गणित

MODEL PAPER 7

कक्षा-X

समय : 3 घंटे 15 मिनट **पूर्णांक : 80**

खण्ड – अ

1. बहुवैकल्पिक प्रश्न

(i) $\frac{6}{15}$ **का दशमलव प्रसार होगा -** **[1]**

(अ) सांत (ब) असांत
(स) आवर्ती (द) इनमें से कोई नहीं

(ii) यदि द्विघात बहुपद $p(x) = 2x^2 + 3x - 4$ के शून्यक α तथा β हो, तो $\alpha + \beta$ का मान होगा- **[1]**

(अ) $-\frac{2}{3}$ (ब) -2
(स) 2 (द) $-\frac{3}{2}$

(iii) बिन्दु (2, 2) की मूल बिन्दू (0, 0) से दूरी कितनी है? **[1]**

(अ) $\sqrt{8}$ (ब) 4
(स) 0 (द) $\sqrt{4}$

(iv) समीकरण युग्म $6x - 3y + 10 = 0$ एवं $2x - y + 9 = 0$ ग्राफ पर दो रेखाएँ प्रदर्शित करती हैं जो **[1]**

(अ) एक निश्चित बिन्दु पर परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं
(ब) दो निश्चित बिन्दुओं पर परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं
(स) सम्पाती होती हैं।
(द) समान्तर होती हैं।

(v) 3 और -5 मूलों वाला द्विघात समीकरण है- **[1]**

(अ) $x^2 + 2x - 15 = 0$ (ब) $x^2 - 8x - 15 = 0$
(स) $x^2 - 2x - 15 = 0$ (द) $x^2 + 2x + 15 = 0$

(vi) समान्तर श्रेढ़ी a, 3a, 5a, ... का nवाँ पद है : **[1]**

(अ) na (ब) (2n - 1)a
(स) (2n + 1)a (द) 2na

(vii) यदि $\sec(\theta - 36) = \operatorname{cosec}\theta$ हो तो θ का मान होगा- **[1]**

(अ) 36° (ब) 54°
(स) 63° (द) 60°

(viii) यदि किसी 5cm त्रिज्या वाले वृत्त पर उसके केन्द्र से 13cm दूर स्थित बाह्य बिन्दु से स्पर्श रेखाएँ खींची जाती हैं तो स्पर्श रेखा की लम्बाई होगी- **[1]**

(अ) 5 cm (ब) 12 cm
(स) 13 cm (द) 10 cm

(ix) किसी वृत्त का क्षेत्रफल 49π वर्ग सेमी है, तो उसका व्यास होगा- **[1]**

(अ) 7 सेमी. (ब) 14 सेमी.
(स) 49 सेमी. (द) इनमें से कोई नहीं

(x) दो बेलनों की त्रिज्या 2 : 3 के अनुपात में है तथा उनकी ऊँचाइयों का अनुपात 5 : 3 है इनके आयतन का अनुपात निम्नलिखित में से होगा - **[1]**

(अ) 10 : 17 (ब) 20 : 27
(स) 17 : 27 (द) 27 : 20

(xi) तीनों केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापकों में सही संबंध है - **[1]**

(a) 3 माध्यक = बहुलक + 2 माध्य
(b) बहुलक ÷ 2 = माध्य + माध्यक
(c) माध्य ÷ 2 = बहुलक + माध्य
(d) बहुलक = 2 माध्य + माध्यक

(xii) ताश के पत्तों से एक पत्ता निकाला जाता है। एक लाल बादशाह होने की प्रायिकता क्या होगी ? **[1]**

(अ) $\frac{3}{36}$ (ब) $\frac{2}{3}$
(स) $\frac{1}{26}$ (द) कोई नहीं

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो :-

(i) अपरिमेय संख्याओं का दशमलव प्रसार ..... होता है। (असांत अनावर्ती/सांत) **[1]**

(ii) दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के ..... होता है। (समान/असमान) **[1]**

(iii) $\sin(90^o - \theta) =$ ..... हैं। **[1]**

(iv) किसी अर्द्धवृत्त में बना कोण ..... होता है। (अधिककोण/समकोण) **[1]**

(v) संचयी बारम्बारता सारणी का उपयोग ..... ज्ञात करने में होता है। **[1]**

(vi) दो सिक्के एक साथ उछाले गए। अधिक से अधिक एक पट आने की प्रायिकता ..... होगी। **[1]**

3. एक शब्द या एक लाइन में लिखे।

(i) असंगत रैखिक समीकरण युग्म के लेखाचित्र किस प्रकार के प्राप्त होते हैं? **[1]**

(ii) समीकरण $4x^2 - 12x + c =$ के मूल समान हो तो c का मान ज्ञात कीजिए। **[1]**

(iii) श्रेढ़ी 6, 3, 0, -3.... के लिये प्रथम पद व सार्वअन्तर ज्ञात कीजिए। **[1]**

(iv) यदि ΔABC तथा ΔPQR में $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$ है तो $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ होने के लिए प्रतिबन्ध होगा। **[1]**

(v) $3\sin 60^o - 4\sin^3 60^o$ का मान ज्ञात कीजिए। **[1]**

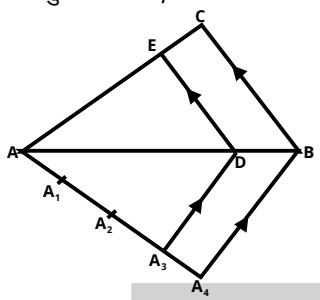
(vi) $\cos^2 80^o + \sin^2 80^o$ का मान ज्ञात कीजिए। **[1]**

Utkarsh Classes & Edutech Pvt. Ltd.

(vii) 10 m ऊँची मीनार से एक कार का अवनमन कोण 45° है। कार की मीनार के पाद से दूरी ज्ञात करो। **[1]**

(viii) यदि किसी समय किसी वृक्ष की लम्बाई 8m तथा उसकी छाया की लम्बाई $8\sqrt{3}$m हो तो उस समय सूर्य का उन्नतांश कोण होगा- **[1]**

(ix) आकृति में, ΔABC के समरूप एक ΔADE की रचना की गई है। इसमें स्केल गुणक लिखिए। **[1]**



(x) एक वृत्त की छेदन रेखा PQ है। छेदन रेखा PQ के स्पर्श रेखा बनने का प्रतिबन्ध लिखिए। **[1]**

(xi) एक अर्द्धवृत्ताकार प्लॉट की त्रिज्या 21 मीटर है। इसका परिमाप ज्ञात कीजिए। **[1]**

(xii) किसी घटना के घटित होने की प्रायिकता 0.3 है, तो उस घटना के घटित नहीं होने की प्रायिकता क्या है? **[1]**

खण्ड - ब

4. **संख्या 6, 72 और 120 का अभाज्य गुणनखंडन विधि द्वारा HCF और LCM ज्ञात कीजिए। [2]**

5. **एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों का योग तथा गुणनफल क्रमश: -3 और 2 हैं। [2]**

6. **द्विघात समीकरण $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए। [2]**

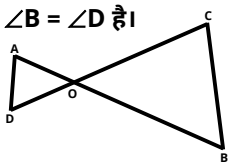
7. **यदि बिन्दु (x, 3) और (5, 7) के बीच की दूरी 5 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए। [2]**

8. **मीनार के आधार से और एक सरल रेखा में 4 m और 9 m की दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण पूरक कोण हैं। सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई 6 m है। [2]**

9. **एक त्रिभुज ABC बनाइए जिसमें BC = 6 सेमी, ∠B = 60°, ∠A = 90° हो। फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ ΔABC की संगत भुजाओं की $\frac{5}{7}$ गुनी हों। (केवल चित्र बनाइये) [2]**

10. **4 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त पर 6 सेमी त्रिज्या के एक संकेन्द्रीय वृत्त के किसी बिन्दु से एक स्पर्श रेखा की रचना कीजिए और उसकी लम्बाई मापिए। परिकलन से इस माप की जांच भी कीजिए। (केवल चित्र बनाइये) [2]**

11. **आकृति में OA. OB = OC. OD है। दर्शाइए कि ∠A = ∠C और ∠B = ∠D है। [2]**



12. **एक घड़ी की मिनट की सुई की लम्बाई 14 सेमी है। इस सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [2]**

13. **एक ठोस पिण्ड का बायाँ भाग बेलनाकार और दायाँ भाग शंकुनुमा है। यदि बेलन का व्यास 14 सेमी. तथा लम्बाई 40 सेमी. और शंकु का व्यास 14 सेमी. तथा उसकी लम्बाई 12 सेमी. हो तो ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। [2]**

14. **एक अर्द्धगोले की त्रिज्या 3.5 सेमी. है तो इसका आयतन व सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [2]**

15. **विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा मोहल्ले के 20 परिवारों पर किए गए सर्वेक्षण के परिणामस्वरूप विभिन्न परिवारों के सदस्यों की संख्या से सम्बन्धित निम्नलिखित आँकड़े प्राप्त हुए : [2]**

परिवार माप	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
विद्यार्थियों की संख्या	7	8	2	2	1

इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

16. **52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेटी गई एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:**
(i) लाल रंग का तस्वीर वाला पत्ता
(ii) एक ईंट की बेगम [2]

खण्ड - स

17. **रामकली ने किसी वर्ष के प्रथम सप्ताह में ₹ 5 की बचत की और फिर अपनी साप्ताहिक बचत ₹ 1.75 बढ़ाती गई। यदि n वें सप्ताह में उसकी साप्ताहिक बचत ₹ 20.75 हो जाती है, तो n ज्ञात कीजिए। [3]**

18. **x और y में एक संबंध ज्ञात कीजिए, ताकि बिन्दु (x, y) बिन्दुओं (7, 1) और (3, 5) से समदूरस्थ हो। [3]**

19. **पद विचलन विधि द्वारा दिए गए बंटन का माध्य कीजिए - [3]**

वर्ग अंतराल	बारम्बारता
135-140	4
140-145	9
145-150	18
150-155	28
155-160	24
160-165	10
165-170	5
170-175	2

20. **सिद्ध कीजिए कि वृत्त के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिन्दु से जाने वाली त्रिज्या पर लंब होती है। [3]**

Utkarsh Classes & Edutech Pvt. Ltd.

खण्ड - द

21. निम्नलिखित रैखिक समीकरणों का आलेखीय विधि से हल ज्ञात कीजिए। [4]

2x + 3y = 13

5x – 2y = 4

अथवा

निम्नलिखित रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि से हल कीजिये तथा उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ इनके द्वारा निरूपित रेखाएँ y- अक्ष को काटती हैं।

3x + 2y = 12; 5x – 2y = 4

22. सिद्ध कीजिए - $\frac{\sin A - \cos A + 1}{\sin A + \cos A - 1} = \frac{1}{\sec A - \tan A}$ [4]

अथवा

सिद्ध कीजिए - $\left(\frac{1 - \tan A}{1 - \cot A}\right)^2 = \tan^2 A$

23. दी गई बारम्बारता बंटन सारणी में लुप्त बारम्बारताओं को ज्ञात कीजिए, यदि n = 100 तथा माध्यक 32 है। [4]

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या
0-10	10
10-20	x
20-30	25
30-40	30
40-50	y
50-60	10
योग	100

अथवा

वायु में सल्फर डाई-ऑक्साइड (SO_2) की सान्द्रता (भाग प्रति मिलियन में) को ज्ञात करने के लिए, एक नगर के मोहल्लों से आँकड़े एकत्रित किए गये, जिन्हें नीचे प्रस्तुत किया गया है:

SO_2 की सांद्रता	बारंबारता
0.00–0.04	4
0.04–0.08	9
0.08–0.12	9
0.12–0.16	2
0.16–0.20	4
0.20–0.24	2

वायु में SO_2 की सांद्रता का माध्य कीजिए।

उत्तरमाला मॉडल पेपर - 07

खण्ड – अ

1.

(i) **[अ]**

$\frac{6}{15} = \frac{3\times2}{3\times5} = \frac{2}{5} = \frac{2}{5^1\times2^0}$

यहाँ हर का अभाज्य गुणनखंड $2^m \times 5^n$ के रूप का है अत: दशमलव प्रसार सांत होगा।

(ii) **[द]**

बहुपद $p(x) = 2x^2 + 3x - 4$ में

शून्यकों का योग $(\alpha+\beta) = \frac{-(x \text{ का गुणांक})}{x^2 \text{ का गुणांक}} = \frac{-3}{2}$

(iii) **[अ]**

दूरी सूत्र $(d) = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

A(2, 2) व B(0, 0) के बीच दूरी

$= \sqrt{(2-0)^2+(2-0)^2}$

$= \sqrt{4+4}$

$= \sqrt{8}$ इकाई

(iv) **[द]**

यहाँ

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{6}{2} = \frac{3}{1}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-1} = \frac{3}{1}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{10}{9}$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

अत: रेखाएँ आपस में समांतर होती है।

(v) **[अ]**

x = 3 और x = -5 शून्यक है

अत: द्विघात समीकरण = (x - 3)(x + 5)

$= x^2 - 3x + 5x - 15$

$= x^2 + 2x - 15$

(vi) **[ब]**

यहाँ प्रथम पद (a) = a सार्वअन्तर (d) = 3a – a = 2a

$a_n = a + (n - 1)d$

$= a + (n - 1) \times 2a$

$= a + 2an - 2a$

$= 2an - a$

$= (2n - 1)a$

(vii) **[स]**

$\sec(\theta - 36) = \sec(90 - \theta)$

$\theta - 36 = 90 - \theta$

$2\theta = 126$

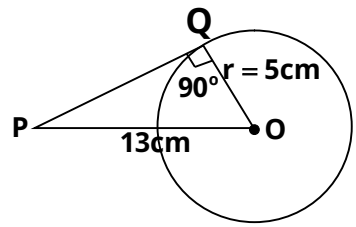
$\theta = 63^\circ$

(viii) **[ब]**

ΔOQP में $\angle Q = 90^\circ$

पाइथागोरस प्रमेय से

$OP^2 = OQ^2 + QP^2$



$13^2 = 5^2 + PQ^2$

$\sqrt{144} = PQ$

PQ = 12 cm

(ix) **[ब]**

वृत्त का क्षेत्रफल = 49π

$\pi r^2 = 49\pi$

$r^2 = 49$

$r = \sqrt{49}$

= 7 सेमी

व्यास = 2r

= 2 × 7 = 14

(x) **[ब]**

दो बेलनों के लिए $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ एवं $\frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{3}$

$$\frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \left(\frac{h_1}{h_2}\right) = \frac{4}{9} \times \frac{5}{3} = \frac{20}{27}$$

(xi) **[अ]**

बारबांरता बंटन के लिए माध्य, माध्यक और बहुलक के बीच संबंध निम्नलिखित प्रकार से है-

3 माध्यक = बहुलक + 2 माध्य

$3M = Z + 2\bar{x}$

(xii) **[स]**

कुल परिणाम = 52

अनुकूल घटना (E) :- लाल बादशाह का पत्ता

अनुकूल परिणाम = 2

$P(E) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

2. रिक्त स्थान

(i) अपरिमेय संख्याओं का दशमलव प्रसार असांत अनावर्ती होता है।

(ii) दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के समान होता है।

(iii) $\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta$ हैं।

(iv) किसी अर्द्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।

(v) संचयी बारम्बारता सारणी का उपयोग माध्यक ज्ञात करने में होता है।

(vi) दो सिक्के एक साथ उछाले गए। अधिक से अधिक एक पट आने की प्रायिकता $\frac{3}{4}$ होगी। [अनुकूल परिणाम = {HH, HT, TH}]

3. अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न -

(i) असंगत रैखिक समीकरण युग्म के लेखाचित्र समान्तर रेखाओं के रूप में प्राप्त होते हैं।

(ii) समीकरण के मूल समान होते हैं यदि उसके विविक्तकर $b^2 - 4ac = 0$ है।

यहाँ a = 4, b = -12, तथा c = ?

रखने पर $b^2 - 4ac = 0$

$(-12)^2 - 4 \times 4c = 0$

$144 = 16c$

$c = \frac{144}{16} = \frac{36}{4} = 9$

$c = 9$

(iii) स्पष्टत: इस श्रेणी का प्रथम पद a = 6

सार्वअन्तर $(d) = a_2 - a_1 = 3 - 6 = -3$

टिप्पणी:- किन्हीं भी दो क्रमागत पदों में अन्तरों के माध्यम से d का मान ज्ञात किया जा सकता है।

(iv) $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$ इसमें SAS प्रतिबंध के लिए $\angle B = \angle Q$ होना चाहिए।

(v) $3\sin 60^\circ - 4\sin^3 60^\circ$

$$= 3.\frac{\sqrt{3}}{2} - 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{4 \times 3\sqrt{3}}{8}$$

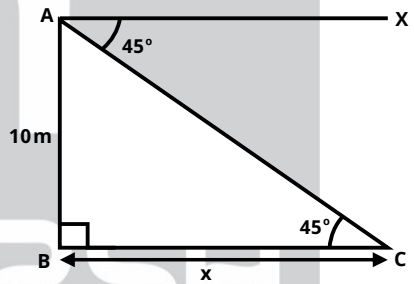
$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$$

(vi) $\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

अत: $\theta = 80^\circ$ के लिए

$\sin^2 80^\circ + \cos^2 80^\circ = 1$

(vii)



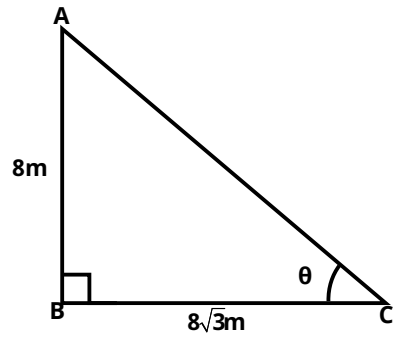
अब समकोण में ΔABC

$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BC}$

$1 = \frac{10}{x}$

या x = 10 m

(viii)



माना सूर्य का उन्नयन कोण = θ

Utkarsh Classes & Edutech Pvt. Ltd.

$\tan\theta = \frac{8}{8\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan\theta = \tan 30^o$

$\theta = 30^o$

(ix) स्केल गुणक $\frac{3}{4}$ है।

(x) जब बिन्दु P और Q सम्पाती हों अर्थात् दोनों एक ही बिन्दु हों तो छेदन रेखा PQ स्पर्श रेखा कहलाएगी।

(xi) r = 21

अर्द्धवृत्ताकार प्लाट का परिमाप = $\pi r + 2r$

$= \frac{22}{7} \times 21 + 2 \times 21$

= 66 + 42 = 108 मी.

(xii) चूँकि घटना घटित होने की प्रायिकता

P(E) = 0.3

इसलिए घटना घटित नहीं होने की प्रायिकता

= 1 – P(E)

= 1 – 0.3

= 0.7

खण्ड - ब

4. 6, 72 और 120 के अभाज्य गुणखण्ड करने पर

$6 = 2 \times 3$, $72 = 2^3 \times 3^2$ तथा $120 = 2^3 \times 3 \times 5$

2^1 और 3^1 प्रत्येक उभयनिष्ठ अभाज्य गुणनखंड की सबसे छोटी घातें हैं।

अत:, HCF(6, 72, 120) = $2^1 \times 3^1 = 2 \times 3 = 6$

2^3, 3^2 और 5^1 प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड की सबसे बड़ी घातें हैं, जो तीनों संख्याओं से संबद्ध हैं।

अत: LCM(6, 72, 120) = $2^3 \times 3^2 \times 5^1 = 360$

5. दिया है $\alpha + \beta = -3$

$\alpha\beta = 2$

$\because \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

अत: $\frac{-3}{1} = \frac{-b}{a}$ ..... समी. (i)

एवं $\because \alpha\beta = \frac{c}{a}$

$\therefore \frac{2}{1} = \frac{c}{a}$ ..... समी. (ii)

समी. (i) व समी. (ii) से

a = 1, b = 3, c = 2

मानक द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ में a, b व c का मान रखने पर

अत: अभीष्ट द्विघात बहुपद $x^2 + 3x + 2$ है।

6. $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$

$\sqrt{3} \times \sqrt{3}x^2 - \sqrt{6}x - \sqrt{6}x + \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 0$

$\sqrt{3} \times \sqrt{3}x^2 - \sqrt{2} \times \sqrt{3}x - \sqrt{2} \times \sqrt{3}x + \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 0$

$\sqrt{3}x(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) = 0$

$(\sqrt{3}x - \sqrt{2})(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) = 0$

यहाँ दो स्थितियाँ होगी

$\sqrt{3}x - \sqrt{2} = 0$	$\sqrt{3}x - \sqrt{2} = 0$
$x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$	$x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

7. माना P(x, 3) और Q(5, 7) दिए हुए बिन्दु हैं तो प्रश्नानुसार

दूरी सुत्र $(d) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

दूरी PQ = 5

$\sqrt{(x-5)^2 + (3-7)^2} = 5$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$(x - 5)^2 + (-4)^2 = 25$

$\Rightarrow x^2 - 10x + 25 + 16 = 25$

$\Rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2x - 8x + 16 = 0$

$\Rightarrow x(x - 2) - 8(x - 2) = 0$

$\Rightarrow (x-2)(x-8) = 0$

$\therefore x = 2, 8$

अत: x का मान = 2 या 8

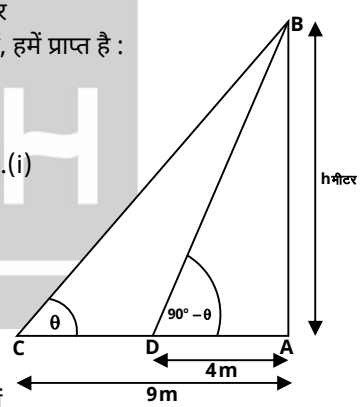
8. माना (आकृति में) AB मीनार को व्यक्त करता है।

माना AB = h मीटर

$\therefore$ समकोण ΔABC में, हमें प्राप्त है :

$\frac{AB}{AC} = \tan\theta$

$\Rightarrow \frac{h}{9} = \tan\theta$ .....(i)



समकोण ΔABD में

$\tan(90^o - \theta) = \frac{AB}{AD}$

$\because \tan(90^o - \theta) = \cot\theta$

$\cot\theta = \frac{AB}{AD}$

Utkarsh Classes & Edutech Pvt. Ltd.

$\cot\theta = \frac{h}{4}$

$\because \tan\theta = \frac{1}{\cot\theta} = \frac{1}{\left(\frac{h}{4}\right)}$

$\tan\theta = \frac{4}{h}$.....(ii)

समीकरण (i) और (ii) से

$\frac{h}{9} = \frac{4}{h}$

$h^2 = 36$

$h = \pm\sqrt{36}$

$h = \pm 6m$

$\Rightarrow h = 6m$ [$\because$ ऊँचाई धनात्मक होती है]

इस प्रकार, मीनार की ऊँचाई 6 m है।

9. त्रिभुज के अन्त: कोण योग गुणधर्म से

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$

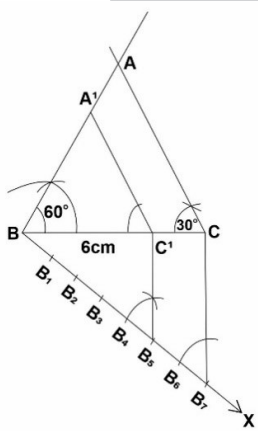
$\Rightarrow 90^o + 60^o + \angle C = 180^o$

($\because$ $\angle B = 60^o$ व $\angle A = 90^o$)

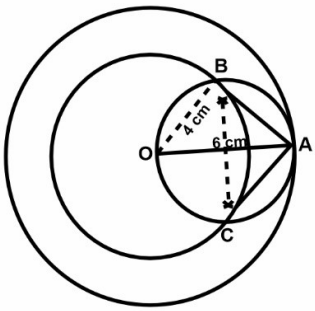
$\Rightarrow 150^o + \angle C = 180^o$

$\Rightarrow \angle C = 180^o - 150^o$

$\Rightarrow \angle C = 30^o$

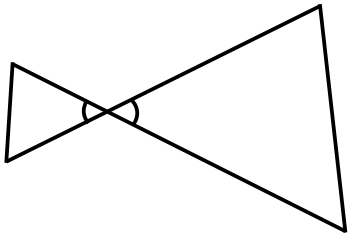


10.



11. ΔAOD व ΔBOC में OA.OB = OC.OD

दिया हुआ है



अत: $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$ .....(1)

तथा $\angle AOD = \angle COB$ (शीर्षाभिमुख कोण) .....(2)

समीकरण (1) व (2) से

$\Delta AOD \sim \Delta COB$ (SAS समरूपता कसौटी)

समरूप त्रिभुजों के संगत कोण बराबर होते हैं

इसलिए $\angle A = \angle C$ एवं $\angle D = \angle B$ इतिसिद्धम्

12. सूई की लंबाई (r) = 14 cm

$\because$ मिनट की सूई द्वारा 1 मिनट में बना कोण = 6°

अत: 5 मिनट में बनाया गया कोण (θ) = $5 \times 6^o = 30^o$

5 मिनट में सूई द्वारा रचित क्षेत्रफल (त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल)

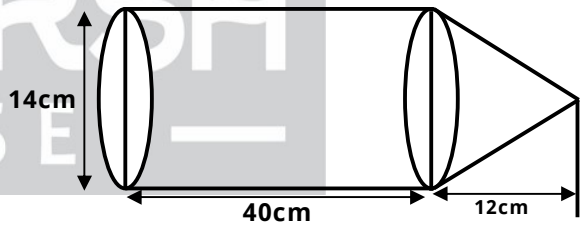
$= \frac{\pi r^2\theta}{360^o} = \frac{22}{7} \times \frac{14 \times 14 \times 30^o}{360^o}$

$= \frac{22 \times 28}{12} = \frac{154}{3} = 51.33 cm^2$ (लगभग)

13. बेलन की लम्बाई (h_1) = 40 सेमी.

बेलन व शंकु की त्रिज्चा (r) = $\frac{14}{2}$ = 7 सेमी.

शंकु की ऊँचाई (h_2) = 12 सेमी.



ठोस का आयतन = बेलन का आयतन + शंकु का आयतन

$= \pi r^2 h_1 + \frac{1}{3}\pi r^2 h_2$

$= \pi r^2\left(h_1 + \frac{h_2}{3}\right)$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7\left(40 + \frac{12}{3}\right)$

= 22 × 7 × 44

= 6776 घन सेमी.

Utkarsh Classes & Edutech Pvt. Ltd.

14. अर्द्धगोले की त्रिज्या (r) = 3.5 सेमी.

अर्द्धगोले का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^3$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 3.5$

$= \frac{2}{3} \times 22 \times 0.5 \times 12.25$

$= \frac{269.5}{3}$ = 89.83 घन सेमी.

अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$

$= 3 \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2$

$= 3 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5$

= 3 × 22 × 0.5 × 3.5

= 115.5 सेमी^{2}

15. यहाँ अधिकतम वर्ग बारम्बारता 8 है तथा इसका संगत वर्ग 3–5 है। अब, निम्न सीमा ℓ = 3, वर्ग माप h = 2, बहुलक वर्ग की बारम्बारता f_1 = 8, इससे पहले वर्ग की बारम्बारता f_0 = 7 तथा बाद के वर्ग की बारम्बारता f_2 = 2 है।

अत:, बहुलक $Z = \ell + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 3 + \left(\frac{8-7}{2 \times 8 - 7 - 2}\right) \times 2$

$= 3 + \frac{2}{7} = 3.286$

16. चूँकि ताश की एक गड्डी में 52 पत्ते होते हैं।

कुल परिणाम = 52

(i) माना घटना E, 'लाल रंग की तस्वीर वाला पत्ता' प्राप्त करना है।

चूँकि एक रंग में 3 पत्ते तस्वीर वाले (बादशाह, बेगम, गुलाम) होते हैं

और ईंट तथा पान के पत्ते लाल रंग के होते हैं।

∴ तस्वीर वाले लाल रंग के कुल पत्ते = 2 × 3 = 6

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 6

$\Rightarrow P_E = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$

(ii) माना घटना E, 'एक ईंट की बेगम' प्राप्त करना है।

चूँकि ताश की गड्डी में ईंट की बेगम एक होती है।

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$\Rightarrow P_E = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{52}$

खण्ड - स

17. प्रथम सप्ताह की बचत = ₹ 5

दूसरे सप्ताह की बचत = 5 + 1.75 = ₹ 6.75

तीसरे सप्ताह की बचत = 6.75+1.75 = 8.50₹

यहाँ रामकली की साप्ताहिक बचत एक A.P. बनाती है

A.P : 5, 6.75, 8.50, ..., 20.75

$a = 5, d = a_2 - a_1 = 6.75 - 5 = 1.75$

माना n वें सप्ताह की बचत (a_n) = 20.75

$a_n = a + (n-1)d$

$20.75 = 5 + (n-1)1.75$

$20.75 - 5 = (n-1)1.75$

$15.75 = (n-1)1.75$

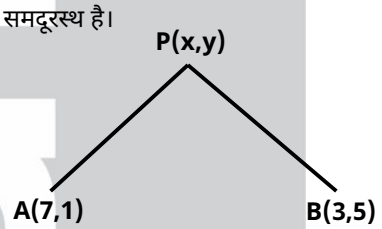
$(n-1) = \frac{15.75}{1.75}$

$n - 1 = 9$

$n = 9 + 1$

$n = 10$

18. माना बिन्दु P(x, y), बिन्दुओं A(7, 1) और B(3, 5) से समदूरस्थ है।



दूरी PA = दूरी PB

$\sqrt{(x-7)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-5)^2}$

दोनों पक्षों का वर्ग

$(x - 7)^2 + (y - 1)^2 = (x - 3)^2 + (y - 5)^2$

$x^2 - 14x + 49 + y^2 - 2y + 1 = x^2 - 6x + 9 + y^2 - 10y + 25$

$-14x - 2y + 50 = -6x - 10y + 34$

$-14x - 2y + 6x + 10y = 34 - 50$

$-8x + 8y = -16$

8 से विभाजित

$-x + y = -2$ या $x - y = 2$

19. **पद विचलन विधि से समान्तर माध्य**

बारंबारता बंटन सारणी बनाने पर

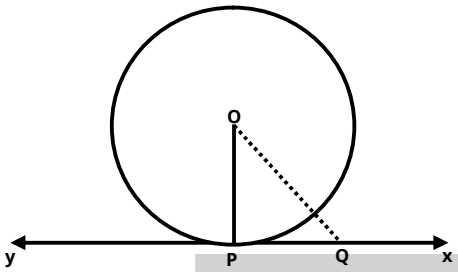
वर्ग अंतराल	बारम्बारता f_i	मध्य मान x_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f_iu_i
135-140	4	137.5	-3	-12
140-145	9	142.5	-2	-18
145-150	18	147.5	-1	-18
150-155	28	152.5	0	0
155-160	24	157.5	1	24
160-165	10	162.5	2	20
165-170	5	167.5	3	15
170-175	2	172.5	4	8
	$\sum f_i = 100$			$\sum f_iu_i = 19$

माना कल्पित माध्य a = 152.5, h=5, $\sum f_i = 100$

माध्य $a+\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\times h = 152.5+\frac{19}{100}\times 5 = 152.5+\frac{19}{20}$

$= 152.5 + 0.95 = 153.45$

20. एक वृत्त जिसका केन्द्र O है तथा XY स्पर्श रेखा है जो वृत्त को बिन्दु P पर स्पर्श करती है।



सिद्ध करना है : OP ⊥ XY

रचना : XY स्पर्श रेखा पर एक बिन्दु Q लिया। O को Q से मिलाया।

उपपत्ति : बिन्दु Q वृत्त के अन्दर स्थित नहीं हो सकता है क्योंकि अगर यह वृत्त के अन्दर स्थित होगा तो XY वृत्त की स्पर्श रेखा न रहकर वृत्त की छेदन रेखा बन जायेगी। बिन्दु P वृत्त के बाहर का बिन्दु है।

अत: OQ त्रिज्या OP से बड़ी है।

⇒ OQ > OP

यह तथ्य P बिन्दु के अतिरिक्त xy के प्रत्येक बिन्दुओं के लिए सत्य है, अर्थात् OP बिन्दु O से XY के अन्य बिन्दुओं की न्यूनतम दूरी है।

∵ हम जानते हैं कि किसी बिन्दु की किसी दिए गए रेखाखण्ड से न्यूनतम दूरी उस पर लम्ब होती है।

अत: OP ⊥ XY

खण्ड - द

21. समी. 2x + 3y = 13 से

3y = 13 – 2x

$y = \frac{13-2x}{3}$

x = 2 रखने पर $y = \frac{13-2\times 2}{3} = \frac{13-4}{3} = \frac{9}{3} = 3$

x = 5 रखने पर $y = \frac{13-2\times 5}{3} = \frac{13-10}{3} = \frac{3}{3} = 1$

x = -4 रखने पर $y = \frac{13-2\times(-4)}{3} = \frac{13+8}{3} = \frac{21}{3} = 7$

समीकरण (i) के लिए सारणी

x	2	5	-4
y	3	1	7

पुन: समीकरण

5x – 2y = 4

5x = 4 + 2y

$x = \frac{4+2y}{5}$

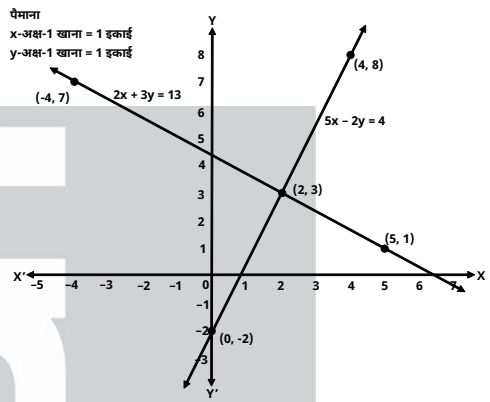
y = 3 रखने पर $x = \frac{4+2\times 3}{5} = \frac{10}{5} = 2$

y = -2 रखने पर $x = \frac{4+2\times(-2)}{5} = \frac{0}{5} = 0$

y = 8 रखने पर $x = \frac{4+2\times 8}{5} = \frac{4+16}{5} = \frac{20}{5} = 4$

समीकरण (ii) के लिए सारणी

x	2	0	4
y	3	-2	8



ग्राफ से स्पष्ट है कि रैखिक समीकरण युग्म का हल

x = 2, y = 3

अथवा

दिए गए रैखिक समीकरण युग्म हैं।

3x + 2y = 12

5x – 2y =4

समीकरण 3x + 2y = 12 द्वारा निरूपित रेखा का आलेखन

3x + 2y =12

2y = 12 – 3x

या $y = \frac{12-3x}{2}$

x = 0 रखने पर तब,

$y = \frac{12-3\times 0}{2} = \frac{12-0}{2} = \frac{12}{2} = 6$

x = 4 रखने पर, तब

$y = \frac{12-3\times 4}{2} = \frac{12-12}{2} = \frac{0}{2} = 0$

अत: समीकरण 3x + 2y = 12 की निम्नलिखित हल सारणी प्राप्त होती है।

x	0	4
y	6	0

बिन्दुओं (2,3), (4,0) को निरूपित करने पर सरल रेखा प्राप्त होती हैं।

Utkarsh Classes & Edutech Pvt. Ltd.

समीकरण 5x – 2y = 4 द्वारा निरूपित रेखा का आलेखन

5x – 2y = 4

या 2y = 5x – 4

या $y = \frac{5x - 4}{2}$

x = 0 रखने पर, तब

$y = \frac{5 \times 0 - 4}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

x = 2 रखने पर, तब

$y = \frac{5 \times 2 - 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$

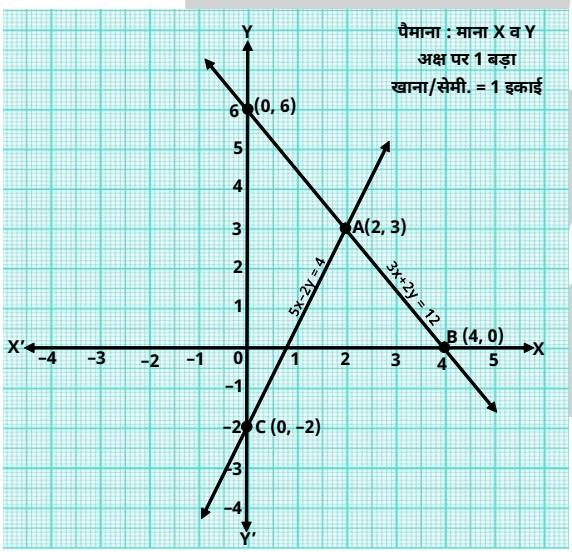
अत: समीकरण 5x – 2y = 4 की निम्नलिखित हल सारणी प्राप्त होती है-

x	0	2
y	-2	3

बिन्दुओं (0,-2), (2,3) को निरूपित करने पर सरल रेखा प्राप्त होती हैं।

ग्राफ से स्पष्ट है कि दोनों समीकरणों के संगत सरल रेखाएँ एक-दूसरे को बिन्दु A(2, 3) पर काटती हैं। अत: x = 2 तथा y = 3 दिए गए समीकरण युग्म का हल है।

यहाँ 3x + 2y = 12 द्वारा निरूपित रेखा y-अक्ष को बिन्दु (0, 6) तथा 5x - 2y = 4 द्वारा निरूपित रेखा y-अक्ष को बिन्दु (0, -2) पर प्रतिच्छेद करती हैं।



22. L.H.S. लेने पर

$\frac{\sin A - \cos A + 1}{\sin A + \cos A - 1}$

अंश व हर के प्रत्येक पद में cosA का भाग देने पर

$\Rightarrow \frac{\tan A - 1 + \sec A}{\tan A + 1 - \sec A}$

$\Rightarrow \frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1}$

हर में 1 = $\sec^2\theta - \tan^2\theta$ रखने पर

$\Rightarrow \frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + (\sec^2 A - \tan^2 A)}$

$\Rightarrow \frac{\tan A + \sec A - 1}{-(\sec A - \tan A) + (\sec A - \tan A)(\sec A + \tan A)}$

$\Rightarrow \frac{\tan A + \sec A - 1}{(\sec A - \tan A)[-1 + \sec A + \tan A]}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sec A - \tan A} = \text{R.H.S}$

अथवा

सिद्ध करना है

$\left(\frac{1 - \tan A}{1 - \cot A}\right)^2 = \tan^2 A$

L.H.S.

$\left(\frac{1 - \frac{\sin A}{\cos A}}{1 - \frac{\cos A}{\sin A}}\right)^2 \Rightarrow \left[\frac{\left(\frac{\cos A - \sin A}{\cos A}\right)}{\left(\frac{\sin A - \cos A}{\sin A}\right)}\right]^2$

$\left[\frac{(\cos A - \sin A)}{\cos A} \times \frac{\sin A}{(\sin A - \cos A)}\right]^2$

$\left[\frac{-(\sin A - \cos A)}{\cos A} \times \frac{\sin A}{(\sin A - \cos A)}\right]^2$

$\left[\frac{-\sin A}{\cos A}\right]^2$

$= [-\tan A]^2 = \tan^2 A = \text{R.H.S.}$

इतिसिद्धम्

23.

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या (f)	संचयी बारम्बारता (cf)
0-10	10	10
10-20	x	10+x
20-30	25	35+x
30-40	30	65+x
40-50	y	65+x+y
50-60	10	75+x+y
	n = 75 + x + y	

$\because n = 75 + x + y = 100$

$\Rightarrow x + y = 100 - 75$

$\Rightarrow x + y = 25$

माध्यक 32 है अत: माध्यक वर्ग अन्तराल 30 – 40 है। अत: ℓ = 30, cf = 35 + x, f = 30 व h = 10 है।

Utkarsh Classes & Edutech Pvt. Ltd.

माध्यक = $\ell + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$

$32 = 30 + \left(\frac{50 - 35 - x}{30}\right) \times 10$

$32 = 30 + \frac{15 - x}{30} \times 10$

या $32 - 30 = \frac{15 - x}{3}$ या $2 = \frac{15 - x}{3}$

या 6 = 15 – x या x = 15 – 6

या x = 9

x का मान समीकरण (1) रखने पर,

9 + y = 25

y = 25 – 9

y = 14

अत: x = 9 एवं y = 14 है।

अथवा

माना कल्पित माध्य, a = 0.14

यहाँ, वर्ग अन्तराल, h = 0.04

$u_i = \frac{x_i - 0.04}{0.04}$

हमें निम्नांकित तालिका प्राप्त होती है:

वर्ग अंतराल	वर्ग चिन्ह x_i	बारंबारता f_i	$u_i = \frac{x_i - 0.14}{0.04}$	f_iu_i
0.00–0.04	0.02	4	$\frac{0.02 - 0.14}{0.04} = -3$	4×(–3)=–12
0.04–0.08	0.06	9	$\frac{0.06 - 0.14}{0.04} = -2$	9×(–2)=–18
0.08–0.12	0.10	9	$\frac{0.10 - 0.14}{0.04} = -1$	9×(–1)=–9
0.12–0.16	0.14	2	$\frac{0.14 - 0.14}{0.04} = 0$	2×0=0
0.16–0.20	0.18	4	$\frac{0.18 - 0.14}{0.04} = 1$	4×1=4
0.20–0.24	0.22	2	$\frac{0.22 - 0.14}{0.04} = 2$	2×2=4
		$\sum f_i = 30$		$\sum f_iu_i = -31$

$= \bar{x} = a + h\left[\frac{\sum f_iu_i}{\sum f_i}\right]$

$= \bar{x} = 0.14 + 0.04\left[\frac{-31}{30}\right]$

$= 0.14 - 0.041 = 0.099$

इस प्रकार, वायु में SO_2 की सांद्रता का माध्य 0.099 प्रति मिलियन है।

Utkarsh Classes & Edutech Pvt. Ltd.