

बोर्ड नमूना प्रश्न-पत्र

2022-23

गणित - X

समय : 3 घंटे 15 मिनट

पूर्णांक : 80

सामान्य निर्देश:

- i. परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न-पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें।
iii. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तरपुस्तिका में ही लिखें।

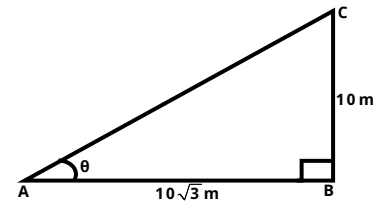
ii. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।

iv. जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें।

खण्ड - अ

1. बहुविकल्पी प्रश्न
 - (i) 12 और 15 का ल.स.प. और म.स.प. क्या होगा? [1]
(अ) 60 और 3 (ब) 24 और 6
(स) 12 और 30 (द) इनमें से कोई नहीं
 - (ii) बहुपद में $3x^2 + 4x - 2$ शून्यकों की संख्या होगी? [1]
(अ) 1 (ब) 2
(स) 0 (द) इनमें से कोई नहीं
 - (iii) मूल बिन्दु के निर्देशांक होते हैं? [1]
(अ) (1, 2) (ब) (1, 1)
(स) (-1, 1) (द) (0, 0)
 - (iv) यदि $2x + y = 6$ हो तो इसको सन्तुष्ट करने वाला युग्म है? [1]
(अ) (1, 2) (ब) (2, 1)
(स) (2, 2) (द) (1, 1)
 - (v) समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ के मूल वास्तविक नहीं होंगे, यदि- [1]
(अ) $b^2 - 4ac < 0$ (ब) $b^2 - 4ac > 0$
(स) $b^2 - 4ac = 0$ (द) इनमें से कोई नहीं
 - (vi) एक समान्तर श्रेढ़ी 3, 7, 11, 15 के लिए सार्वअन्तर होगा? [1]
(अ) 1 (ब) 2
(स) 3 (द) 4
 - (vii) $2 \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ$ का मान होगा? [1]
(अ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ब) 2
(स) 1 (द) 0
 - (viii) एक वृत्त की कितनी स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं? [1]
(अ) एक (ब) अनन्त
(स) तीन (द) ज्ञात नहीं
 - (ix) वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र है? [1]
(अ) $2\pi r$ (ब) $\pi r^2 / 180$
(स) πr^2 (द) इनमें से कोई नहीं
 - (x) यदि एक बेलन की ऊँचाई 11 सेमी. तथा उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 968 सेमी.² है तो बेलन की त्रिज्या होगी? [1]
(अ) 10 सेमी. (ब) 11 सेमी.
(स) 12 सेमी. (द) 14 सेमी.
 - (xi) बंटन 7, 4, 5, 3, 4, 3, 4, 1, 2 का बहुलक होगा- [1]
(अ) 7 (ब) 4
(स) 3 (द) 2

- (xii) एक पासे को एक बार फेंका जाता है। अभाज्य संख्या को प्राप्त करने की प्रायिकता है- [1]
(अ) $\frac{1}{2}$ (ब) $\frac{2}{3}$
(स) 0 (द) 1
2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए-
 - (i) $3 + 2\sqrt{5}$ एक संख्या है? (परिमेय/अपरिमेय) [1]
 - (ii) सभी वृत्त होते हैं? (सर्वांगसम/समरूप) [1]
 - (iii) $\tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ$ का मान होगा? [1]
 - (iv) वृत्त की स्पर्श रेखा और त्रिज्या के बीच का कोण बनता है? (न्यूनकोण/अधिककोण/समकोण) [1]
 - (v) वर्गीकृत आँकड़ों का माध्य ज्ञात करने का सूत्र $\bar{x} = \dots\dots\dots$ है? [1]
 - (vi) किसी असम्भव घटना के होने की प्रायिकता होती है। [1]
3. अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न-
 - (i) दो चर वाले रैखिक समीकरण निकाय का हल अद्वितीय होने की शर्त लिखिए- [1]
 - (ii) द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल ज्ञात करने का श्रीधराचार्य सूत्र लिखिए। [1]
 - (iii) समान्तर श्रेढ़ी 2, 5, 8, 11 के 12 पदों का योग ज्ञात कीजिए। [1]
 - (iv) दो समरूप त्रिभुजों की भुजाओं का अनुपात 4 : 9 हो तो इन दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए। [1]
 - (v) $\frac{\sec 40^\circ}{\operatorname{cosec} 50^\circ} - \frac{\sec 50^\circ}{\operatorname{cosec} 40^\circ}$ का मान ज्ञात कीजिए। [1]
 - (vi) $9 \sec^2 \theta - 9 \tan^2 \theta$ का मान ज्ञात करो। [1]
 - (vii) एक समय एक मीनार की छाया उसकी ऊँचाई के बराबर हो जाती है, तो उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए। [1]
 - (viii) दी गई आकृति में कोण θ का मान ज्ञात कीजिए। [1]



- (ix) यदि एक बिन्दु P से O केन्द्र वाले किसी वृत्त पर PA, PB स्पर्श रेखाएँ परस्पर 80° के कोण पर झुकी हो तो $\angle AOB$ का मान ज्ञात करो। [1]

- (x) 9 सेमी. लम्बा एक रेखाखण्ड खींचिए और इसे 2 : 1 के अनुपात में विभाजित कीजिए। दोनों भाग की माप लिखो। [1]
- (xi) 6 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त के एक त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 60° है। [1]
- (xii) एक बक्से में 3 नीली, 2 सफेद और 4 लाल गेंदें हैं। इस बक्से में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है तो इसकी क्या प्रायिकता है कि निकाली गई गेंद नीली है? [1]

खण्ड - ब

4. दो संख्याओं 616 और 32 का महत्तम समापवर्तक (H.C.F.) ज्ञात कीजिए। [2]
5. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यक 4 तथा 1 हैं? [2]
6. द्विघात समीकरण $6x^2 - x - 2 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए। [2]
7. बिन्दुओं (1, -5) और (-4, 5) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को x-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है, ज्ञात कीजिए। [2]
8. भूमि से 60 m की ऊँचाई पर एक पतंग उड़ रही है। पतंग में लगी डोरी को अस्थायी रूप से भूमि के एक बिन्दु से बाँध दिया गया है। भूमि के साथ डोरी का झुकाव 60° है। यह मानकर कि डोरी में कोई ढाल नहीं है, डोरी की लम्बाई ज्ञात कीजिए। [2]
9. 6.7 सेमी लम्बाई का एक रेखाखण्ड खींचकर उसका 2 : 3 में आन्तरिक विभाजन कीजिए? [2]
10. 5 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त पर ऐसी दो स्पर्श रेखाएँ खींचिए, जो परस्पर के 60° कोण पर झुकी हो। [2]
11. यदि दो त्रिभुजों के क्षेत्रफल बराबर हों तो सिद्ध कीजिए कि वे त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं? [2]
12. एक घड़ी के मिनट की सूई जिसकी लम्बाई 14 सेमी. है। इस सूई के द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [2]
13. त्रिज्या 4.2 सेमी. वाले धातु के एक गोले को पिघलाकर त्रिज्या 6 सेमी. वाले एक बेलन के रूप में ढाला जाता है। बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। [2]
14. विमाओं 5.5 cm × 10 cm × 3.5 cm वाला एक घनाभ बनाने के लिए 1.75 सेमी. व्यास 2 mm मोटाई वाले कितने चाँदी के सिक्कों को पिघलाना पड़ेगा? [2]
15. निम्नांकित बारम्बारता बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए। [2]

X	20	30	40	50	60	70	80
f	6	11	7	4	4	2	1

16. दो खिलाड़ी A और B टेनिस का एक मैच खेलते हैं। यह ज्ञात है कि A के मैच जीतने की प्रायिकता 0.38 है। B के मैच जीतने की क्या प्रायिकता है? [2]

खण्ड - स

17. A.P. : 17, 15, 13, के कितने पद लिए जाएँ ताकि उनका योग 81 हो? [3]
18. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (2, -2), (-2, 1) तथा (5, 2) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं। [3]
19. निम्नलिखित वर्गीकृत आँकड़ों का कल्पित माध्य विधि द्वारा माध्य ज्ञात कीजिए। [3]

वर्ग	बारम्बारता
11-13	7
13-15	6

15-17	9
17-19	13
19-21	20
21-23	5
23-25	4

20. सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के किसी व्यास के सिरे पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ समान्तर होती हैं? [3]

खण्ड - द

21. निम्नलिखित रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए।
 $2x + y = 6$; $2x - 3y = 2$ [4]

अथवा

निम्नलिखित रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए।

$$x + 3y = 6 ; 2x - 3y = 12$$

22. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = \sec A + \tan A$ [4]

अथवा

$$\text{सिद्ध कीजिए कि } \frac{\cos A}{1+\sin A} + \frac{1+\sin A}{\cos A} = 2\sec A$$

23. निम्नलिखित सारिणी किसी अस्पताल में एक विशेष वर्ग में भर्ती हुए रोगियों की आयु को दर्शाती है- [4]

आयु (वर्षों में)	रोगियों की संख्या
5-15	6
15-25	11
25-35	21
35-45	23
45-55	14
55-65	5

उपर्युक्त आँकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए।

अथवा

निम्नलिखित बारम्बारता बंटन किसी मोहल्ले के 68 उपभोक्ताओं की बिजली की मासिक खपत दर्शाता है। इन आँकड़ों के माध्यक और बहुलक ज्ञात कीजिए।

मासिक खपत (इकाइयों में)	उपभोक्ताओं की संख्या
65-85	4
85-105	5
105-125	13
125-145	20
145-165	14
165-185	8
185-205	4

उत्तरमाला - बोर्ड नमूना प्रश्न पत्र

खण्ड - अ

1.

(i)

[अ]

12 और 15 के अभाज्य गुणनखंड करने पर

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

$$15 = 3^1 \times 5^1$$

$$L.C.M.(12, 15) = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 = 60$$

$$H.C.F.(12, 15) = 3^1 = 3$$

(ii)

[ब]

$3x^2 + 4x - 2$ एक द्विघात बहुपद है अतः इसके शून्यकों की संख्या = 2 होगी।

(iii)

[द]

मूल बिन्दु के निर्देशांक = (0, 0)

(iv)

[स]

$2x + y = 6$ में जब $x = 2$ तथा $y = 2$ रखते हैं तब

$$2 \times 2 + 2 = 6$$

$$4 + 2 = 6$$

$$6 = 6$$

$$L.H.S. = R.H.S.$$

(v)

[अ]

मूल वास्तविक नहीं होते अर्थात् काल्पनिक होने की स्थिति $b^2 - 4ac < 0$

अर्थात् D का मान ऋणात्मक हो।

(vi)

[द]

$$\text{सार्वअन्तर (d)} = a_2 - a_1$$

$$= 7 - 3$$

$$= 4$$

(vii)

[स]

$$2\sin 45^\circ \cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 1$$

(viii)

[ब]

एक वृत्त पर अनन्त स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती है।

(ix)

[स]

$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

जहाँ r = त्रिज्या

(x)

[द]

दिया है वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 968

$$2\pi rh = 968$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 11 = 968$$

$$r = \frac{968 \times 7}{2 \times 11 \times 22}$$

$$r = 2 \times 7 = 14\text{cm}$$

(xi)

[ब]

बहुलक (Z) = अधिकतम बारम्बारता वाल प्रेक्षण
 $Z = 4$ (तीन बार आया है।)

(xii)

[अ]

$$\text{कुल परिणाम} = 6\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{अनुकूल परिणाम} = \{2, 3, 5\} = 3$$

$$P(\text{अभाज्य संख्या}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

2.

रिक्त स्थान

(i)

$3 + 2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

(ii)

सभी वृत्त समरूप होते हैं।

(iii)

$\tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ$ का मान 1 होगा।

संकेत :- $\tan 30^\circ \times \tan 60^\circ$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 1$$

(iv)

वृत्त की स्पर्श रेखा और त्रिज्या के बीच समकोण का कोण बनता है।

(v)

वर्गीकृत आँकड़ों का माध्य ज्ञात करने का सूत्र $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ है।

(vi)

किसी असम्भव घटना के होने की प्रायिकता शून्य होती है।

3.

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न -

(i)

अद्वितीय होने की शर्त : $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

(ii)

श्रीधराचार्य सूत्रानुसार,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ जहाँ } a \neq 0$$

(iii)

प्रथम पद (a) = 2, सार्वअन्तर (d) = 5 - 2 = 3

पदों की संख्या (n) = 12,

पदों का योग (S_{12}) = ?

$$\therefore n \text{ पदों का योग} = S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\therefore S_{12} = \frac{12}{2} [2 \times 2 + (12-1)3]$$

$$S_{12} = 6[4 + 11 \times 3] = 6[4 + 33]$$

$$S_{12} = 6 \times 37 = 222$$

(iv)

समरूप त्रिभुजों के लिए,

क्षेत्रफलों का अनुपात = भुजाओं के वर्ग का अनुपात

$$= \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81} \text{ या } 16 : 81$$

अतः अभीष्ट अनुपात 16 : 81 है।

(v)

$$\frac{\sec 40^\circ}{\operatorname{cosec} 50^\circ} - \frac{\sec 50^\circ}{\operatorname{cosec} 40^\circ}$$

$$= \frac{\sec 40^\circ}{\operatorname{cosec}(90^\circ - 40^\circ)} - \frac{\sec 50^\circ}{\operatorname{cosec}(90^\circ - 50^\circ)}$$

$$= \frac{\sec 40^\circ}{\sec 40^\circ} - \frac{\sec 50^\circ}{\sec 50^\circ} = 1 - 1 = 0$$

(vi) $9 \sec^2 \theta - 9 \tan^2 \theta$
 $= 9[\sec^2 \theta - \tan^2 \theta]$
 $= 9[1 + \tan^2 \theta - \tan^2 \theta]$
 $= 9 \times 1 = 9$

(vii) माना मीनार AB तथा उसकी छाया BC है। तब प्रश्नानुसार

$$AB = BC = x(\text{माना})$$

$$\tan \theta = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \theta = \frac{x}{x} = 1$$

$$\tan \theta = \tan 45^\circ$$

$$\theta = 45^\circ$$

अतः उन्नयन कोण 45° है।

(viii) चित्रानुसार,

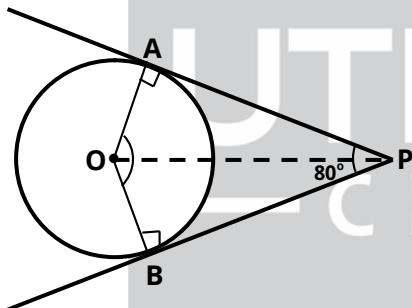
$$\tan \theta = \frac{BC}{AB}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{10}{10\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan \theta = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

(ix) चतुर्भुज APBO के लिए, सभी अतः कोणों का योग
 $\angle A + \angle P + \angle B + \angle O = 360^\circ$

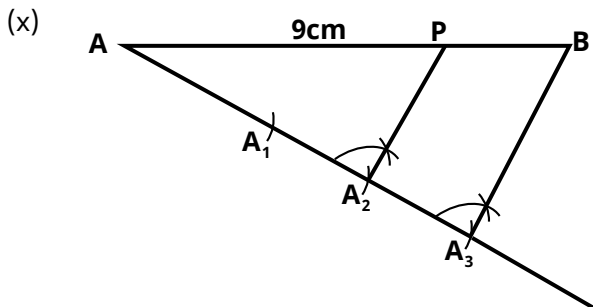


$$\Rightarrow 90^\circ + 80^\circ + 90^\circ + \angle O = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 260^\circ + \angle O = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \angle O = 360^\circ - 260^\circ = 100^\circ$$

$$\text{अतः } \angle AOB = 100^\circ$$



अभीष्ट अनुपात = AP : PB

मापने पर, AP = 6 सेमी. तथा PB = 3 सेमी.।

(xi) त्रिज्या (r) = 6 सेमी.

कोण (θ) = 60°

$$\text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{6 \times 6}{360^\circ} \times 60^\circ$$

$$= \frac{22}{7} \times 6 \approx 18.86 \text{ (लगभग) वर्ग सेमी।}$$

(xii) कुल गेंदों की संख्या = $3 + 2 + 4 = 9$

नीली गेंदों की संख्या = 3

नीली गेंद निकालने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है।

खण्ड - ब

4. 616 के अभाज्य गुणनखण्ड
 $616 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 11$
 $= 2^3 \times 7 \times 11$

32 के अभाज्य गुणनखण्ड

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= 2^5$$

इसलिये 616 और 32 का महत्तम समापवर्तक (HCF) = $2^3 = 8$

5. माना कि बहुपद $ax^2 + bx + c$ है तथा इसके शून्यक α और β हैं तब $\alpha = 4$, $\beta = 1$

$$\alpha + \beta = 4 + 1 = \frac{5}{1} = -\frac{b}{a} \quad \dots\dots\dots \text{समी. (i)}$$

$$\text{तथा } \alpha\beta = 4 \times 1 = \frac{4}{1} = \frac{c}{a} \quad \dots\dots\dots \text{समी. (ii)}$$

समी. (i) व समी. (ii) से

यदि $a = 1$, $b = -5$ तथा $c = 4$ हो, तो द्विघात बहुपद $x^2 - 5x + 4$ होगा।

6. $6x^2 - x - 2 = 0$

$$6x^2 + 3x - 4x - 2 = 0$$

$$3x(2x + 1) - 2(2x + 1) = 0$$

$$(3x - 2)(2x + 1) = 0$$

यहाँ दो स्थितियाँ होगी-

$$3x - 2 = 0$$

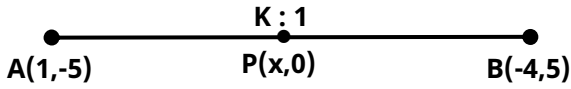
$$x = \frac{2}{3}$$

$$2x + 1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

अतः द्विघात समीकरण के दो मूल $\frac{2}{3}$ व $-\frac{1}{2}$ हैं।

7. माना कि x-अक्ष पर अभीष्ट बिन्दु P(x, 0) है जो A(1, -5) और B(-4, 5) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को K : 1 के अनुपात में विभाजित करता है।
 $\therefore$ P का y निर्देशांक,



$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$0 = \frac{5 \times K + (-5) \times 1}{K + 1}$$

$$5K - 5 = 0$$

$$K = \frac{5}{5} = 1$$

अतः अभीष्ट अनुपात K : 1 = 1 : 1 है।

8. माना पतंग AB है, तब उन्नयन कोण 60° है। पतंग की भूमि से ऊँचाई 60 मीटर है।
 चित्र से,

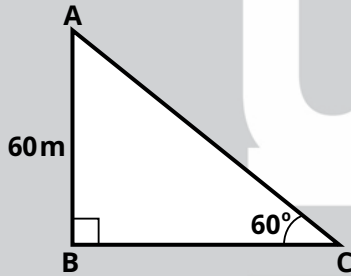
$$\sin 60^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{60}{AC}$$

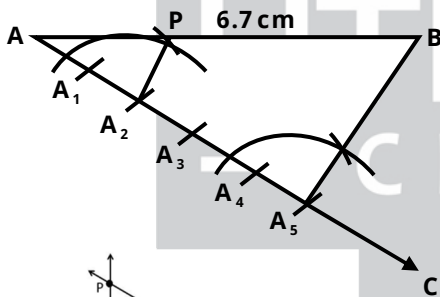
$$\Rightarrow AC = \frac{60 \times 2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{120 \times \sqrt{3}}{3} \quad (\text{हर का परिमेयीकरण})$$

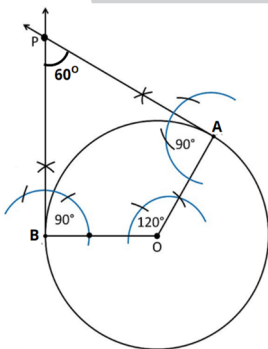
$$\therefore AC = 40\sqrt{3} \text{ मीटर}$$



9.



10.



औचित्य :-

यहाँ $\angle A = 90^\circ$ (रचना से)

अतः $OA \perp PA$

$\angle B = 90^\circ$ (रचना से)

अतः $OB \perp PB$

$\therefore$ यहाँ OA व OB वृत्त की त्रिज्याएँ हैं

तथा त्रिज्या, स्पर्श रेखा लंब होती हैं।

अतः PA व PB अभीष्ट रेखाएँ हैं।

चतुर्भुज PAOB में,

चारों कोणों का योग = 360°

$$\angle A + \angle O + \angle B + \angle P = 360^\circ$$

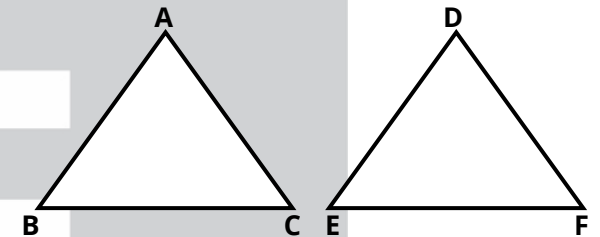
$$\angle A = \angle B = 90^\circ \quad (\text{त्रिज्या व स्पर्श रेखा के मध्य})$$

$$\angle O = 120^\circ \quad (\text{रचना से})$$

$$90^\circ + 120^\circ + 90^\circ + \angle P = 360^\circ$$

$$\angle P = 360^\circ - 300^\circ = 60^\circ$$

11. $\triangle ABC$ तथा $\triangle DEF$ समरूप हैं और $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल = $\triangle DEF$ का क्षेत्रफल



सिद्ध करना है : $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

उपपत्ति : समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

$$\frac{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle DEF \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

परन्तु दिया है,

$\triangle ABC$ का क्षेत्रफल = $\triangle DEF$ का क्षेत्रफल

$$\Rightarrow \frac{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle DEF \text{ का क्षेत्रफल}} = 1$$

$$\therefore \frac{BC^2}{EF^2} = 1$$

$$\Rightarrow BC^2 = EF^2$$

$$\Rightarrow BC = EF$$

अब $\triangle ABC$ और $\triangle DEF$ में,

$$\angle ABC = \angle DEF \quad (\because \triangle ABC \sim \triangle DEF)$$

$$\angle ACB = \angle DFE \quad (\because \triangle ABC \sim \triangle DEF)$$

$$BC = EF \quad (\text{ऊपर सिद्ध किया})$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \quad (\text{ASA सर्वांगसमता गुणधर्म से})$$

12. सूई की लंबाई (r) = 14 cm

$\therefore$ मिनट की सूई द्वारा 1 मिनट में बना कोण = 6°

अतः 5 मिनट में बनाया गया कोण (θ) = $5 \times 6^\circ = 30^\circ$

5 मिनट में सूई द्वारा रचित क्षेत्रफल (त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल)

$$= \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} = \frac{22}{7} \times \frac{14 \times 14 \times 30^\circ}{360^\circ}$$

$$= \frac{22 \times 28}{12} = \frac{154}{3} = 51.33 \text{ cm}^2 \quad (\text{लगभग})$$

13. गोले की त्रिज्या (r) = 4.2 cm
बेलन की त्रिज्या (R) = 6 cm
माना, बेलन की ऊँचाई = H cm
ढालने पर आयतन पहले जितना ही रहता है।
अर्थात् यहाँ गोले का आयतन = बेलन का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi R^2 H$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 4.2 \times 4.2 \times 4.2 = \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times H$$

$$H = \frac{\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 4.2 \times 4.2 \times 4.2}{\frac{22}{7} \times 6 \times 6}$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{1}{6 \times 6}$$

$$= \frac{2744}{1000} = 2.744 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{बेलन की ऊँचाई (H)} = 2.74 \text{ cm}$$

14. घनाभ की विमाएँ

$$L = 5.5 \text{ cm}, B = 10 \text{ cm}, H = 3.5 \text{ cm}$$

प्रत्येक बेलनाकार चाँदी के सिक्के के लिए

$$r = \frac{1.75}{2} = \frac{7}{8} \text{ cm}, h = 2 \text{ mm}, h = \frac{2}{10} \text{ cm} = 0.2 \text{ cm}$$

n बेलनाकार सिक्कों का आयतन = एक घनाभ का आयतन

$$\Rightarrow n \times \pi r^2 h = L \times B \times H$$

$$\Rightarrow n \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{7}{8} \times 0.2 = 5.5 \times 10 \times 3.5$$

$$\Rightarrow n = \frac{55}{10} \times \frac{35}{22} \times \frac{8}{7} \times \frac{10}{2} \times 8$$

$$\Rightarrow n = \frac{800}{2}$$

$$\Rightarrow 400 \text{ सिक्के}$$

15. माध्य

x (चर)	बारम्बारता (f)	f × x
20	6	120
30	11	330
40	7	280
50	4	200
60	4	240
70	2	140
80	1	80
योग	$\Sigma f = 35$	$\Sigma fx = 1390$

$$\therefore \text{समान्तर माध्य} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{1390}{35} = 39.71 \text{ (लगभग)}$$

16. A के मैच जीतने की प्रायिकता $P(A) = 0.38$

A के मैच हारने की प्रायिकता,

$$P(\bar{A}) = 1 - 0.38 = 0.62$$

चूँकि हम जानते हैं कि

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

B के मैच जीतने की प्रायिकता = 0.62

($\therefore$ A के हारने पर ही B जीतेगा)

अतः अभीष्ट प्रायिकता 0.62 है।

खण्ड - स

17. A.P. : 17, 15, 13,

यहाँ $a = 17$, $d = 15 - 17 = -2$ तथा $S_n = 81$

$$\therefore \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = 81$$

$$\frac{n}{2}[2(17) + (n-1)(-2)] = 81$$

$$\frac{n}{2}[34 - 2n + 2] = 81$$

$$\frac{n}{2}[-2n + 36] = 81$$

$$\frac{n}{2} \times 2(18 - n) = 81$$

$$18n - n^2 = 81$$

$$n^2 - 18n + 81 = 0$$

$$n^2 - 9n - 9n + 81 = 0$$

$$n(n-9) - 9(n-9) = 0$$

$$(n-9)(n-9) = 0$$

$$(n-9)^2 = 0$$

$$n = 9$$

अर्थात् A.P. का योग 81 प्राप्त करने के लिए 9 पद लिए जायें।

18. दूरी सूत्र $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$AB = \sqrt{(-2 - 2)^2 + \{1 - (-2)\}^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$BC = \sqrt{\{5 - (-2)\}^2 + (2 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{(7)^2 + (1)^2}$$

$$= \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50}$$

$$CA = \sqrt{(2 - 5)^2 + (-2 - 2)^2}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$$

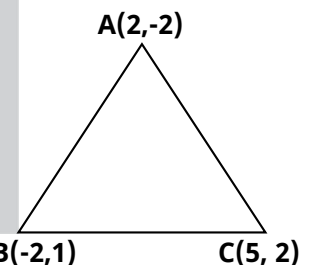
$$= \sqrt{25} = 5$$

$$\text{यहाँ } AB^2 + CA^2 = (5)^2 + (5)^2 = 25 + 25 = 50$$

$$\text{तथा } BC^2 = (\sqrt{50})^2 = 50$$

$$\text{अर्थात् } AB^2 + CA^2 = BC^2$$

पाइथागोरस प्रमेय के अनुसार त्रिभुज BAC एक समकोण त्रिभुज है। अतः (2, -2), (-2, 1) तथा (5, 2) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं। इतिसिद्धम्



19. बारम्बारता बंटन सारणी बनाने पर,

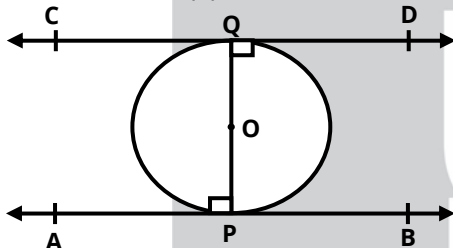
वर्ग	बारम्बारता (f_i)	(x_i)	$d_i = x_i - A$ $= x_i - 18$	$f_i d_i$
11-13	7	12	-6	-42
13-15	6	14	-4	-24
15-17	9	16	-2	-18
17-19	13	18	0	0
19-21	20	20	2	40
21-23	5	22	4	20
23-25	4	24	6	24
	$\Sigma f_i = 64$			$\Sigma f_i d_i = 0$

माना कल्पित माध्य = 18

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = A + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} = 18 + \frac{0}{64} = 18 + 0 = 18$$

अतः समान्तर माध्य $(\bar{x}) = 18$ है।

20.



आकृति में, हमें प्राप्त हैं कि: वृत्त का केन्द्र O और PQ एक व्यास है। माना AB और CD वृत्त के व्यास PQ के सिरे पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ हैं।

चूँकि स्पर्श-बिन्दु से होकर खींची गई त्रिज्या वृत्त की स्पर्श-रेखा पर लम्ब होती है।

$$PQ \perp AB$$

$$\angle APQ = 90^\circ$$

और

$$PQ \perp CD$$

$$\angle PQD = 90^\circ$$

(1) और (2) से,

$$\angle APQ = \angle PQD$$

परन्तु ये एकान्तर कोणों का एक युग्म बनाते हैं।

अतः $AB \parallel CD$

खण्ड - द

21. दिया गया रैखिक समीकरण युग्म

$$2x + y = 6$$

.....समी. (i)

$$2x - 3y = 2$$

.....समी. (ii)

समी. (i) से

$$y = 6 - 2x$$

$$\text{जब } x = 0 \text{ तब, } y = 6 - 2 \times 0 = 6$$

$$\text{जब } x = 1 \text{ तब, } y = 6 - 2 \times 1 = 4$$

$$\text{जब } x = 3 \text{ तब, } y = 6 - 2 \times 3 = 0$$

$2x + y = 6$ के लिए बिन्दुओं की सारणी

x	0	1	3
y	6	4	0

समी. (ii) से,

$$2x - 3y = 2$$

$$2x - 2 = 3y$$

$$y = \frac{2x - 2}{3}$$

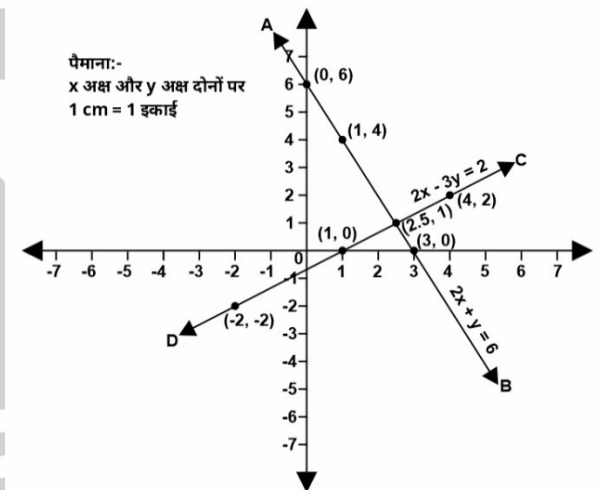
$$\text{जब } x = -2 \text{ तब } y = \frac{2 \times (-2) - 2}{3} = \frac{-6}{3} = -2$$

$$\text{जब } x = 1 \text{ तब } y = \frac{2 \times 1 - 2}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

$$\text{जब } x = 4 \text{ तब } y = \frac{2 \times 4 - 2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$2x - 3y = 2$ के लिए बिन्दुओं की सारणी

x	-2	1	4
y	-2	0	2



अथवा

समीकरण $x + 3y = 6$ द्वारा निरूपित रेखा का आलेखन दिया है $-x + 3y = 6$

$$\Rightarrow x = 6 - 3y$$

$y = 1$ रखने पर

$$x = 6 - 3 \times 1 = 6 - 3 = 3$$

तथा $y = 2$ रखने पर,

$$x = 6 - 3 \times 2 = 6 - 6 = 0$$

अतः समीकरण $x + 3y = 6$ की निम्नलिखित हल सारणी प्राप्त होती है -

x	3	0
y	1	2

बिन्दुओं A(3, 1) व B(0, 2) को ग्राफ पेपर पर अंकित करके इनसे गुजरने वाली रेखा AB खींचते हैं जो कि समीकरण $x + 3y = 6$ का आलेख है।

समीकरण $2x - 3y = 12$ द्वारा निरूपित रेखा का आलेखन

$$2x - 3y = 12$$

$$\Rightarrow 3y = 2x - 12$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x - 12}{3}$$

x = 3 रखने पर, तब

$$y = \frac{2 \times 3 - 12}{3} = \frac{6 - 12}{3} = \frac{-6}{3} = -2$$

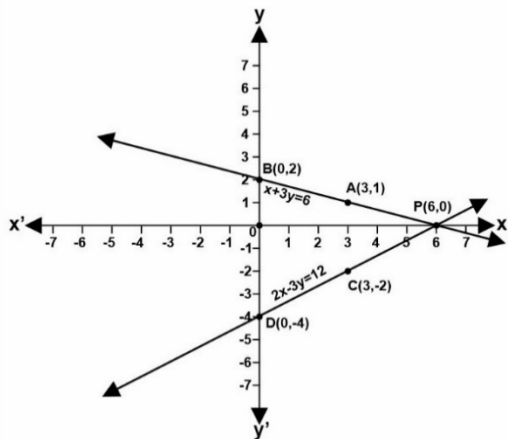
अब x = 0 रखने पर तब,

$$y = \frac{2 \times 0 - 12}{3} = \frac{0 - 12}{3} = \frac{-12}{3} = -4$$

अतः समीकरण $2x - 3y = 12$ का निम्नलिखित हल सारणी में प्राप्त होता है-

x	3	0
y	-2	-4

बिन्दुओं C(3, -2) तथा D(0, -4) को उसी ग्राफ पर प्रदर्शित करते हुए उनसे गुजरने वाली रेखा CD खींचते हैं जो कि समीकरण $2x - 3y = 12$ का ग्राफ दर्शाती है। ग्राफ से स्पष्ट है कि दोनों समीकरणों के संगत सरल रेखाएँ एक-दूसरे को बिन्दु P(6, 0) पर काटती हैं।



22. LHS

$$= \frac{\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1-\sin A}} = \frac{\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1-\sin A}}$$

हर का परिमेयीकरण करने पर

$$= \frac{\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1-\sin A}} \times \frac{\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1+\sin A}}$$

$$= \frac{(\sqrt{1+\sin A})^2}{\sqrt{1-\sin^2 A}}$$

$$= \frac{1+\sin A}{\sqrt{\cos^2 A}} = \frac{1+\sin A}{\cos A}$$

$$= \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A} = \sec A + \tan A$$

बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

अथवा

$$\text{LHS} = \frac{\cos A}{1+\sin A} + \frac{1+\sin A}{\cos A}$$

$$= \frac{\cos^2 A + (1+\sin A)^2}{\cos A (1+\sin A)}$$

$$= \frac{\cos^2 A + 1 + \sin^2 A + 2\sin A}{\cos A (1+\sin A)}$$

$$= \frac{\cos^2 A + \sin^2 A + 1 + 2\sin A}{\cos A (1+\sin A)}$$

$$= \frac{1+1+2\sin A}{\cos A (1+\sin A)}$$

$$= \frac{2+2\sin A}{\cos A (1+\sin A)}$$

$$= \frac{2(1+\sin A)}{\cos A (1+\sin A)}$$

$$= \frac{2}{\cos A} = 2 \times \frac{1}{\cos A} = 2\sec A$$

23. **बहुलक:**

यहाँ अधिकतम बारंबारता 23 है।

बारंबारता 23 के संगत वर्ग अंतराल 35-45 है।

अतः बहुलक वर्ग 35-45 है।

अब, वर्ग माप (h) = 10

निम्न सीमा (l) = 35

बहुलक वर्ग की बारंबारता (f_1) = 23

बहुलक वर्ग के ठीक पूर्व वर्ग की बारंबारता (f_0) = 21

बहुलक वर्ग के ठीक बाद वाले वर्ग की बारंबारता (f_2) = 14

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) h$$

$$= 35 + \frac{23-21}{2 \times 23 - 21 - 14} \times 10$$

$$= 35 + \frac{2}{46-35} \times 10$$

$$= 35 + \frac{2}{11} \times 10$$

$$= 35 + \frac{20}{11} = 35 + 1.8 \text{ (लगभग)}$$

$$= 36.8 \text{ वर्ष (लगभग)}$$

माध्यः

आयु (वर्षों में)	वर्ग चिह्न (x_i)	बारंबारता (f_i)	$u_i = \frac{x_i - 40}{10}$	$f_i u_i$
5-15	10	6	$\frac{10-40}{10} = -3$	$6 \times (-3) = -18$
15-25	20	11	$\frac{20-40}{10} = -2$	$11 \times (-2) = -22$
25-35	30	21	$\frac{30-40}{10} = -1$	$21 \times (-1) = -21$
35-45	40	23	$\frac{40-40}{10} = 0$	$23 \times 0 = 0$
45-55	50	14	$\frac{50-40}{10} = 1$	$14 \times 1 = 14$
55-65	60	5	$\frac{60-40}{10} = 2$	$5 \times 2 = 10$

माना कल्पित माध्य (a) = 40

$h = 10$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= a + h \times \left[\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right] \\ &= 40 + 10 \left[\frac{-37}{80} \right] \\ &= 40 - \frac{37}{8} = \frac{320-37}{8} \\ &= \frac{283}{8} = 35.375\end{aligned}$$

अभीष्ट माध्य = 35.37 वर्ष

अथवा

माध्यकः

संचयी बारम्बारता सारणी बनाने पर-

मासिक खपत (इकाइयों में)	उपभोक्ताओं की संख्या (f_i)	संचयी बारंबारता (cf)
65-85	4	$0 + 4 = 4$
85-105	5	$4 + 5 = 9$
105-125	13	$9 + 13 = 22$
125-145	20	$22 + 20 = 42$
145-165	14	$42 + 14 = 56$
165-185	8	$56 + 8 = 64$
185-205	4	$64 + 4 = 68$

अब, हमें प्राप्त है कि $n = 68 \Rightarrow \frac{n}{2} = \frac{68}{2} = 34$

चूँकि $\frac{n}{2}$ अर्थात् 34 से ठीक अधिक वाली संचयी बारंबारता 42

है, जो कि वर्ग अन्तराल 125-145 में स्थित है।

$\therefore$ 125-145 माध्यक-वर्ग हैं।

$\therefore \ell = 125, cf = 22, f = 20$ और $h = 20$

सूत्र की सहायता से,

$$\begin{aligned}\text{माध्यक} &= \ell + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] \times h = 125 + 20 \times \left[\frac{34 - 22}{20} \right] \\ &= 125 + 20 \times \frac{12}{20}\end{aligned}$$

$$125 + 12 = 137 \text{ इकाई}$$

बहुलक: चूँकि सर्वाधिक बारंबारता वाला वर्ग अन्तराल 125-145 है-

$\therefore$ बहुलक वर्ग = 125 - 145

अब, $h = 20, \ell = 125, f_1 = 20, f_0 = 13, f_2 = 14$

$$\begin{aligned}\therefore \text{बहुलक} &= \ell + h \times \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \\ &= 125 + 20 \times \left[\frac{20 - 13}{(2 \times 20) - 13 - 14} \right] \\ &= 125 + 20 \times \left[\frac{7}{40 - 27} \right] \\ &= 125 + 20 \times \frac{7}{13} = 125 + \frac{140}{13} \\ &= 135.76 \text{ इकाई}\end{aligned}$$