C2 e como C3 tem sementes, estas são capturadas também. Assim, as quatro sementes de C3 são recolhidas e semeadas também a partir de A2, porque era esta a direcção da captura anterior:

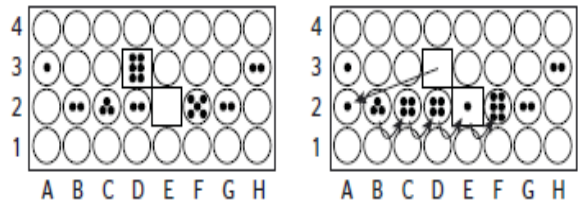
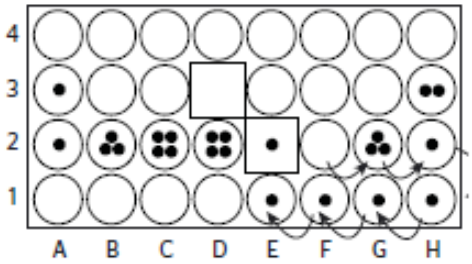


Como a última semente semeada termina numa casa vazia, o turno não continua e é a vez do adversário jogar;

- Agora um exemplo de semear múltiplos com capturas e movimentos. Sul deposita uma semente em D2 e captura as sementes de D3, semeando-as a partir de A2.

originou (ou seja, deixa de haver opção, uma vez que tem de se escolher a kitchwa de entrada de forma a manter esse sentido). Se a captura ocorrer numa kishwa ou kimbi, já não é obrigatória a manutenção do sentido da captura, tendo-se de respeitar o sentido destas casas especiais. Chama-se **mtaji** a este tipo de jogada;

- Se não for possível capturar, o jogador deve movimentar as próprias sementes através de um ou mais semeares (usando, novamente, as regras descritas atrás). As casas da linha central têm prioridade sobre as da primeira linha, ou seja, se houver opções de jogada na linha central,

 A última semente cai em F2 que detinha sementes, mas onde a casa correspondente do adversário (a casa F3) está vazia. Deste modo, o semear das sementes de F2 deve continuar, na mesma direção, na casa seguinte, ou seja, a partir de G2;  ➢ Se não for possível ao jogador depositar uma semente na sua linha central que resulte em uma captura, então deve colocar uma semente em uma das suas casas centrais que não esteja vazia, recolher as sementes e semeá-las na direção que escolher. Deve repetir o semear até que a última semente fique numa casa anteriormente vazia. Como foi dito, não se pode capturar num turno que não se tenha iniciado com capturas; ➢ A primeira fase termina quando não houver mais sementes em reserva, ou seja, quando todas as 64 sementes estiverem no tabuleiro.	estas têm de ser semeadas primeiro. Chama-se **takasa** a este tipo de jogada; ➢ Não se pode escolher casas para semear que tenham uma só peça (seja uma mtaji ou takasa).	

Fonte: Adaptado de Santos, Neto, Silva, 2008.

Com base nas regras dispostas nessas tabelas, nota-se que de fato ele requer do jogador a elaboração de táticas e estratégias complexas de raciocínio. Essa exigência, somada as regras dispostas, faz-se compreende-lo como um instrumento matemático, visto que nas jogadas não estão incorporados elementos de sorte, tão pouco informações escondidas (SANTOS; NETO; SILVA, 2008).

Atribuindo essa designação, compreende-se que o *Bao,* assim como Saito (2014) se refere a instrumentos de medida, pode possivelmente a partir de seu processo de construção e uso revelar questões de ordem matemática, histórica, contextual, dentre outras. Informações nesse sentido, podem ser observadas ao discutir por exemplo, o porquê do *Bao* ser praticado por pessoas de conhecimento elevado? E qual a razão da variação da quantidade de linhas?

Quando se observa o uso de jogos no ensino de matemática o estudo de Baumgartel (2016) apresenta uma forte característica em relação ao uso, pois existe vantagens e algumas limitações e a esse cabe a resistência para com essas novas metodologias.

Tendo que as metodologias contemplam um arcabouço de técnicas ligadas a didática e ao desenvolvimento do ensino. Menon e Silva (2016) buscaram apresentar o jogo como um instrumento metodológico para o uso de operações aritméticas as crianças tendo como resultado o aproveitamento desse momento na aprendizagem das crianças.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como se pode observar o *Bao,* além de jogo histórico, ainda pode ser caraterizado como um instrumento matemático. Assim, por se entender que tanto a incorporação de jogos e de elementos da história podem favorecer o ensino de matemática, levanta-se a hipótese que o *Bao* pode ser trabalhado e/ou explorado com vistas a indicar potenciais e/ou potencialidades didáticas para o ensino.

Sob essa perspectiva, continua-se com o estudo desse instrumento, para que em pesquisas posteriores, além da apresentação desse instrumento, possa-se estar trazendo dados que discutam ou indiquem propostas e/ou ensaios de sua incorporação à sala de aula de matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut; TEIXEIRA, Marcos Vieira; NOBRE, Sergio Roberto. **A Investigação Científica em História da Matemática e suas Relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiane;

BORBA, Marcelo de Carvalho. **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 164-185.

BAUMGARTEL, Priscila. O uso de jogos como metodologia de ensino da Matemática. **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática.** Curitiba- PR 12 a 14 novembro de 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares para o ensino fundamental**. Matemática. Brasília, MEC/SEF, 1998.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim SBEM-SP**, v. 4, n. 7, p. 1-7, 1990.

MENDES, Iram Abreu. **História da Matemática no Ensino:** entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. 1ª. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

MENDES, Iram Abreu. **Investigação histórica no ensino da matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MENON, Lucimari Antoneli.; SILVA, Karolina Barone Ribeiro da. Os jogos no ensino da matemática entre o educativo e o lúdico. **Cadernos PDE.** Vol. 1. ISBN 978-85-8015-093-3

SAITO, Fumikazu. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate***,* v. 3, n. 1, p.3-19, 2016.

SAITO, Fumikazu. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura** - Rematec, v. 9, n. 16, p. 25-47, 2014.

SANTOS, Carlos Pereira dos; NETO, João Pedro; SILVA, Jorge Nuno. **África – Bao**. Revisão Edimpresa — Carla Monteiro. Impressão e acabamento Norprint, 2008.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
dos rudimentos do método de exaustão grego até o rigor da análise moderna

Emerson Gordiano de Almeida[498]

RESUMO

Desde meados da década de 70 o cálculo foi deixando de constar nos programas do ensino secundário brasileiro e o primeiro contato com limites, derivadas e integrais passou a ocorrer tradicionalmente nas licenciaturas, graduações em ciências exatas e tecnológicas de forma que quase sempre esta apresentação ocorre desvinculada de contexto o numa abordagem infértil e desencorajadora o que é totalmente incompatível com o processo histórico do desenvolvimento do cálculo como área do saber desde a sua origem dando esteio para um assombroso índice de reprovação, abandono, evasão e pouca produtividade nos cursos em que o cálculo surge como disciplina constituindo um obstáculo ao avanço do conhecimento científico, tecnológico e também na formação de professores de matemática. O presente trabalho se constitui numa revisão bibliográfica em forma de linha que ao trazer uma reconstituição da história do desenvolvimento do cálculo diferencial e integral desde os rudimentos do método de exaustão, gérmen do cálculo integral, até a inserção do rigor proposto pela axiomática da análise simula o processo não-linear da elaboração dos saberes que permeiam a disciplina, sugerindo para o professor de matemática subsídios que implementem sua prática inclusive com diálogos interdisciplinares a partir de ciências cujo progresso esteve historicamente ao atrelado ao cálculo de modo a fomentar o interesse do aluno e favorecer seu aprendizado.

Palavras-chave: Cálculo diferencial e integral. História. Método da exaustão. Infinitésimos. Rigor.

[498] Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). emersongordiano@gmail.com.

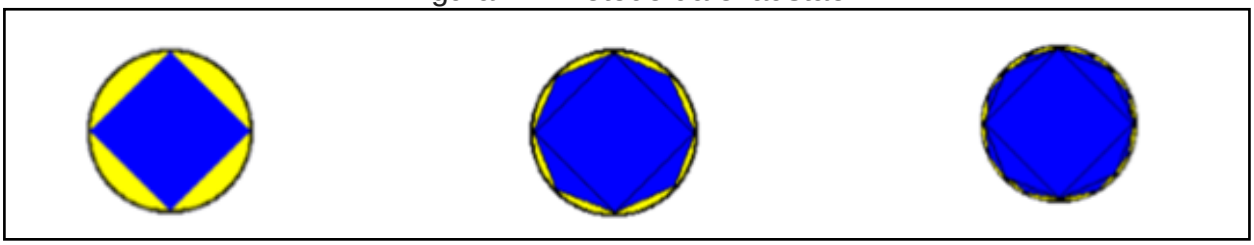
INTRODUÇÃO

Problemas que consistem na obtenção de áreas e volumes remontam a antiguidade. Papiros e placas de argila em escrita cuneiforme com mais de 4000 anos comprovam que egípcios e babilônios utilizavam métodos para a obtenção da área de regiões irregulares e limitadas por valores aproximados. No papiro de Rhind, por exemplo, encontramos $3\frac{1}{8}$ como aproximação de π bem como o cálculo da área do círculo como sendo igual à de um quadrado de diagonal específica. Contudo cabe destacar que os egípcios e babilônios não faziam distinção entre aproximação e exato dado o caráter empírico e prático com que lidavam com matemática e mensurações.

A partir do grego Tales de Mileto vemos florescer o desejo pela estruturação lógica e sistematização características da escola grega o que seria fundamental na investigação dos processos infinitos imprescindíveis ao desenvolvimento do cálculo integral a ocorrer posteriormente.

Segundo Sousa (2013), atribui-se a Eudoxo de Cnido a autoria do método da exaustão que consiste em aproximar a figura dada por meio de outras figuras regulares cuja área ou o volume seja conhecido. O caso mais conhecido é o da quadratura do círculo cujo objetivo final era obter um quadrado com a mesma área de um círculo de raio r conhecido. A figura abaixo nos dá uma ideia de como o processo acontece.

Figura 1 – Método da exaustão



Fonte: Almeida (2018)

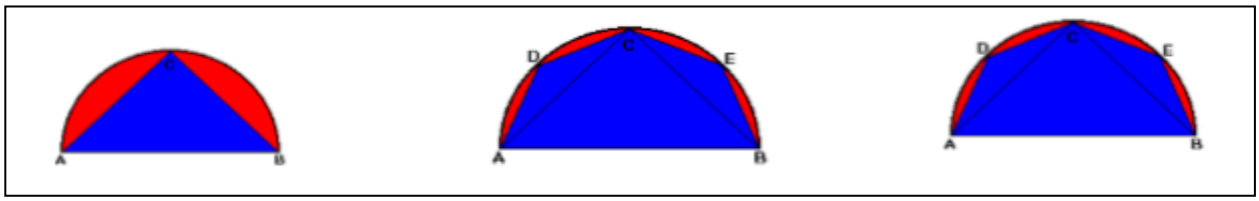
Começamos com o quadrado inscrito como aproximação para a área do círculo. A seguir acrescentamos quatro triângulos isósceles convenientes obtendo um octógono regular. Repetimos o processo e na figura três obtemos um polígono regular de dezesseis lados. Observamos que a medida que incrementamos o número de lados

do triângulo reiterando o processo descrito, a área o polígono inscrito tende a se aproximar da área do círculo de forma que mais precisa a aproximação fica quanto maior o número de iterações do processo. Note que na figura três já temos a impressão que exaurimos a figura ainda que saibamos que existem regiões entre o círculo e o polígono. Isto é nada menos que o rudimento do processo de integração e o equivalente grego do cálculo integral (Sousa, 2013 p.7).

Aliado a teoria das proporções, também de sua autoria, Eudoxo pode resolver uma grande dificuldade da época (comparar certos comprimentos não comparáveis, os chamados segmentos não comensuráveis, germinando na matemática a noção de números irracionais). Assim Eudoxo foi o precursor da teoria dos processos infinitos com o método da exaustão.

Foi Arquimedes, considerado por Gauss como maior matemático da Antiguidade, quem lançou mão do método de exaustão para calcular a área do círculo por dupla redução ao absurdo bem como da área sob o arco parabólico a partir de triângulos demarcados sobre pontos convenientes do segmento da parábola. Não se nega a genialidade do método da exaustão mas aqui destaca-se uma dificuldade inerente a ele já que cada novo problema exigia um tipo particular de aproximação.

Figura 2 – Método da exaustão e o cálculo da área sob o segmento parabólico



Fonte: Almeida (2018)

É notável que a criação do cálculo infinitesimal se deve a dois problemas: o das quadraturas e o das tangentes. Enquanto que durante os séculos que se seguiram a Arquimedes, muito trabalho e descobertas foram feitas em torno das quadraturas pouco se produziu em torno das tangentes desde Apolônio (262 – 190 a.C.) que determinou tangentes as curvas das seções cônicas. Esse fato pode se dever ao fato da geometria clássica não se separar de uma figura, em particular na tentativa de elaborar a solução para uma classe de figuras, contudo na idade moderna com o

advento da geometria analítica de Descartes (1596 – 1650) as curvas puderam ser entendidas como lugar geométrico dos pontos que satisfazem um equação que lhe é característica ao invés de um objeto geométrico com propriedades específicas, assim privilegiando seu estudo por meio das equações novos avanços seriam feitos.

Coube a Isaac Newton (1643 – 1727) e Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646 – 1716), separadamente, usar os chamados infinitesimais como instrumento que sistematizaria o cálculo de maneira formal por uma primeira vez. Infinitésimos podem ser entendidos como números que são, de alguma forma, "infinitamente pequenos". Podemos localizá-los na reta numérica pelo ponto que não assinala o zero contudo possui "zero" de distância de zero. Assim nenhum número diferente de zero é um infinitesimal, pois qualquer que seja, a este corresponderá uma distância positiva do zero. Qualquer múltiplo de um infinitesimal continua sendo um infinitesimal, portanto temos aqui uma incoerência com a propriedade arquimediana dos números reais (a mesma que ocasionará a substituição dos infinitésimos pelos limites). Sob este ponto de vista, o cálculo é uma coleção de técnicas para manipular infinitesimais.

Newton era físico e desenvolveu o cálculo infinitesimal a partir da cinemática e da dinâmica. Ele considerava as quantidades x e y como fluentes em relação ao tempo e suas velocidades eram chamadas fluxões (denotadas por $\dot{x}$ e $\dot{y}$). Sendo “o” um tempo infinitésimo, o acréscimo de “o” em t produz um acréscimo $o.\dot{x}$ em x. Além disso ele contribuiu também com expansões em séries. Leibiniz define os diferenciais dx e dy por meio do problema da tangente tomando pontos P e Q sobre a curva muito próximos (isto é “infinitamente” pequenos) e estabelece as regras do que caracteriza o operador derivada permitindo diferenciar quase todas as funções: radicais, frações, polinomiais e composições. Além disso ele explorou três aplicações do método: determinação de mínimo, determinação da reta tangente a uma curva e o problema inverso da determinação de uma curva da qual é conhecida a área sob o gráfico (quadratura).

A correspondência entre os dois métodos é total (inclusive nas regras de diferenciação). Historicamente, Newton foi o primeiro a aplicar à física enquanto Leibiniz desenvolveu a notação que se usa até os dias atuais. Por muito tempo acusou-se esse de plagiar os trabalhos daquele e isto significou uma cisão entre os matemáticos ingleses ao lado de Newton daqueles da Europa continental que tomaram

partido de Leibiniz. O argumento histórico para conferir aos dois a invenção do cálculo infinitesimal é que dos dois chegaram de maneiras distintas ao teorema fundamental do cálculo que estabelece a diferenciação e a quadratura como operações opostas.

Contudo somente no século XIX o cálculo atingiria sua forma mais rigorosa, isto graças as contribuições de Leonard Euler que entre outras coisas estabeleceu com precisão o conceito de função estimulando a troca da teoria dos infinitesimais pela teoria dos limites. Assim como os infinitesimais, os limites dão conta de descrever o comportamento de uma função de maneira clara e completa em termos de valores de pontos próximos com a vantagem de utilizar números ordinários. Nesse sentido o cálculo torna-se uma coleção de técnicas que gira em torno de manipular dos limites, as infinitesimais foram substituídas por números muito pequenos (épsilons e deltas), e o comportamento infinitamente pequeno da função é encontrado pelo limite de números cada vez menores. Tal preferência faz sentido uma vez que privilegia o rigor já que limites são mais facilmente estabelecidos em fundações rigorosas.

Por fim as ideias do cálculo foram generalizadas no espaço euclidiano e no plano complexo. Lebesgue amplia o conceito de integral, a análise traz inúmeras contribuições formais através de Cauchy, Riemman, Weierstrass e Maria Gaetana Agnsei, autora da primeira obra que reuniu as ideias de Leibiniz e Newton bem como escritora de um dos primeiros livros sobre cálculo diferencial e integral.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, E. G. ***O papel do cálculo diferencial e integral na formação do professor de matemática: uma análise sob o olhar da didática francesa*. 2015. 63*f***. Trabalho de conclusão de curso – Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2015.

SOUSA, G. C. **Uma abordagem do cálculo integral dos primórdios aos tempos atuais: atividades à luz da história** in X Seminário nacional de história da matemática, 2013, Rio grande do Norte. Disponível em < https://www.cle.unicamp.br/eprints/index.php/anais-snhm/article/view/59/50 > Acesso em 01/07/2018.

SILVA. J. C. C; LIMA, F. N; LIMA, C. C. B. **Calculando áreas e volumes: do método da exaustão ao princípio de Cavalieri** in Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. Disponível em < http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7579_3657_ID.pdf > Acesso em 30/06/2018.

SILVA, M. D. F; **Os métodos para calcular áreas e volumes de Eudoxo e Arquimedes: Um olhar sob a perspectiva histórica fazendo o uso das novas tecnologias**. In: VI Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática (VI HTEM) 15-19 de julho de 2013, UFSCar, São Carlos, SP, Brasil.

SANTOS, D.A.T. **A Inclusão do Cálculo Diferencial e Integral no Currículo do Ensino Médio**. Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática – Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2006.

ISSN 2236-4102

CONTRIBUIÇÕES DE UMA PERSPECTIVA DIALÓGICA E IVESTIGATIVA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Daniel Antonio Silva de Araujo [499]
Sara Vieira Lagares [500]
Matheus Souza Amorim [501]

RESUMO

Esse trabalho faz uma reflexão sobre como a utilização de jogos numa abordagem dialógica e investigativa pode contribuir nas aulas de matemática. Esta abordagem se fundamenta em Freire (1996) com as relações dialógicas e em Skovsmose (2000) com os cenários para investigação. Para essa reflexão, discute-se sobre essa perspectiva com o enfoque na história da matemática para que o aluno possa construir um conhecimento com significado, que não seja algo que não saberá onde aplicar. A construção do conhecimento será dada por meio da investigação, onde os alunos devem retirar os dados dos jogos e investigar como deverão prosseguir, o professor neste sentido servirá como um orientador. Buscamos com essa perspectiva poder tornar a aula mais prazerosa e estimulante. Aulas desse tipo colocam os alunos diante de situações para serem discutidas e refletidas visando a organização de suas experiências e a criação de sequências de ações e de explicações para os conteúdos/problemas trabalhados. Assim, os alunos compreendem-se como corresponsáveis pelo seu aprendizado e buscam: o estabelecimento de contato com o colega estudo; aproximações para o assunto estudado, insistindo em compreendê-lo por meio de questionamentos e exames da situação analisada; abrirem-se para outras perspectivas de ação durante o processo; se posicionar ao expressarem suas perspectivas sobre determinado assunto; reformular suas ideias; avaliar suas estratégias. É possível dizer que a utilização dessa perspectiva possibilita maior interação dentro da sala de aula, com vistas à produção de conhecimento.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. História da Matemática. Diálogo. Investigação Matemática.

[499] Universidade Estadual de Goiás (UEG). danielantoniosilvadearaujo@gmail.com.
[500] Universidade Estadual de Goiás (UEG). saralagares@outlook.com.
[501] Universidade Estadual de Goiás (UEG). msamorim01@gmail.com.

INTRODUÇÃO

A matemática, assim como qualquer outra disciplina da grade curricular, tem o objetivo de tornar os alunos sujeitos críticos e autônomos a fim de poderem tomar suas decisões e arcar com as consequências das mesmas. Porém, como seria possível promover tal autonomia utilizando apenas uma metodologia tradicionalista fundada na repetição e fixação de conceitos? Entendemos que o papel do professor é bem maior que esse, não se restringe a (re)passar informações e técnicas como exemplos a serem seguidos pelos alunos. Para além disso, o professor tem a responsabilidade em contribuir com a formação de sujeitos críticos, autônomos e produtores de conhecimento.

Essa produção de conhecimento, concordando com Freire (1996), se dá por meio da interação com o outro quando, por exemplo, abrimos oportunidade na aula de matemática para que os alunos explorem e formulem questões, organizem dados e levantem conjecturas, testem e reformulem essas conjecturas, avaliem e justifiquem os resultados alcançados. O diálogo estabelecido por essa relação proporciona um ambiente em que os alunos negociam significados entre si, acompanhados pelo professor e, consequentemente se compreendam como sujeitos produtores de conhecimento.

O trabalho com jogos na sala de aula pode ser uma motivação a mais para a discussão de assuntos matemáticos, potencializando interações na sala de aula, por meio de questionamentos a respeito do objeto de estudo. Contudo, para que essa motivação aconteça, é necessário que haja envolvimento dos alunos na ação de jogar. Fazer isso os permite vivenciar a responsabilidade de elaborar compreensões sobre um assunto matemático no lugar de receber todo o conhecimento pronto do professor. Esse é um processo que está intimamente ligado à abertura ao diálogo.

Os PCN de Matemática consideram que “o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um “fazer sem obrigação externa e imposta”” (BRASIL, 1998 p. 47). Nesse sentido, o trabalho com jogos na aula de matemática pode estimular o envolvimento nas tarefas por proporcionar, muitas vezes, uma sensação de prazer aos jogadores, nesse caso, estudantes em sala de

aula. Ao utilizar o jogo como um recurso para criar um ambiente de ensino e aprendizagem mais estimulador o professor promove o desenvolvimento de conhecimentos, habilidades, atitudes, valores e emoções que são necessários para conviver em contextos sociais, heterogêneos, variáveis, incertos e saturados de informação (BRASIL, 1998).

Não buscamos uma promoção de conhecimento onde os alunos não vejam a função daquele saber. Queremos proporcionar aos alunos um conhecimento significativo, um conhecimento que terá aplicações em vários ramos do saber e no dia-a-dia dos mesmos. Pois como afirma Santos (2007) a matemática e seus conhecimentos muitas vezes acabam se ampliando para o contexto de várias outras ciências e como professores devemos levar nosso alunado a compreender este fato.

Para que isso se torne possível, trabalharemos utilizando a perspectiva da História da Matemática, para podermos levar aos alunos um ambiente de ensino contextualizado. Segundo Santos (2007) um ambiente deste tipo faz com que o interesse dos alunos pelas aulas aumente significativamente pois eles conseguem perceber que este conhecimento será usado também fora do ambiente escolar.

Entretanto esta contextualização não se da somente em formular “probleminhas” que falam de coisas que o aluno observa no seu dia-a-dia. De acordo com Duarte (1997) quando falamos de contextualizar o ensino de matemática, estamos falando de utilizar os conhecimentos internalizados dos alunos e suas vivencias para que baseados neles, possam se sentir autores da construção de um novo saber.

Um exemplo disso seria o professor pedir para que os alunos pesquisem o valor de um determinado produto e sua variação de um mercado para outro, para que analisem o percentual que economizariam deixando de comprar no mercado X para comprar no mercado Y. Dessa forma os alunos poderiam ver como a matemática pode ser aplicada no seu cotidiano, além de estarem inseridos ativamente na atividade proposta pelo professor.

Esta perspectiva da História da Matemática para contextualizar o ensino, fazendo com que o aluno seja ativo no seu processo de aprendizagem é uma ótima forma de proporcionarmos aos alunos ambientes onde eles sejam autônomos e críticos em seu processo de aprendizagem. Concordamos com Freire (1996), que no lugar de

mero receptor e reprodutor de informações, o aluno deve apropria-se destas, produzindo seu conhecimento para ser, cada vez mais, capaz de ler o mundo de forma crítica. Sendo esse um dos papéis fundamentais da escola, como centro de produção de conhecimento.

A preocupação em contribuir com a formação de um sujeito crítico é imprescindível para viabilizar um ambiente onde alunos e professor dialoguem entre si, com respeito e abertura às contribuições de uns com os outros e com curiosidade epistemológica, uma curiosidade metodicamente rigorosa que foge do senso comum, curiosidade crítica para a superação de um conhecimento ingênuo. Essa abertura ao mundo e aos outros é o gesto que confirma a relação dialógica de seres no mundo e com o mundo.

Uma boa forma para os professores construírem essa relação dialógica sugerida por Freire (1996) pode ser a realização de um trabalho com jogos fundamentados na História da Matemática para a contextualização destas atividades.

A partir dessas considerações, buscaremos por meio de uma abordagem dialógica e investigativa, e com a utilização de ambientes contextualizados, refletir sobre a possibilidade de superar um ensino e aprendizagem pautado na repetição e reprodução na sala de aula de Matemática.

UTILIZANDO JOGOS NA AULA DE MATEMÁTICA

Quando o professor utiliza um jogo para o ensino da matemática, há a necessidade de que os alunos compreendam os aspectos do jogo, pois, somente assim, eles conseguirão participar da atividade.

Cabe ressaltar, no entanto, que, como afirma Janilek (2005), os jogos, em si, não fazem com que os alunos compreendam os aspectos matemáticos envolvidos nele. Entretanto, a relação vivenciada entre os alunos e o jogo pode contribuir amplamente para que os educandos deem significados para os conceitos envolvidos e, dessa forma, possam construir seu conhecimento.

Grando (2000) afirma ser fundamental proporcionarmos aos alunos atividades que possibilitem que eles caminhem da imaginação à abstração por meio de um processo de levantamento de hipóteses, de estratégias e de resoluções de problemas. Esse caminho pode ser trilhado com o uso de jogos em sala de aula, uma vez que estes podem possibilitar aos alunos um envolvimento mais natural nesse processo de levantamentos de hipóteses e de estratégias.

O envolvimento dos alunos poderá ser visto pelas perguntas que fazem durante as jogadas, tais como: “Por que isso?”; “Como chegar naquilo?”; “Qual a melhor estratégia para ganhar esse jogo?”. Perguntas desse tipo podem auxiliar na reflexão sobre os conceitos matemáticos trabalhados. Pensamos que ambientes desse tipo também podem proporcionar aos alunos a sensação de estar em um ambiente mais prazeroso. Um ambiente deste tipo pode contribuindo para motivar o alunado a questionarem mais, expressarem mais suas opiniões e argumentos e, nesse processo, desenvolverem sua capacidade crítica.

Esse trabalho envolvendo os jogos na sala de aula está associado a uma abordagem pedagógica dialógica e investigativa. Fundamentada pela relação dialógica sugerida por Freire (1996) e pelos cenários de investigação sugeridos por Skovsmose (2000). Essa relação dialógica pode ser observada nas atividades pois os alunos deverão estar a todo momento dialogando com seu grupo, e em muitas vezes com outros grupos, para diagnosticar a melhor estratégia para vencer o jogo. Esse dialogo será baseado no respeito e na aceitação de opiniões divergentes, pois dificilmente os integrantes dos grupos pensarão na mesma estratégia. Os cenários de investigação podem ser observados nos levantamentos de hipóteses e nos seus testes para verificar se elas são ou não eficientes para aquele determinado problema. Neste processo eles estarão investigando a todo momento qual pode ser a melhor maneira de chegarem ao seu objetivo

Para a realização das atividades em sala os alunos são convidados a se organizarem em grupos. Buscamos, dessa maneira, promover a interação entre eles para compartilharem suas opiniões sobre os conceitos estudados em cada jogo. Para isso, eles precisam formular explicações sobre o porquê de seu grupo estar correto e o

porquê de o outro não estar. Isso pode contribuir para que desenvolvam sua criticidade e sua oralidade.

Agir dessa maneira significa compartilhar a responsabilidade do processo de ensino e aprendizagem com os alunos. Nesse sentido, o professor está promovendo a criatividade, ou seja, indo além de um ensino com um professor transmissor de informações e técnicas de resolução de exercícios aos alunos que, em muitas vezes, são considerados bons por sua capacidade de reproduzir o conteúdo trabalhado. Este modelo de ensino é esboçado por Skovsmose (2007, p. 26) por meio da metáfora da viagem. Nela os alunos viajam, realizando uma quantidade quase interminável de exercícios, e o professor os incentivaria a chegar ao final da seguinte forma: "– Estamos em dia. – Estamos um pouco atrasados, mas nós chegaremos ao final." (SKOVSMOSE, 2007, p. 26). Para ele tal prática teria muito mais a ver com tornar os alunos reprodutores de comandos externos do que contribuir para tornarem-se sujeitos críticos que refletem sobre o objeto de estudo.

A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A matemática, não raro, está inserida em diversos ramos de outras ciências, por esse motivo sua compreensão se torna essencial para que os cidadãos consigam desempenhar suas respectivas funções sociais. Essa ciência relacionada com sua história pode fornecer meios eficazes para compreendermos e atuarmos no mundo que nos cerca. Meios como: saber identificar e manipular dados relevantes em algumas situações-problemas do cotidiano, fazer estimativas, elaborar métodos para resolução de determinados problemas, analisar situações e propor algumas soluções fundamentadas no saber matemático.

Muitas vezes os estudantes podem encontrar dificuldades em aprender matemática pelo fato de o professor ensinar apenas as regras e os procedimentos que deverão usar, limitando o aluno de compreender os conceitos importantes para aquele conhecimento. A utilização da História da Matemática deve ser aplicada justamente neste ponto, para trazer ao aluno o conhecimento sobre determinados conceitos e suas aplicações.

Isto porquê, com o uso da História da Matemática podemos analisar as dificuldades encontradas pelos matemáticos antigos para elaborarem os conceitos que estudamos hoje, e por meio destas dificuldades compreendermos onde podemos aplicar determinado conhecimento e onde este conhecimento pode ser considerado inútil.

Além disso, a História da Matemática pode contribuir para que o professor leve aos alunos um ambiente contextualizado, como dissemos anteriormente, um ambiente em que o aluno se sinta parte integrante e se veja como autor ativo do processo.

Como afirma Santos (2007) a contextualização em matemática pode ser bastante útil por conseguir retirar o aluno da situação de expectador passivo, ao inseri-lo na situação-problema e proporciona-lo um conhecimento significativo.

Os saberes fora do contexto dos alunos, têm se mostrado ineficazes para a produção de conhecimento. Como os estudantes não veem uma aplicação para aquele conceito ensinado pelo professor, ele apenas o memoriza para poder realizar uma atividade avaliativa e não é capaz de utiliza-lo em outros momentos fora do ambiente escolar.

Uma outra importância para o uso da História da matemática ainda segundo Santos (2007) é poder compreender os símbolos utilizados em diversas operações. Muitas vezes fazem cálculos utilizando sinais que não sabem o seu real significado, com isso muitas das dificuldades encontradas pelos alunos em estudar matemática é não conseguir ler e interpretar a linguagem utilizada nos problemas e podendo sentir um retração ao estudo desta ciência, essa retração pode não ocorrer por terem dificuldades com os algoritmos, mas sim por não saberem interpretar a linguagem e os sinais utilizados.

A História da Matemática pode ser um facilitador para que o aluno consiga identificar as várias manifestações da matemática no mundo contemporâneo, pois segundo D'Ambrósio (1997) as manifestações matemáticas vão além da álgebra, das manipulações de números ou de cálculos de áreas. A matemática se manifesta em toda relação quantitativa e nas formas espaciais encontradas no mundo moderno. Com isso encontramos matemática nos artesanatos, nas artes e nas práticas comerciais.

Utilizando destas diversas manifestações o professor poderá trazer um ambiente contextualizado e mais estimulador ao aluno.

Desta forma, a História da Matemática poderia estar mostrando não somente para o aluno, como também para o professor que a matemática que vemos nas escolas não é o único movimento possível desta ciência.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio deste trabalho pude identificar como aulas utilizando os jogos fundamentados na História da Matemática pode ser uma forma bastante agradável de compartilharmos a responsabilidade das aulas com o nosso alunado.

Com os jogos podemos criar ambientes em que o aluno sinta vontade de participar das atividades propostas. Com isso ele não estará desenvolvendo as atividades de forma obrigatória, mas sim por desejar fazer o que lhe é proposto. Além disso, com este recurso os alunos ganharão uma grande liberdade para poderem elaborar e realizar os procedimentos que acharem, com o grupo, o mais eficaz para solucionar determinados problemas.

Através disso estaremos proporcionando uma interação e uma comunicação entre os grupos o que pode ocasionar numa evolução de suas capacidades oratórias.

Com o uso da História da Matemática, buscaremos tornar esse ambiente dos jogos contextualizados, afim de que o aluno possa identificar que aqueles procedimentos que eles desenvolveram não se limitam apenas ao âmbito escolar, e que poderão aplica-los no seu cotidiano.

Além disso, ela auxiliará para a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos nas atividades. Para que o ato de jogar seja tenha um objetivo pedagógico e não seja visto apenas como uma maneira de descontrair a turma.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL**. Parâmetros curriculares nacionais: matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática.** Campinas: Papirus, 1997.

DUARTE, Estefânia Fatima. **Contextualização em Educação Matemática.** UEMG, 1997.

FELICIANO, Léa Paz da Silva. **Teoria dos jogos: uma nova proposta para o ensino médio.** 2007. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica (PUC) – São Paulo, SP.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

ESCOLA PITAGÓRICA NO CONTEXTO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

João Pedro Marques Oliveira[502]
Rodrigo Bastos Daude[503]
Gabrielle Correia Silva dos Santos[504]

RESUMO

Esse estudo visa refletir sobre a importância da história da matemática, mais especificamente sobre a escola pitagórica. Para isso foi produzido um texto sucinto falando do processo da evolução da matemática no decorrer no tempo, a partir do contexto histórico explicando sobre as primeiras relações matemáticas por meio da relação biunívoca no período da pré-história e como isso mudou a vida dos seres humanos nesse período. Após discorremos sobre os surgimentos de diversas bases numéricas em diferentes lugares do mundo, em seguida comentando sobre o início da geometria demonstrativa com Tales de Mileto, chegando assim na principal discussão aqui proposta, o estudo sobre a contribuição de Pitágoras de Samos e a escola pitagórica. Para a realização desse trabalho foi necessário realizar uma pesquisa bibliográfica que segundo Severino (2007), tem como principal característica revisar e analisar estudos já realizados. As principais referências bibliográficas foram Boyer (1996) e Eves (2004). O presente estudo contribuiu para mostrar a importância de Pitágoras e dos pitagóricos na evolução da matemática e as contribuições para a matemática e para a sociedade atual. A exemplo o Teorema de Pitágoras, utilizado mundialmente, e também as relações dos números amigáveis, bem como as contribuições dessa escola na música.

Palavras-chave: Escola Pitagórica. História da Matemática. Pitágoras.

[502] **Universidade Estadual de Goiás (UEG). joaopedro.mat.go@gmail.com.**
[503] **Universidade Estadual de Goiás (UEG). rodrigo.daude@ueg.com**
[504] **Universidade Estadual de Goiás (UEG). gabriellerepre2a2015@gmail.com**

INTRODUÇÃO

O presente artigo parte da preocupação de estabelecer uma relação entre a história da matemática e a escola pitagórica. O objetivo dessa investigação pautou em relatar a importância da escola pitagórica e da história da matemática na relação com sociedade atual.

Para atingir tal finalidade foi necessário realizar uma pesquisa bibliográfica, que de acordo Severino (2007), é uma pesquisa realizada a partir de estudos já realizados, onde se tem como referência livros, artigos e teses e vários outros documentos. Junto a isso também foi realizada uma pesquisa de cunho exploratória, que permite-nos configurar o movimento de pesquisa como um estudo de caso, de tal modo que vai centralizar em um caso especifico, Escola pitagórica.

No primeiro momento discorremos sobre a história da matemática, dando início no período da pré-história, comentando sobre a relação biunívoca. Após comentou-se sobre o surgimento das bases numéricas, depois prosseguimos a partir da geometria, apontando a história de Tales de Mileto visitando assim a origem da geometria demonstrativa, chegando em Pitágoras de Samos, fundador da Escola Pitagórica, então apontando para a importância dessa escola para a sociedade atual.

INÍCIO DA CONTAGEM

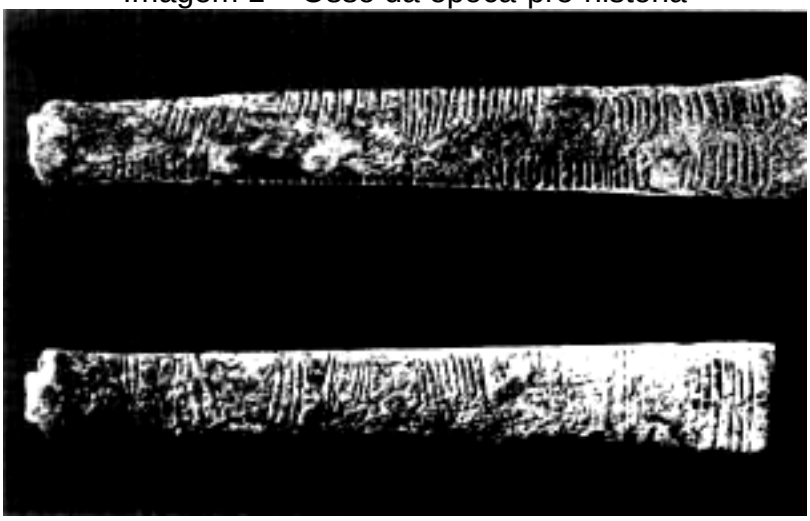
As primeiras notícias das relações matemáticas de acordo com Eves (2004) são do período da pré-história com os povos nômades, e com grandes mudanças quando os seres humanos estavam em processo de mudanças de nomadismo para fixação na terra. Mediante isso pode se afirmar que a transição do modo como os seres humanos passaram a viver interferiu drasticamente na evolução das ideias matemáticas e essas também contribuíram para a evolução do homem.

Com esse procedimento de mudança de vida sugiram novas necessidades, por exemplo, controle das quantidades de objetos, animais e de pessoas da tribo (EVES 2004). A relação biunívoca, ou seja, a correspondência de cada elemento de um

conjunto com outro elemento de um conjunto diferente foi o que permitiu estabelecer os primeiros parâmetros no processo de contagem. Eves (2004) confirmou que esse método era utilizado para a contagem de carneiros e de outros animais, onde cada animal correspondia a uma marca em um osso, pedaço de madeira ou até no chão, também era usado as “juntas” dos dedos ou fazia nós em um pedaço de corda para fazer essa relação.

A imagem 1 evidencia um exemplo de como eram contabilizadas as informações:

Imagem 1 – Osso da época-pré-história



Fonte: Eves (2004, p.26)

Então podemos afirmar que essa relação biunívoca realmente aconteceu, porém, em cada região esse processo era diferente, pois com vimos em Eves (2004) havia formas distintas no processo de escrita. A justificativa se deve ao fato de que todos os registros eram feitos a partir do que se dispunha em abundância no ambiente a sua volta. Se houvesse um osso, a descrita era feita dele, se houvesse madeira era na madeira, e assim cada tribo ou povo foram demarcando suas formas próprias de organização das ideias matemáticas.

Naturalmente os conceitos e ideias matemáticas foram evoluindo, tomando-se mais complexos à medida que a comunidade/civilização foi necessitando de novas formas de sobrevivência. Podemos exemplificar outro passo importante que foi a contagem por meio da voz, de acordo com Boyer (1996), demorou vários anos para chegar até uma ideia que hoje chamamos de par.

É preciso deixar claro que existiam diferentes formas e sons para nomear dois objetos, por exemplo: junta de bois, casal de carneiros, par de meias, dupla de amigos. Eves (2004) permite-nos afirmar que essa organização por meio de sons e registros físicos foi o primeiro passo para constituir as bases numericas.

Devido às contagens mais extensas, atualmente a matemática utiliza os números na base dez (EVES, 2004). Convergindo nesse apontamento, Boyer (1996, p.3) expôs que: “Como Aristóteles observou há muito tempo, o uso hoje difundido do sistema decimal é apenas o resultado do acidente anatômico de que quase todos nós nascemos com dez dedos nas mãos e nos pés.” Isso explica o fato de diferentes povos ao redor do mundo utilizarem a mesma base numérica.

Ratificando a ideia da consolidação da base dez, Boyer (1996) trouxe a ideia do significado das palavras na língua inglesa *eleven* (onze) e *twelve* (doze) que é *eleven,* que significa “um a mais” e *twelve “*dois a mais”, fazendo a relação com a base a dez, ou seja, um a mais de dez ou dois a mais de dez. Já Eves (2004) concluiu que a palavra *eleven* que vem da palavra *ein lifon* que significa “uma acima de dez”, como esse processo acontece até o vindo que é *twenty* que significa “dois dez” e assim se dá todo o processo.

Existem registros de outras bases como exemplo, a base cinco, sendo que atualmente algumas tribos da América do Sul ainda utilizam esse sistema de base numérico. Há também sistema vigesimal que de acordo com Eves (2004) foi vastamente usado, sendo utilizado pelos índios e também pelos povos maias, e também o sistema sexagesimal, ou seja, a base sessenta, que de acordo com Eves (2004) foi utilizada pelo os babilônios.

Temos consciência da quantidade de situações históricas e das diversas civilizações o qual a matemática foi importante. Sem querer desmerecer isso, mas em busca do objetivo dessa proposta, avançamos com uma atenção especial para a geometria e suas implicações para escola pitagórica.

HISTÓRIA DA GEOMETRIA

Segundo Boyer (1996) não é possível afirmar uma data correta do início da geometria, pois é mais antigo que a arte da escrita. Não há registros da origem, porém nas pinturas da época do neolítico já havia uma certa preocupação com a simetria das figuras. Apesar da dificuldade de marcar uma data correta, podemos por meio dos estudos das pinturas rupestres e dos objetos encontrados dessa época que nesse período havia noções geométricas sem que eles tivessem essa ideia formulada.

A origem da geometria é um assunto muito complicado, segundo Boyer (1996), nem mesmo Heródoto e Aristóteles comentaram sobre a geometria antes da geometria egípcia. Boyer (1996) exemplifica Heródoto comentando sobre a origem da geometria egípcia, evoluída por meio das necessidades práticas do cotidiano a partir das medições dos terrenos próximos ao Rio Nilo como a principal fonte de motivação para o desenvolvimento da matemática. Já Aristóteles, para Boyer (1996), falou que a geometria se deu iniciou por meio do lazer dos sacerdotes. Não podemos afirmar o surgimento da geometria a partir dos egípcios, mas podemos concluir que essa civilização foi de suma importância para a evolução da geometria de modo geral, pois forneceu base para diversos matemáticos em seus estudos.

Um desses matemáticos foi Tales de Mileto (Mileto 624 a.C- 546 a.C). Sem dúvida nenhuma Tales de Mileto é uns dos matemáticos mais conhecidos no mundo inteiro, porém, não há muitas informações sobre ele devido à ausência de documentos da época. Para Eves (2004), Tales iniciou sua vida como mercador e se tornou um homem muito rico. Dedicou a parte final da sua vida para viagens exploratórias e seus estudos. Uma dessas viagens foi possivelmente para o Egito, onde despertou à vontade pelo estudo do cálculo de altura.

Tales iniciou uma nova era da matemática, onde foi demostrado e respondido algumas inquietações, por exemplo: por que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais? (EVES 2004). Tales olhou a matemática com outra visão, contribuindo para um novo olhar, fazendo a base para que os próximos matemáticos pudessem fazer mais avanços na área da matemática demonstrativa, provando e explicando os teoremas.

QUEM FOI PITAGORAS?

Algum tempo depois, Pitágoras (Samos, 570 a.C.-495 a.C.) nascido em Samos, sendo assim conhecido como Pitágoras de Samos. Samos era umas das ilhas de Dodecaneso, localizada perto de Mileto, cidade de Tales. A partir de Boyer (1996), pode-se afirmar que Pitágoras era diferente de Tales, como já foi exposto esse último era um homem de negócios, já Pitágoras era um profeta e um místico, um estudioso. Dado a possível data de nascimento de Tales e Pitágoras é quase impossível que um tenha sido discípulo do outro. Realmente no trabalho de Pitágoras existem uma semelhança com o de Tales, porém Pitágoras também viajou para o Egito ou para Babilônia, e talvez chegou a ir até a Índia (BOYER 1996).

Nessas viagens Pitágoras não adquiriu somente ideias matemáticas, mas também conhecimentos na área da astronomia e questões religiosas. No período de Pitágoras a Grécia estava em uma situação política complicada, devido ao fato que o poder estava nas mãos dos tiranos Polícrates, Jônia e controle dos povos persas (EVES 2004). A instabilidade política o levou a deslocar para o porto marítimo de Crotona, ao sul da Itália onde na época era uma colônia grega. Nessa região ele fundou a sua própria escola.

INÍCIO DA ESCOLA DE PITÁGORAS

Pitágoras fundou a sua escola, sendo assim chamada de Escola Pitagórica e seus componentes de “Os Pitagóricos”. Eves (2004) afirmou que essa escola não era somente uma escola de matemática, mas sim um de ensino de diversas área, filosofia, matemática e ciência naturais com um código de conduta muito rígido (BOYER 1996). Por exemplo, os membros da instituição não podiam comer carne, sendo assim sendo todos os membros tinha que ser vegetarianos, acreditavam na transmissão da alma, ou seja, na reencarnação da alma e assim tinha a preocupação de não matar alguém ou até mesmo um animal que poderia ser a reencarnação de um amigo morto.

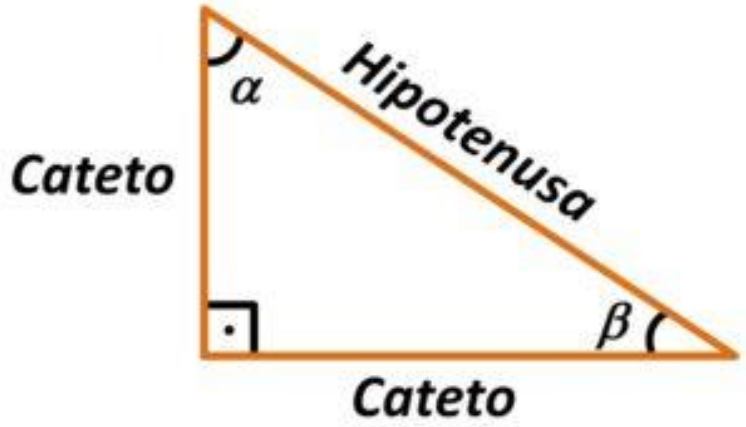
Por ser uma irmandade, de acordo com Eves (2004), todas as descobertas eram publicadas no nome de seu fundador (Pitágoras). Por esse fato é difícil afirmar quais foram os estudos e descobertas do próprio Pitágoras, ou dos membros da irmandade. Até mesmo após a morte de Pitágoras os membros da irmandade publicaram trabalhos em seu nome.

É importante ressaltar que o lema da Escola Pitagórica era “Tudo é Número” por causa das associações dos números com o ambiente, segundo Boyer (1996), os babilônios também tinham essa associação. Desde o movimento do céu e o valor dos escravos havia uma associação numérica.

Um dos principais resultados atualmente utilizado e conhecido mundialmente é o Teorema de Pitágoras, que afirma dado um triangulo retângulo que a hipotenusa ao quadrado é igual à soma dos catetos ao quadrado.

Ilustrativamente temos a imagem 2:

Imagem 2 – Triangulo Retângulo



Disponível em: https://www.dicasdecalculo.com.br/relacoes-trigonometricas/triangulo-retangulo/ Acesso em: jan. 2019.

Porém Eves (2004) afirma que esse teorema já era conhecido pelos babilônios dos tempos de Hamurabi, cerca de mais de um milênio antes, porém a demonstração foi feita pelo Pitágoras.

Os pitagóricos tiveram possíveis avanços significativos na matemática demonstrativa, na qual é importante mostrar o porquê o processo dá certo, por meio de demonstração algébrica.

O PENTAGRAMA DOS PITAGÓRICOS

Segundo Boyer (1996) o pentagrama era o símbolo característico da escola pitagórica, como se vê na imagem 3:

Imagem 3 – Pentagrama



Disponível em: https://www.significados.com.br/pentagrama/ Acesso em jan. 2019.

Um pentagrama é uma estrela de cinco pontas e foi objeto de estudo dos pitagóricos. Os pentagramas contêm certas razões que é chamada de “secção áurea”, porém esse nome foi utilizado somente depois de dois mil anos da existência dos pitagóricos.

A secção áurea é a razão entre dois segmentos de uma reta, gerando um número irracional que é próximo de 1,61, por exemplo, seja dois segmentos um sendo a e outro b, temos que a/b = a+b/a = 1,61.

A “secção áurea” também é encontrada na arte, música, animais e nas construções antigas na antiga Grécia. Boyer (1996, p.35) trouxe a fala liricamente de Kepler “A geometria tem dois grandes tesouros: um é o teorema de Pitágoras; o outro, a divisão de um segmento em média extrema razão. O primeiro pode ser comparado a uma medida de ouro; o segundo podemos chamar de jóia preciosa”.

Não podemos afirmar até onde foram os estudos dos pitagóricos sobre o pentagrama, mas provavelmente foi um tópico de estudo da irmandade, principalmente os números pentagonais.

Outra descoberta supostamente dos pitagóricos foram os números amigáveis, conforme Eves trouxe:

> Admite-se geralmente que os primeiros passos no sentido do desenvolvimento da teoria dos números e, ao mesmo tempo, do lançamento das bases do futuro misticismo numérico, foram dados por Pitágoras e seus seguidores movido pela filosofia da fraternidade. Assim é que Jâmblico, um influente filósofo neoplatônico que viveu por volta de 320 d.C., atribui a Pitágoras a descoberta dos *números amigáveis*. (2004, p.98)

Os números amigáveis são os pares de números cuja a soma dos divisores de um número é igual ao outro número, por exemplo o 220 e 284. Também segundo Eves (2004) havia uma crença sobre esses números, onde que dois talismãs selariam uma amizade perfeita se houve-se esses números dentro deles, esses dois números citados também tiveram importância na magia, na feitiçaria, na astrologia e na determinação de horóscopos.

Segundo Eves (2004) é atribuído aos pitagóricos os números perfeitos, deficientes e abundantes, todos com uma relação mística e numerológica. Os números perfeitos são os números inteiros que a soma dos seus divisores inteiros eliminando ele mesmo, é igual a ele próprio. Já os números deficientes são os números cuja a soma dos seus divisores inteiros exceto ele mesmo, é menor que ele próprio. Já os abundantes seguem a mesma ideia, porém a soma é maior que ele. Um exemplo dessa relação mística é o número seis, relacionado ao fato que Deus criou o universo em seis dias, sendo que seis é um número perfeito.

As várias questões ainda para ser analisadas sobre os números perfeitos, até hoje não foi encontrado um número perfeito que seja ímpar, porém não podemos afirmar que não existam números perfeitos ímpares, mas graça o Leonhard Paul Euler (Basileia, d.C. 1707- d.C. 1783) o processo para descobrir os números perfeitos ficou mais fácil, mas não vamos dar foco para isso, pois não é o objetivo do trabalho.

Segundo Eves (2004) nem todos os historiadores da matemática atribuíram os números amigáveis e perfeitos a Pitágoras e aos pitagóricos, mas há uma concordância sobre os números figurados. “Esses números, que expressam o números de pontos em certa configurações geométrica, representam um elo de ligação entre a geometria e aritmética.” (EVES, 2004, p.100).

Esses números figurados ou números figurativos, se dá pelos números triangulares, quadrados e pelos pentagonais, segundo Eves (2004), pode-se constituir teoremas referentes a números figurados de modo puramente geométrico. Porém pode ser provado algebricamente também.

As contribuições para a atualidade da escola pitagórica não era somente matemática, mas sim diversas outras áreas. A música também estava presente no ensino dessa escola, onde foram feitas várias descobertas, como trouxe Boyer:

> Conta-se que Pitágoras observou que quando os comprimentos de cordas vibrantes podem ser expressos como razões de números inteiros simples, como dois para três (para a quinta) ou três para quatro (para a quinta), os tons serão harmoniosos. [...]. Aqui temos talvez as mais antigas leis quantitativas da acústica – talvez as mais antigas leis quantitativas da física. (1996, p. 38)

Há estudos que apontam que esse processo aconteceu por meio de um estudo utilizando um monocórdio, que é um instrumento musical composto somente por uma corda, até hoje essas razões são utilizadas na música. E essas leis da acústica são mantidas atualmente. Segundo Eves (2004) isso levou os pitagóricos serem considerados os primeiros a registrar estudos relacionando a física-matemática.

Mas tudo tem um fim, e não foi diferente para Pitágoras e os pitagóricos.

> Com o tempo, a influência e as tendências aristocráticas da irmandade tomaram-se tão grande que as forças democráticas do sul da Itália destruíram os prédios da escola fazendo com que a confraria se dispersasse. Segundo um relato, Pitágoras fugiu para Metaponto onde morreu, talvez assassinado, com a idade avançada entre setenta e cinco e oitenta anos de idade. A irmandade, emborra dispersa, continuou a existir por pelo menos mais dois séculos. (EVES, 2004, p, 97)

É triste saber que essa escola teve esse fim, porém esse evento já mais vai apagar a grandeza dessa irmandade, pois as possíveis contribuições dessa irmandade para a matemáticas e outros campos foi de suma importância no desenvolvimento de diversas áreas.

Claramente os pitagóricos tinham um grande interesse pelo estudo da matemática, pois até depois da morte de Pitagoras a irmandade não acabou imediatamente.

As possíveis contribuições dos pitagóricos foram de grande relevância para a matemática, e talvez poderia ter sido ainda maior se não fosse esse acontecimento, e também talvez poderia ter registros originais dos trabalhos feitos pela escola.

CONSIDERAÇOES FINAIS

A importância desse trabalho é mostrar através da História da Matemática as contribuições de cada povo na evolução da matemática, principalmente de Pitágoras e dos pitagóricos.

Sabemos que a matemática foi e está sempre em um processo de evolução, onde cada contribuição é relevante para que possa se enriquecer mais essa área. Porém esperamos que com este trabalho proporcione o conhecimento dos possíveis avanços dos pitagóricos na matemática.

Boyer (1996) trouxe que a matemática grega desse período chega mais perto da matemática “moderna” que das outras gerações posteriores. E que provavelmente graças a eles hoje a matemática está com essa moldagem, onde não basta afirmar algo, mas sim demonstrar.

Pode-se afirmar que o conhecimento que hoje se tem sobre a geometria não seria o mesmo se não fosse a demonstração do teorema de Pitágoras, e também tal teorema é uma contribuição para a sociedade atual no cálculo de medidas de altura ou comprimento.

É claro que a contribuições dos pitagóricos foram de suma importância no desenvolvimento da música, pois eles tiveram o interesse para buscar forma de

compreender como se comportava a música pela vibração, utilizando o monocórdio e as escalas músicas, ferramentas que são estudadas até hoje entre os músicos.

Pentagrama objeto de estudo da irmandade, tem várias associações com diversas áreas de estudo e com algumas religiões. Nas artes ele aparece em várias pinturas famosas, a exemplo do Homem Vitruviano de Leonardo Vinci (Anchiano, 1452-1519). Há também um evento quando ocorre que o planeta Vênus entra na órbita do sol, e assim se forma uma estrela de cinco pontas, caracterizando um pentagrama. De forma geral, também há uma associação com os elementos na natureza. E isso aconteceu devido o estudo dos pitagóricos onde eles identificou as razoes e fizeram associações com a natureza.

Com a realização desse artigo foi possível entender e compreender mais sobre a matemática por meio da História da matemática, principalmente sobre Pitágoras e os pitagóricos, e suas contribuições para a matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, Carl B.. **História da matemática** / Carl B. Boyer, revisa por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2 ª edição – São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática** / Haward Eves; tradução Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 23. ed rev. e atual. São Paulo: Cortez 2007.

Dicas de Cálculo. Disponivel em <https://www.dicasdecalculo.com.br/relacoes-trigonometricas/triangulo-retangulo/>. Acesso em janeiro de 2019.

Significados. Disponível em <https://www.significados.com.br/pentagrama/> Acesso em janeiro 2019.

ISSN 2236-4102

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA SEGUINDO UMA PERSPECTIVA DE ENSINO DOS NÚMEROS NATURAIS
uma estratégia metodológica na percepção da ansiedade matemática

Geyce Magalhaes Moraes[505]
Delliene da Silva Correa [506]
Lucas Morais do Nascimento[507]

RESUMO

Este artigo aborda relatos de experiências vivenciadas em sala de aula durante o período de estágio I no nível do Ensino Fundamental, com o intuito de desenvolver o conhecimento matemático na perspectiva da neurologia. Com isso, o artigo apresenta observações de alguns aspectos cruciais relacionados à ansiedade matemática em alguns estudantes do 6° ano, tendo como assunto primordial três aspectos que ocasionam a inquietação dos estudantes com relação à matemática, baseando-se na manifestação de estímulos aversivos tais como: fisiológico, cognitivo e comportamental. Dessa forma, desenvolvemos a História da Matemática como alternativa metodológica de ensino para introduzir um breve conhecimento sobre Operações com Números Naturais, partindo dessa estratégia aplicamos na sala de aula um jogo do Bingo da Multiplicação, como ferramenta de ensino para uma possível melhoria do aprendizado matemático. Assim, obtivemos resultados satisfatórios que nos conduziram a escrita deste artigo, pois a História da Matemática proporcionou um novo olhar para o aprendizado matemático dos alunos.

Palavra-Chave: História da Matemática, Ansiedade Matemática, Números Naturais, Estímulos Aversivos.

[505] Universidade Estado do Pará (UEPA). delliene_2014@hotmail.com
[506] Universidade Estado do Pará (UEPA). geycemagalhaesoliveira@gmail.com.
[507] Universidade do Minho (UM). lucas_morais31@yahoo.com.br.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho descreve uma pesquisa realizada na disciplina de Prática de Ensino de Matemática I, na qual possui o intuito de descrever uma das tendências da Educação Matemática como contribuição para o ensino fundamental, assim optamos por desenvolver a História da Matemática como metodologia de ensino para o desenvolvimento do artigo. Dessa forma, buscamos desenvolver um estudo sobre os Números Naturais com a aplicação de operações multiplicativas.

Assim, durante a pesquisa percebemos um baixo nível de entendimento dos alunos em vista do assunto em questão, pois de acordo com a observação, percebemos que a maioria dos estudantes tem receio de entender matemática e visualizam-na como um conteúdo de difícil compreensão, sem ter ligação com a realidade. Nesse aspecto, a História da Matemática contribuirá para o ensino de matemática, visto que, pode estar presente em vários contextos diferentes, na qual suas contribuições podem estar relacionadas com a apresentação do lúdico, pesquisa, roda de conversa e entre outros.

Nessa perspectiva, buscamos analisar o grau de cognição dos estudantes e compreender as suas dificuldades nos estudos de matemática, partindo de algumas indagações feita com os estudantes, assim, pudemos identificar um dos possíveis problemas no aprendizado que estaria relacionada com a ansiedade à matemática, que se desenvolve na produção de diferentes estímulos aversivos. Esses estímulos podem ser manifestados em três maneiras entre eles são cognitivos: avaliações ou pensamentos negativos antecipados; fisiológico: Estimula o sistema nervoso, criando fragilidade de luta/fuga; comportamental: elaborar forma de fugir ou evitar estímulo aversivo da situação presente ou futuras.

Diante disso, a História da Matemática fez necessário para romper com os paradigmas criados no pensamento do aluno sobre a matemática, além disso, essa metodologia surgiu como um suporte para o contexto de sala de aula que possibilita novas formas de analisar e meditar a matemática, assim, torna-se um ciclo de pensamentos aprazíveis que visa uma aula dinâmica, agradável e mais humanizada. Com isso, o ponto de vista de alguns autores a História da Matemática é um recurso

didático que pode trazer contribuições na sua aprendizagem, entre eles podemos destacar D´ Ambrósio (2013), Eves (2004), Boyer (1996), Miguel e Miorim (2008).

Segundo Vianna (2000) aborda que o uso de textos categorizados como motivação poderia também ser incluído na categoria de informação, sendo como reconhecimento e aprofundamento do assunto abordado no qual favorece a álgebra e o surgimento de tal conteúdo. O intuito é apresentar a matemática como uma criação humana e mostrar a necessidade e a preocupação de diferentes culturas em momentos históricos distintos.

> "A história deve ser o fio condutor que direciona as explicações dadas aos porquês da matemática. Assim, pode promover uma aprendizagem significativa, pois propicia ao estudante entender que o conhecimento matemático é construído historicamente a partir de situações concretas e necessidades reais. " (MIGUEL E MIORIM, 2004, p 45.)

Assim, podemos compreender que existe um conjunto de conhecimentos a ser ensinado, que instiga a motivação, e a investigação, os quais contribuirá para as mudanças de percepção dos alunos com relação à matemática, proporcionando uma abordagem metodológica de ensino que busca construir um saber matemático.

Dessa forma, abordaremos as experiências vivenciadas em sala de aula como instrumento fundamental para nossa formação, as quais foram analisadas conforme nossas observações no decorrer do período de Prática para o Ensino da Matemática I. Para isso, iniciaremos descrevendo pontos principais de nossa análise em diferentes contextos de experiências, mudanças de comportamento e metodologias diferenciadas de ensino.

BREVE PERCURSO SOBRE OS NÚMEROS NATURAIS

Os números naturais tiveram suas origens junto com a matemática, sendo um conceito fundamental para o desenvolvimento da sociedade primitiva na qual segundo Boyer (1996), descreve que a ideia de número finalmente tornou-se suficientemente ampla e vivida para que se sentisse a necessidade de exprimir a propriedade de algum

modo. Dessa forma, a precisão de contar objetos deu origem ao número natural e todas as civilizações que criaram alguma forma de linguagem escrita, assim desenvolveram símbolos para o número natural e operaram com eles, como descreve Ifrah que:

> "Tudo começou com este artificio conhecido como correspondência um a um, que confere, mesmo aos espíritos mais desprovidos, a possibilidade de comparar com facilidade as duas coleções de seres ou de objetos, da mesma natureza ou não, sem ter de recorrer a contagem abstrata". (IFRAH, Georges, 1989, p.25)

Nesta linha de pensamento, o autor relata em seu livro o exemplo de um pastor que guardava um rebanho de carneiros todas as noites numa caverna, sendo estes cinquenta e cinco animais, o pastor sabia que eram muitos, porém ele não tinha o conhecimento da existência de números, então para uma certeza de que seu rebanho estaria protegido, o autor relata que o pastor sentava na entrada da caverna para recorrer à prática do entalhe. Essa prática correspondia a um procedimento concreto conhecido pelos homens pré-históricos bem antes da existência do pastor (IFRAH, 1989).

Assim, quando os animais entravam na caverna ele fazia um entalhe no pedaço de osso para cada carneiro que passava em sua frente, nisto ele podia controlar a saída dos carneiros e podia verificar se não estava faltando nem um. Dessa forma, o pastor alcançou significado a matemática mesmo sem conhece-lá, utilizando o princípio de correspondência um por um como cita Ifrah (1989) que podemos obter resultados mesmo se a linguagem, a memória ou pensamento abstrato forem completamente falhos.

Diante deste contexto, frisamos o uso da História da Matemática como um elemento metodológico primordial para o desenvolvimento dos nossos relatos, pois ao descobrirmos o surgimento dos números entendemos que sua historicidade poderia minimizar algumas dúvidas dos estudantes com relação ao ensino de matemática. Assim, abordamos a história do "O Pastor e a Caverna", (IFRAH,1989), com o intuito de desmistificar que a matemática não se origina apenas de números, para que a partir do interesse dos alunos sobre a história pudéssemos desenvolver outras atividades.

A CONTRIBUIÇÃO DOS NÚMEROS NATURAIS

Assim, como os Números Naturais se desenvolveram nas civilizações, de acordo com a necessidade da vida humana e as suas contribuições foram de forma de facilitar e de codificar o ciclo da vida assim é multiplicação, na qual surge por uma necessidade de abranger maiores quantidades de números possíveis. A história dos Números Naturais surge de uma precisão de contar os objetos do cotidiano, assim, os PCN´s afirmam que, a História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas. (BRASIL, 1998, p.42)

No ambiente escolar o contexto não é diferente, aprendemos a contar, visualizar as representações numéricas e entre outros, os alunos devem ser levados a vivenciar situações de investigação e descobrimento.

Ao utilizar a História da Matemática nas aulas ocorrerá uma dinamização e um entendimento mais compreensivo do aluno, o mediador pode mostrar o porquê de estudar determinados assuntos e fazer uma relação com a realidade e com outras áreas do conhecimento, deixando de ser uma aula monótona e sem graça. Um simples resgate histórico pode auxiliar o mediador no contexto de ensino aprendizagem, fazendo com que o conteúdo esteja voltado para o cotidiano do aluno.

> “A metodologia de ensina da matemática, basta que o professor sinta a necessidade de modificar sua postura com relação a sua prática, isto é, abrace a sua concepção de que deve tomar consciência de suas ações e encontrar maneiras de fazer com que o aluno faça o mesmo, pois só dessa forma ambos encontrarão caminhos na realidade que lhes conduzirão a construção efetiva de conhecimentos, que por sua vez, trarão maior compreensão à realidade. ” (Gomes, 2005, p.22)

Assim, podemos perceber que os números fazem parte o tempo todo, e as suas contribuições foram de tal importância, assim percebemos que o uso dos algarismos habitual no espaço em vivemos como, por exemplo: relógio, quantidade de alunos numa sala, em pesquisa qualitativa e outros. Em um conjunto tão simples e ao mesmo tempo complexo de ser estudado, com isso visamos em um fator importante

sobre o estudo no qual se categoriza a operação multiplicativa. Esse modelo de operação é empregado em situações em que precisamos utilizar, visto que esse algoritmo é associado em cálculos mentais ou usuais.

IDEIAS BÁSICAS DE MULTIPLICAÇÃO

Para este trabalho, consideramos as ideais de operações utilizando a multiplicação como modelo exploratório, na qual o algoritmo possui suas especificações e entre eles são, o multiplicador e o multiplicando que são chamados de fatores, e o resultado é o produto resultante da multiplicação. Segundo Pereira (2016), a multiplicação nada mais é do que uma soma sucessiva de um dos fatores, ou seja, é a quantidade de vezes que tal fator será somado e é definido pelo outro fator da operação.

Diante desse fato, a multiplicação tem suas restrições e possui algumas propriedades a ser estudado, como comenta Júnior e Castrucci (2009) suas propriedades são comutativo, distributiva e o elemento neutro, respectivamente, a ordem dos fatores não altera o produto, outro ponto é, em uma multiplicação de três ou mais números naturais quaisquer, podemos associar os fatores de modos diferentes e por fim, em uma multiplicação de um numero natural qualquer por 1, o produto será esse número natural.

O ensino da multiplicação é de tão importância na vida do aluno que esse fator pode ser explorado em diversas formas, seja em ábaco, Hanói ou material dourado. Para Toledo e Toledo (1997) diz que, Muitas vezes, apresenta-se ao aluno uma das formas da escrita multiplicativa e, ao introduzir-se a tabuada, utiliza-se de outra forma, o torna ainda mais tortuoso o estudo “dessas terríveis tabelas”.

5. DIFILCUDADES E TRANSTORNOS DE APRENDIZAGEM

Segundo Scriven (1967) a relação com o professor e aluno e caracterizado passivamente e requer profunda mudança de atitude, o autor relata que “O erro do

aluno não é mais considerado como uma falta passível de repreensão, mas como uma fonte de informação essencial, cuja manifestação é importante favorece". Assim, ao analisamos a pauta de Scriven, ocorrem mudanças de comportamento na qual motiva o educar avaliar e considerar o aluno, além disso, pode-se destacar o início da manifestação na oportunidade de acompanhar o desempenho por meio da autoavaliação dando motivação para os meios.

Muitos professores discorrem que corrigir o aluno é algo simples e que não prejudicara sua estrutura educacional, pelo contrato "corrigir" envolve mais que uma resolução errada ou palavras erradas, o ato de correção submerge várias contingências aversivas, se referindo à punição, simplesmente esperamos uma resposta do aluno como se fosse a nossa e por não ser exatamente igual acabamos perdendo o controle de correção, para os professores pode parecer simples, mas para os estudantes é complexo, pois temos alguns fatores que abalam a estrutura do aluno na forma de se chamar atenção como a tonalidade da voz, expressão facial e comportamento físico.

A partir dessas observações, pode-se dizer que o desempenho na matemática não é simples de ser abordada como podemos observar no texto acima. Observamos em nossa pesquisa, através de depoimentos dos alunos, que existe uma relação de causa-efeito na matemática, na qual a causa pode provocar motivos estruturais ocasionando assim o efeito.

Observamos que a maioria dos alunos possuem aversão à matemática, com isso ocorre um baixo ensino de matemática, pois aprendizagem está relacionada diretamente com a interação do aluno em sala de aula, já que o professor trabalha na construção do conhecimento para que o aluno possa assimilar as novas experiências passando a fazer parte do seu sistema cognitivo. Para que isso ocorra, é necessário que haja um ambiente motivacional, precisando compreender como funciona esse processo que não é simples (CARVALHO, PEREIRA e FERREIRA, 2007, p.10).

Com relação ao ensino da matemática, é necessário buscar novas metodologias para aprimorar e melhorar o aprendizado nesta disciplina. Como comenta Almeida (2006), algumas questões nesse sentido são recorrentes como:

> “a deficiência está no próprio sistema de ensino? Os professores não estão conseguindo lidar com o processo? Os alunos não estariam desmotivados? O que leva o aluno a não aprender matemática e/ou outras disciplinas? ” (ALMEIDA, 2006, p.2 apud FASSIS,2011, p.50)

Como comenta a autora diversas perguntas são feiras para entendermos as razões em que o aluno está inserido na obtenção de dificuldades no processo de ensino aprendizagem, pois o estudante não aprende somente quando se lhe diz o que faça ou quando recebe repreensões por ter resolvido errado algo que já tinha aprendido, mais também quando se vê em situações curiosas que são aulas discutidas com diálogos pertencentes aos seus cotidianos.

Comparações Seguindo da Mudança de Comportamento

A matemática é presenciada como uma disciplina complexa deste a antiguidade e isto vêm acarretando até nos dias atuais, isto é, em compensação muitos dos que expressam ter aversão, medo, mudanças de comportamentos e pavor à matemática decorre a experiência passadas por um formador de ensino causando contingencias nas relações de dependências entre acontecimentos cognitivos, filosófico ou comportamental.

> “No que se refere ao ensino da matemática, será que a alguma relação entre a ansiedade e motivação em relação a matemática? É possível que os alunos que sentem ansiedade em relação a matemática sejam aqueles se estão desmotivados para aprende-la? ” (SILVEIRA, 2017, p.12)

Quando as contingencias são de punição ou reforço negativo, alguns alunos aprimoram esta ideia de repreensão para o seu melhoramento, isto é, procuram adquirir conhecimento fora da classe para manifestar o seu desempenho, porém outros usam essa possibilidade, como desculpa para o seu desenvolvimento intelectual criando uma situação conturbada entre o educando e o educador proporcionando quadros de dificuldade à matemática que gera barreiras e bloqueios, esses

determinados alunos veem a matemática como um objeto abstrato e acabam se retraindo.

> “Respostas fisiológicas desagradáveis; sonolência ou ausência da aula, mesmo estando de corpo presente; sentimentos de fracasso; baixa autoestima; elaboração de auto-regras limitadas; aumento do número de erros; timidez; isolamento excessivo; falta de assertividade; ausências frequentes as aulas; agressividade exacerbada; enfrentar o professor por meio de agressão verbal ou física; o aluno aprende e reproduz o mesmo modelo de interação vivenciando na relação com o professor ou os outros agentes punitivo” (CARMO; FIGUEIREDO, 2009,p.489, apud FASSIS,2011,p.15)

Analisando Carmo e Figueiredo, explicam o contexto desagradáveis pela falta de aptidão do aluno que preferem escapar da matemática a realizar suas tarefas diárias de estudante, essa divisão entre desenvolvimento e aprendizagem traz consequências para o ensino metodológico e no conhecimento matemático.

Nestes relatos discorreremos sobre a Aprendizagem na Perspectiva da Neurologia, onde podemos compreender como a neurologia influencia na aprendizagem dos alunos na escola e como estes se relacionam com outros aspectos relevantes para tal processo como comportamento, afeto e funções cognitivas e intelectuais. Para melhor entendimento têm-se as funções cognitivas como percepção, atenção, memória, linguagem e funções executivas.

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO GERADO PELA EXPERIÊNCIA

No percurso de constituir-se professor de matemática implica um processo intenso de aprendizagem e socialização numa profissão. A experiência vivenciada em sala de aula é considerada um processo primordial para todos os professores em formação inicial, pois partindo de tal conhecimento que poderemos adquirir conceitos da realidade vivenciada pelo professor durante sua atuação na sala de aula.

Partindo dessas reflexões, podemos continuar nossos relatos destacando algumas observações feitas na turma do 6° ano, no primeiro instante foi um pouco incomodante, pois percebemos que os alunos não estavam acostumados com uma

aula diferenciada. No decorrer da aula, fomos identificando os nomes dos alunos e por consequência suas dificuldades com relação à disciplina, com isso, verificamos o grau de conhecimento de alguns alunos e entendemos que seus pensamentos sobre a matéria transformavam em ansiedade a matemática, caracterizando uma noção científica comportamental, onde passamos a selecionar alguns alunos que apresentavam esse tipo de conduta.

EXPERIÊNCIA REALIZADA REALIZADAS EM SALA DE AULA

A atividade foi desenvolvida na turma do 6° ano, a qual havíamos acompanhamos durante o período de estágio. Iniciamos a aula fazendo indagações sobre a origem dos números naturais, da seguinte forma: “Alguém as sabe de onde surgiram os números? ”, esperamos alguma resposta, mas a expressão facial dos alunos era de desconhecimento sobre o assunto, então continuamos “Será que existe uma história que explique esse surgimento? ”. Nesse momento, os alunos discutiam que poderia existir, porém eles não conheciam.

Dessa forma, contamos a história do “Pastor e a Caverna”, e partindo disso, utilizamos a ideia básica da multiplicação dentro da perspectiva dos números naturais, apresentando suas propriedades de forma diferenciada com a aplicação do jogo “Bingo da Multiplicação”.

Descrição

A pesquisa foi realizada na escola E.E.E.M.F Padre Salvador Traccaiolli no município de Castanhal-PA, onde âmbito está localizado na Zona Urbana, constituído da dependência administrativa estadual onde aguarda recursos do governo para realisar obras, possuem regulamentação, não abrange povos indígenas, entretanto abre as portas para o atendimento aos portadores de deficiência, na qual têm uma sala própria com recursos diferenciados junto com a professora especialista.

Assim, os alunos em destaque são do 6º ano do ensino fundamental, onde a turma possuía aproximadamente 35 alunos entre a idade de 13 e 16 anos. Logo, averiguamos os conhecimentos prévios dos alunos, onde conseguíamos visualizar em declino no raciocínio, com isso, realizamos um debate que discorria sobre a importância dos números, visto para uma possível melhoria na cognição e logo em seguida a aplicação do jogo.

Aplicação do Jogo

Durante a aplicação da atividade, organizamos os alunos em forma de meia lua para que pudesse proporcionar uma visão ampla de todos os alunos. Assim, apresentamos nossa metodologia de ensino distribuindo as cartelas do bingo para cada um e assim iniciamos o iniciarmos o jogo. Com isso podemos destacar as dificuldades dos alunos de realizarem as operações. Dessa forma, o jogo iniciou quando tirávamos a operação de dentro da caixa, por exemplo: Na operação 2 x 8, perguntamos quanto seria e ao obtermos a resposta retornávamos a pergunta: - E quanto seria se fosse 8 x 2? Alguns alunos não conseguiam responder esse modelo de operação comutativa.

Partindo dessa análise, identificamos uma desordem neurológica específica que discorria Carmo (2012), afeta a habilidade da pessoa de compreender e manipular os números conhecidos, como Discalculia caracterizada como um Transtorno de Aprendizagem Verbal, exemplo descrito pelo processo cerebral da leitura e escrita. Por outra visão, alguns alunos desenvolviam com êxito suas respostas, fazendo continhas na folha de papel ou contando nos dedos, cada um com sua forma de aprendizagem.

Segundo Chevallard (1991), implica que o saber não chega a sala de aula tal que ele foi produzido no contexto cientifico, ou seja, o conteúdo passa por etapas de transformações até chegar em momentos produzidos empiricamente. Nisto, entendemos que a aplicação da atividade proporcionou aos alunos significativos momentos de construção do conhecimento matemático, pois eles mesmos desenvolviam seus cálculos com o intuito de chegarem na resposta correta.

Dessa forma, ao conhecerem primeiramente a história dos números, o contexto matemático de operações a qual eles possuíam certas esquivas, por um instante foi esquecido para uma atenção maior ao que se estava sendo contado sobre a origem dos números. Com isso, a aplicação do jogo tornou-se algo curioso e participativo resultando em indagações entre os colegas da classe.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho buscou relatar as experiências vivenciadas durante o período de estágio realizado na disciplina de Prática para o Ensino da Matemática I. Para isso, foram realisadas observações em sala de aula que permitiram analisar o comportamento dos alunos seguindo da sua natureza fisiológica, baseado na Aprendizagem das operações multiplicativas que tiveram como elemento primordial estabelecer comparações comportamentais à ansiedade a matemática.

Durante este processo tornou-se necessário à utilização de tópicos que caracterizaram nossos pontos de vista. No primeiro momento abordamos a procedimento da História dos Números, que geraram curiosidades nos estudantes, no segundo momento relatamos a construção do conhecimento gerado pela experiência, na qual fizemos uma relação entre a alta ansiedade e a baixa ansiedade observada no desenvolvimento dos alunos. No terceiro momento, consentimos na apreciação de uma metodologia diferenciada de educação, que visou o aprimoramento do ensino aprendizagem de matemática distinguida do tradicional baseado numa brincadeira “Bingo da Multiplicação”. Além disso, discorremos caracterizações estruturais da escola observada como a base fundamental para a iniciação da construção do conhecimento.

Desta forma acreditamos que o ensino de números naturais abordado dentro de uma perspectiva histórica proporciona um grande benefício ao processo de ensino e aprendizagem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. Brasília: MEC, 1998, v.3

CARMO, João. SIMIONATO, Aline. **Reversão de Ansiedade à Matemática:** Alguns Dados da Literatura. Artigo – Psicologia em Estudo, Maringá-PR. 2012.

CARVALHO, Maria Fabiana Nascimento de; PEREIRA, Valéria Cavalcanti; FERREIRA, Sandra Patrícia Ataíde. A (Des) Motivação da Aprendizagem de Alunos de Escola Pública do Ensino Fundamental I: quais os fatores envolvidos? Pernambuco,2007.Disponívelemhttps://www.ufpe.br/ce/images/Graduacao_pedagogia/pdf/2007.2/a%20desmotivao%20da%20aprendizagem%20de%20alunos%20de%20escola.pdf.

FACISS, Daniela. **Ansiedade à matemática em Estudantes do Ensino fundamental:** Alguns dados Comparativos e Desempenho em Matemática.56 f. Monografia (TCC) – Centro de Educação e Ciências Humanas Departamento de Psicologia, Universidade Federal de São Carlos/SP,2011, p.50.

_____, Daniela. **Ansiedade à matemática em Estudantes do Ensino fundamental**: Alguns dados Comparativos e Desempenho em Matemática. *f,*56. Monografia (TCC) – Centro de Educação e Ciências Humanas Departamento de Psicologia, Universidade Federal de São Carlos/SP,2011, p. 15.

GARCIA. A.V.M, Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Ed. Autentica. Ouro Preto- SP, 2006, *f* 118, p.87

GOMES, E.B. **A História Da Matemática Como Metodologia De Ensino Da Matemática: Perspectivas Epistemológicas E Evolução De Conceitos.** *F.*120. Monografia- Universidade Federal Do Pará, Belém-PA. 2005.

IFRAH, Georges. Os Números: A História de uma Grande Invenção. Ed. Globo: 1989, p.25.

JÚNIOR, J. R. E CASTRUCCI, B. A conquista da matemática, 6º ano. Ed. Renovada. São Paulo. 2009

MIGUEL, A.; MIORIM, M.A. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MIORI, I. e ONAGA, D.S, Matemática ideias e desafios. Ed. Saraiva. São Paulo-SP, 2001, *f*288, p.

PEREIRA, M. F. **Dificuldades nas operações de multiplicação e divisão**: uma proposta de atividade baseada na história da matemática. TCC, 2016. Rio Tinto -PB

SCRIVEN, M The Methodology of Evaluation. American Educational Research Associatin Monograph series on curriculum evaluantion. Chicago: Rand Mcnally, v.1, 1967.

SILVEIRA, J. O. **UM ESTUDO SOBRE ANSIEDADE MATEMÁTICA E MOTIVAÇAO EM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTRAL**. 2017. P. 36. Monografia Especialização em Educação em Matemática e Ciências dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio- Universidade tecnológica do Paraná. Londrina, 2017.

VIANA, C. R. **HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. In: Anais VI Encontro Paranaense de Educação Matemática. Londrina: Editora da UEL, 2000. pp. 15-19.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

HISTÓRIA DOS *NÓS*
subsídios epistemológicos para o ensino de matemática

Natailson de Araújo Sampaio[508]
Cassiano de Sousa Mota[509]
Emerson Batista Gomes [510]

RESUMO

Este trabalho é parte de uma investigação em andamento no âmbito do Grupo Colaborativo de Educação Matemática – GCEM, e tem como objetivo estabelecer os subsídios epistemológicos para uma discussão sobre os *nós não-matemáticos e nós matemáticos* no contexto do ensino básico de matemática. Abordamos a temática sob uma perspectiva multirreferencial, adotando, dentre outros referenciais, Adams (1994), Dias (2004), Biosca (2004) e Santos (2014). Sob uma abordagem histórico-epistemológica retratamos o desenvolvimento dos *nós*, suas múltiplas funções e técnicas construtivas, operando uma transição dos nós do cotidiano até uma formalização matemática, abstrata e formal, materializada pela *Teoria dos nós*.

Palavras-chave: História da Matemática. Ensino de Matemática. Topologia. Teoria dos Nós.

NOÇÕES PRELIMINARES

Quando falamos em *nós* geralmente pensamos naqueles *nós* que estão presentes em nosso cotidiano, como por exemplo: aqueles que fazemos no cadarço do sapato, na gravata ou no fio de um short. Há também outros possíveis *nós*, associados

[508] Universidade do Estado do Pará (UEPA). natailson.araujo25@gmail.com .
[509] Universidade do Estado do Pará (UEPA). kassianomota15@gmail.com.
[510] Universidade do Estado do Pará (UEPA). drmensonbg@gmail.com

a trabalhos que exigem amarrações complexas, que facilitam a realização de certos trabalhos ou transporte de objetos, como: no alpinismo, na marinha, no transporte de cargas pelos caminhoneiros, dentre outros. O que caracteriza um *nó* é sua estrutura instável realizada a partir de uma ou várias cordas (cabos, linhas, etc.) com o objetivo de uni-las a um objeto, uni-las entre si e também com o objetivo de encurtar as cordas.

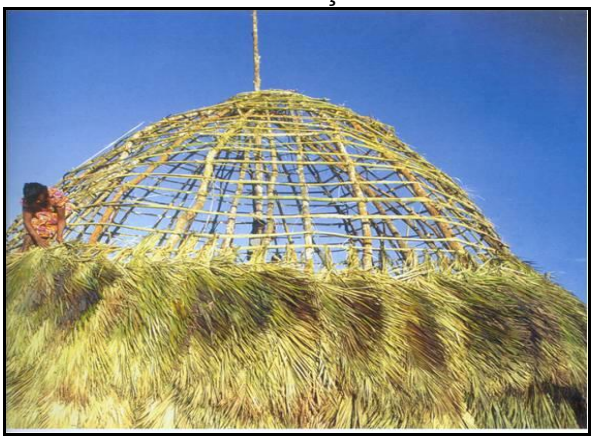
Segundo Biosca (2004), muito antes da criação das modernas cordas sintéticas, já se elaboravam efetivas cordas com fibras de vegetais e se faziam nós com peles de animais para suas tarefas diárias. Os primeiros indícios apontam que na idade da pedra os caçadores usaram alguns *nós* para a elaboração de armadilhas, mas também estavam presentes em suas roupas e na fabricação de seus abrigos.

FIGURA 1: CONSTRUÇÃO DE ABRIGOS



Fonte: CAU/RN.

FIGURA 2: CONSTRUÇÃO DE ABRIGOS



Fonte: CAU/RN.

O surgimento desses *nós* em diferentes culturas nos leva a concluir que alguns deles foram criados isoladamente para a realização de determinadas tarefas, criados a partir das variedades de necessidades do homem. Temos exemplos desses *nós* sendo utilizados em forma de trançados para comportar objetos. Práticas essas que podem ser vistas em diferentes culturas, podendo apresentar diferentes tipos de materiais para sua confecção.

Um dos *nós* mais antigos que se conhece foi descoberto em 1923, após várias escavações no Egito, que trouxeram evidências de um *nó* utilizado como um lacre da câmara secreta que guardava o sarcófago de Tutancâmon. A corda com o *nó* permaneceu lá por 3.245 anos.

FIGURA 3: LACRE DA CÂMARA SECRETA DE TUTANCAMON



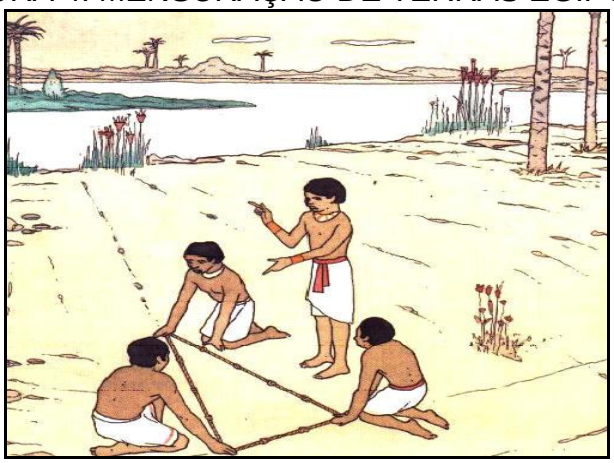
Fonte: Burton (1923).

Por este breve contexto, podemos avaliar que a humanidade começou a adaptar os *nós* às suas necessidades, das mais simples como amarrar objetos até funções mais complexas como as evidenciadas pelos antigos Gregos, Egípcios e Romanos, que usavam os *nós* com alguma complexidade nas construções de edifícios, pontes e fortificações.

Essa mistura de arte e ciência prática era tal que as civilizações antigas, como as gregas e romanas, usavam quase os mesmos *nós* que são atualmente conhecidos. Existem documentos históricos sobre *nós* relacionados à civilização egípcia, em que eram conhecidas regras simples de mensuração e demarcação de linhas divisórias de terrenos nas margens dos rios e utilizadas na construção das pirâmides. Utilizavam a

relação $3^2 + 4^2 = 5^2$ para obter ângulos retos durante suas construções, utilizando-se de uma corda de 12 *nós*.

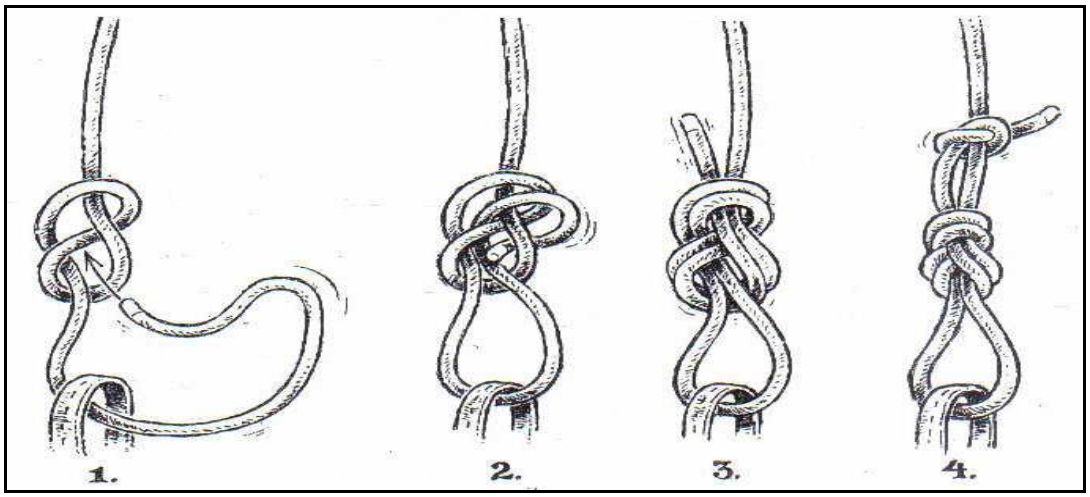
FIGURA 4: MENSURAÇÃO DE TERRAS EGÍPCIAS



Fonte:http://matematicasmundo.ftp.catedu.es/PROBLEMAS/problemas_importancia_historica.htm

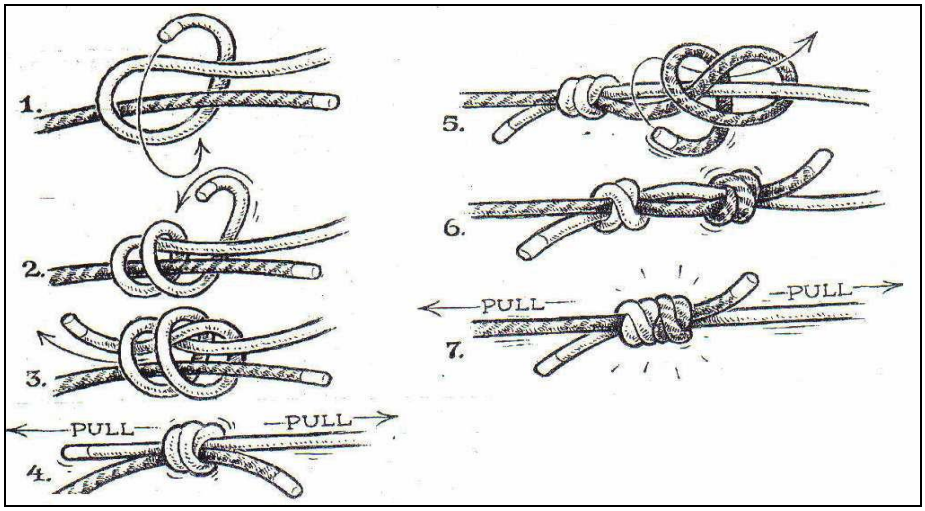
Para Biosca (2004) se algo caracteriza o ser humano é sua incansável busca por conhecimentos, de forma que a evolução não parou, logo as técnicas implantadas na elaboração dos *nós* experimentavam um importante avanço entre os séculos XVI e XVIII, impulsionados pelo auge das viagens marítimas. Neste contexto, os *nós* de marinheiros são o alicerce de muitos outros *nós* usados atualmente.

FIGURA 5: NÓ OITO PARA ENCORDAMENTO



Fonte: Releigh (1998).

FIGURA 6: NÓ DE PESCADOR DUPLO



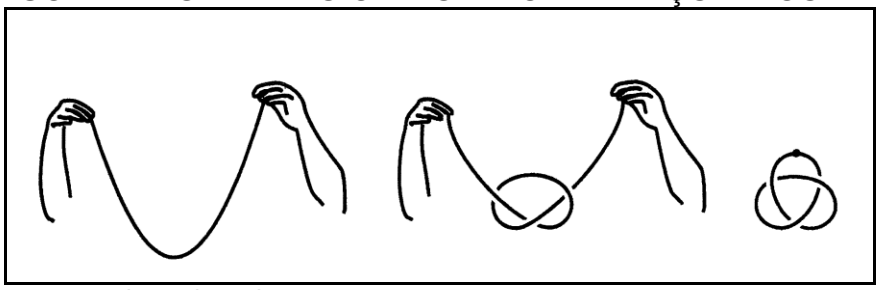
Fonte: Releigh (1998).

Entretanto, quando falamos matematicamente de *nó*, não nos referimos a exatamente esses *nós* que estão presentes em nosso cotidiano, pois esses *nós* citados acima, em geral, têm suas extremidades soltas. “Podemos então afirmar que um nó matemático é uma curva poligonal simples e fechada no espaço tridimensional” (SANTOS, 2014).

CONSTRUÇÃO DE UM NÓ MATEMÁTICO

Ao tomarmos um pedaço de corda e darmos um “nó-cego”, colando as suas duas extremidades juntas para formar um laço atado, o resultado é uma corda que não tem pontas soltas e que é realmente amarrada, formando, assim, um modelo do *nó matemático* chamado *nó trevo*.

FIGURA 7: FORMANDO UM NÓ DE UM PEDAÇO DE CORDA



Fonte: Adams (1994)

No campo das ciências exatas as pesquisas sobre *nós* tiveram uma longa história, passando por várias investigações diferentes. Mesmo depois de diversos estudos em relação a *Teoria dos Nós*, ainda pouco se sabe sobre suas propriedades matemáticas. *Nós* com “poucos” cruzamentos já foram classificados, mas não todos os *nós* existentes. A classificação dos *nós* ainda é um problema em aberto da Matemática.

A *Teoria dos Nós* teve origem com Carl Friedrich Gauss (produção de 1825-1844), que foi um matemático, astrônomo e físico alemão. Para Gauss a teoria deveria classificar curvas planas fechadas com um número finito de auto interseções.

Fora da Alemanha um físico chamado William Thomson (1860) investigou a *teoria dos vórtices* sobre uma abordagem na *teoria atômica*. Para ele o mundo era constituído por um fluido invisível chamado éter, em que os átomos seriam os vórtices e neles teriam os *nós*. Os *nós* seriam então definidos como parte das substâncias que constituem tudo no universo. Mas essa teoria de William Thomson não resistiu por muitos anos (DIAS, 2004).

Na tentativa de explicar os diferentes tipos de matéria, William Thomson hipotetizou que os átomos eram meramente *nós* no tecido deste éter. Thomson estava errado. Em 1887, o experimento de Michelson-Morley demonstrou que não havia éter para o *nó*. Após isso um modelo mais preciso de estrutura atômica oi concebido no final do século XIX e os químicos perderam o interesse em *nós* (ADAMS, 1994).

Ainda assim os matemáticos ficaram intrigados com os *nós*. Um século de trabalho sobre a teoria matemática dos *nós* a tornou um subcampo matemática chamado de Topologia, no qual se estuda as propriedades de objetos geométricos que são preservadas sob deformações.

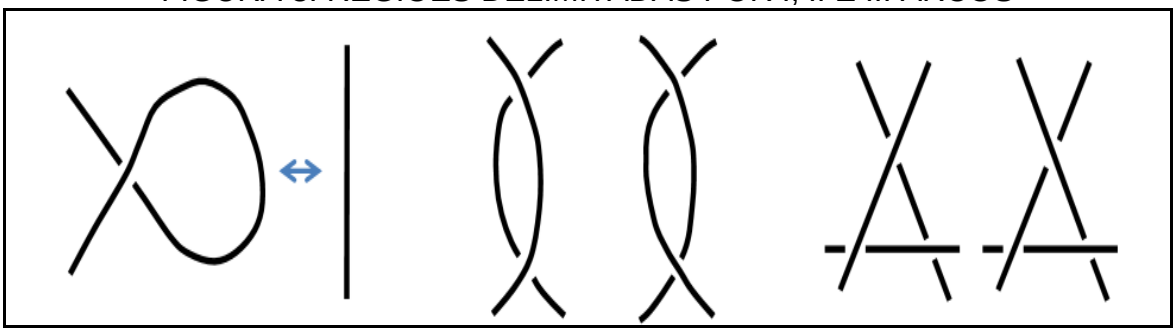
O físico e matemático escocês Maxwell (1868) sentiu interesse no tema e aprofundou seus estudos na *topologia dos nós*. Seu objetivo principal era encontrar uma forma de definir quando duas projeções se assemelhavam a um mesmo *nó* ou *enlace* em um espaço tridimensional. Logo em seguida ele veio a desenvolver um sistema de catalogação entre cruzamentos e arcos, para o qual definiu que um arco era uma linha da projeção de dois cruzamentos.

Maxwell também delimitou algumas regiões com arcos. Essas delimitações feitas por ele foram de grande valor para entendermos mais sobre a teoria. As

delimitações dos arcos e seus movimentos ajudaram o matemático alemão Kurt Reidemeister em sua pesquisa sobre diagramas de *nós*. Reidemeister enfatizou movimentos semelhantes àqueles descobertos por Maxwell, conhecidos hoje como movimentos de Reidemeister.

Para um melhor entendimento sobre os movimentos de Maxwell e depois de Reidemeister vejamos as delimitações feitas por Maxwell:

FIGURA 8: REGIÕES DELIMITADAS POR I, II E III ARCOS



Fonte: Santos (2014)

Com a *teoria dos vórtices* de Thomsom o físico matemático escocês Peter Guthrie Tait não se sentiu satisfeito com tal conceito, e resolveu elaborar uma tabela que em 1876 definiu como sendo uma tabela completa dos *nós*. Com esta tabela ele esperava estabelecer uma relação de compatibilidade com a teoria atômica de Thomsom.

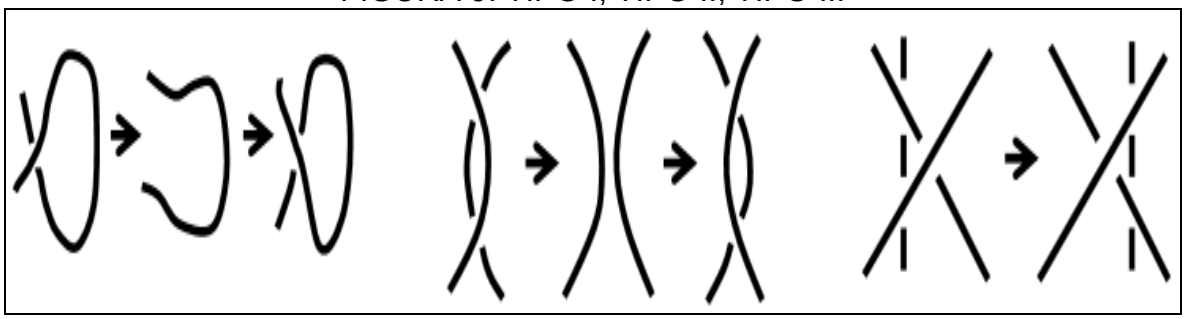
No período em que trabalhava no desenvolvimento de sua tabela, Tait interessou-se também por invariantes. Invariante é algo que não se altera ao aplicar-se um conjunto de transformações, mas aplicando isso a *teoria dos nós* os invariantes verificariam a equivalência ou não entre dois *nós* através de seus diagramas, logo ele poderia identificar a existência de *nós* que poderiam ser transformados de destros para canhotos, sem variações em seu sistema.

Os trabalhos realizados por James W. Alexander e Kurt Reidemeister foram os que trouxeram mais relevância para o desenvolvimento da *Teoria dos Nós,* mesmo com pesquisas diferentes no começo, Alexander com sua pesquisa por intermédio de congregações de equivalência e Reidemeister com sua pesquisa por meio de congregações fundamentais.

Com o progresso da pesquisa de Alexander acerca das congregações de equivalência ele conseguiu desenvolver um polinômio invariante de *nós*, enquanto Reidemeister conseguiu mostrar que existe uma sequência de três movimentos de um *enlace* que englobam todas as projeções, que ficou conhecido como os movimentos de Reidemeister.

Abaixo os tipos de movimentos de Reidemeister.

FIGURA 9: TIPO I, TIPO II, TIPO III



Fonte: Santos (2014).

Para elucidarmos a definição de *nós* no meio matemático devemos, neste trabalho, ter um breve conhecimento de curva poligonal fechada em um espaço tridimensional ($\boldsymbol{R^3}$), sendo um *nó* poligonal um conjunto de segmentos de retas em $\boldsymbol{R^3}$. Para que se compreenda melhor tal definição, iremos dar um exemplo: dados três pontos consecutivos em um dos segmentos de um polígono fechado (pontos colineares), mesmo eliminando o ponto $\boldsymbol{P_2}$ que se localiza entre os pontos $\boldsymbol{P_1}$ e $\boldsymbol{P_3}$ do segmento de reta, ainda ficamos com um mesmo nó poligonal, mas com um distinto conjunto ordenado de pontos.

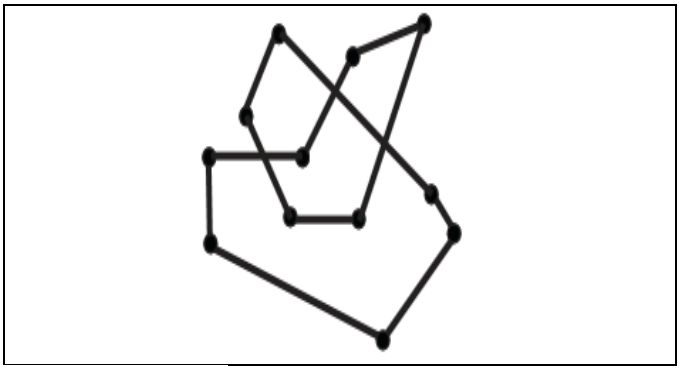
FIGURA 10: NÓS TRIVIAIS POLIGONAIS DEFINIDOS POR DISTINTOS CONJUNTO DE PONTOS



Fonte: Dias (2004)

Essa definição mostra a importância de sua representação dentro da *Teoria dos Nós*, pois considera que um conjunto ordenado (p_1, p_2, ... , p_n) define um *nó* poligonal, então nenhum subconjunto que não seja seu próprio ordenado define o mesmo *nó*, logo cada um dos elementos determinados são vértices de um *nó* poligonal. Analisando o *nó trevo* poligonal fica evidente que ele não possui três pontos colineares.

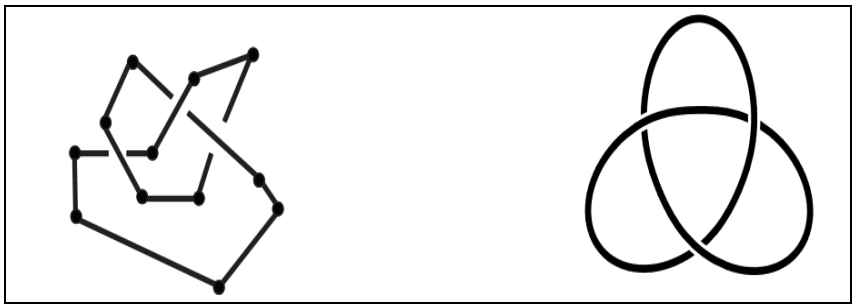
FIGURA 11: NÓ TREVO POLIGONAL



Fonte: Dias (2004)

As noções básicas da *Teoria dos Nós*, tendo em medida um *nó* poligonal simples e fechado em R^3 podem ser representadas com diagramas de segmentos de retas no plano. Ainda assim, para melhor percepção dos *nós,* interpretamos os *nós* como curvas planas e não com segmentos de retas em R^2, pois sua representação em R^2 traria um grau a mais de complexibilidade em seu entendimento.

FIGURA 12: DIAGRAMAS DO NÓ TREVO

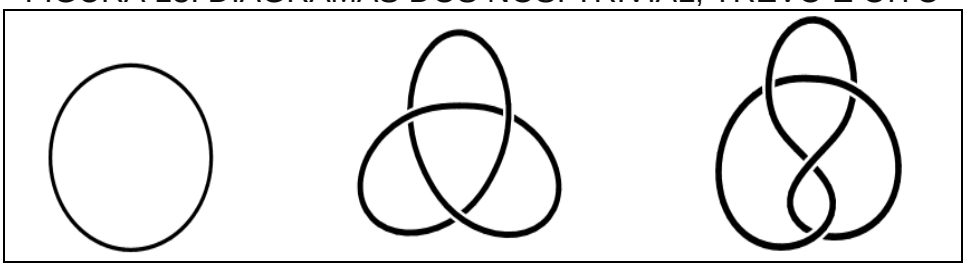


Fonte: Dias (2004).

Na *Teoria dos Nós* um diagrama é constituido por uma união de curvas planares em que os arcos se intersectam nos cruzamentos. Com isso, aos arcos que não são descontinuados dizemos que estão por cima, já os dois arcos que possuem

uma descontinuação dizemos que estão por baixo no cruzamento, como podemos observar na imagem a seguir:

FIGURA 13: DIAGRAMAS DOS NÓS: TRIVIAL, TREVO E OITO



Fonte: Dias (2004).

É possível constatarmos nas figuras, que no diagrama do nó trevo existem 3 cruzamentos e 3 arcos, já no diagrama do *nó* oito existem 4 cruzamentos e 4 arcos, e no diagrama do *nó* trivial não existem cruzamentos e nem arcos. Esta igualdade está presente para todos os diagramas de *nós*, observando os diagramas dos *nós* trevo e oito podemos perceber que em cada cruzamento temos três arcos, todos os *nós* com oito cruzamentos podem ser representados por diagramas.

TEORIA DOS NÓS NO ENSINO BÁSICO

No decorrer da pesquisa constatamos a possibilidade de abordarmos algumas aplicações da *Teoria dos Nós* no Ensino Básico. No entendimento de Santos (2014) uma das vantagens de estudar a *Teoria dos Nós* no Ensino Fundamental e Médio é a manipulação física dos objetos matemáticos que, sem dúvida, é uma boa oportunidade de conectar teoria e prática na matemática básica.

A *Teoria dos Nós* quando aplicada ao Ensino Básico proporciona uma boa oportunidade de entendimento da geometria ao aluno, pois ele irá construir seu conhecimento geométrico com formas físicas.

> [...] a Teoria dos Nós carrega consigo uma enorme capacidade de tratar formas geométricas no campo prático do estudo, pois a compreensão da teoria depende também da construção de modelos físicos. Dessa forma, os nós matemáticos possuem o poder para otimizar a ligação entre teoria e prática nas aulas [...]. (SANTOS, 2014, p. 79)

Desse modo, o *nó* matemático vem com o intuito de intensificar a relação entre teoria e prática nas aulas. Além disso, a *Teoria dos Nós* não se limita apenas no ensino da Geometria, mais tem sua aplicabilidade e contribuição em outras áreas do ensino da matemática como, por exemplo, na Álgebra, no estudo de polinômios e funções, na Aritmética e na Combinatória.

Ainda há grandes pesquisas em desenvolvimento sobre a *Teoria dos Nós* e sua importância no ensino, podendo surgir aplicações relacionadas a outros assuntos da matemática ou em outras disciplinas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entendemos que o valor da História da Matemática não é apenas motivacional, mas também serve como fator de melhor esclarecimento do sentido dos conceitos e das teorias estudadas. Nessa perspectiva, a história desempenha um papel de reconstrutora das tradições de uma determinada cultura. Com isso a Teoria dos Nós, apesar de pertencer a um dos ramos da Matemática mais complexos, a Topologia, seu valor didático já é estudado e demonstrado por vários pesquisadores, conforme evidenciados nas pesquisas de Adams (1994), Dias (2004), Biosca (2004) e Santos (2014), muito embora não esteja contemplada diretamente no currículo do Ensino Básico brasileiro.

Acreditamos no potencial da *Teoria dos Nós* como subsídio ao tratamento de temas matemáticos já presentes no sistema de ensino, indicando que nosso processo de investigação tem nos propiciado evidências de que o tema dos *nós* pode nos auxiliar na construção de tarefas promotoras de discussões e racionalidades pelos alunos que contribuem para seu desenvolvimento perceptivo, lógico e dedutivo; habilidades estas imprescindíveis à aprendizagem da matemática em sua integralidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAMS, Colin Conrad. *The knot book*: an elementary introduction to the mathematica l theory of knots. 1. Ed. Providence: Island 1994.

BIOSCA, Cristian. *Enciclopédia de Los Nudos*. 1. ed. Edimat Libros, 2004. 160p.

DIAS, Sónia M. *Introdução a teoria dos nós*, 2004, 123p. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade do Minho, Braga, Portugal.

Griffith Institute, University of Oxford. Tutankhamun: Anatomy of an Excavation. Inglaterra, 26 abr. 2006. Disponível em: http://www.griffith.ox.ac.uk/discoveringtut/. Acesso em: 12 dez. 2018

RELEIGH D. *Knots and hopes for climbers*. 1. ed. Mechanicsburg: Stackpole Books, 1998.

SANTOS, Jose Edi Ackel. *Introdução à Teoria dos Nós com Sugestões para o Ensino Básico*. 2014. 102p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão-SE.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

MARGARITA PHILOSOPHICA
compreensões a partir de duas gravuras

Igor Cardoso Tonhato[511]
Matheus Vieira do N. Cardoso[512]
Lucieli M. Trivizoli[513]

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar discussões e contextos a partir de duas gravuras presentes na obra "Margarita Philosophica", de Gregor Reish, publicada em 1503. Utilizamos como suporte para a pesquisa o diagrama-modelo proposto por Chaquiam (2016), no livro História Nas Aulas de Matemática, a fim de nortear e estabelecer nossos caminhos para elaboração deste texto. Inicialmente conduziremos uma breve descrição da primeira gravura presente na obra "Margarita Philosophica" que diz respeito à organização da educação no período medieval na Europa em consonância com as Artes Liberais. Posteriormente apresentaremos a descrição da segunda gravura que trata de aspectos relacionados à Aritmética e de alguns personagens relacionados ao seu desenvolvimento.

Palavras-chave: História da Matemática. História da Aritmética. Artes Liberais.

[511] Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: igorpolho@gmail.com
[512] Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: mv.cardas@hotmail.com
[513] Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: lmtrivizoli@uem.br

INTRODUÇÃO

Este artigo é fruto de um conjunto de trabalhos que estão sendo realizados no âmbito do Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática (GHMEM), da Universidade Estadual de Maringá (UEM). A partir da leitura do texto de Demattè e Furinghetti (2011), *History, Figures and Narratives in Mathematics Teaching* que aborda o uso de fontes originais para a discussão da Matemática e História da Matemática no ensino, iniciamos a preparação para este trabalho. Utilizamos o diagrama-modelo proposto por Chaquiam (2016), no livro "História Nas Aulas de Matemática", a fim de nortear e estabelecer nossos caminhos para elaboração deste texto.

Assim, neste trabalho, nosso objetivo é levantar discussões e contextos a partir de duas gravuras presentes na obra de Gregor Reish "Margarita Philosophica", publicada em 1503.

SOBRE A OBRA "*MARGARITA PHILOSOPHICA*"

A organização do ensino no período medieval se dava por meio de um 'currículo' que já se fazia presente nas obras de Santo Agustinho (354-430), Boécio (477-524) e Isidoro de Sevilha (560-636) que, entre idas e vindas, veio se concretizar apenas em meados dos séculos XII e XIII com o aparecimento das universidades.

De acordo com Queiroz (1999) no livro "O *Trivium* e o *Quadrivium*: as artes liberais na Idade Média", esse currículo dizia respeito às Sete Artes Liberais, e eram indicadas pelo *trivium* e o *quadrivium*. O *trivium* era composto pela Gramática, Retórica e a Dialética e o *quadrivium* pela Aritmética, Geometria, Música e Astronomia. Essa organização curricular foi alvo de grande especulação e desdenho pelos representantes políticos e religiosos da era medieval, tendo em vista que o desenvolvimento dos conhecimentos e as histórias tecidas pelo homem da Idade Média eram norteadas pelo cristianismo e restritas à moral de cada província. Portanto, a necessidade de validar a fé nos escritos sagrados corroborou para impulsionar o *trivium* em relação ao *quadrivium,* embora esta ideia não tenha perdurado por toda a Idade Média.

A evolução da Idade Média, ainda que lentamente, demandava cada vez mais conhecimento intelectual, quer fosse a serviço da igreja ou do Estado. E agora a igreja se via pressionada pela massa a prestar este serviço de educar e formar o indivíduo intelectual. As Universidades surgiram nesse período como um grupo de pessoas com propósitos comuns, professores e alunos, intelectuais que se debruçavam sobre o exercício do conhecimento, e se reuniam em casas, praças e até mesmo nas ruas, ou em prédios das igrejas para estudarem as matérias liberais (QUEIROZ, 1999). A institucionalização formal das primeiras Universidades do ocidente como a Universidade de Bolonha (1088); a Universidade de Oxford (1096), e de Paris (1150) é mais tardia e datam do fim do século XI e meados do século XII (SIMÕES, 2013).

Os estudos realizados nestes centros seguiam o sistema do *trivium* e do *quadrivium* e eram iniciais para a formação. Os meninos começavam os estudos entre os 14 e 15 anos, e podiam escolher quais matérias queriam cursar. De acordo com Queiroz (1999), os documentos datados do século XII e XIII indicam que a maior parte dos alunos que ingressavam nas Universidades se dedicava ao estudo do *trivium*, por serem matérias formativas, enquanto que as matérias que compõe o *quadrivium* eram de cunho informativo.

No ano de 1141, Thierry de Chartres fez um compilado de textos que eram utilizados como base na aprendizagem tanto do *trivium* quanto do *quadrivium*, se baseando em obras de Prisciano, Abelardo, Severiano, Isidoro, Frontino, Pórfiro, Aristóteles, Boécio, Hygino entre outros. No início do século XV, Vergerius, professor em Florença, Pádua e Bologna, com o intuito de aconselhar Ubertino, filho de seu amigo Francesco Carrara, Governante de Pádua, propõe o estudo das *artes liberais* justificando a importância de cada matéria para a formação do indivíduo, agregando ao currículo estudos sobre Medicina, Leis, História e Filosofia (QUEIROZ, 1999).

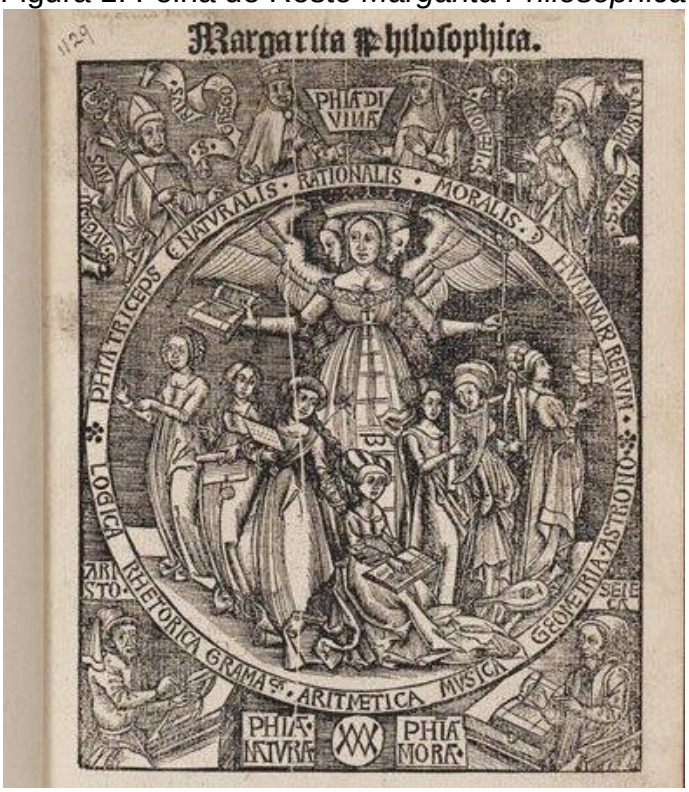
Os motivos pelos quais Vergerius salientava a importância destes estudos estavam voltados à formação de um homem de estado, no entanto, havia a necessidade de validar a religião para que o exercício da aprendizagem fosse aceito. Foi neste contexto que, no início do século XVI, Gregor Reish publicou sua obra "*Margarita Philosophica*" em 1503, e um novo currículo mais enciclopédico ganhou

forças; a gramática não é mais básica e as matérias *liberais* são estudadas em conjunto com outras de cunho político e prático (MIRANDA, 2008).

Gregor Reish (1474-1525) nasceu na Alemanha e recebeu o título de mestre pela Universidade de Friburgo. Assim como os grandes intelectuais da sua época, Reish também tinha seu lugar na religião, e se tornou monge da Ordem da Cartuxa. De acordo com Miranda (2008), Reish já havia terminado sua obra no ano de 1496, todavia, devido a controvérsias, o texto veio a ser impresso e publicado pela primeira vez sete anos depois, em 1503, por Johann Schott, em Friburgo.

"*Margarita Philosophica*" foi uma espécie de enciclopédia do século XVI, com doze livros que discorrem sobre três assuntos plurais: *Filosofia Natural, Racional* e *Moral.* A gravura a seguir (Figura 1) é a folha de rosto da obra "*Margarita Philosophica*". Reish se tornou consagrado escritor do século XVI, em virtude dessa sua obra ter sido utilizada como currículo universitário desse período (MIRANDA, 2008).

Figura 1: Folha de Rosto *Margarita Philosophica*



Fonte: Mathematical Treasures (SWETZ; KATZ, 2008)

Miranda (2008) descreve os doze livros que constituem a obra: os três primeiros livros correspondem a: I. Gramática latina (poesia e prosa); II. Princípios da Dialética; III. Preceitos da Retórica. Todos correspondentes ao *trivium*. Já os quatros livros seguintes referem-se ao *quadrivium*: IIII. Aritmética (teoria e prática); V. Música (teoria e prática); VI. Elementos da geometria (especulativa e pratica); VII. Astronomia (quer seja da natureza matemática ou da natureza cosmológica: astrologia). Estes sete livros se enquadram à filosofia racional. Por fim, os últimos cinco livros contemplam à filosofia natural e à filosofia moral, sendo que os quatro primeiros dizem respeito à filosofia natural e o quinto à filosofia moral. São estes: VIII. Princípios da Filosofia Natural, sumariamente coligidos; IX. Origem dos seres naturais, simples e complexos; X. Alma vegetativa e alma sensitiva: diferenças; XI. A alma racional: origem, natureza e imortalidade; situação futura dos mortais; XII. Filosofia Moral.

ANALISANDO AS GRAVURAS

Ao fazermos uma breve interpretação da gravura indicada na Figura 1, nota-se um círculo que pode ser compreendido com o círculo do conhecimento e várias figuras femininas inscritas a este, como se compusessem o conhecimento. Ao centro, uma mulher representando a filosofia que possui asas e três cabeças, fazendo menção à tríplice da filosofia: *Natural, Racional e Moral*. Aos pés dessa mulher vemos outras sete mulheres, estas são as *sete artes liberais*; a primeira da esquerda para a direita corresponde a Lógica, ao seu lado a Retórica com um rolo nas mãos e a Gramática que leva consigo um livro, aos pés da Filosofia está a Aritmética sentada ao chão, com um Ábaco em suas mãos e a sua esquerda seguem a Música com uma harpa, a Geometria com um compasso e pôr fim a Astronomia com um globo (MIRANDA, 2008).

Ao redor do círculo, na parte superior, encontram-se quatro figuras masculinas: quatro grandes representantes da igreja católica. Da esquerda para a direita: Santo Agostinho, São Gregório, São Jerónimo e Santo Ambrósio, estes símbolos religiosos que se encontram acima do círculo do conhecimento olham para a bandeira da filosofia divina, que carrega São Gregório propondo assim a ideia da superioridade religiosa

(MIRANDA, 2008). Na parte inferior ao círculo, à esquerda está Aristóteles, como representante da Filosofia natural, e do outro lado da figura, Séneca como representante da Filosofia moral. (MIRANDA, 2008).

Podemos acreditar que Reish compactuava da ideia de que a sabedoria divina estivesse acima do conhecimento humano, no entanto, podemos pensar também que o fato da obra "*Marguarita Philosophica*" trazer o conhecimento racional atrelado ao teológico, hierarquicamente inferior a tal, pode ter sido um dos motivos que propiciou a difusão da obra por toda a Europa. Durante grande período a "*Margarita Philosophica*" foi utilizada como currículo nas universidades, ao longo dos anos foram feitas novas publicações e traduções que propiciaram a difusão da ciência também na Idade Moderna, no entanto, é nem todas essas novas publicações tiveram o consentimento de Reish (MIRANDA, 2008).

Existem outras gravuras que compõem "*Margarita Philosophica*", quando as analisamos podemos perceber a tecnologia que a impressão daquele período dispunha. E embora as gravuras sejam elementares, o propósito de Reish era utilizar a arte em consonância como o exercício do conhecimento.

Vamos abordar mais uma gravura presente em "*Margarita Philosophica*". A imagem a seguir, indicada na Figura 2, é capa do livro IV: Aritmética (teoria e prática). Na gravura observamos a Aritmética representada por uma mulher ao centro, mais abaixo duas figuras masculinas: Boécio à esquerda e Pitágoras (~570-497 a.C) à direita, ambos sentados, olhando um ao outro. Pitágoras representando a Aritmética grega manuseia um ábaco, instrumento da antiguidade utilizado para efetuar cálculos, já na mesa onde Boécio está sentado há algoritmos indo-arábicos, os mesmos representados nas vestes da Aritmética, ela por sua vez leva nas mãos um par de livros, e direciona o olhar ao algorista parecendo fazer menção ao triunfo do cálculo com algoritmos em relação ao cálculo abacista (MILIES, 1999).

Figura 2: Aritmética em "*Margarita Philosophica*"



Fonte: Mathematical Treasures (SWETZ; KATZ, 2008)

Embora a gravura indicada na Figura 2 retrate Boécio como um representante do sistema de numeração algorista, não foi ele o seu precursor. Boécio nasceu em Roma, na Itália, por volta do ano 480. Ainda na juventude dedicou-se aos estudos e traduções das obras gregas para o latim. Nessas traduções também se incluíam as matérias que fundamentavam o *quadrivium* e se faziam presentes nos estudos da Escola pitagórica e nas obras de Nicômaco (MILIES, 1999).

Os filósofos da antiguidade também destinavam parte de seu tempo para estudar Matemática, pois eram eles que refletiam sobre todos os setores da indagação humana. Entre os gregos, o primeiro a escrever sobre a disciplina do número foi Pitágoras. Em seguida, Nicômaco (~ 60-120) ampliou esse trabalho que foi traduzido para o latim, primeiro por Apuleio (~ 125-180) e, depois, por Boécio (MILIES, 1999).

A Aritmética também pode estar associada aos estudos de religião, considerada como "tema transversal" na pedagogia medieval. De acordo com San Isidoro (*apud* LORENSATTI, 2012), é relatada a importância dos números nos livros das Sagradas Escrituras, explicando quão profundo é o mistério que eles encerram em

tais textos, como em uma passagem em louvor a Deus: “Tudo fizeste com medida, número e peso”.

De acordo com Milies (1999), ao analisar e traduzir os estudos feitos pelos pitagóricos, Boécio procurou explicitar minuciosamente os conceitos aritméticos, entrelaçá-los a uma filosofia platônica que eleva o número a um patamar superior a de qualquer outra ciência, legitimando uma ideia muito comum na Escola Pitagórica de que “tudo é número”.

CONSIDERAÇÕES

Este trabalho se propôs a apresentar a descrição de duas gravuras presentes na obra “*Margarita Philosophica”,* de Gregor Reish, publicada em 1503. Uma discussão mais detalhada pode fazer emergir ideias sobre como a Aritmética faz parte de diversas culturas e o seu desenvolvimento tem sido de acordo com as necessidades de cada povo, e cada tempo.

Destacamos, ainda, que este trabalho não se finaliza aqui. Há outras possibilidades que podem ser discutidas, como as descrições mais detalhadas das gravuras e o contexto histórico no qual foram produzidas, informações sobre o autor da obra, sobre Boécio, sobre Pitágoras e a relação entre eles. Os instrumentos e conceitos matemáticos que podem ser identificados nas gravuras e seus significados podem ser discutidas também.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DEMATTÈ, A.; FURINGHETTI, F. History, Figures and Narratives in Mathematics Teaching. In: KATZ, V.; TZANAKIS, C. (Ed.). **Recent Developments on Introducing a Historical Dimension in Mathematics Education**. Washington: The Mathematical Association Of America, 2011.

SWETZ, F. J.; KATZ, V. J. Mathematical Treasures: *Margarita philosophica* of Gregor Reisch, 2008 – Disponível em:

<https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasures-margarita-philosophica-of-gregor-reisch > Acesso em: 31 de out. de 2018.

LORENSATTI, E. J. C . – **Aritmética: um pouco de história**. Anais do IX ANPED Sul, Caxias do Sul, 2012. Disponível em: http://www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/anpedsul/9anpedsul/paper/viewFile/43/266 > Acesso em: 10 de set. de 2018.

MENDES, I. A.; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática**: fundamentos e sugestões didáticas para professores. 1ª edição. SBHMat, PA: Belém, 2016.

MILIES, C. P. et al. **Trivium e Quadrivium:** as artes liberais na idade média. Cotia, SP: Íbis, 1999.

MIRANDA, M**. Margarita philosophica (1503): uma cyclopaedia do século XVI.** Associação Portuguesa De Estudos Clássicos Instituto de Estudos Clássicos, Boletim de Estudos Clássicos v.50. Coimbra, 2008.

QUEIROZ, T. A. P. et al. **Trivium e Quadrivium: as artes liberais na idade média**. Cotia, SP: Íbis, 1999.

SIMÕES, M. L. **O Surgimento das Universidades no Mundo e sua Importância para o Contexto da Formação Docente**, Revista Temas em Educação, João Pessoa, v.22, n.2, p. 136-152, jul-dez, 2013.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

O USO DE HISTÓRIA DE MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA PARA ENSINO E APRENDIZGEM DA FÓRMULA QUADRADA: uma didática diferenciada

Larisse Lorrane Monteiro Moraes [514]
Valdinei Gomes Melo [515]
Bruno Sebastião Rodrigues da Costa [516]

RESUMO

O presente trabalho apresenta um "Relato de Experiência" de uma oficina com alunos do ensino médio, realizado na turma do 1º ano da Escola Estadual Prof.ª Ernestina Pereira Maia do município de Moju/PA, onde utilizou – se o uso da História de Matemática como recurso didático, onde objetivou - se motivar e auxiliar os alunos no processo de ensino e aprendizado de aplicações que utilizam a fórmula quadrada, mostrando dessa forma a sua história, no Brasil é conhecida como fórmula de Bhaskara. Essa metodologia se decorreu com a utilização de cartazes e uma parodia de autoria nossa, feita de um Brega (música típica do estado do Pará), para mostrar de forma diferenciada a história dessa fórmula. A análise será mostrada por meio de quadros, revelando que o uso desse recurso foi aprovado pelos alunos, uma vez que, mais de 94% da turma gostou e conseguiram resolver as atividades. Logo, esta maneira de ensino pode ser uma alternativa que facilite o ensino de matemática, tendo como público alvo não somente o educando, mas também o educador. Este relato possui fundamentação nas pesquisas de Iran Abreu Mendes (2010) Gasperi e Pacheco (2007), Kobiski e Joucoski (2015), Oliveira, Oliveira e Vaz (2014), na pesquisa de conclusão de curso do autor Lemos Neto (2011), no trabalho de Valenti e Santos (2009) e em alguns documentos oficiais da educação brasileira.

Palavras-chave: Ensino de matemática. História de matemática. Fórmula quadrada. Metodologias diferenciadas.

[514] Universidade do Estado do Pará (UEPA). E-mail: larissemoraes.12@gmail.com
[515] Universidade do Estado do Pará (UEPA). E-mail vgmelo2017@gmail.com
[516] Universidade do Estado do Pará (UEPA). E-mail: matbrunocosta@gmail.com

INTRODUÇÃO

A matemática é a ciência que movimenta o mundo, uma vez que seus segmentos e conceitos estão inseridos em várias áreas de conhecimentos que impulsionam o avanço do planeta, logo, está disciplina, está vigente continuamente na vida e no cotidiano de cada indivíduo, auxiliando e contribuindo para o entendimento, propiciando melhores condições de vida. À vista disso, o docente ao ensinar esta matéria na sociedade atual, necessita considerar que cada aluno vai desenvolver suas práticas em meio a informatização, e que a destreza da maneira de ensinar do professor, no uso de seus saberes, é característica essencial para uma mediação de conhecimentos ativa na relação docente-discente, portanto, esse novo modelo de aluno requer uma intervenção prática do educador. (GASPERI; PACHECO, p. 02 - 03, 2007)

O ensino de matemática gera diversos obstáculos para os educadores no Brasil, pois esta área de conhecimento enfrenta dificuldades desde à base de seu ensino fundamental, sendo elas vistas por meio de conceitos maus estruturados, ou por meio de analfabetismo matemático, em razão de o aluno não compreender as relações existentes entre uma teoria ou outra.

Outro entrave encontrado está ligado às formas metodológicas que o processo de aprendizagem dos discentes desta disciplina está vinculado nas escolas públicas, pois este ensino, sempre esteve ligado a cálculos aritméticos ou algébricos, ou seja, a parte prática da aprendizagem, deixando de lado a história desta ciência. (CASTELO, p. 8-9, 2013; LEMOS NETO, p. 16-17, 2011)

Em razão disso, este relato de experiência trata da História de matemática como recurso didático, o qual foi efetuado por intermédio de uma oficina realizada na escola de Ensino Médio Professora Ernestina Pereira Maia, com a turma de “1º Ano 6” do turno da tarde, com o objetivo motivar e auxiliar os alunos no processo de ensino e aprendizado de aplicações que utilizam a fórmula quadrada, conhecida no Brasil, como “fórmula de Bhaskara”, por meio de métodos lúdicos e diferenciados, pois este processo se decorreu com a utilização de cartazes e uma música, com autoria nossa, pois, “entende-se que, com a história de matemática, tem - se a possibilidade de buscar outra forma de ver e entender essa disciplina, tornando - a mais

contextualizada, mais integrada com as outras disciplinas, mais agradável". (GASPERI; PACHECO, p. 02, 2007)

O trabalho é dividido em: fundamentação teórica, para mostrar a importância deste estudo; descrição, onde será narrado os momentos dessa pesquisa e análise da experiência, para evidenciar como foi o desenvolvimento da oficina e as considerações finais.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta pesquisa está embasada de acordo com a visão de ensino e aprendizagem do assunto História de Matemática mostrada nas obras que regem a nossa educação brasileira, como os documentos oficiais, as pesquisas de Iran Abreu Mendes (2010) que retrata o uso da Investigação Histórica na Formação de Professores de Matemática, a de Gasperi e Pacheco (2007) que discorre sobre "a história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica", de Kobiski e Joucoski (2015), aos quais falam sobre "a utilização do recurso da História da Matemática em sala de aula, pelo professor de matemática", a pesquisa de conclusão de curso do Autor Lemos Neto (2011), o qual, fala sobre "a análise da história das equações do 2° grau nos livros didáticos", a pesquisa de Oliveira, Oliveira e Vaz (2014), tratando sobre "a história da matemática e o processo de ensino aprendizagem" e o trabalho de Valenti e Santos (2009), que também narra de "história da matemática como instrumento de ensino aprendizagem em sala de aula".

As pesquisas acerca da Educação Matemática nos últimos anos caracterizassem por um crescimento constante no mundo e no território brasileiro, vários pesquisadores dedicam - se aos estudos de tendências para o processo de ensino e aprendizagem desta matéria, em cursos de pós – graduação nas mais variadas faculdades e universidades, a procura de possibilidades que venham facilitar o trabalho do docente de matemática dentro de sala de aula. (KOBISKI; JOUCOSKI, p. 02, 2015).

Com isso, o processo de ensino e aprendizagem de matemática dispõe de várias alternativas metodológicas de ensino para auxiliar e despertar a curiosidade dos discentes, e compete ao educador escolher aquele método que mais se adeque ao assunto estudado. Por meio destas alternativas de ensino, encontramos a História de Matemática, que se for bem empregada pode viabilizar conceitos e contextos ais situações problemas, além de fornecer ferramentas que ajudam em estratégias de resoluções. (LEMOS NETO, p. 20, 2011)

Mendes (2010) corrobora, afirmando que:

> O modelo didático apoiado na investigação histórica pressupõe a participação efetiva do aluno na construção de seu conhecimento em sala de aula como um aspecto preponderante nesse procedimento didático. [...], a construção do conhecimento cotidiano, escolar e científico ocorre nas relações interativas entre as partes integrantes do processo, tal como entre o professor e os estudantes e entre os estudantes, que podem ser integradas nas investigações históricas de sala de aula. As informações históricas da Matemática, portanto, devem ser utilizadas sob a performance de atividades investigatórias, voltadas à aprendizagem da Matemática escolar. (MENDES, 2010, p.39)

Portanto, a História da Matemática é uma área que oportuniza que o docente construa seu próprio conceito referente a ciência, colaborando para a estruturação de métodos pedagógicos que irão auxiliar na dinâmica no ensino e aprendizagem dentro de sala, uma vez que, abordagem História da Matemática em utilização ao ensino, Mendes (2010), argumenta que:

> O conteúdo histórico deve ser o elemento provocador da investigação e gerador da Matemática a ser explorada nas discussões de toda a classe, pois se constitui um fator esclarecedor dos porquês matemáticos tão evidenciados pelos estudantes de todos os níveis de ensino. É dessas informações que o professor pode abordar os aspectos cotidiano, escolar e científico da Matemática junto aos estudantes, desde que os questionamentos e orientações sejam bem explorados e elaborados pelo professor. É nele que devemos enfatizar os fatos e problemas que, ao longo da história da humanidade, provocaram a indagação e o empenho humano visando a sua organização sistemática e disseminação até o modelo atual. (MENDES, 2010, p. 40)

Segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (p. 223, 2018), o estudo de matemática deve ser reconhecido como uma ciência humana, proveniente das

carências e responsabilidades de diversas culturas em vários momentos históricos, sendo reconhecida como uma disciplina viva, que contribui para esclarecer dilemas científicos e tecnológicos, servindo de base para novos conceitos e construções, possuindo forte impacto no mundo do trabalho de maneira geral, e essa concepção, segundo o documento, só se torna possível ao estudarmos a história desta ciência.

A respeito disso Gasperi e Pacheco (p. 02, 2007) discorre que,

> A história da matemática pode estar presente na sala de aula em vários contextos diferentes, pode ser apresentada de forma lúdica com problemas curiosos, “os enigmas”, como fonte de pesquisa e conhecimento geral, como introdução de um conteúdo ou atividades complementares de leitura, trabalho em equipe e apresentação para o coletivo. Também pode apresentar a matemática com uma gama de possibilidades de atividades diferenciadas que vão muito além das infindáveis sequências de exercícios e memorização de métodos e fórmulas.

Logo, quando trabalha - se com a História de Matemática percebe - se que ao colocar a mesma abordando a problematização de algum conceito, o educando desenvolve o olhar crítico e reflexivo, proporcionando a aprendizagem de saberes de maneira significativa para o cotidiano deste, uma vez que este estudo, concede ao aluno o pensar sobre a realidade.

Assim Mendes (2010), diz que:

> [...], a investigação em história da Matemática desenvolverá a perspicácia e o conhecimento do aluno sobre várias áreas matemáticas. Além disso, o estudo de vários tópicos matemáticos oferece múltiplas oportunidades para se aprender sobre outras áreas de conhecimento tão importantes quanto à Matemática e que nem sempre são discutidas pela escola, principalmente, nas aulas tradicionais de Matemática. (MENDES, 2010, p.43)

A respeito disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (p. 42, 1998), relata que,

> A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas [...], ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento.

Vale também atentar, que para o aluno obter a aprendizagem de determinado conceito ou procedimento matemático, é de extrema importância que haja um contexto histórico significativo, sendo utilizados exemplos de recortes temporais da atualidade ou de algum momento da história do assunto pesquisado, abordando também, de outros campos de conhecimentos e da própria história de matemática, pois estas fragmentações que marcaram um tempo e uma época podem sugerir meios para técnicas resolutivas, bem como objetivos que o docente pretende alcançar ao ministrar o conteúdo. (BRASIL, p. 43, 1998; BRASIL, p. 257, 2018)

Portanto, cabe neste trabalho, o uso desta ferramenta metodológica para o ensino da trajetória que a equação do segundo grau seguiu até se tornar a formosa "fórmula de Bhaskara" no Brasil, mostrando suas etapas e marco da história matemática.

Nesse sentido, Mendes (2010), contribui:

> O aprofundamento matemático dos estudantes pode também ser verificado no exercício da investigação histórica, certamente ampliando seu conhecimento acerca dos tópicos investigados e dos eventos relacionados à construção Matemática, o que favorece o aprendizado da Matemática por meio do seu desenvolvimento histórico, oportunizando-lhes uma aproximação interdisciplinar da Matemática e suas conexões com outras disciplinas. (MENDES, 2010, p.41)

DESCRIÇÃO

Ao trabalhar – se com a História da Fórmula Quadrada dentro da História de Matemática, utilizou – se de métodos qualitativos, a observação de comportamento dos alunos ao se depararem com o conteúdo, e quantitativos, visto que ao termino das atividades foram entregues aos alunos um questionário para entendermos e certificarmos se a metodologia foi eficaz e satisfatória, contudo se atentarmos percebe - se que estes dois métodos de pesquisa andam simultaneamente.

Pois segundo Günther (p. 204, 2006) expressa, que existe passos que podem ser seguidos para a efetivação dos tipos de pesquisa, como o estudo de caso; análise de documentos; pesquisa-ação; pesquisa de campo; experimento qualitativo e

avaliação qualitativa, porém, logo em seguida, o autor discorre que para todo pesquisador acostumado a trabalhar quantitativamente fica evidente que nenhum destes delineamentos é necessariamente qualitativo, ou seja, os dois métodos se entrelaçam, logo, o ensino da história de matemática neste contexto de tipo de pesquisa qualitativa versus quantitativa, entra para entendermos as construções que os alunos realizam dos conceitos históricos do assunto que envolvam a fórmula quadrada, objetivando suprir as falhas no ensino da história deste conteúdo.

Esta pesquisa foi desenvolvida por meio de uma oficina realizada na Escola Estadual de Ensino Médio Profª Ernestina Pereira Maia, da cidade de Moju – PA, com os 18 alunos da turma do “1º ano - 6” do turno da tarde desta instituição. A pesquisa está dividida em 5 (cinco) momentos:

O primeiro momento foi caracterizado pela a elaboração da oficina, onde resolveu – se trabalhar com a história da fórmula quadrada por meio da História de Matemática, onde foi produzido o vídeo e também feito a pesquisa e impressões do material que foi utilizado em sala de aula, o qual se perdurou por 4 (quatro) dias, dois encontros realizado na Universidade do Estado do Pará – UEPA campus Moju, e os outros dois em nossa residência, totalizando uma carga horária de 20h.

Já no segundo ocorreu a apresentação a direção da escola que nos encaminhou até a coordenação, para mostrarmos a metodologia que iríamos colocar em prática dentro de sala com os alunos e fazer a devida solicitação dos recursos necessários para a aplicação da oficina.

No momento seguinte, já em sala com os educandos, se constituiu a apresentação de um resumo das etapas da história da fórmula quadrada, apresentado aos alunos por meio de cartazes pregados na parede, conforme figura abaixo.

FIGURA 1: RECORTES TEMPORAIS DA HISTÓRIA DA FORMULA QUADRADA.



Fonte: Próprios autores (Março de 2018)

A ideia, foi explicar o que aconteceu em cada etapa da história da fórmula quadrada, chegando a nomenclatura que Descartes e Viete desenvolveram.

O quarto, foi realizado a apresentação da música por meio de uma gravação, conforme imagem abaixo.

FIGURA 2: APRESENTAÇÃO DA PARODIA



Fonte: Próprios autores (Março de 2018)

Na letra da paródia encontra-se toda a história apresentada anteriormente, o objetivo desta, foi o reforço de maneira lúdica e descontraída, fazendo o aluno entender o assunto da história da formula quadrada por intermédio da música.

No último, foi fornecido aos educandos uma apostila que continha a história da fórmula de maneira sucinta, a letra da música e uma atividade com 4 (quatro) questões

para analisar se os alunos conseguiram compreender o conteúdo, logo em seguida, após o termino da atividade, foi repassado um questionário contendo 3 (três) perguntas, com o intuito de sabermos a opinião do aluno sobre o método utilizado em sala.

FIGURA 3: APLICAÇÃO DA APOSTILA



Fonte: Próprios autores (Março de 2018)

Os momentos relatados acima, mostram como foi trabalhado a História da Matemática como recurso didático, onde a metodologia empregada motivou e auxiliou os alunos no processo de ensino e aprendizagem.

ANÁLISE DA EXPERIÊNCIA

Os questionários submetidos aos discentes durante a aplicação da oficina foram a base para analisar se a metodologia utilizada surtiu efeitos, as informações contidas na mesma, foram tabeladas e analisada, esses dados servirão para mostrar que o ensino básico necessita de metodologias diferenciadas para o ensino de matemática, uma vez que o educando se motiva e se sente participativo do processo de ensino e aprendizagem.

O quadro abaixo, refere-se às 4 (quatro) questões que foram aplicadas após a metodologia empregada.

QUADRO 1: Questões das atividades fornecida aos alunos.

Questões	Acertos		Erros	
	fi	%	fi	%
1ª	16	88	2	12
2ª	18	100	0	0
3ª	14	77	4	23
4ª	17	94	1	6

Fonte: Próprios autores (Março de 2018)

No quadro acima percebe – se que nas 4 (quatro) questões a quantidade de acertos após a aplicação da oficina foi bastante satisfatória, pois a quantidade de acertos, o menor percentual de acertos foi de 77%, tornado assim uma proposta bastante relevante a ser aplicada em sala de aula.

QUADRO 2: Questões do questionário fornecido aos alunos.

Perguntas	Respostas			
	Sim		Não	
	fi	%	fi	%
Você gostou de aprender a matemática por meio da história da matemática?	18	100	0	0
Você conseguiu entender a história da formula quadrada e suas aplicações por meio da história da matemática?	17	94,5	1	5,5
Você prefere ver e aprender a história da formula quadrada por meio do método que utilizamos ou através do método tradicional? Se for por intermédio do nosso método responda sim, ou se for por intermédio do método tradicional responda não.	18	100	0	0

Fonte: Próprios autores (Março de 2018)

Ao realizarmos a análise dos dados coletados no questionário, pode - se inferir que a metodologia utilizada adquiriu resultados satisfatório, visto que as reposta da primeira e da terceira pergunta obteve 100% de aprovação, em ambas interrogações estão relacionadas ao pensar do aluno em relação a aprendizagem do assunto com métodos diferenciados.

A última indagação, evidencia que os educandos estão cansados do ensino que utiliza procedimentos tradicionais, o qual, o professor é detentor do conhecimento, se posicionando em frente a turma lendo o conteúdo, e posteriormente passando um exercício de fixação.

A segunda pergunta, revela o entendimento do aluno em relação ao conteúdo por intermédio de novas metodologia, o resultado não obteve total aproveitamento como as demais, porém atingiu a porcentagem de 94,44%, o qual também, pode ser considerado como excelente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O processo de ensino e aprendizagem requer dos professores, inovação, recriação e diversas maneiras que faça com que os alunos se motive e possam aprender, pois muitos se sentem cansados no período que estão na escola e não possui interesse em assistir aulas repetitivas que nem sempre fazem sentido para vida dos mesmos. Logo, a utilização da história de matemática como recurso didático por meio música e dos cartazes, possibilitou que o educando entrasse em homogeneidade com o conteúdo o processo de ensino, despertando seu senso crítico, sua criatividade e seu conhecimento frente ao assunto.

Por meio da pesquisa, constatou - se que a utilização da História de Matemática como recurso didático para o ensino de matemática em sala de aula, auxilia no desenvolvimento da aprendizagem do educando, fazendo com que a historia desta ciência seja entendida e compreendida.

Diante dos resultados, conclui - se que o uso da Historia de Matematica é um meio de aprendizagem onde os alunos interagem e se divertem, aumentando o interesse no aprendizado, pois segundo os dados coletados no questionário na primeira, segunda e terceira pergunta, podemos inferir que as aulas se tornaram mais atrativas, e como consequência, os professores podem certificar que o desempenho de seu pupilo foi eficaz, uma vez que, a pergunta de número 01 e número 03 adquiriu total aproveitamento (100%), e a de número 02, atingiu 94,44%, portanto, os docentes de

maneira geral, podem ampliar essas práticas de ensino, fazendo uso deste recurso, visto que está metodologia adquiriu total viabilidade de aplicação em sala de aula.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Ministério de Educação. Secretaria de Educação Básica. Brasília, MEC, 2018. p. 396

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais:** Terceiro e Quarto Ciclo do Ensino Fundamental - Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, MEC /SEF, 1998. p. 148

CASTELO, João Alfredo Montenegro. **Resolução de equações quadráticas**: um resgate histórico dos métodos e uma proposta de aplicação da Sequência Fedathi no seu ensino. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. Fortaleza, 2013. p. 58

GASPERI1, Wlasta N. H. De.; PACHECO, Edilson Roberto. **A História da Matemática Como Instrumento Para a Interdisciplinaridade na Educação Básica.** 2007, Acesso em: 02/03/2018. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf >

GÜNTHER, Hartmut. **Pesquisa Qualitativa Versus Pesquisa Quantitativa: Esta É a Questão?.** Psicologia: Teoria e Pesquisa. Vol. 22 n. 2, 2006 p. 201-210. Disponível em: < http://www.scielo.br/pdf/%0D/ptp/v22n2/a10v22n2.pdf>

KOBISKI1, Jurema Cit; JOUCOSKI, Emerson. **A utilização do recurso da História da Matemática em sala de aula, pelo professor de matemática.** 2015, Acesso em: 27/02/2018. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1416-8.pdf

LEMOS NETO, José de Caldas. **Uma análise histórica das equações do 2° Grau nos livros didáticos.** Trabalho de conclusão de curso - (Licenciatura em Matemática à Distância) – UFPB/CCEN. Itabaiana, 2011. p. 44

MENDES, Iran Abreu. **A Investigação Histórica na Formação de Professores de Matemática**. Revista Cocar. UEPA, P. 39 - 41. 2010. Disponível: http://paginas.uepa.br/seer/index.php/cocar/article/view/37; Acesso em: 03 de janeiro de 2019.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.). **Pesquisa Social**: teoria, método e criatividade. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2001. Disponível em: <http// www.faed.udesc.br/arquivos/id_submenu/1428/minayo_2001.pdf>. Acesso em: 03 de janeiro de 2019.

OLIVEIRA, Vanessa Castro de; OLIVEIRA, Cristiano Peres; VAZ, Francieli Aparecida. **A História da Matemática e o Processo de Ensino Aprendizagem**. XX EREMAT - Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul Fundação Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Bagé - RS, Brasil. 2014.

VALENTI, Patrícia; SANTOS,Talita Secorun dos. **História da Matemática Como Instrumento de Ensino-aprendizagem em Sala De Aula.** X EPREM (Encontro Paranaense de Educação Matemática) – A Educação Matemática no Paraná: Avanços, Desafios e Perspectivas, 2009. p. 693 - 702

SANTOS, M. N. dos. A história da matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o Teorema de Tales: análise de uma experiência realizada com uma classe do 9.º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG). 2012. 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012. Disponível: http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/2983; Acesso em: 03 de janeiro de 2019.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

PITÁGORAS E SEU LEGADO
Uma atividade didática

Elaine de Sousa Teodosio[517]

RESUMO

Neste trabalho, temos como objetivo descrever e apresentar um relato de experiência com as turmas do 3° ano do ensino médio com propostas de atividades em sala de aula, cuja temática central é Pitágoras e suas contribuições em diversas áreas. Há uma preocupação em mostrar sua influência na sociedade, religião, filosofia e, também explorar os conceitos, propriedades e relações fundamentais dos números e como eles eram vistos pelos pitagóricos, de forma a promover a aprendizagem do conteúdo em Matemática com a colaboração da História. Essas atividades tornam as aulas mais dinâmicas e proporcionam aos alunos oportunidades de formular questões, fazer conjecturas, produzir material e de compartilhar com os colegas os resultados. No desenvolvimento do trabalho, o papel do professor é apenas o de mediador e assim, os alunos passam a ser responsáveis pela construção do conhecimento. E, como consequência proporcionamos aos alunos uma relação com a Matemática para além das listas de conteúdo, pois a História da Matemática possibilita outra forma de ver e entender a disciplina, tornando-a mais contextualizada e integrada com as outras disciplinas.

Palavras-chave: Números figurados. Sequências numéricas. Aritmética. Filosofia. Triplas Pitagóricas.

[517] Secretaria de Educação Básica (SEDUC - CE). Elaineteodosio_01@yahoo.com.br.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho trata-se de um relato de experiência com as turmas de 3° Ano (A, B, C, D e E) do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Professora Eudes Veras, no Maracanaú no qual desenvolvemos atividades que tinham como tema central Pitágoras e seu legado.

Decidimos abordar esse tema porque a Sociedade Pitagórica influenciou a aritmética, a filosofia, a geometria, a música, a religião entre outros assuntos, mas na maioria das vezes os nossos alunos estudam isoladamente o Teorema de Pitágoras, por ser um conteúdo de grande importância optamos por trabalhar essa temática de forma mais ampla e significativa e algumas vezes desmistificando algumas lendas.

De acordo com os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (1998) é importante permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência.

AULAS DE MATEMÁTICA E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A História da Matemática pode contribuir para a melhoria das aulas de Matemática e a intersecção dessas duas áreas aplicadas adequadamente pode trazer novos ares à sala de aula e assim professores e alunos produzirão conhecimento e consequentemente promoverão a cidadania. De acordo com MIGUEL e MIORIN (2004, p.53):

> Dessa forma, podemos entender ser possível buscar na História da Matemática apoio para atingir, com os alunos, objetivos pedagógicos que os levam a perceber por exemplo; (1) a matemática como uma criação humana; (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; (3) as necessidades práticas sociais, econômicas e físicas que servem de estimulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas; (4) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.; (5) a curiosidade estritamente

> intelectual que pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias; (6) as percepções que os matemáticos tem do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo.

Na maioria das vezes, os alunos não percebem a matemática como uma criação humana, com intuito de modificar essa visão e com o objetivo que eles percebam que a Matemática passou por diversas transformações ao longo do processo histórico, compostas de erros e acertos, e não como verdades absolutas iremos desenvolver um trabalho com vários textos sobre as contribuições da sociedade pitagórica.

Um grupo trabalharia com os números figurados planos GIOVANI E QUARESMA (2014, p. 21-48) e tinha como objetivo entender e explicar para turma que:

> Os números eram divididos em tipos associados aos diferentes tipos de coisas. Para cada tipo, havia um primeiro, ou menor número, considerado sua “raiz”. As relações entre os números não representavam, portanto, uma cadeia linear na qual todas as relações internas semelhantes. Cada arranjo designava uma ordem distinta, com ligações próprias. Daí o papel dos números figurados na Matemática pitagórica. Esses números eram, de fato, figuras formadas por pontos, como as que encontramos em um dado. Não é uma cifra, como 3, que serve de representação pictórica para um número, mas a delimitação de uma área constituída de pontos, como uma constelação. (GIOVANI E QUARESMA, 2014, p.24-25)

Ao desenvolver o trabalho o grupo constataria que os primeiros números figurados são dados pelos números triangulares, e que tem os quadrados, os retangulares, os pentagonais e os hexagonais e, com isso deveria traduzir para a linguagem atual o estudo do conteúdo de sequências numéricas mostrando algumas proposições, teoremas e corolários, que determinam relações fundamentais entre os números figurados.

Outro grupo desenvolveria seus estudos baseados na temática Aritmética Pitagórica EVES (2004, p.98-102) com objetivo de entender as razões pelas quais as pessoas fazem matemática, pois ao analisar o trabalho observaria que:

> Admite-se geralmente que os primeiros passos no sentido do desenvolvimento da teoria dos números e, ao mesmo tempo, do lançamento das bases do futuro misticismo numérico, foram dados por Pitágoras e seus seguidores movidos pela filosofia da fraternidade. Assim, é que Jâmblico, um influente filósofo neoplatônico que viveu por

> volta de 320 d.C., atribui a Pitágoras a descoberta dos números amigáveis. (EVES, 2004, p.98)
> Também se atribuem aos pitagóricos os números perfeitos, deficientes e abundantes que apresentam ligações místicas essenciais e especulações numerológicas. (EVES, 2004, p.99)

Os alunos trabalhariam com a temática Pitágoras de Samos: seu mito e sua herança cientifico-cultural GOMES (2010, p.1-5) e, assim entender que são as necessidades práticas sociais, econômicas e físicas que servem de estimulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas e consequentemente teriam que

> abordar sobre a vida do matemático grego Pitágoras de Samos e da escola por ele fundada - A Escola Pitagórica, apresentando as suas contribuições para o desenvolvimento da Matemática como ciência, o misticismo sobre os números inteiros e as suas relações com a Música, mostrando, desta forma, sua herança científico-cultural, desde a sua época e até os dias atuais. (GOMES 2010, p.1)

Ao trabalhar o tema Matemática e filosofia pitagórica ROQUE (2015, p.108-112) os alunos deveriam entender e explicar as conexões entre matemática e filosofia, ao constatar que:

> Com o fim de aproximá-los da filosofia platônica, Aristóteles cita os pitagóricos como os primeiros a considerar a matemática a partir de princípios, ou seja, os primeiros a relaciona matemática e filosofia. A teoria dos números dessa escola seria produto de seus estudos matemáticos. No entanto admite-se atualmente que essa teoria dos números tinha um grande componente não matemático e não seguia uma estrutura dedutiva. (ROQUE 2015, p.111)

Ao desenvolver um estudo, sobre não há um teorema de “Pitágoras”, e sim triplas pitagóricas ROQUE (2015, p.112-115), os alunos iriam compreender que a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias, pois seria constatado que:

> Não deve ter havido um teorema geométrico sobre o triângulo retângulo demonstrado pelos pitagóricos, e sim um estudo das chamadas triplas pitagóricas. O problema das triplas pitagóricas é fornecer triplas constando de dois números quadrados e um terceiro número quadrado que é a soma dos dois primeiros. Essas triplas são números inteiros que podem ser associados às medidas dos lados de um triângulo retângulo.

> Provavelmente, os pitagóricos chegaram a essas triplas por meio do gnomon, que era sinônimo de números impares, formados pelas diferenças entre quadrados sucessivos. (ROQUE 2015, p.113)

O questionamento: Os pitagóricos lidavam com números? ROQUE (2015, p.102-107) iria compor uma das temáticas trabalhadas por um grupo de alunos, mas ao final, a turma deveria entender que as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática mudam e se desenvolvem ao longo do tempo, pois ao estudar essa temática o grupo deveria entender e expor

> Os pitagóricos, contundo, embora sejam vistos como os primeiros a considerar o número do ponto de vista teórico, e não apenas prático, não possuíam, de fato, uma noção de número puro. Diferentemente de Platão, os pitagóricos não admitiam nenhuma separação entre número e corporeidade, entre seres corpóreos e incorpóreos. Logo, não é lícito dizer que o conceito pitagórico de número fosse abstrato. De certo ponto de vista, dado seu caráter espacial e concreto, poderíamos afirmar que os números pitagóricos não eram objetos matemáticos que conhecemos hoje, isto é, entes abstratos. (ROQUE 2015, p.104)

Desta forma, com o material de estudo separado e os objetivos estabelecidos desenvolveremos uma proposta didática que leve os alunos a refletir os porquês de alguns conteúdos de Matemática e que possam recorrer a algumas ferramentas que estão inseridas no contexto da História da Matemática.

DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE

Os alunos das turmas de 3° Ano (A, B, C, D e E) da Escola Estadual de Ensino Médio Professora Eudes Veras, no Maracanaú vivenciaram uma experiência que tinha como tema central Pitágoras e seu legado. Essa experiência foi dividida em várias etapas que vamos chamar de tarefas, nas quais foram desenvolvidas do 12 de novembro ao dia 11 de dezembro totalizando 40 horas.

Antes de começar as tarefas dividimos as salas em grupos de três, de preferência, dependendo da quantidade de alunos de cada turma, a divisão obedecia a ordem alfabética com intuito de trabalhar com grupos diversificados. Em seguida,

dividimos os textos citados na seção anterior. Portanto, começaremos a descrever as tarefas, pois cada grupo já saberia a temática a ser trabalhada.

A primeira tarefa consistia em lê o texto individualmente, buscar a ideia principal e grifar as palavras que cada um não entendeu para depois em grupo discutirem o que entenderam do texto e retirarem as palavras que estavam iguais para construírem um glossário de pelo menos 30 palavras.

A segunda tarefa consistia em preparar um seminário relacionado ao seu artigo que culminava na terceira tarefa que era a apresentação do seminário.

A quarta tarefa cada grupo iria elaborar um quiz com pelo menos cinco questões abrangendo os conteúdos apresentados pelo grupo. Essa tarefa foi realizada no laboratório da escola e depois cada grupo deveria enviar para o meu e-mail.

A quinta tarefa era a criação, pela equipe, de uma história em quadrinhos ou uma animação, todos escolheram fazer no formato de HQ. A sexta consistia em ler as História e depois selecionar as melhores de cada sala.

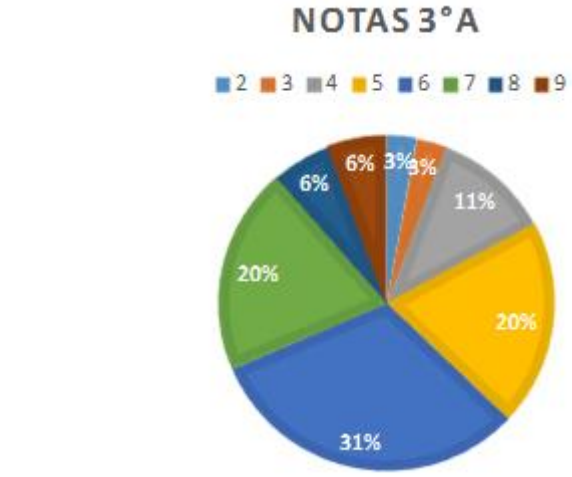
Nesse intervalo, nas horas de planejamento eu escolhia 10 perguntas de cada turma que havia me enviado para montar o quiz, ou seja, em cada turma o quiz era diferente, composto de 10 questões de múltipla escolha, vale ressaltar que somente o 3° B fez uma questão aberta que compôs o teste (nessa turma as notas vão aparecer quebradas). A sétima tarefa consistia na aplicação e correção, é importante destacar que para obter os resultados em tempo hábil, para dá um retorno aos alunos antes do final do ano letivo, o quiz era corrigido pelos alunos tomando cuidado para que cada um ficasse com o do colega e não o seu. A quantidade de alunos que responderam e os resultados do quiz estão, respectivamente, na tabela e nos gráficos abaixo.

TABELA 1: ALUNOS POR TURMA QUE RESPONDERAM O QUIZ

Turma	Quantidade de alunos
A	35
B	39
C	31
D	39
E	40
Total	184

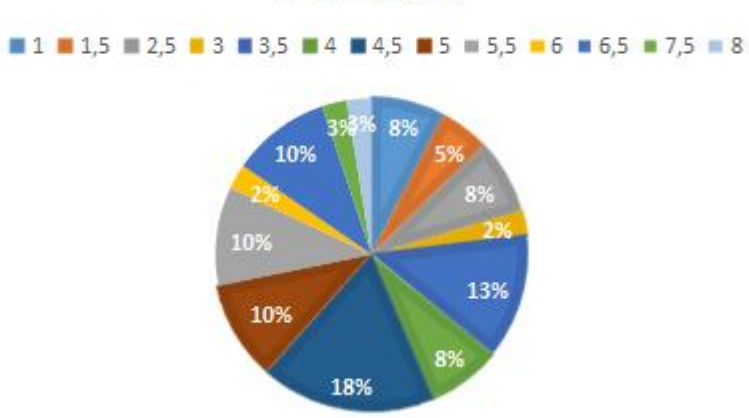
Fonte: Próprio autor (2019)

GRÁFICO 1: RESULTADO DO 3° A



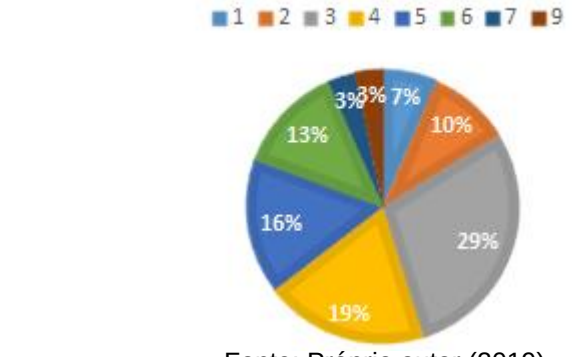
Fonte: Próprio autor (2019)

GRÁFICO 2: RESULTADO DO 3° B



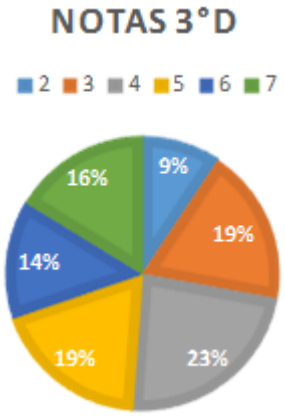
Fonte: Próprio autor (2019)

GRÁFICO 3: RESULTADO DO 3° C



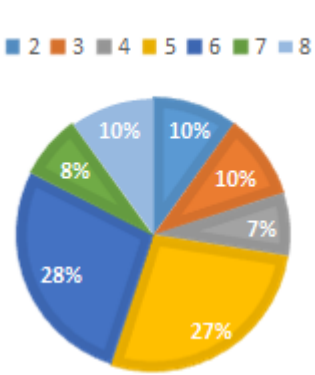
Fonte: Próprio autor (2019)

GRÁFICO 4: RESULTADO DO 3° D



Fonte: Próprio autor (2019)

GRÁFICO 5: RESULTADO DO 3° E



Fonte: Próprio autor (2019)

A última era um relatório individual contendo as dificuldades e o aprendizado na realização da atividade. Vale ressaltar, que o desenvolvimento das tarefas iria valer como as avaliações do último bimestre.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aproximação da Matemática com a História da Matemática é uma alternativa para sairmos dessa estruturação de currículo baseada em lista de exercícios, no qual as práticas de ensino estão centradas no professor e, na maioria das vezes, os alunos não se sentem motivados ou desafiados na produção do conhecimento.

Os resultados obtidos foram satisfatórios, pois em todas as salas, obtive uma adesão maior que 50% e como consequência as notas das avaliações, principalmente a individual, o quiz, foram maiores do que as notas dos bimestres anteriores, no qual a metodologia era centrada no professor e na resolução de exercícios. É importante destacar que tivemos, alguns pontos negativos, entre eles, a dificuldade em manter a homogeneidade dos grupos em todas as tarefas, por causa de falta dos alunos e, também os prazos de entrega das atividades.

Diante disso percebemos que ao realizarmos atividades nessa perspectiva estimulamos a curiosidade do aluno, pois ao trabalhar a História da Matemática, os mesmos investigam culturas e línguas diferentes, experimentam uma matemática diferente, engenhosa e que pode aguçar o raciocínio matemático.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. 3. ed. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Edgard Blucher,1996

GOMES, Carla R.; PITÁGORAS DE SAMOS: SEU MITO E SUA HERANÇA CIENTÍFICO – CULTURAL – Nova Iguaçu: Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, 2010. Disponível em:<http://www.hcte.ufrj.br/downloads/sh/sh3/trabalhod/Carla%20Regina%20Gomes.pdf> Acesso em: 04 Jan. 2018

MARQUES, Giovanni A; QUARESMA, João C. B. **Investigação histórica no ensino de matemática**: os números figurados planos – Belém: Universidade Federal do Pará. Disponível em: <https://rl.art.br/arquivos/5651564.docx> Acesso em: 02 Jan 2019

MIGUEL, Antônio; MIORIN, Maria A. **História na educação matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio. Secretaria de Educação. Brasília. MEC,1998

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

PROBLEMAS ALGÉBRICOS E ARITMÉTICOS ANTES DO SÉCULO XVII

Lucas Queiroz Cordeiro de Moura [518]
Viviane Santos Oliveira[519]

RESUMO

O tema aqui abordado faz parte do projeto de pesquisa "A álgebra e as operações numéricas fundamentadas pela geometria ao longo da história da matemática" do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC-UFAL), sob orientação da Profa. Viviane de Oliveira Santos. Neste projeto, buscamos apresentar como a álgebra e as operações numéricas foram fundamentadas pela geometria ao longo da história da matemática, visando ampliar os conhecimentos dos futuros professores. Ao estudar história da matemática muitos se surpreendem em perceber como a geometria estabelece o alicerce do que conhecemos hoje como álgebra e com a base geométrica das operações numéricas, iremos focar em alguns problemas de álgebra e operações numéricas que foram explicados geometricamente. Neste trabalho específico, estudaremos sobre a álgebra e a aritmética antes do século XVII, buscando relacionar também problemas relacionados às mesmas, bem como análise de suas resoluções. O objetivo principal é entender o desenvolvimento da álgebra e da aritmética antes do século XVII e analisar os problemas encontrados nesta época.

Palavras-chave: História da Matemática. Álgebra. Aritmética. Geometria.

518 Universidade Federal de Alagoas (UFAL). lucas.moura@im.ufal.br.
519 Universidade Federal de Alagoas (UFAL). viviane.santos@im.ufal.br.

INTRODUÇÃO

Um dos motivos da importância do estudo da História da matemática é ampliar o conhecimento dos futuros professores no sentido de entenderem a álgebra como processo geométrico e a importância da geometria na fundamentação matemática. É bastante comum alunos serem considerados bons na álgebra e nas operações matemáticas, porém têm dificuldades na geometria. Isso ocorre, na maioria das vezes, pelo fato de que a álgebra e a geometria estão sendo entendidas como ideias isoladas, o que não acontece ao longo da história. (D'AMBROSIO, 2007, p.402).

Como a pesquisa segue em andamento, iniciamos procurando saber sobre a história da aritmética e da álgebra, com isso, buscamos em alguns livros e em artigos. Alguns problemas podem ser encontrados no Papiro de Rhind e nos Elementos de Euclides.

UMA BREVE HISTÓRIA: aritmética e álgebra

Na busca das raízes da invenção dos números e das operações, veem-se, desde a civilização grega, as referências que serviram de base para a educação do mundo ocidental. De acordo com Dantzig (1970, p. 44), "A Aritmética é a base de tôda a Matemática, pura ou aplicada. É a mais útil das ciências e provavelmente não existe nenhum outro ramo do conhecimento humano tão espalhado entre as massas".

Dantzig (1970) ainda relata que a Aritmética e a Teoria dos Números são ramos contrastantes da Matemática. Para o autor, a Aritmética é mais acessível devido à generalidade e simplicidade de suas regras, enquanto que a Teoria dos Números é de difícil compreensão por causa dos métodos individuais de abordagem de problemas.

Para entender as razões de se estudar a Aritmética, procura-se na história da humanidade o seu desenvolvimento.

Seu estudo sempre esteve presente nas civilizações, segundo Cambi (1999). Os filósofos da antiguidade também se ocuparam de estudar a Matemática, até porque eram eles que refletiam sobre todos os setores da indagação humana. Se o número

surgiu numa concepção cardinal ou ordinal, ou se a Matemática surgiu com a Geometria ou com a Aritmética ainda não se sabe ao certo. O que se sabe é que tanto a Aritmética quanto a Geometria surgiram antes da escrita, o que torna o resgate da história mais complexo. Nas antigas civilizações, a matemática era utilizada para necessidade, como cálculo do calendário, a administração das colheitas, a organização de obras públicas e a cobrança de impostos, bem como os registros dessas atividades.

Nas matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito, os problemas designados "algébricos" são melhores adequados como "cálculos com grandezas", por serem relacionados como a um procedimento "cortar e colar" (ROQUE, 2012, p. 39). De toda forma, temos problemas interessantes que poderão ser estudados.

> Além das operações de soma, subtração, multiplicação e divisão, os babilônicos também resolviam potências e raízes quadradas e registravam os resultados em tabletes. O método sado nesse último caso era bastante interessante, uma vez que permitia obter valores aproximados para raízes que hoje sabemos serem irracionais. Escrito em notação atual, o cálculo de raíz de um número k se baseava, provavelmente. Em um procedimento geométrico. (ROQUE, 2012 p. 60).

Partimos de aproximadamente 1600 anos antes de Cristo, quando vivia no Egito um escriba chamado *Aahmesu*, conhecido nos meios científicos como *Ahmes*; ele é o autor de uma das mais antigas obras de Matemática de que se tem notícia: o Papiro de *Ahmes* ou Papiro de *Rhind*.

Alguns problemas do Papiro de *Rhind* referem-se a assuntos do dia a dia dos antigos egípcios: Alguns, no entanto, não se referiam a coisas concretas, mas aos próprios números. Um problema do tipo "Um montão, sua metade, seus dois terços, todos juntos são 26. Diga-me: Qual é a quantidade?" era resolvido de um modo muito engenhoso utilizando a regra do falso (BOYER, 1974, p.11).

Só na Grécia, a matemática começa ser explorada de forma mais conceitual, através de teoremas e axiomas. Os gregos não se contentavam em só resolver os problemas, eles buscavam soluções mais racionais para as questões em geral, principalmente nas geométricas.(LORENSSATI, 2012)

Com Euclides, nos *Elementos*, que é composto por 13 livros, dois são mais dedicados a álgebra, que são o livro II e o livro IV. A álgebra de Euclides era identifica

por figuras geométricas, embora não seja provado que ele fez de forma algébrica, nos *Elementos* todas as construções eram realizadas utilizando somente régua não graduada e compasso, não fazia cálculos nem estabelecia medidas. A Álgebra geométrica antiga não era um instrumento ideal, mas era eficaz (Boyer,1974 e Struik, 1989).

Por volta de 300 anos depois de Cristo Diofanto de Alexxandria escreveu três trabalhos: *Aritmética,* o mais importante, do qual nasceram 6 dos 13 livros; *Sobre números poligonais* do qual só restou um fragmento; e *Parismas*; que se perdeu. A *Aritmética* em uma parte remanescente do trabalho possui 130 problemas que levam a equações do primeiro e do segundo grau.(EVES, 2004, pg. 207)

ALGUNS PROBLEMAS ALGÉBRICOS E ARITMÉTICOS ANTES DO SÉCULO XVII

Em Garbi (2011, p.13) encontramos um problema do Papiro de Ahmes (ou Rhind), o papiro reúne 85 problemas de Aritmética e geometria, um dos problemas resolvido é o método que hoje determinamos como "regra da falsa posição"

> Problema: "Uma quantidade, somada a seus dois terços, mais sua metade e mais sua sétima parte perfaz 33".

Em Eves (2004, p. 208), encontramos alguns problemas do livro *Aritmética, como:*

> *Problema 6*, Livro III: Encontre três números tais que a soma de todos é um quadrado e a soma de dois quaisquer deles também é um quadrado.(Resposta de Diofanto: 80, 320, 41)
>
> *Problema 10*, Livro IV: Encontre dois números tais que sua soma é igual à soma de seus cubos. (Resposta de Diofanto: 5/7 e 8/7)

Também em Eves (2004, p. 175) encontra-se uma proposição no livro Elementos de Euclides, por exemplo:

> *Proposição 14,* Livro IX: Caso um número seja o menor medido por números primos, será medido por nenhum outro número primo além dos que medem no princípio. Que é equivalente ao importante *teorema fundamental da aritmética*, a saber, *que todo inteiro maior que 1 pode se expressar como produto de primos de uma e, salvo quanto à ordem dos fatores, uma só maneira.*

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como foi dito, a pesquisa ainda está em andamento, e com o objetivo de estudar a álgebra e a aritmética até o Século XVII e, após essa análise, estudar os conceitos históricos de ambos nas resoluções de problemas interpretando de forma geométrica, no sentido de entenderem como a álgebra e as operações numéricas foram fundamentadas pela geometria ao longo da história da matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Edgard Blucher e Edusp. São Paulo: l974.

CAMBI, F. **História da pedagogia**. Traduzido por Álvaro Lorencini. São Paulo: Fundação Editora da UNESP (FEU), 1999.

DANTZIG, T. **Número: a linguagem da ciência.** Traduzido por Sergio Goes de Paula Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

D'AMBROSIO, B. S. **Reflexões sobre a História da Matemática na Formação de Professores**. In: NOBRE, Sergio (org.). Revista Brasileira de História da Matemática - an internationational journal on the History of Mathematics, Especial nº 1 – Festschrift Ubiratan D'Ambrosio, p. 399-406, 2007.

S, H. **Introdução à história da Matemática**. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora da UNICAMP, 2004.

GARBI, G. G. **A rainha das Ciências: Um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

LORENSATTI, E. J. C. **Aritmética: um pouco de história**. Disponível em: http://www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/anpedsul/9anpedsul/paper/viewFile/1786/265. Acesso em 06/01/2019.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, T.; CARVALHO, J. B. P. T**ópicos de História da Matemática.** Rio de Janeiro: SBM, 2012.

STRUIK, Dirk J. **História Concisa das Matemáticas**. Gradiva. Lisboa: 1989.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

TRIÂNGULOS ARITMÉTICOS
Jia Xian e Pascal

Flavia do Nascimento Borges [520]
Vinícius Murilo Fratucci [521]
Lucieli M. Trivizoli [522]

RESUMO

O presente trabalho é um resultado parcial de um estudo realizado sobre triângulos aritméticos ao longo da História da Matemática. Apresentaremos neste trabalho resultados iniciais deste estudo que tem por objetivo verificar no desenrolar da história quais são as semelhanças entre o triângulo aritmético de Jia Xian e o triângulo aritmético de Pascal. Para tanto, foi necessário conhecer as relações e particularidades de cada um, em que verificamos o momento em que cada um foi apresentado para a sociedade, para assim podermos determinar as semelhanças possíveis, tendo em vista que Jia Xian e Blaise Pascal estudaram os triângulos que são parecidos, porém as relações que são exploradas por eles são diferentes. Logo vemos que em determinado momento histórico os estudos são determinados para as necessidades de cada contexto: na China com Jia Xian ele tinha por objetivo o estudo de aproximações de raízes quadráticas, cúbicas, etc., já com Pascal na França, era o estudo de coeficientes binomiais entre outros.

Palavras-chave: Triângulo Aritmético. Blaise Pascal. Jia Xian. História da Matemática.

[520] Universidade Estadual de Maringá (UEM). flavia.n.borges@hotmail.com.
[521] Universidade Estadual de Maringá (UEM). viniciusfratucci@outlook.com.
[522] Universidade Estadual de Maringá (UEM). Orientadora. lmtrivizoli@uem.br.

INTRODUÇÃO

O presente artigo é um resultado parcial de um estudo que vem sendo desenvolvido pelos alunos de graduação em Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual de Maringá (UEM). Nosso objetivo é a busca de informações sobre triângulos aritméticos ao longo da História da Matemática. Para este trabalho dois desses triângulos serão explorados.

As indicações sobre a História da Matemática prescritas nos Parâmetros Curriculares Nacional (PCN) mostram que ela é um recurso importante para a formação do aluno:

> Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático. (BRASIL, 1997, p. 34)

Seguindo essas possibilidades, tivemos como objetivo buscar ao logo da História da Matemática a relação entre os triângulos aritméticos que surgiram ao passar dos séculos. Para este trabalho em específico, verificaremos quais são as relações entre o triângulo aritmético que surgiu na China desenvolvido pelo matemático Jia Xian, aproximadamente em 1050, e também o triângulo aritmético que surgiu na França desenvolvido pelo matemático Blaise Pascal, por volta de 1653. Assim, entendemos que ao estudar o contexto do surgimento dos triângulos aritméticos é possível entrar em contato com o conhecimento matemático, mas também, o conhecimento histórico do contexto que envolve o desenvolvimento desses tópicos e dos matemáticos citados.

TRIÂNGULO ARITMÉTICO DE JIA XIAN

Na China, a matemática era vista como uma necessidade e utilidade. Era importante educar e construir um país com grande desenvolvimento, sendo a

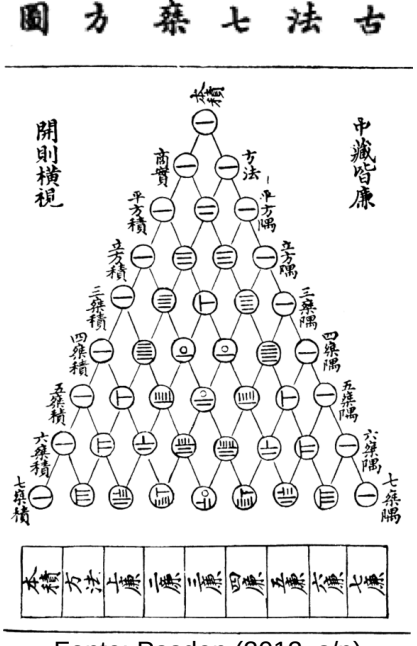
Arquitetura, o Comércio e as Finanças e a Agrimensura as bases para esse crescimento

O mais famoso livro de matemática chinesa de todos os tempos é o *Jiuzhang suanshu* ou, como frequentemente é conhecido, os “Nove Capítulos sobre a Arte Matemática” . Este livro certamente contém contribuições para a matemática que foram feitas durante vários períodos, mas há pouco no texto original para distinguir o período preciso de cada um. Muitos desenvolvimentos posteriores vieram através de comentários sobre esse texto.

No início do século XI viveu o chinês Jia Xian (1010-1070), matemático e astrônomo no início do maior período da matemática tradicional chinesa, mas ainda se sabe pouco sobre a vida de Jia. Segundo Andrea Breard (2005) ele foi aluno do matemático e astrônomo Chu Yan, que contribuiu para a revisão do calendário Chongtian em 1023, e serviu no Bureau Astronômico Imperial em meados do século XI.

Em 1.050 d.C. Jia Xian escreveu o “Manual da Matemática” que é considerado o documento mais antigo que traz um triângulo aritmético (OLIVEIRA et al., 2015). Em 1.250 d.C. Yang Hui escreveu dez livros. Em pelo menos dois destes livros, eles estudam o Triângulo Aritmético.

FIGURA 1: Diagrama de Jia Xian/Yang Hui



Fonte: Pasden (2012, s/p)

Jia fez contribuições que só são conhecidas por meio dos textos de Yang Hui, já que seus escritos foram perdidos. Como já dito, uma destas contribuições de Jia Xian foi o triângulo aritmético, denominado triângulo aritmético de Jia Xian, por meio do qual é possível realizar métodos para encontrar raízes quadráticas, e esse método estendeu-se para a solução numérica de equações polinomiais computando potências de somas usando coeficientes binomiais.

TRIÂNGULO ARITMÉTICO DE PASCAL

No final do século XVI e início do século XVII a Europa ainda estava inflada pelas lutas religiosas, a situação da França era decadente. As guerras religiosas e as revoltas de camponeses assolavam o país. Neste meio conturbado, nasceu Blaise Pascal em 1623, na cidade de Clermont, e ele é considerado um dos mais importantes matemáticos da história francesa. Segundo Dias (2014), desde criança apresentou um espírito extraordinário, questionador da estrutura e das coisas. Seu raciocínio era muito acima do comum para sua idade.

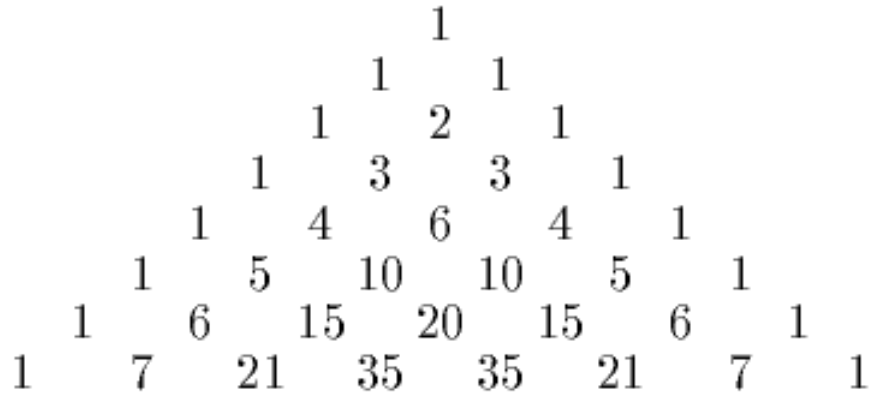
Pascal foi educado pelo seu pai e teve acesso a diferentes tipos de assuntos, entre eles a geometria e o latim. Considerado um garoto prodígio, por volta dos seus onze anos, reconstruiu a mais importante obra matemática do ocidente: o livro “Os Elementos”, de Euclides.

> Reinventando assim a matemática, por si só e sem consulta a livros relacionados com o assunto, Pascal reconstruiu o livro Os Elementos, enunciando os teoremas fundamentais da geometria e a sua demonstração, na mesma ordem estabelecida por Euclides. (INSTITUTO BLAISE PASCAL, 2009, p. 1)

Durante sua vida, Pascal fez diversas contribuições para diversas áreas, incluindo a matemática, física, filosofia e também agiu como teólogo católico francês. Em específico, na matemática, no tratado *Traité du Triangle Arithmétique* (Tratado sobre o Triângulo Aritmético), em 1653, descreveu uma

apresentação tabular conveniente para os coeficientes binomiais. Essa tabela hoje é conhecida como Triângulo de Pascal.

FIGURA 2: Diagrama de Blaise Pascal



Fonte: Lessa (2018, s/p)

ALGUMAS APROXIMAÇÕES

Madrid (2010) nos diz que as ideias sobre o triângulo aritmético foram redescobertas e introduzidas várias vezes e em diversos locais. O triângulo aritmético é conhecido por nomes distintos em regiões diferentes: na Itália é conhecido como “Triângulo de Tartaglia”, na Índia como “Triângulo de Pingala”, já na França é conhecido como “Triângulo de Pascal” e na China como “Triângulo de Jia Xian”. Na verdade, todos esses triângulos se referem a ideias que são bastante próximas, mas foram estudados e aperfeiçoados através dos séculos por vários matemáticos, com suas propriedades matemáticas variando de acordo com a origem e com sua época. Assim, entende-se que o triângulo aritmético não seja uma invenção de Pascal, pois sua denominação varia muito ao longo do mundo (MADRID, 2010). A seguir, iremos nos ater aos triângulos de Jia Xian e de Pascal.

Entende-se que o triângulo de Jia Xian é uma versão inicial do triângulo de Pascal. Podemos considerar uma construção manual de um triângulo aritmético bastante simples tanto no triângulo de Pascal e no triângulo de Jia Xian, trata-se de um arranjo triangular de números em que cada número é igual à soma do par de números

acima deles: a primeira linha, que formará o topo do triângulo, terá uma única célula, cujo valor é 1; cada linha subjacente terá, em seus extremos, células contendo o número 1 e células entre os extremos contendo o resultado da soma do valor das células à esquerda e à direita da linha sobrejacente. Este triângulo pode ser continuado indefinidamente aumentando o número de linhas,

Notamos que os dois se basearam em um mesmo princípio para a construção do triângulo aritmético, porém como surgiram em épocas e contextos diferentes, as necessidades para os estudos de cada um deles têm objetivos distintos. Na China, Jia Xian tinha por objetivo o estudo de aproximações de raízes quadráticas, cúbicas, etc. Já Pascal, na França, propôs um novo estudo, tratando as suas propriedades desse triângulo mais a fundo que seus antecessores, provando várias delas. O seu foco era o estudo de coeficientes binomiais entre outros.

CONSIDERAÇÕES

Depois das reflexões apresentadas, notamos que o tão conhecido Triângulo de Pascal tem um longo caminho que o antecede. Ao considerar o estudo dos triângulos aritméticos, verificamos que durante diversas épocas houve alterações, com o contexto histórico relacionado de cada momento em que surgiu ou em que foi estudado o triângulo aritmético, em específico os de Jia Xian e de Pascal.

Para a realização deste trabalho, notamos que o estudo histórico é uma tarefa difícil, pois como vimos, muitos dos documentos e dos estudos de Jia Xian se perderam. Contudo, encontramos referências a ele através de outro matemático Yang Hui. Ainda, podemos dizer que o tempo de exploração foi bastante recompensador, principalmente por mostrar que geralmente é atribuída a autoria de uma ideia matemática a algum matemática reconhecido, mas que na verdade essa ideia é uma (re)construção com contribuições diversas e não segue uma linha do tempo linear.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática. 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 09 nov. 2018.

BREARD, Andrea. **Jia Xian**: matemático chinês e astrônomo.2005. Disponível em: https://www.britannica.com/biography/Jia-Xian. Acesso em: 10 dez. 2018.

DIAS, G. F.. **A história da matemática como metodologia de ensino: um estudo a partir do tratado sobre o triângulo aritmético de Blaise Pascal**. 2014. 172f. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/22348>. Acesso em: 10 dez. 2018.

INSTITUTO BLAISE PASCAL. **Blaise Pascal.** 2009. Disponível em: <http://www.institutopascal.org.br/visao/institucional/blaise-pascal.php>. Acesso em: 02 dez. 2018.

LESSA, J. R.. **Triângulo de Pascal.** 2018. Disponível em: <https://www.infoescola.com/combinatoria/triangulo-de-pascal/>. Acesso em: 20 dez. 2018.

MADRID, A. **A História do Triângulo Aritmético - Parte I.** 2010. Disponível em: <http://matematica-na-veia.blogspot.com/2010/01/historia-do-triangulo-aritmetico-parte.html>. Acesso em: 10 dez. 2018.

MADRID, A. **A História do Triângulo Aritmético - Parte II.** 2010. Disponível em: <http://matematica-na-veia.blogspot.com/2010/02/historia-do-triangulo-aritmeticoparte.html>. Acesso em: 10 dez. 2018.

OLIVEIRA, A. R. et al. **Curiosidades sobre o Triângulo de Pascal.** 2015. Disponível em: <http://webpages.fc.ul.pt/~ommartins/seminario/pasca_l/curios.htm>. Acesso em: 12 dez. 2015.

PASDEN, J. **Pascal's Triangle and Chinese.** 2012. Disponível em: <http://www.sinosplice.com/life/archives/2012/10/15/pascals-triangle-and-chinese>. Acesso em: 03 dez. 2018.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

UMA HISTÓRIA OCULTA DOS LIVROS DIDÁTICOS
a participação do negro na construção matemática

Clebson Carvalho de Oliveira [1]
Emerson Batista Gomes [2]

RESUMO

Este artigo tem por objetivo apresentar uma história da participação do negro na produção matemática. Tal aspecto é vislumbrado a partir de uma crítica sobre o ocultamento nos livros didáticos de matemática desta produção. Como recurso metodológico adotamos a pesquisa histórico-bibliográfica e etnográfica, explorando tanto referenciais sobre a história da matemática e história dos livros didáticos e três coleções de livros didáticos de matemática do 6º ao 8º ano. Adotamos como referenciais Eves (2011) e Boyer (1974) que nos amparam na busca pelas contribuições dos negros, Walter Benjamin (2013) o qual adotamos o pensamento de rastros e outros. Na análise dos livros didáticos constamos que os autores das coleções negligenciam as contribuições dos povos para o desenvolvimento da matemática, o que resulta no ocultamento das contribuições dos negros.

Palavras-chave: Contribuições dos negros; Negro na matemática; Livros didáticos; Rastros.

INTRODUÇÃO

Não é atual o debate em que se enquadra a temática racial, é uma discussão que se fomenta e vem se arrastando ao longo dos anos com o objetivo de amenizar e tentar acabar com a desigualdade racial que perdura a muitas décadas. São reflexos

daquilo que foi um dos regimes mais horrendos praticado pelo homem para com o próprio homem.

Um passado marcado por exploração, opressão, humilhação, e, principalmente, desumanidade resultaram em consequências nefastas para os negros. Com isso, atribuiu-se a imagem do negro um sentido pejorativo e que hoje, em pleno século XXI, ainda há reflexos de todo esse passado horrendo gerando desigualdades na vida da população negra no Brasil.

Todo esse passado e a imagem criada por conta dele acaba ofuscando toda uma brilhante cultura e avanços na construção de saberes que se agregam e entrelaçam na formação de nossa sociedade, e acaba gerando um pensamento errôneo a respeito dos negros, ou seja, associando a um pensamento de inferioridade o qual o negro não é capaz de construir conhecimento, associando sua imagem apenas como mão de obra para trabalhar, como escravos no passado.

Assim, buscamos na história participações dos povos negros no processo de construção da matemática, para que possamos dar visibilidade aos seus feitos. Outro ponto, buscamos em livros didáticos como são apresentados esses conteúdos que tiveram participação dos negros, se estes estão sendo referendados nesses manuais de ensino.

PROBLEMATIZAÇÃO DA PESQUISA

Os livros didáticos passaram a ser mais do que meros manuais de ensino os quais os professores utilizam para direcionar suas aulas, ou como “instrutor” para os alunos em seus estudos extraclasse na ausência do professor físico, passaram a abordar uma grande variedade de conhecimentos, implícitos e explícitos, que vão além daqueles centrados apenas nos conteúdos de domínio da disciplina, passam a carregar valores de cunho étnico, cultural, moral, etc..., que se agregam a formação, não apenas educacional, mas social do aluno.

Ao menos é o que se anseia de um livro didático, contudo, em alguns casos, nos deparamos com coleções que lesam princípios (étnico, cultural, moral, etc…),

pois acabam negligenciando estes de maneira a não os socializarem – e nós os julgamos cruciais para a formação dos alunos, principalmente aos alunos que compõem as minorias da sociedade – e acabam desinformando os educandos, pois ocultam outros conhecimentos como, por exemplo, a participação de povos que contemplam as minorias para a construção de determinados conteúdos que são de grande valia para a sociedade.

É sabido que o conhecimento matemático o qual usufruímos hoje passou por um longo processo de desenvolvimento, ou seja, a sua construção passou por vários obstáculos até se consolidar. Após essa consolidação, temos então a exaltação dos protagonistas finais responsáveis por esses feitos, enquanto isso, aqueles que tiveram participação no desenvolvimento acabam sendo ocultos ou esquecidos.

Assim, nos livros didáticos – sejam eles de quaisquer disciplinas, mas focaremos aqui nos livros de matemática – não temos consciência das participações dos povos para o desenvolvimento da matemática. Os povos negros, que serão nosso foco, por exemplo, não aparecem nos livros didáticos como responsáveis na participação da construção de conhecimento matemático. Diante de uma conduta de ocultamento, perguntamos: *onde está a participação dos negros na construção da matemática nos livros didáticos?*

QUESTÕES DA PESQUISA

A matemática surge a partir da necessidade de solucionar problemas cotidianos do homem, por exemplo, a contagem surge por meio de uma relação biunívoca, a qual os povos, com a preocupação em registrar a passagem dos dias ao longo das viagens, dos animais caçados (quantidade), etc., passaram a utilizar objetos, como ossos, para realizarem marcações para identificar esses acontecimentos.

Ao analisarmos a matemática dentro dessa perspectiva, de sua construção a partir da necessidade de solucionar os problemas, podemos perceber que para cada parte dela, ao longo do tempo, existiram a participação de outras pessoas que deram

contribuições significativas para o seu desenvolvimento, mas são deixadas aquém, resultando apenas na exaltação dos responsáveis pelo produto final.

Tal aspecto de ocultação das participações dos negros para com o desenvolvimento da matemática, nos incita a buscarmos na história a participação dos negros para a construção da matemática, com o objetivo de trazer a luz e dar significação a presença do negro enquanto produtor de conhecimento.

Assim, fornecendo aos alunos uma visão diferenciada da matemática apresentada, de premissas eurocêntrica, contribuímos para uma formação crítica dos alunos, mostrando-lhes que diferente do que lhes é apresentado, a matemática como uma construção do homem branco, os negros também tiveram participação em seu desenvolvimento, desse modo, dando visibilidade ao negro, e indo ao encontro do posicionamento de TREVISAN&DALCIN (2014, p. 459) que “uma prática pedagógica comprometida com a formação crítica do aluno necessita ir além da mera transmissão de conhecimentos”.

Para tanto, encontramos em Walter Benjamin (2013) um aparato metodológico que entendemos atender ao que buscamos realizar, uma vez que procuramos evidenciar os fragmentos da história que contenham vestígios das contribuições dos negros na produção do conhecimento matemático. Rastros, que na visão de Walter Benjamin, são marcas deixadas por indivíduos no espaço- tempo, e que não necessariamente compõem uma narrativa linear da história. Assim, vamos ao encontro da história em busca de rastros dos povos e indivíduos negros que contribuíram para o desenvolvimento matemático, com o intuito de trazer luz sobre os feitos dos negros e desconstruir a imagem pejorativa inerente a esse grupo étnico, bem como os pensamentos que taxam o negro como incapaz de produzir conhecimento, causada por um passado marcado pela exploração, desigualdade e sofrimento.

CONTRIBUIÇÕES DOS NEGROS PARA A MATEMÁTICA

O homem em interação com o ambiente, com sua espécie e consigo mesmo

foi/é capaz de desenvolver mecanismos para solucionar problemas de sua vida. Ao longo da evolução do homem, suas necessidades o motivaram a desenvolver, em relação a conhecimento, importantes ferramentas que os possibilitaram evoluírem intelectualmente. Tais conhecimentos com o passar do tempo vão sendo modificados e adaptados a novas situações. Hoje sabemos, por exemplo, que partes da matemática foram construídas nessa perspectiva a qual se tem um problema e buscaram-se maneiras para solucioná-las.

Portanto, é sabido que a matemática que utilizamos hoje não fora concebida como nos é apresentada, ela passou por vários percalços até chegar a sua formalização. Para tanto, houveram contribuições de povos para o seu desenvolvimento até que obtivéssemos sua formalização.

Dentre as contribuições de povos para a construção matemática, buscamos dar visibilidade as contribuições dos povos de etnia negra que tem sua participação oculta, ou descaracterizada, da história. Assim, adotando o pensamento de rastro de Benjamin (2013) vamos de encontro a história em busca de fragmentos, cortes temporais, que contenham a presença das contribuições dos negros para a matemática.

Contagem

O processo de contagem data de tempos antigos desde a época do Homo neandertalenses, chegando ao Homo sapiens no período Neolítico. Com a preocupação em registrar a passagem dos dias ao longo das viagens, dos animais caçados (quantidade), etc., os povos passaram a utilizar objetos, como ossos, para realizarem marcações para identificar esses acontecimentos. Na utilização dessa relação biunívoca se começou a ter as primeiras noções de contagem.

O primeiro desses artefatos a receber atenção no meio acadêmico foi o “Osso de Ishango”, artefato encontrado no continente Africano, datado com mais de 20 mil anos. Possui um conjunto de entalhes, e estes são alvo de interpretações que, de acordo com Almeida (2018), correspondem a um calendário lunar representado em seis meses.

O segundo artefato, também encontrado no continente Africano, conhecido como “o mais antigo artefato matemático” (ALMEIDA, 2018, p. 6) é o “Osso de Lebombo”. Sua descoberta foi feita em um abrigo rochoso chamado Border Cave. Outros artefatos encontrados na mesma caverna, datando basicamente do mesmo período, com incisões em ossos nos possibilitam a suposição da existência de um mesmo caráter utilitário para aquele grupo em fazer esses entalhes, um caráter numérico. Outros vestígios primitivos de contagem foram encontrados e, em grande parte, localizam-se no continente Africano.

Equações lineares

Embora haja na matemática do Egito a presença marcante da aritmética, essa civilização também teve grande participação no campo da álgebra. Equações lineares do tipo $x + ax = b$ ou $x + ax + bx = c$, em que x é a incógnita a qual se deseja encontra o valor, e a, b e **c** são valores conhecidos, já eram de conhecimento deles.

Nos papiros egípcios podemos evidenciar a utilização da álgebra para solucionar problemas práticos. Segundo Eves (2011, p. 73)

> (...) problemas dos papiros de Rhind e Moscou mostram sua origem prática ao lidar com questões sobre o quão substanciosos eram o pão e a cerveja, sobre balanceamentos de rações para gado e aves domésticas e sobre o armazenamento de grãos. Para muitos desses problemas a resolução não exigia mais do que uma equação linear simples e o método empregado ficou conhecido mais tarde na Europa como regra de falsa posição.

O processo funciona da seguinte forma: atribuía-se um valor conveniente a x, que possivelmente não seria a solução, e encontraríamos um resultado para a equação, então, observava-se esse resultado e comparava com o da equação original e avaliava o que faltava para que o resultado da segunda equação, a qual foi atribuído o valor a x, se igualasse a original.

Por exemplo, a equação $2x + x = 18$ seria resolvida da seguinte forma:

escolhendo $x = 2$ teremos que $2x + x = 6$, podemos perceber que ao realizarmos o produto do resultado 6 encontrado com um determinado valor, no caso 3, resultaria na igualdade da equação original que é 18. Pegando o valor escolhido para x e o valor que foi multiplicado pelo resultado da segunda equação para obter o resultado da primeira, o três, ao realizarmos o produto chegamos a solução da equação principal, ou seja, $x = 2 * 3 = 6$.

Proporcionalidade

Continuando com as contribuições matemáticas dos africanos, apresentamos agora um dos recursos utilizados para resolução de questões relacionadas a proporcionalidade, conteúdo que pertence ao currículo escolar, já eram compreendidas naquela época pelos egípcios e possuíam registros nos papiros, a regra de três.

De acordo com Boyer (1974) problemas encontrados no papiro de Rhind demonstravam manipulações, que correspondem à regra de três, para a solução de problemas de proporcionalidade, por exemplo, no problema 72 ele pergunta a quantidade de pães que possuem peso 45 e equivalem a 100 de peso 10, “a solução é apresentada como 100/10×45 ou 450 pães” (BOYER, 1974. p. 12). No problema de número 73 diz: “100 pães de peso 10 devem ser trocados por pães de peso 15. Quantos pães deste tipo é que haverá? ” (JÚNIOR, 2016), a solução é 150.

Geometria

Os egípcios também tiveram grandes participações na geometria. O costume do rei mandar pessoas para avaliarem a perda do solo dos habitantes em razão das cheias do rio, para Heródoto, pode ter sido o motivo da geometria ter sido conhecida no Egito e de lá passara para a Grécia.

Encontramos registros de resoluções feita a um dos problemas do Papiro de

Moscou que nos induz a acreditar que os egípcios já tinham conhecimento da fórmula, $v = h(a^2 + ab + b^2)/3$, que utilizamos hoje para o cálculo do tronco de uma pirâmide, e podemos evidenciar isso nos cálculos indicados pelo escriba, embora não haja um registro dessa fórmula.

Para o cálculo de outras figuras geométricas, como o volume do cilindro, também podem ser encontradas nos rastros da civilização egípcia. Os egípcios concebiam que o volume de um cilindro reto é obtido pelo produto de sua base vezes o comprimento da altura desse cilindro, assim como calculamos hoje.

Trigonometria

Outro povo que também contribuiu para o desenvolvimento da matemática foram os Hindus. A civilização Hindu nasce a partir do confronto dos arianos com a primeira grande civilização indiana os drávidas ou dravidianos. Vindos da Ásia central por volta de 1750 a. C. os arianos derrotaram a civilização dravidiana, povos de pele negra, e dominaram a península, porém nunca conquistaram a Índia por completa. Por serem em menor número ficaram vulneráveis e acabaram sendo absorvidos pelos dravidianos do Sul, e estes, posteriormente, espalharam-se por toda a península, é válido ressaltar que as influências dos arianos na Índia foram mais religiosas e culturais do que racial.

> Em relação à mestiçagem entre as raças branca e negra, Domingues procurou explica-las da maneira que segue. Os genótipos do branco e do negro seriam, respectivamente, aabb e AABB. Os fatores A e B seriam fatores múltiplos ou cumulativos que condicionariam a quantidade de melanina na pele. Em um cruzamento AABB com aabb, em F1 os descendentes seriam AaBb, tendo como fenótipo a cor mulata, intermediária entre os pais, resultando da interação desses genes. O cruzamento de dois mulatos (Aa X Bb) apresentaria uma geração F2, com 16 possibilidades, desde o branco (aabb) até o negro (AABB), passando por 14 tipos intermediários. (STEFANO, 2004, p. 489)

Diante disto, apesar dos arianos, que invadiram a civilização drávida, serem de pele mais clara que os dravidianos, de acordo com a genética mendeliana, há

uma grande possibilidade de os Hindus serem negros, pois nasceram da interseção desses dois povos, logo a melanina, que é responsável pela pigmentação da pele, está inerente a esse grupo étnico. Assim, temos participação de negros na matemática Hindu.

Para a trigonometria, embora esse conhecimento tenha sido adquirido por este povo a partir do helenismo cosmopolita de Alexandria, em posse deste conhecimento, os hindus o desenvolveram ainda mais. Por exemplo, a precursora da função trigonométrica que hoje conhecemos como seno nascera na Índia com os hindus.

> Ao passo que a trigonometria de Ptolomeu se baseava na relação funcional entre as cordas de um círculo e arcos centrais que subtendem, os autores dos Siddhantas converteram isso num estudo da correspondência entre metade de uma corda de um círculo e metade do ângulo subentendido no centro pela corda toda. (BOYER, 1974, p. 153)

Os hindus utilizavam seus conhecimentos trigonométricos aplicando, assim como os gregos na astronomia. Toda via, os hindus utilizavam para seus cálculos tábuas com semicordas ao invés de cordas como utilizavam os gregos. E assim resolviam com sua trigonometria triângulos esféricos e planos.

A REPRESENTAÇÃO DAS CONTRIBUIÇÕES DOS NEGROS NOS LIVROS DIDÁTICOS

Como apresentamos acima, temos conteúdos que tiveram participações de negros em seu desenvolvimento. Nosso objetivo agora é analisar livros didáticos do sexto ao oitavo ano e observarmos como esses conteúdos são apresentados, ou melhor, se estão apresentando, nos livros didáticos, os negros como contribuintes para construção desses objetos matemáticos.

Livros do sexto ano

O primeiro livro de nossa análise foi da coleção “Praticando Matemática”, 6º ano, de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos. Percebemos no livro, em relação

ao conteúdo de números, a utilização de uma estória, na qual se relata sobre pastores que associavam uma pedrinha a cada ovelha que fora pastar, porém, não há nenhuma menção da origem deste pastor ou de seu povo.

No segundo livro, da coleção “Matemática Bianchini”, 6º ano, de Edwaldo Bianchini, observamos no capítulo sobre números algo diferenciado dos outros. Ele explica as características do “Osso de Ishango”, porém não faz qualquer alusão da localização de onde fora encontrado, tampouco dos povos que o entalharam.

O terceiro livro, da coleção “Descobrindo e aplicando a Matemática”, 6º ano, de Alceu dos Santos Mazzieiro e Paulo Antônio Fonseca Machado, diferente dos anteriores, já inicia o conteúdo com aplicações, ignora por completo a construção histórica dos números e, principalmente, as contribuições dos povos negros para a sua construção.

Livros do sétimo ano

Referente aos livros do sétimo ano, o primeiro que será alvo de nossa análise é o da coleção “Projeto Teláris” de Luiz Roberto Dante. Dos conteúdos que comentamos acima que tiveram participação dos negros em seu desenvolvimento, temos relacionado a geometria, no livro a menção dos egípcios fazendo alusão as pirâmides e ao papiro de Rhind. Porém, sentimos a necessidade de o autor apresentar o Egito como uma parte do continente africano, ou seja, que os egípcios eram negros. O que presenciamos é um sentimento de dissociação do Egito em relação ao continente africano, o que, ao nosso ver, não deveria acontecer, pois ofusca o que seria um forte argumento de que os negros são construtores de conhecimento.

O segundo livro pertence a coleção “Matemática Bianchini”, de Edwaldo Bianchini. O livro traz partes históricas da construção de conteúdos matemáticos de alguns povos, entre eles povos negros, mas não são apresentados como tal. Por exemplo, a respeito do conteúdo de equações é apresentado uma pequena história da participação dos egípcios, indianos, chineses, mas são histórias sem nenhum fim para o ensino.

O último livro do sétimo ano pertence a coleção “Praticando Matemática” de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos. Não encontramos nesse volume nenhum capítulo que fizesse menção aos povos negros como construtores de conhecimento, nem a utilização de pequenas partes da história como nos volumes das coleções anteriores do sétimo ano que mencionamos acima. O que nos deixa preocupado, pois negligenciam por completo as contribuições dos povos negros, e de outros também, para o desenvolvimento da matemática.

Livros do oitavo ano

Os livros que utilizaremos para análise são das mesmas coleções do sétimo ano, portanto, quando estivermos falando sobre o livro da coleção “Praticando Matemática” chamaremos de Livro A. Para a coleção “Projeto Teláris” chamaremos de Livro B e para a coleção “Matemática Bianchini” chamaremos de livro C.

Os conteúdos do Livro A que estão relacionados com os conteúdos que tem participação de negros para a sua construção os quais mencionamos no tópico sobre as contribuições dos negros, apenas enfatizam os conteúdos do sétimo ano, ou seja, não apresentam nada a respeito das contribuições dos povos, tão pouco as contribuições de povos negros. Os Livros B e C seguem da mesma forma, não havendo preocupação em apresentar os protagonistas negros responsáveis que tiveram participação no desenvolvimento do conteúdo matemático.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como pudemos perceber, temos muitas participações dos negros no processo de construção da matemática, porém há uma exclusão dessas participações. Podemos elencar a exclusão das contribuições dos negros ao pensamento do conhecimento abissal proposto por Santos (2007) a qual estabelece que os conhecimentos produzidos do outro lado da linha abissal, linha que dividia o novo do velho mundo, ou seja que não pertença ao ocidente, é taxado como inexistente, que não há relevância em seu conteúdo e com isso é excluído.

Percebemos também que as estruturas de exposição dos objetos matemáticos nos livros didáticos invisibilisam qualquer presença dos negros na construção dos conteúdos, inviabilizando qualquer chance de uma representatividade negra.

Os autores poderiam utilizar da história para apresentar como os negros tiveram participação no processo de desenvolvimento matemático. Todavia, o que presenciamos, de acordo com Vieira et al (2017), é a utilização da falsa “democracia racial”, ou seja, os livros trazem uma série de figuras representando os negros e a diversidade étnica com o objetivo de que sejam aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático, entretanto, não dão crédito aos negros por sua produção e/ou contribuição científico-matemática.

Em relação a esses aspectos discriminatórios, Gonçalves (1988, apud SILVA, 2011, p. 77) ressalta que devemos ter atenção não apenas aos conhecimentos que são transmitidos, mas para aqueles que não são proferidos, resultando na desinformação dos alunos, o que gera uma imagem pejorativa a qual o negro não pode ser capaz de produzir conhecimento.

Concordamos com Vieira et al (2017, p. 220) que os livros didáticos são carentes de elementos que “possibilitem aos negros legitimidade nos diversos espaços”, não os colocando como protagonistas no desenvolvimento de diversas áreas, por exemplo, na matemática. Ao nosso entender, o que observamos nos livros didáticos, a respeito dos grupos negros, configura-se como um sério problema social.

São situações que necessitam de um olhar mais atento dos professores, pois são conteúdos que podem auxiliar na compreensão do conteúdo estudado e romper com a concepção da matemática formalizada como já temos, bem como auxiliando na formação social do educando, uma vez que rompe com o que lhe é apresentado na sociedade a respeito do negro.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Manoel de Campos. As Mais Antigas Evidências Conhecidas do Emprego de Talhas Numéricas Associadas a Processos de Contagem. Fev. 2018. Disponível em: <https://www.researchgate.net/project/Prehistory-of-Mathematics>

ANDRINI, Álvaro. Praticando Matemática. – 4. ed. Renovada. – São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

BENJAMIN, Walter. O anjo da história. Autêntica, 2013.

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini. – 8. ed. – São Paulo: Moderna, 2015.

BOYER, Carl Benjamin. História da matemática. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

DANTE, Luiz Roberto. Projeto Teláris: matemática: ensino fundamental 2 / Luiz Roberto Dante. – 2 ed. – São Paulo: Ática, 2015.

EVES, Howard. Introdução à história da matemática/ Howard Eves: Tradução Hygino H. Domingues. 5ª ed. – Campinas, sp: Editora da Unicamp, 2011.

SANTOS, Boaventura de Souza. Para além do pensamento abissal: Das linhas globais a uma ecologia de saberes. Novos Estudos 79. CEBRAP 2007. pp. 71-94.

SILVA, Ana Célia da. A representação social do negro no livro didático: o que mudou? Por que mudou? – Salvador: EDUFBA, 2011.

STEFANO, Waldir. Relações entre eugenia e genética mendeliana no Brasil: Octavio Domingues. In: MARTINS, R. A.; MARTINS, L. A. C.; SILVA, C. C.;
FERREIRA, J. M. H. (eds.). Filosofia e história da ciência no Cone Sul: 3º Encontro. Campinas: AFHIC, 2004. Pp. 486-495. (ISBN 85-904198-1-9)

TREVISAN, Andreia Cristina Rodrigues; DALCIN, Andréia. O que as imagens dos livros didáticos de matemática nos dizem sobre multiculturalismo? Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.16, n.2, pp. 459-478, 2014

VIEIRA, Odair Alves; ROHDEN, Josiane Brolo; PAULA, Claudemir da Silva. Relações étnico-raciais nos livros didáticos de Matemática do 1º ao 5 º anos do Ensino Fundamental. Rev. Educ., Cult., Soc., Sinop/MT/Brasil, v. 7, n. 1, p. 218- 231, jan./jun. 2017.

ISSN 2236-4102

UM ESTUDO HISTÓRICO SOBRE MÉTODOS DE MULTIPLICAÇÃO: MÉTODOS EGÍPCIO E RUSSO

Aline Vilas Boas Ribeiro de Paula [523]
Lucieli M. Trivizoli [524]

RESUMO

Este trabalho tem como foco a busca pela compreensão de métodos de multiplicação egípcio e russo, com a finalidade de descrever, exemplificar e expor os procedimentos matemáticos envolvidos. Este trabalho faz parte de uma pesquisa em desenvolvimento no âmbito de uma Iniciação Científica (PIBIC – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica) da Universidade Estadual de Maringá. Serão abordados os seguintes pontos: as justificativas para a utilização de diversos métodos em sala de aula mediante a perspectiva dos documentos oficiais para a educação matemática; aproximações entre os métodos; o desenvolvimento dos métodos; o motivo pelo qual funcionam; vantagens e limitações de cada um e um breve estudo do contexto social e histórico dos povos egípcio e russo. Embora o algoritmo tradicional seja o principal instrumento para o ensino da multiplicação, a partir dos tópicos apresentados neste artigo, nota-se que outros métodos, como os métodos egípcio e russo, podem ampliar as possibilidades no ensino da Matemática.

Palavras-chave: História da Matemática. História na Educação Matemática. Métodos de Multiplicação. Método Egípcio de Multiplicação. Método Russo de Multiplicação.

[523] Universidade Estadual de Maringá (UEM) – Bolsista CNPq. Email: aribeiro.matematica@gmail.com.
[524] Universidade Estadual de Maringá (UEM) – Orientadora. Email: lmtrivizolli@uem.br.

INTRODUÇÃO

O presente artigo é um resultado parcial da pesquisa em desenvolvimento no âmbito de uma Iniciação Científica (PIBIC – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica) cujo objetivo é a busca por métodos da História da Matemática aplicáveis ao ensino de Matemática. Tecemos agradecimentos ao Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática (GHMEM) que participa ativamente com sugestões para o desenvolvimento desta pesquisa. Como se trata de um resultado parcial, apenas dois métodos serão explorados por meio de um levantamento bibliográfico.

Muitas vezes a Matemática é vista pelos alunos como uma ciência restrita, de natureza abstrata e distante de suas rotinas. Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), existe o "preconceito de que Matemática é um conhecimento produzido exclusivamente por determinados grupos sociais ou sociedades mais desenvolvidas" (BRASIL, 1998, p. 28), fora da realidade e do meio cultural do discente, se tornando assim, uma disciplina temida por muitos. Para superar tal obstáculo, a história da matemática pode servir como uma ferramenta no ensino.

Além disso, baseando-se nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná, tem-se que:

> A abordagem histórica deve vincular as descobertas matemáticas aos fatos sociais e políticos, às circunstâncias históricas e às correntes filosóficas que determinaram o pensamento e influenciaram o avanço científico de cada época. (PARANÁ, 2008, p.66).

Nesse sentido, este trabalho se insere no campo da História na Educação Matemática, no qual a história tanto da matemática, da educação matemática ou do mundo, é utilizada como ferramenta de ensino. Para tanto, Trivizoli (2016) indica que:

> Os estudos nessa perspectiva têm interesse na questão de como a História da Matemática pode ajudar professores e alunos de matemática. Miguel e Miorim (2002) destacam nesse ramo os estudos interessados em qualquer tipo de participação da história (da matemática, da educação matemática ou história em um sentido amplo) como parte da educação matemática (ação pedagógica) em diferentes níveis de educação, diversos aspectos ou instituições. (TRIVIZOLI, 2016, p.199-200).

Nas seções a seguir, apresentaremos dois métodos de multiplicação conhecidos como método egípcio e russo, além disso, expor o contexto social em que eram utilizados. Por fim, fundamentamos uma possível utilização desses métodos para o ensino de matemática.

INVESTIGAÇÃO DOS MÉTODOS MULTIPLICATIVOS

Método Egípcio de Multiplicação

Conhecida e estudada por suas contribuições nos campos da geometria, aritmética e astronomia, a sociedade egípcia era dependente do Rio Nilo, considerando que este rio era imprescindível à subsistência da população (pois o território era deserto), ao transporte de mercadorias e também à agricultura. Essa dependência era tamanha que, conforme Oliveira Junior (2015), eles elaboraram seu calendário baseados nas inundações do Rio Nilo, dada a importância deste evento.

Ainda decorrente das cheias, muitas famílias perdiam parte de suas terras, ou do que tinham cultivado e os líderes precisavam medir a extensão da perda, utilizando a geometria, bem como cálculos. Por outro lado, “o filósofo Aristóteles especulou sobre o mesmo assunto e atribuiu a busca da geometria pelos egípcios à existência de uma classe de sacerdotes durante seu lazer.” (BOYER; MERZBACH, 2011, p. 8, tradução nossa).

Quanto aos algoritmos relacionados aos cálculos, “a operação aritmética fundamental no Egito era a adição, e as operações de multiplicação e divisão eram realizadas no tempo de Ahmes por sucessivas duplicações” (BOYER; MERZBACH, 2011, p. 12, tradução nossa).

A seguir, será dado um exemplo de como funciona tal método para a multiplicação:

- Multiplicando 19 por 37:

O método consiste em colocar em um quadro o número 1 e um dos números a ser multiplicado (recomenda-se que, no quadro, coloque-se o maior dos fatores, a fim dos cálculos serem mais rápidos), como a seguir:

QUADRO 1: Início da multiplicação egípcia 19 × 37

1	37

Fonte: As autoras

A seguir, multiplica-se ambos os lados por 2 até alcançar, na coluna da esquerda o valor menor ou igual ao outro fator:

QUADRO 2: Desenvolvimento da multiplicação egípcia 19 × 37

1	37
2	74
4	148
8	296
16	592

Fonte: As autoras

Para finalizar o método, somam-se na coluna da direita os valores correspondentes aos da coluna da esquerda cuja soma resulta no fator que não iniciou, neste caso, 19 = 1 + 2 + 16:

QUADRO 3: Resultado da multiplicação egípcia 19 × 37

1	**37**
2	**74**
4	148
8	296
16	**592**

Fonte: As autoras

Sendo assim, 19 × 37 = 37 + 74 + 592 = 703.

Como dito anteriormente, esse método é baseado em duplicações, e funciona porque todo número pode ser escrito como a soma de potências de base 2.

No exemplo, tem-se 19 × 37. Podemos escrever 19 como sendo $1 + 2 + 16 = 2^0 + 2^1 + 2^4$, então $19 \times 37 = (1 + 2 + 16) \times 37 = (1 \times 37) + (2 \times 37) + (16 \times 37) = (2^0 \times 37) + (2^1 \times 37) + (2^4 \times 37)$.

O dobro de 37 é 74. O dobro de 74 é 148. O dobro de 148 é 296. O dobro de 296 é 592. Assim, $19 \times 37 = (2^0 \times 37) + (2^1 \times 37) + (2^4 \times 37) = 37 + 74 + 592 = 703$.

Método Russo de Multiplicação

Entende-se que tal técnica era utilizada por camponeses russos em situações práticas. “Os camponeses praticavam a matemática voltada às suas necessidades e trabalhos diários.” (ZONZINI, 2016, p. 08). Trata-se de um algoritmo com benefícios ao ensino da Matemática, considerando não somente o suporte dado aos professores ao utilizarem a História da Matemática, como também o auxílio dado aos alunos, apresentando-lhes uma nova ferramenta para calcular.

> Tal método, além de possuir um valor histórico por ter sido criado para satisfazer às necessidades práticas de cálculo de camponeses russos, também traz uma vantagem sobre o algoritmo da multiplicação geralmente empregado na escola: ele é efetuado apenas com a divisão e a multiplicação por 2, não sendo necessário o uso da tabuada. (BAIER; SANTOS, 2017, p. 02-03)

Aplicando o método no mesmo exemplo do cálculo apresentado na seção anterior, tem-se que:

- Multiplicando 19 por 37:

O método indica que se disponha em um quadro os dois números a serem multiplicados (recomenda-se que na coluna da esquerda, coloque-se o menor dos fatores, a fim dos cálculos serem mais rápidos):

QUADRO 4: Início da multiplicação russa 19 × 37

19	37

Fonte: As autoras

A seguir, são feitas as divisões e multiplicações por 2, respectivamente, até o resultado na coluna da esquerda ser 1. Quando o número à esquerda for ímpar, se realiza a divisão por 2 e se ignora o resto 1, como a seguir:

QUADRO 5: Desenvolvimento da multiplicação russa 19 × 37

19	37
19 / 2 = 9, com resto 1	74
9 / 2 = 4, com resto 1	148
2	296
1	592

Fonte: As autoras

Para finalizar o método, somam-se na coluna da direita os valores inteiros correspondentes aos ímpares da coluna da esquerda:

QUADRO 6: Resultado da multiplicação russa 19 × 37

19	**37**
9	**74**
4	148
2	296
1	**592**

Fonte: As autoras

Sendo assim, 19 × 37 = 37 + 74 + 592 = 703.

Uma forma de entender o porquê de o método funcionar, é criar nesse quadro uma nova coluna com o resto da divisão por 2, sendo assim os ímpares terão resto 1:

QUADRO 7: Resultado, com restos, da multiplicação russa 19 × 37

19	**1**	**37**
9	**1**	**74**
4	0	148
2	0	296
1	**1**	**592**

Fonte: As autoras

Tomando de baixo para cima os restos e multiplicando por potências de base 2, começando por 2^4 (maior potência de base 2 contida em 19), tem-se:
$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 2^4 + 2^1 + 2^0 = 19$. Quanto à multiplicação, têm-se: $19 \times 37 = (2^4 + 2^1 + 2^0) \times 37 = 2^0 \times 37 + 2^1 \times 37 + 2^4 \times 37 = 1 \times 37 + 2 \times 37 + 16 \times 37 = 37 + 74 + 592 = 703$.

Note que foram selecionados apenas os valores inteiros na divisão relacionados aos números ímpares (e com os restos 1).

Semelhanças dos métodos

Mesmo com diferenças no algoritmo, os dois métodos apresentam diversas semelhanças, sendo algumas destas, as seguintes:

- Se amparam em multiplicações (egípcia) e divisões (no caso da russa) por 2.
- São métodos simples, já que é necessário àquele que a aplica, que saiba como dobrar os valores.
- Para ambos é preferível que ao lado direito fique o maior fator, pois, dessa forma, alcançar (no caso do egípcio) a potência de base 2 menor que o outro fator, ou as divisões por 2 resultarem em 1 (no caso do russo), será mais rápido.
- Apresentam-se como métodos demorados para números formados por 3 ou mais algarismos, mas ainda assim funcionam.
- Em ambos os métodos, seja qual for o par de multiplicação, serão selecionadas as mesmas linhas, pois correspondem à mesma potência de base 2.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observa-se que, embora sejam métodos antigos, por seu bom funcionamento e sua simplicidade em alcançar os resultados, são métodos viáveis a serem trabalhados como uma aplicação da História no ensino de Matemática, buscando uma variação de procedimentos e métodos que podem ser utilizados pelos alunos para a realização de cálculos. Acreditamos, ainda, que valer-se da História da Matemática como uma ferramenta no ensino responde a alguns porquês relacionados às aplicações e ao modo como a matemática foi construída.

Os métodos e contextos retratados neste artigo, podem ser aplicados nas séries iniciais do ensino fundamental como outra possibilidade para os alunos realizarem a multiplicação, e também nas séries finais do ensino fundamental em que os discentes

teriam que, como atividade investigativa, desvendar os motivos pelos quais os métodos funcionam, percebendo assim propriedades da potenciação, especialmente de base 2.

REFERÊNCIAS

BAIER, T; SANTOS, I. Á.. História da Matemática no Ensino Fundamental: A Multiplicação Russa como Alternativa de Trabalho em Aritmética. **VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, ANAIS** do VII CIEM. Canoas - RS: ULBRA, Canoas – RS, 2017.

BOYER, C.B.; MERZBACH, U.C. **A History of Mathematics**. 3ª ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc, 2011. Disponível em: <https://atiekubaidillah.files.wordpress.com/2013/03/a-history-of-mathematics-3rded.pdf>. Acesso em: 31 out. 2018.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 31 out. 2018.

OLIVEIRA JUNIOR, M. A. **O Uso dos Métodos Egípcio, Babilônico, Chinês e Russo no Ensino da Multiplicação de Números Naturais da Escola Pública.** Macapá, 2015.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica - Matemática.** Paraná, PR. Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008.

TRIVIZOLI, L. M. **Um Panorama Para a Investigação em História da Matemática Surgimento, Institucionalização, Pesquisas e Métodos**, RPEM, Campo Mourão, PR, v.5, n.8, p.189-212, jan.-jun. 2016.

ZONZINI, C. S. F. **Algoritmos de Multiplicação: uma experiência no ensino fundamental.** Brasília, 2016.

XIII SNHM
Seminário Nacional de História da Matemática
14 a 17 de Abril de 2019
FORTALEZA - CEARÁ - BRASIL

ISSN 2236-4102

CONSTANTINO MENEZES DE BARROS
Um matemático paraense no obscurantismo

Arilson da Conceição Rocha[525]
Thallis Ginaldo Fiel Torres[526]

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo principal tratar da vida e obra do matemático paraense Constantino Menezes de Barros, mas preliminarmente, abordar a História da Matemática e como ela pode auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem como recurso didático. Como metodologia de pesquisa adotou-se uma pesquisa bibliográfica e documental, para tal foram revisados artigos e trabalhos anteriores acerca dos temas informados e personagem citado. Como referencial teórico adotamos as discussões propostas por alguns autores, como Chopin (2004), Chevel (1990), Santos (2010), Julia (2001), sobre a importância das pesquisas sobre História da Matemática, sua utilização em sala de aula segundo Mendes (2001) e Chaquiam (2017). As análises dos materiais identificados na revisão da literatura nos permitiram observar como pode ser abordado a história da matemática em sala de aula a partir das biografias de matemáticos, apoiado nas indicações de Carino (1999) e Monteiro & Mendez (2012), quando sustentam que a biografia é uma possibilidade interessante para levar os alunos a pensar historicamente. Por fim, apresentamos os traços biográficos do matemático paraense Constantino Menezes de Barros, ressaltando suas contribuições e atuações de modo que possamos trazê-lo à luz com o devido destaque que tanto merece no cenário paraense e brasileiro.

Palavras-chave: História da Matemática. Biografias. Constantino Menezes de Barros.

[525] Universidade do Estado do Pará (UEPA). arilsonrocha0@gmail.com
[526] Universidade do Estado do Pará (UEPA). thallis833ensn@gmail.com

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da Matemática não ocorreu de forma isolada e continua ao longo do tempo, bem como está relacionada com desenvolvimento tanto social quanto econômico e, além disso, também agregada aos saberes correlacionados à cultura. (LOPES e ANDREJEW, 2013, p. 2). Estes fatos geram um leque de possibilidades em se fazer uso da história como recurso didático em sala de aula, principalmente quando se pretende estabelecer elos entre saberes.

Segundo Santos (2010), o homem utiliza da Matemática para facilitar a vida e, assim, organizar a sociedade, desde a antiguidade; deste modo, abandona o pensamento mítico e passa a fazer uso da filosofia como forma de buscar o conhecimento. Ao fazer uso dessa concepção, emergem outras possibilidades de ver e entender a matemática, tornando-a mais contextualizada, mais integrada com as outras ciências e, portanto, muito mais palatável aos alunos.

Em se tratando de ensino de matemática, existem vários recursos didáticos que podem ser acoplados a esse processo, dentre eles destaca-se o uso da História da Matemática, que segundo Chaquiam (2017), pode se tornar uma preciosa ferramenta auxiliar aos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, de diversos conteúdos e em todos os níveis de ensino, de modo que o aluno possa constituir uma visão desmistificada da Matemática.

Adotou-se como objetivo apresentar discussões acerca do uso da história no ensino de matemática e, a partir de biografias, retratar o matemático paraense Constantino Menezes de Barros, de modo a incentivar alunos e professores a enveredar pelos caminhos verdejantes da história da matemática e tornar o ensino e a aprendizagem de matemática um processo prazeroso.

Para contemplar o objetivo exposto optou-se pela pesquisa bibliográfica e documental que, segundo Gil (2008), têm sua sustentação basilar em materiais já constituídos, principalmente livros e artigos científicos. Para tal, foram revisados estudos referentes ao tema e analisados livros e artigos para subsidiar a discussão a respeito de como a história da matemática pode servir de recurso didático no ensino de conteúdos matemáticos na educação básica. Além disso, enveredamos pelas

biografias e sua utilização e importância no referido processo, em particular, os traços biográficos de Constantino Menezes de Barros.

SOBRE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Sabe-se que a origem da Matemática se deu nas culturas da Antiguidade Mediterrânea e desenvolveu-se ao longo da Idade Média e é por meio da história que podemos compreender como evoluiu e destacar elementos que podem nos auxiliar em seu entendimento, bem como, fazer uso destes no processo de ensino e aprendizagem da matemática. As pesquisas apontam que ensinar Matemática requer conhecimento para além dos conceitos matemáticos, deve-se recorrer a sua história para tratá-la como uma manifestação cultural.

A própria História da Matemática pode nos evidenciar como evoluiu ao longo do tempo e nos fornecer respostas às perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática, por problemas vinculados a outras ciências, a exemplo Física, Astronomia, bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática e situações inerentes ao meio escolar. Para Gasperi e Pacheco (2007, p. 6) “Recorrer à História da Matemática no ensino, serve para situá-la como uma manifestação cultural de vários povos em tempos diversos”.

Para D’Ambrósio (1999, p. 97), comete-se um grande erro ao desvincular a Matemática das outras atividades humanas. Em toda a evolução da humanidade, as ideias matemáticas vêm definindo estratégia de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumento para esse fim e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para própria existência.

A matemática utilitária progrediu entre os povos na Idade Média, os algarismos romanos foram superados pelos sistemas de posicionamento, fatos que contribuíram para o desenvolvimento de outros sistemas de contagem, dentre eles, o ábaco. (AFONSO, 2002).

História da matemática quando inclusa nas atividades de ensino de conteúdos matemáticos permite um caráter mais construtivo e útil à aprendizagem dos mesmos. Os alunos percebam o caráter investigatório presente na geração, organização e disseminação desses tópicos ao longo do seu desenvolvimento histórico. (Mendes, 2001)

Há um consenso por parte de diversos autores quanto ao fato do ensino da matemática se tornar desinteressante porque não há preocupação em dar significado histórico nele. Este fato pode levar os alunos a desconhecerem como o homem chegou a um dado conceito, se foi desenvolvido por um ou mais povos, que problemas levaram o homem a criá-lo para solucionar esse obstáculo e quais transformações sofreu ao longo do tempo.

De acordo com Santos (2010), o passado da matemática ajudaria o aluno a compreender a matemática atual, pois o aluno entenderia o surgimento de determinados conceitos, assim como os motivos que levaram a sua criação. Atrelar os conhecimentos históricos a respeito da evolução da matemática, desde os tempos primitivos, pode levar o aluno a uma melhor compreensão sobre a natureza da própria matemática.

Para muitos, a matemática foi construída degrau a degrau, justapostos, formando uma torre infinita, entretanto, sem sua história parece uma torre com altura de altura infinita da qual se conhece apenas andar que se encontra e se desconhece todos os demais andares.

HISTÓRIA DA EDUCACAO MATEMÁTICA

A educação matemática tem início no século XIX, muito provavelmente por decorrência das primeiras perguntas sobre como andava o ensino de matemática. Os educadores matemáticos buscavam como tornar a matemática mais acessível ao aluno e propor uma renovação do ensino de matemática. No Brasil, sua consolidação se dar a partir de 1950, porém, é em 1988 com a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) que ela ganha força nacionalmente.

Nos últimos anos temos visto muito interesse em pesquisas relacionadas à história das disciplinas escolares, tal interesse tem levado pesquisadores do mundo todo a se debruçar sobre material que possam revelar a história das disciplinas escolares, como essas foram constituídas, como documentos escolares e cultura escolar prevaleceram em determinado período, tudo isso para entender o processo de ensino da matemática e que contribuições do passado podem advir e atender as demandas no presente.

Para Chervel (1990) o ensino escolar é esta parte da disciplina que põe em ação as finalidades impostas à escola, e provoca a aculturação conveniente. A descrição de uma disciplina não deveria então se limitar à apresentação dos conteúdos de ensino, os quais são apenas meios utilizados para alcançar um fim.

Nestes termos, a investigação da cultura escolar nos possibilita a compreensão de como se constituem, se institucionalizam e circulam os saberes e práticas pedagógicas de um determinado tempo.

Por outro lado, Julia (2001) entende que a cultura escolar é um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e inculcar, e um conjunto de práticas que definem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos. A compreensão da cultura escolar em diferentes períodos é importante para compreender a constituição da história de uma disciplina e as modificações que esta foi sofrendo ao longo do tempo.

É na busca por inovações no ensino de Matemática que vão surgindo tendências por meio de práticas inovadoras. Essas alternativas se tornam tendências com a sua consolidação após bons resultados em sala de aula. Nesse contexto, o professor pode usar seu potencial criativo para a utilização de varias atividades com essas tendências.

Nos dias atuais podemos ver tendências que podem e são muito utilizadas em sala de aula, como: Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, e claro, um dos enfoques do presente trabalho, a História da Matemática

Vamos então entrar no discursão sobre como a história da matemática como contribuir dentro de sala de aula, atuando agora como um instrumento de ensino-aprendizagem.

HISTÓRIA COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO DE MATEEMÁTICA

Em relação ao ensino de matemática, Mendes e Chaquiam (2016) destacam o potencial intrínseco da história da matemática em tornar a matemática mais contextualizada, mais criativa e humanizada.

Ainda de acordo com os citados autores, justifica-se dentre outros motivos a indicação do uso didático das informações históricas nas atividades de ensino de matemática, visto que pode contribuir para a ampliação da compreensão dos estudantes acerca das dimensões conceituais da matemática e também contribuir para o fortalecimento da competências formativas para o exercício da práxis.

O sistema de ensino embora esteja vinculado a fenômenos sociais e culturais que predominaram em uma determinada sociedade, as características desse sistema estão imbricadas nos manuais escolares que predominaram em determinada época. Compreender essa constituição e fatores que estão associados ao sistema pode desvelar caminhos que venham favorecer a melhoria do processo de ensino e aprendizagem na atualidade.

É necessário que o professor relacione o conhecimento matemático a sua história e, principalmente à história da matemática como instrumento para, assim, atingir na significação e compreensão, que os alunos entendam os porquês, que eles apreciem o papel e a fascinação da matemática, um ensino que permita aos estudantes compreenderem que os homens estão sempre criando a matemática e sentindo a emoção da descoberta e da invenção.

O professor precisa ter clareza que para dar significado histórico ao que se está falando não significa cem por cento de compreensão [...] é necessário que o professor relacione o conhecimento matemático a sua história como instrumento para atingir na significação e compreensão, que os alunos entendam os porquês, que eles apreciem o papel e a fascinação da matemática, um ensino que permita aos estudantes compreenderem que os homens estão sempre criando a matemática e sentindo a emoção da descoberta e da invenção. (SANTOS, 2010, p. 22).

Por outro lado, a História da Matemática, quando bem interpretada, na Educação Matemática pode ser vista como imprescindível, pois ela é essencial nas discussões sobre a disciplina e seu ensino. (GASPERI & PACHECO, 2007).

A História da Matemática pode ser ótimo instrumento para o processo de ensino da Matemática, com a finalidade de entender porque cada conceito foi introduzido nesta ciência e que fora algo natural naquele momento histórico. (MILIES, 2008).

De acordo com documentos oficiais que balizam a educação básica brasileira, os conceitos abordados em conexão com sua história constituem-se veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é um instrumento de resgate da identidade cultural. (BRASIL, 1997, p. 34).

IMPORTÂNCIA DE BIOGRAFIAS

Quando enveredamos pela biografia de um personagem começamos a entender a sua vida, o que e o porquê o motivou a seguir um determinado caminho e não outros, assim como, quais materiais decidiu armazenar e quais descartou.

Todavia, este estudo é importante para que possamos compreender os acontecimentos de uma época e, mais ainda, para que possamos ter a dimensão da grande contribuição que este determinado autor deu no que se diz respeito ao desenvolvimento da sociedade como um todo, seja intelectual ou socialmente.

No entanto, estudar a História da Matemática é uma tarefa intrinsecamente ligada ao estudo das biografias dos matemáticos que se dedicaram aos primórdios dos métodos e notações matemáticas que hoje conhecemos. O estudo da biografia nos permite enxergar os aspectos humanos que contribuíram no processo de construção e evolução do conhecimento matemático.

Muitos autores trazem muitas ideias referentes ao processo de ensino e aprendizagem, e muitas dessas ideias nasceram como uma crítica ás didático tradicionais e formam, hoje uma nova didática, onde essas novas didáticas da prioridade e importância de considerar o aluno sujeito-ativo da sua própria aprendizagem, contrapondo a ideia de que o professor é o único que sabe tudo.

Trabalhar biografias de matemáticos é suma importância, pois é através das biografias que podemos perceber o desenvolvimento histórico da matemática. A partir do conhecimento das dificuldades enfrentadas nessa caminhada, temos uma melhor compreensão das dificuldades enfrentadas por esses matemáticos, ao percorremos os caminhos com os mesmos obstáculos.

No entanto é muito importante estudar a biografia de um autor para o aperfeiçoamento da nossa prática docente, além de obtermos conhecimentos científicos e da vida do autor. É com essa perspectiva, e muitas outras que a de surgir, que vamos tratar agora da biografia do matemático paraense Constantino Menezes de Barros, importante matemático de nossa região.

CONSTANTINO MENEZES DE BARROS

Em uma cidade no interior do estado do Pará chamada de Óbidos, filho de Guilherme Lopes de Barros e Elvira Menezes de Barros e o quarto de seus irmãos, com seu pai tendo a nacionalidade portuguesa e sua mãe sendo santareno-Pá, em 19/08/1931 nasce Constantino Menezes da Barros, um dos mais importantes matemático que aquela época iria conhecer.

FIGURA 01: Constantino Menezes de Barros



Fonte: Nascimento (2013)

Constantino, em sua carreira, solucionou vários problemas matemáticos para sua década de estudo, no ensino primário demostrou facilidade para resolver problemas sobre a matemática e por esse motivo ele auxiliava seus tutores em suas turmas mesmo diante de situações cruéis para a educação, segundo PALIS, JACOB (2011). Em 1943, com 11 anos de idade, foi estudar no colégio Nazaré em Belém-Pá, onde estudou até o equivalente ao ciclo colegial em 1949

Ele gostava de ter livros técnicos, não da literatura. Ele adorava discutir sobre matemática. Ele discutia com os professores no Colégio Nazaré e dizia que não estava certa a correção da prova e queria provar que estava certa a questão. Ele sobre a prova dele, o professor dizia que estava errado e ele dizia que estava certo e provaria, mas eles não aceitavam e ficava naquilo mesmo (…) CARLOS ANTÔNIO (2006)

Fica claro observar que era restrito o espaço de clareza e questionamento sobre sobrevivência para um tipo de personalidade desta, mesmo que os preconceitos impostos para o ensino de matemática no Brasil naquela época sobre a opinião dos alunos sobres seus tutores e principalmente o questionamento em seus métodos de aplicação e resolução de problemas envolvendo a matemática, e Menezes aplicava suas dúvidas em respostas que ele mesmo interpretava como resolução, assim apresentavas suas propostas as professores, que por sua vez, sempre os lhe reprendiam sobre o modo de resolução não ser o adequado.

Em Belém, nessa época, existia o curso de engenharia e a situação financeiras da família não correspondia a realidade do curso, assim Constantino decidiu ir para o Rio de Janeiro cursar matemática, onde ingressou em 1952, a partir de um vestibular na Faculdade Nacional de Filosofia. Nesse sentido ele se encontra em uma situação que lhe fez confrontar um problema desafiador para sua época, o fato de ser um dos primeiros alunos de escola pública dentro da universidade, um problema que até os dias atuais é enfrentado e nessa briga, para a tristeza do Brasil, Constantino foi derrotado de forma indiscutível. *“Ele era muito lutador que chegou a ser presidente do Diretório Nacional dessa Faculdade (...) ele fazia campanhas grandes na entrada da Faculdade, de tal forma que ele pregava avisos do Diretório na entrada da Faculdade, dizendo quem eram os professores faltosos (…)” segundo* CARLOS Antônio (2006). Por mais que tenha perdido dois anos de seus estudos. Constantino se graduou em

1957, e em agosto e setembro do mesmo ano Constantino fez no IMPA o curso Métodos de Cartan em Mecânica Analítica

Depois de sua graduação, Constantino empenha-se junto ao Conselho Nacional de Pesquisa- CNPq uma bolsa para fazer doutorado no exterior. Ele fazer o seu doutorado na Universidade de Paris, sua tese foi até junho de 1965 e a sua bolsa era, no mínimo, até dezembro de 1966, assim com uma apresentação impar e inédito na história dos doutorados na França, defendeu duas teses ao mesmo tempo e ainda recebeu a maior menção sublime: três honorável.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entendemos que o objetivo estabelecido foi alcançado, visto que era abordar a vida e obra do matemático paraense Constantino Menezes de Barros, perpassando pela História da Matemática e formas de como ela pode contribuir como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem. Ao longo do desenvolvimento da pesquisa foi possível perceber a importância do uso da História da Matemática em sala de aula, principalmente quando esta se encontra associada aos conteúdo matemáticos

As análises dos artigos nos permitiram observar como pode ser abordado em sala de aula a concretização do aprendizado dos conteúdos matemáticos através da História Matemática, a importância de se estudar história no entendimento de conceitos, e, sobre a importância de se estudar biografias. Para isso ser possível, o professor precisa relacionar o conhecimento matemático a sua história como instrumento para, assim, atingir na significação e compreensão.

Quando bem interpretada, a História da Matemática, na Educação Matemática, pode ser vista como indispensável, pois ela é essencial nas discussões sobre a disciplina e seu ensino, com a finalidade de entender porque cada conceito foi introduzido nesta ciência, e que foi algo natural naquele momento histórico. O estudo de biografia traz a oportunidade de estudarmos autores que são referências dentro dos conteúdos, a fim de acrescentar algo por eles vividos, e, entender a trajetória e a contribuição de cada um deles dentro do campo matemático, como o autor citado neste presente trabalho, o Matemático paraense Constantino Menezes de Barros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AFONSO, A. M. (2003). **A Avalição da formação de Educadores de infância e professores de 1º e 2º ciclos do ensino básico**. In Afonso, N e Cenário, R. (2002). Estudos sobre a situação da formação inicial de professores.

BRASIL. (1997). Ministério da Educação e do Desporto. Conselho Nacional de Educação. Câmara da Educação Básica. **Exposição de Motivos ao encaminhamento das diretrizes e bases da educação nacional**. Brasília, DF: CNE, 1997.

CARINO, Jonaedson. **A biografia e a sua instrumentalidade educativa**. Educação & Sociedade, Ano XX, nº 67, Agosto, 1999 .

CHAQUIAM, M. Ensaios Temáticos: História e Matemática em sala de aula. 1/1. ed. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017.

CHEVEL, **A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa**. In: Teoria e Educação, Porto Alegre, 2, 1990. 177-229p.

CHOPPIN, C. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. In: Educação e Pesquisa. v.30, n.3, set. /dez. São Paulo, 2004, p. 549-566

D'AMBROSIO. U. **A História da Matemática**: questões políticas e reflexos na educação matemática. Pesquisa em educação Matemática: Concepções & Perspectivas. Editora UNESP, São Paulo, 1999

FIORENTINI, Dario. **Alguns modos de ver e conceber o Ensino da Matemática no Brasil**. Revista Zetetike, Campinas, RJ, n. 4, p. 1-37, 1995.

GASPERI e PACHECO. **A História da Matemática como Instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica**. 2007.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de aprendizagem de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

JULIA, D. **A cultura escolar como objeto histórico**. Revista Brasileira de História da Educação.Campinas, SP: SBHE, n. 1, p. 9-44, 2001.

LOPES e ANDREJEW. **Um olhar sobre a história nas aulas de Matemática**, 2013.

MENDES, I, A. **O uso da história no ensino da Matemática**: reflexões teóricas e experiências. Belém (PA): EDUEPA, 2001.

MIGUEL, A. **As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão**: argumentos reforçadores e questionadores. Zetetiké, v. 5, n. 8. Campinas: CEMPEM, 1997. p. 73-105.

MIGUEL, A.; MIORIN, M. A. **História na educação matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica. 2005.

MONTEIRO, Katani Maria Nascimento; MENDEZ, Natalia Pietra. **Gênero, biografia e ensino de História**. Aedos, v. 4, n. 11 . Setembro, 2012.

NASCIMENTO, J.B. **Vida e obra de Constantino Menezes de Barros**. In https://jjfcanto.files.wordpress.com/2013/05/constantino_menezes_-de_barros.pdf. Acesso em 10/12/2018.

SANTOS, B.B.M. **O currículo das escolas brasileiras na década de 1970**: novas perspectivas historiográficas. Ensaio: avaliação política pública educacional. v.22, n. 82, p. 149-170, jan./mar. Rio de Janeiro, 2014

ISSN 2236-4102

LIVROS – Lançados no XIII SNHM

Foi 2001, durante o IV SNHM, que surgiu a Série de Textos de História da Matemática, posteriormente denominada de Coleção História da Matemática para Professores e, em 2019, Série História da Matemática e da Educação Matemática para o Ensino, com o intuito de dar maior significado aos minicursos, além de possibilitar acesso à alunos e professores uma diversidade de temas que representam os avanços sobre História e Educação Matemática nos múltiplos centros de estudos do país.

Com apoio da CAPES e do CNPq e parceria constituída com a Editora Livraria da Física, foram publicados dez textos independentes relacionados aos minicursos, na Série História da Matemática e da Educação Matemática para o ensino, cujos títulos e resumos encontram-se neste Caderno.

Os Coordenadores agradecem a todos pelo apoio e parcerias constituídas, principalmente a CAPES, ao CNPq e a Universidade Estadual do Ceará (UECE) por viabilizarem o XIII SNHM.

Série
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E DA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO

(RE) SIGNIFICAÇÕES AO TEOREMA DE PITÁGORAS
Demonstrações históricas e aplicações via Geogebra

Gilson Abdala Prata Filho
Ligia Arantes Sad

Há certo consenso na aprendizagem da Geometria que memorizar fórmulas e teoremas nem sempre são garantia de uma aprendizagem produtora de significados e conhecimentos, os quais possam ser utilizados na constituição de novos objetos e noções geométricas ou mesmo em resolução de situações geométricas ou problemas. Nesse sentido, consideramos importante discutir alternativas pedagógicas com os professores e futuros professores da Educação Básica a fim de propiciar condições de exploração da historiografia da matemática e (re)significações que possam gerar interesse aos aprendizes, desafiando a refletir matematicamente sobre a importância e natureza da validação de resultados geométricos conhecidos e bastante presentes entre os elementos curriculares, como é o caso específico do denominado Teorema de Pitágoras. Por isso, pretendemos um Minicurso em forma de oficina que possa permitir aos participantes compartilharem os desenvolvimentos de diferentes demonstrações do Teorema de Pitágoras a partir da História da Matemática e fazendo uso do software Geogebra. Com a contribuição do Geogebra e indicações de outros possíveis softwares de geometria dinâmica teremos recursos para agilizar a construção dos desenhos e demonstrações do Teorema. A metodologia utilizada será, portanto, centrada na participação efetiva dos presentes em atividades de situações problema, com ênfase no diálogo como aliado à negociação coletiva e reflexão de significados geométricos atuais e também históricos; bem como a oportunidade da troca de experiências a partir da prática com atividades que constam no texto disponibilizado aos participantes.

A ELABORAÇÃO DE ATIVIDADES COM UM ANTIGO INSTRUMENTO MATEMÁTICO NA INTERFACE ENTRE HISTÓRIA E ENSINO

Fumikazu Saito
Ana Carolina Costa Pereira

Este minicurso é resultado de pesquisa realizada conjuntamente entre o Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM/UECE) e o Grupo de Estudos e Pesquisa em História da Matemática na Educação Matemática (HEEMa/PUCSP) e tem por objetivo fornecer algumas orientações para elaborar atividades com um antigo instrumento matemático. A proposta de elaboração de atividades aqui delineada partiu do pressuposto de que a História da Matemática pode contribuir para o processo de (re)significação de conceitos por meio de atividades elaboradas na interface entre história e ensino de matemática. Tendo isso em vista, propomos, discutir sobre as potencialidades didáticas e/ou pedagógicas que emergem

do processo de construção e de uso de um instrumento matemático denominado “báculo”, descrito em Via regia ad geometriam – The Way of Geometry, publicado em 1636.

CONTEXTOS HISTÓRICO E MATEMÁTICO A PARTIR DO ESTUDO DE ILUSTRAÇÕES

Lucieli M. Trivizoli (Org.)

Dentre as possibilidades de se trabalhar com atividades envolvendo a história da matemática podemos destacar o uso de fontes originais. Nelas podemos encontrar imagens, gravuras, desenhos, ilustrações que podem propiciar a discussão de contextos históricos e da matemática envolvida a partir de seus estudos. Este minicurso se propõe a discutir o contexto histórico de determinadas ilustrações, seus autores, seus detalhes, o significado matemático de aspectos presentes nelas e suas relações e possibilidades com o ensino de conceitos envolvidos. A análise das ilustrações terá como foco identificar a matemática presente nas imagens. Essa análise pretende ajudar os participantes a compreender a matemática praticada em determinados contextos históricos, ao mesmo tempo em que lhes apresentará aspectos sobre a história, outras disciplinas e sobre a matemática em um contexto social. O minicurso envolverá a análise de duas ilustrações. As ilustrações fornecem "retratos" de como diferentes sistemas, representações ou conceitos matemáticos foram usados no passado. Esses exemplos podem ajudar os participantes a colocar em perspectiva nossos atuais sistemas e conceitos como uma das muitas maneiras possíveis de se compreender as práticas matemáticas.

TEOREMAS GEOMÉTRICOS CURIOSOS E SUAS HISTÓRIAS
da conjectura à prova

Henrique Marins de Carvalho

Estudo das conjecturas iniciais, processos de prova, possíveis refutações e aperfeiçoamento de conceitos de quatro teoremas geométricos: Teorema da Galeria de Arte, Teorema de van Aubel, Teorema de Clifford para circunferências e Teorema do Duplo-seis de Schläffi. Com o recurso epistemológico de reconstrução racional e a metodologia de trabalho em grupo, os participantes serão incentivados a reconhecer, nas diversas etapas, a intuição e a criatividade. Serão utilizados como fontes de consulta artigos apresentando as demonstrações dos teoremas, bem como informações biográficas dos personagens envolvidos.

MALBA TAHAN EM SALA DE AULA
possibilidades para o ensino

Cristiane Coppe de Oliveira
Leonardo Costa Silva
Flávia Maria Silva

O presente minicurso tem por objetivo apresentar possibilidades para a prática docente em Matemática para o Ensino Fundamental II, oriundas de duas pesquisas de mestrado defendidas no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia/MG, a partir das contribuições didático-pedagógicas do professor Júlio César de Mello e Souza (1895 - 1974) - o Malba Tahan. Por um lado, tomaremos como referência, conteúdos matemáticos apresentados na Revista Al-Karismi (1946-1951), publicada e idealizada pelo próprio autor. A metodologia escolhida para esta perspectiva no minicurso, envolverá as "conversações pedagógicas", a partir dos instrumentos: fichas de Trabalho (BALDINO, 2000) e do Relatório-Avaliação (D'AMBRÓSIO, 1996). Por outro lado, a fim de trazermos reflexões acerca da relevância do caderno pessoal do aluno, inspirados pela obra Didática da Matemática (1961) de Malba Tahan, buscaremos discutir possibilidades de explorarmos o instrumento "caderno dirigido" no processo de ensino e de aprendizagem em matemática. Esperamos que o minicurso, traga contribuições para estabelecermos/compreendermos/refletirmos acerca do diálogo passado-presente entre o discurso pedagógico de Malba Tahan e as potencialidades da história da/na Educação Matemática brasileira no Ensino Fundamental II.

MÉTODOS HISTÓRICOS
sua importância e aplicações ao ensino de matemática

João Cláudio Brandemberg

Uma discussão recorrente no ensino de conteúdos matemáticos esta intimamente relacionada à abordagem didático/pedagógica na qual eles são trabalhados, seja a mesma do tipo construtiva, logicista ou formal. Os conteúdos matemáticos relacionados aos problemas a serem resolvidos tem origem histórica e dispõem de métodos históricos de resolução específicos, sendo que um mesmo tipo de problema pode ser resolvido com a utilização de métodos diferentes. Uma multiplicidade de métodos de resolução de problemas que provêm do desenvolvimento do conhecimento matemático e do aprimoramento de métodos primários ou mesmo da obtenção de novos métodos, mediante o trabalho de estudiosos na busca de formas mais lapidares e precisas de se resolver um problema matemático. Objetivamos com este minicurso uma descrição ou mesmo um resgate de alguns dos métodos históricos de resolução de problemas que consideramos importantes por sua funcionalidade, amplitude e aplicabilidade, que podem ser utilizados em uma abordagem de ensino de conteúdos matemáticos que vão além dos conteúdos específicos dos quais se constituíram.

Assim, enfatizamos o uso da História da Matemática como uma forte componente metodológica para o ensino de Matemática em sala de aula e, portanto, nosso texto deve se constituir como um material de ensino a ser utilizado em turmas de matemática da Educação Básica e em turmas de formação de professores de Matemática.

MODELOS COSMOLÓGICOS
três episódios na história da matemática para a sala de aula

Humberto José Bortolossi
Regina Célia Guapo Pasquini

A humanidade, desde os primórdios de sua história, tem observado o céu e tentado entendê-lo. Esse processo histórico gerou e articulou (e ainda gera e articula) conhecimentos de várias naturezas, incluindo conhecimentos matemáticos. Estudar as várias teorias e os vários modelos já propostos para a estrutura, a evolução e a composição do Universo se coloca como um exemplo por excelência para a apreciação da interação de fatores da construção do conhecimento (epistemologia), da concepção da realidade (ontologia), dos juízos de valor (axiologia) e das influências culturais no entendimento de fenômenos naturais. Neste minicurso estudaremos três modelos matemáticos para o Universo: a Teoria dos Epiciclos de Apolônio de Perga (século III a.C.); o Mysterium Cosmographicum de Johannes Kepler (1571-1630) e O modelo da Gravitação Universal de Isaac Newton (1643-1727). O curso é destinado a Professores da Educação Básica, do Ensino Superior e estudantes dos cursos de Licenciatura em Matemática ou Física. Pré-requisito: Matemática do Ensino Médio. Tópicos da Escola Básica relacionados: Geometria Espacial (esferas, poliedros), Funções Trigonométricas. Além das várias ideias matemáticas específicas à cada modelo cosmológico histórico e de conceitos matemáticos do século XX (teoria do caos, efeito borboleta, ponto de virada), a exploração do tema proporciona um exercício intelectual de reflexão em si (meta-análise) sobre teorias em geral (suas concepções, limitações, usos, etc.) em Filosofia da Ciência.

SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES
entre a História da Matemáticae a História da Educação Matemática

Elenice de Souza Lodron Zuin
Célio Moacir dos Santos

Neste minicurso serão desenvolvidos aspectos da História da Matemática e da História da Educação Matemática concernentes aos sistemas de equações lineares. Sob o eixo da História da Matemática escolar, o objetivo é focalizar o período entre o final do século XIX e a década de 1970, que demarcam o ensino intuitivo e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. Serão evidenciados aspectos das correntes

pedagógicas e direcionamentos a partir da legislação no campo educacional nesse período. Para concretizar esses pontos, apresentar-se-á a análise do tópico equações lineares com duas incógnitas em seis livros didáticos. Num segundo momento do minicurso, os participantes terão a oportunidade de manusear os livros didáticos avaliados e proceder a uma análise do referido tópico em livros didáticos de Matemática contemporâneos.

AS ILUSTRAÇÕES EM MANUAIS ESCOLARES
uma análise histórica

Claudia Regina Boen Frizzarini
Maria Célia Leme da Silva

No âmbito de pesquisas em história das disciplinas escolares o papel das ilustrações nos distintos manuais escolares merece destaque. O presente minicurso tem como objetivo discutir o estudo dos tipos e funções das ilustrações pautado teoricamente por Liliane Vezin (1986a), Jean-François Vezin (1986b) e Peraya, Nyssen (1995). Tem-se ainda como proposta, debater pesquisas que analisaram as ilustrações em manuais para o ensino de matemática no curso primário brasileiro e francês.

ARITMÉTICA, A PEDAGOGIA MODERNA
E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES (1870-1920)

Marcus Aldenisson de Oliveira
Wagner Rodrigues Valente

Este minicurso tem por objetivo socializar recentes resultados de pesquisas realizadas no campo da história da educação matemática. Tais resultados sistematizam o que pôde ser denominado "aritmética intuitiva" no âmbito do ensino e da formação de professores. O trabalho a ser desenvolvido coloca os participantes do minicurso em situação de pesquisa com livros didáticos e manuais pedagógicos publicados no período compreendido entre 1870 a 1920. Organizado em três momentos, o minicurso abordará as seguintes temáticas: 1o.) A constituição da aritmética intuitiva para o ensino nos primeiros anos escolares. Neste primeiro momento os participantes analisarão livros didáticos de aritmética destinados aos primeiros anos escolares, com vistas ao entendimento de como essa produção didática organizou uma aritmética intuitiva a ensinar. 2o.) A constituição da aritmética intuitiva para a formação de professores normalistas. Nesta parte do desenvolvimento do minicurso serão analisados manuais pedagógicos utilizados na formação de normalistas, futuros professores dos anos iniciais. Haverá análise das obras de modo a ser possível identificar que propostas de formação de professores continham esses manuais no que toca ao ensino de aritmética, uma aritmética para ensinar. 3o.) A emergência de um

novo saber profissional da docência da matemática. Finalizando o trabalho, a partir das análises de livros didáticos e manuais pedagógicos, realiza-se, neste terceiro momento, um exercício de sistematização das duas etapas anteriores de modo a ser possível caracterizar nas últimas décadas do século XIX e primeiras décadas do século passado, a emergência de um novo saber matemático a fazer parte da formação profissional dos docentes do curso primário.




LUCIELI M. TRIVIZOLI
CONTEXTOS HISTÓRICO E MATEMÁTICO
A PARTIR DO ESTUDO DE ILUSTRAÇÕES
SÉRIE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
E DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO
Volume 3
LF


HENRIQUE MARINS DE CARVALHO
TEOREMAS GEOMÉTRICOS CURIOSOS
E SUAS HISTÓRIAS
da conjectura à prova
SÉRIE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
E DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO
Volume 4
LF


CRISTIANE COPPE DE OLIVEIRA
LEONARDO COSTA SILVA
FLÁVIA MARIA SILVA
MALBA TAHAN EM SALA DE AULA
possibilidades para o ensino
SÉRIE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
E DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO
Volume 5
LF


JOÃO CLÁUDIO BRANDEMBERG
MÉTODOS HISTÓRICOS
sua importância e aplicações
ao ensino de matemática
SÉRIE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
E DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO
Volume 6
LF


HUMBERTO JOSÉ BORTOLOSSI
REGINA CÉLIA GUAPO PASQUINI
MODELOS COSMOLÓGICOS:
três episódios na história da matemática
para a sala de aula
SÉRIE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
E DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO
Volume 7
LF


ELENICE DE SOUZA LODRON ZUIN
CÉLIO MOACIR DOS SANTOS
SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES
entre a História da Matemática
e a História da Educação Matemática
SÉRIE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
E DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO
Volume 8
LF


CLAUDIA REGINA BOEN FRIZZARINI
MARIA CÉLIA LEME DA SILVA
AS ILUSTRAÇÕES EM MANUAIS ESCOLARES
uma análise histórica
SÉRIE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
E DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO
Volume 9
LF


MARCUS ALDENISSON DE OLIVEIRA
WAGNER RODRIGUES VALENTE
A ARITMÉTICA, A PEDAGOGIA MODERNA
E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES
(1870-1920)
SÉRIE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
E DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO
Volume 10
LF

7. LISTA DE AUTORES – XIII SNHM

- Adan Rodrigo Vale Pacheco
- Alailson Silva de Lira
- Aline Vilas Boas Ribeiro de Paula
- Alison Luan Ferreira da Silva
- Alison Sousa da Silva
- Amabile Jeovana Neiris Mesquita
- Ana Brandão de Souza
- Ana Carolina Costa Pereira
- Ana Caroline Frigéri Barboza
- Ana Mara Coelho da Silva
- Ana Paula Cruz
- Ana Paula da Cruz Pereira de Moraes
- Ana Paula Nascimento Pegado Couto
- Ana Paula Nunes Felix
- Andréia Büttner Ciani
- Andressa Cesana
- Andreza Thalia Menezes Monteiro
- Angelica Raiz Calabria
- Antonia Dália Chagas Gomes
- Antonia Naiara de Sousa Batista
- Antonio Araújo do Nascimento
- Antonio Luiz Oliveira Batista
- Antonio Peixoto de Araujo Neto
- Antonio Vicente Marafioti Garnica
- Arielly Cecília Lima Siqueira
- Arilson da Conceição Rocha
- Benedito Junior Corrêa Tourão
- Benjamim Cardoso da Silva Neto
- Bernadete Barbosa Morey
- Carlos André Bogéa Pereira
- Carlos Antonio Rezende Filho
- Carlos Augusto Cardoso de Jesus
- Carlos Roberto de Moraes
- Cassiano de Sousa Mota
- Célio Moacir dos Santos
- Circe Mary S. Dynnikov
- Clara Alice Ferreira Cabral
- Claudia A. C. de Araujo Lorenzoni
- Claudia Regina Boen Frizzarini
- Clebson Carvalho de Oliveira
- Cristiane Borges Angelo
- Cristiane Coppe de Oliveira
- Cristiane Ruiz Gomes
- Daniel Antonio Silva de Araujo
- Daniele Esteves Pereira Smith
- Dayson Wesley Lima Castro
- Demétrius Gonçalves de Araújo
- Denilson Ferreira Soares
- Denis do Socorro Pinheiro Miranda
- Denise Aparecida Enes Ribeiro
- Denivaldo Pantoja da Silva
- Dilson Martins do Nascimento
- Dulcyene Maria Ribeiro
- Edina Fialho Machado
- Edna Machado da Silva
- Edson Carlos Sobral de Sousa
- Elaine de Sousa Teodosio
- Elenice de Souza Lodron Zuin
- Élida Maiara Velozo de Castro
- Elisângela Pereira Barbosa
- Elizabete Zardo Burigo
- Ellen Adriana Nogueira Oliveira
- Ellen Cristina Carvalho Rodrigues
- Eloisa Myrela de Araújo Nunes
- Elvin Matheus Sousa da Silva
- Emanuel Vieira Martins
- Emerson Batista Gomes
- Emerson Gordiano de Almeida
- Fabian Arley Posada Balvin
- Fábio Barros Gonçalves
- Fabio Colins
- Fábio José da Costa Alves
- Fábio Maia Bertato
- Fernando Cardoso de Matos
- Flavia do Nascimento Borges
- Flávia Maria Silva
- Francisco Aureliano Vidal
- Francisco das Chagas dos S. Moura
- Francisco Jucivânio Félix de Sousa
- Francisco Neto Lima de Souza
- Francisco Ronald Feitosa Moraes
- Francisco Wagner Soares Oliveira
- Francisco Wagner Soares Oliveira
- Fumikazu Saito
- Gabriel Faria Vieira
- Gabriel Soares Bádue

- Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes
- Gabriela Regina Vasques Oruê
- Gabrielle Correia Silva dos Santos
- Gérard Emile Grimberg
- Gesivaldo dos Santos Silva
- Giancarlo Secci de Souza Pereira
- Gilson Abdala Prata Filho
- Gilson Juarez Silva dos Santos Junior
- Giselle Costa de Sousa
- Grasiany Sousa de Almeida
- Henrique Marins de Carvalho
- Humberto José Bortolossi
- Iarla Antunes de Matos Arrais
- Idalina Caldas Moia
- Igor Cardoso Tonhato
- Iran Abreu Mendes
- Isabelle Coelho da Silva
- Israel Costa Lima
- Ivonne C. Sánchez S.
- Janaina Silveira Nascimento
- Jean Sebastian Toillier
- Jeová Pereira Martins
- Jessica Alves Ribeiro
- Jéssica Targino Muniz
- Jessie Heveny Saraiva Lima
- João Cláudio Brandemberg
- João Nazareno Pantoja Corrêa
- João Pedro Marques Oliveira
- John Andrew Fossa
- José dos Santos Guimarães Filho
- José Edmar da Silva
- José Lamartine Barbosa
- José Manuel Matos
- José Querginaldo Bezerra
- Josinalva Estacio Menezes
- Juliana Martins
- Kaline França Andrade
- Kissia Carvalho
- Kleyton Vinicyus Godoy
- Laressa Alves Pereira Prima
- Larissa Rodrigues Mendonça
- Leandro André Barrada Benedito
- Leonardo Costa Silva
- Lígia Arantes Sad
- Lília Santos Gonçalves
- Liliane Silva Nascimento Coelho
- Lucas Antonio Mendes de Lima
- Lucas Benjamin Barbosa Souza
- Lucas Queiroz Cordeiro de Moura
- Lucas Silva Pires
- Luciano Feliciano de Lima
- Lucieli M. Trivizoli
- Luis Andrés Castillo B.
- Luis Manuel Ribeiro Saraiva
- Luiza Pereira da Silva
- Magno Luiz Ferreira
- Malcus Cassiano Kuhn
- Manoel de Campos Almeida
- Marcelo Marques de Araújo
- Marcos Fabrício Ferreira Pereira
- Marcos Vinicius Soares Tavares
- Marcus Aldenisson de Oliveira
- Maria Beatriz Marim de Moura
- Maria Célia Leme da Silva
- Maria Cristina Araújo Oliveira
- Maria da Conceição Alves Bezerra
- Maria da Graça Teixeira Peraça
- Maria Eduarda Camelo de Moura
- Maria Gabriela de Figueiredo Furtado
- Maria Helena de Andrade
- Maria Teresa Costa Barboza
- Mariana Feiteiro Cavalari
- Marisa Raquel de Melo Pereira
- Marlene Gorete de Araújo
- Matheus Souza Amorim
- Matheus Vieira do N. Cardoso
- Midori H. Camelo
- Miguel Chaquiam
- Mônica de Cássia Siqueira Martines
- Natailson de Araújo Sampaio
- Natanael Freitas Cabral
- Núbia Alves Azevedo
- Orozimbo Marinho de Almeida
- Patrícia da Silva Sousa
- Paulo Ferreira da Gama
- Pedro Franco de Sá
- Rachel Mariotto
- Rafael Montoito
- Raissa Araujo de Oliveira
- Rannyelly Rodrigues de Oliveira
- Raphael Alcaires de Carvalho
- Regina Célia Guapo Pasquini

- Renan Marcelo da Costa Dias
- Robson Emanuel Lima Monteiro
- Roger Minks
- Rosineide de Sousa Jucá
- Rubens Matheus dos Santos Marques
- Sabrina Helena Bonfim
- Sara Vieira Lagares
- Severino Barros de Melo
- Suélen Rita Andrade Machado
- Suziê Maria de Albuquerque
- Tarcis Teles Xavier da Silva
- Thalia Pequini Zampirolli
- Thayse Maria Gomes de Sousa
- Tiêgo dos Santos Freitas
- Vinícius Murilo Fratucci
- Wagner Rodrigues Valente
- Ricardo de Oliveira Muniz Junior
- Rodrigo Bastos Daude
- Romulo Everton de Carvalho Moia
- Rosolindo Neto de Souza Vila Real
- Rubens Vilhena Fonseca
- Sandra Regina D' Antonio
- Sergio Roberto Nobre
- Severino Carlos Gomes
- Suyane Mendes Lopes
- Talita Carvalho Silva de Almeida
- Tereza F. L. Cardoso
- Thallis Ginaldo Fiel Torres
- Tiêgo dos Santos Freitas
- Verusca Batista Alves
- Viviane Santos Oliveira
- Waléria de Jesus Barbosa Soares

8. XIII SNHM – ORGANIZAÇÃO, REALIZAÇÃO E PARCERIAS











